

---

SVD-basierte  
Orbitkorrektur am Speicherring Delta

Dissertation zur Erlangung des Grades Dr. rer. nat.

---

Dipl. Phys. Marc Grewe

Angefertigt am Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität  
Dortmund

27. Januar 2005

*Für Kaja, Jona, Mattis und Ina, die besonders in den vergangenen 18 Monaten so viel von ihrem Papa und Ehemann entbehren mussten.*

**Be|tat|ron**, das; -s, *Plur. . . .one od. -s* (*Kernphysik* Elektronenschleuder)

**Syn|chrot|ron**, das; -s, *Plur. -e, auch -s* (*Kernphysik* Beschleuniger für geladene Elementarteilchen)

Duden, Die deutsche Rechtschreibung, 21. Auflage 1996

1. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Wille  
Institut für Beschleunigerphysik und  
Synchrotronstrahlung  
DELTA, Dortmund
2. Gutachter: Prof. Dr. Hellmut Keiter  
Lehrstuhl für theoretische Physik I der  
Universität Dortmund
- Vertreter der wiss. Mitarbeiter: Dr. Christian Sternemann  
Lehrstuhl für experimentelle Physik I der  
Universität Dortmund
- Tag der mündlichen Prüfung: 18. März 2005

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
1.1	Die Synchrotronstrahlungsquelle DELTA . . . . .	7
1.2	Inhalt dieser Arbeit . . . . .	9
1.2.1	Aufbau dieser Arbeit . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Historie der Synchrotronstrahlung und Motivation dieser Arbeit</b>	<b>11</b>
2.1	Eigenschaften der Synchrotronstrahlung . . . . .	12
2.2	Strahlstabilitäten und Motivation der Orbitkorrektur . . . . .	13
2.2.1	Passive Störungsunterdrückung . . . . .	14
2.2.2	Aktive Störungsunterdrückung . . . . .	15
2.2.3	Bekannte Orbitstörungen am Speicherring Delta . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Grundlagen der Strahlführung</b>	<b>19</b>
3.1	Multipolzerlegung eines Magnetfeldes . . . . .	20
3.2	Reale Magnete . . . . .	23
3.2.1	Effektive Magnetlänge . . . . .	23
3.2.2	Normale Multipolkomponenten . . . . .	24
3.2.3	Rechteckmagnete und Kantenfokussierung . . . . .	24
3.3	Bewegungsgleichungen . . . . .	24
3.3.1	Lösungen der Bewegungsgleichungen . . . . .	25
3.4	Strahlenergie . . . . .	26
3.4.1	Berechnung der Strahlenergie aus den Dipolfeldstärken . . . . .	26
3.4.2	Einfluss der Hochfrequenz (HF) . . . . .	27
3.5	Orbitstörungen . . . . .	29
3.5.1	Dipolstörungen . . . . .	30
3.5.2	Quadrupolstörungen . . . . .	32
3.5.3	Einfluss der Dipolfeldstärken auf die Strahllageänderung . . . . .	33
3.6	Ursachen der Orbitstörungen . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Elemente der Strahlführung</b>	<b>35</b>
4.1	Magnetstruktur und Optik des Speicherrings . . . . .	35
4.2	Dipole . . . . .	36
4.3	Quadrupole . . . . .	37
4.4	Sextupole . . . . .	38
4.5	Dipolkorrektoren . . . . .	38
4.5.1	Positionierung . . . . .	39
4.5.2	Korrektorstärken . . . . .	40
4.5.3	Sextupolkomponenten der Korrektoren . . . . .	43
4.5.4	Feldqualität . . . . .	44
4.5.5	Stromversorgung und Kontrollsystemanbindung . . . . .	45

4.6	DC-Spulen . . . . .	47
4.7	Strahllagemonitore (BPMs) . . . . .	47
4.7.1	Signalauswertung . . . . .	49
4.7.2	Positionierung . . . . .	50
4.7.3	Kalibration der Strahllagemonitore . . . . .	53
4.7.3.1	Kalibration des Nullpunktes . . . . .	54
4.7.3.2	Die Relaiskaskade . . . . .	56
4.8	Hochfrequenz . . . . .	56
<b>5</b>	<b>SVD-basierte Orbitkorrektur</b>	<b>57</b>
5.1	Orbitkorrektur und Orbitresponsematrizen . . . . .	57
5.1.1	Die Orbitreferenz . . . . .	57
5.1.2	Gewichtete Orbitkorrektur . . . . .	58
5.1.3	Orbitresponsematrizen . . . . .	59
5.2	Die Singulärwertzerlegung (SVD) . . . . .	60
5.2.1	Analyse . . . . .	60
5.2.2	Die Pseudoinverse . . . . .	61
5.2.3	Wahl des Singulärgrenzwertes . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Restringierte Lösungen des SVD-Verfahrens</b>	<b>65</b>
6.1	Transformation der Problemstellung . . . . .	67
6.2	Erfassung der Grenzebenen des zulässigen Bereiches . . . . .	68
6.3	Die Restriktionsmatrix und Projektionen in Unterräume . . . . .	69
6.3.1	Projektion von Richtungsvektoren . . . . .	70
6.3.2	Orthogonale Projektion von Ortsvektoren . . . . .	70
6.4	Das KKT-Kriterium . . . . .	71
6.4.1	Anwendung des KKT-Kriteriums . . . . .	72
6.4.2	Bestimmung der Lagrangemultiplikatoren . . . . .	73
6.4.3	Beispiele zur Anwendung des KKT-Kriteriums . . . . .	73
6.5	Lösungsstrategien . . . . .	74
6.5.1	Strategie orthogonaler Projektionen . . . . .	75
6.5.2	Strategie der aktiven Menge . . . . .	78
6.5.3	Vergleich der Strategien . . . . .	81
<b>7</b>	<b>Alternative Lösungsräume</b>	<b>82</b>
7.1	Korrektorentlastungen im Nullraum . . . . .	82
7.2	Lokale Orbitbeulen . . . . .	83
7.2.1	Lokalität durch Monitorgewichtung . . . . .	84
7.2.2	Lokalität als Randbedingung . . . . .	85
7.2.3	Wahl der Gewichte . . . . .	86
7.2.4	Kompensation der Weglängenänderung . . . . .	87
7.3	Energieerhaltende Lösungen . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Implementierung</b>	<b>89</b>
8.1	Die Orbitkorrektur . . . . .	89
8.1.1	Datenbankanbindung . . . . .	89
8.1.2	Energieberechnung . . . . .	90
8.1.3	Überwachung der Monitorkalibration . . . . .	92
8.1.4	Korrektorüberwachung . . . . .	92
8.1.5	Externe Monitore . . . . .	93
8.1.6	Monitorzustände . . . . .	93

8.1.7	Fehler auf Kontrollsystemseite . . . . .	95
8.1.8	Synchronisation mit dem Booster-Synchrotron BoDo . . . . .	96
8.1.9	DC-Spulen, Dipolfamilien und Hochfrequenz . . . . .	96
8.1.10	Skalierung und Mindeststärken für Korrekturen . . . . .	100
8.1.11	Automatisierte Unterstützung zur Wahl des Singulärgrenzwertes . . . . .	101
8.1.12	Referenzbeulen . . . . .	103
8.1.13	Autoparametrische Beulen . . . . .	104
8.1.14	Orbitbeulen im fortlaufenden Wechsel . . . . .	104
8.1.15	Entlastung der Korrektorstärken . . . . .	105
8.1.16	Anbindung an das Agentensystem . . . . .	105
8.1.17	Analysen . . . . .	106
	8.1.17.1 Analyse der SVD . . . . .	106
	8.1.17.2 Analyse der Korrektoreinstellungen . . . . .	108
8.1.18	Der Referenzeditor . . . . .	108
8.2	Hilfsprogramme . . . . .	108
	8.2.1 Aufzeichnung der Responsematrix . . . . .	108
	8.2.2 Grafische Orbitdarstellung . . . . .	109
	8.2.3 Auswertung externer Monitore: ‘ExternalMonitors’ . . . . .	110
	8.2.4 Umrechnung der Korrektorstärken mit der Bibliothek ‘i2k’ . . . . .	110
8.3	Klienten der Orbitkorrektur . . . . .	111
	8.3.1 SAW Feed-Forward . . . . .	111
	8.3.2 Strahlbasierte Monitorkalibration . . . . .	112
<b>9</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>115</b>
9.1	Ergebnisse der SVD-basierten Orbitkorrektur . . . . .	115
	9.1.1 Test der Implementierung . . . . .	115
	9.1.2 Asymptotische Genauigkeit der Orbitkorrektur . . . . .	118
	9.1.3 Wiederholraten und Dauer der Korrekturschritte . . . . .	119
	9.1.4 Ergebnisse zur Orbitstabilität . . . . .	120
	9.1.4.1 Orbitkorrektur an hochgewichteten Monitoren . . . . .	121
	9.1.4.2 Phasenraumrekonstruktion am Injektionsseptum . . . . .	122
	9.1.4.3 Strahlstabilitäten an Quellpunkten und dem Injektionsseptum . . . . .	124
	9.1.4.4 Globale Orbitstabilität . . . . .	125
	9.1.5 HF-Korrektur . . . . .	126
9.2	Autoparametrische Beulen und Referenzbeulen . . . . .	126
9.3	Entlastung der Korrektorstärken . . . . .	127
9.4	Abgleich der Dipolfamilien, der Hochfrequenz und der DC-Beule . . . . .	130
	9.4.1 Abgleich der Hochfrequenz . . . . .	130
	9.4.2 Abgleich der Dipolfamilien und der Hochfrequenz . . . . .	130
	9.4.3 Synthese der Injektionsbeule durch DC-Spulen . . . . .	132
9.5	SAW-Feed Forward . . . . .	134
9.6	Ergebnisse der strahlbasierten Monitorkalibration (BBC) . . . . .	134
	9.6.1 Fehlerdiskussion . . . . .	137
	9.6.2 Auswirkung der Monitorkalibration auf die Orbitkorrektur . . . . .	138
<b>10</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>139</b>
10.1	Fazit der Orbitkorrektur an Delta . . . . .	139
	10.1.1 Grenzen der Orbitkorrektur . . . . .	140
10.2	Ausblick . . . . .	141

<b>11 Zusammenfassung</b>	<b>143</b>
<b>A Die Methoden des ‘effektivsten Korrektors’ und der ‘3er-Beulen’</b>	<b>145</b>
A.1 Konvergenz . . . . .	145
A.1.1 Korrektur durch Verwendung von ‘3er-Beulen’ . . . . .	147
A.2 Nullraumverletzung . . . . .	147
A.3 Weitere Verfahren . . . . .	148
<b>B Magnetvermessungen</b>	<b>149</b>
B.1 Das ‘Multipole Magnet Measurement System’ . . . . .	149
B.1.1 Aufbau der Messanordnung . . . . .	150
B.1.2 Justage . . . . .	151
B.1.3 Messprogramm . . . . .	151
B.2 Fehleranalyse der Multipolkoeffizienten . . . . .	153
B.2.1 Trennung von Signal und Rauschen . . . . .	154
B.3 Systematische Messfehler . . . . .	156
B.3.1 Fehler des Winkelencoders . . . . .	156
B.3.2 Winkeloffset des Encoders . . . . .	157
B.4 Ergebnisse . . . . .	157
B.4.1 Dipolkorrektoren . . . . .	157
B.4.2 Quadrupole . . . . .	159
B.4.3 Externe Sextupole . . . . .	160
B.5 Dipolvermessungen . . . . .	163
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>164</b>
<b>Danksagung</b>	<b>170</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Die Synchrotronstrahlungsquelle DELTA

Abbildung 1.1 gibt eine Übersicht über die Synchrotronstrahlungsquelle DELTA (Dortmunder Elektronen-Speicherring-Anlage) [1, 2]. Sie umfasst eine 3 GHz normaleitende Linearbe-

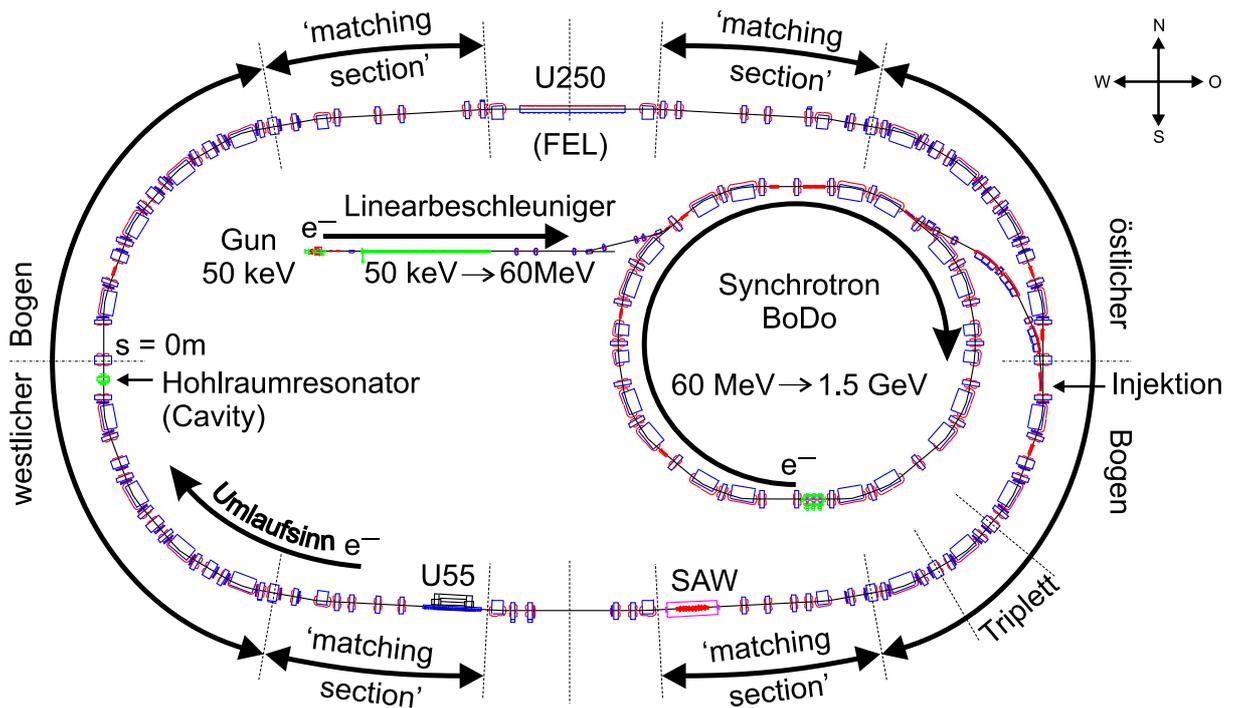


Abbildung 1.1: Übersicht über die Synchrotronstrahlungsquelle DELTA. Sie besteht aus einem Linearbeschleuniger ('Linac'), dem Booster-Synchrotron 'BoDo' und dem Speicherring 'Delta'. Siehe auch Abschnitt 4.1 zur Diskussion der Magnetstruktur.

schleunigersektion, in der die Elektronen einer thermischen Elektronenquelle auf etwa 60 MeV vorbeschleunigt werden. Über einen Transferkanal können diese Elektronen alle 6.5 s in das Booster-Synchrotron BoDo ('Booster Dortmund') eingeführt werden, um dort mit einer zyklischen Rampe in etwa 4 s auf eine Endenergie von bis zu 1.5 GeV beschleunigt zu werden. Über einen gepulsten Transferkanal werden diese hochenergetischen Elektronen dann dem Spei-

cherring Delta zugeführt, in dem typisch bis zu 120 mA Strahlstrom bei 1.5 GeV Strahlenergie akkumuliert werden. Als Synchrotronstrahlungsquelle der dritten Generation verfügt Delta über ‘Insertion Devices’ (kurz IDs), deren Strahlung besondere Eigenschaften bezüglich Fluss, Energie, Kohärenz und Polarisation der austretenden Photonen aufweist. Von besonderer Bedeutung für den Strahlbetrieb an Delta ist der elektromagnetische Undulator U250, der u.a. zum Betrieb eines Lasers auf Basis freier Elektronen (engl. *Free Electron Laser*, kurz FEL) dient (siehe z. B. [3, 4, 5]) sowie der supraleitende asymmetrische Wiggler (kurz SAW) [6, 7, 8] im östlichen Teil der Südgeraden des Speicherrings.

Die in den IDs und Dipolen erzeugte Synchrotronstrahlung kann durch Auslasskammern über angeschlossene Strahllinien (engl. *Beamlines*, kurz BL) Experimenten verschiedenster Art zugeführt werden, siehe Abbildung 1.2. Aufbau und Prinzip der Strahllinien und der angeschlossenen Experimente definieren die Anforderungen an die Genauigkeit der Strahlführung an den Quellpunkten der genutzten Synchrotronstrahlung.

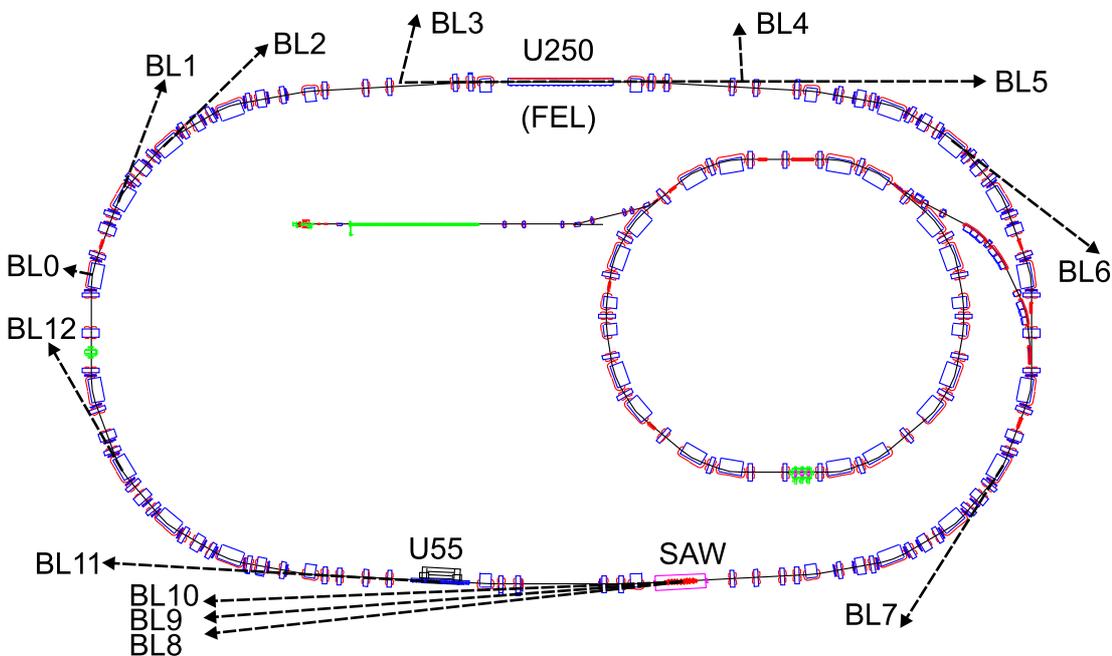


Abbildung 1.2: Strahllinien (BL) zur Nutzung der Synchrotronstrahlung am Speicherring Delta. Aus Aperturgründen führt BL0 den Infrarotanteil der Strahlung über einen Spiegel senkrecht zur Strahlführung aus der Kammer. BL1, BL2, BL6, BL7 und BL12 sind Dipolstrahlungen, von denen derzeit nur die BL2 für das ‘Institute for Analytical Sciences’ (ISAS), in naher Zukunft auch die BL12 auf Basis eines ‘toroidal grating monochromator’ (TGM) Strahlung an Experimente heranführt. BL7 bildet den Quellpunkt der Strahlung zu diagnostischen Zwecken auf einer CCD-Kamera ab. BL3 und BL4 bezeichnen die strahlauflauf- und strahlabwärtigen Strahlungen für die Auskopplung des Laserlichtes des FEL, während die spontane Undulatorstrahlung durch die BL5 an eine VUV Experimentierstation des Forschungszentrums Jülich (FZJ) führt. Die Strahllinien BL8 bis BL10 werden durch den breiten Fächer harter Röntgenstrahlung des SAW gespeist. Die durch den Permanentmagnetundulator U55 gespeiste Strahllinie BL11 versorgt Experimente über einen ‘planar grating monochromator’ (PGM) zur Nutzung weicher Röntgenstrahlung.

## 1.2 Inhalt dieser Arbeit

Von entscheidender Bedeutung für den Maschinen- und Nutzerbetrieb einer Synchrotronstrahlungsquelle ist die kontrollierte Strahlführung der Elektronen innerhalb der Vakuumkammer. Diese umfasst neben der Fokussierung des umlaufenden Elektronenstrahls auch die Kontrolle der Gleichgewichtsbahn des Strahlschwerpunkts innerhalb der Vakuumkammer (Orbit).

Ziel dieser Arbeit war es, eine SVD-basierte Orbitkorrektur am Speicherring Delta zu implementieren, welche die zuvor etablierten Methoden des ‘effektivsten Korrektors’ und der ‘3er-Beulen’ unter Einbeziehung *aller* Korrektoren innerhalb eines Korrekturschritts ablöst. Um den Vorteil der SVD-basierten Orbitkorrektur gegenüber den genannten Verfahren herauszustellen, sind Begriffsdefinitionen wie die des ‘gewichteten Orbitraums’ (Abschnitt 6.1) und des Nullraums (Abschnitt 5.2.3) hilfreich. Daher wird diese Diskussion in Anhang A nachgetragen.

Besondere Aufmerksamkeit galt der Bestimmung der bestmöglichen Korrektur unter der Einschränkung limitierender Korrektorstärken. Die so erarbeiteten Konzepte sollten dann auch auf andere Aufgaben der Strahlführung erweitert werden, wie z. B. der Erzeugung geschlossener Orbitbeulen. Durch die Anbindung der Orbitkorrektur an das bestehende Agentensystem [9], welches eine Kommunikation autarker Programme untereinander erlaubt, sollten die Möglichkeiten der Orbitkorrektur auch externen Programmen verfügbar gemacht werden, sodass Anforderungen an Strahlageänderungen zentral durch die Algorithmen der Orbitkorrektur bearbeitet werden können.

Um darüber hinaus zu einem grundlegenden Verständnis der Magnetfeldstärken in Abhängigkeit der Spulenbestromungen und Sättigungskorrekturen zu gelangen, sind im Vorfeld dieser Arbeit Vermessungen magnetischer Multipolkomponenten wichtiger Strahlführungselemente durchgeführt worden.

### 1.2.1 Aufbau dieser Arbeit

Nach einer einleitenden Historie der Entwicklung der Synchrotronstrahlungsquellen in Kapitel 2 werden die Anforderungen an die Stabilität der Strahlage im Speicherring Delta und die Notwendigkeit einer Orbitkorrektur motiviert. In Kapitel 3 werden die für diese Arbeit relevanten Grundlagen der Strahlführung in einem allgemeinen Kontext dargelegt. Auf den Aufbau des Speicherrings Delta, die Charakteristika seiner Elemente und ihre Bedeutung für die Orbitkorrektur wird in Kapitel 4 eingegangen. Kapitel 5 enthält die mathematischen Grundzüge der Singulärwertzerlegung (engl. *Singular Value Decomposition*, kurz SVD), die es erlauben, die bestmögliche Strahlagekorrektur im Rahmen eines linearen Modelles zu bestimmen. Der inhaltliche Schwerpunkt dieser Arbeit liegt jedoch auf dem Kapitel 6, in dem Ungleichheitsrestriktionen eingeführt werden, um die bestmögliche Lösung der Orbitkorrektur unter den physikalischen Limitationen der verfügbaren Korrektorstärken zu bestimmen. In Kapitel 7 wird dieses Konzept auf zusätzliche Restriktionen linearer Randbedingungen ausgeweitet.

Die Besonderheiten einer benutzerfreundlichen Implementierung der vorgestellten Konzepte im Rahmen des real betriebenen Speicherrings, sowie die Einbindung der Orbitkorrektur in das Kontrollsystem EPICS (Experimental Physics and Industrial Control System) [10] und das Agentensystem zur Interprozesskommunikation werden in Kapitel 8 beschrieben. Kapitel 9 enthält schließlich die Ergebnisse der angewandten Konzepte und Analysen zur Orbitkorrektur am Speicherring Delta. Kapitel 10 resümiert die Ergebnisse dieser Arbeit und gibt einen Ausblick auf

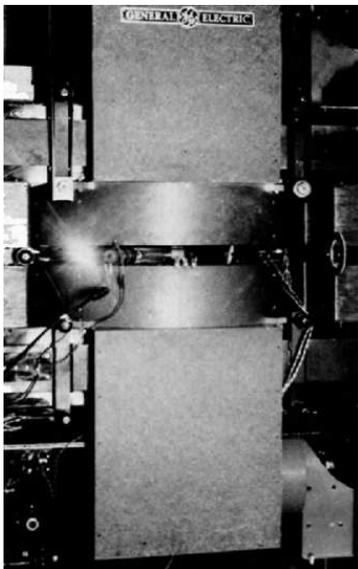
Möglichkeiten, verbleibende Probleme zukünftig in Angriff zu nehmen. Mit einer Zusammenfassung in Kapitel 11 wird diese Arbeit abgeschlossen.

In Anhang A werden die Eigenschaften einer Orbitkorrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ und der Anwendung von ‘3er-Beulen’ im Vergleich zur SVD-basierten Orbitkorrektur diskutiert. Anhang B enthält eine Beschreibung von Magnetfeldvermessungen, die dieser Arbeit vorausgegangen sind und auf deren Ergebnisse im Text referenziert wird. Sie bilden die deterministische Grundlage der Orbitkorrektur für alle Änderungen an den Strahlführungselementen.

## Kapitel 2

# Historie der Synchrotronstrahlung und Motivation dieser Arbeit

Eine der ersten Vorhersagen über erwartete Strahlungsverluste von Elektronen in ringförmigen Beschleunigern durch Ivanenko und Pomeranchuk aus dem Jahre 1944 [11] wurde lange Zeit mit der Begründung destruktiver Interferenz der Strahlung vieler Elektronen ignoriert, da es absurd erschien, dass ein kontinuierlicher Strom an Ladungsträgern strahlen könne. Erst seit der Beobachtung ‘leuchtender Elektronen’ in einer durchsichtigen Vakuumkammer eines 70 MeV Synchrotrons in den Laboren der General Electric am 24. April 1947 [12, und Referenzen hierin] war man bereit, sich der Möglichkeit eines Energieverlustes der Elektronen durch Strahlung zu widmen. Seither hat sowohl die Erzeugung als auch die Nutzung der Synchrotronstrahlung



*Abbildung 2.1: Erstmals beobachtete Synchrotronstrahlung an einem 70 MeV Synchrotron im Jahr 1947 [12]. Unter Umgehung der Strahlenschutzvorschriften wurde mit einem Spiegel ein Blick um die Betonabschirmung herum geworfen, als man nach Überschlügen in der Vakuumkammer suchte. Floyd Haber entdeckte so die ‘leuchtenden Elektronen’ in dem namensgebenden Synchrotron, das unter der Leitung von Herbert Pollock erbaut worden ist. Tatsächlich hat man Energieverluste zirkulierender Ladungen bereits zuvor an einem 100 MeV Betatron beobachtet, konnte aber mit den damaligen Messmethoden keine signifikante Strahlung nachweisen. Wäre dem so gewesen, würde man heute vermutlich allerorts von Betatronstrahlungsquellen sprechen.*

längst Ausmaße erreicht, die auch den damals kühneren Protagonisten wie z. B. John Blewett unvorstellbar gewesen sein mögen. Dies zumal Synchrotronstrahlung in den darauffolgenden zwei Jahrzehnten noch als Ärgernis der Hochenergie-Physik verstanden worden ist.

Nach ersten parasitären Nutzungen der Synchrotronstrahlung in den 60er Jahren und Anfang der 70er Jahre entstanden erste dedizierte Synchrotronstrahlungsquellen der zweiten Generation, welche die Strahlung aus Ablenkmagneten an Experimente weiterleitete. Mit der Zeit wuchs der Bedarf an Fluss, Brillanz und Polarisationsseigenschaften der Strahlung, die durch Strahlungs-

quellen der dritten Generation bereitgestellt werden konnten. Dort dienen Insertion Devices wie Undulatoren und Wiggler als konfigurierbare Quellen dieser Strahlung.

Heute gibt es etwa 70 Synchrotronlichtquellen weltweit [13]. Aktuelle Bauprojekte wie z. B. SOLEIL (Saint-Aubin, Frankreich) [14], DIAMOND (Chilton, GB) [15] oder die spanische Lichtquelle ALBA (Barcelona, Spanien) [16] sollen dem wachsenden Bedarf an Brillanz und Stabilität einer Synchrotronstrahlungsquelle gerecht werden. Aber auch Lichtquellen der vierten Generation erlangen bereits sehr viel Aufmerksamkeit: Der nächste Schritt zu noch höheren Brillanzen und Flussdichten ist die Verwendung von Undulatoren am Ende von Linearbeschleunigern mit Endenergien über 1 GeV – gekoppelt mit einer selbst- oder fremdinduzierten Verstärkung der Strahlung (SASE-Effekt). Für Wellenlängen bis in den Röntgenbereich mit Pulslängen weniger 100 fs wird das bereits finanzierte Projekt des LCLS (Linac Coherent Light Source, SLAC) in Stanford, USA [17] wegbereitend sein und soll 2009 in Betrieb gehen. Aber auch viele andere Institute befassen sich mit konkreten Studien zum Bau solcher Anlagen. Hervorzuheben sind z. B. das europäische XFEL-Projekt am DESY, Hamburg [18] und der kaskadierende BESSY-FEL (Berlin) nach dem HGHG-Prinzip (High-Gain-Harmonic-Generation) [19]. Eine darüber hinaus gehende Entwicklung ist die eines energierekuperierenden Linearbeschleunigers, der den Elektronenstrahl am Ende der Undulatoren zur Beschleunigung nachfolgender Elektronen in die Beschleunigersektion zurückführt. Die Projekte des ERL (Energy Recovering Linac), JLAB und Cornell University, USA [20] und das Projekt 4GLS in Daresbury, GB [21] werden hier möglicherweise wegweisend sein.

## 2.1 Eigenschaften der Synchrotronstrahlung

Die Synchrotronstrahlung eines Elektronenspeicherrings der dritten Generation überdeckt den Bereich der Infrarotstrahlung (IR) von etwa  $10^{-3}$  eV bis etwa 0.1 eV, das sichtbare Licht bis etwa 1 eV, den Vakuum-Ultraviolettbereich (VUV) bis wenige 10 eV, die weiche Röntgenstrahlung bis etwa 2 keV, bis hin zur harten Röntgenstrahlung mit Energien von einigen 10 keV. Durch den Einsatz sehr großer Magnetfeldstärken in Wiggler, ‘Wavelength Shiftern’ und ‘Superbends’ kann die Energie der emittierten Photonen weiter gesteigert werden.

Wiggler und Undulatoren beschreiben eine periodische Anordnung von Magnetfeldern entlang der Elektronenstrahlführung. In planaren Typen wird so eine sinusähnliche Transversalbewegung des Elektronenstrahls herbeigeführt, in deren Scheitelpunkten Synchrotronstrahlung parallel zur Richtung der Strahlführung ausgesandt wird. Durch kleine Amplituden der Transversalbewegung kann die eingangs erzeugte Synchrotronstrahlung so einen großen Teil der quasi lichtschnellen Elektronen während der Bewegung durch den Undulator überdecken und eine phasengleiche (kohärente) Aussendung weiterer Synchrotronstrahlung erwirken. Mit steigender Magnetfeldstärke des Undulators nimmt Intensität und Energie der ausgesandten Synchrotronstrahlung zu, aber die Überdeckung der Strahlung mit den longitudinal verlangsamteten Elektronen nimmt ab, mithin schwindet die Kohärenz. Typen ersterer Bauart bezeichnet man als Undulatoren, solche letzterer als Wiggler.

Das Licht aus Dipolmagneten und planaren Undulatoren ist horizontal linear polarisiert, wohingegen über und unter dieser Ebene der Anteil zirkular polarisierten Lichtes zunimmt. Neben helischen Undulatoren produzieren vor allem die immer häufiger verwendeten Undulatoren des APPLE-II Typs<sup>1</sup> nicht nur zirkular oder elliptisch polarisiertes Licht, sondern auch lineare Polarisation beliebigen Winkels.

---

<sup>1</sup>Advanced Planar Polarized Light Emitter, nach Shigemi Sasaki, 1993.

Die hohe Energiekonstanz eines Speicherringes führt zu einer sehr stabilen Repetitionsrate der Synchrotronstrahlungsblitze, die durch die immer wiederkehrenden Elektronenpakete (aus dem Englischen eingedeutscht *Bunche*) verursacht werden. Experimente mit einer Zeitauflösung im MHz-Bereich können so von maßgeschneiderten Füllstrukturen profitieren, indem z. B. Füllungen mit wenigen Einzelbunchen, langen Bunchzügen, oder einem einzelnen ‘camshaft bunch’ (Pilotbunch) zur Synchronisierung oder zur Durchführung sog. ‘pump-probe’-Experimente in einer Füllungslücke realisiert werden [22].

## 2.2 Strahlstabilitäten und Motivation der Orbitkorrektur

Die Anforderung an die Strahlstabilität in der horizontalen ( $x$ ) und der vertikalen ( $z$ ) Ebene misst sich üblicherweise an dem jeweiligen Strahlquerschnitt am Quellpunkt. Nach einem Modell der verwendeten Standardoptik ‘del-008’ des Speicherringes Delta (siehe auch Abschnitt 3.3.1 und Abbildung 4.2) ergeben sich an den Quellpunkten der Strahllinien die in Tabelle 2.1 aufgeführten Werte für die Betafunktionen  $\beta_x, \beta_z$  und der horizontalen Dispersion  $D_x$ . Die vertikale Dispersion wird mit  $D_z = 0$  angenommen. Bei der üblichen ‘100 % asymmetrischen’ Erregung des SAW tragen die erzeugten Dipolfelder der maximalen Feldstärke von 5.3 T in fünf Perioden zu einer vertikalen Fokussierung bei und damit auch zu einer Änderung der vertikalen optischen Funktionen. Unter Annahme einer Energieunschärfe von  $\Delta E/E \approx 10^{-3}$ , einer horizontalen Emittanz von  $\epsilon_x = 16.3 \text{ nm rad}$  bei  $E = 1.5 \text{ GeV}$  und einer Kopplung von etwa  $\epsilon_z/\epsilon_x \approx 5 \%$  [23] errechnen sich für eine gaussförmige Energieverteilung und Phasenraumdicke die Halbwertsbreiten des Strahlquerschnitts in der Ebene  $\kappa \in \{x, z\}$  gemäß

$$\sigma_\kappa = \sqrt{\epsilon_\kappa \beta_\kappa + \left( D_\kappa \frac{\Delta E}{E} \right)^2}. \quad (2.1)$$

Ein übliches Maß der geforderten Strahlstabilität ist es, eine mittlere Strahllageänderung von etwa einem Zehntel des Strahlquerschnittes nicht zu überschreiten (siehe z. B. [24]). Jüngste Anforderungen räumlich und energetisch hochauflösender Experimente mit  $\Delta E/E < 10^{-5}$  an anderen Strahlungsquellen tendieren sogar dazu, die Strahllage auf ein 20stel [25] oder gar ein 30stel [26] des Strahlquerschnittes zu stabilisieren. Das temporale Auflösungsvermögen eines Experimentes legt dabei die Grenzfrequenz transversaler Orbitstörungen fest, ob diese als Schwerpunktsbewegung des Quellpunktes, oder als effektive Emittanzaufweitung beobachtet werden. So bewirkt eine kumulierte rms-Amplitude der Strahlbewegungen oberhalb dieser Grenzfrequenz von 30 % der Strahldimension  $\sigma$  eine effektive Emittanzaufweitung von etwa 10 % [25].

Von den derzeit an Delta betriebenen Strahllinien sind die Experimente an der BL2, BL9 und der BL12 wegen des breiten, horizontalen Strahlungsfächers insensitiv auf die horizontale Strahllage. Die Betreiber der BL2 und der BL12 können bislang keine Anforderungen an die Stabilität der vertikalen Strahllage formulieren, empfinden aber die erreichte Stabilität seit Installation der in dieser Arbeit vorgestellten Orbitkorrektur als vollkommen ausreichend [27, 28]. Für das FEL-Experiment an der BL3 und der BL4 ist eine reproduzierbare Strahllage innerhalb von etwa  $\sigma/5$  von Umlauf zu Umlauf wichtig, nicht so sehr die Strahllage auf einer Zeitskala mehrerer Sekunden [29], wie sie von der hier vorgestellten Orbitkorrektur gewährt werden könnte. Für die Experimente an der BL5 wird eine Genauigkeit von  $\sigma/10$  in beiden Ebenen, an der BL11 von  $\sigma/8$  ebenfalls in beiden Ebenen und an der BL12 von  $\sigma/10$  in der vertikalen Ebene gefordert [30].

Strahllinie	Verwendung	$\beta_x$ [m]	$\beta_z$ [m]	$D_x$ [m]	$\sigma_x$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\sigma_z$ [ $\mu\text{m}$ ]
SAW nicht erregt						
BL0	Infrarot	0.62	7.89	0.11	145	80
BL1	blind	1.43	7.57	0.07	165	110
BL2	ISAS	0.74	6.35	0.11	155	100
(BL3) / BL4 / BL5	FEL / FZJ	1.42	13.02	-0.09	180	145
BL6	blind	1.08	6.16	0.05	145	100
BL7	Diagnostik	1.21	7.49	0.08	160	110
BL8 / BL9 / BL10	SAW	7.67	4.27	0.14	380	85
BL11	U55	9.02	3.81	0.11	400	80
BL12	TGM3	0.73	7.23	0.09	149	110
SAW 100% asymmetrisch erregt						
BL0	Infrarot	0.66	6.60	0.11	150	75
BL1	blind	1.38	14.78	0.06	160	155
BL2	ISAS	0.76	11.02	0.11	160	135
(BL3) / BL4 / BL5	FEL / FZJ	1.58	21.52	-0.09	185	185
BL6	blind	1.02	3.07	0.05	140	70
BL7	Diagnostik	1.09	13.52	0.09	160	150
BL8 / BL9 / BL10	SAW	7.30	5.02	0.12	370	90
BL11	U55	9.00	7.11	0.13	405	110
BL12	TGM3	0.78	9.37	0.08	140	125

Tabelle 2.1: *Optische Daten, wie sie sich aus einem Modell der Standardoptik des Speicherrings ('del-008') ergeben, und die daraus resultierenden Strahlquerschnitte  $\sigma_x$  und  $\sigma_z$  an den Quellpunkten der Strahllinien. Abhängig von der geforderten Ortsauflösung der angeschlossenen Experimente sollte die mittlere Abweichung der Strahlage an den Quellpunkten  $\sigma/10$  in beiden Ebenen nicht wesentlich überschreiten. Sofern der strahlabwärtige Spiegel des FEL-Experiments in Strahlhöhe justiert worden ist, kann das darüber reflektierte Licht durch die Strahllinie BL3 ausgekoppelt werden. Durch die Abbildungsgeometrie erhält man so indirekt ein Abbild des Quellpunktes innerhalb des Undulators U250. Blind geflanschte Strahllinien sind derzeit nicht belegt.*

Darüber hinaus gewinnt vor allem für lange Strahllinien ( $> 30$  m) die Kontrolle des Strahlwinkels zur Sollbahn entlang eines Insertion Devices an Bedeutung. Hier können Photonenmonitore ('XBPMs'), die im VUV oder weichen Röntgenbereich sensitiv sind, innerhalb der Strahllinien in großer Entfernung zum Quellpunkt zu einer präzisen Korrektur beitragen. Erfolgreich praktiziert wird dies z. B. an der APS [31], deren Variation des Strahlwinkels üblicherweise 200 nrad unterschreitet. Auch an BESSY existiert bereits ein Prototyp eines schnellen lokalen Feedbacks an einer APPLE II Undulatorstrahllinie auf Basis von XBPMs [32]. Die Verwendung solcher 'externen Monitore' ist auch in der vorgestellten Orbitkorrektur an Delta vorgesehen, wird aber bislang nicht genutzt (mit Ausnahme der rechnerischen Größe der 'integralen Korrektorstärke' jeder Ebene, siehe Abschnitt 8.1.5).

### 2.2.1 Passive Störungsunterdrückung

Ein übergreifendes Prinzip zur Erlangung zeitlich stabiler Strahlagen ist zunächst die Reduktion mechanischer wie elektromagnetischer Störquellen auf den Strahl. Dies beginnt mit der Wahl

eines geologisch stabilen Ortes zum Aufbau der Anlage, möglichst fern industrieller Störquellen. Eine gut verankerte und stabilisierte Bodenplatte kann die Übertragung von Vibrationen effektiv reduzieren und gleichzeitig eine gute Langzeitstabilität bezüglich der Positionierung der Speicherringkomponenten untereinander bewirken. Häufige Ursachen resonanter Verstärkungen mechanischer Anregungen im Bereich bis einige 10 Hz [33] sind Schwingungsmodi der zumeist stählernen Magnetträger (engl. *Girders*) und können häufig durch sorgfältiges Design außerhalb des Anregungsspektrums des Hallenbodens verschoben werden [34].

Eine unzureichende Siebung der Stromversorgungen der Netzgeräte erzeugt ganzzahlige Vielfache der 50-Hz-Netzfrequenz im Störspektrum. Darüber hinaus kann es auch zu Anregungen höherer Frequenzen kommen, wenn die Regelparameter der Netzgeräte nicht adäquat auf die Induktivität der angeschlossenen Magnete angepasst sind. Weitere Frequenzen können z. B. durch mechanische Anregungen der Wasserkühlung oder des Luftstroms um die Elemente des Speicherringes angeregt werden.

An der japanischen Synchrotronlichtquelle SPring8 ist es gelungen, durch eine beispielhafte Unterdrückung bekannter Störquellen eine Submikrometerstabilität der Strahlage ohne Einsatz einer schnellen Orbitkorrektur (siehe nächster Abschnitt) zu erreichen [35].

### 2.2.2 Aktive Störungsunterdrückung

Grundsätzlich lassen sich die Konzepte einer Strahlagekorrektur (an ringförmigen Anlagen spricht man auch häufig vom ‘Orbit’) in der räumlichen Domäne als ‘lokale’ oder ‘globale’ Ansätze beschreiben. Im Frequenz- oder Zeitraum unterscheidet man zwischen langsamem oder schnellem Orbit-‘Feedback’ (aus dem Englischen als *slow orbit feed back*, kurz SOFB, bzw. *fast orbit feed back*, kurz FOFB abgekürzt). Sehr schmalbandige Regelungen (sog. ‘harmonic suppressors’) können lokal einzelne Störfrequenzen kompensieren; eingesetzt wird dies z. B. an Elettra (Trieste, Italien) [36]. Daneben gibt es den Ansatz, bereits in Erwartung einer bekannten Strahlageänderung auf die verfügbaren Korrektur Elemente einzuwirken, was man als ‘Feed-Forward’ (kurz FF) bezeichnet. Häufig koexistieren diese Regelkreise, um anhand verschiedener Korrektur Elemente auf die gemeinsame Observable der Strahlage einzuwirken. Dabei ist es unumgänglich, eine unkontrollierte Wechselwirkung der Regelkreise zu verhindern.

Eine lokale Orbitkorrektur soll die Strahlage an wenigen, benachbarten Messpunkten mit Hilfe unmittelbar in der Nähe situierten Korrektur Elementen derart kontrollieren, dass eine Änderung der Strahlage außerhalb dieser Nachbarschaft möglichst minimal ist. Im Gegensatz dazu verwendet eine globale Korrektur die Informationen aller, oder zumindest einer Großzahl, nicht notwendigerweise benachbarter Messpunkte, um die Strahlage an diesen Punkten über ähnlich verteilte Korrektur Elemente zu korrigieren. Mischformen globaler Orbitkorrekturen mit lokalen Schwerpunkten existieren in Form erhöhter Gewichtung der Strahlagedifferenzen an lokalen Messpunkten (so auch an der in dieser Arbeit vorgestellten Orbitkorrektur) oder als primäre Korrektur an selektierten Messpunkten in Form einer linearen Randbedingung und die sekundäre Korrektur an den übrigen Messpunkten im Rahmen der verbleibenden Freiheitsgrade [37]<sup>2</sup>.

Langsame Orbitkorrekturen agieren typischerweise unterhalb einer Grenzfrequenz von etwa 0.01 bis 1 Hz. Üblicherweise klingen die Transienten der Korrektur Elemente, der Positionsmonitore und der Strahlage selbst innerhalb dieser Zeit ab, sodass überdies kein weiterer Regelalgorithmus

---

<sup>2</sup>Tatsächlich ist die dort beschriebene Methode ein Spezialfall der Orbitkorrektur in alternativen Lösungsräumen (Kapitel 7), die in dieser Arbeit aber nicht weiter verfolgt wird.

erforderlich ist. Dies entspricht einem rein integralen Regler mit einem konstanten Skalierungsfaktor als einzigem Regelparameter, siehe Abschnitt 8.1.10.

Schnelle Orbitkorrekturen arbeiten im Frequenzbereich von 0.1 Hz bis etwa 150 Hz mit einer Dämpfung von mehreren 10 dB auf der meist dominierenden 50 Hz-, respektive 60 Hz-Linie des Störspektrums. Begrenzend wirken hier die Dämpfung der Regelstrecke und die Regelgeschwindigkeit des eingesetzten Reglers bei gegebener Bandbreite: Da die Transienten einer schnellen Orbitkorrektur innerhalb der Datenaquisitionsrate nicht gänzlich abklingen, ist es zwingend erforderlich einen Regelalgorithmus einzusetzen. Dazu wird meist auf sogenannte PID-Regler zurückgegriffen, die das Signal sowohl proportional, integral als auch differential auswerten, um die Anwendung der erforderlichen Korrekturschritte zu skalieren.

Um ein Übersprechen zwischen koexistierenden Regelungen zu verhindern, kann eine Frequenzbandlücke zwischen den Regelungen belassen werden, die allerdings eine schlechte Korrektur der Frequenzen innerhalb dieses Bandes bedingt [38, 39]. Stattdessen kann man einen gemeinsamen Frequenzbereich zulassen und eine Kommunikation der langsameren mit der schnelleren Korrektur einrichten (siehe z. B. an der APS [40] oder der ALS [41]), um geplante Änderungen der Strahlage der jeweils anderen Korrektur in die eigene mit einzubeziehen. Übersichten aktueller Feedbacksysteme an derzeit führenden Synchrotronlichtquellen bieten z. B. die Artikel von V. Schlott [42] und M. Böge [43].

### 2.2.3 Bekannte Orbitstörungen am Speicherring Delta

Die folgenden Orbitstörungen unterschiedlichen Zeitverhaltens sind am Speicherring Delta bekannt:

- i) Fehlaufgestellte Quadrupol- oder Sextupolmagnete sowie Fertigungsfehler, Sättigungseinflüsse und Fehlbestromungen der Dipolmagnete und unzureichend abgeglichenen Wiggler und Undulatoren führen zu einer statischen Störung des Orbits. Stärke und Verteilung dieser Fehler können eine Korrektur der Strahlage auf die Sollbahn verhindern.
- ii) Jahreszeitlich bedingte Temperaturschwankungen des Hallenbodens können eine systematische Fehlaufstellung der Magnetkomponenten bedingen. Daher sind Magneteneinstellungen aus Betriebswochen eines Sommers meist nicht in den Wintermonaten anwendbar und umgekehrt.
- iii) Der SAW betreibt supraleitende Spulen in drei unabhängigen Stromkreisen. Die Spulenströme werden bei geöffneten ‘Dauerstromschaltern’ aufgebracht (siehe Abschnitt 8.3.1). Sobald die gewünschte Stromstärke erreicht ist, werden die Schalter geschlossen, sodass der in den supraleitenden Spulen eingebrachte Strom ohne eine treibende Spannung umherfließen kann. Durch sehr kleine, aber nichtverschwindende ohmsche Widerstände an Störstellen des supraleitenden Spulenkörpers kommt es dennoch in jedem der drei Stromkreise zu Spannungsabfällen, welche die Stromstärke und proportional dazu die Magnetfeldstärke reduzieren. Da die drei Stromkreise individuellen Stromabnahmen unterworfen sind, führt dies zu einem zunehmenden Fehlableich des Wigglerfeldes. Beobachtet wurden Abnahmen der Feldstärken von 1-3 % über einen Zeitraum von 4-8 h. Die resultierende Amplitude auf dem unkorrigierten Orbit beträgt etwa 1 mm je Stunde.

In dem Moment, da die Spulenströme durch eine Auffrischung (‘SAW-Refresh’) wieder auf ihre Sollwerte erhöht werden, kommt es zu einem plötzlichen Sprung der Strahlage, der in seiner Amplitude die vorangegangene Orbitdrift kompensiert.

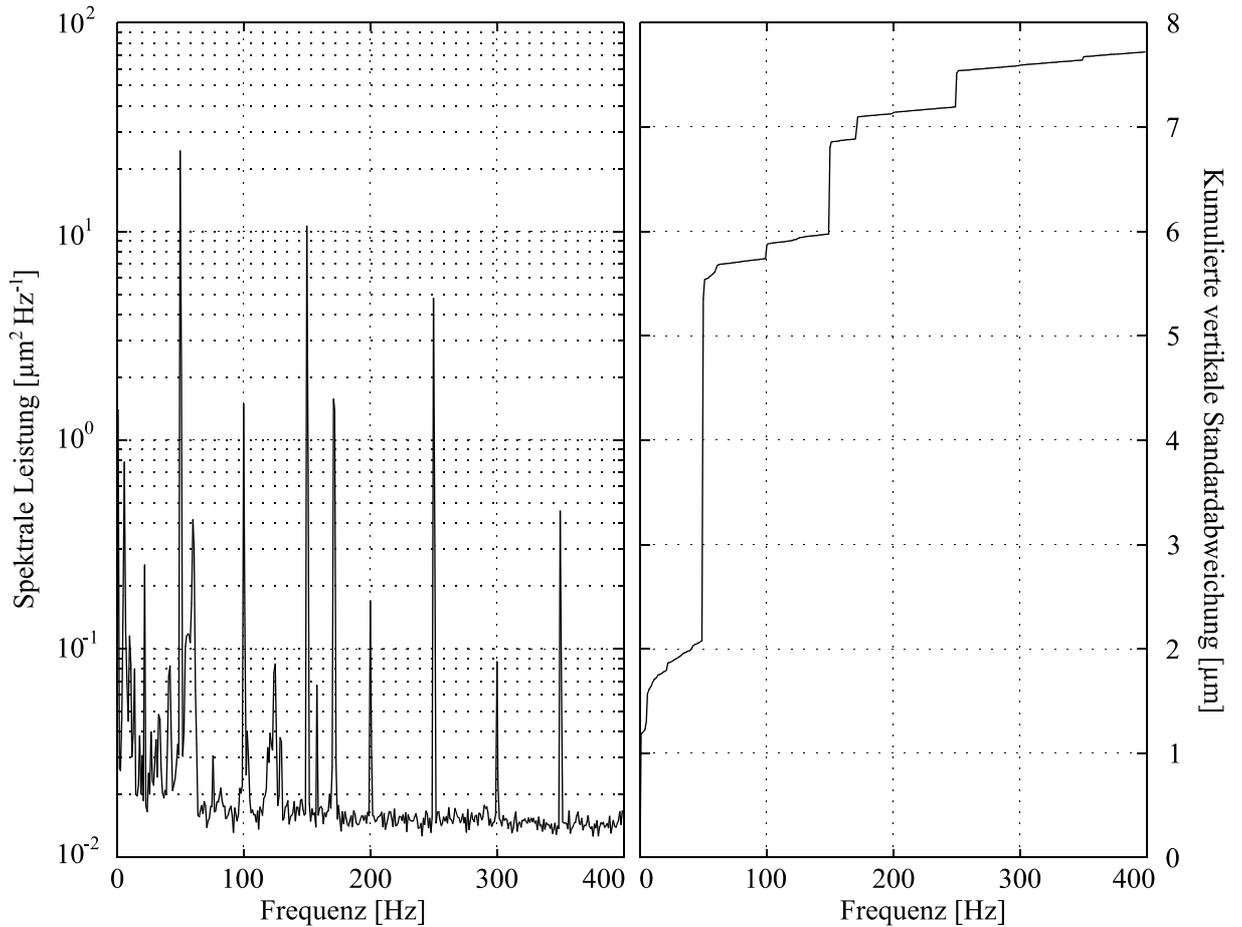


Abbildung 2.2: Links: vertikales Leistungsspektrum von 0-400 Hz, aufgenommen als Differenzsignal zweier BPM-Knöpfe des Monitors bpm14 (siehe Abschnitt 4.7 zur Beschreibung eines Strahlraummonitors). Es ist keine Orbitkorrektur aktiv, der SAW ist aus. Rechts: kumulierte Orbitstörung als Wurzel des Integrals über das Leistungsspektrum. Daten von Nicolas Zabralla [46]. Auffällig sind Vielfache der 50 Hz-Netzfrequenz, die über die Stromversorgungen in die Versorgungsleitungen und Magnetspulen einstreuen. Die weiteren schmalbandigen Anregungen sind bisher nicht untersucht worden. Bekannt ist allerdings, dass Schwingungsmodi der Magnetträger für Frequenzen unterhalb etwa 10 Hz schmalbandig verstärkend wirken können.

- iv) Mit Hilfe von Wegaufnehmern konnten transversale Positionsabhängigkeiten vieler Quadrupolmagneten des Speicherringes in Abhängigkeit des Strahlstroms nachgewiesen werden [44]: Die in den Magnetjochen eingebettete Vakuumkammer wird ungleichmäßig durch Absorption von Synchrotronstrahlung und lokal variierende Kühlleistung erwärmt. Die resultierenden mechanischen Spannungen bewirken eine Verformung der Strahlkammer, welche die design- und befestigungsabhängige Bewegungsfreiheit der Vakuumkammer überschreitet. In Folge dessen werden Quadrupolmagnete an mechanischen Engstellen durch die Vakuumkammer transversal bewegt, wodurch zusätzliche Dipolkomponenten am Strahl entstehen. Die zeitliche Abhängigkeit der resultierenden Orbitdrift wird durch die Änderung des Strahlstromes vorgegeben und bewegt sich im Bereich der Strahllebensdauer mehrerer Stunden. Amplituden üblicher (unkorrigierter) Orbitstörungen können bei Strahlströmen zwischen 0 und 100 mA bei 1.5 GeV Strahlenergie bis zu 1.5 mm betragen [45].

- v) Während des Betriebs des Booster-Synchrotrons BoDo kommt es zu einer Orbitstörung im Speicherring mit der Periode des Booster-Zyklus' von 6.5 s. Die Amplitude dieser Störung beträgt bei einer Strahlenergie von 1.5 GeV etwa  $\pm 150 \mu\text{m}$ , siehe Abbildung 8.3. Die Ursache dieser Kopplung ist bisher nicht genauer untersucht worden. Eine mögliche Ursache ist die Verschiebung des gemeinsamen Erdpotentials der Dipolnetzgeräte des Boosters und des Speicherrings während des Rampvorganges.
- vi) Angeregte Eigenmodi der Magnetträger übertragen mechanische Schwingungen der Frequenzen unterhalb von etwa 10 Hz auf die strahlführenden Magnete und den Orbit (siehe auch Abbildung 2.2).
- vii) 50 Hz und ganzzahlige Vielfache dieser Frequenz auf dem Ausgang der magnetversorgenden Netzgeräte regen transversale Orbiterschwingungen derselben Frequenzen an (Abbildung 2.2).
- viii) Gepulste Magnete im Bereich des Transferkanals mit Halbwertsbreiten von 100 ms (Transferdipole) bis 400 ns (Injektionskicker) erzeugen kurzzeitige Orbitablagen mit Amplituden weniger  $\mu\text{m}$  respektive einiger mm: Eine Anordnung von drei Dipolmagneten (*Injektionskicker*) sehr kurzer Anstiegs- und Abfallzeiten verschiebt die Ablage des gespeicherten Strahls im Bereich der Injektion um bis zu 25 mm in Richtung des Injektionsseptums. Ein unzulänglicher Abgleich der Einzelamplituden oder Auslösezeitpunkte kann zu erheblichen Orbitablagen auch außerhalb der Kickerpositionen führen.

Je nach Art des Zeitverhaltens, ihrer charakteristischen Zeiten und der Amplitude der Orbitstörung bedarf es meist unterschiedlicher Konzepte und Regelmechanismen, um die erzeugten Strahlablagen effektiv kompensieren zu können.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Implementierung der Orbitkorrektur soll imstande sein, die Dynamik der Punkte ii) bis iv) der obigen Liste an allen Strahllagemonitoren weitgehend zu kompensieren. Darüber hinaus sollen durch Monitorgewichtungen an auswählbaren Positionen die geforderten Strahlstabilitäten gemäß den Anforderungen aus Abschnitt 2.2 erreicht werden.

## Kapitel 3

# Grundlagen der Strahlführung

Die nachfolgenden Betrachtungen zur Strahlführung in Speicherringen sind unabhängig von der betrachteten Teilchensorte, also von dem Verhältnis ihrer Ladung  $q$  zu ihrer Ruhemasse  $m$

$$\frac{q m_e}{e m},$$

solange nur  $q \neq 0$  gilt. Der Einfachheit halber wird dieser Faktor im Folgenden für den vorliegenden Spezialfall der Elektronen der Ladung  $q = e < 0$  und der Ruhemasse  $m_e$  zu identisch Eins angenommen.

Ein Teilchenstrahl stellt ein räumlich begrenztes Ensemble von Teilchen dar, deren Impulskomponente entlang einer gemeinsamen longitudinalen Richtung deutlich größer ist als das seiner transversalen Komponenten. Unter dem Begriff *Strahlführung* soll die Führung und Fokussierung eines Teilchenstrahls entlang eines vorgegebenen Weges – der ‘Sollbahn’ – verstanden werden. Ein Sollteilchen der Masse  $m$  und der Sollenergie  $E \gg mc^2$  durchläuft diese Bahn entlang der longitudinalen Position  $s$  mit der Geschwindigkeit  $v = c\sqrt{1 - \gamma^{-2}}$ . Dabei bezeichnet  $c \approx 3 \times 10^8$  m/s die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum sowie  $\gamma^{-2} = 1 - (v/c)^2$  den relativistischen Lorentzfaktor zur Teilchengeschwindigkeit  $v$ . Die Position eines Teilchens kann dann relativ zur Position eines Sollteilchens in eine transversale Komponente  $\kappa$  und eine longitudinale Komponente  $\tau = \Delta s/c$  aufgeteilt werden: Die transversale Komponente erhält man als Länge des Lots der Teilchenposition auf die Sollbahn, die longitudinale als Abstand des Lotpunktes zum Sollteilchen  $\Delta s$  entlang der Sollbahn.

Speicherringe nutzen im wesentlichen magnetische Felder  $\vec{B}$ , um geladene Teilchen mit einem Impuls  $p \gg mc$  entsprechend der Lorentzkraft

$$\vec{F} = q \left( c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \hat{p} \times \vec{B} + \vec{E} \right) \quad (3.1)$$

auf eine gekrümmte Bahn mit Radius  $R = \frac{p}{eB}$  senkrecht zu den Richtungen des Magnetfeldes und des Impulses  $\vec{p} = p\hat{p}$  zu führen<sup>1</sup>. Da die transversalen Impulskomponenten hochenergetischer Teilchen üblicherweise vernachlässigbar klein gegen die Longitudinalkomponente sind, ist der Einfluss longitudinaler Flusskomponenten auf die transversale Strahlführung vernachlässigbar.

---

<sup>1</sup>Beispiele für elektrostatische Speicherringe sind ELISA[47] des ISA, Aarhus Universität Dänemark sowie die aktuelle Designstudie FIRE[48] des IAP der Universität Frankfurt. Die Besonderheit elektrostatischer Kräfte liegt in der Energieabhängigkeit, anstelle der Impulsabhängigkeit der Lorentzkraft. Dadurch ist es möglich, Ionen unterschiedlicher Masse aber gleicher kinetischer Energie in einer gemeinsamen Strahlführung zu speichern.

Vielmehr werden Magnetfelder transversal zur Strahlführung angelegt<sup>2</sup> und näherungsweise über die effektive Länge  $l_{\text{eff}}$  eines Magneten konstant gehalten. Elektrische Felder  $\vec{E}$  werden zur Energiefokussierung und longitudinale Feedbacks längs zur Sollbahn eingesetzt.

### 3.1 Multipolzerlegung eines Magnetfeldes

In Bereichen frei von elektrischen Strömen und konstanter Permeabilität kann das Magnetfeld  $\vec{B}$  als Gradient eines skalaren Potentials  $V$  beschrieben werden, welches der Laplace-Gleichung  $\Delta V = 0$  genügt. Um die zur Sollbahn transversalen Komponenten des Magnetfeldes zu beschreiben, bietet es sich an, den Lösungsansatz in zylindrischen Koordinaten zu formulieren. Der Ansatz über eine Multipolentwicklung der nachfolgenden Form stellt eine vollständige Lösung des transversalen Anteils der Laplace-Gleichung dar [49]:

$$V(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} A_n r^n e^{i(n\varphi - \pi/2)} \quad (3.2)$$

mit komplexen Multipolkoeffizienten  $A_n = |A_n| \exp(-i\alpha_n)$ . Die Richtung  $\varphi = 0$  verläuft dabei in Strahlrichtung blickend horizontal nach rechts. Positive Werte für  $\varphi$  werden im mathematisch positivem Sinne linksherum abgetragen, vergleiche mit Abbildung 3.1a). Der Winkel  $\varphi$  sowie die

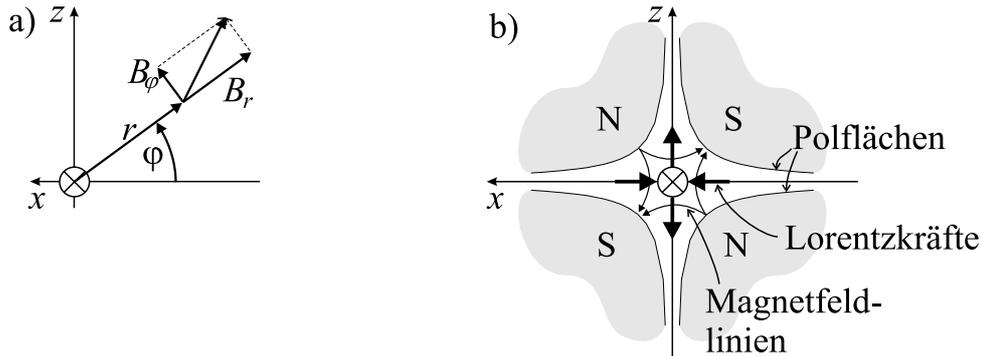


Abbildung 3.1: In Strahlrichtung blickend: a) Polarkoordinatensystem zur Multipolzerlegung. b) Richtungen magnetischer Feldlinien und der resultierenden Lorentzkräfte eines für einen Elektronenstrahl horizontal fokussierenden Quadrupols ( $\alpha_2 = 0$ ).

Multipolorientierungen  $\alpha_n$  seien auf das Intervall  $]-\pi; \pi]$  beschränkt. Eine Orientierung  $\alpha_n \neq 0$  entspricht einer Drehung der zugehörigen Multipolkomponente um  $-\alpha_n/n$ . Da ein Multipol der Ordnung  $n$  eine Periodizität von  $2\pi/n$  aufweist, erzeugt die Orientierung  $\alpha_n = \pi$  also gerade einen Vorzeichenwechsel des Potentials und damit des magnetischen Feldes, welches als Realteil des Gradienten des Potentials erhalten wird:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left( \frac{d}{dr} V(r, \varphi) \right) &=: B_r(r, \varphi) = \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} A_n r^{n-1} e^{i(n\varphi - \pi/2)} \right) \\ \operatorname{Re} \left( \frac{d}{rd\varphi} V(r, \varphi) \right) &=: B_\varphi(r, \varphi) = \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} A_n r^{n-1} e^{in\varphi} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

<sup>2</sup>Für niederenergetische Teilchen werden häufig longitudinale Feldkomponenten eines Solenoiden zur transversalen Fokussierung eingesetzt.

Durch einen Transversalversatz eines Multipolfeldes der maximalen Ordnung  $n > 1$  zum Entwicklungspunkt entstehen zusätzliche Multipolkomponenten der Ordnung  $m < n$ , während die Komponente der Ordnung  $n$  unverändert erhalten bleibt. Fortlaufend werden die Multipolkomponenten zu  $n = 1, 2, 3, \dots$  als Dipol-, Quadrupol-, Sextupolkomponente und so weiter benannt.

Unter den Orientierungen  $\alpha_n \in \{0, \pi\}$  werden die Multipolkoeffizienten reell. In diesen Fällen wird im Folgenden anstelle der komplexen Multipolamplitude die vorzeichenbehaftete Größe

$$B_n := \pm |A_n|$$

verwendet. Multipolfelder mit reellen Koeffizienten werden auch ‘aufrecht’ (engl. *upright*) genannt. Rein imaginäre Koeffizienten unter den Orientierungen  $\alpha_n = \pm\pi/2$  hingegen ‘verdreht’ (engl. *skewed*).

Zur Strahlführung werden vorwiegend Multipolkomponenten bis zur 3. Ordnung in  $n$  verwendet. Ihr Einfluss auf den Elektronenstrahl ist wie folgt:

- i) Driftstrecken sind feldfreie Abschnitte mit  $A_n = 0 \forall n \geq 1$ , in denen sich Elektronen geradlinig bewegen.
- ii) Dipole mit  $A_1 \neq 0$ ,  $A_n = 0 \forall n > 1$  zwingen die Elektronen auf eine Bahn konstanter Krümmung  $1/R = |A_1| e/p$ . Innerhalb der Homogenität des Feldes ist der Biegeradius unabhängig von der transversalen Position der Elektronen. Unter  $\alpha_1 \in \{0, \pi\}$  werden die Elektronen horizontal abgelenkt, unter  $\alpha_1 \in \{\pm\pi/2\}$  vertikal. Wenn ein Elektronenstrahl ein Dipolfeld  $|A_1| = B_1$  der Länge  $l_{\text{eff}}$  (siehe Abschnitt 3.2.1) beginnend bei  $s_0$  durchläuft, erfährt er einen Ablenkwinkel von

$$\theta = \int_{s_0}^{s_0+l_{\text{eff}}} \frac{e}{p} B_1(s) ds = \int_{s_0}^{s_0+l_{\text{eff}}} \frac{ds}{R(s)}. \quad (3.4)$$

- iii) Quadrupole mit  $A_2 \neq 0$ ,  $A_n = 0 \forall n \neq 2$  erzeugen einen konstanten Gradienten  $dB/dr$  des transversalen Magnetfeldes unabhängig von der Richtung  $\varphi$ . Unter den Orientierungen  $\alpha_2 \in \{0, \pi\}$  verschwindet die radiale Feldkomponente  $B_r$  in den Richtungen  $\varphi \in \{0, \pm\pi/2, \pi\}$ , weshalb die resultierende Lorentzkraft (3.1) in diesen Richtungen lediglich eine Komponente in radialer Richtung besitzt und nicht auf die azimutale Position des Elektronenstrahls einwirkt. Diese Kraft ist proportional zur Ablage  $r$  und zwingt die Elektronen in erster Näherung über die Länge des konstanten Quadrupolfeldes in eine (anti-)harmonische Schwingung. So wirkt ein Quadrupolfeld unter  $\alpha_2 = 0$  auf Elektronen horizontal fokussierend und vertikal defokussierend. Unter  $\alpha_2 = \pi$  verhält es sich andersherum. Siehe Abbildung 3.1b) zur Veranschaulichung der Feldgeometrie eines Quadrupols.
- iv) Sextupole mit  $A_3 \neq 0$ ,  $A_{n \neq 3} = 0$  erzeugen ein Magnetfeld, dessen Stärke mit  $r^2$  nach außen hin zunimmt. Ein transversaler Versatz der Strahlposition zum Entwicklungspunkt erzeugt neben einem Dipolfeld auch ein Quadrupolfeld dessen Amplitude linear mit  $A_2 = rA_3$  nach außen hin zunimmt. Die dreifache Symmetrie der Sextupole ist inkommensurabel zu den Symmetrieachsen der Dipole und Quadrupole. Daher führt die Anwesenheit von Sextupolfeldern in der Strahlführung zu einer Kopplung der Teilchenbewegung zwischen den ausgezeichneten Richtungen, die sich aus einer geeigneten Aufstellung der Dipole und Quadrupole ergeben.

Üblicherweise wird ein Speicherring eben aufgestellt, sodass der Strahl durch Dipolfelder unter der (in der Regel gemeinsamen) Orientierung  $\alpha_1 = 0$  (linksläufig für negativ geladene Teilchen)

oder  $\alpha_1 = \pi$  (rechtsläufig) eine geschlossene Bahn beschreibt. Diese Bahn wird Sollbahn oder auch Designorbit genannt. Quadrupole werden unter den Orientierungen  $\alpha_2 = 0$  oder  $\alpha_2 = \pi$  zur horizontalen respektive vertikalen Fokussierung zentriert zur Sollbahn aufgestellt. Sextupole werden unter den Orientierungen  $\alpha_3 = \pi$  bzw.  $\alpha_3 = 0$  in Bereichen nichtverschwindender Dispersion und großer Betafunktionen (beide Begriffe werden in Abschnitt 3.3.1 eingeführt) ergänzt, um die chromatische Aberration (Chromatizität) der Quadrupolfokussierung in der horizontalen bzw. vertikalen Ebene zu kompensieren. Höhere Multipole werden manchmal zur Kompensation bekannter Magnetfehler oder zum Multipolabgleich von Undulatoren eingesetzt.

Werden nur aufrechte Multipolfelder verwendet, verschwindet die radiale Komponente für alle Multipolkomponenten des magnetischen Flusses entlang der horizontalen Richtungen  $\varphi \in \{0, \pi\}$ , sodass eine polynomiale Entwicklung der transversalen Komponente  $B_\varphi$  entlang dieser Richtung für einen Abstand  $r = x$  sinnvoll ist:

$$B_z(x) := -B_\varphi(r, \pi) = \pm |B_1| \mp |B_2|x \pm \frac{1}{2!}|B_3|x^2 \mp \dots \quad (3.5)$$

Das obere bzw. untere Vorzeichen jeder Multipolkomponente  $n$  korrespondiert zu den Orientierungen  $\alpha_n = 0$  bzw.  $\alpha_n = \pi$ , respektive. Das kartesische Koordinatensystem in  $x$  und  $z$  wurde dabei so gewählt, dass die  $z$ -Komponente in Strahlrichtung nach oben, die  $x$ -Komponente nach links abgetragen wird. Für einen rechtsläufigen Speicherring ( $\alpha_1 = 0$ ) korrespondiert eine positive Komponente in  $x$ -Richtung daher mit einer Ablage nach außen. Analog kann die transversale Komponente in der vertikalen Richtung ( $\varphi = \pi/2$ ) für den Abstand  $r = z$  entwickelt werden, wobei hier auffällt, dass die ungeraden Multipole in dieser Richtung keinen Beitrag leisten:

$$B_x(z) := B_\varphi(r, \pi/2) = 0 \mp |B_2|z + 0 \pm \dots \quad (3.6)$$

Durch Erweitern mit dem Faktor  $e/p$  definiert man dann die *Multipolstärken*:

$$\begin{aligned} \frac{e}{p} B_z(x) &=: \frac{1}{R} + kx + \frac{1}{2!} mx^2 + \dots \\ \frac{e}{p} B_x(z) &=: 0 + kz + 0 - \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

Die Wahl der Lage des Koordinatensystems in  $x$  und  $z$  und der Teilchensorte (negativ geladene Elektronen) bringen es nun mit sich, dass für den rechtsläufigen Speicherring Delta folgende Vorzeichenkonventionen gelten:

- Ablenkradien  $R$  der Dipolfelder sowie die daraus resultierenden Ablenkwinkel  $\theta$  sind *negativ*, wenn der Strahl nach innen abgelenkt wird. Dies gilt auch für die Dipolfamilien in Delta.
- Quadrupolstärken  $k$  horizontal fokussierender Quadrupole sind *negativ*. Horizontal defokussierende Quadrupole haben eine positive Stärke.
- Sextupolstärken  $m$  zur horizontalen Fokuskorrektur in Bereichen positiver Dispersion sind *negativ*. Jene zur vertikalen Korrektur der Fokussierung bei ebenfalls positiver Dispersion haben ein positives Vorzeichen<sup>3</sup>.

In Analogie zur geometrischen Optik des sichtbaren Lichtes bezeichnet man die Magnetstruktur einer Strahlführung samt ihrer Magnetfeldstärken auch als *Optik*.

<sup>3</sup>Bereiche negativer Dispersion sind selten (mit Ausnahme von Optiken mit besonders kleinem Momentum-Compaction-Faktor, siehe Gleichung (3.24)). Sextupole, die in Bereichen negativer Dispersion eingesetzt werden, haben bei gleicher Orientierung des Multipolfeldes eine entgegengesetzte Wirkung auf den Strahl.

## 3.2 Reale Magnete

Um die erforderlichen Multipole an der Sollbahn zu erzeugen, werden dedizierte Elektromagnete eingesetzt, deren Geometrie so ausgelegt ist, dass sie nach Möglichkeit nur die gewünschten Multipolkomponenten erzeugen. Das ‘combined Function’ Prinzip beinhaltet die Verwendung von Magneten, die mehr als eine Multipolkomponente in einem *festen* Verhältnis zueinander erzeugen (meist in Form von Dipolen mit einem zusätzlichen Gradienten). Dies erlaubt ein kompaktes Design der Strahlführung. Am Speicherring Delta werden ausschließlich Magnete eingesetzt, die zur Erzeugung individuell einstellbarer Multipolkomponenten (‘Hauptkomponente’) ausgelegt sind, wodurch eine höhere Flexibilität der Strahlführung erreicht wird (‘separated Function’)<sup>4</sup>.

### 3.2.1 Effektive Magnetlänge

Reale Magnete besitzen longitudinale Randfelder, über denen die Multipolkomponenten kontinuierlich abfallen. Um diese in einem sogenannten *Rechteckmodell* der longitudinalen Magnetfeldverteilung zu berücksichtigen, führt man eine effektive Magnetlänge  $l_{\text{eff}}(n)$  der Multipolkomponente  $n$  ein, indem das Integral über diese Multipolkomponente zu einer zwar sinnvollen, aber dennoch willkürlichen Bezugsgröße  $\underline{A}_n(I)$  der Dimensionalität  $\text{Tm}^{n-1}$  in Beziehung gesetzt wird:

$$l_{\text{eff}}(n) := \frac{1}{\underline{A}_n(I)} \int_0^\infty A_n(s) ds \quad (3.8)$$

Ohne eine explizite Angabe von  $n$  für die effektive Multipollänge soll im Folgenden immer die der Hauptkomponente eines Magneten gemeint sein. Eine gängige Abschätzung der effektiven Länge magnetisch freistehender Magnete, deren longitudinale Abmessung  $l_{\text{Joch}}$  groß gegen ihren Aperturradius  $r_A$  ist, lautet  $l_{\text{eff}} = l_{\text{Joch}} + r_A$ . Im Falle der Delta-Quadrupole mit  $r_A = 0.035$  m deckt sich dies gut mit den in Simulationsrechnungen verwendeten Werten von  $l_{\text{eff}} = 0.234$  m, bzw.  $l_{\text{eff}} = 0.434$  m für einen kurzen, bzw. langen Quadrupol (siehe Abschnitt 4.3). Interessiert man sich weniger für die lokale Dynamik der Strahlführung als für den integralen Effekt einer Magnetfeldkomponente auf den Strahl, so sind die über eine ausreichende Länge integrierten Multipolkomponenten bedeutsam. Die folgende Schreibweise soll die Notation vereinfachen:

$$\int_0^\infty A_n(s) ds =: \langle A_n \rangle l_{\text{eff}} \quad (3.9)$$

Die im Anhang B ausgeführten Magnetvermessungen resultieren unmittelbar in integrierten Multipolkomponenten. Die integrierten *Multipolstärken* erhält man dann entsprechend der Gleichung (3.7) durch Multiplikation mit dem Faktor  $e/p$ . In dieser Arbeit wird dieser Begriff aber auch synonym verwendet für die energieskalierte Größe der Einheit

$$\left[ \frac{e}{p} \langle A_n \rangle l_{\text{eff}} E \right] = (10^9 \text{J})^{-1} [c \langle A_n \rangle l_{\text{eff}}] = \text{m}^{n-1} \text{GeV}.$$

Integrale Dipolstärken von Korrektoren (siehe Abschnitt 4.5) werden meist mit dem Faktor 1000 skaliert und dann in den Einheiten mrad bzw. mrad GeV angegeben und in beiden Fällen ebenfalls als *Korrektorstärken* oder als Ablenkwinkel bezeichnet.

<sup>4</sup>Die Verwendung von Dipolkorrektoren auf Quadrupoljochen bedingt eine Sextupolkomponente im festen Verhältnis zur Dipolkomponente (siehe Abschnitt 4.5.3) und entspricht damit gewissermaßen ebenfalls dem ‘combined function’ Prinzip.

### 3.2.2 Normale Multipolkomponenten

Die transversale Ausdehnung der Polschuhe eines Magnetjochs zur Erzeugung eines Multipols  $n$  ist endlich, und so entstehen selbst unter einer optimierten Form der Polschuhe zusätzliche Multipolkomponenten. Dabei werden jene Multipole dominieren, deren Symmetrie der des Magnetjoches und damit der des Multipols  $n$  entsprechen. Dies sind alle ungeradzahigen Vielfache von  $n$ , also  $\{(2m+1)n|m \geq 0\}$ , die auch als *normale* Multipole zu  $n$  bezeichnet werden.

### 3.2.3 Rechteckmagnete und Kantenfokussierung

Die kostengünstige Verwendung von rechteckigen Dipoljochen in Speicherringen führt zu einem Winkel  $\pi/2 \pm \frac{e}{2p} \langle B_1 \rangle l_{\text{eff}}$  (Vorzeichen je nach Konvention), unter dem die Sollbahn in das Dipolfeld ein- bzw. austritt. In der Ebene normal zur Sollbahn entstehen somit höhere Multipole, in erster Näherung ein Quadrupolfeld<sup>5</sup> unter  $\alpha_2 = 2\alpha_1 + \pi$ . Für  $\alpha_1 \in \{0, \pi\}$  ergibt sich also  $\alpha_2 = \pi$ . Diese sogenannte *Kantenfokussierung* wirkt daher auf negativ geladene Teilchen horizontal defokussierend sowie vertikal fokussierend.

Ferner entstehen im Randfeld eines Dipolmagneten vor allem sättigungsbedingt auch normale Multipolkomponenten, dominant Sextupolfelder [50], vgl. auch Tabelle B.4.

## 3.3 Bewegungsgleichungen

Berücksichtigt man ausschließlich Multipole bis zur zweiten Ordnung, die unter den Winkeln  $\alpha_n \in \{0, \pi\}$  aufgestellt sind, treten Kräfte also mit maximal erster Potenz der Ablage auf, so spricht man von einem *linearen Modell* der Strahlführung. Vernachlässigt man zudem einen Geschwindigkeitsübertrag aus den transversalen Komponenten der Teilchengeschwindigkeit in ihre longitudinale, so entkoppeln die aus der Lorentzkraft (3.1) resultierenden Bewegungsgleichungen bereits weitgehend in horizontaler und vertikaler Richtung. Transformiert man diese in das Koordinatensystem des Sollteilchens entlang der Sollbahn  $s$ , so erhält man [51]<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{ds^2}x(s) - \left(1 + \frac{x}{R}\right) \frac{1}{R} &= \left(1 + \frac{x}{R}\right)^2 \frac{e}{p} [B_z(x)]_s \\ -\frac{d^2}{ds^2}z(s) &= \left(1 + \frac{x}{R}\right)^2 \frac{e}{p} [B_x(z)]_s \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dabei wurde die lokale Krümmung  $1/R = 1/R(s)$  der Sollbahn in horizontaler Richtung berücksichtigt. In dieser Form lässt sich eine mögliche Impulsabweichung  $\Delta p/p \ll 1$  der Teilchen<sup>7</sup> gegenüber dem Sollteilchen berücksichtigen, indem der reziproke Impuls in erster Ordnung entwickelt wird:

$$\frac{1}{p} \leftarrow \frac{1}{p} \left(1 - \frac{\Delta p}{p}\right)$$

Dies kann nun zusammen mit der polynomialen Zerlegung der Multipolstärken (3.7) bis zur zweiten Ordnung in (3.10) eingesetzt werden. Vernachlässigt man die auftretenden Produkte in  $x/R$  und  $z/R$  (was der Annahme entspricht, dass die Teilchenablagen in  $x$  und  $z$  klein gegen den

<sup>5</sup>Man stelle sich eine rechts- bzw. linksseitige Verstärkung zusammen mit einer Abschwächung des Dipolfeldes auf der gegenüberliegenden Seite vor.

<sup>6</sup>Dort mit einer z. T. abweichenden Vorzeichenkonvention, aber demselben Ergebnis

<sup>7</sup>Speicherringe haben üblicherweise eine Impulsakzeptanz von maximal wenigen Prozent.

Biegeradius der Sollbahn sind), so entkoppeln die Gleichungen (3.10) vollständig und können zu folgender Form vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{ds^2}x(s) + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s)\right)x(s) &= \frac{1}{R(s)}\frac{\Delta p}{p} \\ \frac{d^2}{ds^2}z(s) + k(s)z(s) &= 0\end{aligned}\quad (3.11)$$

Offensichtlich führt die Krümmung des Sollorbits zu einer horizontalen Fokussierung, welche im Gegensatz zur starken Fokussierung der Quadrupole auch *schwache Fokussierung* genannt wird. Diese wird jedoch horizontal unter Verwendung von Rechteckmagneten durch die oben beschriebene Kantenfokussierung als Beitrag zur Quadrupolstärke  $k(s)$  gerade kompensiert.

### 3.3.1 Lösungen der Bewegungsgleichungen

Da die nachfolgenden Ausführungen für die horizontale wie die vertikale Ebene – sofern nicht explizit anders erwähnt – gleichermaßen gültig sind, wird der Platzhalter  $\kappa \in \{x, z\}$  stellvertretend für die Ablage in beiden Ebenen eingeführt.

Die homogene Lösung der Bewegungsgleichungen (3.11) ist von der allgemeinen Form einer Schwingung, deren Amplitude und Phase ortsabhängig ist:

$$\kappa(s) = \sqrt{\epsilon_\kappa \beta_\kappa(s)} \cos[\phi_\kappa(s) + \phi_\kappa(0)] \quad (3.12)$$

Diese Lösung kann für ein einzelnes Teilchen sowie für das Ensemble im Ganzen interpretiert werden. Die Amplitude setzt sich aus dem Produkt der ortsunabhängigen *Emittanz*  $\epsilon_\kappa$  und der durch die Magnetstruktur, d.h. der Verteilung der Multipolstärken  $R(s)$  und  $k(s)$  entlang der Sollbahn bestimmten *Betafunktion*  $\beta_\kappa(s)$  positiver Definitheit zusammen<sup>8</sup>. Die Phase dieser sogenannten *Betatronschiwingung* ist eine Summe des durch die Magnetstruktur definierten Terms  $\phi_\kappa(s)$  und einer beliebigen Anfangsphase, die für inkohärente Einzelteilchen homogen über dem Intervall  $[0, 2\pi[$  verteilt ist. Für die kohärente Bewegung eines Ensembles wird diese Phase üblicherweise zu Null gesetzt:  $\phi_\kappa(0) = 0$ .

Wertet man den Ansatz (3.12) in der homogenen Bewegungsgleichung (3.11) aus, so erhält man für endliche Betafunktionen eine strenge Monotonie des ortsabhängigen Phasenterms:

$$\phi_\kappa(s) = \int_0^s \frac{ds'}{\beta_\kappa(s')} \quad (3.13)$$

Die Phasendifferenz der Betatronschiwingung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Positionen  $s$  wird daher auch *Phasenvorschub* genannt. Die Zahl der Schwingungen über einen Umlauf der geschlossenen Sollbahn der Länge  $L$  wird *Arbeitspunkt*  $Q_\kappa$  genannt:

$$Q_\kappa := \frac{\phi_\kappa(L)}{2\pi} \quad (3.14)$$

In Abschnitt 3.5.1 wird gezeigt, dass Einschränkungen für die Wahl des Arbeitspunktes erforderlich sind, wenn die Strahlführung möglichst insensitive gegen Multipolfehler sein soll.

Die Partikulärlösung der inhomogenen, horizontalen Bewegungsgleichung aus (3.11) wird *Dispersion*  $D_x(s)$  genannt und entspricht der Lösung zur Impulsabweichung<sup>9</sup>  $\Delta p/p = 1$ . Da die

<sup>8</sup>Zwar sind die angelegten Multipolfelder unabhängig von der betrachteten Ebene  $\kappa$ , sie wirken aber unterschiedlich in diesen Ebenen. Daher sind auch die ortsabhängigen Funktionen für beide Ebenen unterschiedlich.

<sup>9</sup>Weiterhin muss  $\Delta p/p \ll 1$  erfüllt sein, um die Gültigkeit der Gleichung (3.11) zu erhalten.

Bewegungsgleichung eine Differentialgleichung erster Ordnung ist, erhält man die horizontale Strahlablage durch Summation des Dispersionsanteils zur homogenen Lösung (3.12):

$$x(s) = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s)} \cos[\phi_x(s) + \phi_{x,0}] + \frac{\Delta p}{p} D_x(s) \quad (3.15)$$

Die ortsabhängigen Betafunktionen, Phasenvorschübe, Dispersion und daraus abgeleitete Größen werden zusammenfassend auch optische Funktionen der Strahlführung genannt. Darstellungen der Betafunktionen in beiden Ebenen und der horizontalen Dispersionsfunktion sind für die Standardoptik des Speicherrings Delta in Abbildung 4.2 dargestellt. Näheres dazu in Abschnitt 4.1.

## 3.4 Strahlenergie

### 3.4.1 Berechnung der Strahlenergie aus den Dipolfeldstärken

Die mittlere kinetische Energie<sup>10</sup>  $E = cp$  des Teilchenstrahls auf der Sollbahn wird durch das Magnetfeld  $B_1$  der Dipolmagneten und den daraus resultierenden Ablenkwinkel bestimmt, der entsprechend Gleichung (3.4) immer in einem geschlossenen Umlauf resultieren muss:

$$\frac{e}{p} \int_0^L B_1(s) ds = 2\pi$$

Der Speicherring Delta besitzt drei *Dipolfamilien*, d.h. in Reihe bestromte Magneten gleicher Bauform und ähnlichen optischen Funktionen an ihren Positionen. Die Dipolfamilien an Delta bestehen aus 16 Magneten zu je  $20^\circ$ , vier Magneten zu je  $7^\circ$  und ebenfalls vier Magneten zu je  $3^\circ$  Ablenkwinkel, vgl. Abschnitt 4.2. Die gegenüber ihrer identischen Apertur kürzere Bauform der Magnete der  $3^\circ$ - und  $7^\circ$ -Familien sowie ihre aufgrund geringerer Magnetfeldstärken reduzierten Sättigungskorrekturen erfordern eine individuelle Berechnung der aus ihren Bestromungen resultierenden Ablenkwinkeln entlang der Sollbahn  $\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}} := \int B_1 ds$ . Die Gesamtenergie als Funktion der Dipolfeldstärken ergibt sich dann wie folgt:

$$E = \frac{ec}{2\pi} \{ 16 [\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}}]_{20^\circ} + 4 [\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}}]_{7^\circ} + 4 [\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}}]_{3^\circ} \} \quad (3.16)$$

Die Produkte  $[\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}}]_\theta$  beziehen sich dabei auf die Werte der durch  $\theta$  spezifizierten Familie. Die in dieser Arbeit verwendeten Umrechnungen stützen sich jedoch auf Messdaten der integrierten Magnetfeldstärke  $\langle B_1 \rangle_l l_{\text{eff}}$  entlang einer *geraden* Linie durch den Magneten [50] (siehe auch Anhang B.5). Diese Größe muss zunächst auf die integrierte Stärke entlang der gekrümmten Sollbahn umgerechnet werden. Dazu verwende man die Beziehung (siehe Abbildung 3.2):

$$\langle B_1 \rangle_l l_{\text{eff}} = \langle B_1 \rangle_l 2R \sin \frac{\theta}{2} = \langle B_1 \rangle_l 2R \sin \left[ \frac{s_{\text{eff}}}{2R} \right] \quad (3.17)$$

Ferner kann man annehmen, dass der Biegeradius  $R$  über dem Magneten konstant bleibt und seinem Mittelwert entlang des Kreisbogens entspricht sowie auch die mittlere Magnetfeldstärke auf dem Kreisbogen der mittleren Stärke des vermessenen Magnetfeldes entlang seiner Sehne entspricht:

$$\frac{1}{R} \approx \left\langle \frac{1}{R} \right\rangle = \frac{e}{p} \langle B \rangle_s \approx \frac{e}{p} \langle B \rangle_l$$

<sup>10</sup>Eigentlich gilt  $E = cp/\beta$ , da  $\beta = v/c$  jedoch für eine Strahlenergie von 1.5 GeV bei 0.999 999 94 liegt, wird im folgenden vereinfacht  $\beta = 1$  angenommen.

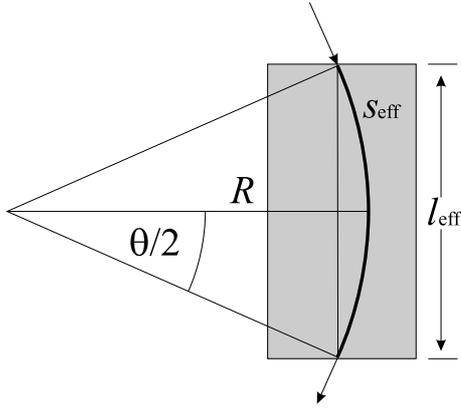


Abbildung 3.2: Geometrie der Strahlführung an einem rechteckigen Dipol: der vom Strahl durchlaufene Kreisbogen  $s_{\text{eff}}$  ist länger als die vermessene Sehne  $l_{\text{eff}}$ .

Fügt man diese Näherungen in Gleichung (3.17) ein, so erhält man schließlich

$$\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}} = 2 \frac{p}{e} \arcsin \left[ \frac{e}{2p} \langle B_1 \rangle_l l_{\text{eff}} \right] \quad (3.18)$$

Da der für die Strahlenergieberechnung nach Gleichung (3.16) benötigte Ausdruck  $\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}}$  nun seinerseits energieabhängig ist, wird die Strahlenergie iterativ bestimmt: Beginnend mit dem Startwert  $E_0$ , der aus Gleichung (3.16) unter der Ersetzung  $\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}} \leftarrow \langle B_1 \rangle_l l_{\text{eff}}$  gewonnen wird, wird sukzessive ein korrigierter Ausdruck für die Energie bestimmt, bis der Betrag der Korrektur  $|E_{m+1} - E_m|$  ein vorgegebenes  $\varepsilon$  unterschreitet:

$$E_{m+1} \leftarrow \frac{ec}{2\pi} \left\{ 16 (\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}})_{20^\circ} E_m + 4 (\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}})_{7^\circ} E_m + 4 (\langle B_1 \rangle_s s_{\text{eff}})_{3^\circ} E_m \right\} \quad (3.19)$$

Ausdrücke der Art  $(\cdot)_{E_m}$  sollen die Auswertung des eingeklammerten Terms für die Energie  $E_m$  bedeuten. Der so erhaltene Wert für die Strahlenergie wird im Folgenden auch als ‘Dipolenergie’ bezeichnet und definiert den Impuls  $p$  der partikulären Lösung in Gleichung (3.15).

Ein Ausdruck der Energieänderung infolge einer Bestromungsänderung  $\Delta I_\theta$  einer der drei Familien wird in erster Näherung durch numerische Differentiation nach der Stromänderung erhalten:

$$\frac{\Delta E(I_\theta)}{\Delta I_\theta} = \frac{E(I_\theta + \Delta I_\theta) - E(I_\theta - \Delta I_\theta)}{2\Delta I_\theta} \quad (3.20)$$

Bewegt sich der Strahl nicht auf der Sollbahn, so erfährt der Strahl eine Vielzahl weiterer Dipolfelder durch den transversal versetzten Durchtritt durch Multipolfelder der Ordnung  $n > 1$ . Zudem wird die Strahlage durch Dipolkorrektoren (siehe Abschnitt 4.5) gezielt verändert, also weitere Dipolmomente auf den Strahl ausgeübt. Zwar ist die integrale Stärke der letzteren durchaus berechenbar und in Form eines zusätzlichen Summanden in Gleichung (3.16) einbindbar, jedoch handelt es sich hier um Korrekturen maximal weniger 10 mrad, deren Einfluss im Rahmen der Genauigkeit der in (3.16) einfließenden Messgrößen vernachlässigbar ist. Ferner erscheint es sinnvoll anzunehmen, dass sich die Summe aller Dipolmomente außerhalb der dedizierten Dipolmagneten in etwa kompensiert.

### 3.4.2 Einfluss der Hochfrequenz (HF)

Um den durch die Synchrotronstrahlung erlittenen Energieverlust des Elektronenstrahls auszugleichen, befindet sich mindestens ein HF-Resonator (engl. *cavity*) in einem Speicherring, der

ein hochfrequentes, elektromagnetisches Wechselfeld resonant aufnehmen kann und eine stehende Welle des eingespeisten Feldes der Frequenz  $f_{\text{HF}}$  enthält (im folgenden ‘Hochfrequenz’ oder kurz ‘HF’ genannt). Die elektrische Feldkomponente verläuft dabei longitudinal zur Sollbahn. Ein energiestabiler Betrieb des Speicherrings stellt sich ein, wenn die Elektronen nach jedem Umlauf im Mittel auf dieselbe Phase  $\psi$  des Wechselfeldes stoßen, der mittlere Energieverlust  $\Delta E \propto E^4$  [51] je Umlauf also durch den Durchlauf der Potentialdifferenz  $U \sin \psi$  kompensiert wird. Dies ist nur dann möglich, wenn die mittlere Umlauffrequenz der Teilchen  $f_U$  gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Hochfrequenz ist:  $f_{\text{HF}} = N_h f_U$ . Die natürliche Zahl  $N_h$  wird *Harmonischenzahl* genannt. Folglich hält die Beziehung

$$L = N_h \frac{c}{f}, \quad (3.21)$$

Bei einem Umfang der Sollbahn des Speicherrings Delta von  $L = 115.2$  m beträgt die Umlauffrequenz etwa  $f_U = 2.6$  MHz, sodass für Delta mit einer Hochfrequenz von etwa  $f_{\text{HF}} = 499.8$  MHz  $N_h = 192$  folgt. Nach Gleichung (3.21) folgt  $\Delta f/f = -\Delta L/L$ . Somit bewirkt eine Änderung der Hochfrequenz  $f_{\text{HF}}$  auch eine Änderung der Umlauflänge und damit im Allgemeinen (s. u.) auch der Umlaufdauer der Elektronen. Dadurch ändert sich die Phase  $\psi$ , mit der die Elektronen in das Wechselfeld eintreten, wodurch sich die Energiebilanz zugunsten einer neuen mittleren Strahlenergie verschiebt. Die so induzierte Impulsänderung  $\Delta p$  dominiert die resultierende Orbitänderung fern optischer Resonanzen, und geht als dispersiver Term linear in Gleichung (3.15) ein.

Der Weglängenunterschied eines Teilchens auf einer horizontal von der Sollbahn abweichenden Bahn  $x(s)$  zu dem eines Teilchens auf der Sollbahn wird durch Beträge aus jenen Bereichen der Sollbahn dominiert, deren (horizontale) Krümmung  $|R(s)|^{-1}$  ungleich Null ist:

$$dL = \frac{\Delta x(s)}{|R(s)|} ds \quad (3.22)$$

Für ein Teilchen der relativen Energieabweichung  $\Delta p/p$  auf der Dispersionsbahn  $x(s) = \frac{\Delta p}{p} D_x(s)$  ergibt sich daher eine Weglängenänderung über den gesamten Speicherring von

$$\Delta L = \frac{\Delta p}{p} \int_0^L \frac{D_x(s)}{|R(s)|} ds \quad (3.23)$$

Man definiert den *Momentum-Compaction-Factor*  $\alpha_c$  als Verhältnis der relativen Weglängenänderung zu einer relativen Impulsabweichung vom Sollimpuls:

$$\alpha_c = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{D_x(s)}{|R(s)|} ds \quad (3.24)$$

Zusammen mit Gleichung (3.21) und der Näherung  $E \approx cp$  ergibt sich schließlich:

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta E}{E} = -\frac{1}{\alpha_c} \frac{\Delta f}{f} \quad (3.25)$$

Um den Einfluss einer gegebenen Hochfrequenz  $f_{\text{HF}}$  auf die Strahlenergie zu bestimmen, ist es erforderlich, eine Bezugsreferenz  $f_0$  festzulegen, sodass die Strahlenergie unter gegebener Sollenergie  $E$  keinen dispersiven Anteil enthält. Dann kann die tatsächliche Strahlenergie gemäß

$$E_{\text{total}} = E \left( 1 - \frac{1}{\alpha_c} \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (3.26)$$

abgeschätzt werden. Ansätze zur Bestimmung von  $f_0$  werden in den Abschnitten 9.4.1 und 9.4.2 vorgestellt.

Der Vollständigkeit halber sei noch angeführt, dass ein energiestabiler Betrieb nur durch einen phasenstabilen Betrieb möglich ist, also Teilchen mit einer zu hohen Energie im Durchlauf des HF-Resonators entsprechend weniger Energie nachgeführt bekommen und umgekehrt (sog. *Phasenfokussierung*). Für hochrelativistische Speicherringe ( $\gamma > \alpha_c^{-1/2}$ ) ist dies erfüllt, solange nur  $\pi/2 < \psi < 3\pi/2$  erfüllt ist. Die mittlere Periodendauer einer Phasenraumschwingung ist die der *Synchrotronfrequenz*  $f_{\text{syn}}$ . Das Verhältnis der Synchrotronfrequenz zur Umlauffrequenz bezeichnet man als longitudinalen Arbeitspunkt  $Q_s := f_{\text{syn}}/f_U$ , und liegt üblicherweise in der Größenordnung  $10^{-3}$  bis  $10^{-2}$  ( $\approx 5 \times 10^{-3}$  für Delta mit einer gemessenen Synchrotronfrequenz von etwa 14 kHz bei 1.5 GeV und eingeschaltetem SAW).

### 3.5 Orbitstörungen

In diesem Abschnitt wird der Einfluss von Störfeldern auf die Lösungen der Strahlage (3.12) und (3.15) untersucht. Da die Differentialgleichungen (3.11) linear sind, können weitere Lösungen (Störorbits) als Strahlageänderungen zu einer existenten Lösung superponiert werden. Häufige Quellen eines Störorbits sind in erster Ordnung zusätzliche Dipolkomponenten am Strahl, die neben zahlreichen Ursachen fehlerhafter Natur auch jene umfassen, die durch Korrektormagnete (siehe Abschnitt 4.5) erzeugt werden. In zweiter Ordnung entsteht ein Störorbit durch eine Änderung der Fokussierstärke eines Quadrupols, wenn der Strahl diesen Quadrupol transversal versetzt durchläuft. Die Folgen beider Varianten sollen im Folgenden vorgestellt werden. Dazu wird ohne Herleitung auf einen Matrixformalismus [51] zurückgegriffen, der es ermöglicht, eine Strahlageänderung  $\kappa_j \equiv \kappa(s_j)$  unter dem Winkel  $\kappa'_j$  zur Sollbahn an der Position  $s_j$  durch eine gegebene, lineare Magnetstruktur einer Transportstrecke auf Basis der Bewegungsgleichungen (3.11) an die Position  $s_i$  zu transformieren:

$$\begin{pmatrix} \kappa_i \\ \kappa'_i \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{j \rightarrow i} \begin{pmatrix} \kappa_j \\ \kappa'_j \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Unter Kenntnis der Betafunktionen  $\beta_l \equiv \beta(s_l)$  zu Beginn ( $l = j$ ) und Ende ( $l = i$ ) der Transportstrecke, ihrer Ableitungen bezüglich  $s$

$$\alpha_l \equiv \alpha(s_l) := -\frac{1}{2} \left. \frac{d\beta(s)}{ds} \right|_{s_l}$$

sowie des Phasenvorschubs<sup>11</sup>

$$\Delta\phi := \phi(s_i) - \phi(s_j) + 2\pi Q_\kappa \Theta(\phi(s_j) - \phi(s_i)) \quad (3.28)$$

nimmt die sogenannte *Transfermatrix*  $\mathbf{M}$  folgende Form an [51]:

$$\mathbf{M}^{s_j \rightarrow s_i} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_i}{\beta_j}} (\cos \Delta\phi + \alpha_j \sin \Delta\phi) & \sqrt{\beta_j \beta_i} \sin \Delta\phi \\ \frac{(\alpha_j - \alpha_i) \cos \Delta\phi - (1 + \alpha_j \alpha_i) \sin \Delta\phi}{\sqrt{\beta_j \beta_i}} & \sqrt{\frac{\beta_j}{\beta_i}} (\cos \Delta\phi - \alpha_i \sin \Delta\phi) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, dass Gleichung (3.27) nur dann eine nichttriviale Lösung haben kann, wenn an einer beliebigen Position ein Phasensprung um den fraktionalen Teil des Arbeitspunktes  $2\pi Q_\kappa$  stattfindet. Die Transformationsmatrix (3.29) setzt voraus, dass die Position des Phasensprunges *außerhalb* der offenen Strecke von  $s_j$  nach  $s_i$  liegt.

<sup>11</sup>Es gilt für die Stufenfunktion  $\Theta(x) = 1$ , falls  $x \geq 1$ , Null sonst.

Entspricht die Transportstrecke einer geschlossenen Ringstruktur mit  $\Delta\phi = 2\pi Q_\kappa$ , sodass der an einem Punkt  $s_j$  generierte Störorbit nach Transformation durch den Ring erneut seiner Störquelle unterworfen ist, kann es eine *stabile* Lösung nur dann geben, wenn die zugehörige Transportmatrix

$$\mathbf{M}^{s_j \rightarrow (s_j+L)} = \begin{pmatrix} \cos 2\pi Q_\kappa + \alpha_j \sin 2\pi Q_\kappa & \beta_j \sin 2\pi Q_\kappa \\ -\frac{1}{\beta_j} (1 + \alpha_j^2) \sin 2\pi Q_\kappa & \cos 2\pi Q_\kappa - \alpha_j \sin 2\pi Q_\kappa \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

komplexe Eigenwerte  $\lambda \neq 1 \in \mathbb{R}$  besitzt. Andernfalls würde sich der Effekt einer noch so kleinen Dipolstörung mit jedem Umlauf phasengleich aufaddieren und die Lösung divergieren. Die Eigenwerte der Matrix aus Gleichung (3.30) sind gerade  $\lambda = \cos 2\pi Q_\kappa \pm i \sin 2\pi Q_\kappa$  ( $i$  stellt hier die imaginäre Einheit dar), weshalb der Arbeitspunkt  $Q$  keine ganze Zahl sein darf. Analog können optische Resonanzen höherer Ordnung abgelesen werden: Für einen rationalen Arbeitspunkt  $Q_\kappa = m/n$  mit natürlichen Zahlen  $m, n$  durchläuft der Strahl jede Multipolkomponente periodisch mit dem Phasenvorschub  $2\pi/n$ . Verhält sich die Multipolkomponente selbst mit der gleichen räumlichen Periodizität  $n$ , wird sich auch hier jede Störung der Ablage aufschaukeln. Da selbst in einem ideal justierten Speicherring kein Teilchen mit der Schwingungsamplitude (entsprechend seiner Emittanz) Null umlaufen wird, erlauben Arbeitspunkte bis zu  $n = 3$  (entsprechend den Sextupolfeldkomponenten) keinen stabilen Betrieb.

Unter Berücksichtigung einer nie ganz auszuschließenden Kopplung der transversalen Bewegungen in horizontaler und vertikaler Richtung (z. B. durch höhere Multipolkomponenten  $n > 2$  oder – meist fehlerhaften – Magnetorientierungen unter  $\alpha_n \notin \{0, \pi\}$ ), wie aber auch in longitudinaler Richtung durch sogenannte *Synchro-Betatronschwingungen*, sollten alle Kombinationen  $aQ_x + bQ_z + cQ_s = dN_S$  mit kleinen natürlichen Zahlen  $a, b, c$  und  $d$  sowie der optischen Periodizität  $N_S$  des Speicherrings gemieden werden. Diese Bereiche stellen dabei keineswegs Nullmengen im Arbeitspunktraum dar, sondern werden von sog. *Stoppbändern* endlicher Breite umgeben. Da der longitudinale Arbeitspunkt meist sehr klein ist (siehe Abschnitt 3.4.2), betrachtet man meist nur die transversalen Terme und bezeichnet mit  $|a| + |b|$  die Ordnung einer solchen *Betatronresonanz*. Mit erhöhter Periodizität  $N_S$  des Speicherringes nimmt die Dichte dieser Resonanzen ab – mithin wird der Betrieb weniger anfällig gegen Störfelder.

### 3.5.1 Dipolstörungen

Soll an der Stelle  $s_j$  eine Änderung des Winkels  $\kappa'_j$  um  $\theta_j \equiv \Delta\kappa'$  erfolgen, so muss die folgende Bedingung erfüllt sein

$$\begin{pmatrix} \kappa_j \\ \kappa'_j - \theta_j \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{s_j \rightarrow (s_j+L)} \begin{pmatrix} \kappa_j \\ \kappa'_j \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.30) ergibt sich dann durch Auflösen des Gleichungssystems:

$$\begin{pmatrix} \kappa_j \\ \kappa'_j \end{pmatrix} = \frac{\theta_j}{2} \begin{pmatrix} \frac{\beta_j}{\tan \pi Q_\kappa} \\ 1 - \frac{\alpha_j}{\tan \pi Q_\kappa} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Verwendet man die so gewonnene Ablage und ihren Winkel an der Position  $s_j$  und transformiert diese mit der Transfermatrix (3.29) an die Position  $s_i$ , so erhält man unter Verwendung des Phasenvorschubs gemäß Definition (3.28) die durch die Dipolstörung  $\theta_j$  erzeugte Strahlablage

über den gesamten Speicherring:

$$\kappa(s_i) = \theta_j \sqrt{\beta(s_j)\beta(s_i)} \frac{\cos \Delta\phi}{2 \sin \pi Q_\kappa} \quad (3.33)$$

Wichtig ist die Beobachtung, dass die produzierte Strahlablage  $\kappa(s_i)$  proportional zur Dipolstörung  $\theta_j$  und zur Wurzel der Betafunktion am Ort der Dipolstörung ist. Letzteres ist ein wichtiges Argument zur Wahl der Einbauorte der Dipolkorrektoren (siehe Abschnitt 4.5). Ferner ist der Einfluss der Dipolstörung im Bereich eines halbzahligen Arbeitspunktes minimal, während die induzierten Ablageänderungen in der Nähe eines ganzzahligen Arbeitspunktes – entsprechend obiger Ausführungen zu optischen Resonanzen – divergent sind.

Die Winkeländerung der Strahlage an der Position  $s_j$  korrespondiert mit dem erforderlichen Sprung des Phasenvorschubs um den fraktionalen Teil des Arbeitspunktes  $2\pi Q_\kappa$  an der Stelle  $s_j$ . Abbildung 3.3 zeigt die mittels MAD [52] berechneten Betatronschwingungen am Speicherring Delta infolge einer Dipolstörung in beiden Ebenen.

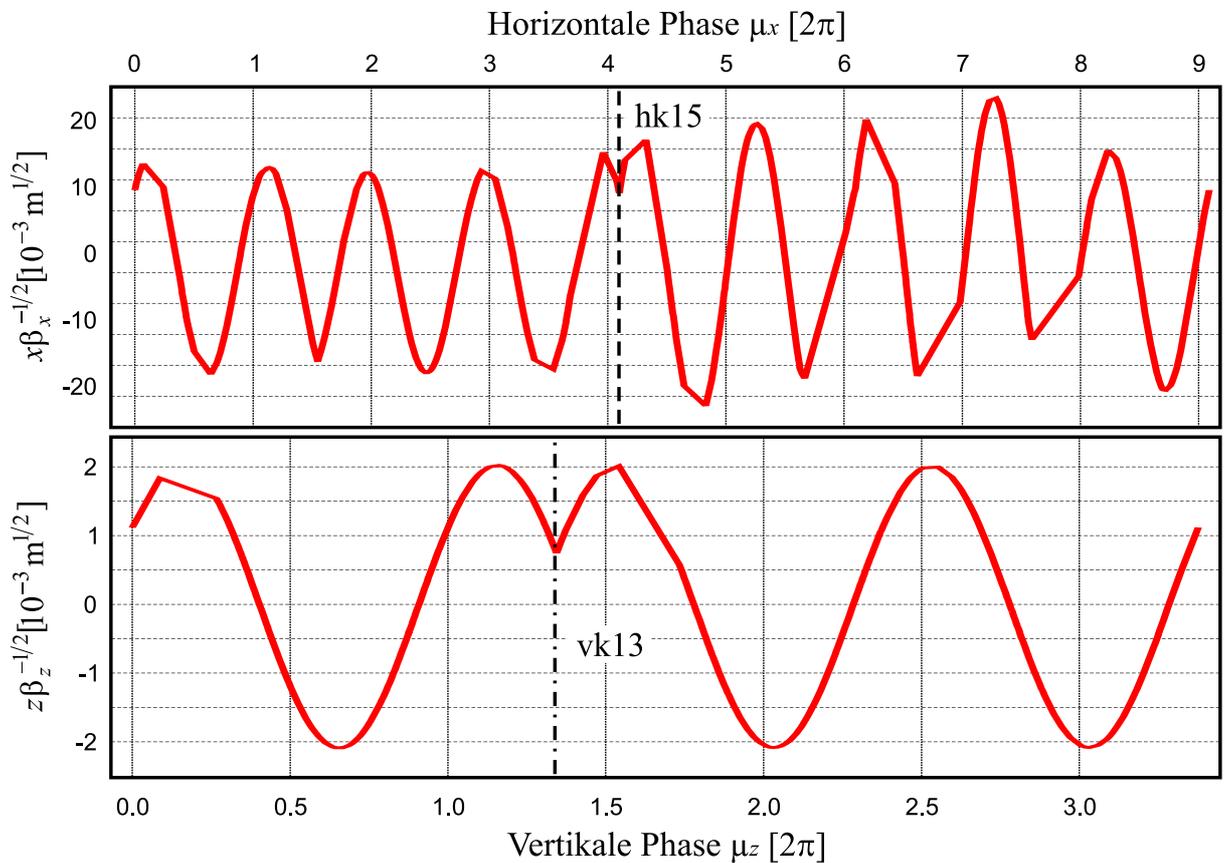


Abbildung 3.3: Auf Basis eines Modells der Standardoptik del-008 berechnete Betatronschwingungen am Speicherring Delta als Folge einer Dipolstörung von  $\theta = 1$  mrad durch den horizontalen Korrektor hk15 (oben) und den vertikalen Korrektor vk13 (unten). Zur Beschreibung und Nomenklatur der Korrektoren siehe Abschnitt 4.5. Aufgetragen ist die mit  $\beta^{-1/2}$  skalierte Änderung der Strahlage gegenüber dem Phasenvorschub in der jeweiligen Ebene. Deutlich erkennbar ist der Phasensprung an der Position der Störung um den fraktionalen Teil des Arbeitspunktes (hier:  $2\pi \times 0.247$  horizontal bzw.  $2\pi \times 0.254$  vertikal). Die Kanten in den Graphen entstehen durch die niedrige Betafunktion im Bereich von Diftstrecken mit wenigen Stützpunkten des Modells. Vergleiche diese Darstellung auch mit jener durch die Strahlpositionsmonitore in Abbildung 4.13.

### 3.5.2 Quadrupolstörungen

Wird ein Quadrupol transversal zur Sollbahn in Richtung  $-\varphi_0$  um  $\Delta r$  versetzt, so führt dies zu einer zusätzlichen Dipolkomponente  $A_1 = |A_2 \Delta r| e^{i2\varphi_0 - \alpha_2}$  am Sollorbit, entsprechend der Feldstärke des Quadrupols an dieser Stelle. Die Auswirkung auf die Strahlführung kann dann nach Projektion des Feldes auf die transversalen Richtungen  $x$  und  $z$  gemäß Gleichung (3.33) berechnet werden.

Eine Änderung der Quadrupolstärke  $k = \frac{\epsilon}{p} B_2$  um  $\Delta k$  an der Position  $s_j$  führt zu einer Änderung der optischen Funktionen, insbesondere der Betafunktionen an den Positionen  $s_i$  entlang des Speicherrings. Für einen Quadrupol, der durch eine dünne Linse der Länge  $ds$  approximiert werden darf, lässt sich die Änderung der Betafunktion  $d\beta_\kappa$  an der Position  $s_i$  durch

$$d\beta_\kappa(s_i) = \pm \Delta k \frac{\beta_\kappa(s_i) \beta_\kappa(s_j)}{2 \sin 2\pi Q_\kappa} \cos [2(\phi_\kappa(s_j) - \phi_\kappa(s_i)) - 2\pi Q_\kappa] ds \quad (3.34)$$

approximieren [49]. Dabei gilt das obere Vorzeichen für  $\kappa = x$  und das untere für  $\kappa = z$ . Man erkennt das überproportionale Wachstum der Betafunktionen im Bereich halbzahliger Arbeitspunkte  $Q_\kappa = n/2$ . Nimmt man den Integranden in Gleichung (3.34) über die Länge  $l_{\text{eff}}$  des Quadrupols als konstant an, so kann man durch Integration der Gleichung (3.34) die Änderung der Betafunktion am Ort der Änderung der Quadrupolstärke selbst abschätzen ( $\phi_\kappa(s_j) - \phi_\kappa(s_i) = 0$ ):

$$\frac{\Delta \beta_\kappa(s_j)}{\beta_\kappa(s_j)} = \pm \frac{\beta_\kappa(s_j)}{2 \tan 2\pi Q_\kappa} \Delta k l_{\text{eff}} \quad (3.35)$$

Über Gleichung (3.33) kann man so die Lageänderung und ferner die Änderung jenes Winkels  $\theta(s_j) = \kappa(s_j) k l_{\text{eff}}$  bestimmen, die der Strahl am veränderten Quadrupol erfährt. Um eine handliche Form des resultierenden Ausdrucks zu gewinnen, bietet es sich an, zunächst die Wurzel der Betafunktion  $\beta(s_j)$  in Gleichung (3.33) für kleine Relativänderungen der Betafunktion  $\beta = \beta_\kappa(s_i)$  zu entwickeln<sup>12</sup>:

$$\sqrt{\beta} \leftarrow \sqrt{\beta \left(1 + \frac{\Delta \beta}{\beta}\right)} \approx \sqrt{\beta} \left(1 + \frac{\Delta \beta}{2\beta}\right)$$

Somit ergibt sich mit der ungestörten Ablage  $\kappa(s_j)$  die folgende Beziehung für die Winkeländerung des Strahls am um  $\Delta k$  veränderten Quadrupol:

$$\theta(s_j) = \kappa(s_j) \left(1 + \frac{\Delta \beta_\kappa(s_j)}{2\beta_\kappa(s_j)}\right) k l_{\text{eff}} \quad (3.36)$$

Die Änderung  $\Delta \theta$  der Winkeländerung  $\theta$ , die gegenüber der unveränderten Fokussierstärke am Quadrupol erzeugt wird, beträgt daher

$$\Delta \theta(s_j) = \pm \kappa(s_j) \left( \Delta k + (k + \Delta k) \frac{\Delta \beta_\kappa(s_j)}{2\beta_\kappa(s_j)} \right) l_{\text{eff}}$$

bzw. unter Verwendung von Gleichung (3.35):

$$\Delta \theta(s_j) = \pm \kappa(s_j) \Delta k l_{\text{eff}} \left( 1 \pm \frac{\beta_\kappa(s_j) (k + \Delta k) l_{\text{eff}}}{4 \tan 2\pi Q_\kappa} \right) \quad (3.37)$$

<sup>12</sup>Eine Bedingung, die erfüllt ist, sofern  $\Delta k \ll 1/\beta_\kappa(s_j) l_{\text{eff}}$  und der Arbeitspunkt hinreichend weit von einer halbzahligen Resonanz entfernt ist.

Häufig wird nur der erste Term berücksichtigt, also die Lageänderung des Strahls im in der Stärke veränderten Quadrupol vernachlässigt (siehe z. B. [53]). In Abhängigkeit der Parameter kann dies jedoch nicht immer gerechtfertigt werden; vergleiche auch mit der Diskussion in Abschnitt 9.6 der auf diesem Ansatz basierenden Monitorkalibration (Abschnitt 4.7.3.1).

### 3.5.3 Einfluss der Dipolfeldstärken auf die Strahlageänderung

Eine Änderung der Dipolfeldstärken führt nach Gleichung (3.16) zu einer Änderung der Strahlenergie  $E$  und damit zu einer Änderung des mittleren Teilchenimpulses  $p$ . Unter einer bestehenden Impulsabweichung  $\Delta p/p \neq 0$  führt eine Änderung der Strahlenergie daher zunächst zu einer Änderung des dispersiven Orbitanteils in Gleichung (3.15).

Aufgrund ihrer reziproken Abhängigkeit von der Strahlenergie führt eine Änderung derselben aber auch zu einer umgekehrt proportionalen Änderung der Multipolstärken, mithin der Amplituden dipolinduzierter Orbitstörungen in beiden Ebenen. Dies gilt auch für jene Störungen, die durch einen transversal versetzten Strahlweg durch höhere Multipolkomponenten entstehen. Die energieabhängige Änderung der Quadrupolstärken führt überdies zu einer Änderung der Optik in beiden Ebenen und damit unter einem Orbit, der nicht der Sollbahn entspricht, zu einer zusätzlichen, nichtlinearen Änderung der Strahlage.

Der anteilige Einfluss der Feldänderung einer Dipolfamilie auf die Strahlenergie wird in Gleichung (3.20) erfasst. Um zu verstehen, wie groß die Änderung des Ablenkwinkels in einem Dipolfeld in Abhängigkeit der Feldänderung ausfällt, betrachte man eine Menge unabhängiger Dipolfelder  $B_1^i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , die jeweils über eine Länge  $S_i$  über den Umfang des Speicherrings verteilt seien. Am Beispiel des Speicherrings Delta sind dies im wesentlichen die Felder der drei Dipolfamilien, sodass  $(B_1^i S_i) = N \times [\langle B_1^i \rangle s_{i,\text{eff}}]_\theta$  mit  $N = 16, 4, 4$  für  $\theta = 20^\circ, 7^\circ, 3^\circ$ , respektive. Gemäß der Gleichungen (3.4) und (3.16) beträgt der gesamte Ablenkwinkel  $\Theta_j$  jedes dieser integrierten Felder

$$\Theta_j = \frac{S_j}{R_j} = \frac{ec}{E} B_1^j S_j = 2\pi \frac{B_1^j S_j}{\sum_{i=1}^n B_1^i S_i}. \quad (3.38)$$

Für eine einzige Dipolfamilie ( $n = 1$ ) ergibt sich erwartungsgemäß ein konstanter Ablenkwinkel von  $2\pi$ , unabhängig von der eingestellten Feldstärke  $B_1^{i=1}$ . Das Feld eines Dipolkorrektors  $j$ , dessen Anteil zum Gesamtdipolfeld im Nenner der Gleichung (3.38) und damit zur Energie des Strahles vernachlässigbar ist ( $E = \text{const.}$ ), erzeugt jedoch einen Ablenkwinkel  $\Theta_j = \frac{ec}{E} \langle B_1^j \rangle s_{j,\text{eff}}$  proportional zur integrierten Dipolfeldstärke.

Für die drei Dipolfamilien in Delta bedeutet dies, dass z. B. eine Fehlbestromung der  $3^\circ$ -Familie wenig Einfluss auf die Strahlenergie hat. Vielmehr wird eine zur Fehlbestromung proportionale Ablenkung in allen Magneten der Familie erzeugt. Hingegen bestimmt die  $20^\circ$ -Familie weitgehend allein die Strahlenergie, sodass bereits kleine Bestromungsfehler dieser Familie zu einer Änderung der Strahlenergie führen, ohne den Ablenkwinkel in den Dipolen dieser Familie signifikant zu verändern.

Um die oben aufgeführten Nichtlinearitäten der Orbitänderungen aufgrund einer Änderung der Strahlenergie im Rahmen eines linearen Modells der Orbitkorrektur zu kompensieren, sollten Bestromungsänderungen an den Dipolfamilien ausschließlich unter Erhalt der Strahlenergie erfolgen. Dazu mehr in den Abschnitten der Lösungsrestriktionen in 7.3, der Implementierung in 8.1.9 und der Ergebnisse in 9.4.2.

### 3.6 Ursachen der Orbitstörungen

Die Ursachen einer Orbitabweichung von der Sollbahn lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- a) Dipolkomponenten, deren Biegeradien nicht denen der Sollbahn entsprechen. Diese treten in (fehl-)bestromten Dipolmagneten, aber auch konstruktions- oder sättigungsbedingt in Magneten höherer Multipolordnung  $n \geq 2$  auf.

Transversal fehlaufgestellte Magneten der Ordnung  $n \geq 2$  erzeugen zusätzliche Multipolkomponenten  $m < n$  auf der Sollbahn; mithin also auch Dipolkomponenten der Ordnung  $m = 1$ . Unzureichend abgegliche Wiggler oder Undulatoren haben ein remanentes Dipolfeld  $\int B_1 ds \neq 0$ , welches gleichermaßen zu einer Orbitstörung führt.

- b) Wird die Weglänge des Strahls *lokal* verändert, so führt eine konstante Hochfrequenz dazu, dass die Gesamtweglänge erhalten bleibt und der Strahl auf einem Dispersionsorbit mit der einhergehenden Energieänderung gemäß des Momentum-Compaction-Faktors geführt wird. Eine lokale Weglängenänderung fällt nach Gleichung (3.22) umso deutlicher aus, je größer die Ablageänderungen in den Dipolen sind. Thermisch induzierte Aufstellungsänderungen der sollbahndefinierenden Quadrupolzentren, auch aufgrund einer jahreszeitlich bedingten Verformung des Hallenbodens, können die erforderliche Umlauflänge bis in den Bereich weniger mm pro Jahr verändern [54].
- c) Fehlmessungen der Orbitablagen wie sie aus einer fehlerhaften Kalibration der dafür verwendeten Strahllagemonitore resultieren (siehe Abschnitt 4.7.3) täuschen eine statische Abweichung des Orbits von der tatsächlichen Bahn vor. Üblicherweise bleiben solche Fehlkalibrationen auf Zeiten, die lang gegenüber typischen Betriebsdauern sind, unverändert<sup>13</sup>.

Von der Designoptik abweichende Multipolkomponenten  $n \geq 2$  sowie eine fehlangepasste Dipolenergie tragen nur mittelbar zu einer Orbitänderung bei, da diese die optischen Funktionen und mithin die Auswirkungen bereits vorhandener Störungen verändern.

---

<sup>13</sup>Es kann hingegen durchaus vorkommen, dass eine unzureichende Abschirmung oder eine sonstige Fehlfunktion der lageauswertenden Elektronik zu einer zeitlich abhängigen Fehlauswertung der Strahllagesignale führt. Diese Informationen sollten von der Auswertung der Strahllage ausgeschlossen werden.

# Kapitel 4

## Elemente der Strahlführung

### 4.1 Magnetstruktur und Optik des Speicherrings

Die Magnetstruktur des Speicherrings Delta wurde unter den Gesichtspunkten entwickelt, Optiken kleiner Emittanzen zu ermöglichen und gleichzeitig Freiräume für Insertion Devices zu belassen. Unter den baulichen Randbedingungen wurde für den östlichen und westlichen Bogen des Speicherrings eine Triplet-Struktur aus je acht Zellen gewählt, welche jeweils drei Quadrupole alternierender Fokussierung zwischen zwei Dipolmagneten mit einem Ablenkwinkel von je  $20^\circ$  vorsieht [55].

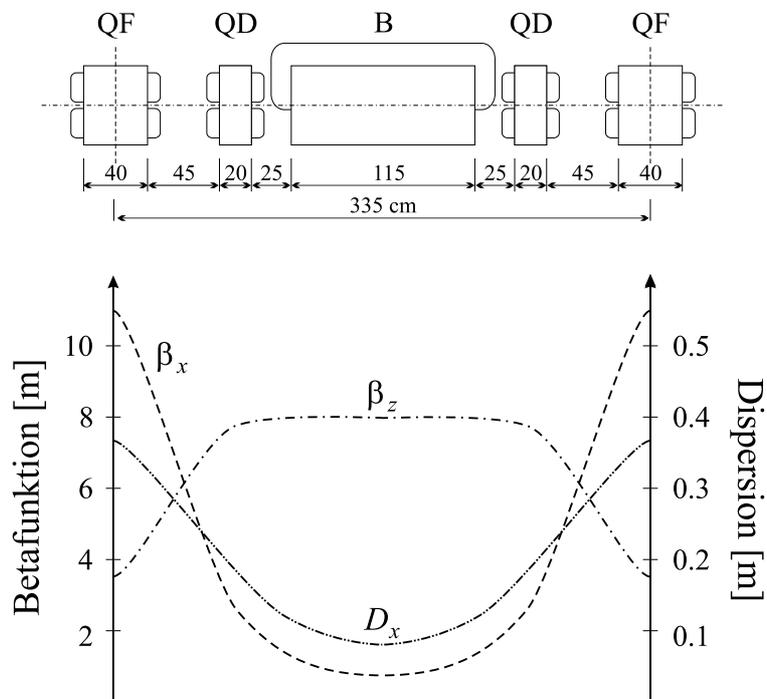


Abbildung 4.1: Triplet-Zelle im ursprünglichen Design mit schematischem Verlauf der optischen Funktionen nach [55]. Die tatsächlichen Magnetabstände wurden später zum Teil variiert, um Platz für Kickermagneten und Diagnoseelemente zu schaffen.

Die Optik dieser Struktur sieht horizontal ein lokales Maximum der Betafunktion und der Dispersion in dem mittleren Quadrupol horizontaler Fokussierung (QF) vor, während die vertikale Betafunktion im Bereich des Dipolmagneten (B) zwischen den vertikal fokussierenden Quadrupolen (QD) lokal maximal wird; siehe Abbildung 4.1.

Die nördliche und südliche Gerade des Speicherringes enthalten Einbaustrecken für bis zu je drei Insertion Devices, die jeweils durch  $3^\circ$ -Dipolmagneten voneinander getrennt sind und über  $7^\circ$ -Dipolmagnete Anschluss an die Bögen finden. Die Strahloptik wurde im nördlichen Bereich auf eine dispersionsfreie Strecke am zentralen Einbauort des elektromagnetischen Undulators U250 ausgelegt, um die erforderlichen Stromdichten für das dort aufgebaute FEL-Experiment zu ermöglichen. Für die südlichen Strecken des Speicherrings wurde die Optik hingegen so angepasst, dass die vertikale Betafunktion über die Einbaulänge des SAW minimiert wird, da dieser die vertikale Apertur der Vakuumkammer auf 10 mm lichte Höhe reduziert [56]. Die Übergänge zwischen der Strahloptik der Tripletzellen in den Bögen und den abweichenden Ansprüchen im Norden wie im Süden werden durch je  $2 \times 7$  Quadrupole der sogenannten ‘matching sections’ geschaffen. Zusätzlich wird die Strahloptik im Süden durch  $2 \times 2$  weitere Quadrupole an die Anforderungen des SAW angepasst. Eine Übersicht der Magnetstruktur bietet Abbildung 1.1 der Einleitung.

In der standardmäßig umgesetzten Strahloptik, die auf der del-008-Optik aufbaut, werden die Quadrupole der südlichen Geraden anders bestromt als die der nördlichen, sodass die Möglichkeit einer optischen Symmetrie der vier Quadranten auf eine Ost-West-Symmetrie reduziert wird. Die vertikale Kantenfokussierung des bestromten SAW bricht auch diese Symmetrie in der vertikalen Ebene. Gemäß den Ausführungen zu optischen Resonanzen in Abhängigkeit optischer Symmetrien (Seite 30) kann es daher hilfreich sein, den SAW auszuschalten, sobald Messungen mit erhöhten Anforderungen an die Strahlstabilität durchgeführt werden sollen.

Abbildung 4.2 stellt den Verlauf der optischen Funktionen dar, wie sie sich aus einem genäherten Modell<sup>1</sup> der Standardoptik mit einem ‘100 % asymmetrisch’ betriebenen SAW ergeben. Die longitudinale Koordinate  $s$  (vgl. Abschnitt 3) beginnt bei Delta konventionsgemäß im westlichen Symmetriepunkt mit  $s = 0$  m und propagiert im Uhrzeigersinn strahlabwärts um den Ring, bis der gemeinsame Start- wie Endpunkt bei  $s = 115.2$  m erreicht ist.

## 4.2 Dipole

Die  $20^\circ$ -Dipole der Triplets in den Bögen des Speicherrings haben eine Jochlänge von 115.0 cm mit jeweils 64 Windungen. Die  $7^\circ$ - und  $3^\circ$ -Dipole haben eine Jochlänge von 52.5 cm und ebenfalls 64 Windungen. Die  $20^\circ$ -Dipole werden von einem gemeinsamen Netzgerät mit Strömen bis maximal 995 A (977 A im 1.5 GeV-Betrieb) in Reihe gespeist. Außerdem werden von diesem Stromkreis je 32 Windungen der vier  $7^\circ$ -Dipole versorgt, der in diesen jeweils eine Strahlablenkung von etwa  $5^\circ$  erzeugt. Ein davon unabhängiges Netzgerät speist die verbleibenden 32 Windungen mit maximal 500 A (315 A bei 1.5 GeV), sodass die Gesamtablenkung bei einem effektiven Strom von etwa 646 A bei 1.5 GeV jeweils  $7^\circ$  beträgt. Ein drittes Netzgerät versorgt die  $3^\circ$  Dipole mit maximal 500 A (275 A bei 1.5 GeV) proprietär. Die Dipolnetzgeräte werden über einen 16 Bit DAC mit einer Genauigkeit von etwa 15 mA ( $20^\circ$  Dipolnetzgerät) und 7.5 mA ( $7^\circ$  und  $3^\circ$  Dipolnetzgeräte) angesteuert. Die in dieser Arbeit verwendeten Daten für die Umrechnung der Magnetströme in Magnetfelder sind in Anhang B.5 zusammengestellt.

<sup>1</sup>Die vermessenen Parameter der auf Basis der del-008-Optik empirisch eingestellten Optik des Speicherringes entsprechen der theoretischen Vorhersage nur näherungsweise.

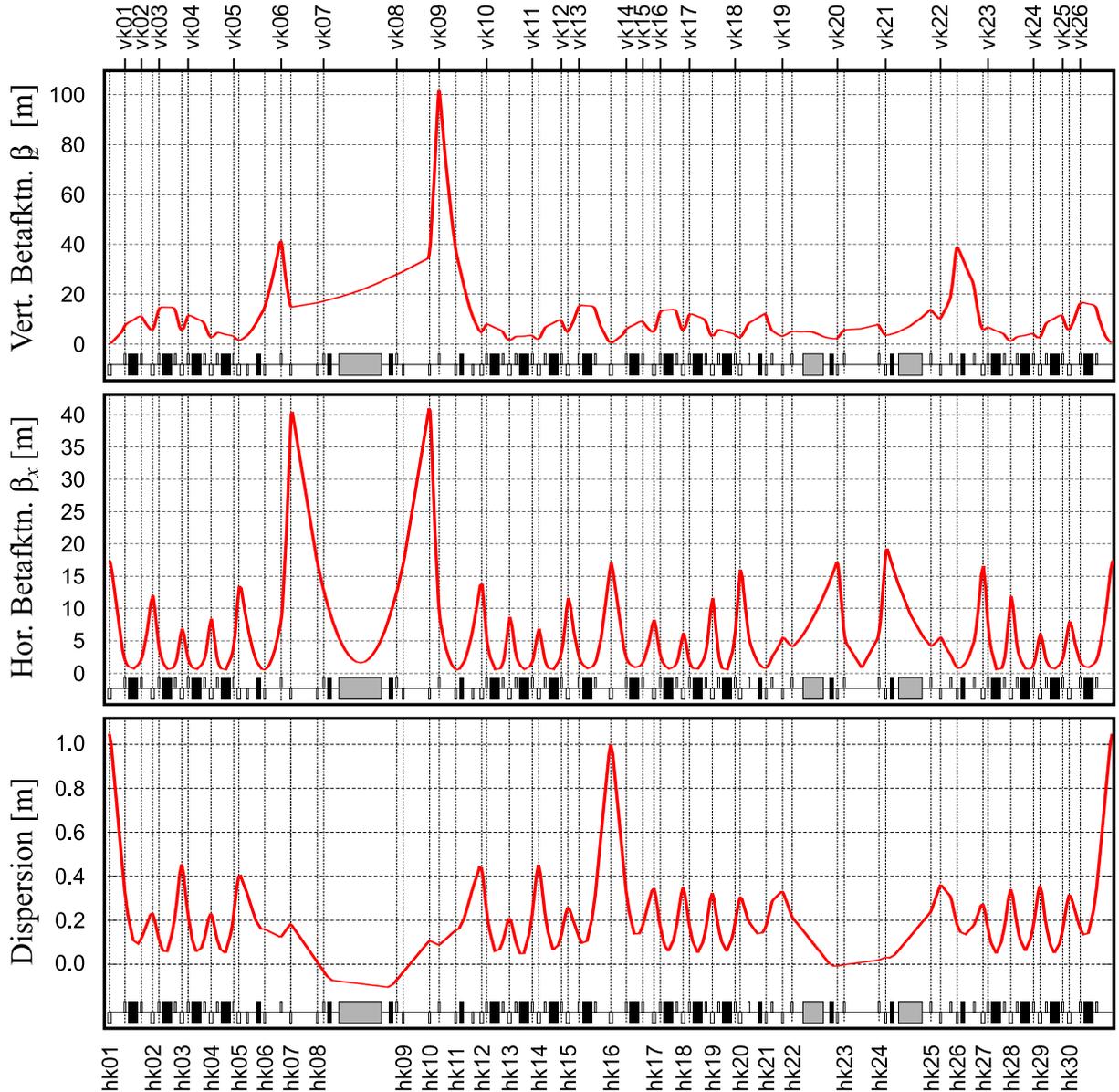


Abbildung 4.2: Darstellung der optischen Funktionen des Speicherrings Delta, wie sie sich gemäß eines MAD-Modells [52] auf Basis der verwendeten Standardoptik del-008 mit 100 % asymmetrisch erregtem SAW ergeben. Auf der unteren Koordinatenachse sind die Positionen der horizontalen Korrektoren (hk01-hk30), auf der oberen die der vertikalen Korrektoren (vk01-vk26) eingetragen. Die skizzierte Magnetstruktur am unteren Rand der Graphen vereinfacht die Orientierung im Speicherring: Dipole sind als schwarz gefüllte Rechtecke dargestellt, Quadrupole als ungefüllte Rechtecke für positive Stärken  $k$  nach oben, nach unten sonst. Insertion Devices (IDs) werden durch grau gefüllte Rechtecke repräsentiert.

### 4.3 Quadrupole

Der mittlere Quadrupol eines jeden Triplets ist mit einer Jochlänge von 40 cm doppelt so lang wie jene vor und hinter den Dipolen mit einer Jochlänge von 20 cm. Quadrupole der ‘matching sections’ sowie die vier zusätzlichen Quadrupole in der Südgeraden sind ebenfalls von der kürzeren Bauform. Jede der vier Spulen eines Quadrupols hat 188 Windungen. Die del-008-Optik

umfasst 76 Quadrupole in 24 Familien, wobei entweder zwei oder vier Quadrupole in Reihe von einem gemeinsamen Netzgerät mit bis zu  $\pm 60$  A (unipolar, je nach Vorzeichen der einzustellenden Quadrupolstärke) bestromt werden. Die Quadrupolstärke ist jenseits der Stromstärken von etwa  $\pm 40$  A sättigungsbedingten Korrekturen unterworfen. An einigen Quadrupolen ist in 5.5 cm Abstand ein Sextupoljoch montiert, welches die effektive Länge und damit auch ihre integrierte Quadrupolstärke reduziert. Im Rahmen dieser Arbeit vermessene Eichkurven für lange wie kurze Quadrupole, mit und ohne aufgesetztem Sextupoljoch sind in Abschnitt B.4.2 zusammengestellt.

## 4.4 Sextupole

Zur Kompensation der Chromatizitäten sind zwei Typen von Sextupolen im Speicherring Delta integriert. Externe Sextupole besitzen  $6 \times 189$  Windungen auf einem Joch von 5 cm und Polschulen von 6.5 cm Länge. Sie sind über (nichtmagnetische) Aluminiumträger in einem Abstand von 5.5 cm zentrisch an je einem Quadrupoljoch montiert. Bevorzugte Einbauorte sind Positionen großer Dispersion  $D_x$  und Betafunktion  $\beta_\kappa$  der Ebene  $\kappa$ , in der die Chromatizität kompensiert werden soll. Insgesamt sind 54 externe Sextupole im Speicherring installiert. Darüber hinaus gibt es sogenannte ‘interne’ Sextupole [50], welche in einigen Quadrupoljochen integriert worden sind. Sie bestehen aus je einem Paar Jochwindungen ( $2 \times 19$  bzw.  $2 \times 32$  Windungen an kurzen, respektive langen Quadrupolen) um das innere und das äußere ‘Bein’ (engl. *leg*) des Quadrupoljoches, die ein gleichgerichtetes Dipol- und Sextupolfeld am Strahl erzeugen. Je ein zweites Paar ‘Polspulen’ ( $2 \times 50$  bzw.  $2 \times 48$  Windungen an kurzen bzw. langen Quadrupolen) ist auf einem nichtmagnetischen Träger unmittelbar ober- wie unterhalb der Strahlkammer zwischen die Polflächen des Quadrupols eingesetzt. Diese generieren ein zu den Jochspulen gleichgerichtetes Sextupolfeld und ein entgegengesetztes Dipolfeld. Die Windungsverhältnisse der Pol- und Jochspulen sind so aufeinander abgestimmt, dass die Dipolkomponente kompensiert wird, während sich die Sextupolkomponenten konstruktiv überlagern. Insgesamt sind 28 interne Sextupole installiert, davon 18 in den langen Quadrupolen; je vier interne Sextupole im Norden und Süden werden derzeit nicht verwendet. Der Feldverlauf externer Sextupole ist im Rahmen dieser Arbeit vermessen worden. Die Ergebnisse werden in Abschnitt B.4.3 vorgestellt und sind zusammen mit denen der internen Sextupoltypen aus der Arbeit von Brinker [50] in der Tabelle B.4 zusammengestellt.

## 4.5 Dipolkorrektoren

Um die Strahlage an verteilten Positionen im Speicherring gezielt beeinflussen zu können, wurden je 30 horizontale (hk01 - hk30, Zählung entlang aufsteigender Koordinate  $s$ , beginnend bei  $s = 0$ ) und 26 vertikale Dipolkorrektoren (vk01 - vk26, entsprechend) in die Magnetstruktur des Speicherrings aufgenommen. Horizontale Dipolkorrektoren sollen auf der Sollbahn ein vertikales Dipolfeld mit einem möglichst geringen Anteil höherer Multipolkomponenten erzeugen. Über die Lorentzkraft resultiert dann eine Änderung des horizontalen Winkels der Strahlage. Umgekehrtes gilt für vertikale Dipolkorrektoren. Aufgrund der geringen Freiräume der kompakten Triplettstruktur in den Bögen sind mit Ausnahme dedizierter ‘DC-Spulen’ (siehe unten) alle Korrektoren als Zusatzwindungen um die inneren und äußeren Jochbeine der Quadrupole umgesetzt worden; siehe Abbildung 4.3.

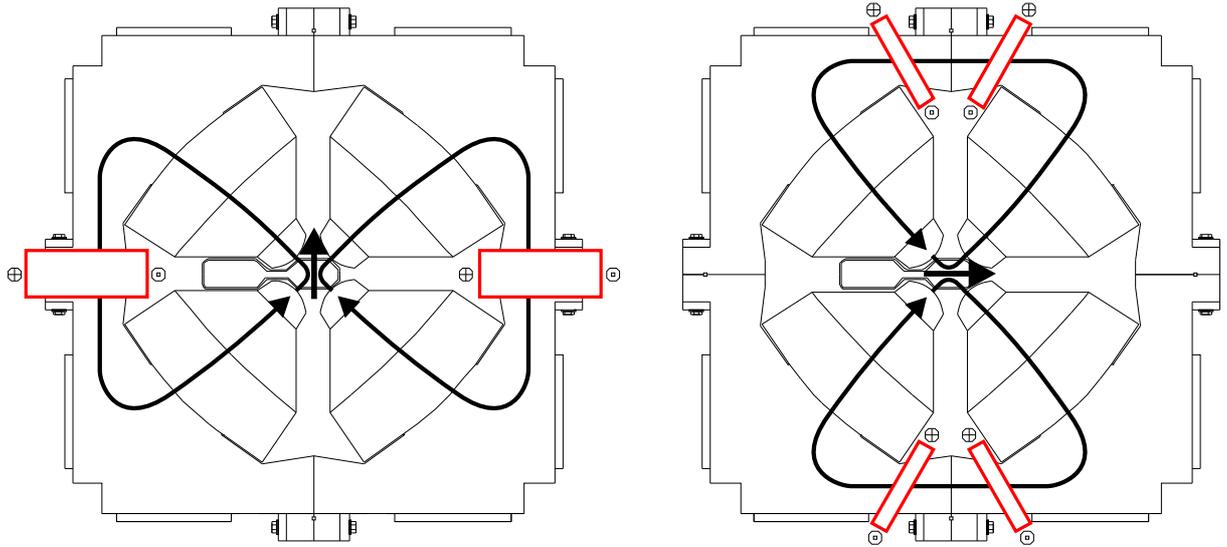


Abbildung 4.3: Ausführung horizontaler (links) und vertikaler Dipolkorrektoren (rechts). Hervorgehoben sind die Zusatzwindungen (rot) an den Quadrupoljochen und schematisch die resultierenden Magnetfeldlinien. Für einen Blick in Strahlrichtung führt die Orientierung der Feldlinien des horizontalen Korrektors zu einer Ablenkung der Elektronen nach links (außen für den rechtsläufigen Speicherring Delta), bzw. nach oben für den vertikalen Korrektor.

#### 4.5.1 Positionierung

Da die Wirkung auf die Strahlage im Ring gemäß Gleichung (3.33) proportional zur Wurzel der Betafunktion am Ort der Dipolstörung wirkt, sollten die Dipolkorrektoren jeweils in Bereichen großer Betafunktion in der Ebene ihrer Wirkung aufgestellt werden, um Orbitstörungen durch möglichst geringe Magnetströme kompensieren zu können. Andererseits sollte der optikabhängige Phasenvorschub zwischen zwei benachbarten Dipolkorrektoren möglichst  $\pi/2$  betragen, damit die Korrektoren möglichst unterschiedlich auf den Orbit wirken. Sofern jedoch mehr oder weniger als vier Dipolkorrektoren je Betatronschwungung in jeder Ebene  $\kappa$  zur Verfügung stehen, sollte versucht werden, die Phasenvorschübe zwischen den Korrektoren möglichst gleichmäßig zu verteilen.

Im Speicherring Delta ist auf den mittleren (langen) Quadrupolen in den Mitten der 16 Triplets jeweils ein horizontaler Dipolkorректор installiert, da dort die horizontale Betafunktion ein lokales Maximum hat. Zusätzlich existiert je ein horizontaler Dipolkorректор auf den langen Quadrupolen des östlichen und westlichen Symmetriepunktes sowie symmetrisch an je drei kurzen Quadrupolen in den vier ‘matching sections’ der nördlichen und südlichen Geraden des Speicherringes. Die Verteilung der 30 horizontalen Dipolkorrektoren ist daher ost-west- sowie nord-süd-symmetrisch.

Vertikale Dipolkorrektoren sind in einigen, jedoch nicht allen der äußeren (kurzen) Quadrupole der Triplets installiert. Statt der möglichen 32 Einbauplätze sind nur 22 Quadrupole mit vertikalen Dipolkorrektorspulen ausgestattet. Zusammen mit je zwei vertikalen Dipolkorrektoren in jeder der vier ‘matching sections’ ergibt sich eine Gesamtzahl von 26 vertikalen Dipolkorrektoren, deren Verteilung keiner Symmetrie unterliegt.

Die Positionierung der Dipolkorrektoren ist Abbildung 4.4 zu entnehmen; die Betafunktionen an den Orten der Korrektoren ist in Abbildung 4.2, die resultierenden Phasenvorschübe benach-

barter Korrektoren in Abbildung 4.5 abzulesen. Auffällig sind die geringen Phasenvorschübe der hk10 und hk08 gegenüber ihren strahlaufwärts nächstliegenden Nachbarn sowie eine Häufung geringer Phasenvorschübe zwischen benachbarten vertikalen Dipolkorrektoren. In aufsteigender Reihenfolge des Phasenvorschubes wären hier vk09, vk02, v26, etc. zu nennen.

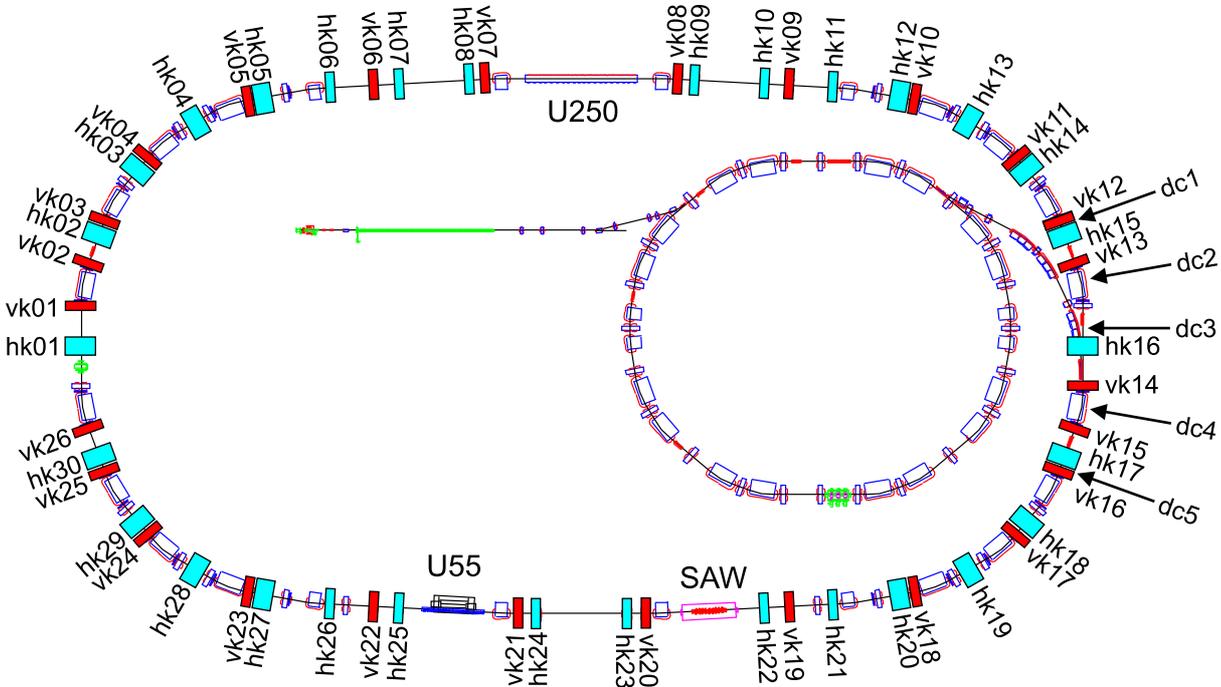


Abbildung 4.4: Positionierung der horizontalen (hk01-hk30) und vertikalen Dipolkorrektoren (vk01-vk26) im Speicherring Delta. Im östlichen Bogen sind auch die Positionen der fünf DC-Spulen eingetragen, die eine statische Injektionsbeule im 1.5 GeV-Betrieb aufspannen sollen, siehe Abschnitt 4.6.

#### 4.5.2 Korrektorstärken

Vertikale Dipolkorrektoren mit je  $4 \times 50$  Windungen wurden nur auf kurzen Quadrupoljochen realisiert; horizontale Korrektoren existieren an beiden Bauformen mit je  $2 \times 240$  Windungen an einem kurzen Joch, bzw.  $2 \times 150$  Windungen an einem langen Joch. Über die effektive Länge eines Quadrupoljoches ergeben sich damit etwa gleiche Stärken für horizontale Korrektoren auf einem kurzen ( $l_{\text{eff}} \approx 0.234 \text{ m}$ ) wie langen Joch ( $l_{\text{eff}} \approx 0.434 \text{ m}$ ). Hingegen fällt die Stärke vertikaler Korrektoren auf ausschließlich kurzen Jochen etwa um den Faktor  $200/480 \approx 0.4$  schwächer aus, als die der horizontalen Korrektoren.

Die Multipolstärken der Korrektoren sind im Rahmen dieser Arbeit integral vermessen worden (siehe Abschnitt B.4.1). Die wichtigsten Ergebnisse der Vermessung sind in Abbildung 4.6 zusammengefasst. Demnach darf eine lineare Abhängigkeit der integralen Korrektorstärke von der Bestromung der Korrektorspulen innerhalb  $\pm 10 \text{ A}$  unter allen vermessenen Konfiguration angenommen werden. Insbesondere erscheinen Effekte der Hysterese eines Erregungszyklus' im Rahmen der Messgenauigkeit vernachlässigbar. Ferner ist zu erkennen, dass die effektive Länge der Dipolkomponente durch ein extern montiertes Sextupoljoch (siehe oben) beeinflusst wird. So vermag das Sextupoljoch durch Bündelung der Feldlinien des Randfeldes die Wirkung des Dipolfeldes zu verlängern, sodass die integrale Dipolstärke in Anwesenheit eines externen Sex-

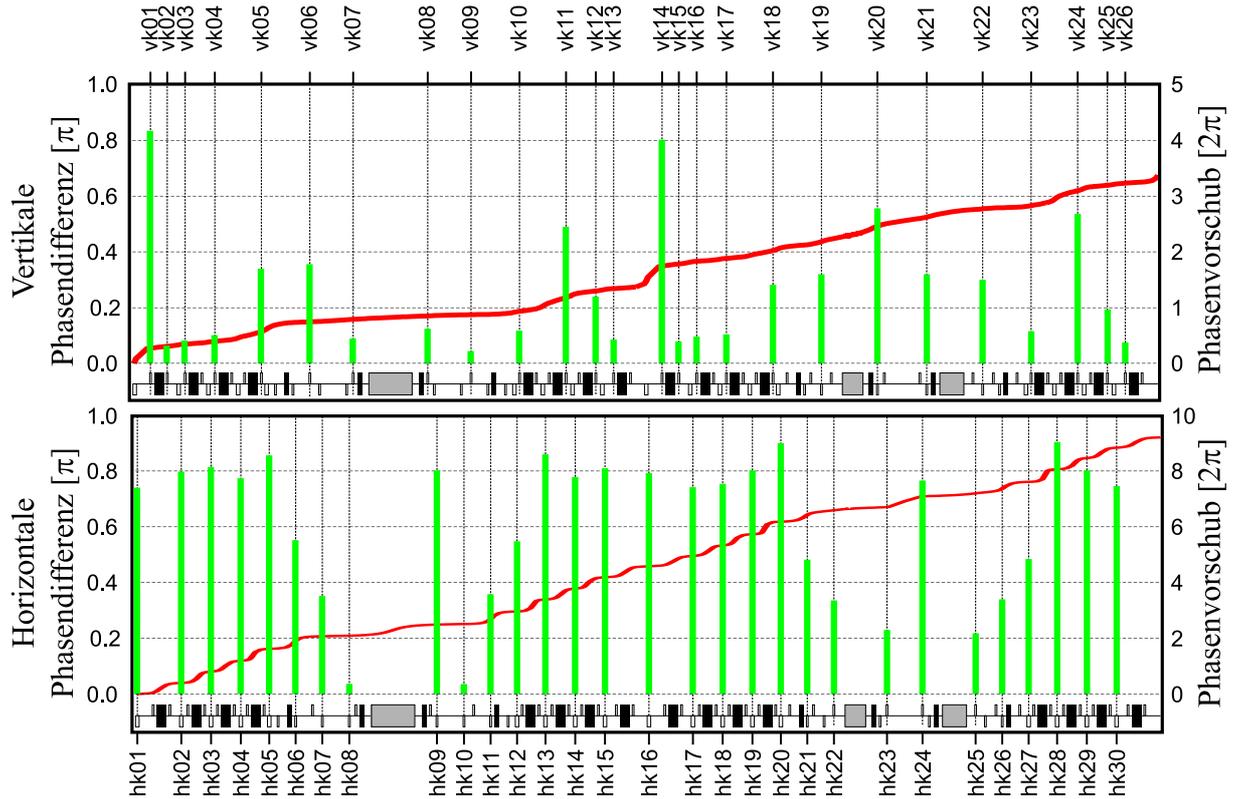


Abbildung 4.5: Phasenvorschiebe (Balkendiagramm) zwischen benachbarten Dipolkorrektoren der horizontalen (hk01-hk30, unten) und der vertikalen Ebene (vk01-vk26, oben) gemäß eines Modells der Standardoptik mit 100 % asymmetrisch erregtem SAW. Die roten Linien im Hintergrund stellen den Verlauf der Phase der vertikalen bzw. horizontalen Betatronschwingung dar.

tupols an einem kurzen Joch um etwa 10 %, an einem langen Joch um etwa 6 % erhöht wird (Abbildung 4.6, jeweils Kurven (1) und (2) der linken Graphen, entsprechend den Messungen mit und ohne Sextupoljoch).

Abgesehen von der reinen Geometrie hängt die integrale Feldstärke  $\langle A_1 \rangle l_{\text{eff}}$  eines Dipolkorrektors auch deutlich von der magnetischen Sättigung des Joches ab, also von der Bestromung des Quadrupols, auf dem die Korrektorspulen montiert sind. Durch eine maximale Quadrupolbestromung von 60 A werden die Korrektorstärken gegenüber einem unbestromten Quadrupol um je  $\approx 38\%$  (horizontale Korrektoren an langen Jochen),  $\approx 48\%$  (horizontale Korrektoren an kurzen Jochen) und  $\approx 50\%$  (vertikale Korrektoren) reduziert. Die Abhängigkeit der Steigung der Korrektorstärke gegen die Korrektorstromung als Funktion der Quadrupolbestromung ist in Abbildung 4.7 für die drei Korrektortypen an Delta dargestellt.

Man kann sich veranschaulichen, dass die Überlagerung eines Dipolfeldes mit einem Quadrupolfeld einer Schwächung der Feldstärke auf der einen Seite bei gleichzeitiger Verstärkung des Feldes auf der gegenüberliegenden Seite entspricht. Im Bereich der Sättigung führt die Abhängigkeit der relativen Permeabilität  $\mu_r(B)$  des Joches von der Magnetfeldstärke jedoch zu einer ungleichen Änderung der Feldstärken auf beiden Seiten, mithin zu einer Quadrupolkomponente, die das bestehende Quadrupolfeld schwächt und das Dipolfeld in die Richtung der abgeschwächten Feldstärke verschiebt. Die Änderung der Quadrupolstärke wird durch die Messpunkte (4) der Abbildung 4.6 bestätigt (die Streuung der Messpunkte wird der Hysterese über dem Messzyklus zugeschrieben). Die Verschiebung des Dipolfeldes wird in Abbildung 4.8 bestätigt.

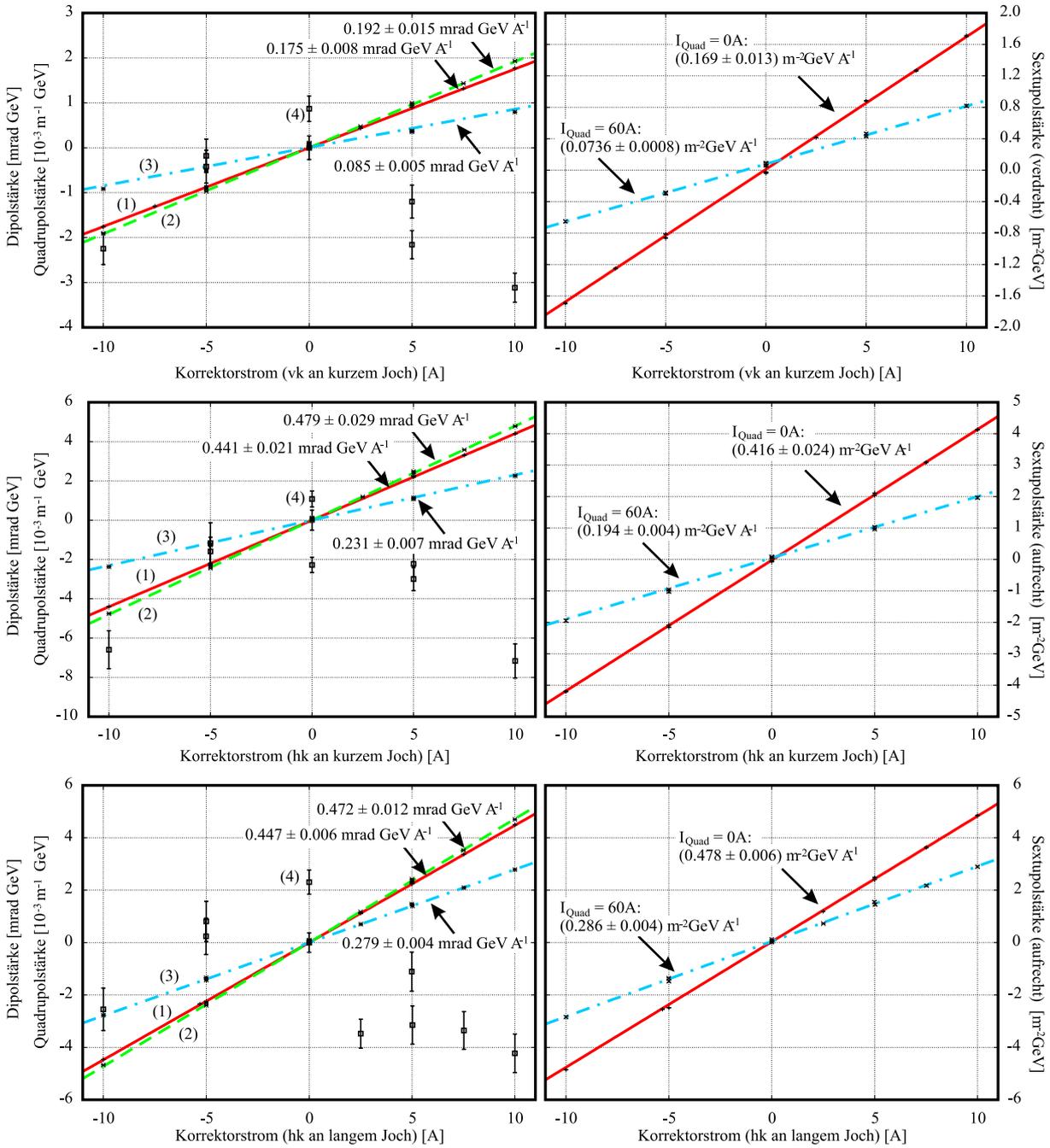


Abbildung 4.6: *Integrale Korrekterstärken (links) und Sextupolstärken (rechts) unterschiedlicher Dipolkorrektoren und Umgebungsbedingungen (siehe Text) gegen die Stromstärke  $I$  des Korrektors. Die Numerierung der Graphen zur Linken korrespondiert wie folgt: (1) Korrektor mit externem Sextupoljoch,  $I_{\text{Quad}}=0 \text{ A}$ ; (2) Korrektor ohne externes Sextupoljoch,  $I_{\text{Quad}}=0 \text{ A}$ ; (3) Korrektor mit externem Sextupoljoch,  $I_{\text{Quad}}=60 \text{ A}$ ; (4) sättigungbedingte Änderung der integralen Quadrupolstärke gegenüber einem Wert für  $I=0 \text{ A}$ , siehe Text; die Messbedingungen für (4) entsprechen denen des Graphen (3). Das Vorzeichen der um  $\alpha_3 = \pm\pi/2$  verdrehten Sextupolkomponenten der vertikalen Dipolkorrektoren entspricht dem Vorzeichen von  $\alpha_1$ .*

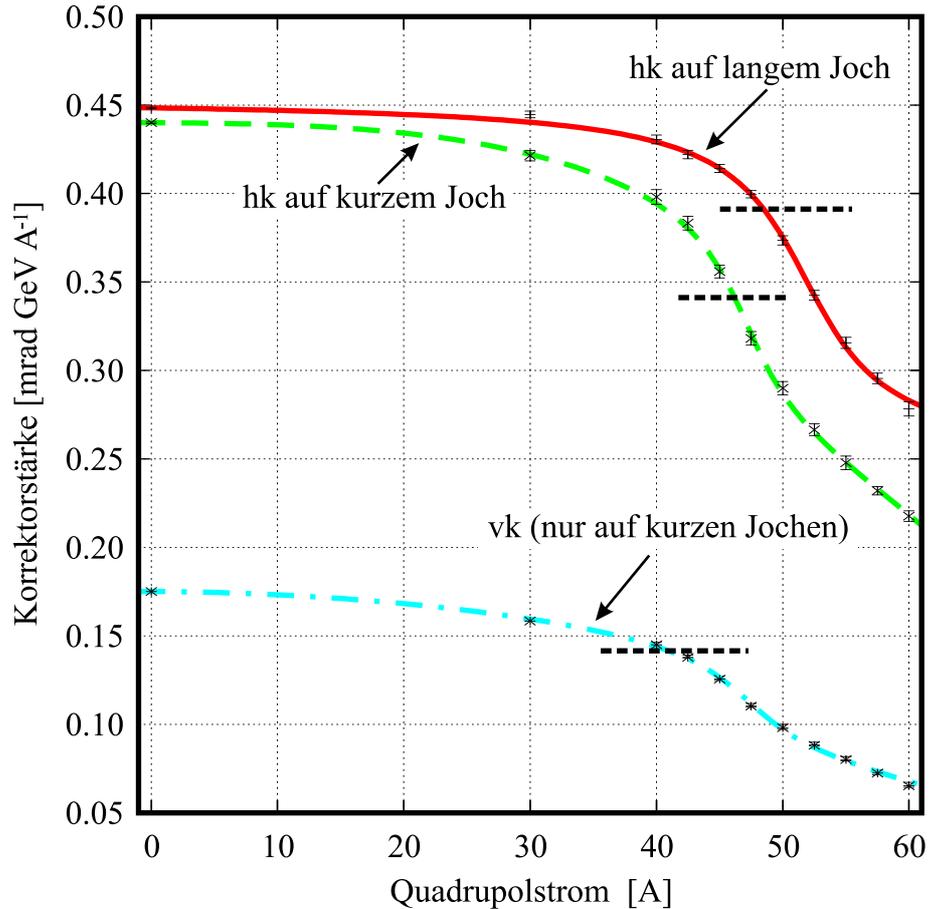


Abbildung 4.7: Sättigungsverhalten verschiedener Bauformen der Korrektoren in Abhängigkeit der Quadrupolbestromung. Die Daten beruhen auf Messungen mit externem Sextupoljoch. Die Linien entsprechen dem Verlauf einer angepassten Funktion (siehe Anhang B.4.1). Die schwarz gestrichelten Linien markieren die konstante Korrekstörstärke für jeden Korrektortyp, die vor der Vermessung der Sättigungsabhängigkeit für die Korrektoren angenommen worden ist. Es ist zu berücksichtigen, dass die integrale Stärke unter Wegfall des externen Sextupoljoches um bis zu 10 % reduziert wird, siehe Text.

### 4.5.3 Sextupolkomponenten der Korrektoren

Aufgrund der Abweichung der hyperbolischen Polform der Quadrupoljoche von der ebenen Form idealer Dipoljoche treten neben der dominanten Dipolkomponente ( $n = 1$ ) auch normale Multipolkomponenten ( $n = 3, 5, 7, \dots$ ) auf. Die Magnetfeldmessungen lassen eine lineare Abhängigkeit ihrer Amplitude von der Korrektorstärke bis zur 14-Polkomponente ( $n = 7$ ) erkennen. Als nächster Pol der Entwicklung interessiert die Sextupolkomponente des durch die Dipolkorrektoren erzeugten Feldes. Die rechten Graphen der Abbildung 4.6 zeigen die integrierte Stärke dieser Komponente für einen Quadrupolstrom von  $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$  bzw.  $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ . Die gemessenen Stromabhängigkeiten lassen sich mit den Feldvermessungen der Jochspulen interner Sextupole (Abschnitt 4.4) von Brinker [50, Seite 71 f.] vergleichen. Diese sind bei geringerer Windungszahl ( $N = 2 \times 19$  bzw.  $N = 2 \times 32$  für Sextupole in kurzen, respektive langen Quadrupolen) baugleich mit den Spulen horizontaler Korrektoren. Wendet man die dort gefundene Skalierung<sup>2</sup>

<sup>2</sup> $\pm 0.84 \times 10^{-3} \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1} \text{ Windung}^{-1}$  an kurzen Jochen und  $\pm 1.56 \times 10^{-3} \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1} \text{ Windung}^{-1}$  an langen Jochen

(ohne Sättigung) an, erhält man für einen horizontalen Korrektor ( $N = 2 \times 240$ ) an einem kurzen Joch eine integrierte Sextupolstärke von  $\pm 0.402 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$ , bzw.  $\pm 0.168 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$  für einen vertikalen Korrektor mit  $N = 4 \times 50$ . Am langen Joch erhält man für einen horizontalen Korrektor mit  $N = 2 \times 150$  Windungen  $\pm 0.468 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$ . Diese Zahlen stehen in guter Übereinstimmung mit den vermessenen Steigungen in Abbildung 4.6 rechts.

Die als Funktion des Korrektorstromes erzeugten Sextupolfelder sind mit den dokumentierten Stärken [50] der internen Sextupole ( $\pm 0.148 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$  in kurzen, bzw.  $\pm 0.409 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$  in langen Quadrupolen) und jener der externen Sextupole ( $\pm 0.674 \text{ GeV m}^{-2} \text{ A}^{-1}$ , alle zitierte Werte ohne Berücksichtigung einer Sättigung) durchaus vergleichbar. Daher ist zu erwarten, dass die Einstellung der Korrektoren einen nicht vernachlässigbaren Anteil an der Chromatizitätskompensation und der dynamischen Apertur haben. Bisherige Maschinenmodelle berücksichtigen diesen Beitrag allerdings nicht. Zudem ist zu beachten, dass ein vertikaler Korrektor ein verdrehtes ('skewed') Sextupolfeld unter  $\alpha_3 = \pm\pi/2$  (vergleiche Abschnitt 3.1) generiert. Tabelle B.4 im Anhang B gibt eine Übersicht über die Quellen und Stärken der Sextupolkomponenten am Speicherring Delta.

#### 4.5.4 Feldqualität

Die vermessenen Multipolkomponenten der Felderregung eines Dipolkorrektors erlauben die Rekonstruktion des magnetischen Feldes innerhalb des Aperturradius' der Quadrupole gemäß Gleichung (3.3). Um zu einer Aussage über die transversale Verteilung der Feldabweichungen des Gesamtfeldes von dem der Dipolkomponente allein (Referenzfeld) zu gelangen, werden zunächst die Real- und Imaginärteile aller komplexen Multipolkomponenten um die einer Nullmessung reduziert. So wird vor allem auch die dominierende Quadrupolkomponente jener Messungen unter bestromten Quadrupolspulen ausgeblendet.

Es gibt nun verschiedene Ansätze, Abweichungen eines Vektorfeldes an gegebener Position von dem eines Referenzfeldes zu bewerten. Der Betrag des lokalen Differenzvektors ist dabei nur wenig aussagefähig. Denn so führt beispielsweise die Überlagerung eines Sextupolfeldes der Stärke  $A_3$  zu dem einer Dipolkomponente an jeder Position zu einem Differenzvektor, der dem des Sextupolfeldes entspricht, mithin also eine  $r^2$ -Abhängigkeit des Betrages des Differenzvektors beschreibt. Der Bereich, in dem eine gegebene Relativabweichung  $\delta|A_1|$  von einem Dipolfeld der Stärke  $A_1$  unterschritten wird, befindet sich dann innerhalb des Radius'  $r_\delta \leq \sqrt{2\delta|A_1|/|A_3|}$ .

Stattdessen wird im Folgenden die Abweichung der Feldstärke *in Richtung des Referenzfeldes* bewertet. Für das vertikale Referenzfeld eines horizontalen Dipolkorrektors bedeutet dies beispielsweise, dass nur der Betrag der vertikalen Komponente des Differenzvektors ausgewertet wird. Setzt man diesen Wert in Relation zur Stärke des Referenzfeldes an jeder Stelle (die für ein Dipolfeld konstant ist) und unterscheidet Bereiche, in denen gegebene, relative Abweichungen nicht überschritten werden, gelangt man zu einer Darstellung wie der in Abbildung 4.8. Dort wurden zur Rekonstruktion des Gesamtfeldes eines horizontalen Korrektors auf einem kurzen Quadrupoljoch nur die signifikanten Multipolkomponenten  $n \in 1, 2, 3, 5, 7$  berücksichtigt (siehe auch Diskussion in Abschnitt B.2.1) und in Relation zur Dipolkomponente gesetzt. Für alle drei Korrektortypen ergeben sich damit folgende Radien, innerhalb derer die Feldabweichung unter eine gegebene Grenze fällt: Innerhalb von  $r = \sqrt{x^2 + z^2} \leq 3 \text{ mm}$  liegt die Feldabweichung unter 0.1%; innerhalb von  $r \leq 6.5 \text{ mm}$  unter 0.5%, für  $r \leq 9.5 \text{ mm}$  unter 1.0% und innerhalb von  $r \leq 20 \text{ mm}$  unter 5.0%. Diese Werte sind im Rahmen der Fehler unabhängig von den Bestromungen des Korrektors und des Quadrupols – entsprechend einer gleichmäßigen Reduktion der dominierenden Dipol- und Sextupolkomponente. Für die Qualität der Orbitkorrektur ist diese

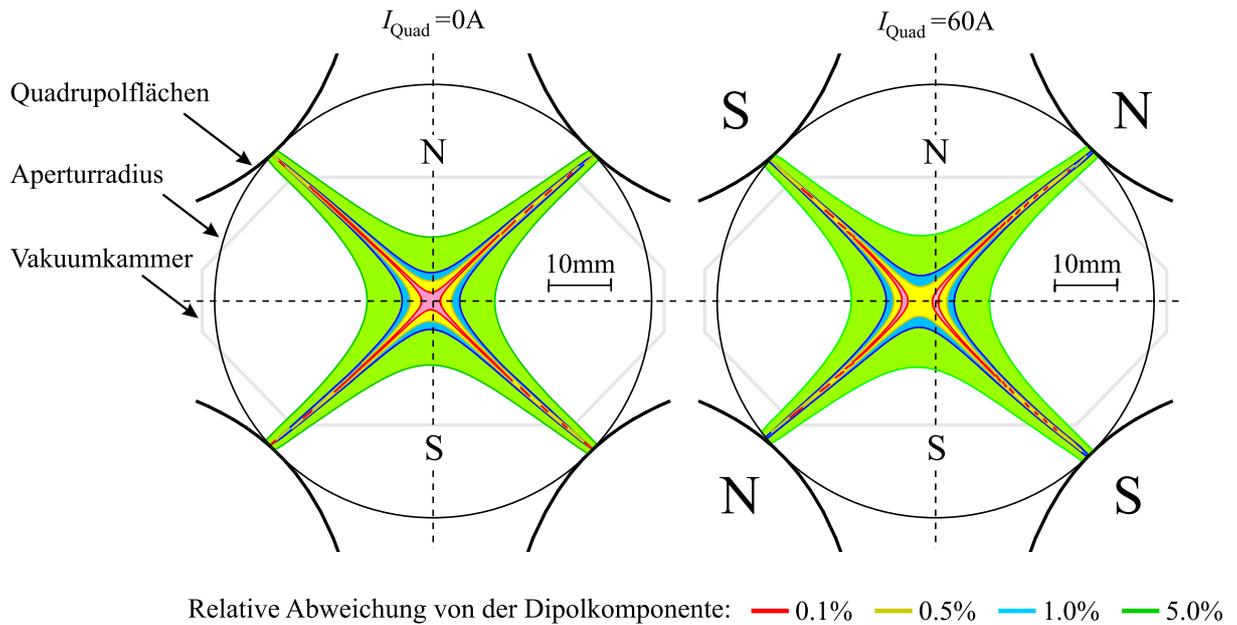


Abbildung 4.8: Einfluss der Quadrupolsättigung auf die transversale Feldqualität eines horizontalen Korrektors auf einem kurzen Quadrupoljoch. Die Darstellung links ist weitgehend unabhängig von der Stromstärke der Korrektorspulen (10 A in beiden Fällen). Eingezeichnet sind Linien gleicher relativer Abweichung der vertikalen Feldkomponente von der des Dipolfeldes. Die Sättigung des Quadrupoljoches im rechten Bildteil führt zu einer unsymmetrischen Änderung der Feldstärke, siehe Text. Die Buchstaben ‘N’ und ‘S’ sollen eine der beiden denkbaren Magnetpolverteilungen des Quadrupols (große Buchstaben) und des Dipolfeldes (kleinere Buchstaben) veranschaulichen. Alternativ können die Pole bei gleichem Effekt um die horizontale Achse gespiegelt werden.

Feldabweichung absolut tolerabel, da Strahllageänderungen meist auf einen Bereich weniger Millimeter beschränkt bleiben und daher die Korrektorstärken bezüglich dieses Aspektes auf 1% konstant anzunehmen sind.

Der bereits andiskutierte Einfluss der Sättigung des Magnetjoches (vgl. Graph (4) in Abbildung 4.6) führt im Falle des stark erregten horizontalen Korrektors auf einem kurzen Joch erwartungsgemäß zu einer erkennbaren transversalen Verschiebung der Feldqualität nach innen, bzw. außen (vergleiche Abschnitt 4.5.2 und Abbildung 4.8). Die Dipolfeldstärken  $B_1$  eines horizontalen Korrektors am langen Joch sowie die der vertikalen Korrektoren sind deutlich schwächer, weshalb die sättigungsbedingte Änderung der relativen Permeabilität  $\mu_r$  des Magnetjoches in diesen Fällen nicht so deutlich zutage tritt. Interessant am rechten Teil der Abbildung 4.8 ist ferner eine Filamentierung des guten Feldbereiches mit Feldabweichungen unter 0.1%, dessen Ursachen bisher nicht weiter untersucht worden sind.

#### 4.5.5 Stromversorgung und Kontrollsystemanbindung

Die Bestromung der Korrektorspulen erfolgt über unipolare, stromgeregelte Netzgeräte mit Polwender<sup>3</sup>. Über einen internen 12 Bit DAC (engl. *digital to analog converter*) kann ein Setzwert

<sup>3</sup>Es handelt sich um Korrektornetzgeräte, die 1986 für den Hera Elektronen-Ring mit einem maximalen Strom von 3.5 A und 120 V Spannungshub konzipiert worden sind. Diese wurden für Delta auf einen Maximalstrom von 10 A und 20 V Spannungshub bei unverändertem DAC umgebaut.

zwischen 0 und 10 A vorgegeben werden, über einen 12 Bit ADC (engl. *analog to digital converter*) der tatsächlich vom Netzgerät ausgegebene Strom zurückgelesen werden. Daraus ergibt sich eine Setzwert- und Rücklesegenauigkeit von  $10 \text{ A}/2^{12} \approx 2.4 \text{ mA}$ . Skaliert man dies auf die erzielbare Genauigkeit der Korrektorstärken bei einem Strahlbetrieb von 1.5 GeV, so erhält man Werte von maximal  $0.7 \mu\text{rad}$  für horizontale und etwa  $0.3 \mu\text{rad}$  für vertikale Korrektoren. Um einen Setzwert anzufahren, kann der DAC nur bitweise erhöht werden. Einschränkungen der maximal zulässigen Übertragungsrate und des seriellen Protokolls bedingen damit eine maximale Änderungsrate des Sollwertes von  $\pm 4.7 \text{ A/s}$  [45]. Im Beispiel einer stufenweisen Erhöhung des Setzwertes um jeweils 1 A unter einer vorgegebenen Änderungsrate von 4.5 A/s bedingt das Tiefpassverhalten der Stromregelung jedoch eine Änderungsrate des Istwertes von nur etwa 3.2 A/s; vergleiche auch mit Abbildung 4.9.

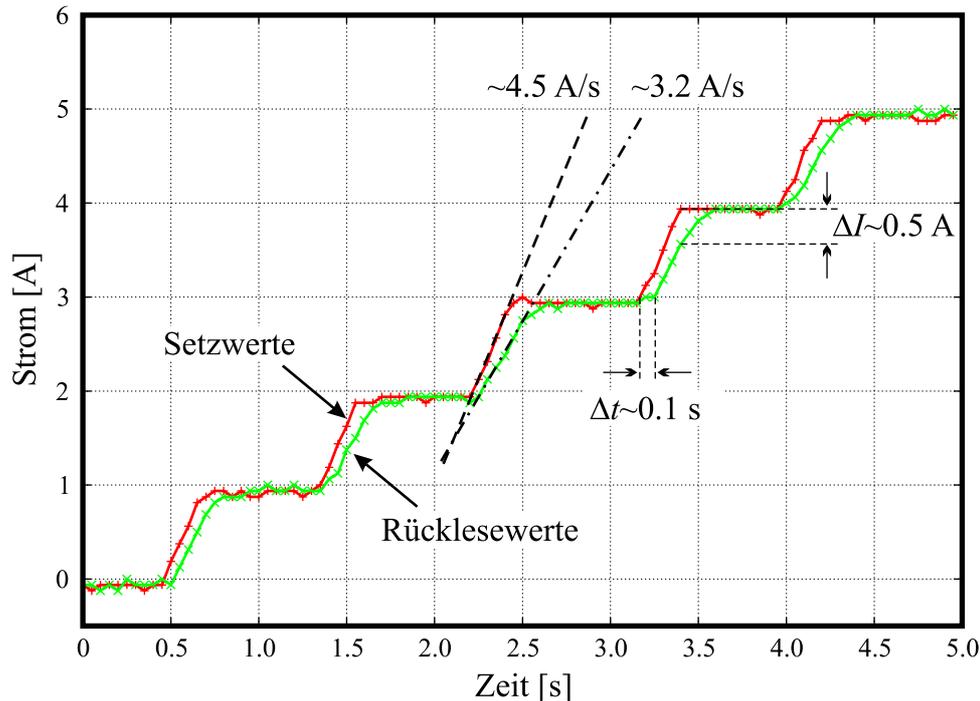


Abbildung 4.9: Zeitliches Verhalten des zurückgelesenen Stromwertes (grün) des vertikalen Dipolkorrektors vk22 in Vergleich mit der Setzwertvorgabe (rot). Daten aus [45].

In der Anwendung der berechneten Setzwerte mehrerer Korrektoren ist es in der Regel erforderlich, alle Dipolkorrektoren *synchron* an den für sie bestimmten Setzwert zu fahren. Andernfalls wird die Superposition der individuellen Orbitstörungen während des Anfahrens nicht der vorausgerechneten entsprechen und im Allgemeinen zu einem residualen Störorbit unkontrollierter Amplitude führen. Daher ist mit Hilfe eines Programms eine Rampe für Dipolkorrektoren implementiert worden [45]. Dieses fährt die in ihrem Rahmen gesetzten Setzwerte der Dipolkorrektoren entlang einer linearen Kurve so an, dass alle Korrektornetzgeräte zeitgleich ihren bestimmten Setzwert übermittelt bekommen. Die größte dabei umzusetzende Stromänderung gibt dabei die Fahrzeit der Rampe vor. Zusätzlich erhöht sich die Fahrzeit der Rampe softwarebedingt in Abhängigkeit der Zahl der zu synchronisierenden Setzwerte. Hinzu kommt jene Zeit, die erforderlich ist, um die anzufahrenden Setzwerte auf das Kontrollsystem zu schreiben und in einem Logfile mitzuprotokollieren. Typischerweise beträgt so die Dauer einer Rampe für 20 synchron anzufahrende Setzwerte mit einer maximalen Stromänderung von 0.5 A etwa 6 s. Diese Zeit trägt zur Limitation der maximal korrigierbaren Frequenz eines Orbitkorrektursystems

bei, welches auf der synchronen Anwendung der Korrektorstromänderungen aufbaut; siehe auch Abschnitt 9.1.3.

Ferner ist zu bemerken, dass die Synchronität der Korrektoränderungen auch während der Rampe durch die prinzipbedingten Unterschiede der Änderungsraten der Sollwertvorgabe nicht exakt gegeben ist. Denn der Istwert eines jeden Netzgerätes folgt dem Setzwert mit einer individuellen Zeitkonstante, die von der Änderungsrate selbst abhängig ist. Für die maximale Änderungsrate von 4.7 A/s beträgt diese etwa 0.1 s wie auch an Abbildung 4.9 bestätigt werden kann. Die dadurch bedingte Fehlbestromung eines einzelnen Dipolkorrektors zu einem Zeitpunkt auf der Rampe beträgt demnach bis zu 0.5 A. Diese Störung wird für langsamere Rampen vieler Korrektornetzgeräte sowie für maximale Stromänderungen unter 0.5 A entsprechend kleiner ausfallen.

## 4.6 DC-Spulen

Für die Strahlakkumulation im Speicherring wird der bereits gespeicherte Strahl für den Zeitraum eines Umlaufs (entsprechend 384 ns) möglichst nah an den zu injizierenden Strahl gelegt. Die Stärken der dafür verwendeten *Kickermagneten* sind in der del-008-Optik bei einer Strahlenergie von 1.5 GeV jedoch unzureichend, den gesamten Hub der Ablage allein zu erzielen. Daher können bis zu fünf dedizierte Dipolmagnete im Injektionsbereich eingesetzt werden, um den gespeicherten Strahl mit einer statischen, auf den Injektionsbereich beschränkten Ablage um 6 bis 10 mm in Richtung des Injektionsseptums nach innen zu legen. Siehe Abbildung 4.4 zur Positionierung dieser sogenannten ‘DC-Spulen’ und Abschnitt 9.4.3 zur Synthese der Injektionsbeule. Die Spulen der dc4 werden durch ein bipolares Netzgerät mit maximal  $\pm 20$  A versorgt. Alle anderen DC-Spulen sind mit identischen Netzgeräten eines Maximalstroms von 45 A bei maximal 35 V ausgestattet. Die Bauformen der dc1 bis dc5 sind unterschiedlich:

- Die Magnete dc1 und dc5 sind als Dipolmagnete auf einem eigenen Magnetjoch realisiert. Die kompakte Bauform erfordert eine Stromlimitierung auf maximal 13 A. Ihre integrierte Dipolstärke ist mit  $-0.375 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  dokumentiert<sup>4</sup> [57].
- Die Spulen der dc2 und dc4 sind in Form von  $2 \times 30$  Zusatzwicklungen auf je einem  $20^\circ$ -Dipol realisiert. Die maximal zulässige Stromstärke beträgt 25 A. Der Ablenkwinkel der dc2 und der dc4 entspricht den Werten der Eichkurve der  $20^\circ$ -Dipole und ist entsprechenden Sättigungskorrekturen unterworfen. Im 1.5 GeV-Betrieb verbleibt in linearer Näherung ein Ablenkwinkel von  $-0.33 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  für die dc2 und  $\pm 0.33 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  für die dc4.
- Die Spulen der dc3 befinden sich auf einem separaten Joch mit  $4 \times 300$  Windungen. Die maximal zulässige Stromstärke beträgt 20 A (25 A mit Wasserkühlung). Der resultierende Ablenkwinkel beträgt gemäß Design etwa  $-2.94 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  [58].

## 4.7 Strahllagemonitore (BPMs)

Zur Messung der transversalen Strahlablage wurden zunächst 43 kapazitive 4-Knopf-Monitore (engl. *Beam Position Monitors*, kurz BPMs) in der Delta-Strahlkammer integriert, die im Zuge

<sup>4</sup>Die Vorzeichen der angegebenen Dipolstärken resultieren aus der gegenwärtigen Verdrahtung und entsprechen dem Vorzeichen der resultierenden Ablenkung gemäß Abschnitt 3.1.

der Vakuumarbeiten 2003 und 2004 um elf weitere Monitore auf insgesamt 54 ergänzt worden sind [59]. Die Delta Strahlkammer hat an den meisten Stellen einen schlüssellochförmigen Querschnitt aus 3 mm starkem, nichtmagnetischen Edelstahl vom Typ sst 1.4429. In der äußeren Kammerhälfte werden die Elektronen geführt, denen eine mechanische Apertur von maximal  $\pm 37$  mm horizontal und  $\pm 20$  mm vertikal zur Verfügung steht. Über einen 8 mm hohen und 35 mm tiefen Pumpkanal ist der strahlführende Bereich mit einer Pumpkammer verbunden, die mit integrierten Vakuumpumpen [60] zu einem Vakuumdruck von etwa  $2 \times 10^{-7}$  Pa ( $2 \times 10^{-9}$  mbar) bei 100 mA Strahlstrom im Bereich der Strahlführung beitragen.

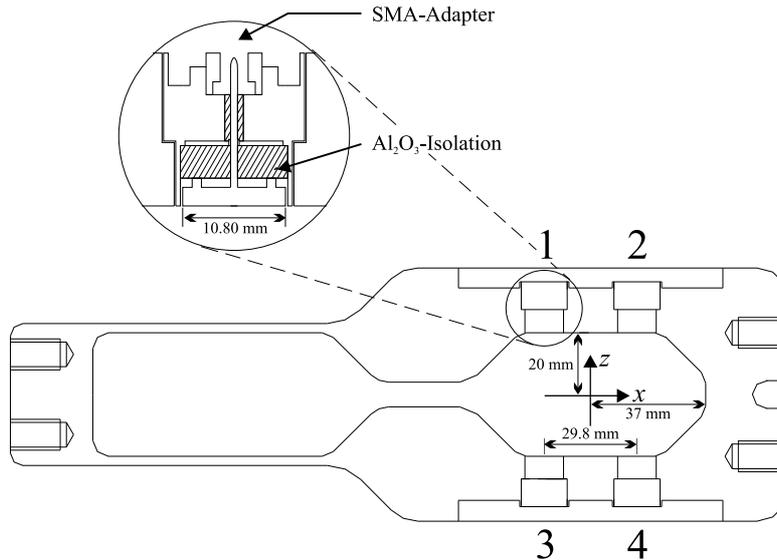


Abbildung 4.10: Querschnitt eines DELTA Monitorkopfes [53]. Die eingesetzten Pickup-Elektroden wurden für die ESRF (European Synchrotron Radiation Facility, Grenoble, Frankreich) entwickelt und für DELTA übernommen. Sie sind mit einer transversalen Genauigkeit von  $30 \mu\text{m}$  bündig in die Kammerwand eingelassen und mit einer Keramik gegen die Kammerwand isoliert.

An den Stellen der Strahllagemonitore ist die Kammer zu einem ‘Monitorkopf’ (siehe Abbildung 4.10) verstärkt, um die mechanische Stabilität für die Aufnahme der Elektroden zu gewähren. Eine Wulst vor bzw. hinter dem Monitor erzwingt eine zentrierte Aufnahme des Monitorkopfes in einen unmittelbar angrenzenden Quadrupol (siehe Abbildung 4.11 rechts): Monitore des ‘variablen’ Typs erlauben ein transversales Spiel des Monitorkopfes von  $\pm 1.8$  mm relativ zum angrenzenden Quadrupol, jene des ‘fixierten’ Typs nur  $\pm 0.07$  mm. Durch eine geeignete Verteilung dieser beiden Typen soll erreicht werden, dass die Position der Vakuumkammer an einigen Quadrupolmagneten fixiert wird, während ihr an anderen Stellen Spiel gewährt wird, um thermisch bedingte Spannungen auszugleichen. Offenbar sind die dadurch erzielten Freiheitsgrade der Kammerbewegung dennoch unzureichend, vergleiche mit Abschnitt 2.2.3. Aus diesem Grund wurden im Zuge der Umbauarbeiten 2003 einige Monitorköpfe so abgefräst<sup>5</sup>, dass die Kammer mehr als 2 mm Spiel in jede Richtung hätte, würde sie nicht mancherorts durch interne Sextupolspulen vertikal fixiert, bzw. durch mechanische Spannungen dennoch zwischen zwei Polen des Quadrupols festgeklemmt.

Eine bauliche Ausnahme bilden die Monitore bpm40 und bpm41 (siehe Abschnitt 4.7.2 zur Nomenklatur und Positionierung der Monitore), deren Elektroden in die verjüngenden Ein- und

<sup>5</sup>Bearbeitet wurden die Monitore bpm01, bpm28, bpm38 und bpm39.

Auslasstaper<sup>6</sup> zum Anschluss des flachen Strahlkammerprofils durch den SAW an die Delta Strahlkammer eingelassen worden sind, siehe auch Abbildung 4.11 links.

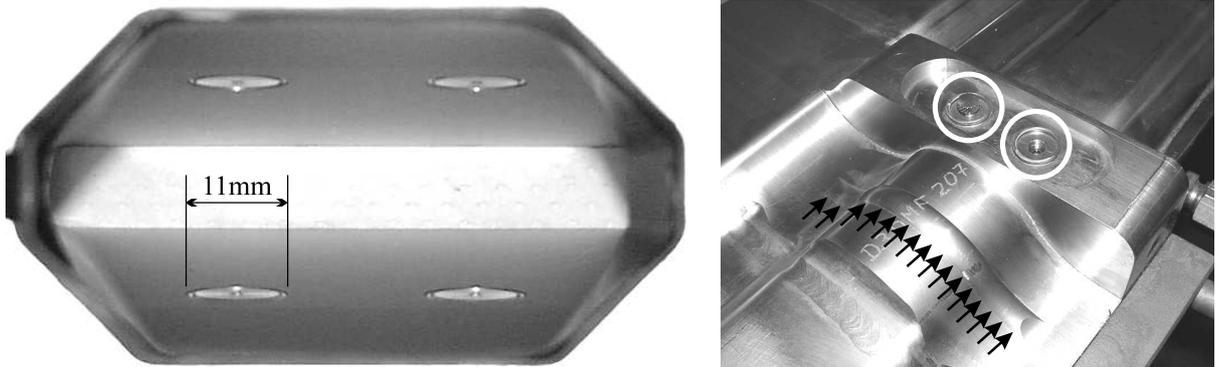


Abbildung 4.11: Links ist der Blick in einen nach hinten verjüngten SAW-Taper mit integrierten Monitorknöpfen festgehalten worden. Rechts eine Aufnahme eines Standard-Monitorkopfes. Erkennbar sind die SMA-Anschlüsse der Elektroden (eingekreist; der linke Anschluss ist mit einer Schutzkappe versehen) und die Wulst, mit der die zentrische Passung der Strahlkammer in den angrenzenden Quadrupol gewährleistet werden soll. Erkennbar ist auch die Erhebung (schwarze Pfeile) über der Wulst des Monitorkopfes, die einen Monitor des fixierten Typs von dem eines variablen Typs unterscheidet.

#### 4.7.1 Signalauswertung

Im strahlführenden Teil des Monitorkopfes sind je zwei kapazitive Pickup-Elektroden (Monitor-‘Knöpfe’) in die obere und untere Kammerwand im horizontalen Abstand von 29.8 mm bündig eingelassen worden. Während des Durchtritts hochrelativistischer Ladungsträger durch den Monitorkopf wird in den Knöpfen eine Ladungsverschiebung verursacht, die von der Strahlstromstärke, seiner Position zum jeweiligen Knopf und der transversalen Ladungsverteilung des Strahlprofils abhängig ist [53, 61]. Die so induzierte Spannung kann über SMA-Kontakte abgegriffen und einer auswertenden Elektronik zugeführt werden. Die auf die Strahlstromstärke normierte Lageinformation des Ladungsschwerpunktes bezüglich des Symmetriepunktes der Knopfpositionen erhält man dann durch Summen- und Differenzbildung der abgegriffenen Einzelspannungen  $u_i$  (Indizierung gemäß Abbildung 4.10):

$$\begin{aligned} x &= a_x(x, z) \frac{1}{\sum_{i=1, \dots, 4} u_i(x, z)} [(u_2(x, z) + u_4(x, z)) - (u_1(x, z) + u_3(x, z))] \\ z &= a_z(x, z) \frac{1}{\sum_{i=1, \dots, 4} u_i(x, z)} [(u_1(x, z) + u_2(x, z)) - (u_3(x, z) + u_4(x, z))] \end{aligned} \quad (4.1)$$

In der Nähe des Symmetriepunktes sind die Monitorkoeffizienten  $a_\kappa(0, 0)$  in guter Näherung als konstant anzusehen. Strahlablagen können so in linearer Näherung bis  $\Delta x = \pm 5 \text{ mm}$  und  $\Delta z = \pm 4 \text{ mm}$  auf  $200 \mu\text{m}$  absolut bestimmt werden, was einem maximalen Relativfehler von etwa 5 % entspricht. Im Bereich  $\pm 10 \text{ mm}$  muss mit absoluten Abweichungen von bis zu  $\pm 2 \text{ mm}$  horizontal und  $\pm 1.5 \text{ mm}$  vertikal gerechnet werden. Um den Fehler zwischen realer und ausgewerteter Ablage mit reduziertem Rechenaufwand zu minimieren, sollten die Monitorkonstanten  $a_\kappa$  anhand theoretischer Feldverteilungen in höherer Ordnung entwickelt werden [53]. Dies findet

<sup>6</sup>Taper sind Anschlussstücke zwischen verschiedenen Kammergeometrien.

jedoch bislang bei DELTA keine Anwendung: Selten interessieren absolute Ablagen jenseits der 5 mm, weshalb der Fehler durch die lineare Näherung auf 5 % beschränkt bleibt. Ferner basieren die meisten Mess- und Korrekturverfahren auf *relative* Änderungen der Strahllage. Daher ist es in Bereichen moderater Ablageänderungen zulässig, eine konstante Monitorkonstante anzunehmen. In Abschnitt 9.1.4 wird die Korrektur gemessener Daten auf die reale Strahllage im Einzelfall angewendet.

Die Monitorsignale  $u_i$  werden von Messelektroniken des Typs MX-BPM der Firma BERGOZ Precision-Beam-Instrumentation ausgewertet, deren Frequenzfilter und Monitorkonstanten auf die lokalen Randbedingungen bei DELTA eingestellt worden sind. Diese stellen mit einer Rate von 2.5 kHz Spannungen bis maximal  $\pm 10$  V für beide Ebenen bereit, was einer Strahlablage von  $\pm 10$  mm bei konstanter Monitorkonstante entspricht. Die Ausgangssignale werden durch einen Tiefpass geführt, der mit einer Grenzfrequenz von etwa 0.6 Hz eine 60 dB-Dämpfung auf der 50 Hz-Komponente des Signals bewirkt [62]. Das gefilterte Signal läuft dann auf ein CAI812 CAN-Bus-Modul der Firma ‘Electronic System Design GmbH’ (ESD), Hannover auf, wo es über einen 12 Bit ADC-Wandler mit einer Frequenz von 250 Hz und einer Auflösung von 1 Bit – entsprechend  $5 \mu\text{m}$  Strahllageänderung – digitalisiert wird. Zur Rauschunterdrückung bildet das CAN-Modul aus 32 aufeinanderfolgenden Wandlungen einen auf 16 Bit skalierten Mittelwert, sodass alle 128 ms ein neuer Wert vorliegt. Dieser wird mit einer Rate von 10 Hz auf den CAN-Bus geschrieben, um sicherzustellen, dass jeder gemittelte Wert gesendet wird.

Abweichend zur Angabe in [53] wurde beobachtet, dass die induzierten Spannungen der Monitorknöpfe ab einem gespeicherten Strahlstrom von etwa 1 mA zuverlässig durch die BERGOZ-Elektronik ausgewertet werden können. Unterhalb dieser Strahlstromgrenze sollte daher keine Orbitkorrektur auf die BPM-Rücklesewerte erfolgen.

## 4.7.2 Positionierung

Die 54 Positionsmonitore (bpm01 bis bpm54, beginnend bei  $s = 0$ , mit zunehmender longitudinaler Position) sind wie folgt am Speicherring Delta verteilt: Zwei Strahlpositionsmonitore sind jeweils dipolseitig an den QDs der 16 Triplets im östlichen und westlichen Bogen des Speicherringes integriert. Je ein weiterer Monitor befindet sich am Quadrupol des östlichen und westlichen Symmetriepunkts. Insbesondere befindet sich so auch je ein Strahllagemonitor unmittelbar strahlauf- und strahlabwärts (dort allerdings erst hinter einem Quadrupol) zum Injektionsseptum (bpm28 und bpm29). Hinzu kommen je vier Monitore in den nördlichen matching sections sowie je drei Monitore in den südlichen. Zwei weitere Monitore befinden sich an den beiden westlichen Quadrupolen der südlichen Geraden. Durch die symmetrisch dazu aufgestellten Quadrupole der östlichen Seite wird die Auslasskammer des SAW geführt, welche die Wigglerstrahlung unter einem  $3^\circ$ -Winkel zur Vakuumkammer zu den Experimenten führt. Aus technischen Gründen sind hier keine Monitore installiert. Je zwei weitere Monitore befinden sich unmittelbar vor und hinter dem U250 und dem SAW; an letzterem als Sonderausführung in die Taper integrierter Monitore, siehe Abbildung 4.11. Eine Übersicht stellt Abbildung 4.12 bereit.

Die Monitore der Paarungen bpm38/bpm39 und bpm44/bpm45 werden nur durch Driftstrecken getrennt<sup>7</sup>, wodurch weitere diagnostische Möglichkeiten zur Verfügung gestellt werden (z. B. Kalibration der Modellbildung [63] oder Vermessung der dynamischen Apertur).

<sup>7</sup>Die Paarung bpm14/bpm15 ist bei Nichtbestromung des U250 mithinzuzuzählen, allerdings können diese Monitore nur bedingt kalibriert werden, siehe Abschnitt 4.7.3.

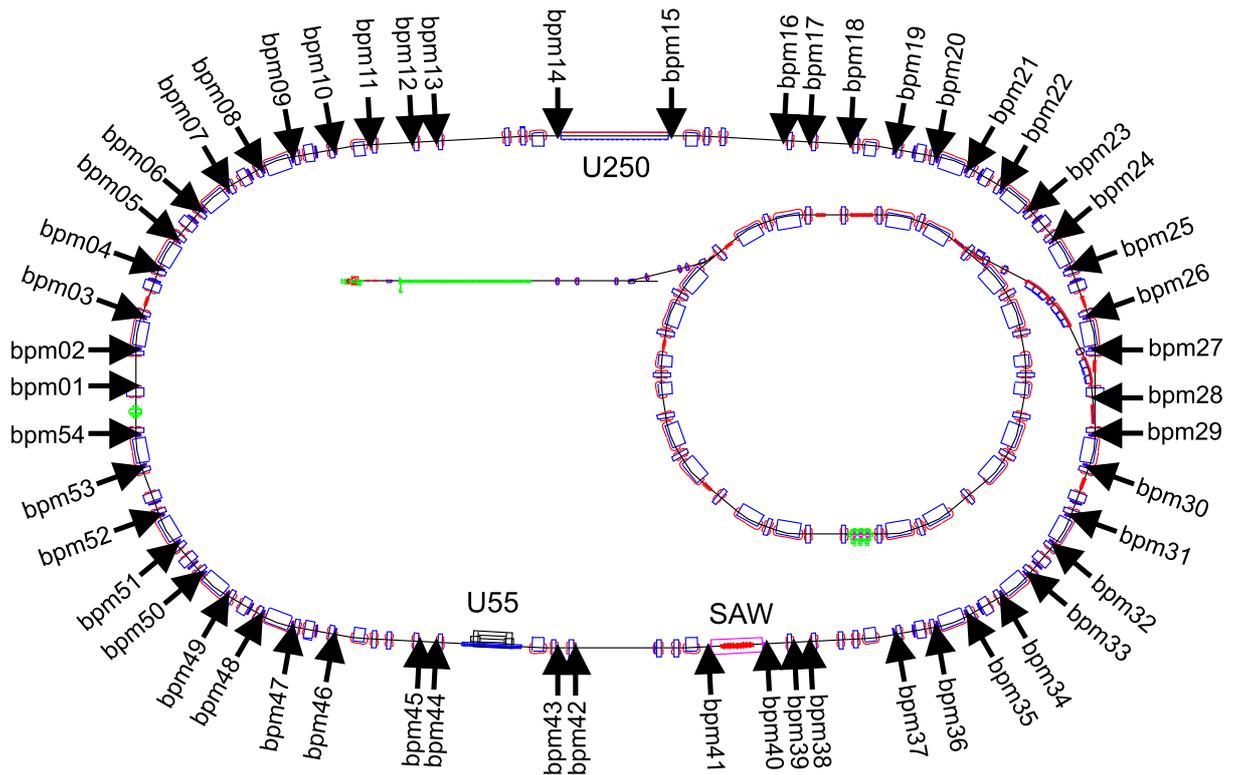


Abbildung 4.12: Verteilung der Strahlmonitore (BPMs) über den Speicherring Delta.

Durch die Positionierung der Monitore in den QDs der Triplets, in denen die vertikale Betafunktion groß wird, kann die vertikale Lage des Elektronenstrahls gut aufgelöst werden (vergleiche Abbildung 4.13). Diese ist insofern bedeutsam, dass der horizontale Synchrotronstrahlungsfächer nicht auf ungekühlte Sektionen der Kammerwand treffen darf, in den Dipolen also möglichst auf der Ebene der Sollbahn geführt werden sollte.

Umgekehrt wird die horizontale Betafunktion und auch die Dispersion in den mittleren, mithin nicht mit einem Monitor bestückten Quadrupolen (QF) maximal. Dadurch kann sowohl die Dispersionsbahn einer fehlangepassten Hochfrequenz als auch die horizontale Strahlage nur mit verminderter Genauigkeit erfasst werden.

Zur Bewertung der Strahlage ist es ferner wichtig, die Phasenvorschübe zwischen je zwei benachbarten Monitoren in beiden Ebenen zu kennen. Diese sollten einen Wert von  $\pi$  nicht überschreiten wie er für eine Abtastung einer Betatronschwingung maximal erforderlich ist. Andernfalls kann die Amplitude eines Störorbits über eine ganze Betatronhalbwellenlänge undetektiert bleiben. In den Abbildungen 4.14 und 4.15 sind die Phasenvorschübe in beiden Ebenen vor und nach dem Einbau der elf zusätzlichen Monitore aufgetragen:

Vor dem Umbau waren die Phasenvorschübe in der vertikalen Ebene vor den Monitoren bpm02 (ehemals bpm01), bpm29 (bpm23) und bpm42 (bpm34) kritisch, da diese mit Werten zwischen etwa  $1.5\pi$  und  $1.6\pi$  nur unzureichende Informationen über die Strahlage vor diesen Monitoren liefern konnten. Gerade im Bereich der Injektion vor bpm29 (ehem. bpm23) kann dieses Unkenntnis zu unkontrollierbaren Ablagen geführt haben, die es erschwerten, eine reproduzierbare Injektionseffizienz aufrecht zu erhalten. Durch den Einbau der Monitore bpm01, bpm28, bpm40 und bpm41 wurden diese Phasenvorschübe auf Werte unter  $\pi$  heruntergebrochen.

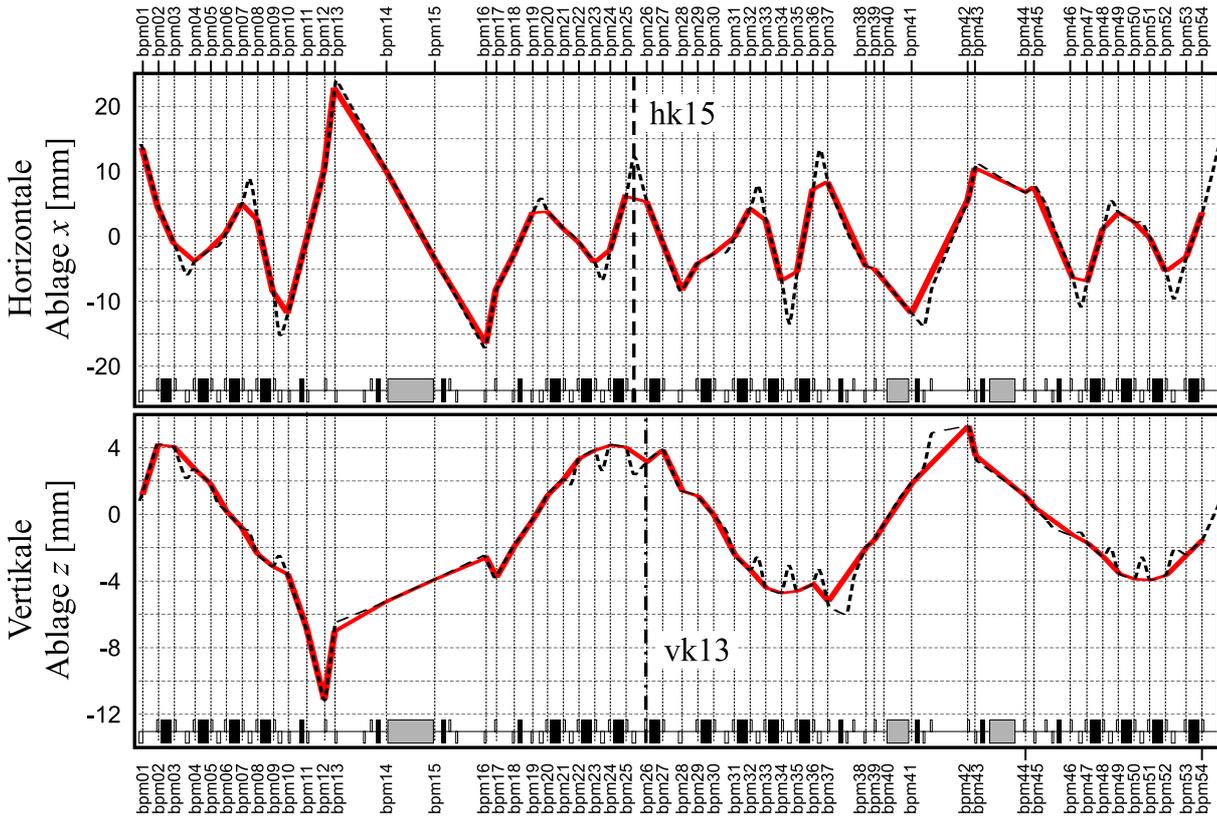


Abbildung 4.13: Modellerte Dipolstörungen von  $\theta = 1$  mrad durch den horizontalen Korrektor *hk15* (oben) und den vertikalen Korrektor *vk13* (unten), vergleiche auch mit Abbildung 3.3. Dargestellt sind sowohl die berechneten Strahlagen auch zwischen den BPMs (schwarz gestrichelte Linien) als auch die durch das BPM-System zu erwartenden Rücklesen, die durch gerade Linien interpoliert werden (rote, durchgezogene Linien). Erwartungsgemäß wird die Strahlage in der horizontalen Ebene zwischen den Monitoren der Tripletzellen unbeobachtet maximal, während die Ablagen in der vertikalen Ebene an diesen Stellen unbeobachtet minimal werden.

Umgekehrt führte der Einbau der Monitore bpm11 und bpm12, bpm17 und bpm18 sowie bpm45 zu sehr kleinen Phasenvorschüben in der vertikalen Ebene. Diese können für den Orbitkorrekturbetrieb durch eine überhöhte Sensitivität gegenüber ihrer Nullpunkskalibration problematisch sein, siehe Abschnitt 4.7.3.1.

In der horizontalen Ebene gab es bereits vor Einbau der zusätzlichen Monitore keine Paarung benachbarter Monitore mit einem Phasenvorschub größer als  $\pi$ . Der Umbau führte dennoch zu einem Phasenumbruch der zuvor höchsten Vorschübe vor den Monitoren bpm12 (ehem. 10), bpm19 (bpm14) und bpm42 (bpm34), aber auch zu problematisch kleinen Vorschüben bezüglich der Nullpunkskalibrationen vor den Monitoren bpm13, bpm17 und bpm43.

Durch eine horizontale Fehljustage des SAW liegt der strahlabwärtige SAW-Taper mitsamt dem darin integrierten Monitor bpm41 etwa 15 mm zu weit außen, mithin der Designorbit etwa 15 mm *innerhalb* der elektrischen Mitte des bpm41. Zwar wurden die Signale der Monitorknöpfe 1 und 3 (vergleiche Abbildung 4.10) deutlich gegenüber denen der Knöpfe 2 und 4 abgeschwächt, um eine horizontale Strahlageinformation dieses Monitors durch die angeschlossene Messelektronik überhaupt auswerten zu können. Jedoch verhält sich die horizontale Rücklese dieses Monitors nicht immer wie erwartet, weshalb der Monitor bpm41 im Standardbetrieb als ‘ungültig’ markiert und nicht zur Orbitkorrektur verwendet wird (vergleiche Abschnitt 8.1.6).

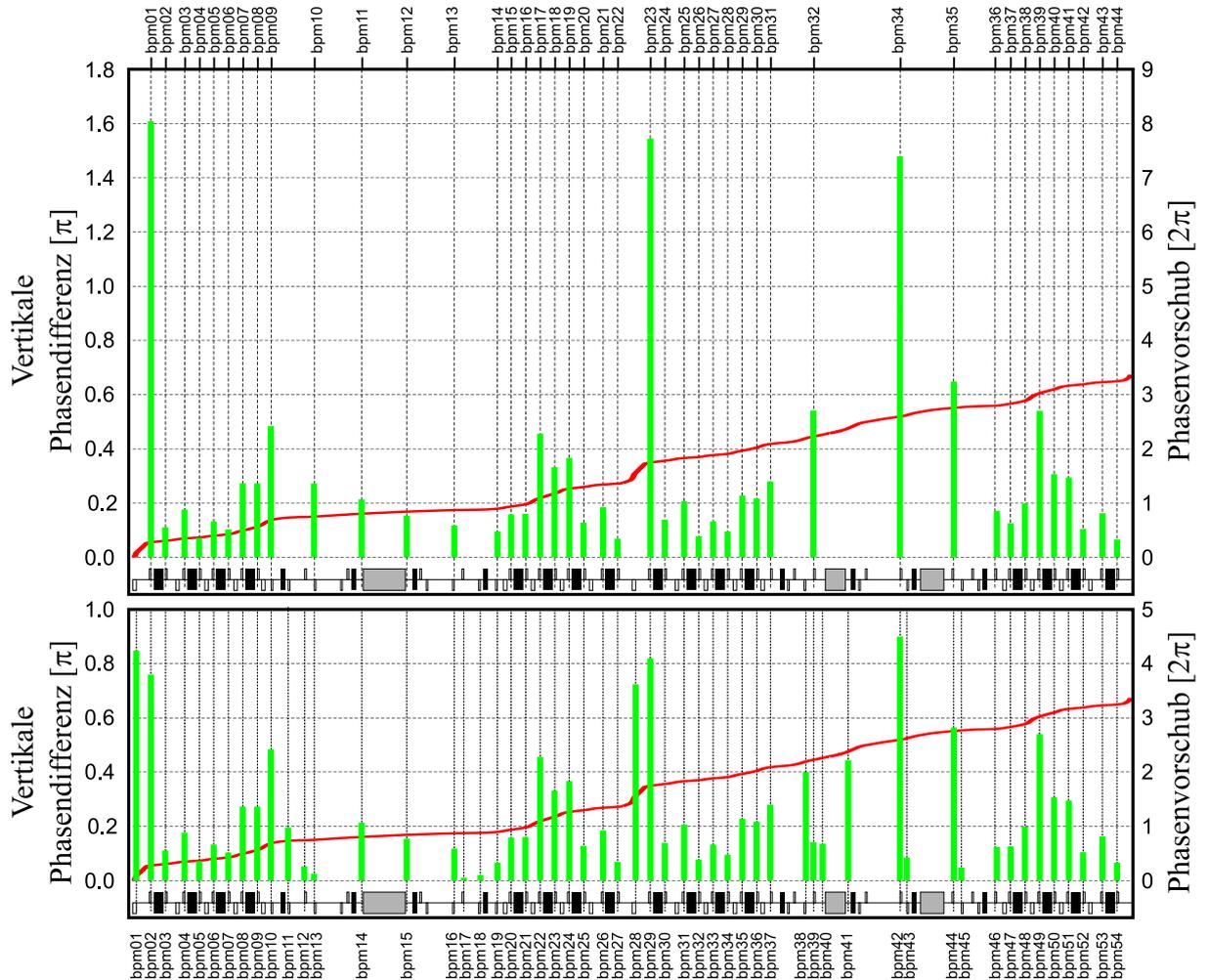


Abbildung 4.14: Phasenvorschiebe (Balkendiagramm) zwischen den Strahlagemonitoren in der vertikalen Ebene vor (oben) und nach (unten) dem Einbau von elf weiteren BPMs. Die Bezeichnung der Monitore am oberen Rand entspricht der Nomenklatur vor dem Einbau. Hervorzuheben ist der Phasenumbruch durch die neuen Monitore bpm01, bpm28 und bpm40/41 aber auch die Erzeugung sehr kleiner Phasenvorschiebe durch den Einbau der Monitore bpm11/12, bpm17/18 und bpm45. Die Werte entstammen einem genäherten Modell der verwendeten Standardoptik. Die rote Linie im Hintergrund stellt den Verlauf der Phase der vertikalen Betatronschwingung dar.

### 4.7.3 Kalibration der Strahlagemonitore

Die Auswertung der Strahlge aus den gemessenen Monitorsignalen (Abschnitt 4.7.1) wird in linearer Näherung von zwei freien Parametern je Ebene bestimmt. Dies sind die Monitorkonstante (Steigung) und ein konstanter Offset zum Nullpunkt. Die Monitorkonstante ist einzig eine Funktion der Monitorgeometrie. Innerhalb der geringen baulich bedingten Streuung der Monitorköpfe kann für alle Monitore dieselbe Monitorkonstante angenommen werden, die auf der auswertenden Elektronik fest voreingestellt ist. Dies gilt auch für die geometrisch leicht abweichende Bauform der Monitore bpm40/bpm41 in den Tapern des SAW, da gezeigt werden konnte, dass die Monitorkonstante dieser Monitore praktisch jener der üblichen Geometrie entspricht [23]. Eine Überprüfung der voreingestellten Monitorkonstanten aller verwendeten Messelektroniken hat bisher noch nicht stattgefunden. Der genaue Abgleich der Konstanten ist für

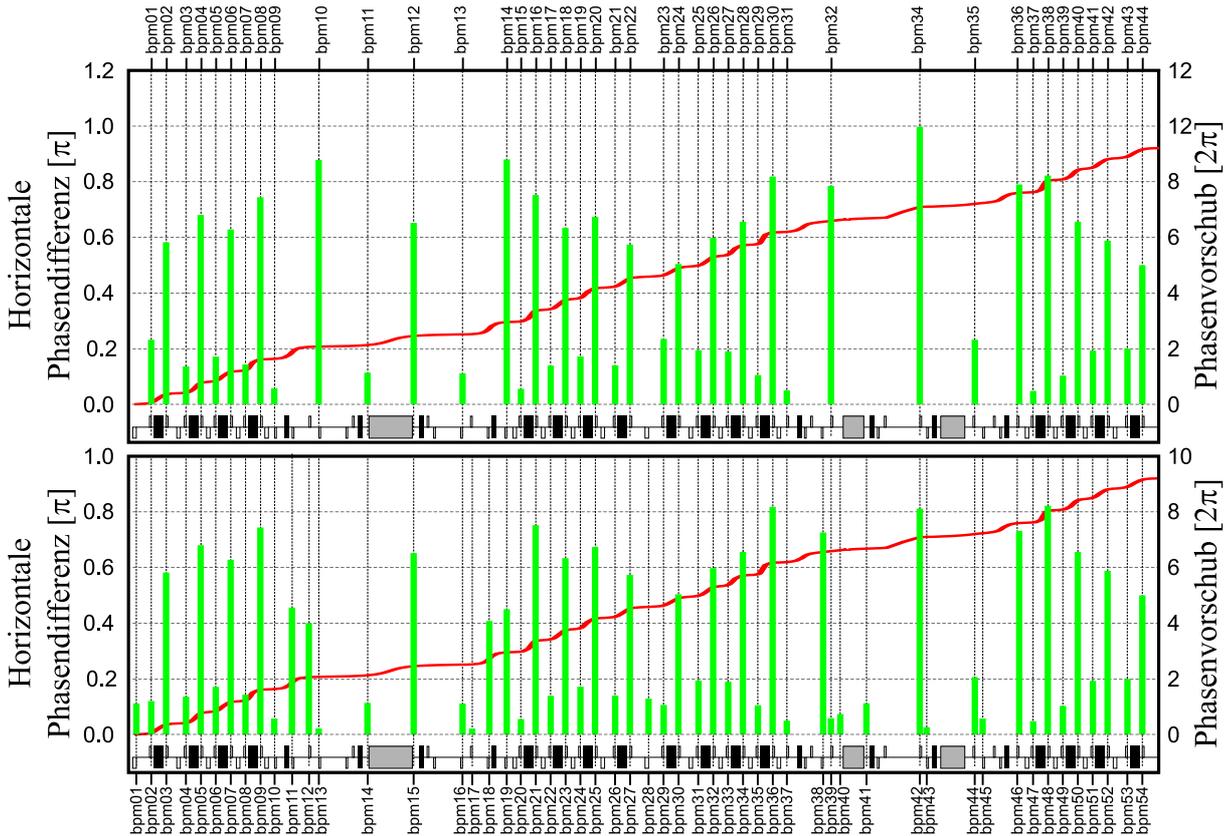


Abbildung 4.15: Phasenvorschiebe (Balkendiagramm) zwischen den Strahllagemonitoren in der horizontalen Ebene vor (oben) und nach (unten) dem Einbau von elf weiteren BPMs. Die Bezeichnung der Monitore am oberen Rand entspricht der Nomenklatur vor dem Einbau, die rote Linie im Hintergrund stellt den Verlauf der Phase der horizontalen Betatronschwingung dar.

diese Arbeit jedoch weitgehend unerheblich, sofern die Monitorkonstanten nur über dem Zeitraum der Aufnahme einer Responsematrix (siehe Abschnitt 5.1.3) bis zur Anwendung der auf diesen Messwerten errechneten Ergebnisse konstant bleiben. Diese Zeit beträgt üblicherweise einige Wochen, nach der eine neue Responsematrix aufgenommen werden sollte, um möglichen Änderungen der transversalen Magnetaufstellung Rechnung tragen zu können. Die Stabilität der eingestellten Monitorkonstanten über diese Zeiträume wird als Voraussetzung angenommen.

#### 4.7.3.1 Kalibration des Nullpunktes

Die Kalibration des Offsets  $\eta$  zum Nullpunkt eines jeden Strahllagemonitors ist dagegen von zentraler Bedeutung für eine sinnvolle Orbitkorrektur. Für einen realen Speicherring dient die magnetische Mitte eines angrenzenden Quadrupols als Nullpunkt. In einem ideal aufgestellten Speicherring korrespondiert dieser mit der Sollbahn. Das folgende Beispiel soll die Notwendigkeit der Nullpunktskalibration verdeutlichen: Dazu wird angenommen, dass der Strahl auf der Sollbahn eines ideal aufgestellten Speicherringes liege. Von zwei benachbarten Monitoren, die optisch nur durch einen geringen Phasenvorschub voneinander getrennt sind, habe mindestens ein Monitor einen fehlkalibrierten Nullpunkt. Die Messung der Strahllage wird daher fälschlich eine Abweichung von der Sollbahn indizieren. Eine Korrektur auf die vermeintliche Sollbahn, die für beide Monitore einen Nulldurchgang anzeigen würde, ist gewöhnlich nicht im Sinne des

Maschinenbetriebs. Um eine Lagedifferenz zwischen zwei Positionen geringen Phasenabstandes zu korrigieren, bedarf es *lokal* eines steilen Winkels des Strahlweges, der sehr große Dipolstärken erfordern kann. So kann eine Fehlkalibration der Monitore eine Korrektur der Strahlage in der Nähe der Sollbahn schnell an die Stromgrenzen der Korrektornetzgeräte treiben.

Als Beispiel diene eine Orbitkorrektur der vertikalen Strahlage an den Monitoren bpm16 und bpm17 um  $\pm 100 \mu\text{m}$ , was durchaus dem typischen Fehler der Kalibration entspricht (siehe Abschnitt 9.6). Abbildung 4.16 zeigt die erforderlichen Änderungen der Korrektorstärken einer lokalen Orbitkorrektur dieser Offsets allein. Die nötige Dipolstärke des Korrektors vk08 von fast  $-0.6 \text{ mrad}$  entspricht so bereits einem erheblichen Anteil der maximal verfügbaren Stärke eines vertikalen Korrektors von etwa  $1.1 \text{ mrad}$  (ohne Quadrupolsättigung). Da ferner die Korrektur nicht immer beliebig lokal agieren kann, kann der Fehler in Bereiche ungestörter Strahlage oder Monitorkalibration propagieren, wo er ebenfalls meist nicht vollständig lokal korrigiert werden kann. So kann sich infolge einer einzigen Fehlkalibration eine Orbitstörung über einen erheblichen Teil des Speicherringes ergeben.

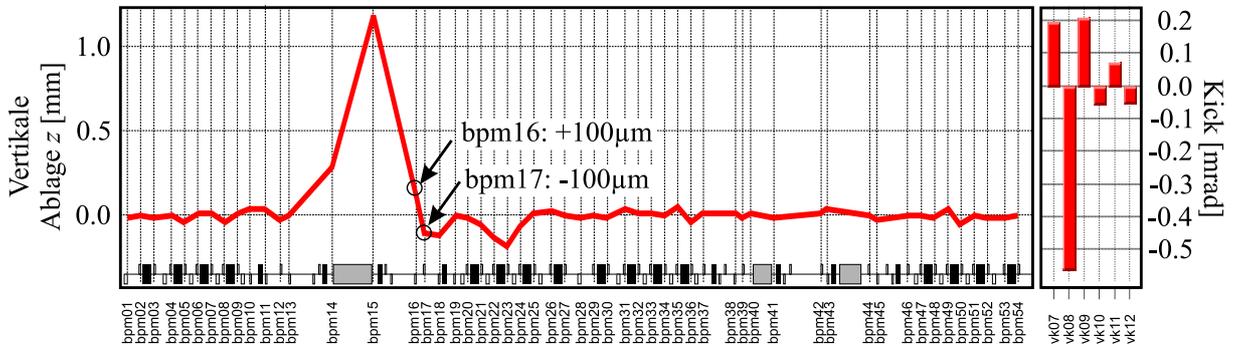


Abbildung 4.16: Simulation einer lokalen Orbitkorrektur auf eine vertikale Fehlkalibration der Monitore bpm16 ( $-100 \mu\text{m}$  offset) und bpm17 ( $+100 \mu\text{m}$ ), die um einen Phasenvorschub von nur  $0.05\pi$  voneinander getrennt sind. Erkennbar sind die auffällig hohen Korrektorstärken, um diesen Kalibrationsfehler lokal zu kompensieren, wie auch eine etwa 10fach höhere Orbitstörung in der Nachbarschaft des Kalibrationsfehlers. Die Berechnung der Korrektur geschah auf Basis einer autoparametrischen Beule, siehe Abschnitt 8.1.13.

Infolge dessen kann es im Standardbetrieb der Orbitkorrektur an Delta sinnvoll sein, die Rücklebewerte der Monitore bpm12, bpm13, bpm16, bpm17 und bpm45 (vertikal) sowie bpm12, bpm17 und bpm42 (horizontal) nicht zur Orbitkorrektur heranzuziehen, siehe dazu auch Abschnitt 8.1.6 der Implementierung.

Anstatt die involvierten Komponenten der Strahlauswertung aufwändig separat zu kalibrieren, greift man üblicherweise auf die Methode der strahlbasierten Kalibration (engl. *Beam Based Calibration*, kurz BBC, siehe z. B. [53]) zurück. Dabei bedient man sich der Abhängigkeit einer Orbitstörung von der transversalen Strahlablage in einem in seiner Stärke modulierten Quadrupol. Demnach verfährt man die Strahlablage in einem Monitor und dem unmittelbar angrenzenden Quadrupol<sup>8</sup> und zeichnet jeweils die Orbitstörung auf, die sich durch eine definierte Änderung der Quadrupolstärke  $\Delta k$  ergibt. Diese ist gemäß Gleichung (3.33) an jedem Monitor proportional zur Änderung des Strahlwinkels am Quadrupol, der sich gemäß Gleichung (3.37) ergibt. Berücksichtigt man dort nur den ersten Term, bleibt die Strahlage im Quadrupol durch die Änderung der Quadrupolstärke erhalten und die resultierende Änderung des Strahlwinkels

<sup>8</sup>Die Delta Monitore bpm14 und bpm15 sowie bpm40 und bpm41 entziehen sich daher diesem Ansatz.

ist proportional zu dieser Ablage. Trägt man daher die Summe der quadrierten Ablagedifferenzen  $\Delta\kappa_i$  aller Monitore gegen die Strahlage  $\kappa_{\text{mon}}$  am zu kalibrierenden Monitor auf, erwartet man eine Parabel einer Öffnung  $a(\Delta k)$ , deren Minimum  $\kappa_{\text{min}}$  mit jener Strahlage am Monitor korrespondiert, zu der der Quadrupol etwa entlang seiner magnetischen Mitte durchlaufen wird:

$$K^2(\kappa_{\text{mon}}, \Delta k) := \Sigma (\Delta\kappa_i)^2 =: a(\Delta k) (\kappa_{\text{mon}} - \kappa_{\text{min}})^2 \quad (4.2)$$

Nimmt man ferner an, dass die Strahlage am Monitor der im Quadrupol entspricht, beide Elemente also nicht winklig durchlaufen werden, entspricht die Position des Minimums der gesuchten Nullpunktkalibration  $\kappa_{\text{min}} = \eta$ . Alle Rücklesewerte dieses Monitors sollten daher um diesen Wert reduziert werden: Eine um  $\eta$  korrigierte Rücklese des Wertes Null entspricht dann einem Strahlgang durch die magnetische Mitte des angrenzenden Quadrupols.

### 4.7.3.2 Die Relaiskaskade

Zur gezielten Änderung der Quadrupolstärke eines jeden Quadrupols des Speicherrings Delta dient ein zusätzliches 4-Quadranten-Netzgerät, welches über eine Anordnung kaskadierender Relais (sog. Relaiskaskade, siehe [61]) zu jedem der 76 Quadrupole des Speicherrings parallel geschaltet werden kann. Das Netzgerät erlaubt es, dem verbundenen Quadrupol einen zusätzlichen Strom von bis zu 3 A aufzuerlegen, oder den Strom um bis zu 3 A zu erniedrigen. Dabei sollte allerdings beachtet werden, dass der gesamte Spannungsabfall über die in Reihe geschalteten Quadrupole keinem Vorzeichenwechsel unterliegt, da dies zu einem unerwünschten Stromfluss über die Freilaufdiode der Hauptversorgung der Quadrupole führen könnte. Ein Problem der Relaiskaskade der aktuellen Bauform liegt darin, dass keine Möglichkeit der Rücklese existiert, die zu jedem Zeitpunkt Auskunft darüber gäbe, zu welchem Quadrupol das Netzgerät parallel geschaltet ist. Ursache einer fehlerhaften Verbindung könnte eine Fehlfunktion eines der bis zu zwölf hintereinandergeschalteten Relais sein, die das Zusatznetzgerät mit dem gewünschten Quadrupol verbinden sollen. Diese Ungewissheit ermöglicht es, tatsächlich mit einem anderen Magneten verbunden zu sein als es für die aktuelle Messreihe erforderlich wäre. Daher wird derzeit ein neues System zur individuellen Stromvariation der Quadrupole gebaut, siehe [64].

Implementierung, Messungen und Ergebnisse der Monitorkalibration werden in Kapitel 9.6 vorgestellt.

## 4.8 Hochfrequenz

Kurz oberhalb der westlichen Bogenmitte ist ein normalleitender, einzelliger HF-Resonator vom DORIS-Typ<sup>9</sup> und einer Shuntimpedanz von etwa  $R_S \approx 3 \text{ M}\Omega$  eingebaut. Er wird durch ein 500 MHz-Klystron mit einer maximalen Ausgangsleistung von  $P = 60 \text{ kW}$  gespeist, wodurch longitudinal eine Beschleunigungsspannung von maximal  $\sqrt{2PR_S} \approx 600\,000 \text{ V}$  aufgebaut werden könnte. Das Frequenznormal von etwa 499.820 MHz wird durch einen quarzstabilisierten Frequenzgenerator<sup>10</sup> vorgegeben und kann im Bereich einiger 10 kHz mit einer Auflösung von 0.1 Hz über eine GPIB-Schnittstelle (General Purpose Interface Bus nach dem IEEE-488 Standard) variiert werden<sup>11</sup>. Limitierend ist dabei ein mechanischer Abstimmstempel im HF-Resonator, der über eine elektronische Regelung den Resonator auf Resonanz hält. Die maximale Änderung der Frequenzvorgabe sollte etwa 1 kHz/s nicht überschreiten, um die Regelgeschwindigkeit des Abstimmstempels nicht zu überschreiten.

<sup>9</sup>Elektron-Positron-Doppel-Speicherring am Deutschen Synchrotron DESY, Hamburg

<sup>10</sup>Rohde & Schwarz 9 kHz · · 1.1 GHz-SML01

<sup>11</sup>Die hohe Auflösung wird für die longitudinale Feinjustage des optischen Resonators des FEL benötigt.

# Kapitel 5

## SVD-basierte Orbitkorrektur

### 5.1 Orbitkorrektur und Orbitresponsematrizen

Im Folgenden wird die Strahlage der Ebene  $\kappa$  an den Positionen der Strahllageмонitore in einem Vektor  $\vec{\kappa}$  zusammengefasst, der in seinen  $m$  Komponenten  $\kappa_i$  die Strahllageinformation jedes Monitors  $i$  in der Ebene  $\kappa$  enthält. Dieser kann neben den Rücklesewerten der BPMs auch Informationen ‘externer Monitore’ enthalten, siehe Abschnitt 8.1.5. Der Vektor  $\vec{\kappa}$  wird im Folgenden häufig ‘Orbit’ genannt, wohl unterschlagend, dass dies nur eine Untermenge der Gesamtheit der Strahlage darstellt.

#### 5.1.1 Die Orbitreferenz

Ziel einer Orbitkorrektur ist es, einen gemessenen Orbit  $\vec{\kappa}$  auf eine vorgegebene Referenz  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  zu korrigieren. Der für den Betrieb optimierte Referenzorbit ergibt sich aus verschiedenen Randbedingungen, welche die Strahlage innerhalb der Vakuumkammer mit unterschiedlicher Stringenz einschränken:

- Die Elektronen sind so zu führen, dass die durch sie ausgesandte Synchrotronstrahlung entlang der installierten Strahllinien bis zu den Experimentierplätzen laufen kann. Da Strahllinien häufig über eine Länge von 10 m oder mehr verlaufen, wird hierdurch neben der Positionsgenauigkeit des Quellpunktes auch eine Winkelgenauigkeit der Strahlführung erforderlich. Die erforderliche Genauigkeit ergibt sich durch die Spezifikation des Experimentes einerseits, aus der Länge der Strahllinie und dem Raumwinkel, in dem die Strahlung abgegeben wird, andererseits. So erfordern z. B. Undulator-Strahllinien wegen des begrenzten Abstrahlwinkels eine höhere Genauigkeit der horizontalen Strahlage als Strahllinien, die den breiten Horizontalfächer eines Ablenktdipols nutzen.
- Ferner ist sicherzustellen, dass die Synchrotronstrahlung nicht auf unzureichend gekühlte Bereiche der Vakuumkammer trifft. Diese könnten sonst übermäßig erhitzt werden, was eine erhöhte Desorptionsrate der in der Kammerwand enthaltenen Gase und damit eine Reduktion der Restgaslebensdauer der gespeicherten Elektronen bedingen kann. In Bereichen angeflanschter Komponenten können ein großer Temperaturgradient (die Edelstahlkammer besitzt eine relativ schlechte Wärmeleitfähigkeit) oder stark abweichende Ausdehnungskoeffizienten benachbart montierter Materialien zu mechanischen Spannungen bis hin zu

Vakuullecks führen. An Delta gilt dies insbesondere für die intensive Strahlung des SAW. Hier führte eine ungünstige vertikale Strahlage bereits zu einer Verformung und Beschädigung der Strahlkammer unter der eingetragenen Wärmelast [65].

- Multipolkomponenten  $n > 2$  führen am Ort des Strahls zu zunehmenden Abweichungen des Magnetfeldes von dem einer linearen Strahlführung, je weiter die Strahlage von den magnetischen Zentren der Magnete abweicht. Diese Nichtlinearitäten führen neben einer Emittanzkopplung zu einer chaotischen Bewegung einzelner Elektronen um den Sollorbit. Diese kann über wenige oder sehr viele Umläufe bei vielen Elektronen zu einer Ablage führen, die jenseits der mechanischen Apertur liegt. Diese Teilchen werden folglich durch Kollision mit der Kammerwand verloren gehen und die Lebensdauer des gespeicherten Strahls reduzieren. Der transversale Raum, in dem der Strahl über viele Umläufe erhalten bleibt, wird auch *dynamische* Apertur genannt [51]. Das Zentrum der dynamischen Apertur liegt im Allgemeinen in der Nähe der Sollbahn, weshalb auch die Strahlage der Sollbahn möglichst nahe kommen sollte.
- Der Strahl ist im Bereich der Injektion so in Ablage und Winkel zu führen, dass durch kurzzeitige Überlagerung der Kickerbeule zum stationären Orbit die dynamische Apertur zum Zeitpunkt der Injektion den zu injizierenden Strahl umfasst, ohne gleichzeitig Verluste am bereits gespeicherten Strahl zu bedingen.

Eine Orbitreferenz  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  wird auf Basis des ‘Nullorbits’, also verschwindender Strahlablage an allen Monitoren, erstellt. Ablage und Winkel werden dann lokal so eingestellt, dass die oben genannten Kriterien möglichst gut erfüllt werden.

Da die meisten Ursachen abweichender Strahlablagen  $\Delta\vec{\kappa} := \vec{\kappa} - \vec{\kappa}_{\text{ref}}$  gemäß den Ausführungen in Abschnitt 2.2.3 zeitlich veränderlich sind, ist eine stete Korrektur des gestörten Orbits  $\vec{\kappa}$  auf die Referenz  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  nötig. Genauigkeit und Zeitskala der Monitorauslese, der Orbitkorrektur und ihrer Anwendung auf die strahlführenden Elemente (Korrektur Elemente) begrenzen sowohl den Frequenzbereich als auch die Genauigkeit, mit der Orbitstörungen kompensiert werden können.

Die Qualität des Orbits in Bezug auf eine gegebene Referenz  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  kann man durch eine reellwertige Funktion der Art

$$\langle \|\Delta\vec{\kappa}\|^2 \rangle = \langle \|\vec{\kappa} - \vec{\kappa}_{\text{ref}}\|^2 \rangle \quad (5.1)$$

erfassen, wobei die zeitliche Mittelung  $\langle \cdot \rangle$  über einen dem Frequenzbereich der Orbitstörungen angepassten Zeitraum stattfindet. Die Qualität einer Orbitkorrektur ist also umso höher, je niedriger der Ausdruck in (5.1) ist. Aufgabe einer Orbitkorrektur ist es daher, unter gezielter Veränderung der zur Verfügung stehenden Korrektur Elemente eine Änderung der Strahlage  $\vec{\Delta}$  herbeizuführen, sodass die Bedingung

$$\|\vec{\Delta} + \Delta\vec{\kappa}\|^2 \rightarrow \min. \quad (5.2)$$

zu möglichst vielen Zeiten erfüllt wird.

### 5.1.2 Gewichtete Orbitkorrektur

Sofern der Orbitkorrektur weniger Freiheitsgrade zur Verfügung stehen als  $m$  Komponenten  $\kappa_i$  zu korrigieren sind, kann es sinnvoll sein, eine elliptische Metrik  $|\vec{a}, \vec{b}| := \vec{a}^T \mathbf{W}^2 \vec{b}$  mit einer Diagonalmatrix  $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T$  einzuführen, deren Hauptdiagonale die positiven Gewichte  $w_i$  enthält. Die

Vektornorm ist durch  $\|\vec{a}\|^2 := |\vec{a}, \vec{a}|$  definiert. Die Verwendung der Euklidischen (Kreis-)Norm wird durch den tiefgestellten Index ‘2’ dargestellt:  $\|\vec{a}\|_2^2 := \vec{a}^T \vec{a}$ . Mithin gilt  $\|\vec{a}\| = \|\mathbf{W}\vec{a}\|_2$ .

Gleichung (5.2) verlangt somit eine verstärkte Reduktion der Strahlabweichung in jenen Komponenten  $i$ , deren Gewichte  $w_i$  den Mittelwert aller anderen Gewichte  $w_{j \neq i}$  überragen. Umgekehrt führt ein gegenüber den anderen Gewichten reduziertes Gewicht zu einer erhöhten Toleranz gegenüber einer Strahllageabweichung in dieser Komponente. Der Spezialfall  $w_i = 0$  bedingt schließlich, dass eine von der Referenz abweichende Ablage in dieser Komponente  $i$  nicht mehr zum linken Ausdruck in Gleichung (5.2) beiträgt, also von einer Orbitkorrektur ignoriert wird.

### 5.1.3 Orbitresponsematrizen

Orbitresponsematrizen  $\mathbf{R}$  (im Folgenden auch als ‘Responsematrizen’ bezeichnet) enthalten in jeder Spalte  $j$  die Orbitänderung in linearer Näherung an den  $m$  Positionen  $i$  der Strahllage-monitore normiert auf die Änderung des Korrektur-elementes  $j$ . Agiert das Korrektur-element primär in einer der Ebenen  $\kappa \in \{x, z\}$  und vernachlässigt man eine Kopplung der Strahlführung zwischen diesen Ebenen (siehe dazu auch Diskussion in Abschnitt 9.1.2), so ist es sinnvoll, entkoppelte Matrizen aufzustellen, die in ihren Zeilen nur die Strahllageänderungen jener Ebene enthalten, in der das strahlführende Element primär wirkt. Dadurch lässt sich die Zahl der Matrixelemente halbieren sowie Speicherplatz und Rechenzeit proportional reduzieren.

Responsematrizen können entweder über ein theoretisches Modell der Strahlführung berechnet oder experimentell ermittelt werden. Da das derzeitige Modell der standardmäßig verwendeten Optik des Speicherringes in Betafunktionen und Phasenvorschüben den experimentellen Messungen nur unzureichend entspricht, werden in dieser Arbeit nur Responsematrizen verwendet, die zuvor über die Strahllagemonitore durch Änderung der Korrektur-elemente aufgezeichnet worden sind.

Bedeutsam für eine Orbitkorrektur auf Basis der Dipolkorrektoren sind die Korrektor-Responsematrizen, deren Spalten den infolge einer Winkeländerung am Dipolkorrektor  $j$  gemäß Gleichung (3.33) erzeugten Störorbit enthalten. Diese Matrizen enthalten für den Speicherring Delta bis zu  $n = 30$  Spalten für die horizontale und bis zu  $n = 26$  Spalten für die vertikale Matrix, deren Elemente  $R_{ij}$  die Einheit  $\text{mm mrad}^{-1}$  haben. Alternativ finden auch Spalten Verwendung, die durch Variation der Hochfrequenz (siehe Abschnitt 4.8; Einheit  $\text{mm kHz}^{-1}$ ), Bestromungsänderung der Dipolfamilien (Abschnitt 4.2; Einheit  $\text{mm A}^{-1}$ ) oder der DC-Spulen (Abschnitt 4.6; Einheit  $\text{mm A}^{-1}$ ) ermittelt werden.

Gemäß den Ausführungen in Abschnitt 3.5 können die durch die Änderung der Korrektur-elemente verursachten Orbitstörungen linear superponiert werden. Enthalte der Vektor  $\vec{\theta}$  in seinen Komponenten  $\theta_j$  die zu den Spalten  $j$  einer Responsematrix korrespondierenden Korrektoränderungen, so erhält man die resultierende Orbitänderung aus der Darstellung:

$$\vec{\Delta} := \mathbf{R}\vec{\theta} \quad (5.3)$$

Zusammen mit Gleichung (5.2) definiert man die Orbitkorrektur in der Bestimmung und Anwendung des Vektors  $\vec{\theta}$  so, dass

$$\left\| \mathbf{R}\vec{\theta} + \Delta\vec{\kappa} \right\|^2 = \left\| \mathbf{W}\mathbf{R}\vec{\theta} + \mathbf{W}\Delta\vec{\kappa} \right\|_2^2 \rightarrow \min. \quad (5.4)$$

Die Basis einer SVD-basierten Orbitkorrektur ist die Bestimmung einer *Pseudoinversen*  $\mathbf{A}^\dagger$  zu  $\mathbf{A} := \mathbf{W}\mathbf{R}$ , sodass die durch

$$\vec{\theta}^{(0)} := -\mathbf{A}^\dagger \mathbf{W}\Delta\vec{\kappa} \quad (5.5)$$

bestimmte Lösung innerhalb des Bildbereichs von  $\mathbf{A}$  die eindeutige Lösung minimaler Länge  $\|\vec{\theta}^{(0)}\|_2$  zu Gleichung (5.4) mit  $\vec{\Delta}^{(0)} := \mathbf{R}\vec{\theta}^{(0)}$  ist. Der Bildbereich von  $\mathbf{A}$  wird im Folgenden auch  $A^{(0)}$  genannt. Die Spaltenvektoren  $j$  der gewichteten Responsematrix  $\mathbf{A}$  werden mit  $\vec{a}_j$  bezeichnet und ebenfalls Responsevektoren genannt. Der Unterschied zu den ungewichteten Spaltenvektoren aus  $\mathbf{R}$  erschließt sich jeweils aus dem Zusammenhang.

Die Forderung an die Pseudoinverse  $\mathbf{A}^\dagger$  kann demnach wie folgt formuliert werden:

$$\left\| \mathbf{1} - \mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger \right\| \rightarrow \min. \quad (5.6)$$

## 5.2 Die Singulärwertzerlegung (SVD)

Die Singulärwertzerlegung<sup>1</sup> beschreibt die Faktorisierung einer rechteckigen  $m \times n$  Matrix  $\mathbf{A}$  gemäß der Darstellung<sup>2</sup>

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (5.7)$$

mit

$$\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{1} \quad \text{und} \quad \mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$$

Die  $m \times n$  Matrix  $\mathbf{U}$  besteht aus  $n$  orthonormalen Eigenvektoren, die mit den  $n$  Eigenwerten von  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  assoziiert sind.  $\mathbf{V}$  enthält die orthonormalen Eigenvektoren von  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ . Die Diagonalelemente von  $\mathbf{\Sigma}$  sind die positiven Quadratwurzeln der Eigenwerte zu  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  und werden *Singulärwerte* genannt. Die  $\mathbf{1}$ -Matrix ist eine  $n \times n$  Einheitsmatrix. Die Faktorisierung ist für nicht-entartete Singulärwerte<sup>3</sup> eindeutig bezüglich der Bildung von  $n$  Tripeln, die aus je einer Spalte  $\vec{U}_j$  aus  $\mathbf{U}$ , einer Spalte  $\vec{V}_j$  aus  $\mathbf{V}$  und dem Singulärwert  $\sigma_j$  bestehen. Die Anordnung der Tripel  $(\vec{U}, \vec{V}, \sigma)_j$  in den Matrizen der Zerlegung ist jedoch nicht festgelegt. Daher soll im Folgenden angenommen werden, dass

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0.$$

Die sortierte Darstellung der Singulärwerte wird auch als *Singulärwertspektrum* bezeichnet.

### 5.2.1 Analyse

Die Bedeutung eines Tripels  $(\vec{U}, \vec{V}, \sigma)_j$  wird offenbar, wenn man den Vektor  $\vec{V}_j$  von rechts an die Zerlegung (5.7) multipliziert:

$$\mathbf{A}\vec{V}_j = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T\vec{V}_j = \vec{U}_j\sigma_j$$

<sup>1</sup>Der Ursprung der Singulärwertzerlegung (engl. *Singular Value Decomposition*, kurz SVD) geht auf die Arbeiten von Beltrami (1873) und Jordan (1874) zurück [66, und Referenzen hierin]. Schmidt veröffentlichte 1907 ein Approximations-Theorem, welches die Reduktion einer rangdefizienten (singulären) Matrix allgemeiner Geometrie auf Basis einer Diagonalmatrix mathematisch fundiert. Im Jahr 1965 veröffentlichten Golub und Kahan die Grundlage eines Algorithmus<sup>3</sup>, die SVD numerisch zu implementieren, aber erst die Arbeit von Golub und Reinsch [67] aus dem Jahr 1970 enthält den numerisch stabilen Algorithmus, der das Arbeitspferd der SVD der folgenden Jahrzehnte stellen sollte. Das Prinzip beruht darauf, die zu zerlegende Matrix zunächst durch Householdertransformationen zu bidiagonalisieren. Mittels *QR*-Zerlegung werden dann die Singulärwerte bestimmt. Die Implementierung der *Numerical Recipes* [68], die der SVD dieser Arbeit zugrunde liegt, beruht ebenfalls auf der Arbeit von Golub und Reinsch.

<sup>2</sup>Es gibt alternative Darstellungen der Singulärwertzerlegung. Diese ist jedoch die gebräuchlichste.

<sup>3</sup>Innerhalb des Raumes, der durch die  $\vec{V}_i$  aufgespannt wird, deren Singulärwerte  $\sigma_i$  entartet sind, verbleiben Rotationsfreiheitsgrade. Dies ist aber im Rahmen dieser Arbeit ohne Belang.

Demnach repräsentieren die Spaltenvektoren aus  $\mathbf{V}$  eine orthonormale Basis des Definitionsbereiches der Abbildung  $\mathbf{A}$ , die Spaltenvektoren aus  $\mathbf{U}$  eine orthonormale Basis des Zielbereiches  $A \supseteq A^{(0)}$ . Die Achsen beider Basen sind dabei so gedreht, dass die Abbildung  $\mathbf{A}$  in diesen Basen in die Diagonalmatrix  $\mathbf{\Sigma}$  transformiert.

Betrage der Rang der Matrix  $\mathbf{A}$  gerade  $\dim\{A^{(0)}\} = r^{(0)}$ , so gilt  $\sigma_{r^{(0)}+1} = \sigma_{r^{(0)}+2} = \dots = \sigma_n = 0$ . Die Menge der zugehörigen Vektoren  $\{\vec{V}_j | j > r^{(0)}\}$  spannt dann den Nullraum der Abbildung mit der Dimensionalität  $n - r^{(0)}$  auf. Umgekehrt spannen die Vektoren  $\{\vec{U}_j | j \leq r^{(0)}\}$  den Bildbereich der Dimensionalität  $r^{(0)}$  auf, der durch die Abbildung erreicht werden kann. Eine Matrix, für die  $r^{(0)} < n$  gilt, bezeichnet man als singulär oder auch rangdefizient.

Die *Konditionszahl* beschreibt das Verhältnis des größten zum kleinsten Singulärwert einer Matrix. Während die Konditionszahl für singuläre Matrizen divergiert, bezeichnet man Matrizen mit sehr großen Konditionszahlen als *schlecht konditioniert*<sup>4</sup>. Für ungewichtete Orbitresponsematrizen an Delta erhält man horizontal etwa  $110 : 0.23 \approx 460$  und vertikal  $120 : 0.64 \approx 190$ . Die Konditionszahlen gewichteter Responsematrizen skalieren mit dem maximalen Singulärwert und daher mit den angewandten Monitorgewichten. Für maximale Gewichte von etwa 1 200 erreichen die Konditionszahlen im Standardkorrekturbetrieb an Delta etwa 350 000 horizontal bzw. 60 000 vertikal.

### 5.2.2 Die Pseudoinverse

Die Existenz einer *generalisierten Inversen* oder der *Pseudoinversen*  $\mathbf{A}^\dagger$  einer rechteckigen Matrix  $\mathbf{A}$  geht auf Roger Penrose (1955) zurück [69] und wird durch die folgenden Eigenschaften definiert:

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger\mathbf{A} = \mathbf{A} & \text{iii) } (\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger)^\text{T} = \mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger \\ \text{ii) } \mathbf{A}^\dagger\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^\dagger & \text{iv) } (\mathbf{A}^\dagger\mathbf{A})^\text{T} = \mathbf{A}^\dagger\mathbf{A} \end{array}$$

Die eindeutige Lösung für  $\mathbf{A}^\dagger$  ist durch die Form

$$\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^\dagger\mathbf{U}^\text{T} \quad \text{mit} \quad \mathbf{\Sigma}^\dagger = \text{diag}(\sigma_j^\dagger) \quad (5.8)$$

und

$$\sigma_j^\dagger = \begin{cases} 1/\sigma_j & \text{für } \sigma_j > 0 \\ 0 & \text{für } \sigma_j = 0 \end{cases} \quad (5.9)$$

gegeben. Die Ersetzung des Reziproken der Singulärwerte  $\sigma_j = 0$  durch Null in Gleichung (5.9) entspricht dem Ausschluss des Nullraumes, mithin der zugehörigen Spaltenvektoren  $\vec{V}_j$  aus dem Lösungsvektor der Gleichung (5.5). In diesem Sinne ist die Lösung eindeutig und von minimaler Länge, da eine von Null verschiedene Komponente des Lösungsvektors aus dem Nullraum den resultierenden Orbitvektor in Gleichung (5.3) unverändert ließe, aber die Länge des Lösungsvektors wegen der Orthogonalität der Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}$  nur vergrößern kann.

<sup>4</sup>Während der Absolutwert der Konditionszahl keine unmittelbare Bewertung der mit ihr verbundenen Matrix zulässt, dient diese vielmehr zum Vergleich ähnlicher Matrizen untereinander. Die Konditionszahl trägt indirekt zu einer unteren Begrenzung des Singulärgrenzwertes (Abschnitt 5.2.3) und zur numerischen Stabilität der Implementierung bei, siehe auch Fußnote auf Seite 68.

Innerhalb des Bildbereiches  $A^{(0)}$  ist die Abbildung durch die Pseudoinverse eindeutig umkehrbar:

$$\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} \vec{\Delta} = \vec{\Delta}, \quad \text{falls } \vec{\Delta} \in A^{(0)}. \quad (5.10)$$

Ist  $\mathbf{A}$  eine quadratische  $n \times n$  Matrix mit Rang  $r^{(0)} = n$ , so entspricht die Pseudoinverse folglich der inversen Matrix:  $\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^{-1}$ .

Unter der Regel (5.9) ist die Pseudoinverse allerdings nur bedingt für die praktische Applikation in Gleichung (5.5) anwendbar: Es ist eines der Stabilitätskriterien der SVD, dass kleine Störungen in  $\mathbf{A}$  kleine Störungen in  $\Sigma$  erzeugen. Demnach wird eine fehlerbehaftete Responsematrix  $\mathbf{R}$  der Geometrie  $m \geq n$  selten  $r^{(0)} < n$  erfüllen und stattdessen dem Fehler proportionale (kleine) Singulärwerte besitzen. Der Anteil der zugehörigen Spaltenvektoren aus  $\mathbf{V}$  an der Lösung nimmt aber nach Definition (5.8) proportional zum Reziproken der Singulärwerte zu. So können vor allem *fehlerdominierte* Singulärwerte mit willkürlich großen Beiträgen zum Lösungsvektor beitragen. Dies kann in der Praxis zu folgenden Problemen führen:

- i) Die tatsächliche Strahllageänderung durch Anwendung der Nullraumkomponenten kann deutlich von der vorausberechneten Änderung kleiner Amplitude abweichen. Siehe auch das Beispiel in der Anwendung der Nullraumkomponenten in Abbildung 9.10.
- ii) Die Responsematrix berücksichtigt nicht die Orbitänderung *zwischen* den Strahllagemonitoren (vergleiche auch mit Abbildung 4.13). Diese kann um so größer ausfallen, je größer der Phasenvorschub und die Betafunktion zwischen den Monitoren ist<sup>5</sup>, vergleiche mit der Diskussion in Abschnitt 4.7.2.
- iii) Änderungen an relativ niedrig gewichteten Monitoren tragen nur wenig zur gewichteten Orbitänderung bei. So kann der zu kleinen Singulärwerten gehörige Lösungsanteil zu sehr großen Änderungen der Strahllage an den niedrig gewichteten Monitoren führen.
- iv) Die lineare Abhängigkeit der erzeugten Strahllageänderung von der Änderung eines Korrektorelementes ist nur für einen begrenzten Bereich gültig. Überschreitet die anzuwendende Änderung diesen Bereich der Linearität, kann die tatsächlich erzeugte Strahllageänderung von der vorausberechneten Änderungen der linearen Extrapolation deutlich abweichen. Nichtlinearitäten, die im Allgemeinen die Anwendung von Lösungskomponenten mit kleinem Singulärwert dominieren, liegen in den Elementen selbst: Z. B. in der sättigungsbedingten Reduktion der Dipolstärken der DC-Spulen dc1 und dc5 (vergleiche Abschnitt 9.4.3), wohingegen sich die Stärke der Dipolkorrektoren über den gesamten Bereich ihrer zulässigen Anwendung ( $\pm 10$  A) proportional zur Stromstärke verhält (Abschnitt 4.5.2).  
Andererseits ist generell davon auszugehen, dass mit zunehmender Amplitude der Strahllageänderung die Wirkung nichtlinearer Multipolkomponenten am Strahl zunimmt und so ebenfalls die tatsächliche Strahllageänderung zunehmend von der der linearen Extrapolation abweichen wird.
- v) Unnötig große Änderungen der Korrektorstärke sind für die Orbitkorrektur am Speicherring Delta gemäß den Ausführungen in Abschnitt 4.5.5 zu vermeiden, um die Asynchronität zwischen den Korrektoren sowie die Laufzeit der synchronen Korrektorampe zu minimieren.

Stattdessen führt man einen Singulärgrenzwert  $\sigma_{\text{cut}} \geq 0$  ein, und ersetzt die Regel (5.9) durch

$$\sigma_j^\dagger = \begin{cases} 1/\sigma_j & \text{für } \sigma_j > \sigma_{\text{cut}} \\ 0 & \text{für } \sigma_j \leq \sigma_{\text{cut}} \end{cases}. \quad (5.11)$$

<sup>5</sup>Glücklicherweise schließen sich diese Bedingungen gemäß Gleichung (3.13) weitgehend aus.

Um jene Pseudoinversen, die unter der Regel (5.9) erstellt werden, von denen zu unterscheiden, die unter der Regel (5.11) entstehen, werden letztere mit einem hochgestellten Doppelkreuz ( $\ddagger$ ) statt des einfachen Kreuzes ( $\dagger$ ) gekennzeichnet.

Die Lösung der Gleichung (5.4) zu einem gegebenem Singulärgrenzwert  $\sigma_{\text{cut}}$  soll im Folgenden als

$$\vec{\theta}^{(1)} := -\mathbf{A}^{\ddagger} \mathbf{W} \Delta \vec{\kappa} \quad (5.12)$$

und der daraus resultierende Orbitvektor als

$$\vec{\Delta}^{(1)} := \mathbf{R} \vec{\theta}^{(1)} \quad (5.13)$$

bezeichnet werden. Zur nachfolgenden Verwendung wird außerdem die folgende Indexmenge definiert:

$$\mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}}) := \{j | \sigma_j \leq \sigma_{\text{cut}}\} \quad (5.14)$$

Der durch  $\sigma_{\text{cut}}$  definierte ‘Bildbereich’ von  $\mathbf{A}$  wird im Folgenden als  $A^{(1)} \subseteq A^{(0)}$  des Ranges  $r^{(1)} := (n - |\mathcal{H}|) \leq r^{(0)}$  bezeichnet.

### 5.2.3 Wahl des Singulärgrenzwertes

Je kleiner der Singulärgrenzwert  $\sigma_{\text{cut}}$  gewählt wird, umso größer ist die Zahl der Spaltenvektoren aus  $\mathbf{V}$ , also die Zahl der Freiheitsgrade, die der Orbitkorrektur zur Verfügung stehen. Gleichzeitig werden die erforderlichen Korrektorstärken zugunsten der Korrektur kleiner Orbitabweichungen zunehmen und die Gefahr einer ‘Fehlkorrektur’ gemäß obigen Ausführungen zur Regel (5.11) nimmt zu. Daher ist die Wahl des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$  entscheidend sowohl für die Qualität der Orbitkorrektur als auch für ihre Stabilität in der Anwendung auf den Speicherring. Meist wird der Singulärgrenzwert empirisch gewählt, indem er – bei hohen Werten beginnend – sukzessive reduziert wird, und die berechneten Korrekturen  $\vec{\theta}^{(1)}$  solange auf den gemessenen Orbit angewendet werden, bis ein stationärer Zustand erreicht wird, der die Orbitqualität nicht weiter zu verbessern mag (‘asymptotischer Limes’ der Orbitkorrektur; siehe auch Ausführungen in den Abschnitten 8.1.10 und 9.1.2). Gibt es diesen stationären Zustand nicht, weil die iterative Anwendung der berechneten Korrekturen nicht konvergiert, kann der Singulärgrenzwert zu niedrig gewählt sein.

Eine untere Grenze des Singulärgrenzwertes kann durch den Fehler der Orbitresponsematrix abgeschätzt werden<sup>6</sup>: Sei eine Reproduzierbarkeit der Strahlage auf der Vorhersage der Responsematrix innerhalb von minimal  $\alpha$  mm/mrad möglich, so sollte der gewählte Singulärgrenzwert den Wert von  $\alpha$  nicht unterschreiten. Leider ist die Bestimmung von  $\alpha$  kaum praktikabel.

Ein davon unabhängiges Kriterium zur Bestimmung von  $\sigma_{\text{cut}}$  verwendet die gramsche Determinante der gewichteten Responsematrix  $\mathbf{A}$ :

$$G := \begin{cases} \det(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) & \text{für } m \geq n \\ \det(\mathbf{A} \mathbf{A}^T) & \text{für } m \leq n \end{cases}$$

<sup>6</sup>Natürlich sind auch die Auslesefehler der Orbitrücklese zu berücksichtigen. Diese sind aber bereits in der Responsematrix enthalten. Die Matrixelemente sind von der Form  $\kappa/\theta$ , wenn  $\kappa$  die durch die Korrektöränderung  $\theta$  erzeugte Änderung der Ablage ist. Die Standardabweichung  $s$  des Matrixelements als Funktion gaußförmig verteilter Abweichungen  $s_\kappa$  und  $s_\theta$  der Monitorrücklese und der Korrektöränderung respektive, beträgt daher  $s^2 = \left(\frac{s_\kappa}{\theta}\right)^2 + \left(\frac{\kappa s_\theta}{\theta^2}\right)^2$  und wird gerade für kleine Korrektöränderungen durch dessen Fehler dominiert.

Da die Singulärwerte  $\sigma_j$  der Matrix  $\mathbf{A}$  aber gerade die Wurzeln der Eigenwerte zu  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  sind, kann der Wert der gramschen Determinante unmittelbar anhand der Singulärwerte bestimmt werden:

$$G = \prod_j \sigma_j^2$$

Interpretiert man die gramsche Determinante als Maß des ‘Volumens’ der Abbildung  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ , so betrüge die Kantenlänge eines  $k$ -dimensionalen Kubus desselben Volumens  $\sqrt[k]{G}$ , mit  $k = \min(m, n)$ . Dieser Wert kann als Singulärgrenzwert  $\sigma_{\text{cut}}$  gewählt werden [70]. Diese Wahl versagt an rangdefizienten Matrizen mit  $r^{(0)} < \min(m, n) \Leftrightarrow G = 0$ . Darüber hinaus erweist sich diese Wahl gerade unter Verwendung hoher Gewichte in  $\mathbf{W}$  meist als zu konservativ, resultiert also in einem deutlich höheren Wert als dem einer empirischen Wahl. Abbildung 5.1 stellt den gramschen Singulärgrenzwert innerhalb des vertikalen Singulärwertspektrums unter Standardbedingungen des Korrekturbetriebes an Delta dar.

Ein dritter Ansatz zur Wahl des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$  wird in Abschnitt 8.1.11 der Implementierung vorgestellt.

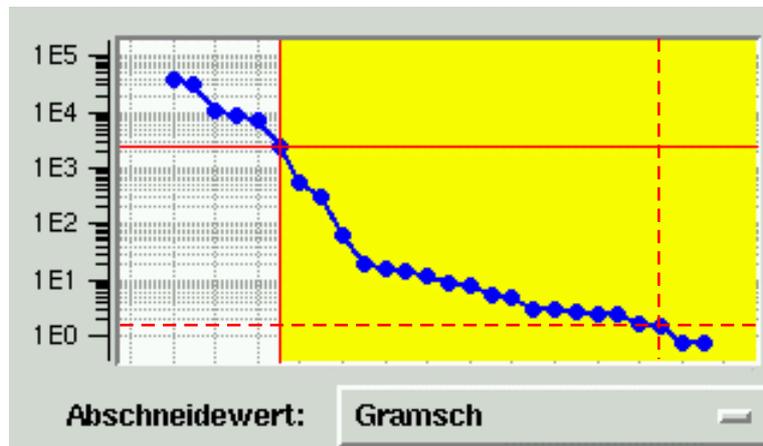


Abbildung 5.1: Wahl des gramschen Singulärgrenzwertes (‘Abschneidewert’) im Singulärwertspektrum (blaue Punkte) der vertikalen Responsematrix im Delta-Standardbetrieb: Alle Punkte rechts unterhalb des Kreuzungspunktes der roten, durchgezogenen Linien werden dem Nullraum zugeordnet. Hingegen entsprechen die rot gestrichelten Linien der empirisch minimierten Wahl des Singulärgrenzwertes, der einen zweidimensionalen Nullraum definiert. Vergleiche auch mit Abbildung 8.5.

## Kapitel 6

# Restringierte Lösungen des SVD-Verfahrens

Ohne die Notwendigkeit weiterer Restriktionen kann eine SVD-basierte Orbitkorrektur auf der sukzessiven Auswertung von  $\Delta\vec{\kappa}$ , der Berechnung des Lösungsvektors  $\vec{\theta}^{(1)}$  gemäß Gleichung (5.12) und seiner Anwendung auf die Korrektorelemente des Speicherrings aufgebaut werden. Die aktuellen Einstellungen der Korrektorelemente seien in dem Vektor  $\vec{\theta}_0$  zusammengefasst. So ändern sich die Korrektoreinstellungen durch Anwendung eines Orbitkorrekturschrittes gemäß  $\vec{\theta}_0 \leftarrow \vec{\theta}_0 + \vec{\theta}^{(1)}$ .

Der Orbitkorrekturbetrieb an Delta wird jedoch unter Standardanforderungen an die Strahlage nicht selten in vertikaler, manchmal auch in horizontaler Ebene durch unzureichende Korrektorstärken limitiert. Das heißt, dass mindestens eine Komponente  $\theta_j$  des Lösungsvektors  $\vec{\theta}^{(1)}$  seinen unteren Grenzwert  $\theta_j^{\min}$  oder seinen oberen Grenzwert  $\theta_j^{\max}$  der zulässigen *Änderung* dieser Komponente übertrifft. Diese Lösung ist daher nicht ‘zulässig’.

Bezugnehmend auf die in Abschnitt 3.6 aufgeführten Ursachen, können unzureichende Korrektorstärken entweder aus einer oder mehreren amplitudenstarken Orbitstörungen resultieren, oder durch die etwa phasengleiche Überlagerung mehrerer kleiner Orbitstörungen. Hinzu kommen nach Abschnitt 4.7.3.1 mögliche Kalibrationsfehler von Strahlagemonitoren, die nur durch einen geringen Phasenvorschub voneinander getrennt sind, sofern diese nicht durch ‘Deaktivierung’ (siehe auch Abschnitt 8.1.6) von der Orbitkorrektur ignoriert werden. Nicht zuletzt kann die Erzeugung einer lokalen ‘Orbitbeule’ (Abschnitt 7.2) zwecks experimenteller Messungen deutlich erhöhte Korrektorstärken gegenüber dem regulären Korrekturbetrieb erfordern. Diese können durch eine Beschränkung auf die ausschließliche Verwendung unmittelbar benachbarter Korrektorelemente weiter verstärkt werden.

W. Herr und J. Miles [71] stellten 1994 lineare Randbedingungen für die Minimierung einer Zielfunktion unter Gleichheits- und Ungleichheitsrestriktionen im Zusammenhang limitierender Korrektorstärken in der Orbitkorrektur auf. Unter Verwendung der Normen  $\|\cdot\|_p$  mit  $p = 1, 2$  und  $\infty$  können diese Randbedingungen an lineare Programme (z. B. Simplex-Verfahren) zur Optimierung der Problemstellung übergeben werden.

Ein Ansatz zur Lösung einer SVD-basierten Orbitkorrektur ist 1997 von G. White et al. veröffentlicht worden [72]. Dort wird die Responsematrix zunächst um Singularitäten bereinigt, um sie dann an einen kommerziellen Lösungsalgorithmus zu überreichen, der imstande ist, lineare Ungleichheitsrestriktionen entsprechend der Problemstellung zu berücksichtigen. Neben dem Auf-

wand, ein solches Hybridsystem zu adaptieren und zu implementieren, führte die Opazität und schlechte Verfügbarkeit eines solchen Algorithmus' dazu, eigene Ansätze zu verfolgen (Strategie S1 in Abschnitt 6.5.1).

Die folgenden, an einigen Speicherringen praktizierten Ansätze, eine unzulässige Lösung  $\vec{\theta}^{(1)}$  in eine zulässige Lösung zu überführen, gehen im Allgemeinen mit einer unnötigen Verschlechterung der Korrekturqualität einher und können sogar zu einer Verschlechterung der Orbitqualität beitragen:

- i) Anhebung des Singulärgrenzwertes (wird z. B. bei ANKA, FZ Karlsruhe [73, 74] und HE-RA, Hamburg [75, 76] angewendet). Da die Korrekturlösungen mit abnehmendem Singulärwert dazu tendieren, immer größere Komponenten zu enthalten, kann das Problem limitierender Korrektorstärken meist durch eine sukzessive Anhebung des Singulärgrenzwertes erreicht werden. Dies geschieht solange, bis keine Komponente des Lösungsvektors jenseits seiner zulässigen Änderung liegt. Die resultierende Korrekturqualität wird gemeinhin schlechter sein, als es unter einer – wenn auch restringierten – Einbeziehung des so zusätzlich ausgeschlossenen Lösungsraumes möglich wäre. Ferner liefert dieser Ansatz keine Garantie, dass mindestens ein Singulärwert oberhalb des Singulärgrenzwertes verbleibt und so überhaupt einen von Null verschiedenen Lösungsvektor ergeben kann. Ferner ist dieser Ansatz für die Berechnung lokaler Orbitbeulen entsprechend Abschnitt 7.2.2 aufgrund der prinzipbedingt geringen Zahl zur Verfügung stehender Singulärwerte ungeeignet.
- ii) Iterative Korrektorbegrenzungen (wird z. B. an der SLS [77, 22] angewendet<sup>1</sup>). Man wähle sukzessive je eine Komponente  $\theta_j$ , welche außerhalb ihres zulässigen Bereiches gesetzt werden soll und begrenze sie auf den maximal zulässigen Wert in Richtung der geplanten Änderung. Die aus der verbleibenden Änderung resultierende Orbitänderung wird vom gemessenen Differenzvektor  $\Delta\vec{k}$  subtrahiert und die zu diesem Element zugehörige Spalte  $j$  aus der Responsematrix  $\mathbf{R}$  entfernt. Nun wird ein neuer Lösungsvektor auf Basis der reduzierten Matrix bestimmt, der die verbleibende Orbitdifferenz kompensieren soll. Dieses Verfahren wird solange iteriert, bis keine Lösungskomponente verbleibt, deren zulässiger Bereich überschritten wird.

Dieser Ansatz kann folgende Nachteile haben: jede Iteration bringt eine Singulärwertzerlegung einer sukzessiv spaltenreduzierten Matrix mit sich. Sowohl das Singulärwertspektrum als auch die Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}$  werden i. A. in jedem Schritt der Iteration von den vorangegangenen abweichen. Sofern durch die Wahl eines Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$  ein Nullraum der Ausgangsmatrix  $\mathbf{A}$  aus dem Definitionsbereich auszuschließen ist, wird der ursprüngliche Nullraum in fortlaufender Iteration nicht erhalten bleiben. Der resultierende Lösungsvektor dieses Verfahrens wird daher sowohl Komponenten des ursprünglich definierten Nullraums enthalten als auch Lösungskomponenten außerhalb des ursprünglichen Nullraums unnötig begrenzen.

Sind zu irgendeinem Zeitpunkt der Iteration mehr als eine Komponente jenseits ihres zulässigen Bereiches zu setzen, mangelt es an einem offensichtlichen Kriterium, welcher dieser Komponenten für die folgende Iteration zu limitieren sei. Diese Wahlfreiheit führt in jedem Iterationsschritt zu kaskadierenden Ästen, denen die Iteration folgen kann. Jede der resultierenden Lösungen am Ende dieser Äste kann von denen der anderen abweichen. Sofern das Nullraum-Argument des vorhergehenden Absatzes durch die Wahl  $\sigma_{\text{cut}} = 0$  nicht zum Tragen kommt, können ein oder mehrere Äste zufällig in der bestmöglichen

<sup>1</sup>Sofern überhaupt erforderlich. Da dort überdies *alle* Singulärwerte zur Lösung zugelassen werden, könnte eine nicht-optimale Lösung nur dann erzeugt werden, wenn mindestens zwei Korrektoren gleichzeitig limitiert sind; siehe Text.

Lösung unter den gegebenen Restriktionen münden. Allerdings wurde beobachtet, dass im ungünstigsten Fall die Endergebnisse einiger Iterationsäste auch zu einer Verschlechterung statt zu einer Verbesserung der Orbitqualität führen können. Vergleiche auch mit dem Beispiel in Abbildung 9.2.

Stattdessen wird in diesem Kapitel ein Ansatz mit zwei Lösungsstrategien vorgestellt, welche die optimale Lösung unter den gegebenen Restriktionen ermittelt und die Extremaleigenschaft anhand eines geeigneten Kriteriums verifiziert.

## 6.1 Transformation der Problemstellung

Gegeben sei ein Lösungspunkt  $\vec{\theta}^{(1)}$  außerhalb des zulässigen Bereiches, der eine Orbitänderung  $\vec{\Delta}^{(1)}$  gemäß Gleichung (5.13) bewirkte, blieben die Restriktionen der Korrektorelemente unberücksichtigt. Gesucht wird ein Zielpunkt  $\vec{\theta}^{(f)}$  des zulässigen Bereiches, der keine Komponente des durch  $\sigma_{\text{cut}}$  definierten Nullraums enthalte und dessen resultierender Orbitvektor  $\vec{\Delta}^{(f)} := \mathbf{R}\vec{\theta}^{(f)}$  folgende Bedingung entsprechend Gleichung (5.2) erfülle:

$$\begin{aligned} & \left\| \vec{\Delta}^{(f)} + \Delta\vec{\kappa} \right\| \rightarrow \min \\ \Leftrightarrow & \left\| \vec{\Delta}^{(1)} + \left( \vec{\Delta}^{(f)} - \vec{\Delta}^{(1)} \right) + \Delta\vec{\kappa} \right\| \leq \underbrace{\left\| \vec{\Delta}^{(1)} + \Delta\vec{\kappa} \right\|}_{\min \text{ p.Def.}} + \left\| \vec{\Delta}^{(f)} - \vec{\Delta}^{(1)} \right\| \rightarrow \min \\ \Rightarrow & \left\| \vec{\Delta}^{(1)} - \vec{\Delta}^{(f)} \right\| = \left\| \mathbf{W} \left( \vec{\Delta}^{(1)} - \vec{\Delta}^{(f)} \right) \right\|_2 \\ & =: \left\| \vec{\delta}^{(1)} - \vec{\delta}^{(f)} \right\|_2 \rightarrow \min \end{aligned} \quad (6.1)$$

In der zweiten Zeile der obigen Umformung wurde von der Dreiecksungleichung Gebrauch gemacht und die Definition von  $\vec{\Delta}^{(1)}$  entsprechend den Gleichungen (5.13) und (5.12) verwendet. In der letzten Zeile der Umformungen (6.1) wird die Transformation eines Orbitvektors  $\vec{\Delta}$  in den ‘gewichteten Orbitraum’ definiert:

$$\vec{\delta} := \mathbf{W}\vec{\Delta} \in A^{(0)} \quad (6.2)$$

Insbesondere gilt  $\vec{\delta}^{(1)} := \mathbf{W}\vec{\Delta}^{(1)} \in A^{(1)}$  sowie  $\vec{\delta}^{(0)} := \mathbf{W}\vec{\Delta}^{(0)} \in A^{(0)}$ .  $\vec{\delta}^{(1)}$  geht aus  $\vec{\delta}^{(0)}$  hervor, indem die Komponenten von  $\vec{\delta}^{(0)}$  in der Orthogonalbasis  $\{\vec{U}_i | i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})\}$  aus  $\vec{\delta}^{(0)}$  entfernt werden (entsprechend einer orthogonalen Projektion von  $\vec{\delta}^{(0)}$  in den Unterraum  $A^{(1)}$ , siehe Abschnitt 6.3). Der gesuchte Lösungsvektor  $\vec{\delta}^{(f)}$  soll ebenfalls im Unterraum  $A^{(1)}$  liegen. Da also der Verbindungsvektor  $\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(1)}$  senkrecht auf dem Unterraum  $A^{(1)}$  steht (und damit auch auf dem Verbindungsvektor  $\vec{\delta}^{(1)} - \vec{\delta}^{(f)}$ ) und von konstanter Länge ist, gilt nach Gleichung (6.1) weiter

$$\begin{aligned} \left\| \vec{\delta}^{(1)} - \vec{\delta}^{(f)} \right\|_2^2 &= \left\| \vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(f)} \right\|_2^2 - \underbrace{\left\| \vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(1)} \right\|_2^2}_{\text{const.}} \rightarrow \min \\ \Leftrightarrow & \left\| \vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(f)} \right\|_2 \rightarrow \min \end{aligned} \quad (6.3)$$

Es wird also jener Punkt  $\vec{\delta}^{(f)} \in A^{(1)}$  auf dem Rand<sup>2</sup> des zulässigen Bereiches der Korrektoränderungen gesucht, der zu dem Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  – oder äquivalent zu  $\vec{\delta}^{(0)}$  – den euklidisch kürzesten Abstand hat.

<sup>2</sup>Der zulässige Bereich der Korrektorlimitationen ist eine abgeschlossene Menge, besitzt also einen Rand. Der gesuchte Punkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  befindet sich auf diesem Rand, sofern nur  $\vec{\delta}^{(1)}$  außerhalb liegt. Angenommen, der Zielpunkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  läge innerhalb des zulässigen Bereiches, so würde es entlang der Strecke zwischen  $\vec{\delta}^{(f)}$  und  $\vec{\delta}^{(1)}$  einen Randpunkt geben, der dem Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  näher stünde, was aber im Widerspruch zur Annahme steht.

Da jeder Vektor  $\vec{\delta}$  nach Definition (6.2) im Bildbereich  $A^{(0)}$  liegt, kann die zugehörige Korrektordarstellung immer eindeutig aus  $\mathbf{A}\vec{\theta} = \vec{\delta}$  bestimmt werden:

$$\vec{\theta} = \mathbf{A}^\dagger \vec{\delta} \quad (6.4)$$

## 6.2 Erfassung der Grenzebenen des zulässigen Bereiches

Um den zulässigen Bereich (im mathematischen Kontext auch zulässige *Menge* genannt) in  $A^{(0)}$  zu erfassen, kann für jedes Korrektorelement  $j$  je eine obere und eine untere Grenzebene im gewichteten Orbitraum definiert werden, innerhalb derer die zugehörige Komponente  $\theta_j$  des assoziierten Lösungsvektors nach Gleichung (6.4) die Randbedingung  $\theta_j^{\min} \leq \theta_j \leq \theta_j^{\max}$  erfüllt. Die zulässige Menge entspricht dann der Schnittmenge all dieser  $n$  Unterräume zwischen den Grenzebenen jedes Korrektors und hat die Form eines  $n$ -dimensionalen Parallelepipeden. Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass immer  $\theta_j^{\min} \neq \theta_j^{\max} \forall j = 1, \dots, n$  gelte, die zulässige Menge also innere Punkte habe. Da der Ursprung in  $A^{(0)}$  jener Orbitänderung entspricht, die durch  $\vec{\theta} = 0$  hervorgerufen wird, ist der Ursprung immer ein zulässiger Punkt.

Jede der  $2n$  Grenzebenen kann durch je einen Normalenvektor  $\vec{n}_j^{\max} = -\vec{n}_j^{\min}$  und einen Abstand zum Ursprung  $d_j^{\max, \min}$  beschrieben werden. Die Indizes ‘max’ und ‘min’ korrespondieren dabei zu den Ebenen der maximal bzw. minimal möglichen Änderung der Komponente  $j$ . Im Folgenden müssen nie beide Grenzebenen gleichzeitig berücksichtigt werden, weshalb die bezeichnenden Indizes ‘max’ und ‘min’ weggelassen werden. Konkret muss die Berechnung dann auf die obere oder untere Grenzebene bezogen werden. Stattdessen werden hochgestellte, eingeklammerte Indizes (‘ $(s)$ ’ mit  $s \in \mathbb{N}^0$ ) verwendet, um Normalenvektoren zu notieren, die aus der Projektion in den Unterraum  $A^{(s)} \subseteq A^{(0)}$  hervorgegangen sind, siehe Abschnitt 6.3.

Um  $n$  linear unabhängige Normalenvektoren im Bildbereich  $A^{(0)}$  der Dimensionalität  $r^{(0)}$  definieren zu können, muss

$$r^{(0)} = n \quad (6.5)$$

gelten, es darf also keiner der Singulärwerte  $\sigma_j$  der Zerlegung (5.7) exakt Null sein. Für vermessene Responsematrizen mit  $m \geq n$  kann davon ausgegangen werden, dass diese Bedingung erfüllt ist<sup>3</sup>.

Der Normalenvektor  $\vec{n}_j^{(0)}$  der Grenzebene  $j$  zeichnet sich dadurch aus, dass er senkrecht auf allen anderen Responsevektoren  $\vec{a}_{i \neq j}$  steht, aber einen Winkel ungleich  $\pm\pi/2$  mit seinem eigenen Responsevektor  $\vec{a}_j$  einschließt, siehe Abbildung 6.1a). Zeige der Hilfsvektor  $\vec{n}'_j$  in die Richtung von  $\vec{n}_j^{(0)}$ , so kann diese Bedingung wie folgt erfasst werden:

$$\mathbf{A}^T \vec{n}'_j = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T \quad (6.6)$$

wobei die ‘1’ an der Position  $j$  steht. Unter der Bedingung (6.5) ist  $\mathbf{A}^T$  von vollem Zeilenrang und damit der Vektor auf der rechten Seite der Gleichung (6.6) innerhalb des Bildbereichs der

<sup>3</sup>Sollte diese Bedingung nicht, aber  $m \geq n$  erfüllt sein, kann ein künstliches Verrauschen der Matrix Abhilfe schaffen. Die Amplitude des Rauschens sollte dabei so gewählt werden, dass die erforderliche Genauigkeit des Lösungsvektors erhalten bleibt, aber die Konditionszahl der Abbildung  $\mathbf{A}$  einen Maximalwert unterschreitet, dessen Wert von der Maschinengenauigkeit, der Implementierung des SVD-Algorithmus’ sowie den Abmessungen der zu zerlegenden Matrix abhängt. Ein geeigneter Maximalwert für die Implementierung der vorliegenden Arbeit wurde nicht systematisch ermittelt, dürfte jedoch jenseits von etwa  $10^{10}$  liegen und wurde für die bisher verwendeten Responsematrizen an Delta nicht überschritten.

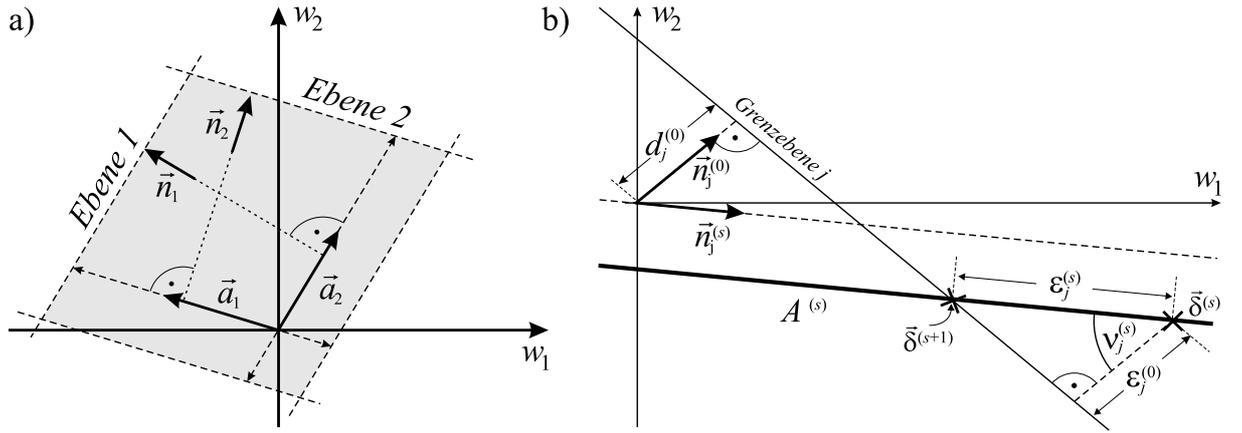


Abbildung 6.1: Geometrien im gewichteten Orbitraum in der Basis der Spaltenvektoren der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}$ : a) Der Normalenvektor  $\vec{n}_j$  einer Grenzebene ist durch die Orthogonalität zu allen Responsevektoren  $\vec{a}_i$  mit  $i \neq j$  ausgezeichnet. b) (Siehe Abschnitt 6.3.2) Projektion eines Ortpunktes  $\vec{\delta}^{(s)}$  auf eine Grenzebene  $j$  nach  $\vec{\delta}^{(s+1)}$  innerhalb eines Unterraumes  $A^{(s)}$  (fett gezeichnete Linie), nachdem der Normalenvektor  $\vec{n}_j^{(0)}$  dieser Grenzebene zunächst in den Unterraum  $A^{(s)}$  projiziert worden ist, um  $\vec{n}_j^{(s)}$  zu erhalten.

Matrix  $\mathbf{A}^T$ . Dann existiert gemäß der Aussage der Gleichung (5.10) eine eindeutige Lösung der Gleichung (6.6):

$$\vec{n}'_j = (\mathbf{A}^T)^\dagger (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T \quad (6.7)$$

Durch Normierung erhält man dann den gesuchten Normalenvektor  $\vec{n}_j^{(0)} = \pm \vec{n}'_j / \|\vec{n}'_j\|_2$ . Die Orientierung des Normalenvektors wird so gewählt, dass der Abstand der Grenzebene zum Ursprung

$$d_j^{(0)} := \left( \vec{n}_j^{(0)} \right)^T \vec{a}_j \theta_j^{\max, \min} \quad (6.8)$$

positiv ist (der Index ‘max’ oder ‘min’ ist der Grenzebene entsprechend zu wählen). Dadurch wird gewährleistet, dass der Normalenvektor immer aus der zulässigen Menge heraus auf die begrenzende Ebene zeigt. Sollte der Abstand gerade Null betragen, so ist die Orientierung so zu wählen, dass der Abstand der parallelen Grenzebene negativ ist:

$$\left( \vec{n}_j^{(0)} \right)^T \vec{a}_j \theta_j^{\min, \max} < 0.$$

Dies ist immer möglich, da  $\theta_j^{\min} \neq \theta_j^{\max}$  vorausgesetzt worden ist.

### 6.3 Die Restriktionsmatrix und Projektionen in Unterräume

Die in Abschnitt 6.5 vorgestellten Methoden zur Ermittlung des gesuchten Vektors  $\vec{\delta}^{(f)}$  arbeiten auf Basis orthogonaler Projektionen eines Punktes  $\vec{\delta}^{(s)}$  auf eine Ebene  $j$  innerhalb des Unterraumes der Schnittmenge anderer Ebenen. Die Projektion eines ortsunabhängigen Richtungsvektors (z. B. eines Normalenvektors) in einen solchen Unterraum entspricht der Elimination aller Komponenten einer orthogonalen Basis dieses Unterraums. Innerhalb eines gegebenen Unterraumes erfolgt die orthogonale Projektion eines ortsfesten Aufpunktvektors auf eine Ebene durch eine Verschiebung des Punktes in Richtung des in diesen Unterraum projizierten Normalenvektors dieser Ebene.

Es wird eine  $n \times n$  *Restriktionsmatrix*  $\mathbf{E}$  eingeführt, welche in ihren von Null verschiedenen Spaltenvektoren  $\vec{e}_j$  die Normalenvektoren jener Ebenen in  $A^{(0)}$  enthält, deren Schnittmenge dem Unterraum entspricht, in den andere Richtungsvektoren zu projizieren sind. Dazu ist es zunächst erforderlich, eine Orthogonalbasis der Erzeugenden aus  $\mathbf{E}$  zu erstellen:

### 6.3.1 Projektion von Richtungsvektoren

Mithilfe der SVD kann die Restriktionsmatrix in zwei komplementäre Orthogonalbasen ('ON-Basen') aufgeteilt werden, von der die eine Basis jenen Raumes ist, der durch die von Null verschiedenen Spaltenvektoren  $\vec{e}_j$  in  $\mathbf{E}$  aufgespannt wird. Dazu zerlege man  $\mathbf{E}$  gemäß der SVD  $\mathbf{E} =: \mathbf{U}_E \boldsymbol{\Sigma}_E \mathbf{V}_E^T$  und bilde anschließend die folgenden Matrizen:

$$\mathbf{E}_{\text{ON}} := \mathbf{U}_E \left( \mathbf{1} - \boldsymbol{\Sigma}_E \boldsymbol{\Sigma}_E^\dagger \right) \quad \text{und} \quad \overline{\mathbf{E}_{\text{ON}}} = \mathbf{U}_E - \mathbf{E}_{\text{ON}} \quad (6.9)$$

Das Produkt  $\boldsymbol{\Sigma}_E \boldsymbol{\Sigma}_E^\dagger$  produziert eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente an der Stelle  $i$  eine Eins enthalten, falls der zugehörige Singulärwert  $[\boldsymbol{\Sigma}_E]_{ii}$  von Null verschieden ist, oder Null sonst. Die von Null verschiedenen Spaltenvektoren aus  $\overline{\mathbf{E}_{\text{ON}}}$  stellen jene Basis, die den Raum der Spaltenvektoren aus  $\mathbf{E}$  aufspannt. Diese Darstellung wird nun dazu verwendet, einen gegebenen Richtungsvektor  $\vec{n} \in \mathbb{R}^n$  in den Raum der dazu komplementären Basis in  $\mathbf{E}_{\text{ON}}$  zu projizieren:

$$\vec{n}' = \left( \mathbf{1} - \mathbf{U}_E \overline{\mathbf{E}_{\text{ON}}}^T \right) \vec{n} = \mathbf{U}_E \mathbf{E}_{\text{ON}}^T \vec{n} \quad (6.10)$$

Um beispielsweise die Normalenvektoren  $\vec{n}_j^{(0)}$  der begrenzenden Ebenen in den Unterraum  $A^{(1)}$  zu projizieren, trage man jene Spaltenvektoren  $\vec{U}_i$  aus  $\mathbf{U}$  mit  $i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  in die zunächst mit Nullen gefüllte Matrix  $\mathbf{E}$  ein. Die orthogonale Zerlegung nach (6.9) ist an diesem Punkt überflüssig, da hier  $\overline{\mathbf{E}_{\text{ON}}} = \mathbf{E}$  ist. Anschließend erzeugt man einen Hilfsvektor  $\vec{n}'_j$  nach der Regel (6.10) und erhält schließlich durch Normieren desselben den gesuchten Normalenvektor der Grenzebene  $j$  im Unterraum  $A^{(1)}$ :  $\vec{n}_j^{(1)} = \vec{n}'_j / \|\vec{n}'_j\|_2$ .

(Für diesen speziellen Fall des Unterraumes  $A^{(1)}$  erhält man das Ergebnis auch direkt, indem der Normalenvektor in die Basis der Zeilenvektoren in  $\mathbf{U}^T$  projiziert wird, dort alle Komponenten  $i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  zu Null setzt, den so erhaltenen Vektor durch Multiplikation mit  $\mathbf{U}$  zurück in den gewichteten Orbitraum transformiert und anschließend normiert.)

### 6.3.2 Orthogonale Projektion von Ortsvektoren

Die orthogonale Projektion eines Ortsvektors  $\vec{\delta}^{(s)} \in A^{(s)}$  auf eine Ebene des Normalenvektors  $\vec{n}_j^{(0)}$  mit dem Abstand  $d_j^{(0)}$  zum Ursprung erfolgt innerhalb des Unterraumes  $A^{(s)}$ , indem zunächst der Normalenvektor gemäß Abschnitt 6.3.1 nach  $A^{(s)}$  projiziert wird. Der so erhaltene Normalenvektor heiße  $\vec{n}_j^{(s)}$ . Der Abstand  $\varepsilon_j^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)})$  des Ortsvektors  $\vec{\delta}^{(s)}$  zur Ebene  $j$  innerhalb von  $A^{(s)}$

ergibt sich anhand der Geometrie in Abbildung 6.1b) als<sup>4</sup>

$$\begin{aligned}\varepsilon_j^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)}) &= \frac{\varepsilon_j^{(0)}}{\cos \nu_j^{(s)}} \\ &= \frac{\vec{\delta}^{(s)} \vec{n}_j^{(0)} - d_j^{(0)}}{\vec{n}_j^{(0)} \vec{n}_j^{(s)}}\end{aligned}\quad (6.11)$$

und ist so konstruiert, dass der Unterraum  $A^{(s)}$  nicht den Ursprung enthalten muss. Der Ortsvektor wird nun orthogonal in diese Ebene projiziert, indem er gegen die Richtung von  $\vec{n}_j^{(s)}$  um  $\varepsilon_j^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)})$  verschoben wird. Dieser neue Ortsvektor heiße  $\vec{\delta}^{(s+1)}$ :

$$\vec{\delta}^{(s+1)} := \vec{\delta}^{(s)} - \vec{n}_j^{(s)} \varepsilon_j^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)}) \quad (6.12)$$

## 6.4 Das KKT-Kriterium

Das Kriterium von Karush, Kuhn und Tucker (kurz KKT) [78] erfasst eine notwendige Bedingung dafur, dass ein gegebener Punkt  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$  Extrempunkt der Zielfunktion  $f(\vec{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  unter funktionalen Restriktionen einer zulassigen Menge  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  ist. Im Folgenden wird das KKT-Kriterium in Bezug auf die vorliegende Problemstellung dargestellt; eine detailliertere Darstellung restringierter Optimierung findet man z. B. in den Schriften von Geiger und Kanzow [79] und Spelucci [80].

Gegeben sei ein Optimierungsproblem der folgenden Gestalt:

$$\begin{aligned}\min \quad & f(\vec{x}) \\ \text{u.d.N.} \quad & h_i(\vec{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, p, \\ & g_j(\vec{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, q,\end{aligned}\quad (6.13)$$

wobei sowohl die Zielfunktion  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  als auch die die Nebenbedingungen beschreibenden Funktionen  $h_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  und  $g_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  stetig differenzierbar seien. Die zulassige Menge ist also gegeben durch

$$X := \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n \mid h_i(\vec{x}) = 0 (i = 1, \dots, p), g_j(\vec{x}) \leq 0 (j = 1, \dots, q)\}.$$

Die durch

$$L(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{\mu}) := f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^p \mu_i h_i(x) + \sum_{j=1}^q \lambda_j g_j(x) \quad (6.14)$$

definierte Abbildung  $L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$  heißt *Lagrange-Funktion* des restringierten Optimierungsproblems (6.13). Die Faktoren  $\mu_i$  und  $\lambda_j$  heißen *Lagrangemultiplikatoren*. Habe  $X$  innere Punkte (im Folgenden gegeben, da  $\theta_j^{\min} \neq \theta_j^{\max}$ ,  $j = 1, \dots, n$  angenommen wird), so lässt sich das notwendige Kriterium fur ein lokales Minimum der Zielfunktion am Punkt  $\vec{x}^* \in X$  formulieren als (KKT-Bedingungen):

$$\vec{\nabla}_x L(\vec{x}^*, \vec{\lambda}, \vec{\mu}) = 0, \quad (6.15)$$

$$\lambda_j g_j(\vec{x}^*) = 0; \quad j = 1, \dots, q, \quad (6.16)$$

$$\lambda_j \geq 0; \quad j = 1, \dots, q, \quad (6.17)$$

<sup>4</sup>Zur besseren Lesbarkeit werden Vektorprodukte  $\vec{a}^T \vec{b}$  im Folgenden auch durch die gangige Darstellung  $\vec{a} \vec{b}$  ersetzt.

wobei  $\vec{\nabla}_x$  den Gradienten bezüglich  $\vec{x}$  bezeichnet:

$$\vec{\nabla}_x L(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{\mu}) = \vec{\nabla} f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^p \mu_i \vec{\nabla} h_i(\vec{x}) + \sum_{j=1}^q \lambda_j \vec{\nabla} g_j(\vec{x}). \quad (6.18)$$

Ist zudem  $X$  eine konvexe Menge und  $f(\vec{x})$  strikt konvex<sup>5</sup> auf  $X$ , so ist dieses Kriterium auch hinreichend für ein *globales* Minimum der Zielfunktion in  $\vec{x}^*$ , da  $f(\vec{x})$  nur ein einziges Minimum auf  $X$  hat, welches zugleich lokal wie global ist. Ein Punkt  $\vec{x}^*$  der zulässigen Menge  $X$ , der die Bedingungen (6.15) bis (6.17) erfüllt, wird KKT-Punkt genannt.

### 6.4.1 Anwendung des KKT-Kriteriums

Um die Bedingungen (6.15) bis (6.17) auf das vorliegende Problem für  $\vec{x} = \vec{\delta}$  und die Zielfunktion entsprechend Gleichung (6.1)

$$f(\vec{\delta}) := \left\| \vec{\delta} - \vec{\delta}^{(0)} \right\|_2^2 \quad (6.19)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} f(\vec{\delta}) = 2 \left( \vec{\delta} - \vec{\delta}^{(0)} \right) \quad (6.20)$$

anwenden zu können, greife man auf die Normalenform der Grenzebenen in  $A^{(0)}$  zurück:

$$g_j(\vec{\delta}) = \vec{n}_j^{(0)} \vec{\delta} - d_j^{(0)} \quad (6.21)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} g_j(\vec{\delta}) = \vec{n}_j^{(0)} \quad (6.22)$$

Gleichung (6.16) besagt, dass im Punkt  $\vec{\delta}^*$  entweder  $\lambda_j = 0$  oder aber  $g_j(\vec{\delta}^*) = 0$  für alle  $j = 1, \dots, q$  gelten muss, damit  $\vec{\delta}^*$  Lösung des restringierten Extremalproblems ist. Dies erreicht man bequem dadurch, indem an einem gegebenen Punkt  $\vec{\delta}$  für jedes  $j$  entweder die restringierende Funktion  $g_j(\vec{\delta}) = 0$  erfüllt ist (man sagt die Grenzebene sei ‘aktiv’), oder aber diese Restriktion nicht in der Lagrange-Funktion berücksichtigt wird ( $\lambda_j = 0$ ). Die Indizes jener Grenzebenen, die an einem Punkt  $\vec{\delta}$  aktiv sind, seien in der Indexmenge  $\mathcal{G}(\vec{\delta})$  zusammengefasst:

$$\mathcal{G}(\vec{\delta}) := \{j | g_j(\vec{\delta}) = 0\} \quad (6.23)$$

Die gleichheitsrestringierenden Funktionen  $h_i(\vec{\delta})$  werden durch Ebenen der Form

$$h_i = \vec{e}_i \vec{\delta}, \quad i \in \{k | \vec{e}_k \neq 0\} \quad (6.24)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} h_i(\vec{\delta}) = \vec{e}_i \quad (6.25)$$

beschrieben, wobei die  $\vec{e}_i$  den nichtverschwindenden Spalten der Restriktionsmatrix entsprechen und den Lösungsraum auf die Schnittmenge der durch die Normalenvektoren  $\vec{e}_i$  definierten Ebenen beschränken.

Damit ein zulässiger Punkt  $\vec{\delta}^*$  unter den so definierten Restriktionen die Zielfunktion (6.19) minimiert, müssen in Ableitung der Gleichungen (6.15) und (6.17) demnach folgende Bedingungen

<sup>5</sup>Eine Funktion  $f(\vec{x}) : X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  heißt (strikt) konvex auf  $X$ , falls  $f(\lambda \vec{x}_1 + (1-\lambda)\vec{x}_2) \leq \lambda f(\vec{x}_1) + (1-\lambda)f(\vec{x}_2)$  für alle  $\vec{x}_1, \vec{x}_2 \in X$  mit  $\vec{x}_1 \neq \vec{x}_2$  und alle  $\lambda \in [0, 1]$  gilt (für die Striktheit gilt die strenge Relation). Anschaulich bedeutet dies, dass die Strecke zwischen zwei Punkten  $(\vec{x}_1, f(\vec{x}_1))$  und  $(\vec{x}_2, f(\vec{x}_2))$  immer oberhalb der Kurve  $f(\vec{x})$  verläuft.

erfüllt sein:

$$\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^* = \sum_{\{i|\vec{e}_i \neq 0\}} \mu_i \vec{e}_i + \sum_{j \in \mathcal{G}} \lambda_j \vec{n}_j^{(0)} \quad (6.26)$$

$$\text{und gleichzeitig} \quad \lambda_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^*) \quad (6.27)$$

In Worten besagen die Gleichungen (6.26) und (6.27), dass der Differenzvektor  $\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^*$  als Linearkombination der begrenzenden Normalenvektoren darstellbar sein muss, wobei die Vorfaktoren jener Normalenvektoren, welche die aktiven Grenzebenen beschreiben, positiv oder Null sein müssen. Ist diese Bedingung für den zulässigen Punkt  $\vec{\delta}^*$  erfüllt, so handelt es sich um ein lokales Minimum der Zielfunktion  $f(\vec{\delta})$  auf dem Epipeden in  $A^{(0)}$ . Da ferner sowohl die Zielfunktion (6.19) als auch die zulässige Menge in Form des Epipeden (sowie auch jeder Schnitt des Epipeden in konvexen Unterräumen) strikt konvex sind, entspricht das lokale Minimum auch dem globalen Minimum, sodass der eindeutige KKT-Punkt  $\vec{\delta}^*$  dem gesuchten Zielpunkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  entspricht.

### 6.4.2 Bestimmung der Lagrangemultiplikatoren

Ausgehend von der in Abschnitt 6.3.1 eingeführten Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$ , deren nichtverschwindende Spaltenvektoren  $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p$  jene Basisvektoren enthalten, die den zum Lösungsraum komplementären Raum aufspannen, werden weitere Spalten dieser Matrix mit den Normalenvektoren  $\vec{n}_j^{(0)}$  für alle  $j \in \mathcal{G}$  mit  $|\mathcal{G}| = q$  aufgefüllt. Die Bestimmung der Lagrangemultiplikatoren zum Punkt  $\vec{\delta}$  ist dann äquivalent mit der Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$\underbrace{(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p \mid \vec{n}_j^{(0)}, j \in \mathcal{G} \mid 0)}_{\mathbf{E}} (\mu_1, \dots, \mu_p, \lambda_1, \dots, \lambda_q, 0)^T = \vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta} \quad (6.28)$$

Die in Abschnitt 6.5 vorgestellten Strategien zur Bestimmung aktiver Grenzebenen bedingen eine lineare Unabhängigkeit aller nichtverschwindenden Spaltenvektoren in  $\mathbf{E}$ , sofern nur die ursprünglichen  $\vec{e}_i$  linear unabhängig (l. u.) gewählt werden. Liegt der Differenzvektor  $\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}$  daher innerhalb des durch die Vektoren  $\vec{e}_i, \dots, \vec{e}_p$  und  $\vec{n}_j^{(0)}, j \in \mathcal{G}$  aufgespannten Bildbereiches von  $\mathbf{E}$ , erhält man nach Aussage der Gleichung (5.10) die eindeutige Lösung der gesuchten Lagrangemultiplikatoren durch Bildung von  $\mathbf{E}^\dagger$ :

$$(\mu_1, \dots, \mu_p, \lambda_1, \dots, \lambda_q, 0)^T = \mathbf{E}^\dagger (\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}). \quad (6.29)$$

Wird die Gleichung (6.26) mit den so gefundenen Multiplikatoren erfüllt, so ist dies gleichbedeutend mit der Tatsache, dass der Differenzvektor  $\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}$  innerhalb des Bildbereiches von  $\mathbf{E}$  liegt, die gefundenen Lagrangemultiplikatoren nach Gleichung (6.29) also eindeutig bestimmt sind.

Die Definition der Orientierung der Normalenvektoren  $\vec{n}_j^{(0)}$  in Abschnitt 6.2 stellt dabei die korrekte Interpretation der Vorzeichen der gefundenen  $\lambda_j$  im Sinne der Bedingung (6.27) sicher.

### 6.4.3 Beispiele zur Anwendung des KKT-Kriteriums

In Abbildung 6.2 sind drei Beispiele für die Anwendung des KKT-Kriteriums in einem 2-dimensionalen Bildbereich  $A^{(0)}$ , also ohne Berücksichtigung von Gleichheitsrestriktionen, dargestellt.

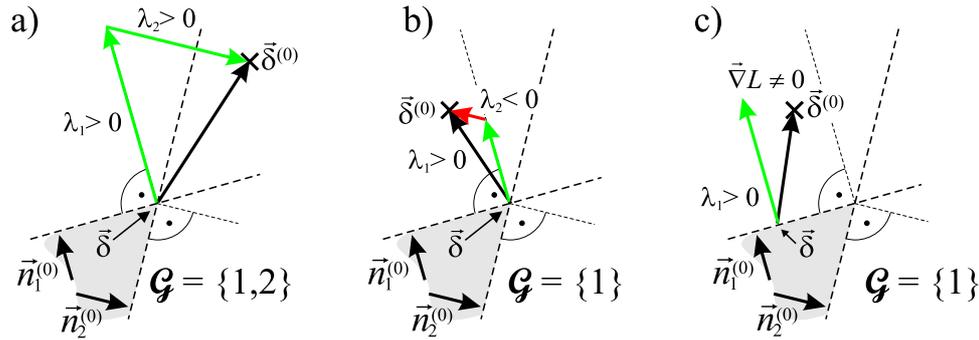


Abbildung 6.2: Beispiele für die Anwendung des KKT-Kriteriums in einem 2-dimensionalen Bildbereich  $A^{(0)}$ . Die zulässige Menge ist grau unterlegt und in der Nähe des Punktes  $\vec{\delta}^{(0)}$  durch die Ebenen der Normalenvektoren  $\vec{n}_{1,2}^{(0)}$  begrenzt. Nur im Fall a) hat der Punkt  $\vec{\delta}$  minimalen Abstand zu  $\vec{\delta}^{(0)}$ , siehe Text.

Im Fall a) ist der in  $\vec{\delta}$  gewählte Punkt offensichtlich der nächste Punkt zu  $\vec{\delta}^{(0)}$  innerhalb der zulässigen Menge, was durch die Darstellung des Differenzvektors als Linearkombination der begrenzenden Normalenvektoren mit positiven Vorfaktoren (Lagrangemultiplikatoren)  $\lambda_{1,2}$  bestätigt wird. Im Fall b) ist derselbe Punkt aber nicht mehr optimal bezüglich eines anderen Punktes  $\vec{\delta}^{(0)}$ . Offenbar ist die Begrenzung des Lösungspunktes auf die Ebene 2 ungerechtfertigt, weshalb der zugehörige Lagrangemultiplikator auch negativ wird. In Fall c) befindet sich der Lösungspunkt  $\vec{\delta}$  zwar innerhalb der richtigen Menge aktiver Begrenzungen (nämlich nur Ebene 1), doch gelingt die Zerlegung hier nur unvollständig, weshalb der Gradient der Lagrange-Funktion  $\vec{\nabla}L$  nicht verschwindet.

## 6.5 Lösungsstrategien

Im Folgenden werden zwei iterative Lösungsstrategien endlicher Schrittzahl vorgestellt, wie der gesuchte Punkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  unter den gegebenen Randbedingungen zu finden sei. Die Iterationen erzeugen in jedem Schritt einen neuen Lösungsvektor, der aus dem vorigen hervorgeht. Der Index  $s \geq 1$  indiziert die relevanten Größen für jeden Iterationsschritt, beginnend mit  $s = 1$ . Die Beobachtung, ob der Lösungsvektor des aktuellen Iterationsschrittes ein zulässiger Punkt ist und das KKT-Kriterium erfüllt, dient als Indikator, dass der gesuchte Punkt gefunden ist, woraufhin die Iteration beendet wird.

Von zentraler Bedeutung ist die Approximation der korrekten Indexmenge  $\mathcal{G}$ , die der Menge jener Korrekturen entspricht, die an ihren oberen oder unteren Grenzwert zu setzen sind. Die Aufnahme einer Ebene in die Menge  $\mathcal{G}$  wird als ‘Aktivierung’ bezeichnet, das Entfernen einer solchen als ‘Deaktivierung’. Eine effiziente Lösungsstrategie zielt darauf ab, in möglichst wenigen Schritten ausschließlich jene Ebenen zu aktivieren, innerhalb derer Schnittmenge ein zulässiger Zielpunkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  zu finden ist, der die KKT-Bedingungen (6.26) und (6.27) erfüllt.

Beide Strategien verwenden die Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$ , um den Lösungsraum  $A^{(s)}$  zu definieren, in dem der gesuchte Vektor  $\vec{\delta}^{(f)}$  zu finden ist. Durch eine passende Vorgabe in Form von Spaltenvektoren  $\vec{e}_i$  kann der Lösungsraum a priori beschränkt werden. Im vorliegenden Optimierungsproblem wird zunächst eine Lösung im Unterraum  $A^{(1)}$  gesucht, der als Schnittmenge der Ebenen mit den Normalenvektoren  $\vec{U}_i$  aus  $\mathbf{U}$  mit  $i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  aus dem Bildbereich  $A^{(0)}$

hervorgeht. Dementsprechend sind die Vektoren  $\vec{e}_i = \vec{U}_i$  für  $i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  zu wählen. In Kapitel 7 werden alternative Lösungsräume vorgestellt.

Die ‘Strategie orthogonaler Projektionen’ wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt, unterliegt aber einer ungewissen Endlichkeit. Daher wurde darüber hinaus die ‘Strategie der aktiven Menge’ implementiert, deren Grundzüge der Literatur entnommen sind [79, 80] und prinzipbedingt eine Endlichkeit der Iteration ‘nahelegt’, siehe Diskussion in Abschnitt 6.5.2.

### 6.5.1 Strategie orthogonaler Projektionen

Die Strategie orthogonaler Projektionen beginnt mit der Suche nach dem Zielpunkt  $\vec{\delta}^{(f)}$  an dem unrestringierten Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  im Unterraum  $A^{(1)}$ . Die Indexmenge aktiver Grenzebenen ist zu Beginn der Iteration die Leere Menge  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(1)}) := \emptyset$  und die Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  enthält in ihren nichtverschwindenden Spalten nur jene Vektoren  $\vec{e}_i$ , die den Lösungsraum a priori restringieren. Die Iteration S1 umfasst die folgende Schritte, beginnend mit  $s = 1$ :

- (S1.1) Bestimme anhand des Lösungsvektors  $\vec{\delta}^{(s)}$  gemäß Gleichung (6.4) den Lösungsvektor  $\vec{\theta}^{(s)} = \mathbf{A}^\dagger \vec{\delta}^{(s)}$  und durch Komponentenvergleich eine Indexmenge  $\mathcal{K}^{(s)}$  jener Ebenen  $j$ , die durch  $\vec{\delta}^{(s)}$  übertroffen werden:

$$\mathcal{K}^{(s)} := \left\{ j \mid \theta_j^{(s)} > \theta_j^{\max} \text{ oder } \theta_j^{(s)} < \theta_j^{\min} \right\}$$

Ist  $\mathcal{K}^{(s)} = \emptyset \rightarrow$  ENDE.

- (S1.2) Bestimme den Index  $k(s) \in \mathcal{K}^{(s)}$  jener Grenzebene, die einen maximalen Abstand zu  $\vec{\delta}^{(s)}$  innerhalb  $A^{(s)}$  gemäß Gleichung (6.11) hat:

$$\varepsilon_{k(s)}^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)}) \geq \varepsilon_j^{(s)}(\vec{\delta}^{(s)}) \quad \forall j \in \mathcal{K}^{(s)}$$

- (S1.3) Projiziere den Normalenvektor der Ebene  $k(s)$  entsprechend Gleichung (6.10) in den Unterraum  $A^{(s)}$ . Ist der so erhaltene Vektor von einer Länge ungleich Null, so normiere diesen Vektor, um  $\vec{n}_{k(s)}^{(s)}$  zu erhalten und fahre mit (S1.4) fort.

Andernfalls bestimme einen Index  $j' \neq k(s-1)$  jener Ebene, deren Abstand zum Ursprung gemäß Gleichung (6.8) innerhalb von  $A^{(0)}$  maximal wird

$$d_{j'}^{(0)} \geq d_j^{(0)} \quad \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)}) \setminus \{k(s-1)\}$$

und fahre mit Punkt (S1.6) fort.

- (S1.4) (*Aktivierungsschritt:*) Projiziere den Punkt  $\vec{\delta}^{(s)}$  gemäß Gleichung (6.12) innerhalb von  $A^{(s)}$  orthogonal in die Ebene  $k(s)$  und erhalte so  $\vec{\delta}^{(s+1)}$ . Nehme den Index  $k(s)$  in die Menge aktiver Grenzebenen auf  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)}) := \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)}) \cup \{k(s)\}$  und fülle eine freie Spalte in  $\mathbf{E}$  mit  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  auf <sup>6</sup>. Dadurch wird der nachfolgende Lösungsraum um die Spanne des Normalenvektors  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  reduziert:  $A^{(s+1)} := A^{(s)} \setminus \{\text{span}(\vec{n}_{k(s)}^{(0)})\}$ .

<sup>6</sup> Die Verzweigung in (S1.3) garantiert die lineare Unabhängigkeit von  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  und den bereits in  $\mathbf{E}$  eingetragenen Spaltenvektoren, die ihrerseits wieder l. u. sind, sofern nur die ursprünglichen  $\vec{e}_i$  zu  $s = 1$  l. u. gewählt worden sind. Da  $\mathbf{E}$  jene Spaltenzahl  $n$  besitzt, die der Dimensionalität des Lösungsraumes  $A^{(0)}$  entspricht, ist somit die Existenz einer freien Spalte sichergestellt.

(S1.5) Bestimme die Lösung in den Lagrangemultiplikatoren für den Punkt  $\vec{\delta} = \vec{\delta}^{(s+1)}$  nach Gleichung (6.29). Die Verzweigung in (S1.3) stellt sicher, dass die eingetragenen Vektoren in  $\mathbf{E}$  linear unabhängig sind, also die Lösung der Lagrangemultiplikatoren eindeutig ist. Durch die orthogonale Projektion in (S1.4) und die Korrektur des Lösungsvektors nach einer Deaktivierung in Schritt (S1.6) ist zudem sichergestellt, dass der Differenzvektor  $\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(s+1)}$  innerhalb des Bildbereiches von  $\mathbf{E}$  liegt, also die Bedingung (6.26) mit den gefundenen Lagrangemultiplikatoren erfüllt wird.

Sind alle Lagrangemultiplikatoren  $\lambda_j \geq 0 \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)})$ , so fahre mit Punkt (S1.7) fort. Bestimme andernfalls einen Index  $j'$ , dessen Lagrangemultiplikator  $\lambda_{j'} \leq \lambda_j \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)})$  minimal ist.

(S1.6) (*Deaktivierungsschritt:*) Deaktiviere die Ebene  $j'$ :  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)}) \leftarrow \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)}) \setminus \{j'\}$ . Fülle ferner jene Spalte in  $\mathbf{E}$  mit Nullen auf, die den Normalenvektor  $\vec{n}_{j'}^{(0)}$  enthält. Dadurch wird der Lösungsraum wieder um die Spanne des Normalenvektors  $\vec{n}_{j'}^{(0)}$  erweitert:  $A^{(s+1)} \leftarrow A^{(s+1)} \cup \{\text{span}(\vec{n}_{j'}^{(0)})\}$ .

Korrigiere dann noch den Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(s+1)}$  um die Projektion des Differenzvektors  $\vec{\delta}^{(1)} - \vec{\delta}^{(s+1)}$  in die Richtung von  $\vec{n}_{j'}^{(s+1)}$ :

$$\vec{\delta}^{(s+1)} \leftarrow \vec{\delta}^{(s+1)} + \vec{n}_{j'}^{(s+1)} \left[ \left( \vec{\delta}^{(1)} - \vec{\delta}^{(s+1)} \right) \vec{n}_{j'}^{(s+1)} \right]$$

(S1.7) Ersetze  $s \leftarrow s + 1$  und fahre mit (S1.1) fort.

Nachfolgend einige Erläuterungen zur Iteration S1: In Schritt (S1.1) wird überprüft, ob der aktuelle Lösungsvektor  $\vec{\delta}^{(s)}$  zulässig ist. Ist der Startpunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  zulässig, brauchen keine Restriktionen in der Bestimmung des Lösungsvektors berücksichtigt werden. Für jeden weiteren Lösungsvektor  $\vec{\delta}^{(s>1)}$  wird die Zulässigkeit des Zielpunktes  $\vec{\delta}^{(f)}$  durch die Erfüllung der KKT-Bedingungen (6.26) und (6.27) in den Schritten (S1.5) und (S1.6) ergänzt. In beiden Fällen ist der Zielpunkt erreicht, weshalb die Iteration an dieser Stelle terminiert wird.

Die in Schritt (S1.2) vollzogene Wahl jener zu aktivierenden Ebene, welche den größten Abstand zum aktuellen Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(s)}$  hat, ist charakterisierend für die Effizienz der Approximation der Indexmenge  $\mathcal{G}$  und damit der gesamten Lösungsstrategie. Die Plausibilität dieser speziellen Wahl soll an einem 2-dimensionalen Beispiel in Abbildung 6.3c) veranschaulicht werden.

Diese Wahl erweist sich in den meisten Fällen als sehr gut, und die Iteration konvergiert ohne einen Deaktivierungsschritt auf den Zielpunkt, weshalb die Strategie meist die schnellstmögliche Konvergenz überhaupt aufweist, vergleiche auch mit Abbildung 9.2).

Allerdings kann die Wahl der zu aktivierenden Ebene im höherdimensionalen Raum  $n > 2$  auch ungünstig sein: Einerseits äußert sich dies in der gelegentlichen Notwendigkeit einer oder mehrerer Deaktivierungen aufgrund negativer Lagrangemultiplikatoren in Schritt (S1.5). Andererseits besteht die Gefahr, dass die spezielle Wahl in Schritt (S1.2) den Lösungsraum  $A^{(s+1)}$  auf eine Ebene beschränkt, die keinen zulässigen Punkt und damit auch nicht den gesuchten Zielpunkt enthält. Folglich können nachfolgende Lösungsvektoren keinen zulässigen Punkt darstellen, weshalb die Iteration solange fortgesetzt wird, bis die Projektion eines Richtungsvektors der orthogonalen Projektion in den Lösungsraum  $A^{(s)}$  in einem Nullvektor mündet, also eine lineare Abhängigkeit zu den Spaltenvektoren der Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  besteht, siehe Abbildung 6.4a). Zu dieser (in der Praxis sehr selten beobachteten) Situation kann es immer dann kommen, wenn die Dimensionalität des Nullraumes größer als Null ist, also mindestens ein Eintrag  $\vec{e}_i$  in  $\mathbf{E}$

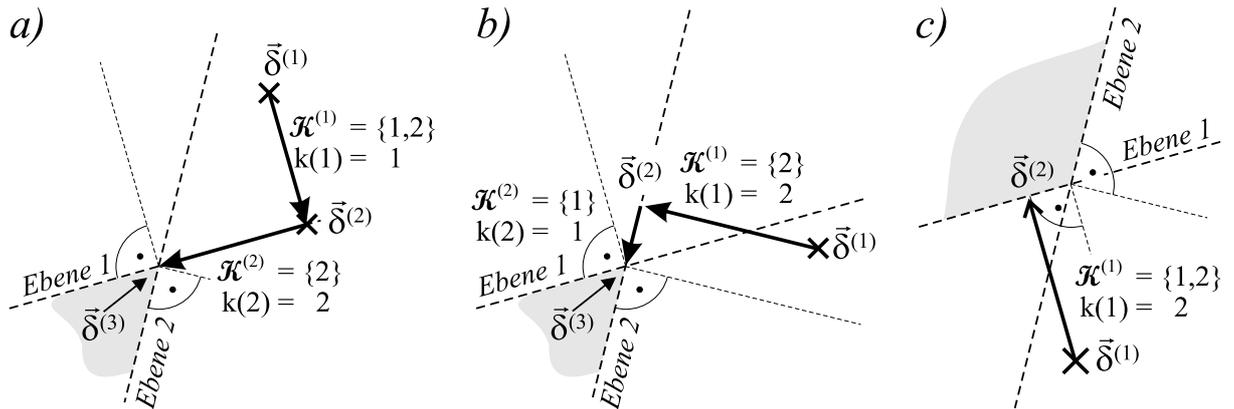


Abbildung 6.3: Beispiele für die Strategie orthogonaler Projektionen in einem zweidimensionalen Unterraum  $A^{(1)}$ : In a) wird eine mögliche Situation an einem spitzen Winkel dargestellt, in welcher der Lösungspunkt zu Beginn der Iteration außerhalb der Grenzebenen 1 und 2 liegt ( $\mathcal{K}^{(1)} = \{1,2\}$ ); der zulässige Bereich ist grau unterlegt. Die erste Projektion reduziert die Lösungssuche auf die Linie der Grenzebene 1. Innerhalb dieser wird der Lösungspunkt orthogonal auf die Ebene 2 projiziert. Eine Überprüfung der KKT-Bedingungen des so erhaltenen Punktes wird diesen als Punkt minimalen Abstandes zu  $\vec{\delta}^{(1)}$  verifizieren. Beispiel b) verläuft ähnlich, nur dass hier der Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  zu Beginn der Iteration zwar unterhalb der Grenzebene 1 liegt, die Projektion auf Ebene 2 diesen aber jenseits der Ebene 1 trägt, wodurch erst im zweiten Durchlauf der Iteration der Zielpunkt gefunden wird. An Beispiel c) soll die Plausibilität der Wahl jener Ebene größten Abstandes zum Lösungspunkt veranschaulicht werden: Hier führt die Projektion auf Ebene 1 unmittelbar zum Zielpunkt, wohingegen eine Projektion auf die näher gelegene Ebene 2 eine weitere Projektion auf die Ebene 1 erforderlich machen würde. Der so erhaltene Punkt entspräche dann allerdings nicht dem Zielpunkt, was durch Nicht-Erfüllung des KKT-Kriteriums bestätigt werden würde.

zu Beginn der Iteration existiert und so die Zahl freier Spalten in  $\mathbf{E}$  – entsprechend der Zahl aktivierbarer Ebenen – auf einen Wert kleiner  $n$  reduziert. Ferner kann dies nicht für  $s = 1$  im ersten Durchlauf der Iteration auftreten, da der Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  innerhalb jenes Lösungsraums liegt, der eine Schnittmenge der Ursprungsebenen ist, die durch die Normalenvektoren  $\vec{e}_i$  beschrieben werden. Eine Grenzebene, deren Normalenvektor linear von diesen  $\vec{e}_i$  abhängig ist, verläuft daher parallel zu diesem Lösungsraum und schneidet diesen nicht. Da der Ursprung darüber hinaus ein Punkt der zulässigen Menge ist, der Lösungsraum also vollständig innerhalb der Grenzebenen liegen muss, kann der Lösungspunkt innerhalb des Lösungsraums nicht außerhalb einer solchen Grenzebene liegen. Erst nach einer zusätzlichen Restriktion des Lösungsraumes auf Ebenen, die nicht den Ursprung enthalten, kann das skizzierte Problem auftreten<sup>7</sup>.

Leider erscheint es kaum möglich, vorab zu entscheiden, ob eine gegebene Grenzebene im Unterraum  $A^{(s)}$  zulässige Punkte enthält oder nicht. Stattdessen wird die Projektion des ausgewählten Normalenvektors in Schritt (S1.3) irgendwann in den Nullvektor resultieren. Die einzige Möglichkeit, die Iteration aus einer solchen Sackgasse zu befreien, besteht darin, eine Ebene zu

<sup>7</sup>Dazu ein dreidimensionales Beispiel: der Lösungsraum sei auf die  $xy$ -Ebene beschränkt,  $\vec{\delta}^{(1)}$  liegt konsequent in dieser Ebene, der Einheitsvektor in  $z$ -Richtung  $\vec{e}_z$  sei als einzige Spalte in der  $3 \times 3$  Restriktionsmatrix eingetragen. Grenzebenen, deren Normalenvektor linear von den Spaltenvektoren in  $\mathbf{E}$ , also von  $\vec{e}_z$  abhängig sind, verlaufen parallel zur  $xy$ -Ebene. Nun muss die  $xy$ -Ebene, also der Lösungsraum  $A^{(1)}$  zwischen diesen Grenzebenen liegen, da offenbar der Ursprung als Teil dieses Lösungsraums ein zulässiger Punkt ist. Da der Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  ebenfalls in der  $xy$ -Ebene liegt, kann er keine der beiden Grenzebenen verletzen. Anders könnte es nur dann sein, wenn  $\vec{\delta}^{(s)}$  außerhalb einer Ursprungsebene liegt, was aber für  $s = 1$  nicht möglich ist.

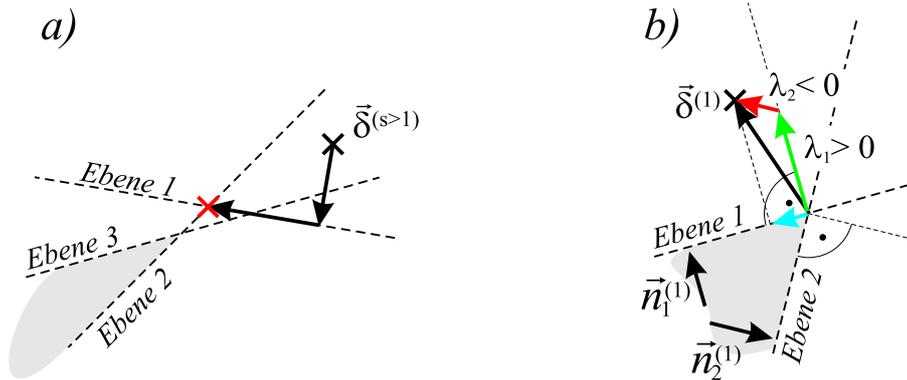


Abbildung 6.4: *Problematische Situationen in der Strategie orthogonaler Projektionen: a) Eine dem Abstandsgebot in Schritt (S1.2) folgende Projektion beschränkt den Lösungsraum auf die Linie der Ebene 1, welche keine zulässigen Punkte enthält, mithin auch nicht den angestrebten Zielpunkt. Die nachfolgende Iteration auf Ebene 2 reduziert den Lösungsraum in einen Punkt (rotes Kreuz). Da der Lösungspunkt noch immer jenseits der Ebene 3 liegt, wird die Projektion des Normalenvektors der Ebene 3 in die Schnittmenge der Ebenen 1 und 2 den Nullvektor ergeben. An diesem Punkt der Iteration wird jene Ebene gelöst, die dem Ursprung als zulässigen Punkt am fernsten ist, aber nicht die der jüngsten Projektion. Für ein anderes Beispiel veranschaulicht Teil b) die Korrektur des Lösungsvektors nach Deaktivierung der Ebene 2. Der Lösungspunkt wird innerhalb der verbleibenden Restriktion der Ebene 1 in Richtung des Differenzvektors zu  $\bar{\delta}^{(1)}$  (wahlweise  $\bar{\delta}^{(0)}$  mit demselben Ergebnis) bewegt (blauer Pfeil in Ebene 1).*

deaktivieren. Dazu wird in (S1.3) jene Ebene zur Deaktivierung gewählt, welche den größten Abstand zum (zulässigen) Ursprung in  $A^{(0)}$  hat, ausgenommen jene Ebene  $k(s-1)$ , auf die zuletzt projiziert worden ist (diese ist wohl definiert, da in diesen Fällen immer  $s > 1$  gilt, s. o.). Damit wird die Möglichkeit einer endlosen Schleife fortlaufender Aktivierung und Deaktivierung derselben Ebene verhindert.

Der Deaktivierung einer Ebene in Schritt (S1.6) folgt eine Korrektur des Lösungspunktes in Richtung des Normalenvektors der deaktivierten Ebene innerhalb des nun um eine Dimension vergrößerten Lösungsraumes. Dadurch wird die Orthogonalität des Lösungsraumes zu dem Verbindungsvektor zwischen  $\bar{\delta}^{(0)}$  und dem so erhaltenen Lösungspunkt gewährleistet, die zur Erfüllung der KKT-Bedingung (6.26) erforderlich ist. Abbildung 6.4b) veranschaulicht den Korrekturschritt an einem 2-dimensionalen Beispiel.

Durch aufeinanderfolgendes Aktivieren und Deaktivieren verschiedener Ebenen in der Strategie orthogonaler Projektionen ist es denkbar, dass die Iteration in eine endlose Schleife gerät, innerhalb derer der Zielpunkt nicht gefunden wird, wenngleich dies anhand der zahlreich getesteten Fälle noch nicht aufgetreten ist. Aufgrund dieser Unsicherheit der Konvergenz wurde zusätzlich die ‘Strategie der aktiven Menge’ für quadratische Programme (siehe z. B. [79], oder [80], wo dieser Ansatz als ‘PQP’-Strategie vorgestellt wird) adaptiert und auf die vorliegende Geometrie und die vorhandenen Konzepte angewandt.

### 6.5.2 Strategie der aktiven Menge

Während die Strategie orthogonaler Projektionen mit  $s = 1$  am Punkt  $\bar{\delta}^{(1)}$  außerhalb der zulässigen Menge beginnt, wird in dieser Strategie der Ursprung  $\bar{\delta}^{(1)} := 0$  als Startpunkt innerhalb der

zulässigen Menge gewählt<sup>8</sup>. Dieser Punkt wird nun sukzessive innerhalb der Schnittmenge der zulässigen Menge mit dem jeweiligen Lösungsraum  $A^{(s)}$  in Richtung  $\vec{\delta}^{(0)}$  bewegt, sodass die Zielfunktion (6.19) mit jeder Bewegung verringert wird. Diese prinzipbedingte Monotonie sichert praktisch die Endlichkeit der Iteration.

Beginnend mit  $s = 1$  und dem Startpunkt  $\vec{\delta}^{(1)} = 0$  im Unterraum  $A^{(1)}$ , der leeren Indexmenge  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(1)}) := \emptyset$  und einer Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$ , deren nichtverschwindende Spalten  $\vec{e}_i$  den Lösungsraum a priori restringieren, umfasst die Iteration S2 die folgende Schritte:

(S2.1) Projiziere den Differenzvektor  $(\vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(s)})$  gemäß Gleichung (6.10) in den Unterraum  $A^{(s)}$ . Der so erhaltene Vektor heiße  $\Delta\vec{\delta}^{(s)}$ . Ist dieser Vektor von der Länge Null, so fahre bei Schritt (S2.5) fort.

(S2.2) Bilde den Lösungsvektor  $\vec{\theta}^{(s)} := \mathbf{A}^\dagger \left( \vec{\delta}^{(s)} + \Delta\vec{\delta}^{(s)} \right)$ , und bestimme durch Komponentenvergleich die Indexmenge  $\mathcal{K}^{(s)}$  jener Ebenen  $j$ , die durch den Punkt  $\vec{\delta}^{(s)} + \Delta\vec{\delta}^{(s)}$  überschritten werden:

$$\mathcal{K}^{(s)} := \left\{ j \mid \theta_j^{(s)} > \theta_j^{\max} \text{ oder } \theta_j^{(s)} < \theta_j^{\min} \right\}$$

Ist  $\mathcal{K}^{(s)} = \emptyset \rightarrow$  ENDE.

(S2.3) Bestimme einen Index  $k(s) \in \mathcal{K}^{(s)}$ , mit minimalem Faktor  $\alpha_{k(s)}^{(s)}$ , sodass  $\vec{\delta}^{(s)} + \alpha_{k(s)}^{(s)} \Delta\vec{\delta}^{(s)}$  auf dem zu  $\vec{\delta}^{(s)}$  nächsten Durchstoungspunkt einer Grenzebene liegt (siehe auch Abbildung 6.5):

$$\alpha_{k(s)}^{(s)} = \min \left\{ \frac{d_j^{(0)} - \vec{\delta}^{(s)} \vec{n}_j^{(0)}}{\Delta\vec{\delta}^{(s)} \vec{n}_j^{(0)}} \mid j \in \mathcal{K}^{(s)} \right\}$$

(S2.4) (*Aktivierungsschritt:*) Setze  $\vec{\delta}^{(s+1)} := \vec{\delta}^{(s)} + \alpha_{k(s)}^{(s)} \Delta\vec{\delta}^{(s)}$  und aktiviere die Ebene  $k(s)$  durch Ergänzung der Indexmenge  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)}) := \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)}) \cup \{k(s)\}$  und Eintrag des Normalenvektors  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  in eine freie Spalte<sup>9</sup> der Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$ . Dadurch wird der Lösungsraum nachfolgender Iterationsschritte um die Spanne des Normalenvektors  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  reduziert:  $A^{(s+1)} := A^{(s)} \setminus \{\text{span}(\vec{n}_{k(s)}^{(0)})\}$ .

Fahre mit Schritt (S2.7) fort.

(S2.5) Bestimme die Lösung der Lagrangemultiplikatoren für den Punkt  $\vec{\delta} = \vec{\delta}^{(s)}$  gemäß Gleichung (6.29). Die Verzweigung in (S2.1) stellt einerseits sicher, dass die Vektoren in  $\mathbf{E}$  linear unabhängig sind, also die Lösung der Lagrangemultiplikatoren eindeutig ist. Andererseits besagt die Erfüllung des Abzweigkriteriums in (S2.1), dass der Verbindungsvektor zwischen  $\vec{\delta}^{(s)}$  und  $\vec{\delta}^{(1)}$  innerhalb des Bildbereiches von  $\mathbf{E}$  liegt, wodurch die Bedingung (6.26) mit den so gefundenen Lagrangemultiplikatoren erfüllt wird.

Sind alle Lagrangemultiplikatoren  $\lambda_j \geq 0 \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)})$ , so fahre mit Punkt (S2.7) fort. Bestimme andernfalls einen Index  $j'$ , dessen Lagrangemultiplikator  $\lambda_{j'} \leq \lambda_j \forall j \in \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)})$  minimal ist.

<sup>8</sup>Da der Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(1)}$  nun nicht mehr mit dem Startpunkt der Iteration für  $s = 1$  zusammenfällt, wird hier eine von den vorhergehenden Abschnitten abweichende Notation eingeführt. So werden die iterativen Lösungspunkte der ‘Strategie der aktiven Menge’ durch hochgestellte Indizes in spitzen ( $\vec{\delta}^{(s)}$ ) statt in runden Klammern ( $\vec{\delta}^{(s)}$ ) dargestellt.

<sup>9</sup>Die Existenz einer freien Spalte wird durch den Abzweig in Schritt (S2.1) gewährleistet. Vergleiche auch mit der Fußnote auf Seite 75.

(S2.6) (*Deaktivierungsschritt:*) Deaktiviere die Ebene  $j'$ :  $\mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s+1)}) := \mathcal{G}(\vec{\delta}^{(s)}) \setminus \{j'\}$ . Fülle ferner jene Spalte in  $\mathbf{E}$  mit Nullen auf, die den Normalenvektor  $\vec{n}_{k(s)}^{(0)}$  enthält. Dadurch wird der Lösungsraum wieder um die Spanne des Normalenvektors  $\vec{n}_{j'}^{(0)}$  erweitert:  $A^{(s+1)} := A^{(s)} \cup \{\text{span}(\vec{n}_{j'}^{(0)})\}$ .

(S2.7) Setze  $s \leftarrow s + 1$  und fahre mit Schritt (S2.1) fort.

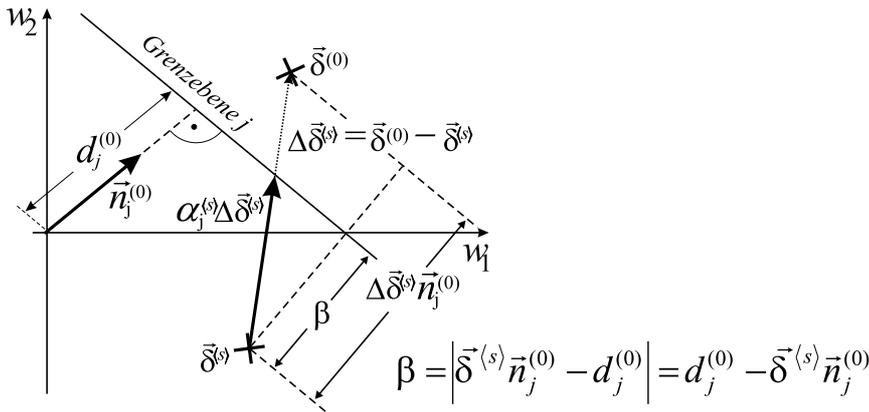


Abbildung 6.5: Geometrie im Bildbereich  $A^{(0)}$  zur Bestimmung des Bruchteils  $\alpha_j^{(s)}$ , um den der Differenzvektor  $\Delta\vec{\delta}^{(s)} = \vec{\delta}^{(0)} - \vec{\delta}^{(s)}$  gekürzt werden muss, damit er – von  $\vec{\delta}^{(s)}$  ausgehend – auf der Grenzebene  $j$  endet. Anhand der Grafik kann das folgende Verhältnis abgelesen werden:

$$\frac{\|\alpha_j^{(s)} \Delta\vec{\delta}^{(s)}\|_2}{\|\Delta\vec{\delta}^{(s)}\|_2} = \alpha_j^{(s)} = \frac{\beta}{\Delta\vec{\delta}^{(s)T} \vec{n}_j^{(0)}} = \frac{d_j^{(0)} - \vec{\delta}^{(s)T} \vec{n}_j^{(0)}}{\Delta\vec{\delta}^{(s)T} \vec{n}_j^{(0)}}$$

Abbildung 6.6 zeigt ein 2-dimensionales Beispiel der Lösungsbestimmung durch die Strategie S2.

Eine Beschränkung der Lösungsfindung auf eine Grenzebene, die nicht an die zulässige Menge grenzt, wird im Gegensatz zur Strategie S1 durch das Minimalprinzip in Schritt (S2.3) ausgeschlossen und alle Lösungspunkte  $\vec{\delta}^{(s)}$  der Iteration S2 sind zulässig. Sofern eine Annäherung an den Punkt  $\vec{\delta}^{(0)}$  innerhalb der aktiven Begrenzungen nicht mehr möglich, gleichzeitig auch der Zielpunkt noch nicht erreicht ist, wird eine Ebene gelöst und weiter fortgefahren. Die einzige Möglichkeit der Strategie, nicht im Zielpunkt zu enden, wäre die, zyklisch zwischen der Aktivierung und Deaktivierung derselben Ebene zu wechseln, *ohne* zwischen diesen Schritten den Iterationspunkt  $\vec{\delta}^{(s)}$  zu ändern (anderfalls würde die Änderung den Lösungspunkt näher an den Zielpunkt führen, was aber im Widerspruch zur Annahme steht). Die Existenz dieser Möglichkeit wird in der zitierten Literatur weder bewiesen noch widerlegt. Es wird lediglich darauf verwiesen [79], dass „... für die Praxis von der Endlichkeit des Algorithmus’ ausgegangen werden kann.“ Bestätigt werden kann hier lediglich, dass dieser Fall bislang nicht in den untersuchten Szenarien dieser Arbeit aufgetreten ist und der Zielpunkt immer innerhalb einer endlichen Zahl der Iterationsschritte gefunden worden ist.

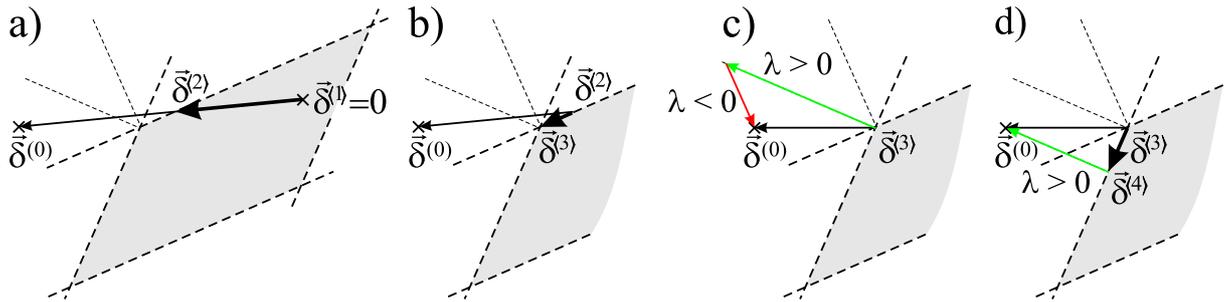


Abbildung 6.6: Anwendung der ‘Strategie der aktiven Menge’, um vom Startpunkt des Ursprungs  $\vec{\delta}^{(1)} = 0$  den nächsten Punkt der zulässigen Menge (grau unterlegt) zum Punkt  $\vec{\delta}^{(0)}$  zu finden. Dazu wird dem Differenzvektor jeweils innerhalb des Lösungsraumes so weit gefolgt, bis er eine Grenzfläche durchschlägt (a) und (b). Sobald auf diese Weise keine Annäherung an  $\vec{\delta}^{(0)}$  mehr möglich ist, werden die Vorzeichen der Lagrangemultiplikatoren der aktiven Grenzflächen ausgewertet und auf ihr Vorzeichen getestet (c). Jene Ebene mit dem am stärksten negativen Lagrangemultiplikator wird aus der Menge aktiver Grenzflächen herausgenommen und die Iteration wieder aufgenommen, bis ein Punkt gefunden ist, der innerhalb des Lösungsraumes keine Annäherung mehr an  $\vec{\delta}^{(0)}$  erlaubt und alle Lagrangemultiplikatoren der aktiven Grenzflächen positiv sind (d).

### 6.5.3 Vergleich der Strategien

Das Beispiel in Abbildung 6.6 vermittelt bereits, dass die Zahl der Iterationen der ‘Strategie der aktiven Menge’ typischerweise um den Faktor zwei bis vier größer ist als die der ‘orthogonalen Projektionen’, deren Anwendung im Beispiel der Abbildung 6.6 den Zielpunkt mit der ersten Iteration gefunden hätte. Die Strategie S1 erfordert tatsächlich sehr selten eine Deaktivierung und erliegt noch seltener einer Restriktion auf eine Ebene, die innerhalb des Lösungsraumes nicht an die zulässige Menge grenzt. Daher ist die Konvergenzgeschwindigkeit der Strategie S1 meist maximal.

Umgekehrt bedarf die Strategie S1 eines höheren Rechenaufwandes, da in jedem Schritt die Lagrangemultiplikatoren ausgewertet werden, selbst wenn noch kein zulässiger Punkt gefunden worden ist, also der aktuelle Lösungspunkt kein KKT-Punkt sein kann<sup>10</sup>.

In allen (z. T. auch sehr ‘unrealistischen’) Szenarien der Lösungsbestimmung einer Orbitkorrektur, an denen die Strategien S1 und S2 im Zuge dieser Arbeit getestet worden sind, resultierten beide Verfahren in dem eindeutig definierten KKT-Punkt  $\vec{\delta}^{(f)} = \vec{\delta}^*$ ; es sind also weder endlose Zyklen aufgetreten, die im Rahmen der Endlichkeitsdiskussionen beider Strategien aufgeführt worden sind, noch konzeptionelle Fehler zutage getreten (siehe auch Abschnitt 9.1.1). In der realisierten Implementierung aus C++ Bibliotheken, welche die Matrixoperationen durchführen, und einer Prozessführung in der Skript-Sprache Tcl, ist die erforderliche Rechenzeit für beide Strategien von ähnlicher Länge und beträgt auf einem Pentium IV System mit einer Taktrate von 1.6 GHz etwa 100 ms für einen KKT-Punkt, der durch etwa zwei bis fünf Grenzflächen restringiert wird.

<sup>10</sup> Alternativ könnte man die Berechnung der Lagrangemultiplikatoren ähnlich der Strategie S2 nur dann erfordern, sobald ein zulässiger Punkt erreicht worden ist. Diese Vorgehensweise muss nicht immer schneller zum Ziel führen, da die so gewonnene Rechenzeit möglicherweise durch eine eventuell erhöhte Zahl von Deaktivierungen und erneuten Bestimmungen der Lagrangemultiplikatoren kompensiert wird. Darüber hinaus sind sicherlich noch viele weitere Varianten der Prozess- und Strategieoptimierung denkbar, die hier aber nicht diskutiert werden.

# Kapitel 7

## Alternative Lösungsräume

Bislang ist der Lösungsraum a priori auf jenen Raum  $A^{(1)}$  restringiert worden, der komplementär zu dem mit dem Nullraum der Responsematrix assoziierten Raum ist. Dieser Lösungsraum wird durch die Basisvektoren  $\vec{U}_j$  mit  $j \notin \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  aufgespannt und durch den Eintrag der dazu komplementären Basisvektoren  $\vec{U}_i$  mit  $i \in \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  als Spaltenvektoren  $\vec{e}_i$  in der Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  im Rechenkalkül integriert. Im Folgenden werden alternative Lösungsräume  $A^{(1)}$  vorgestellt, die durch andere Basisvektoren als die der  $\vec{U}_j$  aufgespannt werden. Über die Trennung der Orthogonalbasen in Gleichung (6.9) erhält man die Basis des Komplementärtraumes, die dann wieder als Spaltenvektoren  $\vec{e}_i$  in der Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  in das Kalkül eingehen. Die Definition des Vektors  $\vec{\delta}^{(1)}$  ist verallgemeinert als Projektion des unrestringierten Vektors  $\vec{\delta}^{(0)}$  in den Unter Raum  $A^{(1)}$  zu verstehen. Analoges gilt konsequent für die daraus errechenbaren Vektoren  $\vec{\theta}^{(1)}$  und  $\vec{\Delta}^{(1)}$ .

### 7.1 Korrektorentlastungen im Nullraum

In Umkehrung des bislang verwendeten Lösungsraumes kann der dazu komplementäre Raum verwendet werden, um die gegenwärtigen Stärken einzelner oder mehrerer Korrektorelemente in  $\vec{\theta}_0$  absolut zu reduzieren, ohne erhebliche Orbitänderungen zu bewirken. Dies kann durch Bestimmung eines Lösungsvektors  $\vec{\theta}_c$  erreicht werden, sodass die durch eine  $n \times n$  Diagonalmatrix  $\mathbf{W}_c$  gewichtete residuale Korrektorstärke minimiert wird:

$$\left\| \mathbf{W}_c \left( \vec{\theta}_c + \vec{\theta}_0 \right) \right\|_2 \rightarrow \min \quad (7.1)$$

Das Diagonalelement  $[\mathbf{W}_c]_{jj}$  bestimmt dabei, mit welchem Gewicht die Stärke des Korrektorelementes  $j$  in die residuale Korrektorstärke eingeht. Die Spaltenvektoren der Matrix  $\mathbf{W}_c$  spannen den ‘gewichteten Korrektorraum’ auf, innerhalb dessen die bestmögliche Lösung für  $\vec{\theta}_c$  unter Verwendung der euklidischen Norm gefunden werden kann.

Der Lösungsraum für  $\vec{\theta}_c$  soll nun auf die Spanne der Korrektordarstellungen  $\vec{V}_i$  begrenzt werden, deren assoziierte Singulärwerte  $\sigma_i$  nun *unterhalb* des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$  liegen:

$$\vec{\theta}_c \in \left\{ \text{span} \left( \vec{V}_i \mid \sigma_i \leq \sigma_{\text{cut}} \right) \right\} = \left\{ \text{span} \left( \vec{V}_i \mid i = 1, \dots, n; i \notin \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}}) \right) \right\} \quad (7.2)$$

Ferner müssen auch für diese Aufgabenstellung die Limitationen der Korrektorelemente berücksichtigt werden. Abbildung 7.1 soll dies an einem zweidimensionalen Beispiel veranschaulichen.

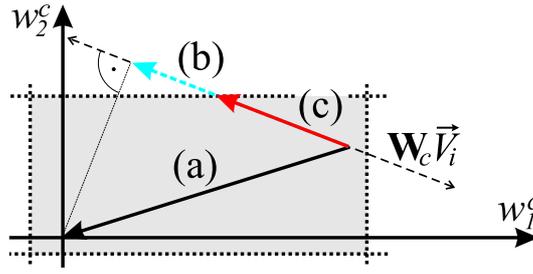


Abbildung 7.1: Zweidimensionales Beispiel zur Reduktion der Stärken zweier Korrektorelemente in der Basis der Spaltenvektoren der Korrektorgewichtsmatrix  $\mathbf{W}_c$ . Die Lösungsmenge der Restriktion in Gleichung (7.2) verlaufe eindimensional entlang der Richtung  $\mathbf{W}_c \vec{V}_i$  mit  $\sigma_i \leq \sigma_{\text{cut}}$  (gestrichelte Linie). Unter Missachtung dieser Restriktion würde die residuale Korrektorstärke durch  $\vec{\theta}_c = -\vec{\theta}_0$  entsprechend Lösung (a) zu Null minimiert werden. Unter Beachtung dieser Restriktion wäre die günstigste Lösung jene, die durch (b) markiert ist. Durch die Beschränkung des Lösungsraumes auf die Schnittmenge mit der zulässigen Menge möglicher Korrekturänderungen (grau unterlegt) resultiert die zulässige Lösung (c).

Zur Definition des Lösungsraumes in der Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  sind die Basisvektoren  $\vec{V}_i$  aus Gleichung (7.2) entsprechend der Diagonalmatrix  $\mathbf{W}_c$  zu gewichten:

$$\vec{v}_i^c := \mathbf{W}_c \vec{V}_i \quad (7.3)$$

Die zu den  $\vec{v}_i^c$  komplementäre Basis wird nach Gleichung (6.9) gebildet und in Form von Spaltenvektoren  $\vec{e}_i$  in die bis dahin leere Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  eingetragen. In völliger Analogie zur Bestimmung des Zielpunktes in Kapitel 6 findet man dann die gesuchte Lösung in  $\vec{\theta}_c$  durch Ersetzung von  $\Delta \vec{\kappa}_{\text{ref}}$  durch  $\vec{\theta}_0$  und der gewichteten Responsematrix  $\mathbf{A} = \mathbf{W}\mathbf{R}$  durch  $\mathbf{W}_c$ .

Die Implementierung dieses Prinzips in die Orbitkorrektur wird in Abschnitt 8.1.15 vorgestellt, Ergebnisse in Abschnitt 9.3 präsentiert.

## 7.2 Lokale Orbitbeulen

Manchmal ist es wünschenswert, eine lokale Änderung der Strahlage (eine sogenannte *Orbitbeule*) ausschließlich mit Korrektorelementen der unmittelbaren Umgebung dieser Orbitänderung umzusetzen:

- Die Verwendung dedizierter Korrektorelemente soll nur lokal auf die Strahlage wirken ('lokales Orbitfeedback'). Häufig sind solche Systeme strukturell von der global agierenden Orbitkorrektur entkoppelt (siehe Abschnitt 2.2.2). Beispiele am Delta sind das schnelle vertikale Feedback am U250 [46] oder die Verwendung der DC-Spulen (siehe Abschnitt 4.6) zur Erzeugung der statischen Injektionsbeule.
- Lokale Änderungen der Strahlage sollen nicht Änderungen der Korrektoreinstellungen entlang des gesamten Speicherrings bewirken. Dieses Argument gewinnt an Bedeutung für grosse Speicherringe mit verteilten Systemen zur Orbitauswertung und -korrektur, z. B. an HERA [81].
- Die synchrone Änderung mehrerer Dipolkorrektoren an Delta nimmt umso mehr Zeit in Anspruch, je mehr Korrekturänderungen gesetzt werden müssen (siehe Abschnitt 4.5.5).

Die Erzeugung lokaler Orbitbeulen kann durch die Verwendung weniger Korrektoren erheblich beschleunigt werden. Dies ist vor allem für Messprogramme bedeutsam, die von der Erzeugung lokaler Strahlablagen abhängig sind (z. B. BBC, siehe Abschnitt 8.3.2).

Im Folgenden werden zwei Ansätze vorgestellt, ein solches Ziel zu erreichen. Die folgende Notation soll dabei zugrunde gelegt werden:

Jene Monitore  $i$ , an denen eine definierte Strahl Lageänderung zu generieren ist, seien in der Menge  $\mathcal{M}$  zusammengefasst. Die dafür einzusetzenden Korrekturlemente  $j$  in der Menge  $\mathcal{N}$ . Die Menge all jener Monitore, deren longitudinale Position zwischen den äußersten Positionen der Korrektoren  $j \in \mathcal{N}$  eingeschlossen wird, werde  $\mathcal{M}_B$  genannt. Es ist dafür Sorge zu tragen, dass  $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{M}_B$  gegeben ist sowie  $|\mathcal{N}| \geq |\mathcal{M}| + 2$  gilt<sup>1</sup>.

### 7.2.1 Lokalität durch Monitorgewichtung

Eine Möglichkeit, das Ziel einer Orbitbeule durch Verwendung der Korrektormenge in  $\mathcal{N}$  umzusetzen, ist es, die Spalten der Responsematrix auf die der Korrekturlemente aus  $\mathcal{N}$  zu begrenzen und die Diagonalelemente  $w_i$  der Gewichtsmatrix für alle  $i \in \mathcal{M}$  deutlich gegenüber der sonst homogenen Gewichtung der übrigen Monitore zu überhöhen. Bis auf die Einträge der geforderten Ablageänderungen an den Monitoren aus  $\mathcal{M}$  wird der Vektor  $\Delta \vec{\kappa}$  zu Null gesetzt. Dieser Ansatz wird im Folgenden auch als ‘Referenzbeule’ bezeichnet.

Die Lösung kann nun unter korrekter Berücksichtigung der Korrektorlimitation entsprechend den vorgestellten Methoden des Kapitels 6 gefunden werden. Dieses Vorgehen birgt jedoch die folgenden Nachteile:

- Je höher die Gewichtung  $w_i$  an den Monitoren aus  $\mathcal{M}$  gewählt wird, desto besser wird die Approximation der geforderten Strahl Lageänderung an diesen Monitoren durch den Lösungsvektor sein. Einer zwingenden Randbedingung zur Produktion der gewünschten Strahl Lage entspricht dies jedoch nicht. Das Setzen aller übrigen Monitorgewichte  $w_j = 0 \forall j \notin \mathcal{M}$  käme dieser Vorgabe am nächsten. Dies entspricht aber dem Grenzfall der Problematik des nächsten Punktes:
- Mit zunehmender Erhöhung der Gewichte  $w_i$  an den Monitoren aus  $\mathcal{M}$  verliert die resultierende Strahl Lageänderung an den verbleibenden Monitoren an Bedeutung. Der zur Lösung korrespondierende Orbit in  $\vec{\Delta}^{(f)}$  wird daher im allgemeinen keine lokale Änderung der Strahl Lage beinhalten. Je nach Höhe der Gewichtung der  $w_i$ , der Wahl von  $\mathcal{N}$  und der geforderten Strahl Lageänderungen kann die Ablage an den Monitoren niedrigen Gewichtes beliebig groß werden, insbesondere auch größer als die der geforderten Änderungen<sup>2</sup>. Für ein Beispiel einer solch unabgeschlossenen ‘Referenzbeule’ (dort allerdings unter der Verwendung aller Korrektoren) sei auf Abbildung 9.1 verwiesen.

Insbesondere wegen des letzten Argumentes kann diese Vorgehensweise zur Erzeugung lokaler Strahl Lageänderungen wenig ratsam sein. Stattdessen wurde der nachfolgende Ansatz zur Erzeugung lokaler Orbitbeulen umgesetzt.

<sup>1</sup>Die erforderliche Zahl an Korrektoren in  $\mathcal{N}$  erhöht sich gegebenenfalls um die Zahl aktivierter Limitationen und durch der Zahl der Singulärwerte  $\sigma_i \leq \sigma_{\text{cut}}$ . Dazu mehr in Abschnitt 8.1.13

<sup>2</sup>Dies ist allerdings ein grundsätzliches Problem der Monitorgewichtung in der Orbitkorrektur.

### 7.2.2 Lokalität als Randbedingung

In erster Näherung ergibt sich die Lokalität einer Orbitbeule genau dann, wenn sowohl die Ablage  $\kappa$  als auch der Winkel  $\kappa'$  der Strahlage unmittelbar *hinter* dem letzten Korrektorelement aus  $\mathcal{N}$  jenen Werten entspricht, die sich ohne Veränderung der Korrektorelemente in  $\mathcal{N}$  aus Ablage und Winkel der Strahlage unmittelbar *vor* dem ersten Element in  $\mathcal{N}$  ergäben. Da die Transfermatrix (3.29) in dieser Näherung nur zwei Spalten enthält, die Strahlage an einem gegebenen Punkt also nur durch diese beiden Zustandsvariablen definiert wird, reproduziert die Transformation der Strahlage an allen weiteren Positionen außerhalb der Korrektorelemente ebenfalls jene Werte, die sich ohne Änderung der Korrektorelemente ergäben.

Die Existenz einer solchen lokalen Orbitbeule ergibt sich aus dem linearen Modell, indem der strahlaufwärtigste Korrektor den Strahl auslenkt und auf eine Betatronoszillation um die ungestörte Strahlage zwingt. Durch Dipolstörungen geeigneter Amplitude an darauffolgenden Korrektoren wird der Strahl so gelenkt, dass die Gesamtphase der überlagerten Orbitstörungen am strahlabwärtigsten Korrektor gerade um ein Vielfaches von  $\pi$  gegenüber dem ersten Korrektor vorgerückt ist, der Strahl also wieder den ungestörten Orbit kreuzt. Dort wird er durch den letzten Korrektor wieder auf die ungestörte Bahn gelenkt.

Zur Bestimmung aller möglichen Orbitbeulen<sup>3</sup> durch die gegebenen Korrektoren  $\mathcal{N}$  wird eine reduzierte Responsematrix  $\mathbf{R}_B$  erstellt, die aus den Spaltenvektoren  $\vec{R}_j$  der zu verwendenden Korrektorelemente  $j \in \mathcal{N}$  besteht. Mit der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}_B$ , deren geeignete Beschaffenheit in Abschnitt 7.2.3 diskutiert wird, wird die gewichtete Beulenresponsematrix  $\mathbf{A}_B := \mathbf{W}_B \mathbf{R}_B$  definiert. Die Lösung zur Erzeugung der lokalen Orbitbeule wird im Bildbereich  $A_B^{(0)}$  in der Basis der Spaltenvektoren der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}_B$  gesucht.

Die Matrix  $\mathbf{R}'_B$  entspreche der Matrix  $\mathbf{R}_B$  mit dem Unterschied, dass in ihr die zusammenhängenden Zeilen  $i \in \mathcal{M}_B$  zu Null gesetzt werden:

$$\mathbf{R}'_B = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

Mithilfe der SVD wird diese Matrix faktorisiert:

$$\mathbf{R}'_B =: \mathbf{U}'_B \mathbf{\Sigma}'_B \mathbf{V}'_B{}^T \quad (7.4)$$

Das Singulärwertspektrum in  $\mathbf{\Sigma}'_B$  gibt nun Auskunft über die Amplitude der erwarteten Orbitänderungen *außerhalb* der in  $\mathcal{M}_B$  enthaltenen Monitore, als Folge der Applikation des zugehörigen Spaltenvektors in  $\mathbf{V}'_B$  (siehe Diskussion in Abschnitt 5.2.1). Da die Spalten in  $\mathbf{R}'_B$  nicht unkorreliert sind, sondern über die gemeinsamen Betafunktionen und Phasenvorschübe der Strahlführung definiert werden, sind zwei Singulärwerte aus  $\mathbf{\Sigma}'_B$  erwartungsgemäß deutlich größer als die verbleibenden  $|\mathcal{N}| - 2$  Singulärwerte. Diese korrespondieren mit jenen Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}'_B$ , welche mindestens eine der beiden benannten Randbedingungen in  $\kappa$  oder  $\kappa'$  einer lokalen Orbitbeule (s. o.) verletzen. In der linearen Näherung der Transfermatrix (3.29) wären die Spalten in  $\mathbf{R}'_B$  linear abhängig und die verbleibenden  $|\mathcal{N}| - 2$  Singulärwerte exakt Null. Tatsächlich erfasst die Transfermatrix (3.29) aber nur einen Teil der strahlagebestimmenden Zustandsvariablen. So bleiben beispielsweise Änderungen der optischen Funktionen, aber auch die durch die Hochfrequenz bedingte Konstanz der Länge des Orbits um den gesamten

<sup>3</sup>Ein ähnliches Verfahren wird z. B. bei Elettra (Trieste, Italien) angewandt, um Beulen für ein lokales Feedback zu berechnen [36].

Speicherring unberücksichtigt (auf diesen Punkt wird in Abschnitt 7.2.4 nochmal eingegangen). Zusammen mit der Verwendung experimentell vermessener – und damit fehlerbehafteter Spaltenvektoren – in  $\mathbf{R}'_B$  weichen die verbleibenden Singulärwerte von Null ab.

Die mit diesen  $|\mathcal{N}| - 2$  kleinen Singulärwerten verbundenen Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}'_B$  spannen eine Basis der lokalen Orbitbeulen im Korrektorraum auf und seien in der Matrix  $\mathbf{V}''_B$  zusammengefasst. Die dazu korrespondierenden Vektoren im gewichteten Orbitraum  $A_B^{(0)}$  ergeben sich als Spaltenvektoren des Produktes von  $\mathbf{V}''_B$  mit  $\mathbf{A}_B$  und spannen dort den Lösungsraum auf, der die Randbedingungen einer lokalen Orbitbeule erster Näherung erfüllt. Die dazu komplementäre Orthonormalbasis erhält man wieder bequem aus der Zerlegung der Matrix  $\mathbf{A}_B \mathbf{V}''_B$  gemäß Gleichung (6.9). Diese werden als Spaltenvektoren  $\vec{e}_i$  in die Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  eingefügt, die nun von den Abmessungen  $|\mathcal{N}| \times |\mathcal{N}|$  zu wählen ist.

Nach wie vor müssen aber auch jene kleinen Singulärwerte berücksichtigt werden, die im Singulärwertspektrum der Matrix  $\mathbf{A}_B$  als Diagonalelemente  $\sigma_i^B$  der Matrix  $\mathbf{\Sigma}_B$  erscheinen können:

$$\mathbf{A}_B =: \mathbf{U}_B \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{V}_B^T \quad (7.5)$$

So darf der hier anzuwendende Singulärgrenzwert  $\sigma_{\text{cut}}^B$  zwar pauschal niedriger angenommen werden als es für die globale Korrektur sinnvoll erscheint, da sich die in Abschnitt 5.2.3 diskutierten Fehler nur lokal auswirken. Dennoch sollte  $\sigma_{\text{cut}}^B$  so gewählt werden, dass zumindest ein solcher Lösungsraum ausgeschlossen würde, dessen Beitrag durch die Fehler der Responsematrix dominiert wird (siehe dazu auch Fußnote auf Seite 63). Die Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  muss also gegebenenfalls durch jene Spaltenvektoren  $\vec{U}_i^B$  aus  $\mathbf{U}_B$  ergänzt werden, für die  $\sigma_i^B \leq \sigma_{\text{cut}}^B$  gilt. Die Bestimmung des Zielpunktes  $\vec{\delta}^{(f)}$  ist mit der so bestimmten Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  und der Verwendung von  $\mathbf{A}_B$  anstelle von  $\mathbf{A}$  auf die geforderte Lokalität der Orbitänderung unter der Verwendung der Korrektur Elemente in  $\mathcal{N}$  und der Berücksichtigung eines möglichen Nullraumes restringiert.

Sofern  $|\mathcal{N}| > |\mathcal{M}| + 2 + \left\{ \left\{ \vec{U}_i^B \mid \sigma_i^B \leq \sigma_{\text{cut}}^B \right\} \right\}$  gewählt worden ist, ist die verbleibende Dimensionalität des Lösungsraumes höher als erforderlich. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass die Zahl der erforderlichen Korrektoren  $|\mathcal{N}|$  um die Zahl der im Zielpunkt limitierenden Korrektoren erhöht wird, da jede aktive Grenzebene nach den in Kapitel 6 vorgestellten Methoden den Lösungsraum effektiv um eine weitere Dimension beschränkt. Insofern können diese zusätzlichen Freiheitsgrade erforderlich sein, die geforderte Ablage an den gewählten Positionen unter den gegebenen Limitationen der Korrektur Elemente überhaupt mit der erforderlichen Genauigkeit zu erreichen.

### 7.2.3 Wahl der Gewichte

Um die Vorgabe der Referenzen an den gewählten Monitoren  $\mathcal{M}$  mit hinreichender Genauigkeit zu erreichen, sollten auch hier die Gewichte  $w_i$ ,  $i \in \mathcal{M}$  der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}_B$  gegenüber denen der verbleibenden Monitoren deutlich erhöht werden. Da hier das Problem der in Abschnitt 7.2.1 vorgestellten Referenzbeule nicht auftreten kann, wonach die Lokalität zugunsten der Erfüllung der Strahlage an den gewählten Monitoren aufgegeben würde, dürfen die Gewichte unter der durch  $\mathbf{E}$  erzwungenen Lokalität praktisch beliebig erhöht werden. Äquivalent zu einer unendlich hohen Gewichtung können auch die Gewichte der verbleibenden Monitore zu identisch Null gesetzt werden. Beides entspricht allerdings nicht der praktikabelsten Lösung, sofern mehr als die erforderliche Zahl der Freiheitsgrade verfügbar sind: Wird die Konditionszahl (siehe Abschnitt 5.2.1) zu groß, ist der Zeilenrang der gewichteten Responsematrix  $\mathbf{A}_B$  effektiv auf  $|\mathcal{M}|$

reduziert. Technisch bleiben zwar noch alle Freiheitsgrade verfügbar, jedoch wird der gewichtete Beitrag jener Lösungen verschwindend gering sein, deren Singulärwert sehr viel kleiner ist als der maximale Singulärwert. Deshalb werden sie praktisch nicht mehr zur Lösung beitragen. Die Verwendung überschüssiger Freiheitsgrade kann aber helfen, die ‘Unabgeschlossenheit’ der Beule zu reduzieren. Ein Verhältnis der hohen zu den niedrigen Gewichten von etwa 1 000 führt bei 54 BPMs zu einer hinreichend guten Approximation der Strahlage an den vorgegebenen Monitoren aus  $\mathcal{M}$ , während das Gewicht an den Monitoren außerhalb von  $\mathcal{M}_B$  hoch genug verbleibt, um Strahlageänderungen an diesen Positionen anhand eventuell überzähliger Freiheitsgrade zu minimieren und so einen besseren Abschluss der Beule zu erreichen<sup>4</sup>.

#### 7.2.4 Kompensation der Weglängenänderung

Da die Gesamtweglänge nach Gleichung (3.21) durch die Wahl der Hochfrequenz vorgegeben wird, muss die lokale Weglängenänderung einer lokalen Orbitbeule durch einen dispersiven Anteil des Orbits in der horizontalen Ebene wieder ausgeglichen werden. Die Weglängenänderung kann nach Gleichung (3.22) umso deutlicher ausfallen, je größer die Ablageänderungen in den Dipolen sind. Diese kann nun unter Einbeziehung der Hochfrequenz als zusätzliches Korrektur-element in die Berechnung horizontaler<sup>5</sup> Beulen mit einbezogen werden. Dazu füge man die zur Frequenzänderung korrespondierende Spalte der Responsematrix den Matrizen  $\mathbf{R}_B$  und  $\mathbf{R}'_B$  (in letzterer ebenfalls unter Nullsetzung der Zeilen  $i \in \mathcal{M}$ ) hinzu. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass die Hochfrequenz nicht gleichwertig zu einem Dipolkorrektor verwendet werden kann, da es i. A. nicht möglich ist, eine lokale Beule aus der Änderung der Korrektorstärke zweier Dipolkorrektoren und einer Änderung der Hochfrequenz herbeizuführen. Unter der Hinzunahme der Hochfrequenz in die Spalten der Matrix  $\mathbf{R}'_B$  wird es daher *drei* große Singulärwerte geben, deren zugehörige Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}'_B$  nicht zur Lösung herangezogen werden sollten. Dann ist auch gewährleistet, dass eine Änderung der Hochfrequenz primär dem Abschluß der Beule und nicht der Generation der geforderten Ablagen innerhalb der Beule dient.

Die Implementierung der Referenzbeulen durch das Prinzip der Lokalität durch Monitorgewichtung allein, wird in Abschnitt 8.1.12 vorgestellt. Die Erzeugung von Orbitbeulen durch lineare Randbedingungen werden als ‘autoparametrische’ Beulen in Abschnitt 8.1.13 präsentiert. Vergleichende Ergebnisse beider Verfahren findet man in Abschnitt 9.2.

### 7.3 Energieerhaltende Lösungen

Um einen Abgleich der drei Dipolfamilien am Speicherring Delta auf die Biegeradien der Sollbahn, gegebenenfalls unter Einbeziehung der Hochfrequenz sinnvoll durchführen zu können, sollten die Änderungen dieser Korrektur-elemente so erfolgen, dass die durch sie beeinflusste Strahlenergie konstant bleibt. Dies ist nicht nur aus betriebstechnischen Gründen erforderlich, sondern auch deshalb, um die energieabhängigen und damit nichtlinearen Orbitänderungen (siehe Abschnitt 3.5.3) zu kompensieren, anstatt diese zur Korrektur bestehender Orbitabweichungen zur Referenz zu verwenden. Diese Restriktion kann analog zu der einer lokalen Orbitänderung nach Abschnitt 7.2.2 umgesetzt werden:

<sup>4</sup>Während erwartet wird, dass die berechnete Korrekturlösung unter der Randbedingung einer lokalen Orbitbeule insensitiv bezüglich der exakten Wahl des Gewichtsverhältnisses ist, ist es durchaus möglich, dass es einen besseren als den gewählten Wert von 1 000 geben kann.

<sup>5</sup>In vertikalen Beulen kann dies nur durch Verwendung einer gekoppelten Responsmatrix geschehen.

Dazu füge man der Responsematrix aus den zu verwendenden Korrekturerelementen eine weitere Zeile hinzu, welche die erwarteten Energieänderungen für jedes Korrekturerelement enthält, die (zumindest in erster Näherung) proportional mit der Änderung der Korrekturerelemente einhergeht. Im Falle der Dipolfamilien wird diese anhand Gleichung (3.20) bestimmt, für die Änderung der Hochfrequenz anhand Gleichung (3.25). Nun setze man alle Zeilen dieser erweiterten Matrix zu Null, bis auf jene, welche die erwartete Energieänderung enthält. Die Faktorisierung dieser Matrix durch die SVD wird konsequent nur einen einzigen von Null abweichenden Singulärwert enthalten. Die zu den verschwindenden Singulärwerten korrespondierenden Spaltenvektoren der  $\mathbf{V}$ -Matrix spannen nun den energieerhaltenen Lösungsraum auf, und werden durch Anwendung auf die Responsematrix  $\mathbf{R}$  in den Orbitraum transformiert. Die Basisvektoren des dazu komplementären Raumes werden gemäß Gleichung (6.9) ermittelt und als Spaltenvektoren in die Restriktionsmatrix  $\mathbf{E}$  eingetragen. Dabei wurde bereits berücksichtigt, dass für einen globalen Abgleich der Dipolfamilien und der Hochfrequenz eine homogene Gewichtsmatrix  $\mathbf{W} = \mathbf{1}$  verwendet werden sollte.

Die Implementierung energieerhaltender Lösungen wird neben anderen in Abschnitt 8.1.9 vorgestellt. Ergebnisse ihrer Anwendung findet man neben anderen in Abschnitt 9.4.2.

# Kapitel 8

## Implementierung

Dieses Kapitel befasst sich mit den Besonderheiten, Erweiterungen und Ergänzungen der Implementierung der Orbitkorrektur in das Betriebssystem der Speicherringanlage DELTA. Für die Details der Programmbedienung sei auf die Dokumentationen verwiesen, die über die „Hilfe“-Funktion der Programme zur Verfügung gestellt wird. Abbildung 8.1 gibt einen Überblick über die verschiedenen Komponenten, die im Umfeld der Orbitkorrektur entwickelt worden sind sowie ihre Kommunikationswege untereinander. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden vorgestellt.

### 8.1 Die Orbitkorrektur

Im Folgenden werden die Besonderheiten der Kontrollsystemanbindung sowie erweiternde Konzepte der Programmverwendbarkeit vorgestellt, die auf den Darstellungen der Kapitel 4, 5 und 7 basieren und darüber hinausgehen. Abbildung 8.2 stellt die Hauptbenutzeroberfläche (engl. *Graphical User Interface*, kurz: GUI) des Orbitkorrekturprogrammes vor.

#### 8.1.1 Datenbankbindung

Während die meisten Informationen über die Beschaffenheit des Speicherrings und der zur Verfügung stehenden Korrektur Elemente und ihrer Kontrollsystemanbindung fest in die Programmstrukturen integriert sind, so werden mittelfristig variable Informationen über den Aufbau des Speicherrings aus der DELTA-Datenbank ‘TRIANGEL’ [9] ausgelesen und als Basisinformation der Orbitkorrektur verwendet: Beispielsweise werden Zahl, Nomenklatur und Positionen aller Dipolkorrektoren und Strahllagemonitore der Datenbank entnommen, um diese Elemente zur Orbitkorrektur verwenden zu können. Darüber hinaus werden die zu den Dipolkorrektoren zugehörigen Quadrupole und ihre Netzgerätbezeichnungen gelesen, um im laufenden Betrieb die Bestromung der Quadrupole zu beobachten, die das Sättigungsverhalten der Dipolkorrektoren bestimmen (siehe Abschnitt 4.5.2). Zusammen mit der Kenntnis der momentanen Strahlenergie (siehe Abschnitt 8.1.2) wird diese Information dazu verwendet, die aktuellen Einstellungen  $\vec{\theta}_0$  und die berechnete Lösung  $\vec{\theta}^{(f)}$  der erforderlichen Korrektoränderungen auf die aktuellen Einstellungen des Speicherrings zu skalieren. Bidirektionale Umrechnungen zwischen der Stärke eines Strahlführungselementes und seines Kontrollparameters (z. B. Spulenstrom) auf Basis der

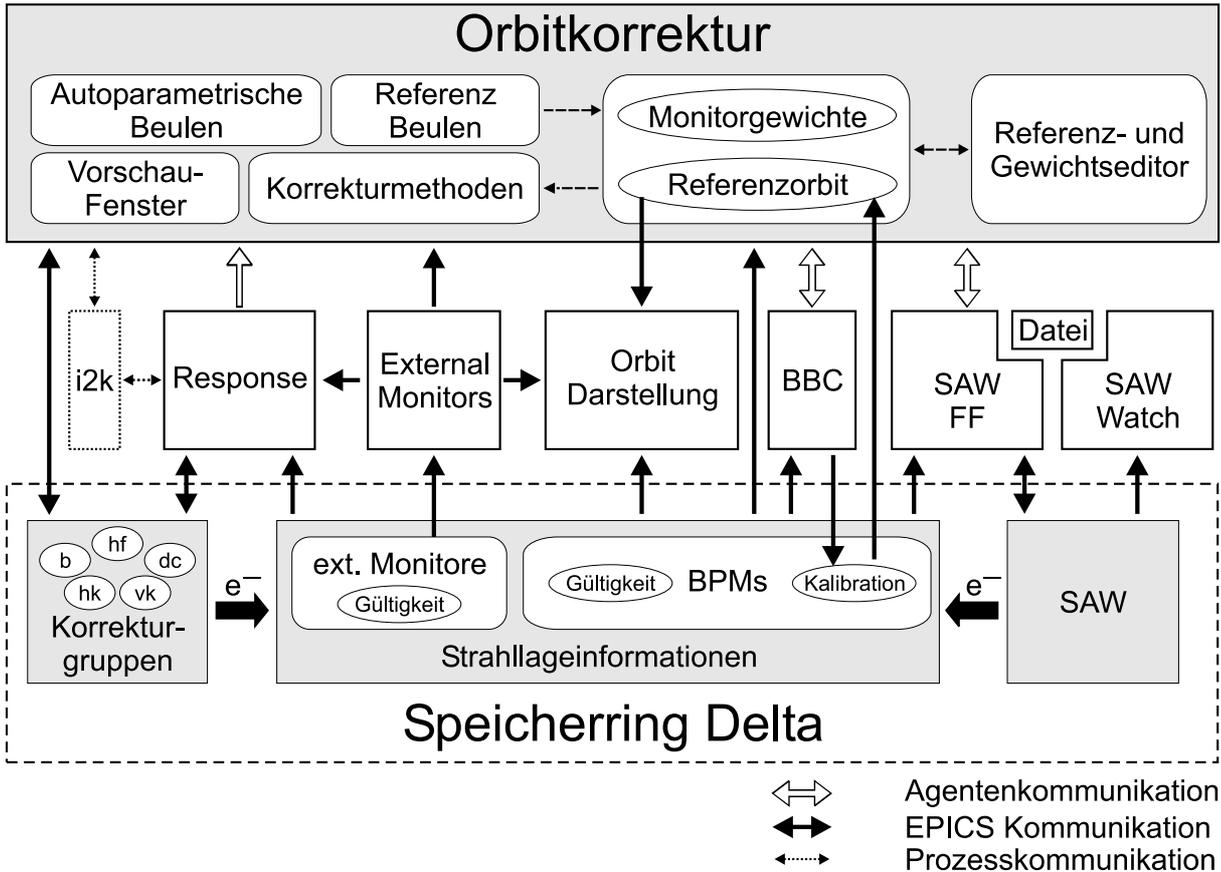


Abbildung 8.1: Übersicht der Komponenten, die zwischen dem Speicherring Delta und der Orbitkorrektur kommunizieren. Durchgezogene Verbindungspfeile repräsentieren die Kommunikation über das DELTA Kontrollsystem EPICS. Umrahmte Pfeile stellen Verbindungen über das Agentensystem dar. Gestrichelte Pfeile repräsentieren Zugriffe auf die Programmbibliothek 'i2k'. Das Programm 'SAW-Watch' schreibt einen Zeitstempel in eine Datei, die von dem Programm 'SAW-FF' (SAW-Feed-Forward) ausgewertet wird; siehe Abschnitt 8.3.1.

Magnetvermessungsdaten (Kapitel B) werden durch die 'i2k'-Routinen (Abschnitt 8.2.4) zur Verfügung gestellt.

Darüber hinaus enthält die Datenbank die notwendigen Definitionen zur Evaluation sogenannter 'externer Monitore', auf die im Abschnitt 8.1.5 näher eingegangen wird.

### 8.1.2 Energieberechnung

Die Orbitkorrektur verwendet die aktuelle Strahlenergie zur Umrechnung sowohl der anzuwendenden Korrektoränderungen in die dafür erforderlichen Stromänderungen als auch zur Auswertung aktueller Einstellungen der Korrektur Elemente in Bezug auf ihre gegenwärtige Stärke. Ersteres ist erforderlich, da die Elemente der Responsematrizen (siehe Abschnitt 8.2.1) der Dipolkorrektoren (hks, vks und DC-Spulen) relativ zur Änderung ihrer energieabhängigen Stärke, statt ihrer Bestromung notiert werden. Der Vorteil dessen ist die freie Skalierbarkeit der Matricelemente mit der Strahlenergie, sodass eine Orbitkorrektur auf Basis einer gegebenen Responsematrix unter annähernder Konstanz der Strahlenergie auch unter anderen Strahlenergien verwendet werden kann, als sie zum Zeitpunkt der Aufnahme der Responsematrix vorherrschte.

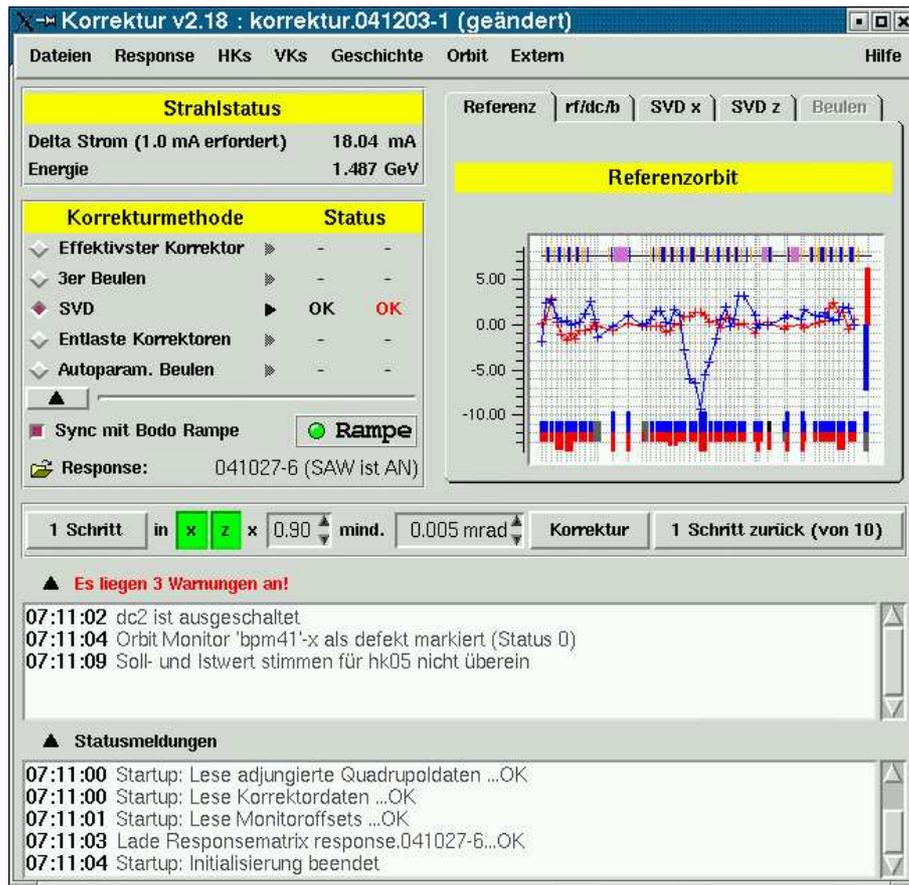


Abbildung 8.2: Hauptfenster des Orbitkorrekturprogramms: links oben wird der augenblicklich gespeicherte Strahlstrom und die Gesamtenergie nach Abschnitt 8.1.2 angegeben. Darunter kann die Korrekturmethode ausgewählt werden. Auf die durch die SVD abgelösten Methoden des ‘effektivsten Korrektors’ und der ‘3er-Beulen’ wird vergleichend in Anhang A eingegangen. Die Methode ‘Entlaste Korrektoren’ entspricht der Korrektorreduktion unter Ausnutzung des Nullraums gemäß den Abschnitten 7.1 und 8.1.15. Die ‘autoparametrischen Beulen’ beruhen auf den Techniken, die in den Abschnitten 7.2.2 und 8.1.13 beschrieben werden. Auf die Synchronisation mit dem Booster-Synchrotron BoDo (Anwahl unterhalb der Korrekturmethode) wird in Abschnitt 8.1.8 eingegangen. Der aktive Reiter rechts oben gibt die augenblicklich verwendete Orbitreferenz entsprechend der Darstellung im Referenzeditor wieder, siehe Abschnitt 8.1.18. In der Mitte des Fensters werden die Ebenen der Korrektur, der Skalierungsfaktor und die erforderliche Mindeststärke einer Dipolkorrektoränderung eingestellt, siehe Abschnitt 8.1.10. Darunter liegt das Warnungsfenster, welches über Zustandsänderungen der Korrektoren sowie der Monitore Auskunft gibt, die vom Normalzustand abweichen (Abschnitt 8.1.4). Zuunterst befindet sich das Statusfenster, das über laufende und vergangene Aktionen und Zustände der Orbitkorrektur informiert.

Dadurch und durch die Berücksichtigung der Jochsättigung der Dipolkorrektoren anhand der Überwachung der Quadrupolströme (Abschnitt 8.1.1) wird es ermöglicht, die Strahlenergie des Speicherringes unter laufender Orbitkorrektur zu skalieren<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Allerdings sollte zur Zielenergie eine neue Responsematrix aufgenommen werden, um möglichen Veränderungen der Strahloptik Rechnung zu tragen.

Die Strahlenergie wird anhand der Ströme der drei Dipolfamilien in Delta sowie der augenblicklichen Hochfrequenz nach Gleichungen (3.26) und (3.16) bestimmt. Durch die Unkenntnis der Bezugshochfrequenz  $f_0$  ergibt sich allerdings eine unbekannte Nullpunktabweichung der Strahlenergie von etwa 0.6 MeV/kHz (bei einer Dipolenergie von 1.485 GeV,  $\alpha_c = 0.005$  und  $f_0 = 499.820$  MHz). Andererseits erlaubt die Verwendung von (3.26), Energieänderungen durch die Änderung der Hochfrequenz zu berücksichtigen.

### 8.1.3 Überwachung der Monitorkalibration

Das Orbitkorrekturprogramm speichert zusammen mit dem eingestellten Referenzorbit  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  und den Diagonalelementen der Monitorgewichtung  $\mathbf{W}$  auch die jeweils eingestellten Werte der Nullpunkts-Kalibrationen für jeden BPM in einem Konfigurationsfile ab. Wird die Kalibration des Monitors  $i$  um den Wert  $\eta_i \leftarrow \eta_i + \Delta\eta_i$  verändert (üblicherweise auf Basis der Messergebnisse der BBC, siehe Abschnitt 8.3.2), so wird der eingestellte Referenzwert um diesen Beitrag korrigiert:

$$\kappa_i^{\text{ref}} \leftarrow \kappa_i^{\text{ref}} - \Delta\eta_i. \quad (8.1)$$

Dadurch bleibt die Korrektur der Strahlage auf eine gegebene Referenz in Bezug auf die magnetische Achse des angrenzenden Quadrupols unverändert. Soll die Referenz jedoch bezüglich des Monitorkopfes interpretiert werden (z. B. für eine Korrektur auf den ‘Nullorbit’), so muss die automatisierte Änderung der Referenz nach Gleichung (8.1) manuell rückgängig gemacht werden.

### 8.1.4 Korrektorüberwachung

Die Kenntnis über die erwartungsgemäße Funktionsbereitschaft jedes Korrektur-elementes ist von großer Bedeutung für die Orbitkorrektur. Angenommen, das Netzgerät eines Korrektors würde die vorgegebenen Änderungen durch die Orbitkorrektur wider Erwarten nicht umsetzen, so wird die anschließend gelesene Strahlage nicht den erwarteten Beitrag durch diesen Korrektor enthalten. Dies bedeutet zunächst eine schlechtere Korrektur des Orbits, als sie aus einer vorzeitigen Kenntnis des Fehlerzustandes resultiert wäre, indem dieser Korrektor erst gar nicht für die Bestimmung der Lösung berücksichtigt worden wäre. Darüber hinaus wird die Orbitkorrektur in den folgenden Zyklen weitere Korrekturwerte derselben Größenordnung und desselben Vorzeichens an dieses Netzgerät übertragen, ohne dass diese in der erwarteten Änderung des Korrektors resultierten. So wird schnell ein Setzwert akkumuliert, der nur durch den zulässigen Maximalwert des Netzgerätes begrenzt wird. Sollte das Netzgerät in diesem Zustand unerwartet diesen Setzwert anfahren, so wird die resultierende Orbitänderung ein Vielfaches dessen betragen, wie sie zur Korrektur des Orbits erforderlich wäre, und mithin zum Strahlverlust führen.

Um diese Fehlerquelle weitestgehend ausschließen zu können, werden sowohl Schaltzustand als auch die Übereinstimmung des Setzwertes mit dem Rücklesewert eines Korrekturgerätes durch die Orbitkorrektur überwacht. Überdauert einer dieser Fehlerzustände ein festgelegtes Zeitintervall, so wird der Korrektor aus der Orbitkorrektur herausgenommen (also die zugehörige Spalte der Responsematrix entfernt). Erst wenn alle Fehlerzustände eines Korrektur-elementes über die Dauer eines weiteren Zeitintervalles aufgehoben sind, wird der Korrektor automatisch wieder zur Orbitkorrektur hinzugenommen. Die Verwendung der Zeitintervalle soll einerseits kurzzeitige Fehlansagen des Kontrollsystems ausfiltern, andererseits die prinzipbedingten Abweichungen zwischen Setz- und Istwert der Korrekturgeräte während des Anfahrens eines neuen Wertes überbrücken.

### 8.1.5 Externe Monitore

Unter dem Sammelbegriff ‘externer Monitore’ werden Informationen des Orbitkorrektursystems zusammengefasst, die analog zu den installierten BPMs des Speicherrings verwendet werden können, solange sie nur in linearer Abhängigkeit zu den Änderungen der Korrektur Elemente stehen. Ihre Verwendung in der Orbitkorrektur erfolgt in jeder Hinsicht äquivalent zu jener der BPMs. Da im Allgemeinen jedoch sowohl ihre Zahl als auch Auswertung durch das Kontrollsystem mittel- und langfristig variabel erwartet werden, sind ihre beschreibenden Parameter in der Datenbank zu erfassen (Details sind der ‘Hilfe’ zur Orbitkorrektur entnehmbar). Der numerische Inhalt sowie die ‘Gültigkeiten’ der Strahl Lageinformationen externer Monitore wird durch das externe Hilfsprogramm ‘ExternalMonitors’ (siehe Abschnitt 8.2.3) ausgewertet, dessen Ergebnisse analog zu denen der BPMs allen Anwendungen über das Kontrollsystem verfügbar gemacht werden. Die Verwendung der ‘Gültigkeiten’ im Rahmen der Orbitkorrektur werden in Abschnitt 8.1.6 erläutert.

Zur Zeit der Niederschrift dieses Textes ist nur ein externer Monitor definiert, nämlich jener, der die integrale Stärke der Dipolkorrektoren in beiden Ebenen erfasst. Dieser Monitor wird durch die Orbitkorrektur selbst gepflegt, kann aber über die Definition in der Datenbank auch durch andere Programme ausgelesen werden (z. B. zur Darstellung aller Strahl Lageinformationen anhand der der BPMs und der externen Monitore). Der numerische Wert dieses Monitors ergibt sich aus der Summation der vorzeichenbehafteten Stärken aller Dipolkorrektoren jeder Ebene und ist daher auch von linearer Abhängigkeit zu diesen. Auf die Bedeutung dieser Information für die Orbitkorrektur wird in Abschnitt 8.1.9 eingegangen.

Die Verwendung sogenannter ‘X-BPMs’ oder ‘Photon-BPMs’, die Lageinformationen der Synchrotronstrahlung in einer oder beiden Ebenen innerhalb der Strahl Linien enthalten, ist vorgesehen und im Ansatz auch schon getestet worden. Mit ihrer Hilfe kann die Strahl Lage an den Quellpunkten dank des längeren Hebelarms und der Kalibration auf die Koordinaten der Strahl Linie besser auf die Ansprüche des Experiments abgestimmt werden, als es mit den BPMs des Speicherrings möglich ist. Dieser Vorteil muss jedoch mit der geringeren Zuverlässigkeit von Photon-Monitoren gegenüber jener der BPMs abgewogen werden: Fehlmessungen der Strahlposition können innerhalb einer globalen Orbitkorrektur erheblichen Einfluss auf die Strahl Lagen an niedriger gewichteten Strahlpositionsmonitoren haben. Dies gilt umso mehr für Fehlmessungen hoch gewichteter Monitore. Wie z. B. am BESSY [32] geht man daher dazu über, Photon-Monitore in ein lokales Feedback zu integrieren, um Auswirkungen möglicher Fehllesungen auf die globale Strahl Lage weitgehend ausschließen zu können.

### 8.1.6 Monitorzustände

Sofern das Programm ‘ExternalMonitors’ (siehe Abschnitt 8.2.3) zur Auswertung externer Monitore im Hintergrund aktiv ist, können ‘Gültigkeiten’ der Strahl Lageinformation externer Monitore in den Berechnungen der Orbitkorrektur berücksichtigt werden. Die Gültigkeit eines Wertes entspricht der binären Information, ob der zugehörige Wert verlässlich ist und damit zur Orbitkorrektur herangezogen werden darf oder nicht. Auch BPMs können durch einen Operateur ungültig deklariert werden, um die Nicht-Verwendung defekter BPMs oder unzuverlässiger<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>So ist beispielsweise aus baulichen Gründen die horizontale Information des bpm41 standardmäßig ungültig deklariert (siehe Seite 52). Gelegentlich wird auch ein defekter ADC in einem CAN-Modul der BPM-Auswertung beobachtet (siehe Abschnitt 4.7.1), woraufhin die korrespondierenden Informationen ebenfalls bis zum Wechsel des Moduls ungültig deklariert werden.

Strahl Lageinformationen durch alle strahl lageauswertenden Programme (siehe Abbildung 8.1) zentral vorgeben zu können.

Diese Information wird in Form eines ‘Zustandes’ für jeden Monitor erfasst, der über die binäre Gültigkeit hinaus auch Informationen über den Verlauf vorhergehender Zustände des Monitors beinhaltet. Je nach Zustand eines Monitors wird eine ungültige Information dieses Monitors entweder ignoriert oder durch den zuletzt gelesenen, gültigen Wert oder durch die Vorgabe der Orbitreferenz ersetzt. Dies geschieht mit dem Ziel, die Auswirkungen wechselnder Gültigkeiten eines Monitors während des Orbitkorrekturbetriebs auf die Strahl lage an den anderen Monitore zu minimieren. Während es sehr selten vorkommt, dass ein BPM ungültige Strahl lageinformationen liefert, ist eine adäquate Behandlung wechselnder Gültigkeiten eine Voraussetzung für die Verwendung externer Photon-Monitore.

Die folgenden Zustände wurden definiert:

- Aktiv** Die Information des Monitors ist gültig und der Monitor aktiv, wird also für die Orbitkorrektur ausgewertet (Normalzustand).
- Deaktiviert** Die Information des Monitors wird unabhängig von seiner Gültigkeit nicht für die Orbitkorrektur ausgewertet. Ein deaktivierter Monitor  $i$  ist in der Umsetzung äquivalent mit einem Gewicht  $w_i = 0$  in der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}$ .
- Defekt** Die Monitorinformation ist ungültig und es liegt keine gültige Information des Monitors vor, die seit Start des Orbitkorrekturprogramms oder seit der letztmaligen Überschreitung der erforderlichen Strahlstromgrenze von 1 mA (siehe Abschnitt 4.7.1) gelesen worden ist. Der Monitor wird deaktiviert.
- Halten** Die Monitorinformation ist ungültig, der Monitor ist aktiv, und es liegt ein gültiger Wert des Monitors vor, der nach dem jüngsten Korrekturschritt gelesen worden ist. Dieser Wert wird anstelle des ungültigen Wertes angenommen.
- Referenz** Die Monitorinformation ist ungültig, der Monitor aktiv, aber seit dem letzten Korrekturschritt liegt kein gültiger Wert des Monitors vor. Allerdings wurde seit Beginn des Orbitkorrekturprogramms und seit der letztmaligen Überschreitung der Strahlstromgrenze von 1 mA ein gültiger Wert gelesen. Es wird angenommen, dass die Information des Monitors dem vorgegebenen Wert durch die Orbitreferenz entspricht, also im Weiteren keiner Korrektur bedarf.

Die Definition der Zustände führt zu folgenden Szenarien:

- Ein aktiver und gültiger Monitor wird zwischen zwei Korrekturschritten kurzzeitig als ungültig deklariert: diese Zeit wird durch Extrapolation des zuletzt gelesenen Wertes überbrückt (Zustand ‘Halten’).
- Ein Monitor ist bereits zu Beginn des Orbitkorrekturprogramms oder seit Überschreiten der erforderlichen Strahlstromgrenze von 1 mA ungültig. Da keine Informationen über den Wert des Monitors angenommen werden können, wird der Monitor als defekt markiert und deaktiviert. Ändert sich die Gültigkeit nachwirkend, so bleibt der Monitor deaktiviert, kann aber durch den Operateur aktiviert und so in seinen Normalzustand zur nachfolgenden Verwendung in der Orbitkorrektur überführt werden.

- Auf der Basis eines gehaltenen Monitors (Zustand ‘Halten’) wird ein Orbitkorrekturschritt durchgeführt, worauf noch immer keine gültige Information des gehaltenen Monitors vorliegt. Es wird nun angenommen, dass die Strahl Lageinformation des Monitors dem vorgegebenen Wert durch die Orbitferenz entspricht (Zustand ‘Referenz’). Dies trifft auch für einen Monitor zu, dessen Information während eines Korrekturschrittes ungültig deklariert wird. Dieser Zustand bleibt über nachfolgende Korrekturschritte solange erhalten, bis der Monitor entweder gültig deklariert wird und so ein gültiger Wert über die Strahl Lage vorliegt, oder der Monitor durch den Operateur deaktiviert wird, wodurch die angenommene Lageinformation verworfen wird und der Monitor den Zustands ‘Defekt’ zugewiesen bekommt. Erst wenn der Monitor wieder gültig ist, kann er durch den Operateur erneut aktiviert werden.

Der Sinn der Zustände ‘Halten’ und ‘Referenz’ wird offenbar, wenn man annimmt, dass ein hochgewichteter Monitor während des Orbitkorrekturbetriebes ungültig deklariert wird. Da die Korrektur der Strahl Lage an diesem Monitor bislang zu Ungunsten der Strahl Lage an weniger hoch gewichteten Monitoren stattfand, würde die Deaktivierung des Monitors dieses Ungleichgewicht zugunsten der Strahl Lagedifferenzen an den anderen Monitoren aufheben. So würde eine Deaktivierung zu einer Strahl Lageänderung sowohl am deaktivierten Monitor als auch an allen anderen Positionen entlang des Speicherrings führen. Beides ist nicht im Sinne eines stabilen Korrekturbetriebes. Stattdessen extrapolieren die Zustände ‘Halten’ und ‘Referenz’ die zu erwartende Strahl Lage am betroffenen Monitor und vermeiden so das beschriebene Szenario.

### 8.1.7 Fehler auf Kontrollsystemseite

Während die Orbitkorrektur die erforderlichen Änderungen der Korrektur Elemente berechnet und diese an das Kontrollsystem weitergibt, ist letzteres für die Weitergabe der Setzwerte an die Korrekturgeräte zuständig. Es zeigt sich, dass es während des Orbitkorrekturbetriebes an Delta gelegentlich zu Fehlern bei der Übergabe eines Setzwertes an das Kontrollsystem kommen kann: nach einer Wartezeit von etwa 20 s meldet die Kontrollsystemanbindung einen Fehler zurück, dass der geforderte Setzwert nicht an das zugehörige Korrektur Element weitergeleitet werden könne.

Die erforderlichen Änderungen durch die Orbitkorrektur sind in Gruppen voneinander abhängig. Daher werden alle anstehenden Änderungen der Korrektur Elemente in fünf Gruppen zusammengefasst und voneinander unabhängig an das Kontrollsystem übergeben. Diese Gruppen umfassen die Elemente der horizontalen wie vertikalen Dipol korrektoren (hks bzw. vks), die DC-Spulen (dc), die drei Dipolfamilien (b) und die Hochfrequenz (rf). Kommt es beim Schreiben der Setzwerte innerhalb einer dieser Gruppen zu einem Fehler seitens des Kontrollsystems, so werden alle bis dahin erfolgreich geschriebenen Änderungen derselben Gruppe wieder rückgängig gemacht, sofern dies möglich ist. So wird vermieden, dass Setzwertänderungen einer Korrekturgruppe nur unvollständig umgesetzt werden und die Orbitqualität so möglicherweise verschlechtert anstatt verbessert wird. Kommt es allerdings auch während des Zurückschreibens der ursprünglichen Setzwerte dieser Gruppe zu einem Schreibfehler, so kann eine potentielle Orbitänderung zu Ungunsten der Korrektur nicht verhindert werden.

Da die horizontalen und vertikalen Korrektoren synchron mit Hilfe der Rampe für Dipol korrektoren gesetzt werden (siehe Abschnitt 4.5.5), welche die neuen Setzwerte erst dann synchron anfahren kann, sobald alle Setzwerte übergeben worden sind, werden bis zum Start der Rampe noch keine Änderungen an die Korrekturnetzgeräte weitergegeben. Kommt es also innerhalb

dieser Gruppen zu einem Schreibfehler eines Setzwertes, so führt die anschließende Annulierung der geschriebenen Werte zu keiner Orbitänderung durch die betroffene Gruppe.

### 8.1.8 Synchronisation mit dem Booster-Synchrotron BoDo

Während des Injektionsbetriebes durchlaufen die Magnetbestromungen im Booster-Synchrotron BoDo einen Zyklus von 6.5 s, innerhalb derer sie von einem Minimalwert zur Injektion des niederenergetischen Strahls aus dem Linearbeschleuniger auf ihren Maximalwert zur Extraktion des hochenergetischen Strahls nach Delta und wieder zurück gesetzt werden. Während dieser Rampe ist eine Orbitstörung gleicher Frequenz auf den Strahllagemonitoren des Speicherrings Delta beobachtbar, siehe auch Abschnitt 2.2.3. Da die Frequenz der Störung jenseits der Maximalfrequenz der Orbitkorrektur globaler Orbitstörungen liegt (siehe auch Abschnitt 9.1.3), würde die Orbitauswertung durch die laufende Orbitkorrektur während des Booster-Betriebs einem asynchronen Untersampling der Störung unterliegen, wodurch eine Konvergenz der Korrektur nicht möglich ist. Stattdessen kann die Orbitkorrektur mit der Booster-Rampe synchronisiert werden, indem der gemessene Orbit nur zum Zeitpunkt des unteren Wendepunktes der Rampe evaluiert wird<sup>3</sup>. Zwar entspricht der so gelesene Orbit auch nicht exakt jenem, der sich ohne Betrieb des Synchrotrons ergäbe, jedoch unterliegt die so gewonnene Rücklese einer deutlich geringen Varianz als die einer unsynchronisierten Auswertung (rote, durchgezogene Linie in Abbildung 8.3 oben).

### 8.1.9 DC-Spulen, Dipolfamilien und Hochfrequenz

Neben den ausgewiesenen Dipolkorrektoren der hks und vks können auch die DC-Spulen, die Dipolfamilien und die Hochfrequenz jeweils gruppenweise als Korrektur Elemente eingesetzt werden. Da die erzeugte Orbitänderung jedes dieser Elemente weitestgehend auch durch horizontale Korrektoren erzielt werden könnte, empfiehlt es sich nicht, die zugehörigen Spalten der Responsematrix an die der hks anzugliedern und eine Lösung simultan in allen Elementen zu suchen. Die Hinzunahme dieser Elemente führt so lediglich zu weiteren kleinen Singulärwerten, die – sofern sie unterhalb von  $\sigma_{\text{cut}}$  fallen – nicht zu weiteren Freiheitsgraden der Orbitkorrektur führen. Die Mischung verschiedener Korrektur Elemente innerhalb einer gemeinsamen Responsematrix birgt auch die Problematik der Gewichtung der Korrektur Elemente, also der Spalten der Responsematrix. Die Korrektur eines dispersiven Orbitanteils könnte beispielsweise sowohl durch die horizontalen Korrektoren allein als auch durch eine Änderung der Hochfrequenz erreicht werden. Der relative Anteil der gleichzeitigen Korrektur des Dispersionsorbits durch die Korrektoren einerseits und der Hochfrequenz andererseits wird dabei durch die Amplitude der aufgezeichneten Orbitauslenkung in den zugehörigen Spaltenvektoren bestimmt. Der Amplitudenvergleich der Spalten ist schwierig, da die Elemente der horizontalen Korrektoren in Einheiten von  $\text{mm mrad}^{-1}$ , die der Hochfrequenz aber in Einheiten von  $\text{mm kHz}^{-1}$  aufgezeichnet werden.

Stattdessen kann es sinnvoll sein, die Berechnung dieser gesonderten Korrektur Elemente jener für die horizontalen Dipolkorrektoren vorzulagern. Dazu wird der gemessene Differenzorbit zunächst an die erste Korrekturgruppe übergeben und eine Lösung für die erforderlichen Änderungen der zugehörigen Korrektur Elemente ermittelt. Die so berechnete Änderung der Strahlage wird vom gemessenen Differenzvektor der Strahlage subtrahiert und das Ergebnis zur Analyse an die

<sup>3</sup>Da die Verweildauer der Rampe im unteren Umkehrpunkt mit 0.2 s deutlich unterhalb des Grenzwertes des Tiefpassfilters der Monitorrücklese von etwa  $1/0.6 \text{ Hz} \approx 1.5 \text{ s}$  liegt (siehe Abschnitt 4.7.1), kann die Strahlage zum Zeitpunkt des unteren Umkehrpunktes nicht exakt gelesen werden.

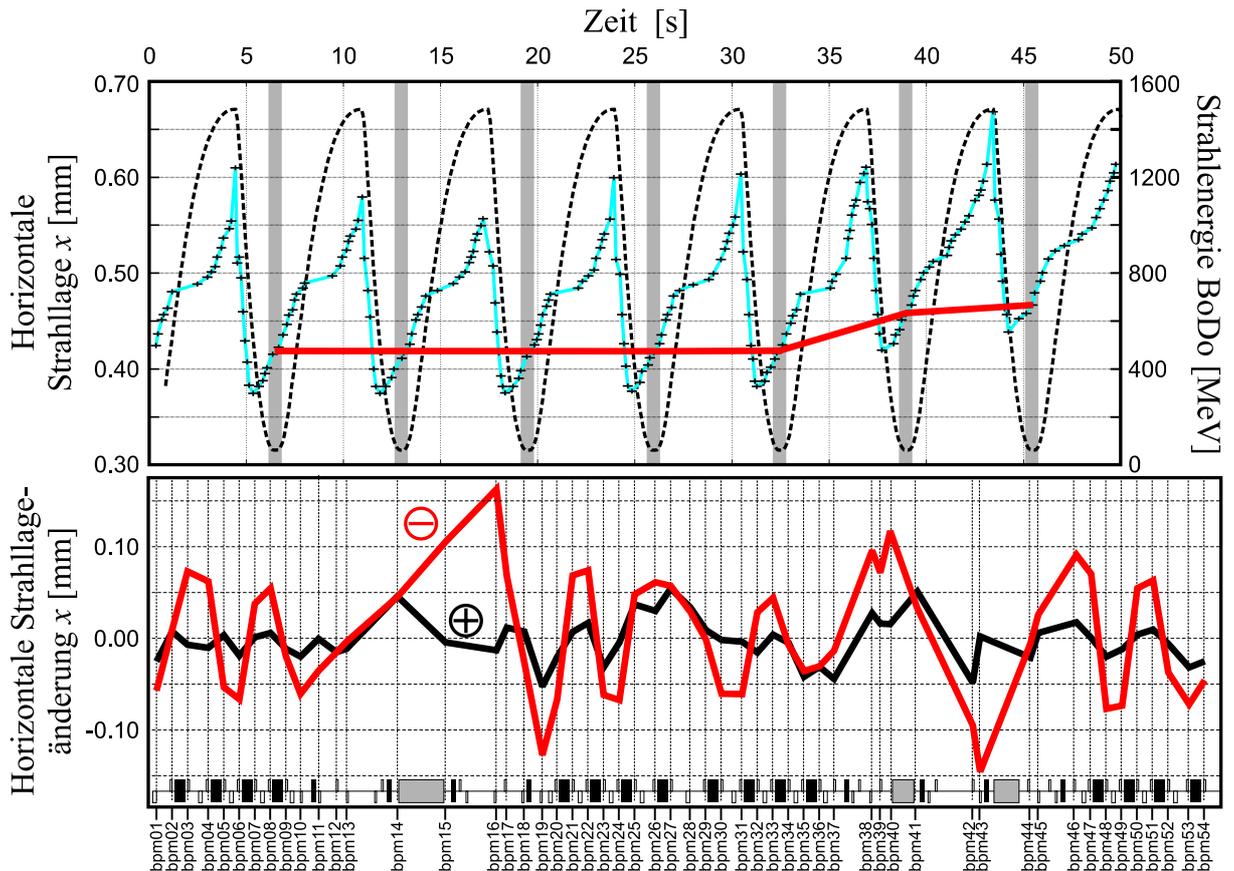


Abbildung 8.3: Durch den Betrieb des Booster-Synchrotrons BoDo induzierte Orbitstörung im Speicherring Delta. Oben ist der zeitliche Verlauf der Strahlenergie in BoDo (schwarz gestrichelt) zusammen mit dem der horizontalen Strahlhöhe am Monitor bpm16 (durch blaue Linien verbundene Messpunkte) dargestellt, an dessen Position die induzierten Orbitänderungen maximal werden. Die ungestörte Strahlhöhe am bpm16 betrug etwa 0.5 mm. Der horizontale Versatz beider Kurven kann durch unterschiedliche Zeitbasen der Messdaten auf maximal 100 ms abgeschätzt werden. Ungleichmäßigkeiten in der Darstellung werden auf unregelmäßig verteilte Stützpunkte der Strahlhöheauswertung zurückgeführt. Die Auswertung der Strahlhöhe für die Orbitkorrektur erfolgt im synchronisierten Betrieb immer im unteren Umkehrpunkt der Booster-Rampe (grau hinterlegt). Die so gelesenen Datenpunkte sind mit einer roten Linie verbunden und zeigen eine erheblich geringere Varianz, als es durch eine unsynchronisierte Auswertung möglich wäre. Unten ist die halbierte Summe ( $\oplus$ ) der gemessenen Strahlhöhen bei einer Booster-Energie von 60 MeV und 1.5 GeV in Referenz auf den Orbit ohne Betrieb des Boosters dargestellt. Die mit ( $\ominus$ ) gekennzeichnete Kurve entspricht der halbierten Differenz dieser Daten. Während letztere die Amplitude der Störung mit der Frequenz des Booster-Zyklus' wiedergibt, entspricht die Summenfunktion dem statischen Anteil der induzierten Orbitstörung.

nächste Korrekturgruppe weitergereicht, und so fort. Der verbleibende Differenzvektor, welcher der Berechnung der Orbitkorrektur unter Zuhilfenahme der horizontalen Dipolkorrektoren übergeben wird, sollte daher weitgehend von den Korrekturmöglichkeiten der vorherigen Korrektur-elemente bereinigt sein. Allerdings bleibt zu beachten, dass die Korrektur einer nachgelagerten Gruppe wieder einen Orbitanteil erzeugen kann, der dem einer vorherigen Korrekturgruppe entspricht. Ohne weitere Randbedingungen besteht so die Gefahr, dass zwei oder mehr Gruppen gegeneinander divergieren ('übersprechen'): während die Orbitänderungen durch eine Korrektur

turgruppe immer größer werden, wird der resultierende Orbit durch eine andere Gruppe kompensiert, die einen Orbit gleicher Amplitude mit entgegengesetztem Vorzeichen produziert. Da sich die Summe dieser beiden Anteile meist nicht exakt aufhebt (die SVD einer *gemeinsamen* Responsematrix müsste andernfalls mindestens einen Singulärwert gleich Null ergeben), kann die resultierende Strahlage um diesen Differenzbetrag sukzessive verschlechtert werden. Daher sind getrennte Korrekturen unterschiedlicher Gruppen ebenfalls nur eingeschränkt anwendbar.

Die Implementierung der Orbitkorrektur erlaubt es, die verwendbaren Elemente einer jeden Korrekturgruppe an- oder abzuwählen sowie gegebenenfalls die Reihenfolge der vorgelagerten Analysen für die Gruppen der Dipolfamilien, der DC-Spulen und der Hochfrequenz festzulegen (siehe Abbildung 8.4). Darüber hinaus ist es möglich, die Spalte der erwarteten Orbitänderung für eine Änderung der Hochfrequenz den Matrizen der anderen horizontalen Korrekturgruppen anzuhängen. Dies ist wie oben geschildert nur dann sinnvoll, wenn der zusätzlich erzeugte Singulärwert der SVD nicht klein gegen die ursprünglichen Singulärwerte der Korrektormatrix ohne die Spalte der Hochfrequenz ist. Für die Gruppen der Dipole und der DC-Spulen ist dies gegeben, für die Gruppe der horizontalen Dipolkorrektoren ist dies nur dann hinreichend erfüllt, wenn nur wenige Korrektoren angewählt sind, z. B. für eine lokale Orbitbeule nach Abschnitt 8.1.13 (vergleiche auch Abschnitt 7.2.4).

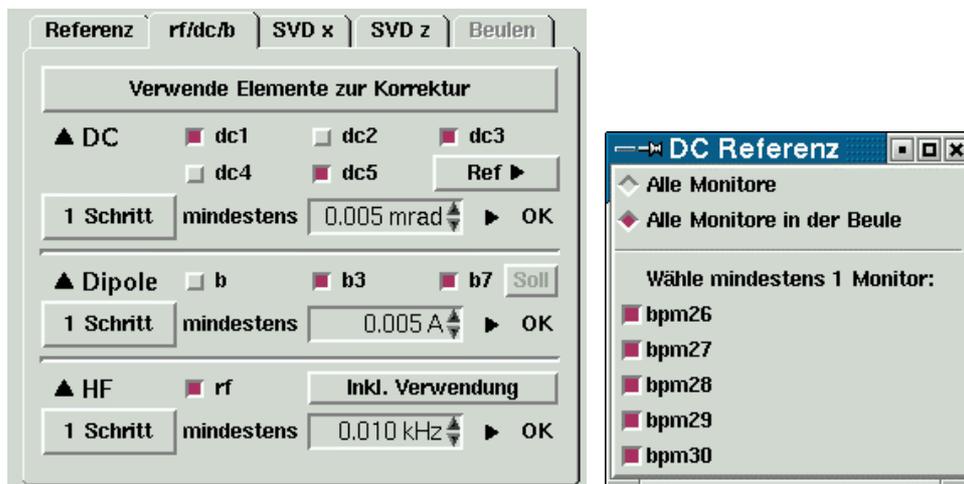


Abbildung 8.4: Links: Der Reiter zur Verwendung der zusätzlichen Korrektur Elemente der DC-Spulen, der drei Dipolfamilien und der Hochfrequenz. Die Reihenfolge der Analysen erfolgt von oben nach unten und kann durch Mausklick auf die Namensfläche beliebig umsortiert werden. Das schwarze 'OK' jeweils zur Rechten einer jeden Gruppe zeigt an, dass die Lösung durch keine Korrektorlimitationen beschränkt wird. Der Knopf zur 'inkluisiven Verwendung' der Hochfrequenz fügt die Spalte der HF an die Responsematrizen der DC-Spulen, der Dipole und der horizontalen Korrektoren an (siehe auch Abschnitt 7.2.4). Rechts: Durch Mausklick auf den Knopf 'Ref' in der Gruppe der DC-Spulen öffnet sich ein Menü zur Auswahl der gewünschten Referenz der lokalen Beule durch die DC-Spulen, siehe Text.

Die Lösungen für die letztgenannten Gruppen unterliegen jeweils den folgenden Randbedingungen:

- **Dipolfamilien:** Für Änderungen der Dipolfamilien muss die Randbedingung der Energieerhaltung erfüllt werden (siehe Abschnitte 3.5.3 und 7.3). Demnach sind mindestens zwei Korrektur Elemente aus der Menge der Dipolfamilien oder auch der Hochfrequenz erforderlich. Die Lösung wird unter homogenem Gewicht aller BPMs bestimmt; denn ein

unzureichender Abgleich der Dipolkreise wird sich auf dem gesamten Orbit gleichermaßen auswirken und sollte nicht dazu verwendet werden, lokale Orbitablagen zu korrigieren. Eine Anwendung dieser Lösungen auf Basis aktueller Korrektoreinstellungen (siehe Abschnitt 8.1.17.2) wird in Abschnitt 9.4.2 der Ergebnisse vorgestellt.

- **DC-Spulen:** Die Lösung für die DC-Spulen wird unter der Randbedingung einer lokalen Beule gemäß Abschnitt 7.2.2 berechnet, weshalb mindestens drei DC-Spulen anzuwählen sind. Durch die Hinzunahme der Hochfrequenz kann die durch die Beule lokal induzierte Weglängenänderung kompensiert und die Beule so besser abgeschlossen werden. Jene Monitore, an denen die Ablage gemäß der Orbitreferenz erzielt werden soll, sind wie folgt wählbar:
  - i) Alle Monitore. Es wird eine Lösung der lokalen Beule unter homogenem Gewicht aller BPMs gesucht. Die Produktion der Ablage innerhalb der DC-Spulen ist damit der Korrektur des Orbits außerhalb der Beule gleichgestellt und kann so zu einem insgesamt besseren Korrekturergebnis führen.
  - ii) Alle Monitore in der Beule. Der Fokus liegt auf der Reproduktion der geforderten Strahlage innerhalb der Beule. Dies entspricht den Monitoren der Menge  $\mathcal{M}_B$  aus Abschnitt 7.2.2.
  - iii) Eine frei wählbare Menge von Monitoren innerhalb der Beule. Werden gerade  $|\mathcal{N}| - 2$  Monitore ausgewählt, so wird die Strahlage an den gewählten Monitoren exakt angefahren, sofern keine DC-Spulen durch ihre zulässigen Maximalwerte die erreichbare Lösung limitieren. Dann erhöht sich die Zahl erforderlicher DC-Spulen um die Zahl limitierender Korrektoren. Es können auch weniger als  $|\mathcal{N}| - 2$  Monitore ausgewählt werden. Überschüssige Freiheitsgrade werden dann gegebenenfalls zur Kompensation limitierender DC-Spulen oder zum besseren Abgleich der Beule verwendet. Die Wahl keines Monitors entspricht der Wahl aller Monitore (s. o.).

In Abschnitt 9.4.3 werden Ergebnisse präsentiert, die erforderliche Ablage im Injektionsbereich durch Anwendung der DC-Spulen zu erzeugen.

- **HF-Korrektur:** Der Anteil des dispersiven Orbits wird ebenfalls global, also mit homogenem Gewicht auf allen BPMs ausgewertet. Die SVD-basierte Lösung nach der einzelnen Spalte der Hochfrequenz ist dann trivial und entspricht der Projektion des gemessenen Differenzvektors auf die ‘Richtung’ der Orbitänderung durch Variation der Hochfrequenz, vgl. Berechnungen zur Bestimmung des ‘effektivsten Korrektors’ in Gleichung (A.1) des Anhangs A:

$$\theta_{\text{hf}} = \Delta f = - \frac{\vec{R}_{\text{hf}}^{\text{T}} \Delta \vec{\kappa}}{\vec{R}_{\text{hf}}^{\text{T}} \vec{R}_{\text{hf}}} \quad (8.2)$$

Die Korrektur durch die Gruppen der DC-Spulen und der Dipole ist nicht für die laufende Orbitkorrektur zu empfehlen, sondern lediglich in Form einzelner Korrekturschritte anzuwenden. Denn einerseits ist nicht zu erwarten, dass sich der Korrekturbedarf durch diese Elemente im Laufe des Speicherbetriebs signifikant ändert, andererseits mangelt es an einem Kriterium, ein gegenseitiges ‘Übersprechen’ der Korrekturen durch eine lineare Randbedingung (denn nur lineare Randbedingungen können in der Lösung der linearen Gleichungssysteme berücksichtigt werden) zu verhindern.

Anders hingegen bei der Verwendung der Hochfrequenz: Durch lokale Weglängenänderungen wird mit jedem Korrekturschritt auch ein dispersiver Orbitanteil erzeugt. Dieser kann unter Änderung der Hochfrequenz regelmäßig kompensiert werden. Die Lösung in den Korrektoren

zur Kompensation eines Dispersionsorbits zeichnet sich durch eine deutliche Änderung der integralen, horizontalen Korrektorstärke ('IHK') aus. Erzwingt man daher zusätzlich zur vorgelegten Orbitkorrektur durch die Hochfrequenz eine Konstanz der IHK in der Lösungsfindung der Orbitkorrektur durch die horizontalen Dipolkorrektoren, so kann das oben beschriebene 'Übersprechen' dieser beiden Korrekturgruppen effektiv unterdrückt werden.

In Abschnitt 8.1.17.2 wird eine alternative Anwendung der Korrekturmöglichkeiten durch die Elemente der Dipole, Hochfrequenz und der DC-Spulen beschrieben.

### 8.1.10 Skalierung und Mindeststärken für Korrekturen

In der Regel werden die erwarteten Strahllageänderungen auf Basis der vermessenen Responsematrix von denen abweichen, die sich tatsächlich durch Anwendung der berechneten Korrekturänderungen ergeben. Ursächlich sind neben der nicht streng linearen Natur der Strahlantwort vor allem Messfehler der Responsematrix und die Diskretisierung kleiner Setzwerte mit der Auflösengenauigkeit der Setzwerte, siehe Diskussion in Abschnitt 9.1.2. Werden die berechneten Korrekturen unskaliert an die Korrektoren weitergegeben, wird diese Abweichung statistisch an der Hälfte der Monitore zu einer 'Überkorrektur' führen, die verursachten Orbitänderungen also die notwendigen übertreffen. Fällt diese 'Überkorrektur' größer aus als die ursprünglich vermessene Orbitdifferenz, so wird die wiederholte Anwendung der Orbitkorrektur zu einer Oszillation statt zu einer Konvergenz der Orbitabweichungen führen.

Um dieses Szenario zu vermeiden, wird der zur Berechnung der nötigen Korrektur herangezogene Differenzorbit um einen Faktor  $0 < F_{\text{korr}} \leq 1$  skaliert<sup>4</sup>:

$$\Delta \vec{k} \leftarrow F_{\text{korr}} \Delta \vec{k} \quad (8.3)$$

Jene Überkorrekturen, die einen Faktor  $1 - F_{\text{korr}}$  der geplanten Orbitänderungen unterschreiten, werden so erfolgreich gedämpft. Je näher der Wert für  $F_{\text{korr}}$  an Eins heran gewählt ist, desto schneller konvergiert die Korrektur, aber desto empfindlicher wird sie auch gegen Abweichungen der zugrunde gelegten Responsematrix von der tatsächlichen Strahlantwort des Speicherringes sein.

Die Bedienoberfläche der Orbitkorrektur erlaubt es, je eine Mindestkorrekturstärke für jede der Korrekturgruppen der Dipolkorrektoren, Dipolfamilien, DC-Spulen und Hochfrequenz anzugeben, die von mindestens einer Komponente der berechneten Änderungen  $\vec{\theta}^{(f)}$  der Korrekturgruppe im Absolutwert überschritten werden muss, damit die (alle) Änderungen für die jeweilige Korrekturgruppe überhaupt angewendet werden. Die Berechnung von  $\vec{\theta}^{(f)}$  findet im Korrekturbetrieb kontinuierlich statt, die Anwendung der berechneten Lösung aber erst dann, wenn diese Bedingung erfüllt wird.

Eine natürliche Mindeststärke wird bereits durch die endliche Auflösung der Setzwerte für jede Gruppe definiert (siehe Abschnitte 4.2, 4.3, 4.5 und 4.8): Wird diese Schwelle der Granularität nicht überschritten, ist es offensichtlich sinnlos, die berechneten Änderungen auf das Kontrollsystem zu schreiben. Liegen die anzuwendenden Korrekturen in der Größenordnung weniger Vielfache der Auflösengenauigkeit, wird die erzielte Orbitänderung durch die Diskretisierung der Setzwerte von der vorausberechneten Änderung der Strahllagen abweichen. Darüber hinaus skaliert die erreichbare Qualität der Orbitkorrektur linear mit der Wahl der Mindestkorrektorstärke. Diese sollte daher so niedrig wie möglich gewählt werden, aber doch so groß, dass die verblei-

<sup>4</sup>Dies entspricht dem Regelparameter eines reinen I-Reglers.

bende Orbitabweichung nach Anwendung der Orbitkorrektur zumindest zeitweilig nur Korrektorstärken unterhalb der Mindeststärke erforderlich macht.

Dieser Zustand wird im Folgenden als ‘asymptotischer Limes’ der Orbitkorrektur bezeichnet und stellt sich ein, wenn die Abweichungsamplitude der vorherberechneten zur tatsächlichen Strahl-lageänderung jener der gemessenen Strahl-lageabweichung zur Referenz entspricht. Der Versuch der Korrektur kleinerer Abweichungen durch die Wahl einer kleineren Mindestkorrekturstärke würde nicht zu einer Reduzierung der gemessenen Orbitabweichung führen, sondern lediglich zusätzliche Störungen auf dem Orbit bewirken. So deuten Messungen des vertikalen Spektrums der Strahl-lagen am bpm14 daraufhin, dass der hier vorgestellte Orbitkorrekturbetrieb Anregungen im Frequenzbereich von 1-35 Hz mit einer akkumulierten rms-Amplitude von etwa  $3 \mu\text{m}$  verursacht [85]. Darüberhinaus wird durch eine so reduzierte Korrekturrate der Netzwerkverkehr des Kontrollsystems reduziert, was auch in Anbetracht der Verzögerungen durch mögliche Schreibfehler auf das Kontrollsystem wünschenswert ist, vergleiche mit Abschnitten 8.1.7 und 9.1.3.

Stellt sich bei gegebener Skalierung und Responsematrix kein Gleichgewicht ein, in der die erforderlichen Korrektorstärken in der Größenordnung der gewählten Mindeststärke liegen, ist entweder die Mindeststärke zu niedrig gewählt, oder die Abweichung der Responsematrix von den wahren Gegebenheiten zu groß. Dann sollte eine neue Responsematrix aufgezeichnet und für die Korrektur verwendet werden. Für den Standardbetrieb am Speicherring Delta haben sich Werte von  $F_{\text{kor}} = 0.9$  und einer Mindestkorrektorstärke von  $5 \mu\text{rad}$  für die Dipolkorrektoren bewährt. Gemäß Abschnitt 4.5 beträgt die Granularität der Dipolkorrektoren durch Verwendung von 12 Bit-DACs maximal  $0.7 \mu\text{rad}$  für horizontale und etwa  $0.3 \mu\text{rad}$  für vertikale Korrektoren. Bei Verwendung einer Mindestkorrekturstärke von  $5 \mu\text{rad}$  verbleiben noch etwa sieben Abstufungen horizontaler und 17 Abstufungen vertikaler Korrektöränderungen, um die berechneten Orbitänderungen zu reproduzieren. Für die Korrektur der Hochfrequenz konnte aus technischen Problemen bislang noch keine untere Grenze ermittelt werden. Es zeigte sich lediglich, daß eine erforderliche Mindeständerung von 25 Hz regelmäßig unterschritten werden kann, siehe Abschnitt 9.1.5.

Abschnitt 9.1.2 diskutiert die Begrenzung des asymptotischen Limes.

### 8.1.11 Automatisierte Unterstützung zur Wahl des Singulärgrenzwertes

Die Wahl des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$  ist gemäß Abschnitt 5.2.3 entscheidend sowohl für die Qualität als auch die Stabilität der Orbitkorrektur. Das im Folgenden vorgestellte Verfahren wurde für diese Arbeit entwickelt und kann den Operateur bei der Bestimmung eines geeigneten Singulärgrenzwertes unterstützen. Die Wahl des Singulärgrenzwertes sollte immer dann geprüft werden, wenn eine neue Responsematrix verwendet werden soll oder Monitorgewichtungen verändert worden sind.

Dazu transformiere man die Darstellung des Lösungsvektors  $\vec{\theta}^{(f)}$  in die Basis der Spaltenvektoren der  $\mathbf{V}$ -Matrix der SVD, entsprechend Gleichung (5.7):

$$\begin{aligned}\vec{\vartheta}^{(f)} &:= \mathbf{V}^T \vec{\theta}^{(f)} \\ &= \mathbf{V}^T \mathbf{A}^\dagger \vec{\delta}^{(f)} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}^\dagger \mathbf{U}^T \vec{\delta}^{(f)}\end{aligned}$$

Die Komponenten  $\vartheta_j$  des Vektors  $\vec{\vartheta}^{(f)}$  skalieren also mit  $1/\sigma_j$ . Daher werden jene Komponenten  $\vartheta_j$ , deren Singulärwert sehr klein ist, tendentiell einen sehr großen Beitrag zur Lösung liefern.

Die automatisierte Wahl des Singulärgrenzwertes beginnt mit der Initialisierung des Index  $j' = n$  und der Wahl des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}} = 0$ , mithin  $\mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}}) = \emptyset$ . Es wird davon ausgegangen, dass das Singulärwertspektrum absteigend sortiert sei und die Komponente  $\vartheta_{j'}$  mit dem Singulärwert  $\sigma_{j'}$  assoziiert sei.

Nun wird die Abweichung des Orbits von der Referenz  $\Delta\vec{\kappa}$  gelesen und daraus die Korrekturlösung  $\vec{\vartheta}^{(f)}$  nach den Methoden des Kapitels 6 bestimmt. Das Programm berechnet die Standardabweichung der Komponenten  $\vartheta_j$  dieser Lösung für  $j \notin \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$ :

$$s_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}}) := \left[ \frac{1}{n_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})(n_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}}) - 1)} \sum_{j \notin \mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})} (\vartheta_j - \bar{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}}))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.4)$$

Dabei ist  $n_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  die Zahl  $n - |\mathcal{H}|$  der Lösungskomponenten  $j$  mit  $\sigma_j > \sigma_{\text{cut}}$  sowie  $\bar{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  das arithmetische Mittel dieser Komponenten. Übertagt nun der Absolutwert der Komponente  $\vartheta_{j'}$  diesen Mittelwert um  $F \times s_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  mit einem wählbaren, aber festen Faktor  $F$ :  $|\vartheta_{j'}| > \bar{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}}) + F \times s_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$ , so wird der Singulärgrenzwert mit  $\sigma_{\text{cut}} \leftarrow \sigma_{j'}$  gleichgesetzt und der Index  $j'$  um Eins reduziert:  $j' \leftarrow j' - 1$ . Für den so erhaltenen Singulärgrenzwert und die um ein Element vergrößerte Menge  $\mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})$  wird nun erneut ein Lösungsvektor bestimmt und die Differenz des Absolutwertes der Lösungskomponente  $\vartheta_{j'}$  zum Mittelwert aller Komponenten wieder mit der Standardabweichung verglichen. Der Index  $j'$  wird solange reduziert und  $\sigma_{\text{cut}}$  solange dem nächsthöheren Singulärwert gleichgesetzt, bis das Kriterium zur Wahl des nächsthöheren Singulärwertes nicht mehr erfüllt ist<sup>5</sup> oder der Singulärgrenzwert den der gramschen Analyse (Abschnitt 5.2.3) als oberen Grenzwert überschritte.

Dieses Verfahren wird für eine vordefinierte Zahl  $N_a$  von gemessenen Orbitdifferenzen  $\Delta\vec{\kappa}$  durchgeführt, die aufgrund statistischer oder systematischer Schwankungen leicht unterschiedlich sein werden. Fehlerdominierte Lösungskomponenten können innerhalb der  $N_a$  Auswertungen sehr groß werden und den so ermittelten Wert für  $\sigma_{\text{cut}}$  in die Höhe treiben. Der *maximal* erhaltene Wert für  $\sigma_{\text{cut}}$  wird schließlich als Singulärgrenzwert übernommen.

Abbildung 8.5 illustriert die Bestimmung des Singulärgrenzwertes für eine der  $N_a$  aufeinanderfolgenden Auswertungen an einem Beispiel: Beginnend mit Situation a), wird der Absolutwert der Lösungskomponente  $\vartheta'_j$  (jeweils an der vertikal gestrichelten Linie links in Abbildung 8.5) mit dem Wert  $\bar{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}}) + F \times s_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  für die Wahl des Faktors  $F = 1$  verglichen. Zur Auswertung von  $\bar{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  und  $s_{\vartheta}(\sigma_{\text{cut}})$  werden jene Komponenten  $\vartheta_{j > j'}$  ausgeschlossen, die sich rechts von der vertikalen Linie befinden, also dem Nullraum assoziiert und damit von der Amplitude Null sind. Übertagt nun die untersuchte Komponente  $\vartheta'_j$  diesen Vergleichswert (horizontal gestrichelte Linien), wird diese Komponente aus dem Lösungsspektrum ausgeschlossen, indem der Singulärgrenzwert auf den nächsthöheren Wert des Spektrums erhöht wird. Dies wird so oft wiederholt, bis die untersuchte Lösungskomponente  $\vartheta'_j$  den Vergleichswert nicht mehr überschreitet (d). Man beachte, dass sich der Lösungsvektor  $\vec{\vartheta}$  von a) nach d) verändert, da sich in diesem Beispiel mit der Erhöhung von  $\sigma_{\text{cut}}$  auch die Menge der limitierenden Korrektoren ändert (nicht dargestellt). Dies ist auch der Grund für die sukzessive Neuberechnung des Lösungsvektors mit jeder Änderung des Singulärgrenzwertes.

In der Praxis hat sich ein Wert von  $F = 1$  und  $N_a = 10$  als praktikabel erwiesen. Die so erhaltenen Singulärgrenzwerte fallen häufig mit den empirisch bestimmten Werten zusammen. Dank des kleinen Faktors  $F$  tendiert der resultierende Singulärgrenzwert dabei eher zu größeren als zu kleineren Werten, also eher zur Stabilität zu Ungunsten der Korrekturqualität.

<sup>5</sup>Überschreitet die Zahl der zu berücksichtigenden Komponenten in Gleichung (8.4) einen Wert von zehn, so wird die ermittelte Standardabweichung mit einer (tabellierten)  $t$ -Verteilung multipliziert.

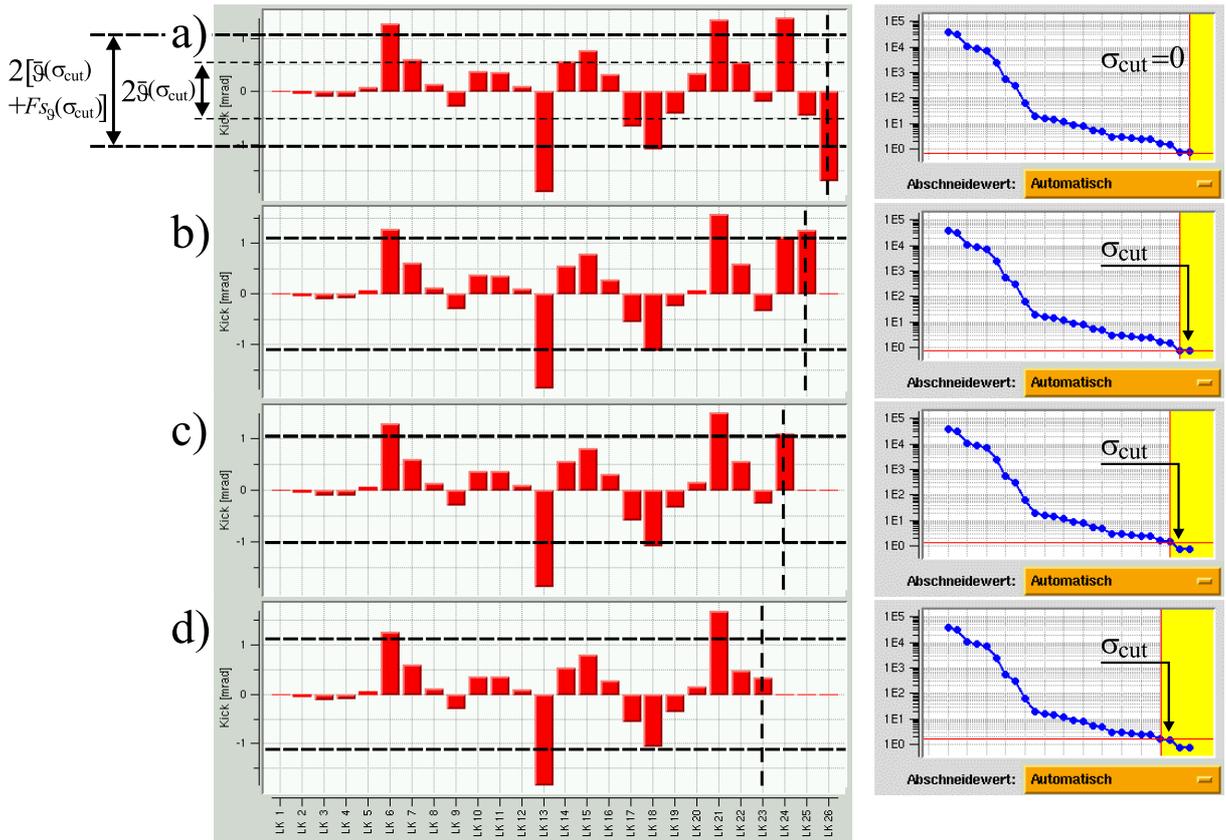


Abbildung 8.5: Beispiel zur automatisierten Bestimmung des vertikalen Singulärgrenzwertes anhand eines festen Orbitdifferenzvektors  $\Delta\vec{z}$  und dem Faktor  $F=1$ . Die zum Singulärwertspektrum (rechts) gehörigen Lösungskomponenten  $\vartheta_j$  sind links als Balkendiagramm aufgetragen. Die Darstellung des Singulärgrenzwertes (rote Linien in den rechten Diagrammen) ist derart, dass jene Lösungskomponenten, deren Singulärwerte rechts bzw. unterhalb der roten Linien im gelben Bereich liegen, den Nullraum aufspannen, also nicht zum Lösungsvektor in  $\vec{\vartheta}$  beitragen. Daher fallen die roten Linien jeweils mit dem zu  $\sigma_{\text{cut}}$  nächsthöheren Singulärwert zusammen, dessen Lösungskomponente  $\vartheta_j$  nicht mehr Teil des Nullraumes ist. Siehe Text zur Beschreibung der Punkte a) bis d).

### 8.1.12 Referenzbeulen

Das Orbitkorrekturprogramm unterstützt gemäß Abschnitt 7.2 zwei Varianten, lokale Änderungen der Strahlblage herbeizuführen. Die Variante der Referenzbeulen nach Abschnitt 7.2.1 nutzt eine wählbare Menge von Dipolkorrektoren, um vorgegebene Strahlageänderungen an auswählbaren Monitoren  $\mathcal{M}$  allein durch hohe Gewichte an diesen Monitoren umzusetzen. Zu den Vorteilen dieses Verfahrens zählt die Möglichkeit, Ablagen auch in nicht zusammenhängenden Bereichen simultan anzufahren. Unter ‘unproblematischen’ Bedingungen und der Verwendung vieler (aller) Korrektoren können die gewünschten Ablagen durchaus mit einer geringeren Orbitstörung in Bereichen außerhalb der Monitore in  $\mathcal{M}$  erzielt werden, als es für lokale Beulen auf Basis linearer Randbedingungen möglich ist.

Zu den Nachteilen der Referenzbeule zählt die Dauer, die benötigt wird, Setzwerte für viele (alle) Korrektoren synchron anzufahren (siehe Abschnitt 4.5.5). Ferner kann der Gesamtorbit unter ‘problematischen’ Umständen erheblich gestört werden, wenn die Lokalität der Orbitänderungen

zugunsten der Approximation der vorgegebenen Strahlage an den Monitoren in  $\mathcal{M}$  aufgegeben wird; vergleiche mit der Diskussion in Abschnitt 7.2 und dem Beispiel in Abbildung 9.1. Ferner würde die sorgfältige Vorbereitung einer Referenzbeule eine Analyse oder automatisierte Bestimmung des Singulärgrenzwertes erfordern, was jedoch gerade für häufige und ständig wechselnde Anforderungen durch externe Messprogramme (siehe Abschnitt 8.1.16) nicht praktikabel ist.

### 8.1.13 Autoparametrische Beulen

Die Implementierung der Orbitbeulen durch Restriktion des Lösungsraums auf Korrektorkombinationen lokaler Orbitänderungen nach Abschnitt 7.2.2 wurde verknüpft mit einer automatischen Wahl der erforderlichen Korrektoren  $\mathcal{N}$ . Dazu wird eine Nachbarschaftsweite  $n_{\text{NB}}$  definiert, die für die Berechnung einer lokalen Beule mit dem Wert  $n_{\text{NB}} = 2$  initialisiert wird. Die Nachbarschaftsweite gibt die Zahl der Korrektoren an, die jeweils rechts wie links jedes Monitors aus  $\mathcal{M}$  für die Korrektur verwendet werden. So ergibt sich eine Mindestzahl von  $|\mathcal{N}| = 4$  Korrektoren. Ferner wird die Anwendung der autoparametrischen Beulen auf die gezielte Strahlageänderung an einem einzelnen Monitor oder an zwei unmittelbar aufeinander folgenden Monitoren begrenzt, um die Lokalität sicherzustellen. Im alltäglichen Beschleunigerbetrieb bestand bislang noch keine Notwendigkeit, eine Orbitbeule an mehr als zwei aufeinanderfolgenden Monitoren zu produzieren.

Für die angestrebte Referenz an den Monitoren der Menge  $\mathcal{M}$  wird unter einem festen Wert des Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}^B$  eine Lösung der lokalen Orbitbeulen bestimmt. Überschreitet dabei die Zahl limitierender Korrektoren  $|\mathcal{G}|$  die Zahl überzähliger Freiheitsgrade  $|\mathcal{N}| - |\mathcal{M}| - 2$ , so wird die Nachbarschaftsweite  $n_{\text{NB}}$  solange um jeweils Eins erhöht, bis trotz limitierender Korrektoren genügend Freiheitsgrade verbleiben, die geforderten Strahlageänderungen an den Monitoren aus  $\mathcal{M}$  herzustellen. Dadurch wird die Zahl der verwendeten Korrektoren so gering wie praktikabel gehalten, was eine schnellere Umsetzung durch die synchrone Korrektorampe (Abschnitt 4.5.5) gewährleistet. Allerdings ist die Abgeschlossenheit der Beule nicht immer gut und enthält bei großen Amplituden auch einen erheblichen dispersiven Orbitanteil, der im Falle der Referenzbeulen durch die Verwendung der Gesamtheit horizontaler Korrektoren weitgehend kompensiert werden kann. Abhilfe kann bei Bedarf das Einbeziehen der Hochfrequenzkorrektur nach Abschnitt 8.1.9 schaffen, wodurch allerdings die Setzzeit der Korrektur Elemente um etwa 1 s/kHz Frequenzänderung (Abschnitt 4.8) verzögert wird. Jedoch gerade wegen der kurzen Setzzeit der autoparametrischen Beule wird von dieser Option praktisch kein Gebrauch gemacht.

### 8.1.14 Orbitbeulen im fortlaufenden Wechsel

Sowohl die Anwendung der Referenzbeulen nach Abschnitt 8.1.12 und der autoparametrischen Beulen nach Abschnitt 8.1.13 verfügen über die Möglichkeit, das Schließen einer vorhergehenden Beule (also die Wiederherstellung der Korrektoreinstellungen, die vor der Strahlageänderung durch eine Orbitbeule gültig waren) und das Öffnen einer neuen Beule an anderen Monitoren in *einem* Schritt (im ‘fortlaufenden Wechsel’) zu vereinen. Dabei werden zur Berechnung der neuen Beule bereits jene Korrektoreinstellungen berücksichtigt, die sich durch das Schließen der vorherigen Beule ergäben. Entsprechend wird die Berechnung der Ablageänderungen der neuen Beule auf Grundlage jener Strahlagen erstellt, die vor dem Öffnen der Orbitbeule aufgezeichnet worden sind.

Auf diese Weise kann während des Wechsels der Monitormenge  $\mathcal{M}$  einer Orbitbeule je ein Korrekturschritt eingespart werden. In Anbetracht der z. T. erheblichen Setzzeiten von etwa einer

Sekunde für autoparametrische Beulen bis hin zu mehreren Sekunden für eine Referenzbeule, kann dies durchaus zu einer wahrnehmbaren Verkürzung eines Messprogrammes führen, welches auf der Erzeugung von Strahllageänderungen an fortlaufend wechselnden Monitoren beruht (wie z. B. die BBC, Abschnitt 8.3.2). Allerdings sollte die Produktion der Strahllageänderungen nicht immer im fortlaufenden Wechsel stattfinden. Gelegentlich sollten die Beulen ohne gleichzeitiges Anfahren einer anderen Ablage geschlossen werden, und eventuell ein Orbitkorrekturschritt auf die unveränderte Strahllagereferenz durchgeführt werden, um den zeitlich abhängigen und z. T. hysteresebedingten Änderungen der Strahllage entgegenzuwirken. Anschließend kann eine neue Bezugsreferenz für die Erzeugung fortlaufender Orbitbeulen aufgezeichnet werden.

### 8.1.15 Entlastung der Korrektorstärken

Für die Entlastung der Korrektorstärken unter Verwendung des Nullraums nach Abschnitt 7.1 wurde davon abgesehen, die Diagonalelemente der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}_c$  manuell definieren zu können. Stattdessen wird die Gewichtung durch einen Faktor  $f$  parametrisiert, sodass die Diagonalelemente gemäß folgendem Ausdruck bestimmt werden ( $\theta_j^{\min} < 0 < \theta_j^{\max}$  vorausgesetzt):

$$(\mathbf{W}_c)_{jj} = \begin{cases} 1 + f \frac{\theta_j^0}{\theta_j^{\max}} & \text{für } \theta_j^0 \geq 0 \\ 1 + f \frac{\theta_j^0}{\theta_j^{\min}} & \text{für } \theta_j^0 < 0 \end{cases} \quad (8.5)$$

Die Komponente  $\theta_j^0$  entspricht dabei dem gegenwärtig eingestellten Wert des Korrektorelements  $j$ . In Analogie zu Gleichung (8.3) kann der Zielvektor auch hier skaliert werden:  $\vec{\theta}_0 \leftarrow F_{\text{kor}} \vec{\theta}_0$ .

Der Spezialfall  $f = 0$  führt auf eine homogene Gewichtung. Sind demnach für die Lösung nach Abschnitt 7.1 keine begrenzenden Korrektorstärken zu berücksichtigen, so werden alle Nullraumkomponenten der aktuell eingestellten Korrektorstärken  $\vec{\theta}_0$  entsprechend dem gewählten Skalierungsfaktor  $F_{\text{kor}}$  des Korrekturschrittes reduziert. Eine Skalierung von  $F_{\text{kor}} = 1.0$  führt unter diesen Bedingungen also zu einer vollständigen Elimination der Nullraumkomponenten aus  $\vec{\theta}_0$  und somit bei gegebenem Wert für  $\sigma_{\text{cut}}$  zu einer maximal möglichen Reduktion der absoluten Korrektorstärken. Ein Beispiel dieser Anwendung wird in Abschnitt 9.3 vorgestellt.

Für eine nicht-homogene Gewichtung ( $f > 1$ ) ist anzuraten, eine geeignete Skalierung  $F_{\text{kor}} < 1$  der zu kompensierenden Korrektoreinstellungen  $\vec{\theta}_0$  anzuwenden. Denn die bevorzugte Reduktion der Korrektorstärke selektierter Korrektoren erfolgt dann zu Ungunsten jener Korrektorstärken mit geringerem Gewicht, sodass diese tendenziell stärker erhöht werden als dies unter  $f = 0$  erfolgen würde. Daher sollte die Skalierung für ein gegebenes  $f$  so gewählt werden, dass durch die Entlastung einiger Korrektoren andere nicht zu stark belastet werden. Dieser Prozess kann iterativ vollzogen werden, wobei in jedem Schritt die Gewichte entsprechend den erzielten Korrektorstärken  $\vec{\theta}_0$  neu gemäß Gleichung (8.5) bestimmt werden. Gegebenenfalls kann auch erwogen werden, einzelne Korrektoren während dieses Vorgehens auszukommentieren, um so ihre Stärke konstant zu halten.

### 8.1.16 Anbindung an das Agentensystem

Die Orbitkorrektur stellt Agentendienste über den Vermittler der Datenbank bereit [9]. Auf diese Weise ist es anderen Programmen des Agentensystems (sogenannten ‘Klienten’) möglich,

diese Dienste in Anspruch zu nehmen, also die damit verbundenen Routinen des Orbitkorrekturprogramms zusammen mit übergebenen Argumenten ausführen zu lassen. Die bereitgestellten Dienste umfassen die folgenden Routinen:

- i) Herstellung oder Auflösung einer proprietären Kontrolle über das Programm der Orbitkorrektur durch den Klienten. Diese Kontrolle ist zur Durchführung der meisten Agentendienste erforderlich und verhindert unbeabsichtigte Interventionen eines Operateurs, indem die Bedienoberfläche der Orbitkorrektur passiviert wird. Ein Hinweisfenster informiert über die Kontrolle der Orbitkorrektur durch ein anderes Programm und erlaubt eine Aufhebung dieser Kontrolle durch den Operateur, falls der Klient nicht dazu imstande erscheint. Nach Auflösung der Kontrolle wird der ursprüngliche Programmzustand wieder hergestellt.
- ii) Sowohl die Komponenten der Referenzvektoren als auch die Diagonalelemente der Gewichtsmatrix  $\mathbf{W}$  können für BPMs und externe Monitore beschrieben werden.
- iii) Unter Angabe der Korrekturmethode, der Skalierung der anzuwendenden Korrektur und gegebenenfalls der zu verwendenden Korrektur Elemente können Korrekturschritte auf die aktuellen Einstellungen der Orbitreferenz in einer oder beiden Transversalebene durchgeführt werden.
- iv) Der Programmstatus, der automatisch vor Herstellung der proprietären Kontrolle gesichert worden ist, kann wieder hergestellt werden.
- v) Es können ein oder mehrere Korrekturschritte rückgängig gemacht werden.
- vi) Unter Angabe eines Dateinamens kann das Orbitkorrekturprogramm veranlasst werden, die in dieser Datei enthaltenen Informationen einer vermessenen Responsematrix zu verwenden (dieser Dienst kann auch ohne vorhergehende Herstellung einer proprietären Kontrolle in Anspruch genommen werden). Der Operateur muss das Angebot zur Verwendung der angegebenen Responsematrix bestätigen oder ablehnen.
- vii) Eine Referenzbeule oder eine autoparametrische Beule kann unter Angabe der Monitormenge  $\mathcal{M}$  und der angestrebten Strahl Lageänderungen an diesen Positionen geöffnet und angefahren werden. Besteht zu diesem Zeitpunkt eine geöffnete Beule und weicht die Menge  $\mathcal{M}$  der Monitore von denen der bereits geöffneten Beule ab, werden die neu definierten Strahl Lageänderungen an diesen Monitoren im fortlaufenden Wechsel angefahren.
- viii) Eine Referenzbeule oder eine autoparametrische Beule kann geschlossen werden. Dies bedingt die Wiederherstellung der Korrektoreinstellungen, wie sie vor Öffnung der Beule bestanden.

## 8.1.17 Analysen

### 8.1.17.1 Analyse der SVD

Nützlich zur Inbetriebnahme der Orbitkorrektur auf Basis einer neuen Optik oder veränderten Korrekturkomponenten ist eine Analyse der Singulärwertzerlegung der gewichteten Responsematrix. Über die Darstellung des Singulärwertspektrums (siehe z. B. Abbildungen 5.1 und 8.5 rechts) gelangt man durch Anwahl eines Singulärwertes  $\sigma_j$  zu einer Darstellung der damit verbundenen Spaltenvektoren in  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{U}$ . Gerade jene der sehr kleinen Singulärwerte können

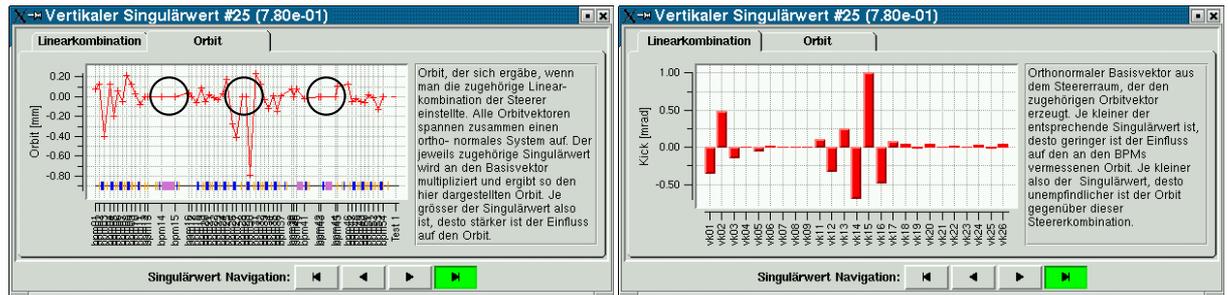


Abbildung 8.6: Analyse des kleinsten Singulärwertes ( $\sigma_j = 0.78$ ) der gewichteten Responsematrix vertikaler Dipolkorrektoren. Links ist die erwartete Orbitänderung zu sehen, die sich durch Anwendung der Korrektoränderungen rechts ergäbe. Zur vereinheitlichten Darstellung ist rechts nicht der normierte Spaltenvektor  $\vec{V}_j$  aufgetragen, sondern der so skalierte Vektor, dass der Betrag seiner größten Komponente gerade +1 mrad beträgt. Die Orbitdarstellung wird konsequent mitskaliert. Die dargestellte Lösung des kleinsten vertikalen Singulärwertes zeichnet sich dadurch aus, dass sie die Strahlage an den hoch gewichteten Monitoren (eingekreist) weitgehend unverändert lässt.

Aufschluss über die Natur dieser potentiellen Nullraumkomponenten liefern. Siehe Abbildung 8.6.

Essentiell für die Inbetriebnahme der Orbitkorrektur im Nutzerbetrieb ist eine Vorschau auf die von der Orbitkorrektur berechneten Lösung im Orbitraum ( $\vec{\Delta}^{(f)}$ ) und Korrektorraum ( $\vec{\theta}^{(f)}$ ). So können unerwartete Strahlablagen oder Korrektoreinstellungen vor Anwendung des berechneten Orbitkorrekturschrittes erkannt werden. Dies gilt insbesondere nach einer Veränderung der Monitorgewichtungen oder einer Änderung der Orbitreferenz an hochgewichteten Monitoren. Abbildung 8.7 vermittelt einen Eindruck der Vorschau für einen SVD-basierten Korrekturschritt in der vertikalen Ebene.

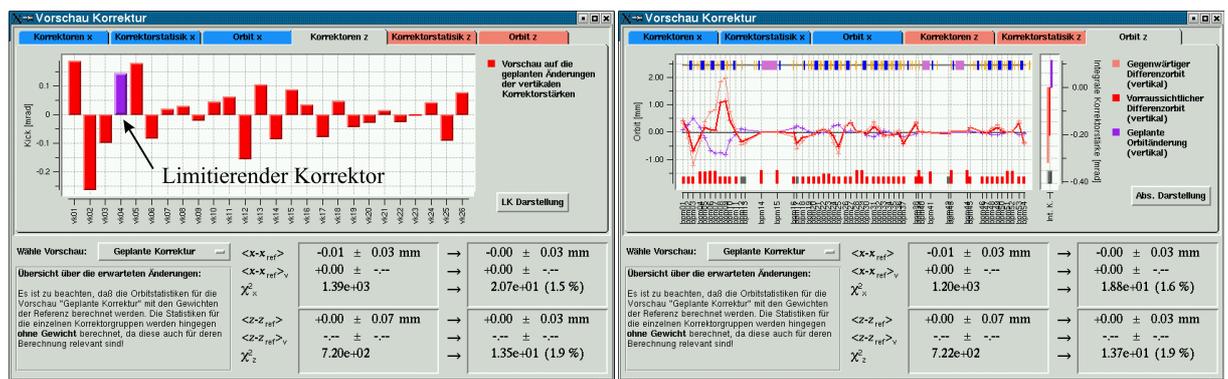


Abbildung 8.7: Zwei Darstellungen der Vorschau auf den berechneten Orbitkorrekturschritt für die vertikale Ebene. Links sind die anzuwendenden Korrektoränderungen für jeden Korrektor ( $vk01-vk26$ ) aufgetragen ( $\vec{\theta}^{(f)}$ ). Die Komponente der  $vk04$  (violett, mit Pfeil) soll an ihren oberen Grenzwert gesetzt werden und wirkt damit beschränkend auf die erreichbare Korrekturqualität. Im rechten Fenster ist die aktuelle Orbitdifferenz  $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_{ref}$  zusammen mit der geplanten Orbitänderung  $\vec{\Delta}^{(f)}$  (violett) und der Summe beider Kurven (rot, fett) dargestellt. Der gewichtete Betrag letzterer entspricht der Wurzel aus der zu minimierenden Zielfunktion. Das Quadrat dessen wird für beide Ebenen in der unteren Hälfte des Vorschaufensters angezeigt (mit  $\chi^2_{x,z}$  respektive beschriftet) siehe auch Gleichung (9.1): In der linken Spalte stehen die aktuellen Werte, in der rechten die der Vorhersage.

### 8.1.17.2 Analyse der Korrektoreinstellungen

Alternativ zum aktuell gelesenen Orbit  $\vec{\kappa}$  besteht die Möglichkeit der Analyse berechneter oder aus einer Datei gelesener Strahlablagen. Hervorgehoben wird hier nur die Möglichkeit, jenen Orbit zu untersuchen, der durch die aktuellen Einstellungen  $\vec{\theta}_0$  der Dipolkorrektoren definiert wird:

$$\vec{\kappa} \leftarrow \vec{\kappa} - \mathbf{R}\vec{\theta}_0 \quad (8.6)$$

Ausgehend von  $\vec{\kappa} = 0$  entspricht dies dem negativen Orbit, der sich in einem ideal aufgestellten Speicherring unter Vernachlässigung aller Nichtlinearitäten ergäbe, wendete man die gegenwärtig eingestellten Korrektoreinstellungen an. Der so berechnete Orbit lässt sich auf Komponenten jener Orbitanteile untersuchen, die sich aus einer energieerhaltenen Variation der Dipolfamilien, der Hochfrequenz oder einer geschlossenen Beule durch die DC-Spulen ergeben. Es kann sinnvoll sein, die so durch  $\vec{\theta}_0$  erzeugte Strahlage ganz oder teilweise von diesen Anteilen zu befreien, indem die Erzeugung dieser Anteile von den zugehörigen Korrektorelementen anstelle von den Dipolkorrektoren übernommen wird.

Dazu löse man den durch Gleichung (8.6) definierten Orbit für die Korrektur durch diese gesonderten Korrektorelemente unter ihren jeweiligen Randbedingungen (siehe Abschnitt 8.1.9). Die Anwendung der so berechneten Lösung führt zur korrespondierenden Auslenkung der realen Strahlage. Daher ist die Anwendung der Lösung gegebenenfalls entsprechend Abschnitt 8.1.10 durch die Wahl von  $F_{\text{korrr}} < 1$  so zu skalieren, dass die Lebensdauer des gespeicherten Strahlstromes nicht bedeutend reduziert wird. Anschließend verwende man wieder den aktuell gemessenen Orbit  $\vec{\kappa}$ , um die bestmögliche Korrektur durch die Dipolkorrektoren zu berechnen und anzuwenden. Die so erhaltenen Korrektoreinstellungen sind dann um den Anteil der zuvor angewandten Korrektur durch die gesonderten Korrektorelemente befreit. Sofern der erste Schritt mit einer Skalierung  $F_{\text{korrr}}$  kleiner als Eins angewendet worden ist, kann dieses Verfahren solange iteriert werden, bis der berechnete Orbit nach Gleichung (8.6) keine Anteile der gesonderten Korrektorelemente (unter ihren jeweiligen Randbedingungen) mehr enthält.

Dieses Verfahren wurde angewendet, um einen einergieerhaltenden Abgleich der Dipolfamilien unter Einbeziehung der Hochfrequenz zu suchen (siehe Abschnitt 9.4).

### 8.1.18 Der Referenzeditor

Im Orbitkorrekturprogramm wurde ein Editor implementiert, der die Definition des Referenzorbits  $\vec{\kappa}_{\text{ref}}$  in beiden Ebenen sowie der Gewichtung für jeden Monitor vereinfachen soll, siehe Abbildung 8.8. Änderungen am Referenzorbit oder der Monitorgewichtung werden bei laufender Orbitkorrektur unmittelbar umgesetzt. Daher sollte die Orbitkorrektur gegebenenfalls zuvor angehalten und die erwarteten Orbit- und Korrektoränderungen im Vorschaufenster (Abschnitt 8.1.17.1) vor Anwendung der Korrektur überprüft werden.

## 8.2 Hilfsprogramme

### 8.2.1 Aufzeichnung der Responsematrix

Dieses Programm entspricht im wesentlichen dem, wie es bereits in [45] vorgestellt worden ist. Es verfährt sukzessive alle Dipolkorrektoren und auf Wunsch auch DC-Spulen, Dipolfamilien

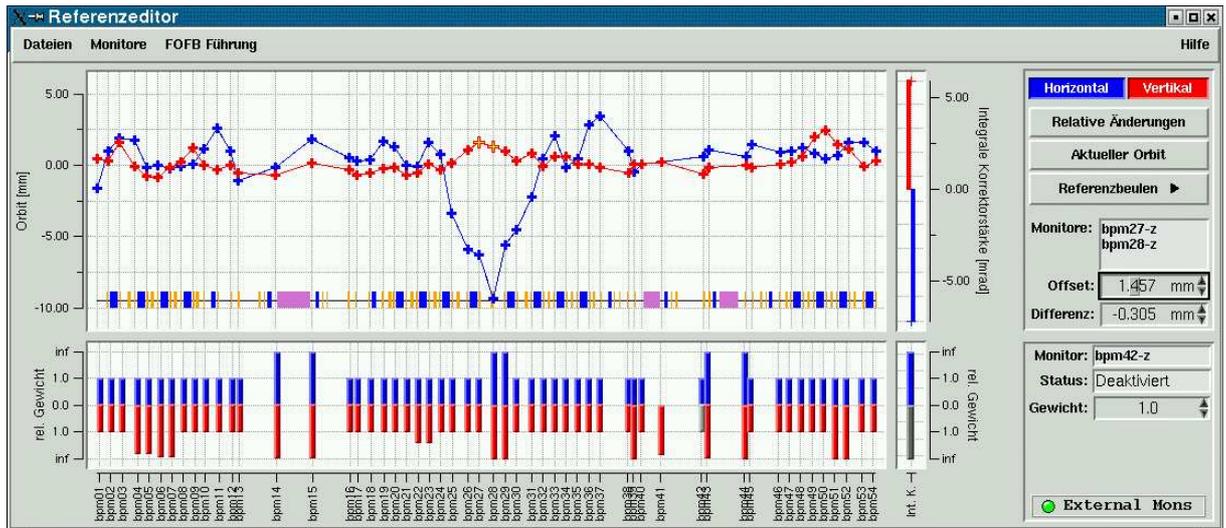


Abbildung 8.8: Darstellung des Referenzeditors. In der oberen Hälfte kann die Orbitreferenz per Mausklick und Ziehen einzelner oder mehrerer Punkte zugleich definiert werden. Dominant ist die horizontale Injektionsbeule im Bereich der Injektion (blaue Linie). In der unteren Hälfte können die Gewichte für jeden Monitor in beiden Ebenen auf einer nichtlinearen Skala eingestellt werden (die Ordinatenachse der vertikalen Gewichte (rot) ist horizontal gespiegelt, sodass die positiven Gewichte nach unten abgetragen werden). Zusätzlich werden hier die Zustände der Monitore (Abschnitt 8.1.6) durch Farbkodierung und Klarertext (rechts) angezeigt.

und die Hochfrequenz um vordefinierte Werte und zeichnet die dadurch bewirkten Änderungen der Strahlage auf. Werden für dasselbe Korrektorelement Strahlageänderungen unterschiedlicher Korrektorelementen aufgezeichnet, so kann ein gewichteter Mittelwert der aufgezeichneten Daten zur Bildung der zugehörigen Spalte der Responsematrix berechnet werden.

Das bestehende Programm ist insofern erweitert worden, als dass auch die Werte externer Monitore sowie auch ihre Gültigkeiten zusammen mit denen der BPMs zum Zeitpunkt der Messung mitprotokolliert werden. Ferner werden auch die Strahlageänderungen in der orthogonalen Ebene aufgezeichnet (siehe auch Abbildung 8.9). Ist zum Zeitpunkt der Programmbeendigung eine Datei mit den Daten einer Responsematrix gesichert worden, so wird der Agentendienst Nummer vi) der Liste in Abschnitt 8.1.16 in Anspruch genommen, um diese Daten unmittelbar für den nachfolgenden Korrekturbetrieb verwenden zu können.

## 8.2.2 Grafische Orbitdarstellung

Das Programm zur grafischen Darstellung der Strahlageinformationen wurde weitestgehend aus der Arbeit von D. Zimoch übernommen [45]. Ergänzt wurden lediglich die Darstellung der externen Monitore sowie der Bezug der aktuellen Orbitreferenzen der Orbitkorrektur über das Kontrollsystem ('Online-Referenz'): Das Orbitkorrekturprogramm übermittelt die aktuell verwendeten Orbitreferenzen mit jeder Änderung derselben an das Kontrollsystem. Diese können von der Orbitdarstellung gelesen und die aktuellen Orbitdaten in Bezug auf diese Referenz dargestellt werden. So sind Abweichungen der Strahlage an den BPMs und den externen Monitoren von der aktuell verwendeten Orbitreferenz direkt beobachtbar. Eine Beurteilung der Korrekturqualität ist daraus aber nur bedingt abzuleiten, da diese ungewichtete Darstellung die Monitorgewichtungen der Orbitkorrektur unberücksichtigt lässt.

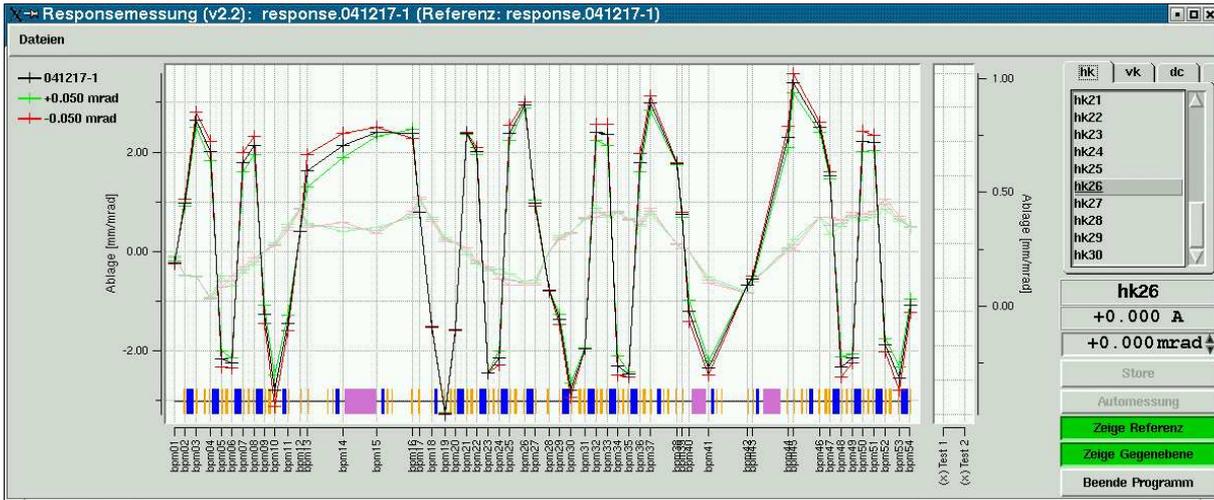


Abbildung 8.9: Oberfläche des Programms zur Aufzeichnung der Responsematrix. Als Beispiel sind hier die auf die Korrektoränderung skalierten Strahlantworten des horizontalen Dipolkorrektors *hk26* in der horizontalen (kräftige Linien) und der dazu orthogonalen vertikalen Ebene (schwache Linien) für Korrektoränderungen von  $\pm 50 \mu\text{rad}$  aufgetragen; der SAW ist an und die Injektionsbeule (Abschnitt 4.6) nivelliert. Die schwarze (graue) Linie verbindet die gewichteten Mittelwerte dieser Daten. Die beiden externen Monitore ‘Test 1’ und ‘Test 2’ sind ungültig deklariert, weshalb die Daten ignoriert und nicht dargestellt werden. Die deutliche Kopplung der horizontalen mit der vertikalen Strahlageänderung wird in Abschnitt 9.1.2 diskutiert.

### 8.2.3 Auswertung externer Monitore: ‘ExternalMonitors’

Sollen Strahlageinformationen externer Monitore zur Verwendung in der Orbitkorrektur ausgewertet werden, muss das Programm ‘ExternalMonitors’ im Hintergrund aktiv sein. Zu Beginn wertet es die Definitionen der externen Monitore durch die Datenbank aus, um dann fortlaufend ihre numerischen Informationen und ‘Gültigkeiten’ auszuwerten und analog zu denen der BPMs über das Kontrollsystem verfügbar zu machen. Die Gültigkeit eines externen Monitors ergibt sich aus dem Inhalt sogenannter ‘Validitätsrecords’, welche die Gültigkeit für jede Ebene getrennt anhand anderer Zustandsgrößen wie Photonenfluss, Beamshutterstatus etc. definieren. So kann beispielsweise ein ‘Beamshutter’ die eintreffende Strahlung an einem Photon-Monitor blockieren, sodass dieser kein sinnvolles Signal liefern kann.

### 8.2.4 Umrechnung der Korrektorstärken mit der Bibliothek ‘i2k’

Die Programmbibliothek ‘i2k’<sup>6</sup> enthält Informationen über alle strahlführenden Elemente des Speicherrings Delta, um Magnetbestromungen anhand der Ergebnisse aus Anhang B in energieskalierte, integrierte Multipolstärken umzurechnen. Die Umkehrung der Daten ist ebenfalls über ein integriertes Newtonverfahren möglich. Diese Routine ist unentbehrlich, sowohl um die berechneten Korrektoränderungen in die erforderlichen Stromänderungen umzurechnen als auch um die aktuellen Bestromungen der Strahlführungselemente in Bezug auf ihre Strahlwirkung zu interpretieren.

<sup>6</sup>Die Syntax der Anwendung und die daraus resultierende Art des Ergebnisses erhält man über den Befehl ‘i2k’ oder ‘i2k -help’.

## 8.3 Klienten der Orbitkorrektur

Die beiden im Folgenden beschriebenen Programme nutzen die Agentendienste der Orbitkorrektur (siehe Abschnitt 8.1.16) zur kontrollierten Änderung der Strahlage durch die Methoden des Orbitkorrekturprogramms.

### 8.3.1 SAW Feed-Forward

Das ‘Feed-Forward’ ist gewissermaßen die Umkehrung der Orbitkorrektur, indem der Orbit bereits in Erwartung einer vorhersagbaren Orbitstörung vorverstellt wird. Es wurde ein Feed-Forward implementiert, welches die Agentenschnittstelle der Orbitkorrektur nutzt, um die Orbitstörung eines sogenannten ‘Refreshs’ des SAW zur Hälfte abzufangen:

Um den Einfluss der kontinuierlichen Entladung des SAW (siehe Abschnitt 2.2.3) zu kompensieren, wird während des Betriebs des SAW etwa alle acht Stunden ein ‘Refresh’ durchgeführt, in dem der reduzierte Stromfluss durch die supraleitenden Spulen wieder auf den Sollwert erhöht wird. Dies geschieht durch paralleles Zuschalten der Netzgeräte im Sollstrombetrieb und kurzzeitigem Öffnen der ‘Dauerstromschalter’: Diese bestehen aus ebenfalls supraleitendem Material und überbrücken die Zuführungen der Magnetspulen. Um die Schalter zu öffnen, also den Kurzschluss über den Zuführungen aufzuheben, werden diese Verbindungsstücke durch Heizspulen auf eine Temperatur oberhalb der Sprungtemperatur gebracht. Dadurch wird der Feldabgleich wieder auf den ursprünglichen Wert restauriert, mithin auch die horizontale Winkel- und Positionsdifferenz des Elektronenstrahls infolge des Wigglerdurchlaufes. Die genauen Zeitpunkte, zu denen die Dauerstromschalter öffnen und die Spulenströme so binnen kürzester Zeit wieder auf den Sollwert geführt werden, sind nicht vorhersagbar. Ein SAW-Refresh bedingt daher einen plötzlichen Sprung der horizontalen Strahlage über den gesamten Speicherring. Am Monitor bpm16 macht sich diese Änderung mit einer Amplitude von etwa 1 mm je Stunde seit der letzten Verbindung der Stromversorgung mit den Spulen bemerkbar (siehe auch Abbildung 9.13).

Es wurde zwei Programme (‘saw-refresh’ und ‘sawwatch’) entwickelt, welche die durch einen SAW-Refresh induzierte Orbitänderung sowie den Zeitpunkt der letzten Netzgerätverbindung mitprotokollieren. Soll ein SAW-Refresh unter Verwendung eines Feed-Forward durchgeführt werden, so wird diese Information dazu verwendet, den Orbit um die Hälfte der erwarteten Orbitänderung mit umgekehrten Vorzeichen zu verändern.

Dazu wird die aufgezeichnete Orbitänderung linear auf die vergangene Zeit seit der letzten Netzgerätverbindung skaliert. Die Agentendienste i)-ii) der Orbitkorrektur (siehe Auflistung in Abschnitt 8.1.16) werden in Anspruch genommen, um nach der Herstellung einer proprietären Kontrolle über das Orbitkorrekturprogramm den Referenzorbit der erforderlichen Orbitänderung für die horizontale Ebene bei homogener Gewichtung zu übergeben. Über den Dienst iii) wird eine SVD-basierte Orbitkorrektur auf diese Referenz mit der Skalierung von 1.0 unter den vorherrschenden Einstellungen der Orbitkorrektur durchgeführt. Nun wird der SAW-Refresh initiiert. Da das Kontrollsystem keine zuverlässige Information über den erfolgten Refresh zur Verfügung stellt, werden sowohl die speisenden Netzgeräte als auch die Änderungen der Strahlage beobachtet: Wird entweder eine Strahländerung detektiert, die in der Größenordnung der Vorgabe durch das Feed-Forward ist (dies geschieht üblicherweise 10-20 Sekunden nach Initiierung des Refresh) oder aber beobachtet, dass die Stromstärke der Netzgeräte nach Erreichen eines Maximalwertes wieder heruntersgesetzt werden (dies geschieht etwa 70-100 Sekunden nach Initiierung des Refresh), so wird der Refresh für abgeschlossen befunden. Die maximal erreich-

te Strahlageänderung durch den SAW-Refresh sollte so auf etwa die Hälfte dessen beschränkt worden sein, was sich ohne Feed-Forward ergeben hätte.

Über den Agentendienst iv) wird die ursprüngliche Orbitreferenz und -gewichtung der Orbitkorrektur wieder hergestellt und durch den Dienst iii) ein SVD-basierter Korrekturschritt auf die ursprüngliche Referenz durchgeführt, um die verbliebene Orbitstörung durch den Refresh möglichst schnell zu nivellieren. Die während des Refresh-Vorgangs aufgezeichnete Orbitänderung wird in einer Datei gesichert und die proprietäre Kontrolle über die Orbitkorrektur aufgehoben, wodurch der ursprüngliche Programmzustand wieder hergestellt wird.

Dieses Programm kann aber nur jene Zeiten der Refresh-Zyklen detektieren, die durch eben dieses initiiert worden sind. Netzgerätverbindungen der SAW-Spulen, die nicht unter Verwendung des Feed-Forward hergestellt worden sind, oder während der erstmaligen Bestromung bestanden, würden zu einer falschen Berechnung des vergangenen Zeitraums seit der letzten Verbindung führen. Da die erwartete Orbitänderung linear mit dieser Zeit skaliert wird, könnte das Feed-Forward nicht akkurat angewendet werden. Daher agiert das Programm ‘sawwatch’ im Hintergrund, welches ständig den Zustand der speisenden Netzgeräte der supraleitenden Spulen beobachtet. Sobald ein Abfall der Stromstärke nach Erreichen eines Maximalwertes registriert wird, der SAW also entweder erstmalig bestromt oder aufgefrischt worden ist, wird die letzte Aufzeichnung der Orbitänderung mit dem aktuellen Zeitstempel versehen.

### 8.3.2 Strahlbasierte Monitorkalibration

Das Prinzip der strahlbasierten Monitorkalibration (engl. *Beam Based Calibration*, kurz BBC) wurde bereits in Abschnitt 4.7.3.1 basierend auf Gleichung (3.37) skizziert. Üblicherweise war der programmtechnisch aufwändigste Teil der BBC die Berechnung und Applikation geeigneter Orbitbeulen, die möglichst auch unter limitierenden Korrektoren die nötigen Ablagen an dem zu vermessenden Monitor erzeugen. Diese Aufgabe kann nun bequem über die Agentenschnittstelle auf die Orbitkorrektur übertragen werden. Folgende Konzepte wurden in das Programm der BBC integriert, um die benötigten Strahlablagen mithilfe der Orbitkorrektur herzustellen und verbesserte Messbedingungen zu schaffen (vergleiche auch mit Abbildung 8.10):

- Für jene Paarungen benachbarter Monitore, die durch keine Strahlführungselemente oder maximal durch einen Dipol (von dem angenommen wird, dass er einen Biegeradius entsprechend der Sollbahn bewirke) voneinander getrennt sind, kann die Strahlage zwischen diesen Monitoren parallel zur Sollbahn gelegt werden, ehe die Quadrupolstärke verändert wird. Dies kann dazu beitragen, die Strahlagedifferenz zwischen dem zu kalibrierenden Monitor und dem variierten Quadrupol zu reduzieren und so eine dominierende Fehlerquelle der Kalibration zu unterdrücken. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass die anschließende Änderung der Quadrupolstärke erneut eine Strahlagedifferenz erzeugen wird, die selbst wieder von der Strahlage im Quadrupol abhängig ist. Daher kann auch die Parallelisierung der Strahlage vor der Messung den Einfluss dieser Fehlerquelle nicht ganz unterbinden.
- Eine deutlich von Null verschiedene Strahlablage in der zur Vermessungsebene orthogonalen ‘Gegenebene’ könnte durch die Variation der Quadrupolstärke eine deutliche Orbitänderung in der Vermessungsebene hervorrufen: Betrage das Verhältnis der Abweichungsamplitude der Vermessungsebene zu der der Gegenebene infolge einer Änderung der Strahlführung in der Gegenebene gerade  $\gamma$ , so führt eine von Null verschiedene Strahlage der Gegenebene  $\bar{\kappa}$  am Quadrupol durch Variation der Quadrupolstärke zu einer relativen

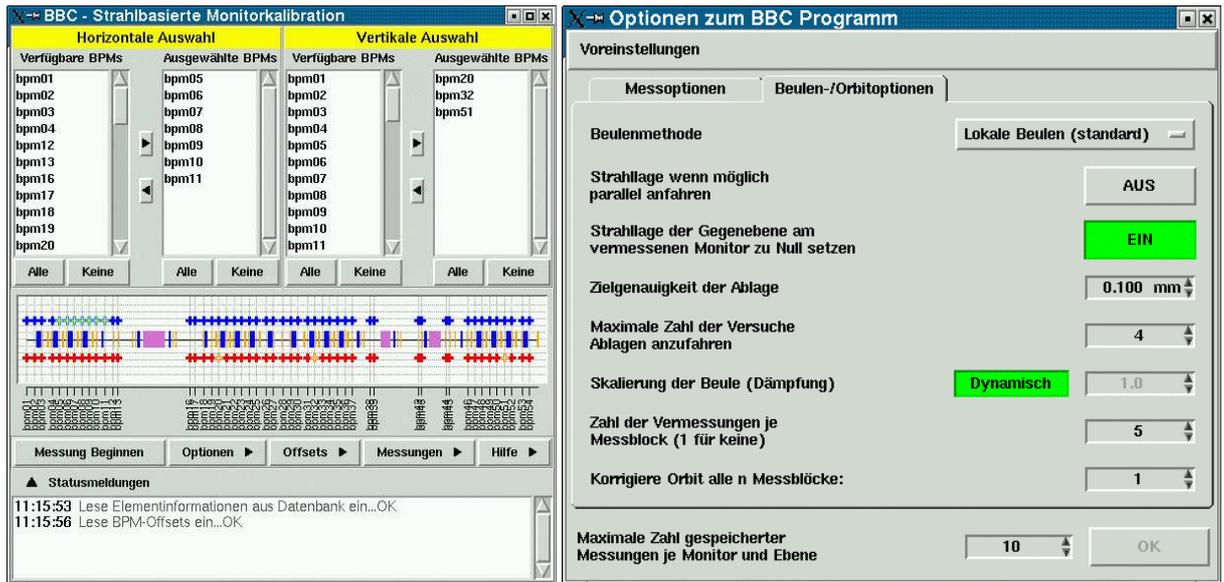


Abbildung 8.10: Links: Hauptoberfläche der BBC, mit Möglichkeiten zur Auswahl der zu vermessenden Monitore in beiden Ebenen sowie Zugänge zu den weiteren Programmoptionen und dem Beginn des Messprogramms. Rechts: Fenster des BBC-Programms zur Definition der Optionen der Strahlageanforderungen über die Agentendienste der Orbitkorrektur. Das Auswahlménú zur ‘Beulenmethode’ umfasst die Einträge ‘lokale Beulen’, die mit der Verwendung der autoparametrischen Beulen einhergeht sowie die Verwendung der deutlich zeitintensiveren Referenzbeulen. Auf die anderen Punkte wird im Text eingegangen.

Orbitstörung in der Vermessungsebene von

$$\frac{\Delta \|\vec{\kappa}\|}{\|\vec{\kappa}\|} \approx \gamma \sqrt{\frac{\beta_{\bar{\kappa}} \bar{\kappa}}{\beta_{\kappa} \kappa}}.$$

Dabei bezeichnen  $\beta_{\kappa}$  und  $\beta_{\bar{\kappa}}$  die Betafunktionen am Ort des Quadrupols in der Vermessungs- und der Gegenebene, respektive. Die Änderung der Strahlage in der Vermessungsebene ist aber gerade die Messgröße der Kalibration. Die Bestimmung von  $\gamma$  auf Basis der vermessenen (gekoppelten) Responsematrizen ergeben Werte für  $\gamma$  von bis zu 75% (typisch 30%) für horizontale Korrektoren bei gleichzeitigem Bestehen der Injektionsbeule und bis zu 18% (typisch 10%) für vertikale Korrektoren. Siehe auch Abbildung 8.9 und Diskussion in Abschnitt 9.1.2.

Auf Wunsch wird daher nicht nur die erforderliche Strahlage  $\kappa$  am zu kalibrierenden Monitor in der Vermessungsebene angefahren, sondern auch gleichzeitig die Ablage  $\bar{\kappa}$  in der Gegenebene zu Null gesetzt.

- Die Herstellung der angestrebten Strahlagen wird so oft über den Agentendienst `vii` angefordert, bis die gemessenen Strahlagen an allen Monitoren in  $\mathcal{M}$  innerhalb einer vorgebbaren Zielgenauigkeit liegen. Um eine allzugroße Zahl von Iterationen zu verhindern, die z. B. aus einer zu geringen Zielgenauigkeit resultieren könnte, wird die Zahl der Anwendungen auf einen Maximalwert begrenzt.
- Üblicherweise werden die Strahlagen mit einer Skalierung von  $F_{\text{korr}} = 1$  (siehe Abschnitt 8.1.10) angefahren. Es kann aber auch eine kleinere Skalierung angegeben werden, um Überkorrekturen aufeinanderfolgender Strahlagekorrekturen zu dämpfen (siehe auch

Diskussion in Abschnitt 8.1.10). Allerdings erhöht sich dadurch meist auch die Zahl der erforderlichen Anforderungen an die Orbitkorrektur, bis die Strahlage an den Monitoren der Menge  $\mathcal{M}$  innerhalb der Zielgenauigkeit liegt. Stattdessen kann eine *dynamische* Dämpfung angewählt werden: Enthaltene der Zähler  $c$  die Zahl der bereits erfolgten Anforderungen an die Orbitkorrektur, so wird die Skalierung  $F_{\text{kor}}(c)$  des Korrekturschrittes entsprechend dem Ausdruck

$$F_{\text{kor}}(c) = \max(1 - 0.1c, 0.5)$$

gewählt. Beginnend mit der Skalierung von  $F_{\text{kor}}(0) = 1$  wird so zunächst versucht, die geforderten Strahlageänderungen in einem Schritt anzufahren. Sofern die so erzielten Strahlablagen nicht innerhalb der Zielgenauigkeit liegen, werden weitere Korrekturschritte durch die Orbitkorrektur unter der sukzessiv um 0.1 reduzierten Skalierung, aber nicht kleiner als 0.5, initiiert.

- Fortlaufende Kalibrationen mit unterschiedlichen Monitormengen  $\mathcal{M}$  können bis zu einer gegebenen Maximalzahl im fortlaufenden Wechsel der Orbitbeulen angefahren werden (siehe Abschnitt 8.1.14) und werden unter dem Begriff ‘Messblock’ zusammengefasst. Erst am Ende eines Messblocks (sowie am Ende des gesamten Messprogramms aller zu kalibrierender Monitore) wird die Orbitbeule geschlossen, d.h. jene Korrektoreinstellungen rekonstruiert, die vor Beginn des Messblocks eingestellt waren (Agentendienst viii)).
- Nach Abschluss eines Messblockes bietet es sich an, die globale Strahlage auf die Referenz der Orbitkorrektur zu korrigieren, um einen gut korrigierten Orbit auch über die Dauer längerer Messprogramme zu erhalten. So kann der Agentendienst iii) dazu genutzt werden, regelmäßig einen SVD-basierten Korrekturschritt auf die eingestellte Orbitreferenz anwenden zu lassen.

Messreihen und Ergebnisse der strahlbasierten Monitorkalibration und ihre Auswirkungen auf den Orbitkorrekturbetrieb werden in Abschnitt 9.6 vorgestellt.

# Kapitel 9

## Ergebnisse

### 9.1 Ergebnisse der SVD-basierten Orbitkorrektur

#### 9.1.1 Test der Implementierung

Um die erforderliche Zuverlässigkeit der Implementierung der in den Kapiteln 5 und 6 beschriebenen Konzepte im Umgang mit Korrektorlimitationen beurteilen zu können, wurden zahlreiche Ergebnisse unterschiedlichster Vorgaben auf Konsistenz und Erfüllung der geforderten Randbedingungen überprüft. Abbildung 9.1 zeigt ein solches Beispiel. Die dort dargestellte Situation entspricht allerdings nicht den üblichen Korrekturbedingungen, sondern wurde unter dem Gesichtspunkt der Anschaulichkeit konstruiert<sup>1</sup>: Alle vertikalen Korrektoren wurden auf 80 % ihrer maximalen Stärke gesetzt (ohne gespeicherten Strahlstrom im Speicherring). Ausgehend von einer angenommenen Orbitrücklese  $\vec{z} = 0$  in der vertikalen Ebene sollte eine Strahllageänderung von +0.5 mm am bpm16 und -0.5 mm am bpm17 durch eine Referenzbeule unter Verwendung aller vertikalen Dipolkorrektoren berechnet werden, vergleiche mit den Abschnitten 7.2.1 und 8.1.12. Siehe auch Abschnitt 4.7.3.1 zur Sensitivität dieser Monitore gegenüber vertikalen Strahllagekorrekturen aufgrund des geringen Phasenvorschubs zwischen ihnen.

Ohne Beachtung der Korrektorlimitationen überträfen zehn Korrektoren ihre maximale Korrektorstärke. Durch Anwendung der Lösungsstrategien S1 oder S2 der Abschnitte 6.5.1 und 6.5.2 erhält man eine zulässige Lösung, in der nun zwölf Korrektoren auf ihre maximale Stärke gesetzt werden müssen (dunkelgraue Balken in Abbildung 9.1 unten). Die zugehörige Lösung im Orbitraum (dicke rote Linie in Abbildung 9.1 oben) erfüllt die gestellte Vorgabe an den hochgewichteten Monitoren bpm16 und bpm17 ( $w_i = 1000$ ) im Rahmen der Monitorgenauigkeit allerdings auf Kosten der Strahllageänderungen an den relativ niedriger gewichteten Positionen ( $w_i = 1$ ). Hier ist sowohl das grundsätzliche Problem der Monitorgewichtung ersichtlich, als auch die daraus resultierende, unzulängliche Lokalität einer Referenzbeule, siehe Abschnitt 7.2.1.

Neben der Erfüllung der Vorgabe durch die Orbitreferenz wurde auch geprüft, dass die Lösung in dem durch  $\sigma_{\text{cut}}$  definierten Lösungsraum liegt. Auf eine Darstellung der Lösungskomponenten im gewichteten Orbitraum wird hier verzichtet, es sei aber angemerkt, dass alle getesteten Lösungen diese Randbedingung erfüllten (die Komponenten im Nullraum sind typischerweise von der Amplitude  $10^{-12}$  oder kleiner).

---

<sup>1</sup>Die entsprechenden Dateien sind unter `alldelta.performance` und `korrektur.performance` in ihren zugehörigen Verzeichnissen hinterlegt.

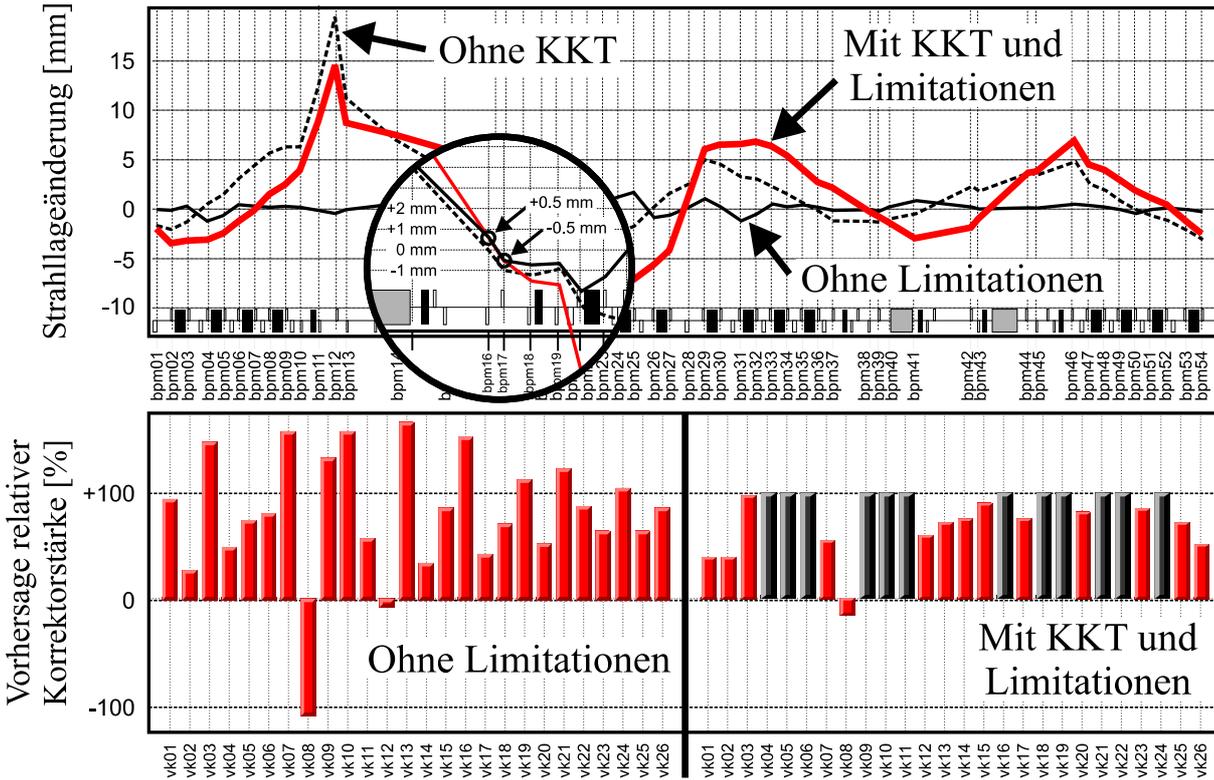


Abbildung 9.1: Einzelbeispiel einer berechneten Lösung für eine Referenzbeule, d.h. nur Monitore, an denen eine vorgegebene Strahl Lageänderung erreicht werden soll, sind gegenüber den verbleibenden Monitoren sehr hoch (hier mit 1000:1) gewichtet. Die vorgegebene, vertikale Strahl Lageänderung beträgt  $\pm 0.5$  mm an den Monitoren bpm16 und bpm17 unter der Verwendung aller 26 vertikalen Dipolkorrektoren. Links unten ist die bestmögliche Lösung im Korrektorraum unter Ignoranz der Korrektorlimitationen – rechts unten die beste Lösung mit Berücksichtigung der Limitationen dargestellt (limitierende Korrektoren sind durch dunkelgraue Balken markiert). Oben ist die jeweils erwartete Orbitänderung aufgetragen (schwarze und rote Linie, respektive). Ebenfalls eingetragen ist die zu erwartende Ablageänderung infolge der Lösungsstrategie S1 unter Missachtung des KKT-Kriteriums, siehe Text und Abbildung 9.2. Die in diesem Falle fehlerhafte Lösung (gestrichelt) verfehlt die Vorgabe der Strahl Lageänderung um je etwa  $-0.5$  mm, siehe eingekreiste Vergrößerung.

Um die gefundenen Ergebnisse auf Konsistenz zu prüfen, erweist es sich als hilfreich, die gewichtete Differenz der erwarteten Strahl Lage zur vorgegebenen Referenz

$$\chi_{\kappa}^2 := \left\| \mathbf{R}\theta^{(f)} + \Delta\vec{r} \right\| \quad (9.1)$$

als Funktion der Dimensionalität des Lösungsraumes  $r^{(1)} = n - |\mathcal{H}(\sigma_{\text{cut}})|$  aufzutragen. Sofern für jede Dimensionalität des Lösungsraumes der korrekte KKT-Punkt ermittelt wird, muss der Verlauf von  $\chi_{\kappa}^2$  gegen  $r^{(1)}$  monoton fallend sein, und zwar unabhängig von der Zahl limitierender Korrektoren. Abbildung 9.2 stellt den Verlauf von  $\chi_{\kappa}^2$  für die oben beschriebene Vorgabe der Referenzbeule für unterschiedliche Implementierungen der Lösungsbestimmung dar. Erwartungsgemäß führt die Restriktion des Lösungsraumes auf die zulässige Menge der Korrektorlimitationen zu einer weniger guten Korrektur (größeres  $\chi_{\kappa}^2$ ), als dies ohne Berücksichtigung der Limitationen möglich wäre, sobald nur mindestens eine Limitation aktiv ist. Eine fehlerhafte Implementierung der Lösungsstrategie kann in solchen Situationen zu einem nicht-monotonen Abfall der verbleibenden Orbitdifferenz  $\chi_{\kappa}^2$  führen. In den Abbildungen 9.1 und 9.2 wird dies

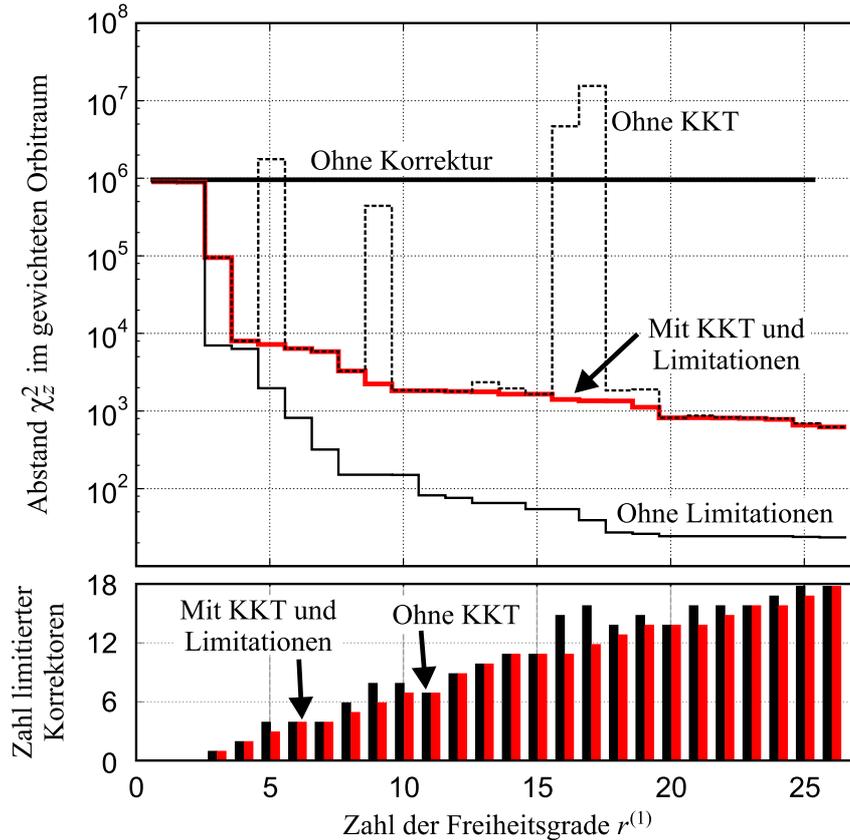


Abbildung 9.2: Oben: Verlauf der gewichteten Differenz  $\chi_z^2$  der erwarteten Strahlage zur Referenz nach Gleichung (9.1) als Funktion der Dimensionalität  $r^{(1)}$  des Lösungsraumes für die im Text beschriebene Vorgabe einer vertikalen Referenzbeule. Die Berücksichtigung der Korrekturlimitationen (rote Linie) führt erwartungsgemäß zu einer Erhöhung des erreichbaren  $\chi_z^2$  gegenüber der unrestringierten Lösung (schwarze Linie). Eine fehlerhaft implementierte Lösungsstrategie ohne Test auf Erfüllung des KKT-Kriteriums (siehe Text) kann nicht nur zu einem nicht-monotonen Abfall von  $\chi_z^2$  mit zunehmendem  $r^{(1)}$ , sondern sogar zu einer Verschlechterung der Strahlage in Bezug auf die gewichtete Vorgabe führen (gestrichelte Linie). Nichtsdestotrotz entspricht die Lösung ohne Test auf das KKT-Kriterium meistens auch jener Lösung, die das KKT-Kriterium erfüllt. In diesen Fällen ist diese Strategie von maximaler Konvergenzgeschwindigkeit, vergleiche mit der Diskussion in Abschnitt 6.5.1. Balkendiagramm unten: Zahl limitierender Korrekturen für die korrespondierenden Lösungen des oberen Graphen. Die Situation für  $r^{(1)} = 17$  korrespondiert mit der Darstellung in Abbildung 9.1.

anhand der gestrichelten Lösungen ('ohne KKT') veranschaulicht. Diese wurden erhalten, indem die Verzweigung in Schritt S1.5 der Strategie S1 der orthogonalen Projektionen immer in Schritt S1.7 mündet, also die Überprüfung der Lagrangemultiplikatoren – mithin eine Deaktivierung zuvor aktivierter Ebenen – umgangen wird. Zwar mündet diese vereinfachte Strategie in den meisten Fällen auch ohne diese Verzweigung im KKT-Punkt (und ist damit von der schnellstmöglichen Konvergenz, vergleiche Diskussion auf Seite 76), manchmal jedoch nicht.

Das Beispiel ist bewusst so gewählt worden, dass die Lösung dieses fehlerhaften Verfahrens in einem Wert für  $\chi_z^2$  resultieren kann, der sogar den Wert ohne Anwendung einer 'Orbitkorrektur'  $\chi_\kappa^2(0) := \|\Delta\vec{\kappa}\|$  (fette Linie in Abbildung 9.2) übertrifft, den gewichteten Orbit also in Bezug auf die Referenz *verschlechtert*, statt verbessert. Eine solche Fehlberechnung der Lösung tritt

umso eher auf, je mehr Korrektorlimitationen zu berücksichtigen sind und je kleiner der Wert für  $\chi_{\kappa}^2(0)$  ist, also je näher der zu korrigierende Orbit an der vorgegebenen Referenz liegt.

Allgemein kann nur eine korrekte Implementierung zur Bestimmung von  $\vec{\theta}^{(f)}$ , die sicher auf den KKT-Punkt konvergiert, die erforderliche Zuverlässigkeit einer Orbitkorrektur für den Nutzerbetrieb des Speicherringes garantieren.

### 9.1.2 Asymptotische Genauigkeit der Orbitkorrektur

In Abschnitt 8.1.10 wurde der asymptotische Limes der Orbitkorrektur definiert, in dem bei gegebenem Skalierungsfaktor  $F_{\text{kor}}^2$  die Amplitude der vorhergesagten Orbitänderung jener entspricht, die sich aus der Abweichung der tatsächlichen Orbitänderung von der Vorhersage ergibt. Je größer dieser Fehler ist, desto schlechter ist die erreichbare Orbitqualität im asymptotischen Limes. Als dominierende Ursache dieser Abweichungen wurde eine unzureichende Übereinstimmung der aufgezeichneten Responsematrix mit der tatsächlich erfolgenden Strahlantwort identifiziert. Da theoretische Modelle der Speicherringoptik bislang nur unzureichend die gemessene Responsematrix reproduzieren können, ist es notwendig, diese Matrix mit dem Programm ‘response’ (Abschnitt 8.2.1) experimentell aufzuzeichnen. An Abbildung 8.9 werden zwei Fehlerquellen der so erhaltenen Responsematrix erläutert:

Dominierend trägt die zum Teil erhebliche Orbitkopplung zur Abweichung der Vorhersage von der tatsächlichen Strahländerung bei. Die besonders ausgeprägten Änderungen der vertikalen Strahländerung als Antwort auf die Änderung des horizontalen Korrektors hk26 sind in Abbildung 8.9 als pastellfarbene Linien dargestellt. Aber auch Orbitänderungen durch andere Korrektoren zeigen eine deutliche Kopplung in der zu ihnen orthogonalen Ebene. Ursächlich könnte zunächst eine Verdrehung (skew) des Quadrupoljoches, auf dem der jeweilige Korrektor montiert ist, um einen Winkel  $\Delta\varphi$  sein. Dadurch würde die Dipolkomponente aus der einen in die andere Ebene mit dem Faktor  $\sin \Delta\varphi \approx \Delta\varphi$  übertragen werden. Für diesen Ansatz spricht auch die Beobachtung, dass die Orbitänderungen in der jeweils orthogonalen Ebene eines Korrektors in guter Näherung linear mit der Änderung der Korrektorstärke skalieren. Für den horizontalen Korrektor hk26 kann gemäß Gleichung (3.33) aus dem Verhältnis der Ablageänderungen aus Abbildung 8.9 und der Kenntnis der optischen Funktionen an den relevanten Stellen eine mögliche Verdrehung des Quadrupols von etwa  $-15$  mrad abgeschätzt werden<sup>2</sup>. Die Aufmessung des betroffenen Quadrupoljoches mit einer Präzisionswasserwaage ergab jedoch lediglich eine Verdrehung von  $-0.4$  mrad, die nicht für den beobachteten Effekt verantwortlich sein kann. Daraus kann man folgern, dass die beobachtete Kopplung weniger eine Folge des verdrehten Korrektors ist, als ihre Ursache im azentrischen Durchgang der Strahländerung durch koppelnde Multipolfelder  $n > 2$  – vornehmlich Sextupolfelder – haben wird. Tatsächlich lässt sich das Amplitudenverhältnis der Strahländerungen in beiden Ebenen für viele Korrektoren deutlich reduzieren, wenn vor der Vermessung der Responsematrix die Injektionsbeule (Abschnitt 4.6) nivelliert wird, die eine Ablage von etwa 10 mm in Sextupolfeldern des Injektionsbereiches verursacht.

Darüberhinaus zeigt sich häufig eine scheinbar systematische Abweichung von der erwarteten Linearität der Strahlantwort des vermessenen Korrektors, je nachdem, ob die Korrektorstärke bezüglich ihres Ausgangswertes erhöht oder abgesenkt wird. Dies schlägt sich in der Differenz der

<sup>2</sup>Dieser Wert ergibt sich für eine vertikale Ablageänderung am bpm17 von etwa 1 mm/mrad, einer horizontalen Änderung am bpm45 von etwa 3.2 mm/mrad und der Verwendung der Modellwerte der del-008-Optik mit 100 % asymmetrisch erregtem SAW (siehe Abbildung 4.2):  $\beta_x(\text{hk26}) = 7.37$  m,  $\beta_z(\text{hk26}) = 2.80$  m,  $\beta_x(\text{bpm45}) = 5.44$  m,  $\beta_z(\text{bpm17}) = 100.4$  m,  $Q_x = 9.21$ ,  $Q_z = 3.38$  und  $\Delta\phi_x(\text{hk26} \rightarrow \text{bpm45}) = 9.07 \cdot 2\pi$ ,  $\Delta\phi_z(\text{hk26} \rightarrow \text{bpm17}) = 1.46 \cdot 2\pi$ .

durchgezogenen Messkurven in Abbildung 8.9 nieder und ist kaum mit der vernachlässigbaren Hysterese der Korrektoren zu erklären (siehe Abschnitt 4.5.2). Die Klärung der Ursache dieser Abweichungen bedarf noch weiterer Untersuchungen.

Möglicherweise ließe sich die erreichbare Korrekturqualität im asymptotischen Limes verbessern, indem man zur Lösung der Orbitkorrektur die gekoppelte Responsematrix anstelle der Einzelmatrizen in jeder Ebene (siehe Abschnitt 5.1.3) heranzöge. Allerdings kann dieser Ansatz durch eine Abhängigkeit der Orbitkopplung von der aktuellen Strahlmenge wertlos gemacht werden.

### 9.1.3 Wiederholraten und Dauer der Korrekturschritte

Der Zeitraum, der zwischen dem Beginn zweier aufeinanderfolgender Korrekturschritte verstreicht, wird durch die Dauer des ersten Korrekturschrittes und der sich anschließenden Wartezeit zum Abklingen der Transienten bestimmt.

Die Dauer eines Korrekturschrittes setzt sich zusammen aus der Zeit für die Datenakquisition, die Berechnung des Lösungsvektors  $\vec{\theta}^{(f)}$ , und die Übertragung dieser Lösungskomponenten an die Geräte der Korrektorelemente durch das Kontrollsystem. Typische Werte der vorliegenden Implementierung sind etwa 100 ms für das Lesen des Orbits und die Auswertung der Lösung unter Berücksichtigung von typisch 0-3 Korrektorlimitationen. Der Schreibvorgang beansprucht im fehlerfreien Fall etwa weitere 100 ms je Setzwert, dessen Änderung jenseits der Auflösungsgenauigkeit des zugehörigen Korrektorelements liegt. Diese Zahl nimmt mit zunehmend verbesserter Orbitqualität ab, sodass im asymptotischen Gleichgewichtszustand der Orbitkorrektur üblicherweise nur einige wenige Korrektoren gesetzt werden, und die Dauer eines Korrekturschrittes etwa 1 s beträgt. In Abbildung 9.3 ist eine Statistik der Korrekturdauern und -abstände abgebildet.

Kommt es zu einem Schreibfehler eines Korrektorsetzwertes auf Ebene des Kontrollsystems, so versucht die Orbitkorrektur alle Änderungen der zugehörigen Korrekturgruppe rückgängig zu machen, um eine unnötige Minderung der Orbitqualität zu vermeiden (siehe Abschnitt 8.1.7). Dabei kommt es meist wieder zu einem Schreibfehler, sodass die Gesamtverzögerung etwa 45 s beträgt. So entsteht in Abbildung 9.3 ein zweiter Häufungspunkt für die Dauer der Korrekturschritte. Nimmt man diese Punkte aus der Statistik heraus (etwa 140 im Laufe der ausgewerteten Betriebswoche), so ergibt sich für die Dauer eines Korrekturschrittes ein Mittelwert von 1.9 s bei einer Standardabweichung von 0.9 s und einem Maximalwert von 10 s, (2.1 s, 2.5 s und 47 s respektive, unter Berücksichtigung der Zeiten mit Kontrollsystemfehlern).

Es wird eine empirisch bestimmte Mindestzeit von 0.5 s angesetzt, die nach Anwendung einer Orbitkorrektur verstreichen muss, ehe die Strahlmenge zur Berechnung des folgenden Korrekturschrittes ausgewertet werden darf. Sofern Korrektorelemente verwendet werden, die nicht über die Rampe für Dipolkorrektoren (siehe Abschnitt 4.5.5) gesteuert werden, wird diese Zeit pauschal auf 2.0 s verlängert. Dadurch wird vermieden, zusätzliche Regelparameter (z. B. zur Bewertung eines Proportional- oder Differentialsignals, siehe Abschnitt 2.2.2) einzuführen. Denn üblicherweise verlängert sich die Zeit zwischen aufeinanderfolgenden Korrekturschritten im asymptotischen Limes ohnehin um einige Sekunden durch die Erfordernis der Mindestamplitude einer Korrektöränderung, die zur Anwendung eines Korrekturschrittes übertroffen werden muss (siehe Abschnitt 9.1.2). Gemäß den Messdaten aus Abbildung 9.3 beträgt der Mittelwert der Zeit, die zwischen dem Beginn aufeinanderfolgender Korrekturschritte verstreicht, 8.4 s mit einer Standardabweichung von 6.1 s, einem Minimalwert von 3 s und einem Maximalwert von 76 s. Damit beträgt die maximal korrigierbare Störfrequenz etwa 0.1 Hz (unter der Annahme, dass mehr als zwei Korrekturschritte je Schwingung der Orbitstörung größer, korrigierbarer Frequenz erfol-

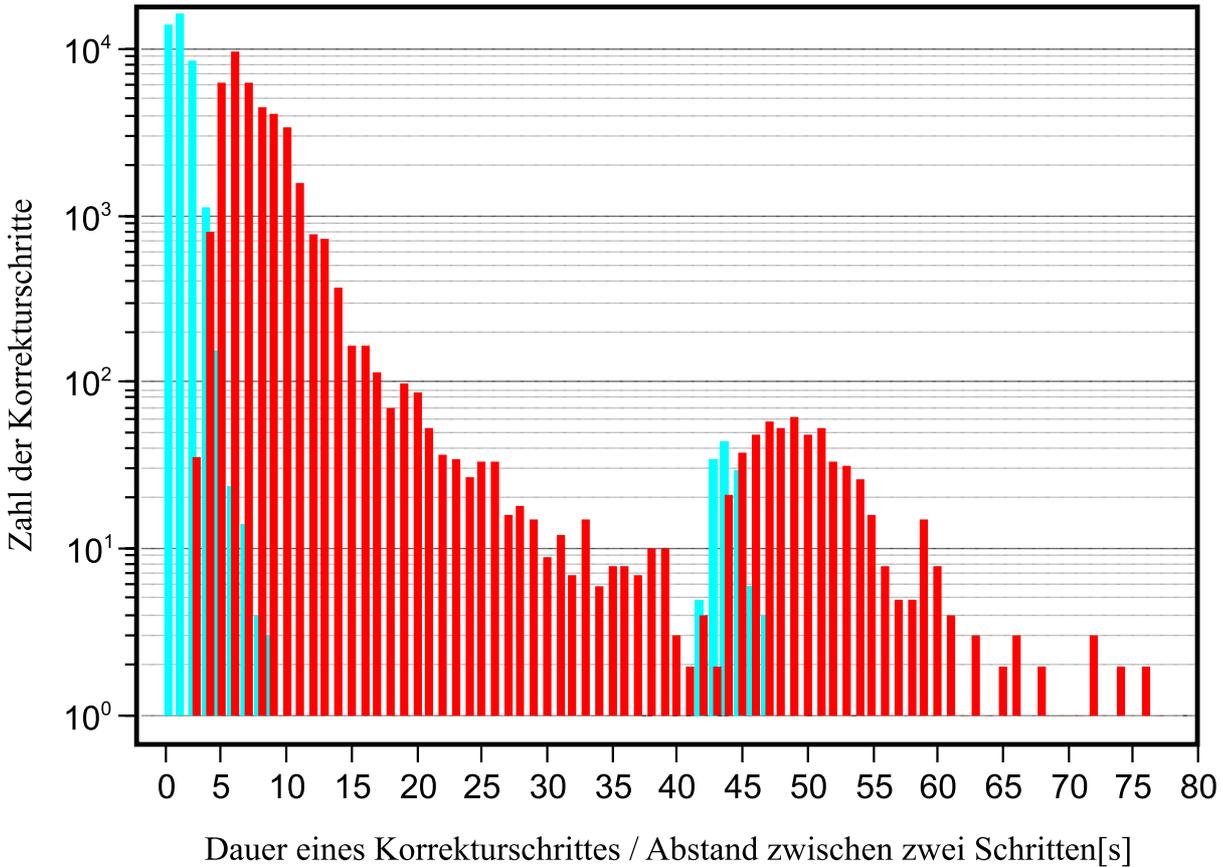


Abbildung 9.3: Statistische Übersicht über die Korrekturdauer (blaue Balken im Hintergrund) und die zeitlichen Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Korrekturschritten (rote Balken im Vordergrund) aus etwa 40 500 Korrekturschritten während der Nutzerwoche vom 13.-17.12.04. Für die Dauer der Korrekturschritte wurden jene Zeiten zugrunde gelegt, in denen die Rampe der Dipolkorrektoren aktiv ist, siehe Abschnitt 4.5.5. Diese umfassen die Zeiten zum Schreiben und zum synchronen Anfahren der Setzwerte. Die Häufung der Korrekturdauern im Bereich über 40 s ist auf Schreibfehler des Kontrollsystems zurückzuführen, siehe Text. Im zur Rampe des Boosters synchronisierten Betrieb findet ein Korrekturschritt alle 6.5 s statt, die zur Häufung der Korrekturabstände in diesem Bereich beitragen.

gen sollten), sofern die Amplituden klein sind und die Störung durch die Änderung weniger Korrektoren kompensiert werden kann.

#### 9.1.4 Ergebnisse zur Orbitstabilität

Die Auswertungen dieses Abschnittes beruhen auf Messwerten, die während der Betriebswochen vom 15.-19.11.04 und vom 13.-17.12.04 aufgezeichnet worden sind. Mit Ausnahme der Darstellung in Abbildung 9.5 wurden ferner nur jene Messpunkte berücksichtigt, in denen die globale Orbitkorrektur aktiv war, aber nicht das Booster-Synchrotron. Letzteres würde aufgrund seines Einflusses auf die Strahlage im Speicherring (siehe Abschnitt 8.1.8) zu Fehlern in der Strahlageauswertung führen, da die automatisierte Aufzeichnung der Strahlagepositionen einmal je Minute nicht zum zeitlichen Verlauf der Rampe synchronisiert ist. Deutliche Abweichungen der

Strahlage in den präsentierten Daten können außerdem durch einen SAW-Refresh verursacht sein, weshalb diese Zeitpunkte in den Graphen hervorgehoben sind.

#### 9.1.4.1 Orbitkorrektur an hochgewichteten Monitoren

Abbildung 9.4 zeigt die Abhängigkeiten der horizontalen Strahlageentwicklung an dem hochgewichteten Monitor bpm29 (Gewicht  $w = 1200$ ) und dem normalgewichteten Monitor bpm51 ( $w = 1.0$ ) zusammen mit dem Verlauf des Strahlstromes über den Zeitraum einer Messwoche. Neben der thermisch bedingten Abhängigkeit der horizontalen Strahlage am bpm51 vom

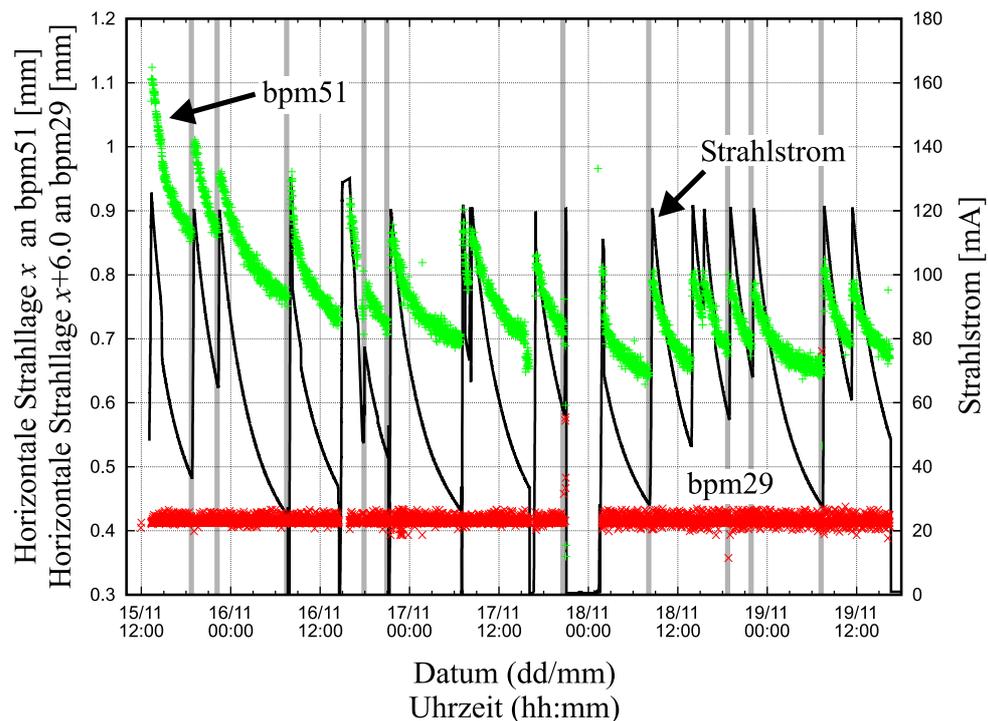


Abbildung 9.4: Vergleich der Entwicklung der horizontalen Strahlpositionen am hochgewichteten Monitor bpm29 ( $w = 1200$ , hinter dem Injektionsseptum gelegen) und am Monitor bpm51 ( $w = 1.0$ ) zusammen mit der des Strahlstromes über den Verlauf der Woche vom 15.-19.11.2004. Zeiten des SAW-Refreshes sind grau hinterlegt. Die Korrelation der Strahlage an bpm51 mit dem Strahlstrom ist nicht untypisch für die Entwicklung der Strahlage an gering gewichteten Monitoren.

Strahlstrom spiegelt Abbildung 9.4 auch die Entwicklung eines Gleichgewichtszustandes des gesamten Speicherrings wieder: demnach vergehen etwa 2-3 Tage Strahlbetrieb, ehe die Ablagen als Funktion des Strahlstromes reproduzierbar sind.

Durch das hohe Gewicht am Monitor bpm29 sind dort jedoch keine systematischen Strahlagevariationen über den Verlauf der Messwoche erkennbar. An Abbildung 9.5 zeigt sich indes, dass die Strahlage dort ohne Betrieb der Orbitkorrektur deutlich als Funktion des Strahlstromes variiert. In der dargestellten Messung ist über Nacht versäumt worden, die Orbitkorrektur zu aktivieren. Deutlich ist die Variation der horizontalen Strahlage am bpm29 bei ausgeschalteter Korrektur zu erkennen. Mit dem Zuschalten der Orbitkorrektur wird die Strahlage auch durch die hohe Gewichtung der Strahlagedifferenz an diesem Monitor wieder auf der Vorgabe der Referenz geführt.

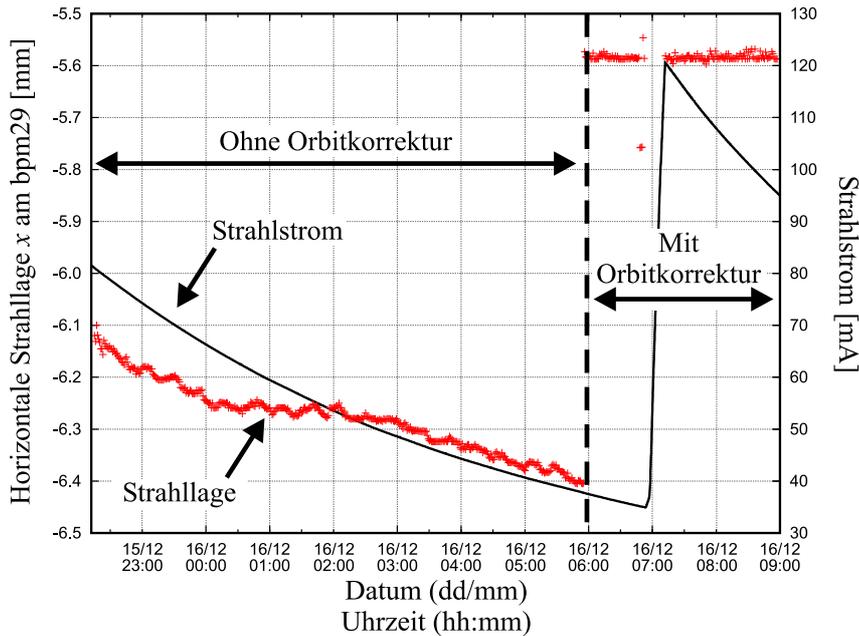


Abbildung 9.5: Einfluss der Orbitkorrektur auf die horizontale Strahlage am hoch gewichteten Monitor bpm29. Vergleiche auch mit Abbildung 9.4. Die abweichenden Datenpunkte um kurz vor 7 Uhr entstanden durch einen SAW-Refresh. Die anschließende Datenlücke blendet Ablageänderungen durch den Betrieb des Booster-Synchrotrons BoDo aus, vergleiche auch mit Kapitel 8.1.8.

#### 9.1.4.2 Phasenraumrekonstruktion am Injektionsseptum

Um mittelfristig eine konstante Injektionseffizienz des Strahlstromes aus dem Booster-Synchrotron nach Delta zu ermöglichen, ist es unter anderem erforderlich, die Strahlage am Injektionsseptum relativ zur Strahlführung des Transportweges T2 konstant zu halten. Im linken Graphen der Abbildung 9.6 ist die gemessene transversale Verteilung der Strahlagen an den Monitoren bpm28 und bpm29 über die Betriebswoche vom 15.-19.11.2004 aufgetragen. Die dargestellten Daten sind bereits um die Nichtlinearität der Signalfunktion der BPMs von der realen Strahlage bereinigt worden, siehe Abschnitt 4.7.1: Bei mittleren, horizontalen Rücklesewerten am bpm28 von  $-9.32$  mm und von  $-5.58$  mm am bpm29, die auf Basis einer festen Monitorkonstante  $a_x(0, 0)$  nach Gleichung (4.1) berechnet worden sind, müssen die horizontalen Ablagen um  $+12\%$  (am bpm28) bzw. um  $+4\%$  (am bpm29) korrigiert werden [82, Seite 26f.], um Werte für die realen Strahlagen zu erhalten. Vertikal ist aufgrund der moderaten Ablagen unter  $1.5$  mm keine Korrektur der gemessenen Strahlagen erforderlich.

Um aus diesen Daten die Phasenraumverteilung am Ausgang des Injektionsseptums zu rekonstruieren, muss ferner die Strahlageänderung durch den Quadrupol de-qd01+03 (kurzer Quadrupol mit ext. Sextupoljoch) berücksichtigt werden, der sich unmittelbar vor dem Monitor bpm29 befindet. Dieser ist im Standardbetrieb mit  $23.45$  A bestromt, wodurch sich bei einer Strahlenergie von  $1.485$  GeV anhand der Umrechnungen aus Anhang B.4.2 eine integrierte Quadrupolstärke von  $0.425$  m $^{-1}$  ergibt. Nimmt man an, dass die Winkeländerung durch den Quadrupol in seiner longitudinalen Mitte stattfindet, die  $11.7$  cm vor dem bpm29 liegt, ergibt sich durch den Quadrupol eine horizontale Winkeländerung von etwa  $-2.44$  mrad, wobei der Strahl im Quadrupol etwa  $65$   $\mu$ m weiter außen liegt als am bpm29 (korrigierter Mittelwert  $\langle x \rangle = -5.805$  mm). In der vertikalen Ebene ergibt sich durch den Quadrupol ein Ablenkwinkel von  $-0.46$  mrad, wobei der Strahl im Quadrupol etwa  $75$   $\mu$ m weiter oben liegt als am bpm29 ( $\langle z \rangle = 1.014$  mm). Diese Korrektur-

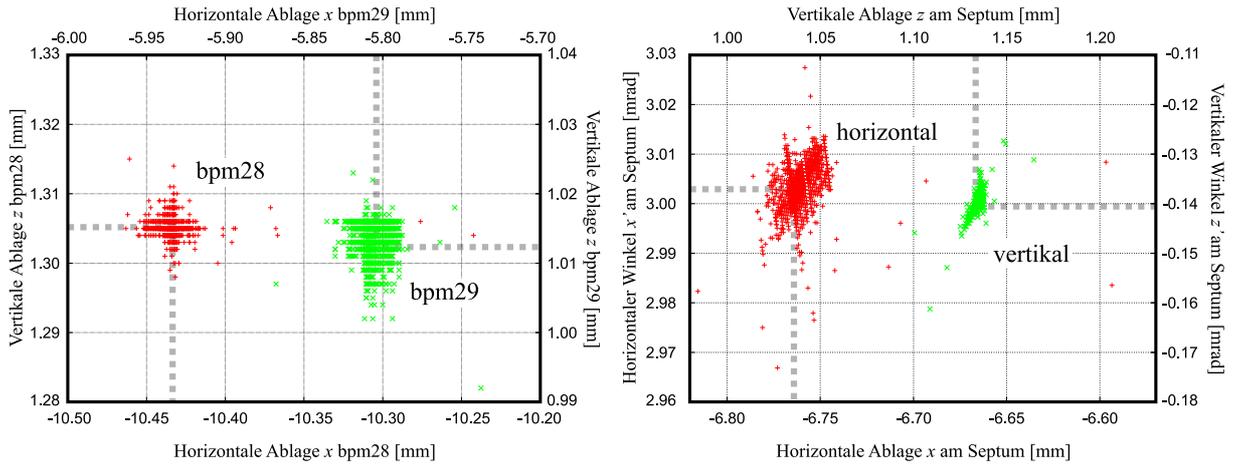


Abbildung 9.6: Links: Verteilung der transversalen Strahllagen am Monitor bpm28 und bpm29 über den Verlauf der Messwoche vom 15.-19.11.2004. Rechts: Resultierende Phasenraumverteilung am Injektionsseptum in der horizontalen (rot, linker Häufungspunkt) und der vertikalen Ebene (grün, rechter Häufungspunkt) unter Berücksichtigung des zwischen den Monitoren eingeschlossenen Quadrupols, siehe Text. Die horizontalen Strahllagedaten sind für den bpm28 um +12 %, für den bpm29 um +4 % korrigiert worden, um der Nichtlinearität der Strahllagemonitore zu entsprechen. Die grau hinterlegten Linien sollen die Zuordnung der Datenpunkte mit den zugehörigen Achsen vereinfachen. Es ist zu beachten, dass die Standardabweichungen vom Mittelwert kleiner sind als die Ausdehnungen der Verteilungen, da mehrfach überdruckte Punkte nur einfach dargestellt werden.

werte werden für die geringen Strahllageänderungen in Abbildung 9.6 als konstant angesehen. Durch lineare Interpolation der Strahllagen am bpm28 und im 1.563 m von diesem entfernten Quadrupol, erhält man dann Ablage und Winkel am Septum, welches in einem Abstand von 1.223 m hinter dem bpm28 referenziert ist. Der so reproduzierte Phasenraum ist rechts in Abbildung 9.6 dargestellt. Die horizontale bzw. vertikale Strahllage am Septum ergibt sich demnach zu  $\langle x \rangle = -6.762 \pm 0.005$  mm bzw.  $\langle z \rangle = 1.135 \pm 0.002$  mm und der horizontale bzw. vertikale Winkel zu  $\langle x' \rangle = 3.003 \pm 0.003$  mrad bzw.  $\langle z' \rangle = -0.139 \pm 0.001$  mrad, wobei die Verteilungen nicht gaußförmig sind.

Die Ergebnisse müssen unter dem Vorbehalt bewertet werden, dass die Messdaten nur für jene Zeiten ausgewertet worden sind, in denen *kein* Injektionsbetrieb stattfand (siehe einleitende Bemerkung des Abschnitts 9.1.4). Um detailliertere Aussagen zur Reproduzierbarkeit der Strahllage am Septum während des Injektionsbetriebs machen zu können, müsste die Datenprotokollierung mit der Rampe des Boosters synchronisiert werden. Ferner ist zum Zeitpunkt der Injektion die Strahllageänderung der Kickerbeule aufzuaddieren, deren Varianz nur über eine hinreichend schnelle Auswerteelektronik erfassbar wäre (was technisch aber kein Problem darstellt).

Unberücksichtigt bleibt bislang auch eine mögliche Positionsänderung der Monitorköpfe gegenüber der Strahlführung des T2. Die über einen Wegaufnehmer aufgezeichnete Horizontalverschiebung des bpm29 gegen den Ständer des Wegaufnehmers zeigt Positionsänderungen im Bereich von etwa  $\pm 15 \mu\text{m}$ , die schwach mit dem Strahlstrom korreliert zu sein scheinen. Allerdings ist die Auflösungsgenauigkeit auf  $5 \mu\text{m}$  und die Stabilität auf  $5 \mu\text{m}/24\text{h}$  begrenzt. Daher werden die Daten zwar etwas mit einer tatsächlichen Kammerbewegung im Bereich weniger  $5 \mu\text{m}$  zu tun haben, darüber hinaus sind die Informationen aber nur schwer interpretierbar. An anderen Monitoren betragen die Transversalbewegung jedoch durchaus mehrere  $10 \mu\text{m}$  [44].

### 9.1.4.3 Strahlstabilitäten an Quellpunkten und dem Injektionsseptum

Tabelle 9.1 stellt die Mittelwerte und die Standardabweichungen der Strahlpositionen an den derzeit genutzten Strahllinien einer Messwoche zusammen. Die Bewertung bislang ungenutzter Strahllinien wäre weitgehend bedeutungslos, da zum Zeitpunkt der Inbetriebnahme dieser Strahllinien entsprechend den dann zu definierenden Anforderungen an die Lage des Quellpunktes voraussichtlich auch Monitorgewichte verändert werden. Diese haben nicht nur Einfluss auf die Strahlage an den eingeschlossenen Quellpunkten, sondern auch auf die Strahlage im gesamten Speicherring.

Pos.	Monitor	$w_i$	$x_{\text{ref}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\langle x \rangle$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\frac{s(x)}{\sigma_x}$	$w_i$	$z_{\text{ref}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\langle z \rangle$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\frac{s(z)}{\sigma_z}$
BL 0	bpm02	1.0	2471	$1025 \pm 19$	50 %	1.0	0510	$697 \pm 39$	55 %
	bpm03	1.0	2717	$2030 \pm 134$		1.0	2807	$2470 \pm 43$	
BL 2	bpm06	1.0	370	$-18 \pm 84$	70 %	1.0	1438	$-1955 \pm 41$	25 %
	bpm07	1.0	11	$-217 \pm 141$		1.0	1222	$-1614 \pm 30$	
BL 5	bpm14	1200	-139	$-137 \pm 11$	5 %	1200	-713	$-714 \pm 6$	3 %
	bpm15	1200	961	$960 \pm 7$		1200	154	$153 \pm 4$	
Inj.	bpm28*	1200	-10433	$-10434 \pm 7$	1 %	1200	1305	$1305 \pm 1$	3 %
	bpm29**	1200	-5806	$-5807 \pm 7$		1200	1015	$1014 \pm 2$	
BL 7	bpm31	1.0	-1545	$-2403 \pm 296$	115 %	1.0	483	$580 \pm 9$	8 %
	bpm32	1.0	595	$496 \pm 68$		1.0	-266	$252 \pm 14$	
BL 9	bpm40	1.0	0	$55 \pm 28$	10 %	1.0	79	$123 \pm 11$	10 %
	bpm41	1.0	0	$55 \pm 48$		8	244	$246 \pm 5$	
BL11	bpm43	1200	1090	$1090 \pm 19$	3 %	70	-198	$-197 \pm 7$	5 %
	bpm44	1200	608	$610 \pm 8$		1200	-42	$-42 \pm 2$	
BL12	bpm51	1.0	629	$760 \pm 79$	95 %	8	1318	$1313 \pm 7$	5 %
	bpm52	1.0	1985	$1638 \pm 184$		8	1302	$1306 \pm 6$	

\* Die horizontalen Daten für den bpm28 wurden um +12 % korrigiert, siehe Diskussion auf Seite 122.

\*\* Die horizontalen Daten für den bpm29 wurden um +4 % korrigiert, dto.

Tabelle 9.1: Gemessene Strahlstabilitäten relativ zu den Monitorköpfen der BPMs jeweils unmittelbar vor und hinter den Quellpunkten der derzeit genutzten Strahllinien (BL) und der Injektion (Inj.). Die verwendeten Gewichte  $w_i$  der Monitore sind ebenfalls angegeben. Die Daten wurden aus je 5217 Messpunkten der Betriebswoche vom 15.-19.11.2004 mit SAW-Betrieb und laufendem Korrekturbetrieb errechnet. Die Streuung der Mittelwerte  $\langle x \rangle$  und  $\langle z \rangle$  entspricht der Standardabweichung  $s(x)$  bzw.  $s(z)$  der Messdaten von dem jeweiligen Mittelwert. In den Spalten  $s(x)/\sigma_x$  und  $s(z)/\sigma_z$  ist das Verhältnis der gemittelten Standardabweichungen zur horizontalen bzw. vertikalen Strahlausdehnung (siehe Tabelle 2.1) am eingeschlossenen Quellpunkt angegeben. Man beachte, dass diese Daten keine Bewegung der Monitorköpfe selbst enthalten, die im Einzelfall mehrere  $10 \mu\text{m}$  betragen können.

Demnach werden die geforderten Strahlstabilitäten an den Quellpunkten der BL5 und BL12 von maximal  $s(\kappa)/\sigma_\kappa < 10\%$ , bzw.  $s(\kappa)/\sigma_\kappa < 12.5\%$  an der BL11 erfüllt (vergleiche Abschnitt 2.2), sofern man eine Bewegung der Monitorköpfe außer acht lässt.

Für die angegebenen Streuungen um den Mittelwert der Strahlablagen in Tabelle 9.1 ist zu berücksichtigen, dass die Verteilung der Messpunkte nicht gaußförmig ist. Um eine Verzerrung der Auswertung durch wenige, aber um mehrere Millimeter abweichende Messpunkte (z. B. während des SAW-Refreshes) zu vermeiden, sind in der Auswertung außerdem jene Punkte ausgeschlossen worden, die um mehr als die dreifache Standardabweichung vom Mittelwert abweichen (typ. etwa zwei bis zehn Werte je Messreihe).

#### 9.1.4.4 Globale Orbitstabilität

Um zu einer Aussage zur (rms-)Stabilität des gesamten Orbits zu gelangen, ist in Abbildung 9.7 die Entwicklung der ungewichteten Standardabweichung der Orbitänderung gegen die Referenz des zu Beginn der Messwoche aufgezeichneten Orbits aufgetragen worden.

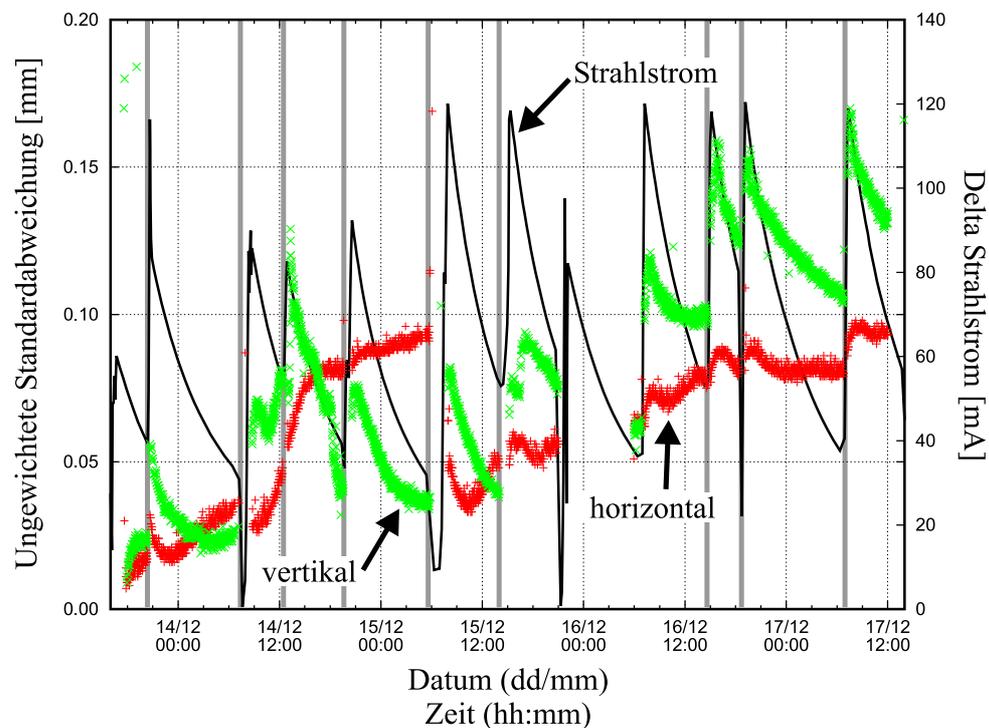


Abbildung 9.7: Entwicklung der ungewichteten Standardabweichung in der horizontalen (rot) und der vertikalen Ebene (grün) über den Verlauf der Nutzerwoche vom 13.-17.12.04. Zeiten, an denen ein SAW-Refresh durchgeführt worden ist, sind grau hinterlegt. Die Datenlücke zu Beginn des 16.12 entspricht dem Zeitraum, in dem die Orbitkorrektur unbeabsichtigt nicht aktiv war (vergleiche Text zu Abbildung 9.5).

Zunächst fällt auf, dass die vertikale Strahlage wesentlich sensitiver auf Strahlstromänderungen reagiert als die der horizontalen Ebene. Darüber hinaus sind die Standardabweichungen beider Ebenen durchaus vergleichbar, in der ausgewerteten Schichtwoche tendenziell allerdings etwas größer für die vertikale Ebene. Die Ursache für den plötzlichen Rücksprung der vertikalen Orbitabweichungen in der horizontalen Ebene nach der morgendlichen Injektion des 15.12. bleibt

unerklärt. Auch hier ist ein Trend erkennbar, nach dem die von der Stromabhängigkeit bereinigte Abweichung der Strahlage etwa ab den Abendstunden des 16.12. stabil bleibt. Dies fällt durchaus mit der Beobachtung in Abbildung 9.4 bezüglich des thermischen Gleichgewichtszustandes des Speicherrings nach etwa zwei bis drei Betriebstagen zusammen.

Filtet man die Strahlstromabhängigkeit der Orbitabweichung in Abbildung 9.7 aus, so beträgt die erzielbare (rms-)Orbitstabilität des Speicherrings im thermischen Gleichgewicht anhand der minütlich aufgezeichneten Daten in beiden Ebenen etwa  $5 - 10 \mu\text{m}$ .

### 9.1.5 HF-Korrektur

Im laufenden Korrekturbetrieb sollte versucht werden, lokale Weglängenänderungen durch Änderung der Hochfrequenz zu kompensieren. Dabei zeigte sich erwartungsgemäß, dass die Korrektur der Hochfrequenz nur unter Konstanz der integralen, horizontalen Korrektorstärke ('IHK') sinnvoll möglich ist, da andernfalls sowohl die IHK als auch die Setzwerte der Hochfrequenz binnen weniger Korrekturschritte divergieren (siehe Abschnitt 8.1.9). Wird der externe Monitor der IHK jedoch durch ein hohes Gewicht auf einem Referenzwert gehalten, wird diese Divergenz nicht mehr beobachtet. Leider erwies sich die GPIB-Schnittstelle des Frequenzgenerators zum Kontrollsystem als wenig zuverlässig, sodass nach kurzer Zeit regelmäßiger Zugriffe auf den Frequenzgenerator eine Kommunikation mit diesem Gerät nicht mehr möglich war, also auch die Korrektur der Hochfrequenz eingestellt werden musste. Daher gibt es zu diesem Zeitpunkt noch keine Auswertung dieser Anwendung. Es zeigte sich lediglich, dass die notwendigen Änderungen der Hochfrequenz über einen Zeitraum von etwa einer Stunde unterhalb von 25 Hz blieben, wobei die untere Grenze aus den genannten Gründen bislang nicht ermittelt werden konnte.

## 9.2 Autoparametrische Beulen und Referenzbeulen

Ein Beispiel einer autoparametrischen Beule ist bereits in Abbildung 4.16, eines für eine Referenzbeule in Abbildung 9.1 gegeben. Anhand letzterer ist die Problematik der nicht erzwungenen Lokalität der Orbitänderung deutlich erkennbar. Abbildung 9.8 zeigt anhand einer autoparametrischen Beule in der vertikalen Ebene, wie mit zunehmender Zahl limitierender Korrektorgrenzen mehr Korrektoren zur Lösung hinzugezogen werden:

Eine vertikale Strahlageänderung am bpm05 von  $-0.25 \text{ mm}$  ist in diesem Beispiel ohne Aktivierung einer Korrektorlimitation erzielbar. Die Änderung von  $-0.5 \text{ mm}$  erfordert bereits die maximal mögliche Änderung am Korrektor vk02. Die effektiv verbleibenden drei Freiheitsgrade der Korrektoren sind ausreichend, um die beiden Randbedingungen der Geschlossenheit (siehe Abschnitt 7.2.2) zu erfüllen und die geforderte Änderung der Strahlage zu gewährleisten. Die Forderung einer Strahlageänderung um  $-0.75 \text{ mm}$  würde bereits durch zwei aus der Menge der zuvor gewählten Korrektoren limitiert werden. Da nun kein Freiheitsgrad mehr verbliebe, um die geforderte Ablagenänderung zu gewähren, wird die Menge  $\mathcal{N}$  der verwendeten Korrektoren um je einen Korrektor strahlauf- wie -abwärts auf  $|\mathcal{N}| = 6$  erweitert ( $n_{\text{NB}} \leftarrow n_{\text{NB}} + 1$ ). Aus dieser Menge ist aber wieder nur die vk02 limitierend. Die nun überzähligen zwei Freiheitsgrade helfen die Abgeschlossenheit der Beule zu verbessern.

Die Ergebnisse einer autoparametrischen Beule und einer Referenzbeule aller verfügbaren Dipol-korrektoren unter der Vorgabe gleicher Strahlageänderungen sind in Abbildung 9.9 vergleichend dargestellt. Beide Verfahren können erwartungsgemäß die geforderte Strahlage produzieren. Da

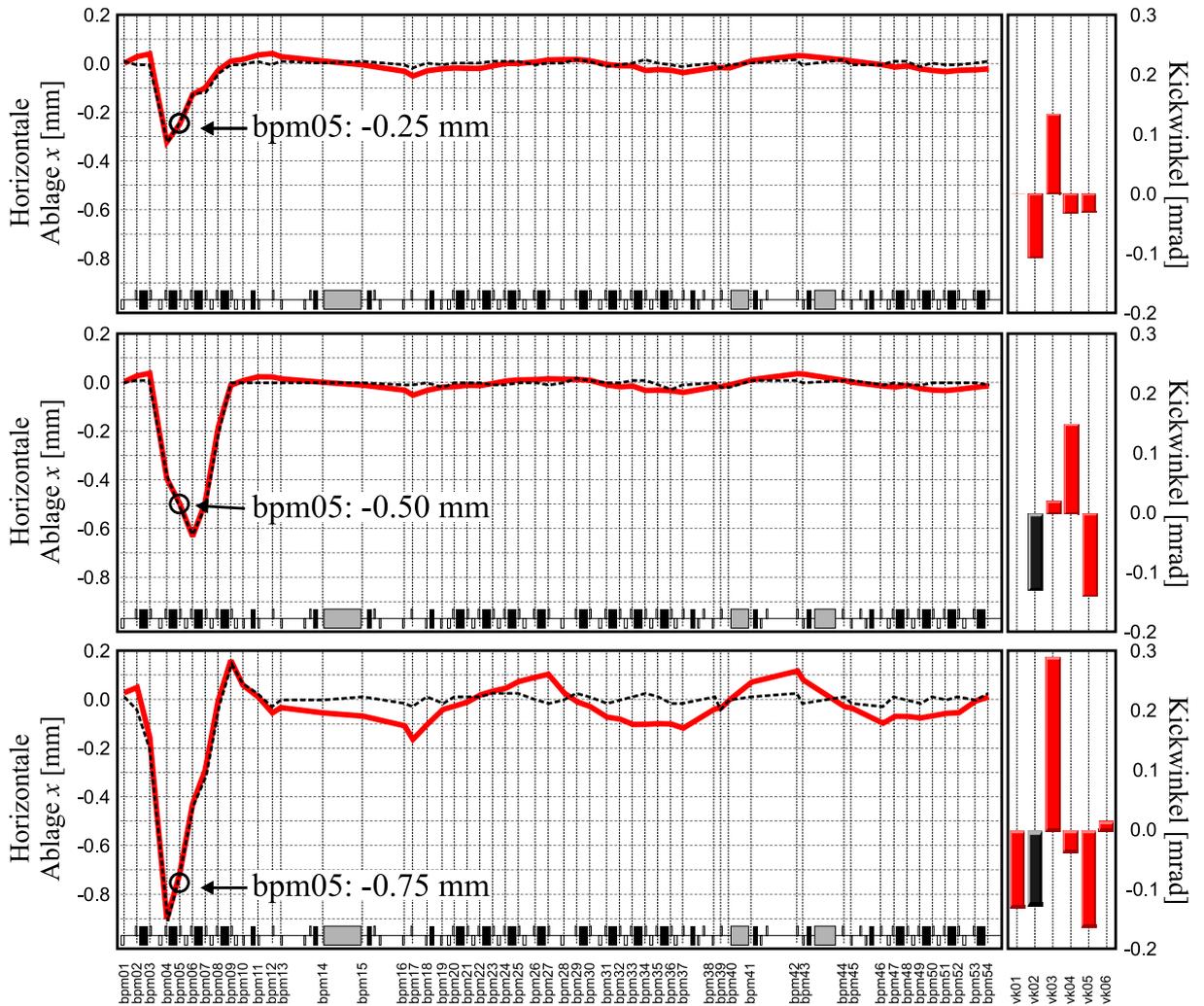


Abbildung 9.8: Autoparametrische Beulen zur Herstellung vertikaler Strahllageänderungen von  $-0.25$  mm,  $-0.50$  mm und  $-0.75$  mm an der Position des  $bpm05$ . Die gestrichelten Linien entsprechen jeweils den erwarteten Strahllageänderungen auf Basis der berechneten Korrektoränderungen, die jeweils rechts daneben dargestellt sind. Die roten Linien zeigen die gemessenen Strahllageänderungen, die sich durch Anwendung der entsprechenden Korrektoränderungen ergaben. Schwarze Balken in den beiden unteren Darstellungen markieren limitierende Korrektoren.

in dem angeführten Beispiel die horizontalen Rücklesen der Monitore  $bpm12$ ,  $bpm13$ ,  $bpm16$  und  $bpm17$  wegen der kleinen Phasenvorschübe (siehe Abschnitt 4.15) deaktiviert gewesen sind ( $w_i = 0$ , grau hinterlegt), und nicht in die Zielfunktionen eingehen, nimmt die Referenzbeule an diesen Stellen erhöhte Ablageänderungen in Kauf. Anders bei der autoparametrischen Beule: Durch die Randbedingung der Lokalität und der dadurch bedingten Einschränkung auf einen Lösungsraum reduzierter Dimensionalität kommt es in diesem Beispiel nicht zu einer Überhöhung der Strahllage an den deaktivierten Monitoren.

### 9.3 Enlastung der Korrektorstärken

Die besondere Wahl des Gewichtungsfaktors  $f = 0$  in Gleichung (8.5) führt zu einer homogenen Gewichtung der zu entlastenden Korrektorstärken, mithin für eine Skalierung von  $F_{\text{KORR}} = 1.0$  zu

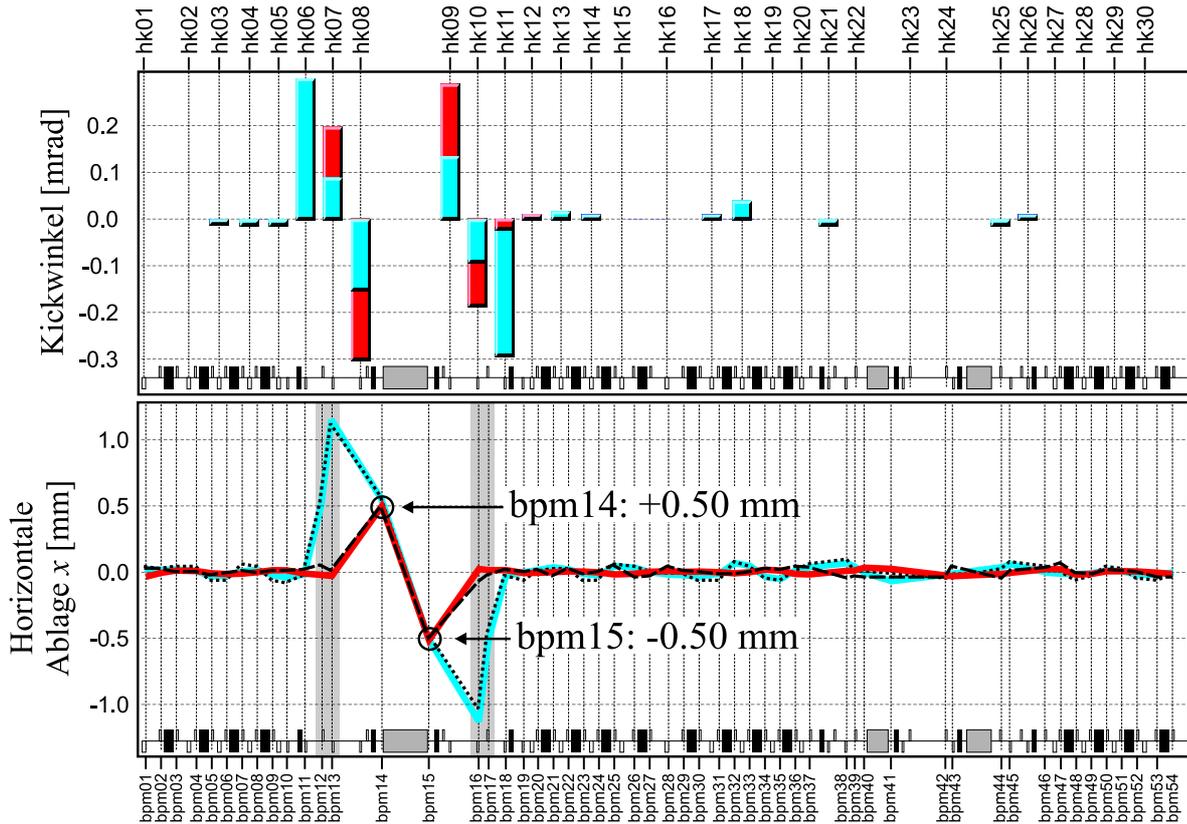


Abbildung 9.9: Aufbau einer asymmetrischen Beule in der horizontalen Ebene mit einer vorgegebenen Strahlageänderung von  $\pm 0.5$  mm an den Monitoren bpm14 und bpm15. Die Berechnungen werden nicht durch Korrektorbegrenzungen limitiert. In rot ist das Resultat einer autoparametrischen Beule aus den sechs Korrektoren hk07-hk12, in blau das einer Referenzbeule äquivalenter Vorgabe unter Zuhilfenahme aller horizontalen Korrektoren dargestellt. Im oberen Graph sind die anzuwendenden Korrektoränderungen, im unteren Graph die nach ihrer Anwendung resultierenden Orbitänderungen in durchgezogenen Linien wiedergegeben. Die gestrichelten Linien geben die jeweils vorherberechneten Orbitänderungen wieder. Die Monitore bpm12, bpm13, bpm16 und bpm17 (grau hinterlegt) sind deaktiviert.

einer vollständigen Elimination der Nullraumkomponenten im Rahmen der zulässigen Lösungsmenge der Korrektorstärken, siehe Abschnitte 7.1 und 8.1.15. Abbildung 9.10 zeigt das Ergebnis dieser Methode für die horizontalen Korrektoreinstellungen des standardmäßigen Nutzerbetriebes. In diesem Beispiel wird die Lösung nicht durch Korrektorlimitationen begrenzt, weshalb die Nullraumkomponenten  $\vartheta_i$ ,  $\sigma_i < \sigma_{\text{cut}}$  vollständig aus dem eingestellten Setting entfernt werden können.

Die Summe der absoluten Stärken aller horizontalen Korrektoren wurde so von 24.9 mrad auf 20.1 mrad abgesenkt. Die residuale Orbitänderung des unteren Teils der Abbildung 9.10 spiegelt die hohe Gewichtung der Monitore bpm14, bpm15, bpm28, bpm29, bpm43 und bpm44 wieder (in Abbildung 9.10 grau hinterlegt): Denn jene Orbitänderungen, die durch die Komponenten des Nullraumes beschrieben werden, zeichnen sich vor allem durch eine sehr geringe Änderung der Strahlage an den hoch gewichteten Positionen aus, während die Strahlage an den relativ niedrig gewichteten Positionen deutlich stärker abweichen darf. Das die tatsächlichen Strahlageänderungen (rote Linie) an diesen Monitoren um bis zu  $\pm 0.2$  mm von denen der vorhergesagten (gestrichelte Linie) abweichen, bestätigt die fehlerdominierte Natur der Korrektur durch Null-

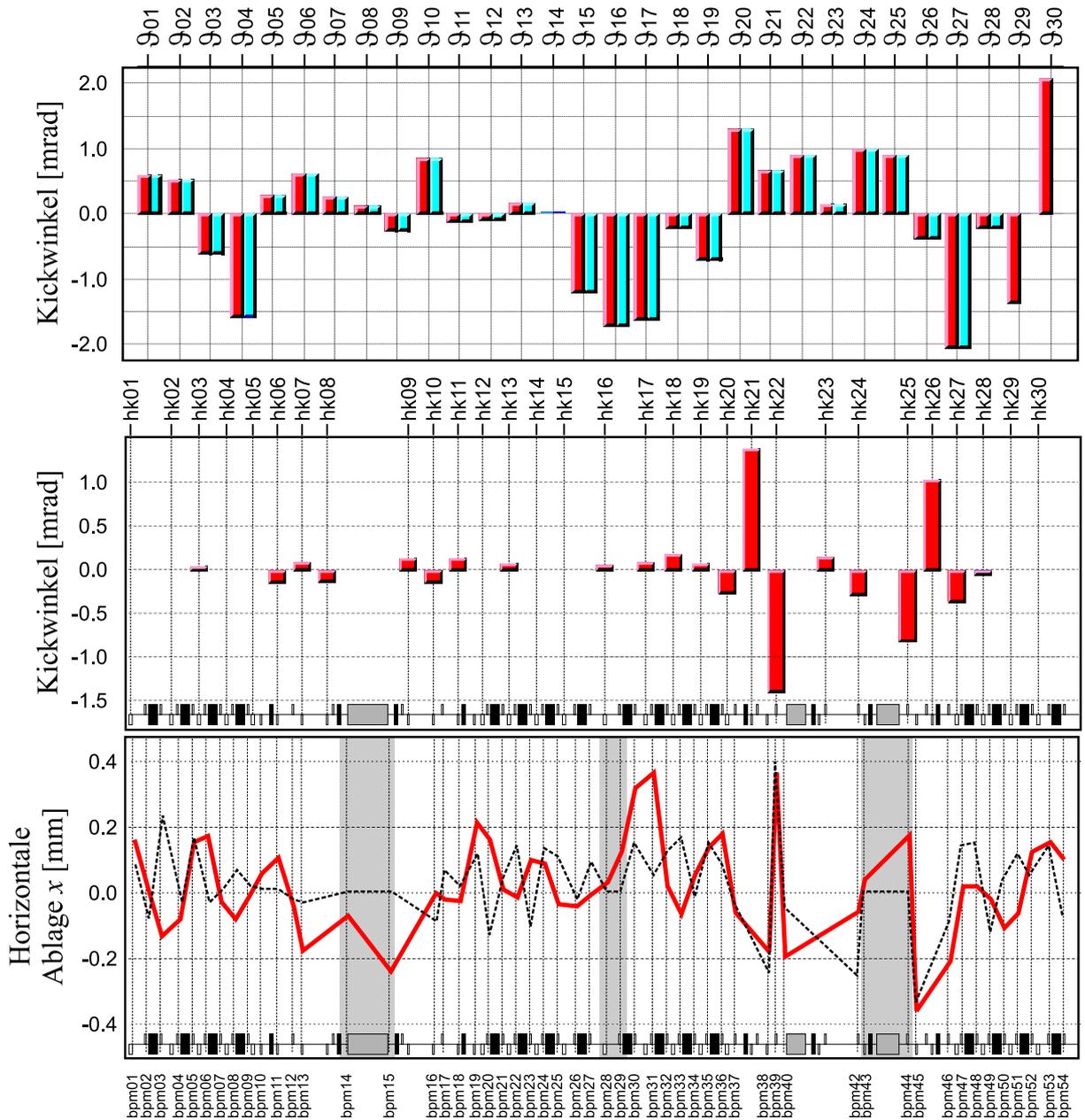


Abbildung 9.10: Reduktion der absoluten Korrektorstärken durch vollständige Elimination der Nullraumkomponenten  $\vartheta_{29}$  und  $\vartheta_{30}$ , für die  $\sigma_i < \sigma_{\text{cut}}$  gilt (oberstes Balkendiagramm). Die jeweils linken (roten) Balken entsprechen den zum Zeitpunkt der Aufnahme eingestellten Korrektoreinstellungen. Die jeweils rechten (blauen) Balken den Komponenten der Vorhersage. Die dazu korrespondierenden Korrektoränderungen sind im mittleren Diagramm aufgetragen und erreichen maximale Änderungen  $>1$  mrad. Der unterste Graph stellt die erwartete (schwarz gestrichelt) und die tatsächlich gemessene Orbitänderung dar (rot durchgezogen), die sich durch Anwendung der berechneten Korrektoränderungen ergab (der Monitor bpm41 war während dieser Messung defekt markiert und erscheint daher nicht im Graphen). Grau hinterlegt sind die Positionen hoher Monitorgewichtung, die durch die Nullraumkomponenten weitestgehend unverändert gelassen werden sollten. Die an diesen Stellen beobachtbare Abweichung der tatsächlichen Strahl Lageänderung von der vorherberechneten ist charakteristisch für einen fehlerdominierten Nullraum, siehe Text.

raumkomponenten, vergleiche mit der Argumentation zur Wahl des Singulärgrenzwertes auf Seite 62.

## 9.4 Abgleich der Dipolfamilien, der Hochfrequenz und der DC-Beule

Die im Folgenden angeführten Methoden basieren auf der Verwendung der Korrekturgruppen der Dipolfamilien, der Hochfrequenz und der DC-Spulen mit dem Ziel, die aktuellen Korrektoreinstellungen  $\vec{\theta}_0$  zu entlasten, indem ein möglicher Fehlableich der genannten Komponenten behoben wird.

Dazu wird wie folgt vorgegangen: zunächst werden gegebenenfalls die Bestromungen der DC-Spulen unter laufender Orbitkorrektur schrittweise auf Null gesetzt, wodurch die Ablagen der Injektionsbeule von den horizontalen Dipolkorrektoren übernommen werden (tatsächlich ist auch so möglich, Strahlstrom aus dem Booster-Synchrotron mit Effizienzen über 60 % zu injizieren). Nun wird die Strahlage schrittweise auf den Nulldurchgang durch alle BPMs korrigiert, wobei eventuell der Arbeitspunkt durch leichte Variation der Quadrupolfokussierungen nachzustimmen ist. Ist der asymptotische Limes der Orbitkorrektur erreicht (siehe auch Abbildung 9.17), kann nun versucht werden, jene Anteile der so gefundenen Korrektoreinstellungen  $\vec{\theta}_0$  zu eliminieren, deren Orbiteinfluss entweder durch die Hochfrequenz allein oder durch energieerhaltende Kombinationen aus den Dipolfamilien zusammen mit der Hochfrequenz aufgebracht werden kann. Dazu wird fortgefahren, wie in Abschnitt 8.1.17.2 beschrieben.

### 9.4.1 Abgleich der Hochfrequenz

Zunächst wurde versucht, Anteile des dispersiven Orbits aus den gegenwärtigen Korrektoreinstellungen zu eliminieren. Ausgehend von einer Hochfrequenz von 499.814 MHz wurde so eine Frequenz von etwa 499.810 MHz gefunden. Allerdings ist die Iteration zwischen der Korrektur durch die Dipolkorrektoren und der Hochfrequenzänderung ohne gleichzeitige Korrektur auf eine Konstanz der integralen horizontalen Korrektorstärke (IHK) divergent, siehe Abschnitte 8.1.9 und 9.1.5. Da kein geeigneter Wert für die Referenz der IHK vorliegt, kann das in 8.1.17.2 beschriebene Verfahren nicht konvergieren.

Es sollte erwähnt werden, dass es alternative Methoden zur Bestimmung der Sollfrequenz  $f_0$  gibt, die nicht auf den Strahlageinformationen der BPMs, sondern auf Strahlagen in Sextupolen und Quadrupolen sensitiv sind [83]. Diese sind potentiell eher geeignet die Sollfrequenz zu bestimmen, als die hier vorgestellten Verfahren, da die Dispersion innerhalb der Triplets an den Stellen maximal wird, an denen sich kein Positionsmonitor, dafür aber je ein Quadrupol und ein Sextupol befinden (siehe Abschnitt 4.1).

### 9.4.2 Abgleich der Dipolfamilien und der Hochfrequenz

Anders verhält sich die Konvergenz unter Verwendung energieerhaltender Kombinationen der 3°- und der 7°-Dipolfamilien zusammen mit der Hochfrequenz. Da die 20°-Dipolfamilie den wesentlichen Beitrag zur Strahlenergie festlegt (siehe Abschnitt 3.4.1) und bereits kleine Bestromungsfehler zu einer signifikanten Energieänderung führen, wurde die Bestromung dieser

Familie unverändert gelassen und stattdessen ein Abgleich der genannten Elemente zu der üblichen Bestromung (977 A) der 20° Dipole gesucht. Ziel eines solchen Abgleichs sollte es sein, die Biegeradien des Orbits in den Magneten aller Dipolfamilien auf die der Sollbahn bei unveränderter Strahlenergie zu korrigieren.

Abbildung 9.11 zeigt oben die Situation vor Beginn des Abgleichversuchs<sup>3</sup>: Die aktuelle Korrektoreinstellung enthält Orbitkomponenten der Amplitude von etwa 8 mm, die durch energieerhaltende Änderungen der genannten Elemente kompensiert werden können. Die zugehörige Lösung sieht eine Änderung der 3°-Dipolbestromung von 275.1 A um -7.4 A, der 7°-Dipolbestromung von 315.6 A um -55 A und der Hochfrequenz von 499.8141 MHz um -10.2 kHz vor. Da die vorgeschla-

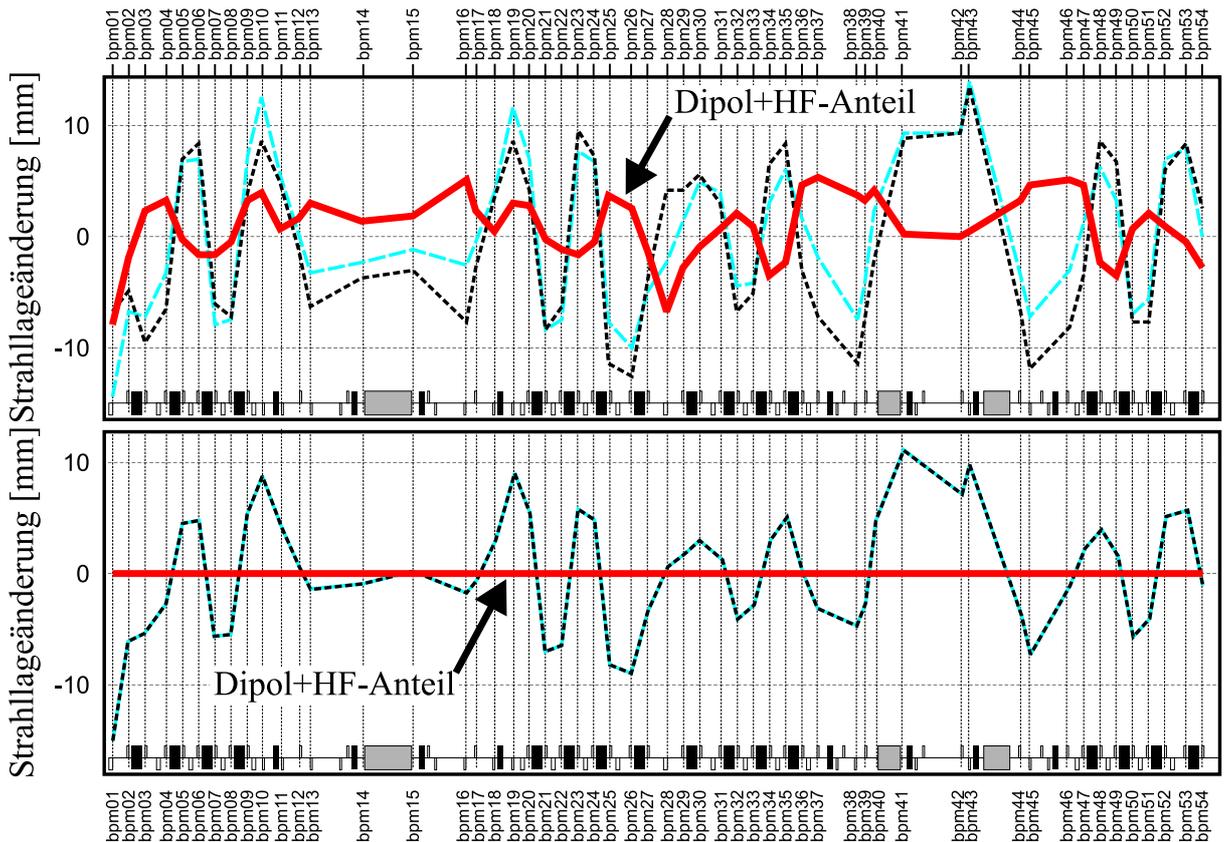


Abbildung 9.11: *Elimination energieerhaltender Kombinationen der 7°- und 3°-Dipolfamilien und der Hochfrequenz aus aktuellen Korrektoreinstellungen. Die gestrichelten Linien entsprechen dem ‘Korrektororbit’ gemäß Gleichung (8.6). Die roten Linien zeigen die erwartete Orbitänderung einer energieerhaltenden ‘Korrektur’ durch die genannten Elemente. Die blaue Kurve ist jeweils die Summe der beiden anderen Kurven. Der obere Graph spiegelt die Situation zu Beginn des ‘Abgleichs’ mit einer Skalierung von  $F_{\text{korr}}=1$  wieder. Der untere Graph zeigt das Endergebnis des wechselseitigen Abgleichverfahrens (siehe Text), in dem der ‘Korrektororbit’ keine Komponente energieerhaltender Dipol- und HF-Änderungen mehr enthält und die mögliche Korrektur durch diese Elemente an allen Monitoren gleich Null ist (rote Kurve).*

genen Änderungen recht groß sind, wurde in fortlaufender Iteration nur ein reduzierter Teil der vorgeschlagenen ‘Korrekturen’ umgesetzt ( $F_{\text{korr}} \approx 0.3$ ) und dann die so (real) erzeugte Strahlablage durch Anwendung der Dipolkorrektur korrigiert und gegebenenfalls der Arbeitspunkt nachgeführt. So gelang es, nach wenigen Iterationen Einstellungen der Dipolfamilien, der Hoch-

<sup>3</sup>Die korrespondierenden Einstellungen sind in der Datei alldelta.041217-8 gespeichert.

frequenz und der Dipolkorrektoren derart zu erhalten, dass die Einstellung der Dipolkorrektoren, mit denen die Strahlage auf die Nulldurchgänge der BPMs im asymptotischen Limes korrigiert wird, keine Komponenten energieerhaltender Dipol- und HF-Änderungen mehr enthält. Diese Situation wird in Abbildung 9.11 unten dargestellt und korrespondiert zu den folgenden Einstellungen<sup>4</sup> (in Klammern die Änderungen zu den ursprünglichen Einstellungen): 3°-Dipole: 270.1 A (-5.0 A); 7°-Dipole: 281.8 A (-43.8 A); Hochfrequenz: 499.8080 MHz (-6.1 kHz).

Anschließend wurde auf diesen Einstellungen eine Injektionsbeule aufgesetzt und Strahl mit Effizienzen  $> 10\%$  aus dem Booster-Synchrotron injiziert. Dies bestätigt, dass die Strahlenergie des Speicherrings trotz der deutlichen Änderungen der Dipolbestromungen um weniger als die Energieakzeptanz von etwa 1% verändert, also die geforderte Randbedingung der Energieerhaltung zur Genüge erfüllt worden ist.

Andererseits entspricht die gefundene Einstellung nicht der Erwartung: Berechnet man die erforderlichen Ströme, sodass der Elektronenstrahl in allen Dipolen um den ihnen spezifischen Ablenkwinkel unter der gegebenen Strahlenergie von 1.485 GeV und festem Strom von 977 A für die 20°-Dipole abgelenkt wird, so erhält man für die 3°-Dipole einen Wert von etwa 281 A und für die 7°-Dipole 341 A. Vielmehr scheint es so, als ob die Korrektoreinstellungen unter üblichen Dipolbestromungen weniger einen unvollständigen Abgleich der energiedefinierenden Komponenten untereinander, als statische Orbitstörungen z. B. in Form von Fehlauflösungen und Feldfehlern kompensieren. Das beschriebene Verfahren hat dann einen Teil dieser Störeinflüsse mithilfe der Dipolkomponenten und der Hochfrequenz auf Kosten ihres Abgleichs untereinander kompensiert. Dafür spricht auch die Beobachtung, dass die integrale Korrektorstärke der horizontalen Dipolkorrektoren von -10.8 mrad auf -22.8 mrad angewachsen ist, anstatt im Absolutwert durch den Abgleich reduziert zu werden.

### 9.4.3 Synthese der Injektionsbeule durch DC-Spulen

Auf Basis der Korrektoreinstellungen, die sich aus dem asymptotischen Limes der Korrektur auf die Nulldurchgänge der BPMs (unter den standardmäßigen Dipolbestromungen) ergeben, kann nun versucht werden, die Injektionsbeule mithilfe der DC-Spulen unter der Randbedingung lokaler Beulen im Rahmen ihrer maximal zulässigen Korrektorstärken zu synthetisieren, vergleiche mit Abschnitt 8.1.9. Dafür wurden die DC-Spulen dc1, dc3, dc4 und dc5 ausgewählt, da diese auch im Standardbetrieb für die Erzeugung einer Injektionsbeule herhalten. Als Strahlagerereferenz (siehe auch Abschnitt 8.1.9) wurden horizontal der bpm28 mit -9.13 mm und der bpm29 mit -5.58 mm vorgegeben. Diese Werte optimieren bislang auf empirischer Basis die Injektionseffizienz unter einer abgeschlossenen Kickerbeule maximaler Amplitude. Die verwendete Responsematrix wurde ausgehend von einer Bestromung der DC-Netzgeräte von 0 A aufgezeichnet. Dabei erlaubt derzeit nur das Netzgerät der dc4 eine Polwendung (siehe Abschnitt 4.6). Die Vorhersage der Orbitänderung durch eine abgeschlossene Beule der benannten DC-Spulen ist in Abbildung 9.12 oben als gestrichelte Kurve dargestellt.

Nun wurde nicht versucht, die gesamte Strahlageänderung mit einer Amplitude von fast 10 mm in einem Schritt umzusetzen. Vielmehr wurden iterativ unter  $F_{\text{korr}} = 0.1$  in jedem Schritt nur 10% der Orbitänderungen angestrebt. Dabei zeigte sich, dass mit fortlaufender Iteration der Abschluss der tatsächlich umgesetzten DC-‘Beule’ zunehmend schlechter wurde, bis schließlich die Orbitänderungen außerhalb des Injektionsbereiches von etwa gleicher Amplitude waren, siehe

<sup>4</sup>Diese Einstellungen sind in der Datei alldelta.041217-11 gespeichert.

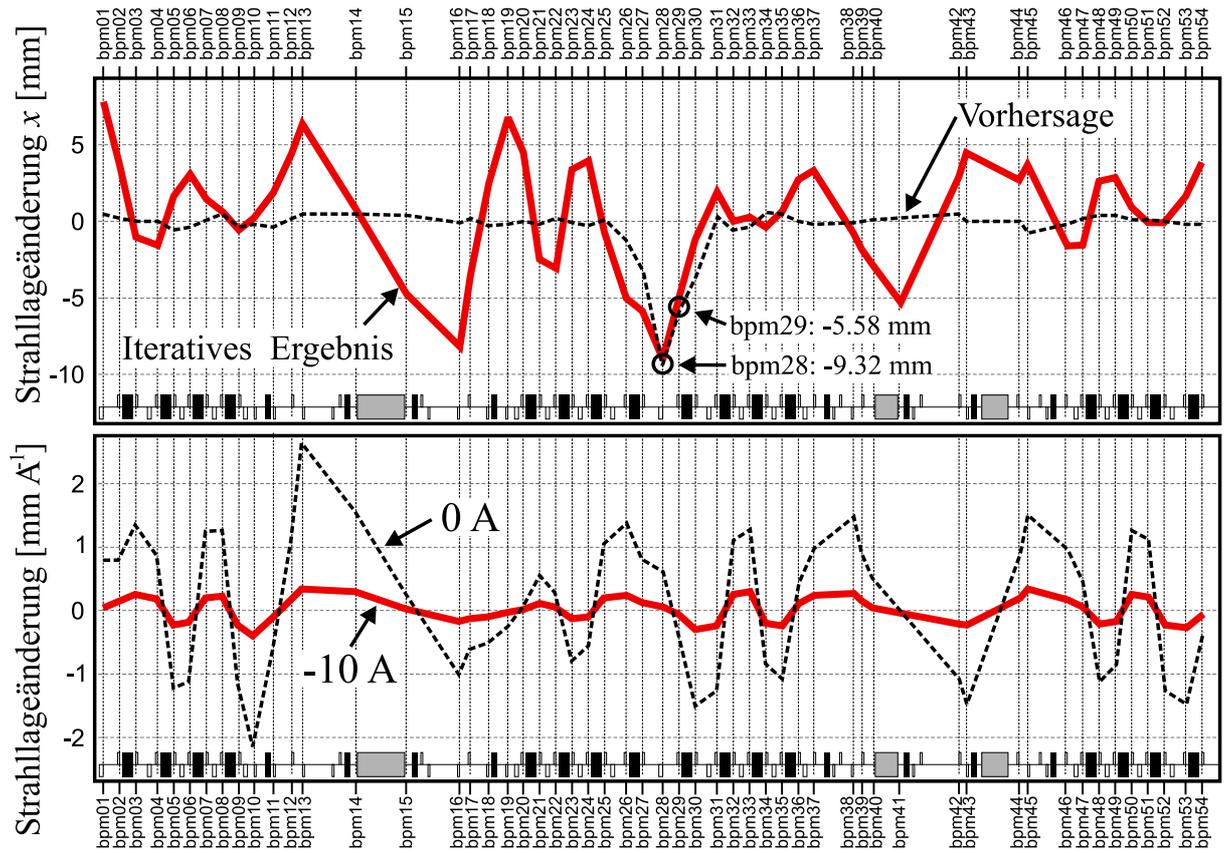


Abbildung 9.12: Oben: Vorhergesagte Orbitänderung ( $F_{\text{korr}}=1$ , schwarz gestrichelt) einer DC-Beule auf die Sollwerte an den Monitoren bpm28 und bpm29 (eingekreist) und ein iterativ ( $F_{\text{korr}}=0.1$ ) erreichtes Endergebnis (rot). Die Unabgeschlossenheit ist auf die Missachtung des Sättigungsverhaltens der dc1 und dc5 durch die lineare Extrapolation der Responsematrix zurückzuführen, die für einen Sulenstrom von 0 A aufgezeichnet worden ist. Unten: Im Vergleich zu einer Bestromung der DC-Spule von 0 A (schwarz gestrichelt) reduziert sich die Änderung des Ablenkwinkels je Stromänderung bei einer fast maximalen Bestromungsstärke von -10 A sättigungsbedingt auf etwa 12 % des ursprünglichen Wertes (rote Linie). Die Amplituden der Strahlantwort der baugleichen dc5 verhalten sich ähnlich. Dies macht eine lineare Extrapolation großer Stromänderungen für diese Komponenten sinnlos.

rote Linie in Abbildung 9.12 oben. In den gefundenen Einstellungen limitieren die dc1 und die dc5 mit einem Maximalstrom von 11 A das erreichbare Ergebnis<sup>5</sup>.

Eine erneute Aufnahme der Responsematrix für die DC-Elemente brachte zutage, dass die Amplituden der induzierten Orbitänderungen einer gegebenen Stromänderung durch die baugleichen DC-Elemente dc1 und dc5 bei einer Bestromung von etwa -10 A sättigungsbedingt auf etwa 12 % ihres ursprünglichen Wertes abgefallen sind (siehe Abbildung 9.12 unten). Da diese Änderung der Korrektorstärke nicht in die Berechnung der DC-Beule eingeht, ist es offensichtlich, dass die Abgeschlossenheit der umgesetzten 'Beule' mit zunehmendem Einfluss der Magnetjochsättigung schlechter wird. Die anderen Bauformen der DC-Elemente dc2, dc3 und dc4 zeigen hingegen keine signifikante Reduktion der Dipolstärke.

<sup>5</sup>Dazu ist anzumerken, dass zum Zeitpunkt der vorgestellten Messung die maximal zulässige Stromstärke der dc1 und der dc5 abweichend zur Darstellung in Abschnitt 4.6 auf 11 A statt auf 13 A begrenzt war. Diese Einschränkung hat allerdings wenig Einfluss auf das Ergebnis der Messung, insbesondere unter Berücksichtigung der im Folgenden diskutierten Sättigung.

Um eine geschlossene Injektionsbeule der benötigten Amplitude zu synthetisieren, ist es demnach erforderlich, die Orbitantworten der dc1 und der dc5 während eines iterativen Prozesses stetig zu aktualisieren. Andererseits ist unter dem erheblichen Einfluss der Magnetsättigung dieser Elemente davon auszugehen, dass die Stärken der bislang verwendeten DC-Elemente nicht ausreichend sind, eine geschlossene Injektionsbeule der benötigten Amplitude ohne Zuhilfenahme der horizontalen Dipolkorrektoren (hks) bereitzustellen. Unter zusätzlicher Verwendung der bisher unberücksichtigten dc2 lassen sich andere Lösungen erzielen, die eine Umpolung der dc1 erfordern. Die Erzeugung der Injektionsbeule durch die DC-Spulen anhand vermessener Orbitresponsematrizen bedarf daher weiteres Engagement.

Allerdings konnte gezeigt werden, dass die Vorgabe der Injektionsbeule auch allein durch die Verwendung der horizontalen Dipolkorrektoren anstelle der DC-Spulen erfüllt werden kann, siehe die Beschreibung der vorbereitenden Maßnahmen dieses Abschnittes auf Seite 130. Da dies horizontal mit einer deutlich negativen, integralen Korrektorstärke und somit gemäß Abschnitt 4.5.3 mit einem signifikanten Beitrag zur integralen Sextupolstärke einhergeht, wird diese Lösung jedoch derzeit nicht im Standardnutzerbetrieb verwendet. Ferner führt die zusätzliche Belastung der Korrektoren im Injektionsbereich zu weniger Flexibilität in den verfügbaren Korrektorstärken für die horizontale Orbitkorrektur.

## 9.5 SAW-Feed Forward

Die vorbereitende Änderung der horizontalen Strahlage um die negative Hälfte der erwarteten Orbitänderung durch den Refresh-Zyklus des SAW ('Feed Forward', siehe Abschnitt 8.3.1) erlaubt erwartungsgemäß eine effektive Reduzierung der maximalen Strahlageänderungen um etwa die Hälfte, verglichen mit den Folgen eines Refresh-Zyklus' ohne Feed-Forward. Abbildung 9.13 zeigt die horizontalen Strahlageänderungen, referenziert auf die Strahlablagen vor Initiierung des Feed-Forward: Die blau gestrichelte Kurve zeigt die gemessene Orbitänderung durch die Orbitkorrektur entsprechend der Vorgabe des Programms 'saw-refresh' (siehe Abschnitt 8.3.1) über die Agentenschnittstelle (Abschnitt 8.1.16). Der anschließende Refresh resultiert in der roten Kurve, deren Amplitude etwa halb so groß ist wie die der schwarz gestrichelten Kurve, die sich unter Annahme linearer Superposition ohne Feed-Forward ergeben hätte.

Seit Verwendung dieses Hilfsprogrammes ist die Zahl der Strahlverluste durch einen Refresh-Prozess praktisch auf Null zurückgegangen, wohingegen es ohne Anwendung des Feed-Forward gerade nach längeren Entladezeiten des SAW nicht selten zu partiellen oder vollständigen Strahlverlusten gekommen ist.

## 9.6 Ergebnisse der strahlbasierten Monitorkalibration (BBC)

Mit Hilfe des in Abschnitt 8.3.2 vorgestellten Programmes wurde die Kalibration aller BPMs an den Tagen vom 26.-29.10.2004 sukzessiv vermessen. Da die Monitore bpm14, bpm15, bpm40 und bpm41 nicht unmittelbar an einen Quadrupol grenzen, ist eine Kalibration dieser Monitore auf diesem Wege nicht möglich, siehe auch Abschnitt 4.7.3. Die Messungen wurden nach Möglichkeit für jeden Monitor in jeder Ebene so oft wiederholt (ggf. unter Variation der Programmparameter), bis das vermessene Minimum der Strahlantwort (siehe Abschnitt 4.7.3) innerhalb von  $100\ \mu\text{m}$  reproduziert werden konnte, vergleiche auch Beispiel in Abbildung 9.14. Während dies bei den meisten Monitoren in beiden Ebenen gelang, gab es einige Monitore, deren Messwer-

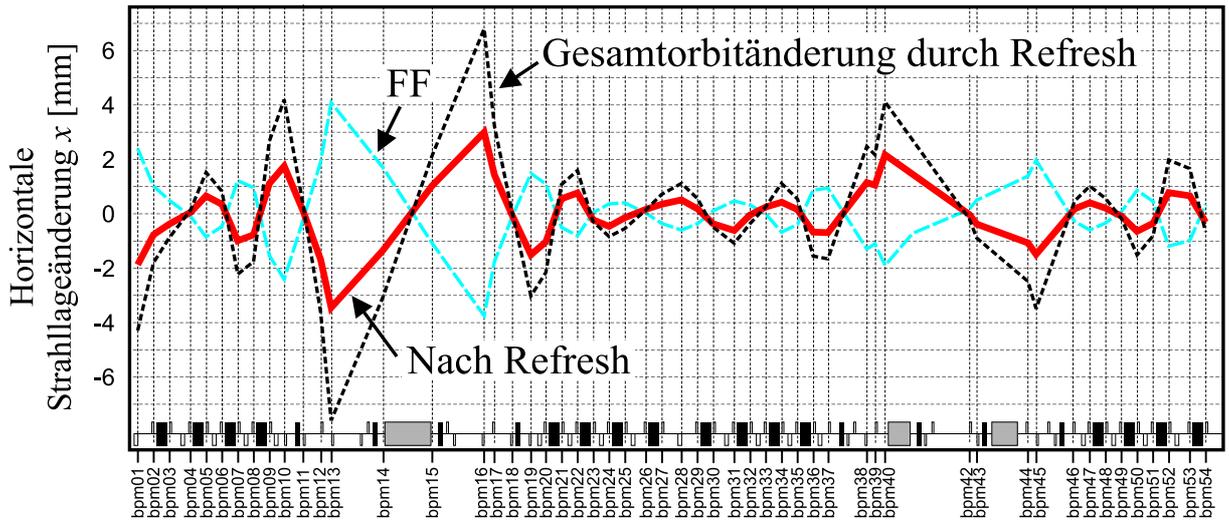


Abbildung 9.13: Reduzierung der Orbitablagen durch den Refresh-Zyklus des SAW. Der jüngste Refresh lag in diesem Fall fünf Stunden und zehn Minuten zurück. Das Programm 'saw-refresh' verwendet zuvor aufgezeichnete Daten der Orbitänderung eines Refresh-Zyklus, um den horizontalen Orbit über die Agentenschnittstelle des Orbitkorrekturprogramms um die negierte Hälfte der erwarteten Änderung vorzuverstellen (blau, 'FF'). Der resultierende Orbit nach dem Refreshvorgang (rot) ist nur noch von halber Amplitude verglichen mit der dadurch induzierten Orbitänderung (schwarz gestrichelt). Der Monitor bpm41 war während dieser Messung defekt markiert und erscheint daher nicht im Graphen.

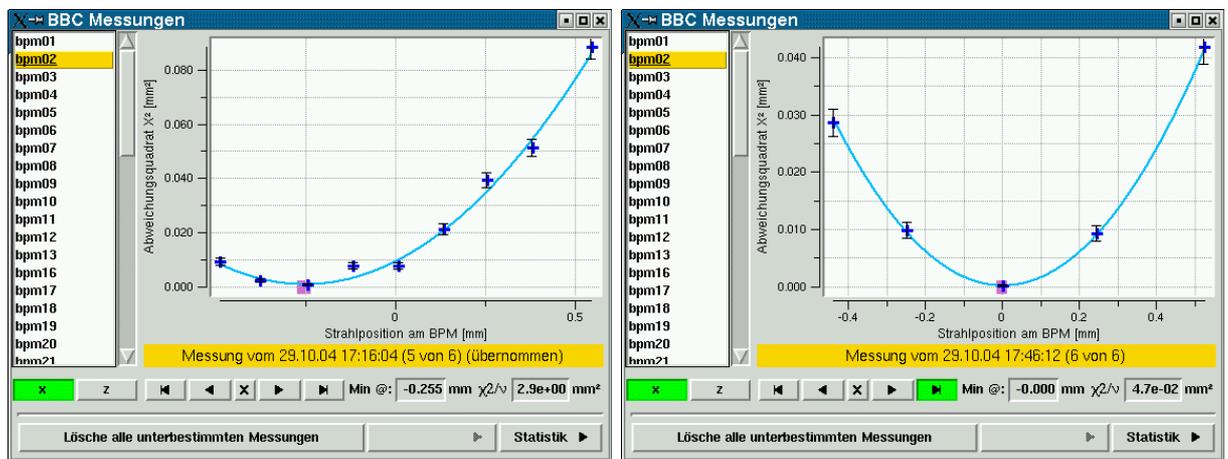


Abbildung 9.14: Beispiel einer konvergenten Monitorkalibration: Nach Anwendung der zuvor vermessenen horizontalen Nullpunktcalibration des Monitors bpm02 (links) bestätigt eine Folgemessung (rechts) die korrekte Kalibration. Die eingezeichneten Fehlerbalken der Datenpunkte wurden nachträglich ergänzt und enthalten keine systematischen Messfehler, siehe auch Abschnitt zur Fehlerdiskussion. Rechts unten wird jeweils die Position des Parabelminimums sowie das reduzierte Residuum  $\chi^2/\nu$  angegeben, siehe Text.

te in den meisten Messreihen nicht durch eine Parabel approximiert werden konnten. Konkret sind hier die horizontalen Kalibrationen der Monitore bpm01 und bpm39 sowie die vertikalen Kalibrationen an bpm04, bpm17 (siehe Abbildung 9.15), bpm20 und bpm32 zu nennen. Die beobachteten Probleme an diesen Monitoren müssen aber nicht genereller Natur sein, so sind bei der vorhergehenden Kalibration vom 7. Januar 2004 die Monitore bpm01 (horizontal und

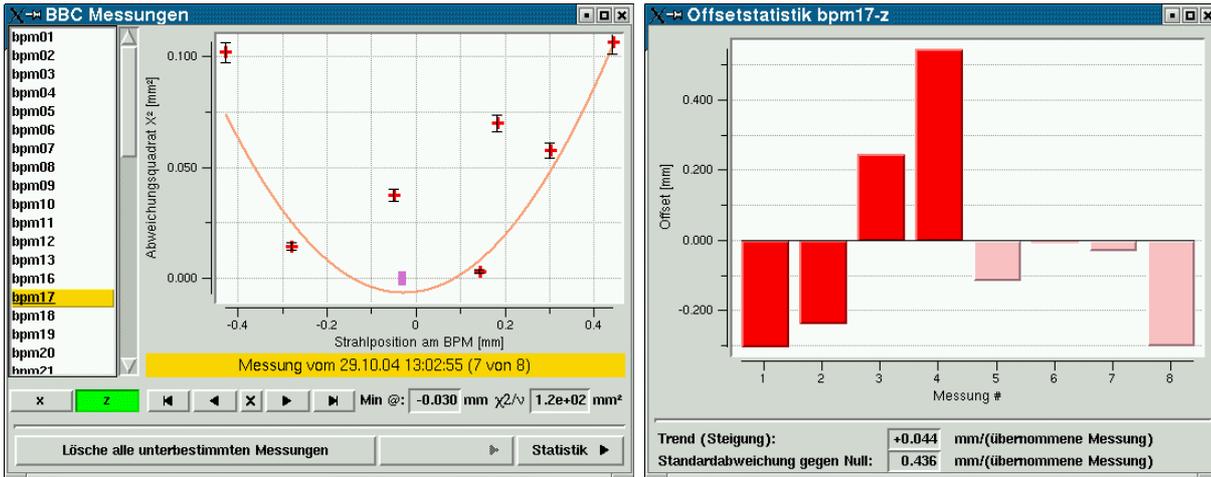


Abbildung 9.15: Beispiel einer schlecht konvergenten Messreihe der vertikalen Nullpunktkalibration des bpm17. Links die Messpunkte, deren Approximation durch eine Parabel nicht gerechtfertigt ist, was auch durch den hohen Wert für das reduzierte Residuum  $\chi^2/\nu$  (rechts unten im Fenster, siehe Abschnitt 9.6.1) indiziert wird. Rechts die gefundenen Minima der Parabeln aufeinanderfolgender Messungen ohne Angabe der Fehler. Die Werte der roten Balken wurden in der Kalibration für darauffolgende Messungen berücksichtigt, hellrote nicht. Der Graph zur Linken entspricht jener Messreihe, die zum zweiten Balken von rechts führte.

vertikal), bpm13 (nur horizontal) und bpm43 (nur vertikal) nicht konvergent kalibrierbar gewesen. Mögliche Fehlerquellen sind die systematische Änderung der Ablage zwischen Monitor und Quadrupol als Funktion der Fokussierungsänderung (siehe Formel (3.37) und Diskussion in Abschnitt 4.7.3.1) sowie nichtlineare Änderungen der optischen Funktionen, insbesondere nahe Resonanzen niedriger Ordnung. Allerdings sind auch Hardwaredefekte im Zusammenhang mit der Relaiskaskade eine mögliche Ursache, gerade für reproduzierbare Fehlmessungen (siehe Abschnitt 4.7.3.2). Dann wäre allerdings zu erwarten, dass der betroffene Monitor in beiden Ebenen nicht sinnvoll kalibrierbar wäre.

Die gefundenen Monitorkalibrationen sind in Abbildung 9.16 zusammengestellt. Auffällig sind vor allem die großen Werte der horizontalen Nullpunktkalibration der Monitore bpm01 bis bpm03, bpm38, bpm52 und bpm54 sowie vertikal für die Monitore bpm03, bpm20, bpm23, bpm38, bpm50 und bpm54. Tatsächlich haben seit der letzten Kalibration im Januar 2004 Vakuumarbeiten im Bereich des HF-Resonators (bpm54 bis bpm03) sowie im Bereich vor dem SAW (bpm38 und bpm39) stattgefunden (grau hinterlegt in Abbildung 9.16). Der Monitorkopf für bpm39 ist getauscht, der für bpm38 neu eingesetzt worden. Beide sind mit dieser Messung erstmalig kalibriert worden.

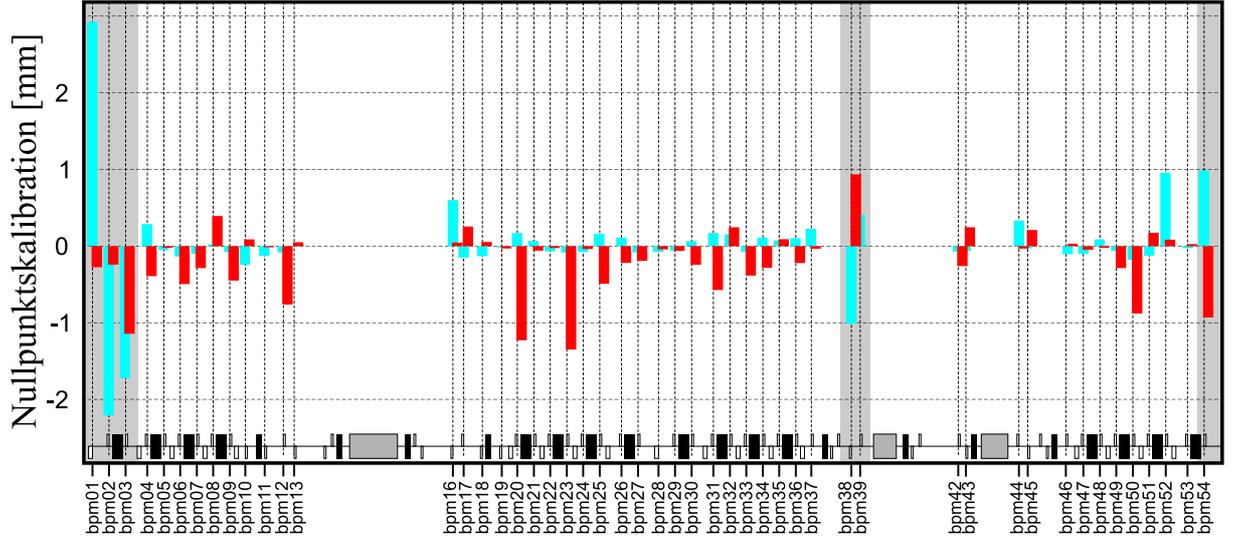


Abbildung 9.16: Vermessene Nullpunktskalibrationen aller 50 kalibrierbaren BPMs vom 24.-29.10.04. In blau die horizontalen, in rot die vertikalen Offsets. An den grau hinterlegten Monitoren haben seit der vorangegangenen Kalibration im Januar 2004 Umbauarbeiten stattgefunden.

### 9.6.1 Fehlerdiskussion

Der stochastische Fehler der Messpunkte des Abweichungsquadrates  $K^2 = \sum (\Delta\kappa_i)^2$  (siehe Gleichung (4.2)) beträgt für einen gaußschen Messfehler je Monitor von  $\sigma(\kappa_i) \equiv \sigma(\kappa)$ , mithin  $\sigma^2(\Delta\kappa_i) = 2\sigma^2(\kappa)$

$$\begin{aligned}
 \sigma^2(K^2) &= \left[ \Sigma \left( \frac{\partial K^2}{\partial \Delta\kappa_i} \right)^2 \right] 2\sigma^2(\kappa) \\
 &= \left[ \Sigma (2\Delta\kappa_i)^2 \right] 2\sigma^2(\kappa) \\
 &= 8K^2\sigma^2(\kappa).
 \end{aligned} \tag{9.2}$$

Für  $\sigma(\kappa)$  wurde ein Fehler von  $5\mu\text{m}$  angenommen, der sich durch die 12 Bit-Wandlung der Monitorrücklesen ergibt (siehe Abschnitt 4.7.1), da das gemessene Rauschen meist unter der Messgenauigkeit liegt. Der systematische Fehler ist für jeden Monitor unterschiedlich und wurde hier nicht berücksichtigt.

Um diese Fehlerabschätzung an den gemessenen Daten zu verifizieren, kann das um die Zahl der verbleibenden Freiheitsgrade  $\nu = n - 3$  reduzierte Residuum  $\chi^2$  gemäß Gleichung (B.4) des Anpassungsproblems einer Parabel an eine Menge von  $n$  Messpunkten herangezogen werden, vergleiche Formel (B.12). Liegt die Größe  $\chi^2/\nu$  für Messreihen ohne offensichtlichem, systematischen Fehler bei einer nicht allzu kleinen Zahl  $n$  in der Größenordnung von Eins, erscheint der Fehler  $\sigma(\kappa)$  sinnvoll gewählt (siehe auch Ausführungen in Abschnitt B.2). Eine typische Messung ist stellvertretend in Abbildung 9.14 links mit einem Wert von  $\chi^2/\nu \approx 3$  dargestellt, wodurch die Größenordnung des angenommenen Fehlers in  $\sigma(\kappa)$  bestätigt wird. Andererseits demonstriert die Messreihe der Abbildung 9.15, dass ein individueller, systematischer Messfehler dominierend sein kann, was durch den sehr hohen Wert von  $\chi^2/\nu > 100$  bestätigt wird.

### 9.6.2 Auswirkung der Monitorkalibration auf die Orbitkorrektur

Wie in Kapitel 4.7.3 bereits diskutiert, kann eine Fehlinterpretation der Strahlage durch eine unzureichende Kalibration der Monitornullpunkte erheblichen Einfluss auf die Qualität der Orbitkorrektur haben. Abbildung 9.17 stellt die jeweils bestmögliche Korrektur des Orbits auf die Nulldurchgänge der BPMs in beiden Ebenen unter Verwendung der Monitorkalibrationen der Vermessung vom Januar 2004 (gestrichelt) und den aktuellen Werten vom Oktober 2004 (durchgezogen) gegenüber.

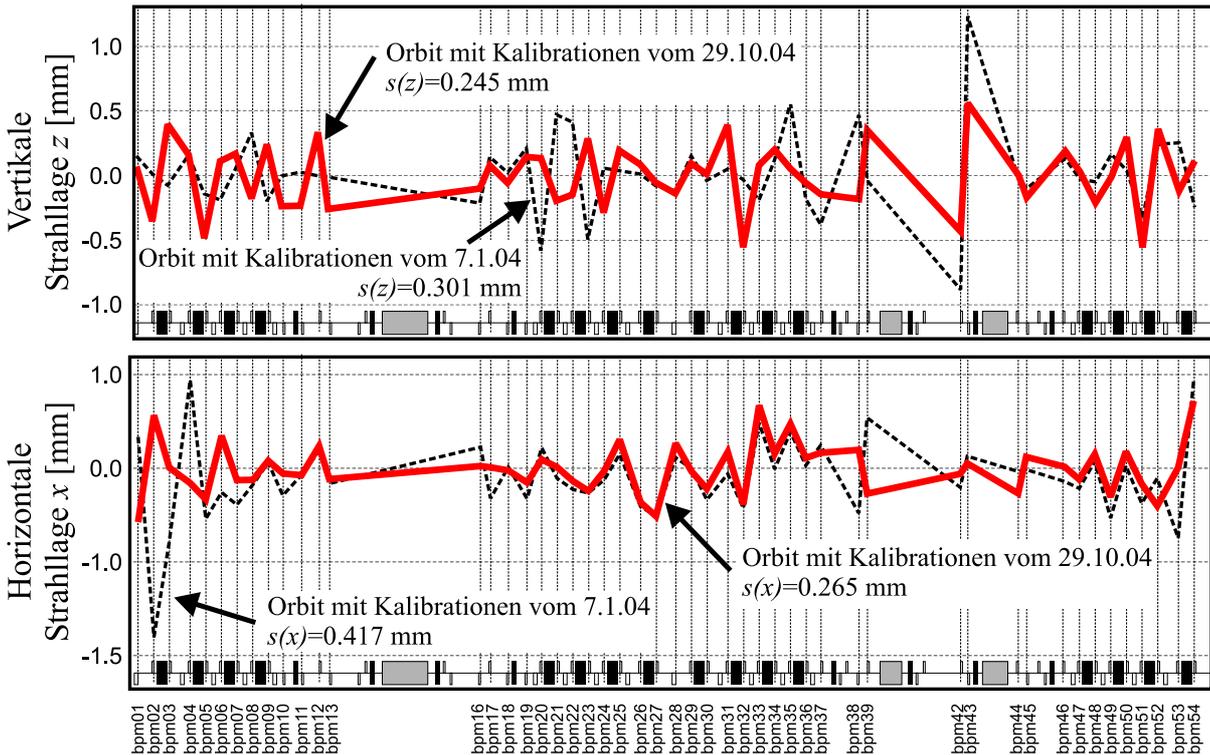


Abbildung 9.17: Vergleich der bestmöglichen (homogen gewichteten) Korrektur der Strahlagen auf die Nulldurchgänge der BPMs. Die rote, durchgezogene Linie verbindet die Monitorrücklesen nach bestmöglicher Orbitkorrektur auf Basis der Nullpunktkalibrationen der aktuellsten Messdaten vom 29.10.2004. Die schwarz gestrichelte Linie stellt jeweils den Orbit unter denselben Bedingungen, aber mit den Kalibrationsdaten vom 7.1.2004 dar. Die Monitore bpm14 und bpm15 sowie bpm40 und bpm41 sind nicht durch die BBC kalibrierbar, weshalb diese aus der Korrektur ausgenommen und nicht in der Auswertung der Standardabweichungen  $s(x)$  bzw.  $s(z)$  berücksichtigt worden sind.

Erwartungsgemäß kann die Strahlage mit den aktualisierten Kalibrationen in beiden Ebenen besser auf die Nulldurchgänge korrigiert werden, was sich in der Auswertung der (ungewichteten) Standardabweichungen  $s(\kappa)$  in beiden Ebenen widerspiegelt. Unter Ausschluss der nichtkalibrierbaren Monitore bpm14 und bpm15 sowie bpm40 und bpm41 ergibt sich horizontal eine Reduktion der verbleibenden Orbitwelligkeit von  $s(x) = 0.417$  mm auf 0.265 mm sowie vertikal nicht ganz so deutlich von  $s(z) = 0.301$  mm auf 0.245 mm. Ferner wird die maximale Auslenkung der residualen Orbitstörungen horizontal um einen Faktor zwei, vertikal sogar um einen Faktor drei reduziert. Die residuale Orbitstörung liegt außerhalb des Bildbereiches der Responsematrix, für die in beiden Ebenen aus Stabilitätsgründen jeweils die drei niedrigsten Singulärwerte ausgeschlossen worden sind.

# Kapitel 10

## Fazit und Ausblick

### 10.1 Fazit der Orbitkorrektur an Delta

Seit April 2004 wird die SVD-basierte Orbitkorrektur standardmäßig im Nutzerbetrieb verwendet. Zusammen mit der Inbetriebnahme des neuen Monitors bpm28 gelingt es seither, die Strahllage unmittelbar vor und hinter dem Septum zu kontrollieren. Gerade vertikal bestand hier vor der Montage des bpm28 ein Defizit durch den großen Phasenvorschub zwischen den Monitoren bpm27 (vorher bpm22) und bpm29 (vorher bpm23), der eine effektive Kontrolle der vertikalen Strahllage im Bereich des Septums erschwerte. Die Gewichtung relevanter Monitore, also auch der Monitore vor und hinter dem Injektionsseptum, ermöglicht es, die Strahllage relativ zu diesen Monitoren innerhalb des asymptotischen Limes der Orbitkorrektur auf Standardabweichungen typischerweise unter  $10\ \mu\text{m}$  in beiden Ebenen über den Verlauf einer Betriebswoche zu stabilisieren. So kann die Strahlposition an ausgewählten Quellpunkten durchaus auf ein Zehntel bis ein Zwanzigstel der Strahldimension korrigiert werden und übertrifft damit die bisherigen Anforderungen an die Strahlstabilität zur experimentellen Nutzung der Synchrotronstrahlung am Speicherring Delta. Diese Ergebnisse missachten allerdings Transversalbewegungen der Monitorköpfe, die im Bereich bis zu einigen  $10\ \mu\text{m}$  vermessen worden sind [44].

Litt die Injektion vor Installation des bpm28 und der Inbetriebnahme der SVD-basierten Orbitkorrektur unter stark schwankenden Injektionseffizienzen zwischen wenigen Prozent bis seltenen 50-60 %, so konnte die Injektionseffizienz vom Booster-Synchrotron in den Speicherring über den Verlauf einer Betriebswoche, mit kleineren Optimierungen des Transferkanals auch über mehrere Wochen auf hohem Niveau zwischen 40 % und 60 % stabilisiert werden. Dadurch wurden nicht nur Injektionszeiten für den Nutzerbetrieb verkürzt, sondern auch die allgemeine Strahlenbelastung durch geringere Verlustraten reduziert. Nicht zuletzt ist eine stabile Injektionseffizienz Grundlage für die Realisierung eines effektiven ‘Frequent-Injection’-Betriebs [84], der Nachinjektionen im Abstand von etwa 30 Minuten vorsieht, um den gespeicherten Strahlstrom bei einer Lebensdauer von vier Stunden auf etwa  $\pm 5\ \text{mA}$  um  $120\ \text{mA}$  zu halten.

An den relativ gering gewichteten Monitoren spiegelt sich deutlich die Strahlstromabhängigkeit der Strahllage im Speicherring wider. Darüber hinaus ist erkennbar, dass das thermische Gleichgewicht des Speicherrings erst nach etwa zwei bis drei Tagen Strahlbetrieb erreicht wird. Allerdings wird dies auch von den herrschenden Außentemperaturen abhängen, die in den vorgestellten Analysen z. T. deutlich unter  $10^\circ\text{C}$  gelegen haben. In Sommermonaten ist eine schnellere Konvergenz des Maschinenbetriebs zu erwarten. Die praktisch konstante thermische Last unter

dem geplanten ‘Frequent-Injection’-Betrieb wird daher sowohl die Änderung der Strahlage infolge thermischer Lastwechsel minimieren als auch eine schnellere Konvergenz des thermischen Gleichgewichts des Speicherrings vor allem in Wintermonaten begünstigen.

Im Standardbetrieb der Orbitkorrektur kann der gesamte Bildbereich der vertikalen Responsematrix (also alle Singulärwerte) zur Korrektur angewendet werden. In der horizontalen Ebene werden je nach Monitorgewichtung zwei bis vier Singulärwerte ausgelassen. Damit liegt das Verhältnis der Singulärwerte oberhalb des Singulärgrenzwertes zur Gesamtzahl der Singulärwerte sehr gut im Vergleich zu SVD-basierter Implementierung an anderen Synchrotronstrahlungsquellen. Dazu trägt auch die korrekte Behandlung der Korrektorlimitationen bei, da es vielerorts üblich ist, dieses Problem durch Anhebung des Singulärgrenzwertes zu umgehen.

Die Standardeinstellungen der Dipolfamilien und der Hochfrequenz für den Maschinenbetrieb sind bereits recht gut aufeinander abgeglichen. Zwar enthält die verwendete Einstellung der Dipolkorrektoren einen erheblichen Anteil dessen, was durch energieerhaltende Änderungen der Dipolkreise und der Hochfrequenz übernommen werden könnte, allerdings zeigte sich recht deutlich, dass nicht der mangelnde Abgleich dieser Elemente dafür ursächlich ist, sondern statische Störungen außerhalb der verfügbaren Korrektorelemente. Vor allem sind hier mögliche Fehlauflösungen der Strahlführungselemente zu untersuchen.

Die Synthese der Injektionsbeule unter der alleinigen Verwendung der dedizierten DC-Elemente erfordert weiteres Engagement. Erschwerend wirkt hier die starke Sättigung der Magnetjoche der dc1 und dc5. Ob die Stärke dieser DC-Elemente ausreichend ist, um den geforderten Hub der Injektionsbeule erzeugen zu können, ist derzeit unklar. Allerdings konnte auch gezeigt werden, dass die Injektionsbeule unter Aufrechterhaltung sehr guter Injektionseffizienzen auch allein durch die horizontalen Dipolkorrektoren aufgespannt werden kann.

### 10.1.1 Grenzen der Orbitkorrektur

Im zeitlichen Regime wird die Orbitkorrektur vor allem durch die synchrone Anwendung der berechneten Korrekturen durch die Korrektorrampe und einer maximalen Änderungsrate der Korrektornetzgeräte von praktisch 3.2 A/s begrenzt. Tiefpassfilter der BPM-Elektroniken erlauben keine höhere Bandbreite der Orbitkorrektur als 0.6 Hz. Tatsächlich begrenzen die Abweichungen vorausberechneter zu tatsächlich umgesetzten Orbitänderungen sowohl die erreichbare Orbitqualität als auch die sinnvolle Repetitionsrate der Orbitkorrektur im asymptotischen Limes. Günstigstenfalls können Orbitstörungen kleiner Amplitude bis zu etwa 0.1 Hz unterdrückt werden.

Die Anwendung berechneter Korrektoränderungen mit einer Amplitude von mindestens  $5 \mu\text{rad}$  liegt im asymptotischen Limes in der Nähe dessen, was durch die auflösungsbedingte Granularität der Korrektornetzgeräte möglich ist. Soll die erreichbare Korrekturqualität im asymptotischen Limes deutlich verbessert werden, müssen daher zunächst die dominanten Fehler der Orbitresponsematrix reduziert, im Anschluss daran aber auch die Auflösungsgenauigkeit der Korrektornetzgeräte erhöht werden.

Es ist zu erwarten, dass die Korrektur der vertikalen Strahlage an den Quellpunkten der Strahllinien mit zunehmenden Anforderungen durch die Inbetriebnahme weiterer Strahllinien in naher Zukunft nicht mit der erforderlichen Genauigkeit möglich sein wird. Bereits jetzt erreichen häufig ein bis zwei, manchmal sogar bis zu sechs vertikale Korrektoren ihre Stromgrenze. Die Erhöhung der Gewichte an weiteren Positionen führt in Abhängigkeit der geforderten Strahlage schnell zu

unakzeptablen Überhöhungen der Strahllage an geringer gewichteten Monitoren. Sekundär ist dafür der vergleichsweise geringe Phasenverschiebung in der vertikalen Ebene ursächlich.

Primäre Ursache dieses Problems sowie der Limitierung durch Korrektoren im Allgemeinen ist vermutlich eine unzureichende Justage der Magnete des Speicherrings in Bezug auf den Designorbit. Dies führt nicht nur zu den beschriebenen Problemen, sondern induziert auch eine störende vertikale Dispersion und Emittanzkopplung, wovon zahlreiche Aspekte der Strahldynamik und -diagnose betroffen sind.

## 10.2 Ausblick

Eine Verbesserung der Orbitkorrektur im asymptotischen Limes könnte durch die Verwendung der gekoppelten Responsematrix anstelle der getrennten Lösungsbestimmung auf Basis der horizontal und vertikal separierten Matrizen erreicht werden. Dies setzt allerdings voraus, dass die gemessene Orbitkopplung nicht allzu sensitiv von Änderungen der Strahllage selbst, des Arbeitspunktes oder des detaillierten Verlaufes der Betafunktionen und der Phasenverschiebungen abhängig ist.

Um die Bewegung der Monitorköpfe relativ zum Bezugssystem der Strahllinien in der Orbitkorrektur zu kompensieren, können in Zukunft externe Photon-Monitore zum Einsatz kommen, welche die Lage der Synchrotronstrahlung innerhalb der Strahllinie vermessen. Die Einbeziehung solcher zusätzlicher Strahllageinformationen variabler Gültigkeiten in die Orbitkorrektur ist vorbereitet. Allerdings sind die Anforderungen an die Zuverlässigkeit dieser Monitore erheblich, um im Rahmen einer gewichteten, globalen Orbitkorrektur weiterhin einen stabilen Orbitkorrekturbetrieb zu gewährleisten. Alternativ kann darüber nachgedacht werden, die horizontale Bewegung der Monitorköpfe durch die bereits erprobten Wegaufnehmer zu vermessen und als Korrektur auf die verwendete Orbitreferenz einzubeziehen. Dies erfordert jedoch eine hohe Langzeitstabilität dieser Komponenten sowie eine zuverlässige Sicherung gegen unbeabsichtigte Verrückungen der Wegaufnehmer in Bezug auf den jeweiligen Monitorkopf.

Weitere Verbesserungen der erzielbaren Orbitqualität setzen im wesentlichen Änderungen an den Komponenten des Speicherrings voraus. Vor allem wird erwartet, dass eine gute transversale Justage der Strahlführungsmagnete zu einer deutlichen Entlastung der Dipolkorrektoren führt. Sofern gleichzeitig die Strahllinien auf die Ebene der Strahlführung nivelliert sind, sollten die geforderten Strahllagen an den Quellpunkten auch ohne den Einsatz von Dipolkorrektoren nahe am Designorbit liegen. Nur so ist davon auszugehen, dass die Korrektur vor allem der vertikalen Strahllage auf eine zunehmende Zahl der Quellpunkte auch in Zukunft keine Probleme bereiten wird.

Die Anschaffung schnellerer und genauerer Netzgeräte für die Dipolkorrektoren und eine entsprechende Anbindung an das Kontrollsystem sollte es ermöglichen, die sinnvolle Bandbreite der langsamen Orbitkorrektur auf etwa 1 Hz und gleichzeitig die erreichbare Korrekturqualität im asymptotischen Limes zu erhöhen. Darüber hinaus sollte eine schnelle Orbitkorrektur mit einer Bandbreite von mindestens 100 Hz angesetzt werden. Sofern die Notwendigkeit einer schnellen Orbitkorrektur auf wenige Quellpunkte beschränkt bleibt, können lokale Lösungen sinnvoll sein, wie sie zur Zeit für die vertikale Strahllage an der BL5 in Betrieb genommen wird [46]. Darüber hinaus werden Optionen für eine Erweiterung dieses Projektes auf eine schnelle, globale Orbitkorrektur geprüft. Erforderliche Hardware in Form eines verteilten Netzes kommunizierender

DSP-Karten (engl. *Digital Signal Processing*) werden bereits angeschafft. Das Zusammenspiel eines schnellen mit dem langsamen Feedback erfordert weitere Aufmerksamkeit.

Neben der aktiven Stabilisierung der Strahlage sollte auch die passive Stabilisierung vorangetrieben werden. Dazu sollten zunächst die zur Magnetbestromung eingesetzten Netzgeräte auf eine ausreichende Siebung und Stabilität überprüft werden. Mechanische Schwingungen des Girders sollten vermessen und gegebenenfalls gedämpft werden.

Ein Neudesign der Korrektoren z. B. auf der Basis von Sextupoljochen sollte den Sextupolanteil der Dipolkorrektoren erheblich reduzieren. Dies kann gegebenenfalls auch zu einer besseren Übereinstimmung der vermessenen Responsematrix mit den Vorhersagen eines theoretischen Modells des Speicherrings führen. Dann wäre es sinnvoll, anstelle einer experimentell vermessenen Matrix eine Modellmatrix heranzuziehen um Änderungen der Strahloptik während des Betriebs unmittelbar in der Orbitkorrektur berücksichtigen zu können.

# Kapitel 11

## Zusammenfassung

Für den erfolgreichen Betrieb einer Synchrotronstrahlungsquelle der dritten Generation ist die Kontrolle und Stabilisierung der Strahllage von immenser Bedeutung. An ausgezeichneten Positionen des Speicherringes, wie z. B. an Quellpunkten der Strahllinien oder dem Injektionsbereich, sind Strahllagestabilitäten im Bereich von Bruchteilen des Strahldurchmessers erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine SVD-basierte Orbitkorrektur am Speicherring Delta realisiert, welche die zuvor implementierten Korrekturverfahren bezüglich der Konvergenzgeschwindigkeit und der Reproduzierbarkeit der Betriebseigenschaften des Speicherringes ablöst und den geforderten Ansprüchen an die Strahlstabilität an auswählbaren Punkten besser gerecht werden kann.

Die Besonderheit der vorgestellten Methoden liegt dabei in der Bestimmung der bestmöglichen Orbitkorrektur unter den Einschränkungen begrenzter Korrektorstärken. Während dieses Problem an anderen Instituten unter Inkaufnahme einer meist unnötigen Verschlechterung der Korrekturqualität gelöst wird, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Algorithmus entwickelt, der in der Lage ist, die optimale Lösung der Orbitkorrektur unter diesen Limitationen zu berechnen. Der vorgestellte Algorithmus zeichnet sich durch eine maximale Konvergenzgeschwindigkeit in den allermeisten der getesteten Fälle aus und konvergierte in allen bisher untersuchten Situationen. Ein mathematischer Beweis der Konvergenz steht indes noch aus. Daher wurde zusätzlich eine Lösungsstrategie aus der Standardliteratur adaptiert, die zwar von gesicherter Konvergenz scheint, dafür aber (bei gleicher Rechenzeit) langsamer konvergiert. In der Anwendung im Orbitkorrekturbetrieb erweisen sich beide Verfahren als gleichwertig und zuverlässig.

Die vorgestellten Methoden zur Lösungsfindung unter Korrektorlimitationen wurden überdies auf die Erfüllung zusätzlicher Randbedingungen ausgeweitet. Dies wurde am Beispiel der ‘auto-parametrischen Beulen’ gezeigt, indem der zulässige Lösungsraum auf jenen Unterraum reduziert wird, der zu geschlossenen Orbitbeulen korrespondiert. So wurde die Möglichkeit geschaffen, an ein oder zwei benachbarten Monitoren eine vorgebbare Strahllageänderung durch lokale Orbitbeulen zu erzielen, wobei die Korrektorlimitationen inhärent berücksichtigt sind und gegebenenfalls weitere Korrektoren zur Produktion der Strahllageänderungen automatisch hinzugezogen werden.

Um die Möglichkeiten der Orbitkorrektur externen Anwendungen verfügbar zu machen, wurde das Orbitkorrekturprogramm an das ‘Agentensystem’ angebunden, welches eine Kommunikation zwischen eigenständigen Programmen ermöglicht. Die so angebotenen Dienste werden an Delta z. B. von der strahlbasierten Nullpunktskalibration (BBC) der BPMs verwendet, um die erforderlichen Strahllageänderungen an den zu vermessenden Monitoren effizient durch ‘autoparame-

trische Beulen' erzeugen zu lassen. Ein anderes Programm nutzt die Dienste der Orbitkorrektur, um ein Feed-Forward auf die antizipierte Strahllageänderung durch einen 'SAW-Refresh' umzusetzen. Dadurch gelang es, die Zahl der Strahlverluste durch diesen Vorgang erheblich gegenüber dem unkorrigierten Prozess zu vermindern.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden darüber hinaus die Multipolkomponenten wichtiger Magnetkonfigurationen der Strahlführung vermessen. So ist beispielsweise das Sättigungsverhalten der Dipolkorrektoren sowie ihre für den Strahlbetrieb bedeutsamen Sextupolkomponenten verstanden worden. Die Magnetfeldinformationen aller Strahlführungskomponenten an DELTA sind in einer Programm-Bibliothek zusammengestellt worden, die es der Orbitkorrektur und anderen Programmen ermöglicht, die benötigten Umrechnungen geplanter Magnetfeldänderungen in die erforderlichen Stromänderungen und umgekehrt – auch unter der Berücksichtigung erforderlicher Sättigungskorrekturen – berechnen zu lassen.

Zusammen mit einem automatisierten Verfahren zur Singulärgrenzwertbestimmung, einem Referenzeditor, der konsequenten Integration der Nullpunktskalibration der Monitore, der Überwachung der relevanten Beschleunigerkomponenten etc. erlaubt die vorgestellte Implementierung der Orbitkorrektur eine integrierte, zuverlässige und benutzerfreundliche Bedienbarkeit des komplexen Orbitkorrektursystems für eine bestmögliche Kontrolle der Strahllage bis an die Grenze der Auflösungsgenauigkeit des Strahllagemesssystems in allen bislang am Speicherring Delta bedeutsamen Situationen im Frequenzbereich bis maximal 0.1 Hz.

## Anhang A

# Die Methoden des ‘effektivsten Korrektors’ und der ‘3er-Beulen’

Die SVD-basierte Orbitkorrektur wurde eingeführt, um die Korrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ und der ‘3er-Beulen’ [45] zu ersetzen. Um den Vorteil einer SVD-basierten Korrektur gegenüber diesen Methoden zu verstehen, ist es zweckmäßig, zunächst die Anwendung des jeweils ‘effektivsten Korrektors’ im gewichteten Orbitraum (Abschnitt 6.1) darzustellen. Auf die analoge Anwendung der ‘3er-Beulen’ wird dann in Abschnitt A.1.1 eingegangen.

Das Verfahren des ‘effektivsten Korrektors’ nähert einen Lösungspunkt  $\vec{\delta}^{(f)} \in A^{(0)}$  (siehe Definition in Gleichung (6.1)) iterativ an, indem jeweils jener Korrektor  $j$  bestimmt wird, dessen Projektion von  $\vec{\delta}^{(0)}$  auf den zugehörigen, gewichteten Responsevektor  $\vec{a}_j$  (Abschnitt 5.1.3) im Verhältnis zur Länge des Responsevektors  $\vec{a}_j$  maximal wird:

$$E_j := \frac{1}{\|\vec{a}_j\|} \left( \frac{\vec{a}_j^T}{\|\vec{a}_j\|} \vec{\delta}^{(0)} \right) \rightarrow \max. \quad (\text{A.1})$$

Der so ausgewählte Korrektor  $j$  wird um den Betrag  $E_j$  verändert. Auf Basis der neu gemessenen Darstellung von  $\vec{\delta}^{(0)}$  wird die Analyse nun iterativ wiederholt und ihr Ergebnis auf die Korrektoreinstellungen angewendet.

### A.1 Konvergenz

Die Konvergenz dieses Verfahrens wird an einem zweidimensionalen Beispiel in Abbildung A.1 diskutiert, in dem die Korrektoren 1 und 2 in Richtung ihrer gewichteten Responsevektoren  $\vec{a}_1$  und  $\vec{a}_2$  auf die Strahllage an den Monitoren bpm1 und bpm2 wirken. Ausgehend von einer initialen Wahl des Korrektors 1 in Abbildung A.1a) folgt die Iteration dem skizzierten Verlauf, und konvergiert über (unendlich) viele Iterationen gegen den Zielpunkt  $\vec{\delta}^{(0)}$ . Diese Lösung kann über das SVD-basierte Verfahren in einem einzigen Korrekturschritt erreicht werden.

Korrektorlimitationen wirken begrenzend auf den berechneten Faktor  $E_j$ . Da der zulässige Bereich der Korrektoränderungen konvex ist, wird das Verfahren auch unter limitierenden Korrektorstärken auf den zu  $\vec{\delta}^{(0)}$  nächsten Punkt des zulässigen Bereiches konvergieren, siehe Beispiel in Abbildung A.1 b).

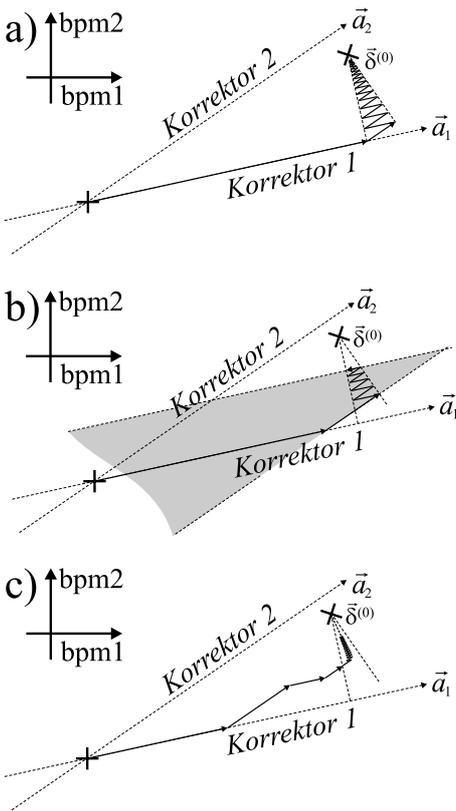


Abbildung A.1: Zweidimensionale Beispiele zur Konvergenz einer Orbitkorrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ [45]. a) unskalierte Iteration; b) Konvergenz unter Korrektorlimitationen; c) eine um  $F_{\text{korr}} = 0.5$  skalierte Iteration mit anfänglich besserer Konvergenz. Siehe Text.

Analog zu den Überlegungen in Abschnitt 8.1.10 wird zur Auswertung eines anzuwendenden Korrekturschritts der Zielvektor  $\vec{\delta}^{(0)}$  mit einem Faktor  $0 < F_{\text{korr}} \leq 1$  skaliert. Dieser Skalierungsfaktor wurde an Delta mit 0.2 bis 0.5 üblicherweise niedriger angesetzt, als es für die SVD-basierte Korrektur angebracht ist ( $F_{\text{korr}} = 0.9$ , siehe Abschnitt 9.1.2). An Abbildung A.1c) ist erkennbar, dass dadurch bei großen Abständen zu  $\vec{\delta}^{(0)}$  zunächst eine schnellere Annäherung an den Zielpunkt erreicht werden kann. Für zunehmend kürzer werdende Abstände zu  $\vec{\delta}^{(0)}$  wird die Konvergenzgeschwindigkeit jedoch um den Faktor  $F_{\text{korr}}$  gegenüber jener der unskalierten Iteration reduziert.

Generell hängt die Konvergenzgeschwindigkeit einer Orbitkorrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ von der Schiefwinkligkeit der gewichteten Responsevektoren zueinander ab: während dieses Verfahren für orthogonale Responsevektoren innerhalb einer *endlichen* Iterationszahl schnell konvergiert und jeder Korrektor maximal einmal verwendet werden muss, sinkt die Konvergenzgeschwindigkeit mit abnehmenden Winkeln zwischen den Responsevektoren ab (siehe Abbildung A.1). Je größer die Verhältnisse der Monitorgewichte einer gewichteten Orbitkorrektur untereinander sind, desto stärker werden die Responsevektoren im gewichteten Orbitraum in Richtung der hoch gewichteten Monitore gestreckt, desto kleiner sind die Winkel zwischen den gewichteten Responsevektoren. Um eine akzeptable Konvergenzgeschwindigkeit zu erhalten, dürfen die Monitorgewichte daher nicht zu groß gewählt werden.

Ferner ist es nicht möglich, eine *lokale* Korrektur durchzuführen, welche die Strahlage an anderen, selbst an hochgewichteten Monitoren weitestgehend unbeeinflusst lässt (dies führt auch auf den Ansatz der ‘3er-Beulen’ s. u.). So kann z. B. die integrale Korrektorstärke im Einzelschritt nicht durch die Verwendung eines einzelnen Korrektors konstant erhalten werden. Dies hat unmittelbar Auswirkungen auf die Anwendbarkeit einer Hochfrequenzkorrektur, da mittelfristig die Möglichkeit besteht, dass die Korrektur der Hochfrequenz gegen die der horizontalen

Korrektoren divergiert, vergleiche Diskussion in Abschnitt 8.1.9. Darüber hinaus ist es nicht möglich, lineare Randbedingungen für die Orbitkorrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ zu definieren (lineare Randbedingungen der SVD-basierten Korrektur werden in Kapitel 7 eingeführt).

Eine Konsequenz der angeführten Argumente ist die, dass eine Orbitkorrektur, die auf der Änderung eines jeweils einzelnen Korrektors basiert, Strahlstabilität zu hohen Kosten der Konvergenzgeschwindigkeit erkaufen muss. Je größer die Zahl höhergewichteter Monitore ist, desto langsamer konvergiert das Verfahren. Diese Einschränkung trifft auf ein SVD-basiertes Verfahren nicht zu.

### A.1.1 Korrektur durch Verwendung von ‘3er-Beulen’

Das alternative Korrekturverfahren der ‘3er-Beulen’ verläuft vollkommen analog zu der Methode des ‘effektivsten Korrektors’, nur dass anstelle der einzelnen Korrektoren Korrektorkombinationen aus jeweils drei benachbarten Dipolkorrektoren verwendet werden, die eine lokale Orbitbeule um einen eingeschlossenen Strahllagemonitor erzeugen. Dies entspricht der Wahl anderer Richtungen der Korrektoränderungen im ungewichteten Orbitraum, die dem Orthogonalsystem der BPMs (siehe Abbildung A.1) möglichst nahe kommen sollen, und deren Winkel zueinander daher näher an  $\pi/2$  liegen sollten, als die der einzelnen Responsevektoren. Dadurch kann eine höhere Konvergenzgeschwindigkeit und Lokalität erreicht werden. Durch die Anwendung einer Monitorgewichtung werden die Winkel zwischen diesen Basisvektoren jedoch wieder verkleinert und die Konvergenzgeschwindigkeit verlangsamt. Hingegen erzeugt die SVD-basierte Korrektur eine orthogonale Basis im gewichteten Orbitraum und kann so in einem Schritt konvergieren.

## A.2 Nullraumverletzung

Ein wesentliches Problem einer Orbitkorrektur auf Basis des ‘effektivsten Korrektors’ oder der ‘3er-Beulen’ kann die Verletzung des Nullraums sein. Der Nullraum umfasst jene Kombinationen von Korrektoränderungen, deren Einfluss auf den Orbit gering und potentiell fehlerdominiert ist (siehe Diskussion in Abschnitt 5.2.3). Während ein SVD-basiertes Verfahren erlaubt, diesen Nullraum zu bestimmen, und der Lösungsvektor stets so konstruiert werden kann, dass dieser keine Komponenten des Nullraums enthält, ist dergleichen durch die hier beschriebenen Methoden nicht möglich.

Existiert ein fehlerdominierter Nullraum, wird eine Orbitkorrektur durch sukzessive Anwendung des effektivsten Korrektors oder von 3er-Beulen mittel- und langfristig zwar im Orbitraum, nicht aber im Korrektorraum konvergieren müssen. Denn die resultierenden Korrektoreinstellungen werden Nullraumkomponenten enthalten, deren Beträge von den variierenden Abweichungen der vermessenen Responsematrix zu denen der tatsächlich erzeugten Orbitänderungen jedes Korrektors abhängen. Da die gesamte Strahlage nur unvollständig durch die Strahlage an den BPMs wiedergegeben wird (vergleiche mit Abbildung 4.13), können undeterministische Nullraumkomponenten bei ähnlichen Strahlagen an den BPMs unvorhersehbare Änderungen an den Betriebs-eigenschaften des Speicherrings wie der Lebensdauer, der Injektionseffizienz, etc. hervorrufen. Hingegen konvergieren die Korrektoreinstellungen deterministisch mit einer SVD-basierten Korrektur unter Verwendung eines sinnvoll gewählten Singulärgrenzwertes  $\sigma_{\text{cut}}$ , wodurch eine mittel- bis langfristige Reproduzierbarkeit des Beschleunigerbetriebs möglich wird.

### A.3 Weitere Verfahren

Durch die Analysen der SVD konnte bestätigt werden, dass die Verwendung der Methoden des ‘effizientesten Korrektors’ und der Korrektur unter Gewichtung der Korrektoren, die ebenfalls zur Orbitkorrektur an Delta installiert worden sind [45], für die Verwendung an Delta redundant zum Verfahren des effektivsten Korrektors sind und fast immer zu denselben Ergebnissen führen. Diese Verfahren beruhen auf der Idee, dass unterschiedliche Korrektoren eine ähnliche Änderung des Orbits bewirken würden. Diese Verfahren sollten dann jenen Korrektor anstelle des ‘effektivsten’ bevorzugen, dessen Änderung der Korrektorstärke möglichst gering ist (‘effizientester’ Korrektor) oder die Absolutstärke des Korrektors reduziert. Gäbe es je zwei Korrektoren, die diese Wahl erlaubten, würden diese Paarungen in der SVD entsprechend kleine Singulärwerten erzeugen. Da die kleinen Singulärwerte der vermessenen Orbitresponsematrizen jedoch nicht mit der Veränderung je zweier Korrektoren verbunden sind (siehe z. B. Abbildung 8.6), haben diese Korrekturverfahren an Delta keine praktische Relevanz gegenüber der Wahl des ‘effektivsten Korrektors’.

## Anhang B

# Magnetvermessungen

Die in diesem Kapitel vorgestellten Abhängigkeiten der Strahlführungsstärken zu den für sie relevanten Bestromungen werden über das Hilfsprogramm ‘i2k’ (siehe Abschnitt 8.2.4) im DELTA-Kontrollsystem zur Verfügung gestellt.

Unter Verwendung des *Multipole Magnet Measurement System Model 692* der Firma Danfysik sind im August 2000 am Berliner Synchrotron BESSY zwei DELTA-Quadrupole mitsamt verschiedener Zusatzspulen auf ihre integralen Multipolkomponenten in Abhängigkeit unterschiedlicher Bestromungen untersucht worden. Bei den untersuchten Magneten handelte es sich zum einen um den Delta-Quadrupol N<sub>0</sub> 10 (heute qf03+02) mit einer Jochlänge von 40 cm, ausgerüstet mit einem Satz horizontaler Korrektorspulen (hk) und einem externen Sextupol. Zum anderen wurde der Quadrupol N<sub>0</sub> 28 (heute qn08+02) mit einer Jochlänge von 20 cm vermessen, der mit einem Satz horizontaler (hk) wie vertikaler Korrektorspulen (vk) sowie einem externen Sextupol ausgerüstet worden ist. Interne Sextupole, wie sie im Speicherring Delta ebenfalls im Einsatz sind, schränken den Aperturradius der Magneten zu sehr ein, sodass diese nicht vermessen werden konnten.

### B.1 Das ‘Multipole Magnet Measurement System’

Das Messprinzip basiert auf der Integration der Induktionsspannung  $U = -\dot{\Phi}$  einer langen, ebenen Messspule mit  $N$  Windungen, die parallel zur longitudinalen Achse durch den zu vermessenden Magneten geführt und mit gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi} = \omega = 2\pi/T$  rotiert wird. Durch geeignete Wahl der Geometrie (siehe Abbildung B.1) trägt nur der azimutale Anteil des Magnetfeldes  $B_\varphi(r, \varphi)$  zum Fluss durch die Spule bei. Unter Verwendung von Gleichung (3.3) erhält man durch Integration über die Spulenfläche:

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= N \int_s \int_{r_1}^{r_2} B_\varphi(r, \varphi) dr ds \\ &= \int_s \int_{r_1}^{r_2} \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} A_n r^{n-1} \exp(in\varphi) \right) dr ds \\ &\approx N \sum_n \frac{1}{n!} \langle |A_n| \rangle l_{\text{eff}}(n) (r_2^n - r_1^n) \cos(n\omega t - \alpha_n)\end{aligned}\tag{B.1}$$

Mit der Verwendung des Ausdruckes  $\langle |A_n| \rangle l_{\text{eff}}(n)$  wurde auf die Notation der Gleichung (3.9) zurückgegriffen. Die Parameter der Messspule sind in Tabelle B.1 aufgelistet.

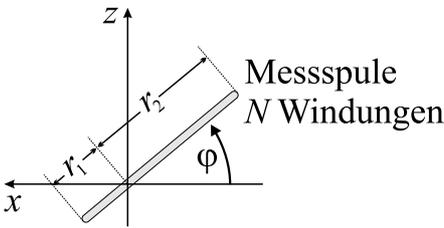
Die Messbank war mit einem *VFC Integrator 5150* der Fa. Metrolab ausgestattet, der die in der Spule induzierte Spannung über 256 Intervalle der Dauer  $\Delta T = T/256$  integrierte. Der integrierte Messwert beträgt daher in vereinfachter Näherung:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &\approx \frac{d\Phi(t)}{dt} \Delta T \\ &= N \frac{\pi}{128} \sum_n \frac{\langle |A_n| \rangle l_{\text{eff}}(n)}{(n-1)!} (r_2^n - r_1^n) \cos(n\omega t - \alpha_n).\end{aligned}\quad (\text{B.2})$$

Durch eine Fourieranalyse der Messdaten kann man dann die integrierten Werte der komplexen Multipolkoefizienten  $\langle A_n \rangle$  gewinnen:

$$\langle A_n \rangle l_{\text{eff}} := \langle |A_n| \rangle l_{\text{eff}} \exp i\alpha_n = h_n \frac{128(n-1)!}{N\pi (r_2^n - r_1^n)}, \quad (\text{B.3})$$

wobei man die komplexen Koeffizienten  $h_n$  aus Gleichung (B.9) erhält.



$N$	20
$r_1$	$(-15.375 \pm 0.005)$ mm
$r_2$	$(30.750 \pm 0.005)$ mm
Zylinderradius	32.750 mm
Aperturradius Quadrupole	35.000 mm

Abbildung B.1: Links: Geometrie der Messspule. Befindet sich die Drehache innerhalb der Spulenebene, so trägt nur das azimuthale Feld zum Fluss durch die Spule bei, der durch die asymmetrische Aufteilung der Radien  $r_1$  und  $r_2$  von Null verschiedenen wird. Die Orientierung des Koordinatensystems entspricht dem der Abbildung 3.1. Rechts: Zusammenstellung der Spulenparameter.

### B.1.1 Aufbau der Messanordnung

Die Messanordnung besteht im wesentlichen aus der Messbank samt Justiereinheit, einem Mikroprozessor, einem G-64 Modul und einem PC. Mit dem Mikroprozessor werden die elektronischen Komponenten gesteuert, die den Messablauf bestimmen. Dazu gehören eine Komparatorkarte, eine Motorkarte sowie die Integratoren. Über den PC ist die Steuerung des Messablaufes und die Abfrage wichtiger Kenngrößen möglich. Die Messbank umfasst das Spulensystem<sup>1</sup>, die Magnetauflage mit Schrittmotorsteuerung und einem Justagesystem.

Messgröße ist die in der Messspule induzierte Spannung, die durch Drehung der Spule im Feld des Magneten hervorgerufen wird. Dazu wird eine Seite der Spule mit einem DC-Motor verbunden, die gegenüberliegende Seite an einen Winkelencoder angeschlossen. Die induzierte Spannung wird zunächst um den Faktor  $G$  verstärkt und dann in den Integrator geführt, der 50 000 Zähler je Voltsekunde [Vs] an ein angeschlossenes G-64 Modul ausgibt. Die Integrationsgrenzen werden durch den Winkelencoder festgelegt, der den Vollkreis in 256 äquidistante Winkelpositionen unterteilt. Die vom Encoder vorgegebenen Stellungen werden über eine Komparatorkarte mit den vom Mikroprozessor festgelegten Winkelpunkten verglichen. Bei Gleichheit beider Werte

<sup>1</sup>Das Spulensystem umfasst neben der Hauptspule auch eine Kompensationsspule, die bei Bedarf die induzierte Quadrupolkomponente der Hauptspule kompensiert, um eine verbesserte Messgenauigkeit der höheren Multipolkomponenten zu ermöglichen. Diese Option wurde für die hier vorgestellten Messreihen jedoch nicht genutzt.

erhält der Integrator ein Triggersignal, welches die Integrationsgrenzen markiert. Das Ergebnis der Integration ist dann eine von der Drehgeschwindigkeit unabhängige Flussänderung zwischen zwei Winkelpositionen. Protokolliert werden 256 Datenpunkte während einer vollständigen Spulendrehung.

### B.1.2 Justage

Der Magnet muss zunächst kollinear mit der Verbindungslinie der Lagermittelpunkte einjustiert werden, bevor die Messspule eingeführt werden kann. Maßgebend sind zwei Lager rechts und links des Tisches, welche die Spule durch den Magneten führen werden. Zur exakten Positionierung des Magneten kann der Magnetisch mit fünf Schrittmotoren unter einer langen Getriebeübersetzung vertikal wie horizontal verschoben und gedreht werden. Um Reibung zu minimieren, wird der Tisch während derlei Bewegungen auf Luftkissen gelagert. Die Auflösung der horizontalen Bewegung beträgt etwa  $1\ \mu\text{m}$ , die der vertikalen etwa  $0.5\ \mu\text{m}$ . Die Justiereinheit umfasst einen Justagelaser *Fixtur FL11* sowie einen positionsempfindlichen Lichtdetektor *Fixtur FD11*, der in eine Taylor-Hobson-Kugel eingepasst ist. Letztere wird wechselweise in den Lagern der Messspule zentriert. Zunächst wird der Justagelaser so justiert, dass der Strahl mittig durch beide Lager läuft. Der Lichtdetektor der Taylor-Hobson-Kugel erlaubt hier eine Genauigkeit von  $\pm 20\ \mu\text{m}$ . Selbige wird dann in eine zylindrische Aufnahme zentriert, die mit einem Passradius von 35 mm unter geringem mechanischen Spiel von beiden Seiten in die Quadrupolapertur eingesetzt werden kann. Mit Hilfe der Schrittmotoren der Messbank können nun der Eintritts- wie der Austrittspunkt des Quadrupols mit  $\pm 30\ \mu\text{m}$  auf die Laserachse einjustiert werden. Anschließend kann das Messspulensystem eingeführt werden.

Bei eingeführter Messspule und erregtem Quadrupolfeld kann die magnetische Achse des Quadrupols iterativ mit der Messachse in Deckung gebracht werden. Denn aus dem vermessenen Verhältnis der komplexen Dipolkomponente  $A_1$  und Quadrupolkomponente  $A_2$  kann die Fehljustage der magnetischen Achse des Magneten zu der Messspule in horizontaler ( $\Delta x$ ) wie vertikaler Richtung ( $\Delta z$ ) ermittelt werden [86]:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \operatorname{Re} D \\ \Delta z &= \operatorname{Im} D, \end{aligned} \quad \text{mit} \quad D = \frac{A_1}{2A_2}$$

Das Messsystem evaluiert diese Daten und kann die Magnetposition dieser Vorgabe entsprechend korrigieren. Durch wiederholte Anwendung dieses Verfahrens kann eine Positioniergenauigkeit der Magnetachse zur Messachse von  $\pm 20\ \mu\text{m}$  erreicht werden.

### B.1.3 Messprogramm

Die Aufnahme einer Messreihe begann üblicherweise mit einer ‘Massage’ des Magnetjoches, der die Magneten des Speicherrings zu Beginn definierter Bestromungen ebenfalls unterworfen werden: Dazu wird der Strom der Quadrupolspulen in drei Zyklen von 0A auf 60A und wieder zurück auf 0A gefahren, um eine reproduzierbare Remanenz des Magnetjoches voraussetzen zu dürfen. Die Aufnahme einer Messung umfasst die Protokollierung je einer Flusskurve in Vorwärts- wie in Rückwärtsrichtung. Letztere wird infolge der gegenläufigen Rotationsrichtung der Messspule um das Vorzeichen umgekehrt. Die den Multipolkoeffizienten  $A_n$  proportionalen Koeffizienten

$h_n$  werden für jede dieser Flusskurven mittels des *inline radix 2 FFT Algorithmus*' [68] und nach Gleichung (B.9) getrennt ausgewertet und ihre Fehler entsprechend der Diskussion in Abschnitt B.2 bestimmt. Das mit diesen Fehlern gewichtete Mittel der Multipolkoeffizienten stellt nach Umrechnung gemäß Gleichung (B.3) das Endergebnis in den  $A_n$  dar. Tabelle B.1 stellt die durchgeführten Messungen zusammen. In einem internen Bericht [87] werden die Koeffizienten  $A_n$  aller ausgewerteten Messreihen dokumentiert.

Messreihe	Kommentar
Langer Quadrupol mit Sextupoljoch	
lqms1	Quadrupolhysterese; z. T. verrauscht, Bestromungsfehler (n. verw.)
lqms2	Quadrupolhysterese
lqms3	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ ): falscher Gain (n. verw.)
lqms4	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
lqms5	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )
lqms6	hk-Differenzmessungen
lqms7	Sextupolvermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
lqms8	Sextupolvermessung ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )
Langer Quadrupol ohne Sextupoljoch	
lqos1	Quadrupolvermessung
lqos2	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
Kurzer Quadrupol mit Sextupoljoch	
kqms1	Quadrupolhysterese
kqms2	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
kqms3	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )
kqms4	hk-Differenzmessungen
kqms5	vk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ ); teils verrauscht (n. verw.)
kqms6	vk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )
kqms7	vk-Differenzmessungen
kqms8	vk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
kqms9	Sextupolvermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
kqms10	Sextupolvermessung ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )
Kurzer Quadrupol ohne Sextupoljoch	
kqos1	Quadrupolvermessung
kqos2	hk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )
kqos3	vk-Vermessung ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )

Tabelle B.1: Übersicht aller aufgenommenen Messreihen. Die Aufnahme einer Quadrupolhysterese beinhaltet Messpunkte eines Stromzyklus' des Quadrupols, indem dieser mit  $0 \text{ A}$  beginnend sukzessive auf den Maximalwert von  $60 \text{ A}$  und anschließend schrittweise wieder auf  $0 \text{ A}$  gesetzt wird. Für eine Differenzmessung der Korrektoren wurde bei zunehmender Quadrupolbestromung je ein Messwert für einen Korrektorstrom von  $0 \text{ A}$  und  $5 \text{ A}$  aufgenommen.

## B.2 Fehleranalyse der Multipolkoeffizienten

Die aufgezeichneten Messreihen sind systematischen und stochastischen Fehlern (Rauschen) unterworfen. Während die Behandlung systematischer Fehler eine Kenntniss ihrer Ursachen voraussetzt, kann man versuchen, die stochastischen Fehler aus dem Messsignal herauszuseparieren. Dies wird im Folgenden für eine Darstellung des Messsignals mithilfe orthogonaler Basisfunktionen nachvollzogen. Für eine ausführlichere Behandlung dieses Aspektes wird auf die vorzügliche Darstellung in den *Numerical Recipes* [68] verwiesen.

Das allgemeine Problem, eine Kurve  $y_i$  mit Standardabweichungen  $\sigma(y_i)$  an  $N$  Stützpunkten  $x_i$  durch eine Linearkombination von  $M$  Funktionen  $X_n(x_i)$  mit den Linearkoeffizienten  $h'_n$  anzunähern, kann durch Minimierung des Residuums

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{y_i - \sum_{n=0}^{M-1} h'_n X_n(x_i)}{\sigma^2(y_i)} \right]^2 \quad (\text{B.4})$$

erreicht werden. Durch Differentiation nach den  $h'_n$  entsteht ein lineares Gleichungssystem in den  $h'_n$ :

$$\sum_n \alpha_{kn} h'_n = \beta_k \quad (\text{B.5})$$

mit

$$\alpha_{kn} = \sum_{i=1}^N \frac{X_k(x_i) X_n(x_i)}{\sigma^2(y_i)} \quad (\text{B.6})$$

$$\beta_k = \sum_{i=1}^N \frac{y_i X_k(x_i)}{\sigma^2(y_i)} \quad (\text{B.7})$$

Gleichung (B.5) kann nun durch Inversion der Matrix  $\alpha$  nach den gesuchten Koeffizienten  $h'_n$  aufgelöst werden. Die zu  $\alpha$  inverse Matrix bezeichnet man auch als Kovarianzmatrix des Anpassungsproblems  $C_{kn} = [\alpha]_{kn}^{-1}$ . Man kann nun zeigen [68], dass die Standardabweichungen der angepassten Parameter  $\sigma^2(h'_n)$  gerade den Diagonalelementen der Kovarianzmatrix entsprechen:

$$\sigma^2(h'_n) = \sum_{i=1}^N \sigma^2(y_i) \left( \frac{\partial h'_n}{\partial y_i} \right)^2 = C_{nn}. \quad (\text{B.8})$$

Es ist bemerkenswert, dass dieser Fehler unabhängig von den  $y_i$  des Ausgangssignales ist, da die  $h'_n$  selbst nur linear von den  $y_i$  abhängig sind.

Um eine Zahl von  $m$  Multipolen an das Messsignal anzupassen, wählt man eine Basis aus den  $M = 2m+1$  Funktionen  $X_0 = 1$  sowie  $X_{2n-1}(\varphi) = \cos n\varphi$  und  $X_{2n}(\varphi) = \sin n\varphi$  für  $n = 1, \dots, m$ . Die komplexen Linearkoeffizienten  $h_n$  erhält man dann aus den  $h'_{2n-1}$  und  $h'_{2n}$  über

$$h_n = \sqrt{h'_{2n+1} + h'_{2n}} \exp i\alpha_n \quad \text{mit} \quad \alpha_n = \arctan \frac{h'_{2n}}{h'_{2n-1}} \quad (\text{B.9})$$

Da die Funktionen  $X$  eine orthogonale Basis bilden, ist die Matrix  $\alpha$  diagonal mit  $\alpha_{nn} \neq 0$ . Gleiches folgt für ihre Inverse  $C$ , deren Diagonalelemente sich gerade zu

$$C_{nn} = \sigma^2(h'_n) = \frac{1}{\alpha_{nn}} = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{X_n^2(x_i)}{\sigma^2(y_i)} \right]^{-1} \quad (\text{B.10})$$

berechnen. Nimmt man im vorliegenden Fall an, dass die gaußsche Varianz jeder der  $N$  Messpunkte einer Flusskurve  $\sigma(y_i) \equiv \sigma(y)$  sei, ist der letzte Ausdruck für die äquidistante Summation über das Intervall  $[0, 2\pi]$  für alle Funktionen  $X_n(x_i)$  für  $n > 0$  konstant, denn es gilt

$$\sum_{i=1}^N \sin^2 \left( n \frac{2\pi i}{N} \right) = \sum_{i=1}^N \cos^2 \left( n \frac{2\pi i}{N} \right) = \begin{cases} N/2 & n > 0 \\ N & n = 0 \end{cases}$$

Folglich gilt für  $N = 256$  Datenpunkte einer Flusskurve

$$\sigma(h'_{n>0}) = \sigma(y) \frac{1}{\sqrt{128}}. \quad (\text{B.11})$$

Nun fehlt noch eine Abschätzung der Standardabweichung  $\sigma(y)$  jedes Messpunktes, um den Gesamtfehler der  $h'_n$  bestimmen zu können. Dazu ziehe man die Definition des Residuums  $\chi^2$  in Gleichung (B.4) heran. Sofern die Messpunkte  $y_i$  unter der Standardabweichung  $\sigma(y)$  gaußförmig gestreut sind, sollte die mittlere Abweichung der angepassten Kurve  $\sum_n h'_n X_n(x_i)$  vom Datenpunkt  $y_i$  gerade  $\sigma(y)$  betragen. Sei  $\nu = N - M$  die Zahl der verbleibenden Freiheitsgrade des Anpassungsproblems, so kann man zeigen, dass eine Statistik in den  $\chi^2$  gerade den Erwartungswert  $\nu\sigma^2(y)$  mit der Varianz  $\sqrt{2\sigma(y)\nu}$  aufweist (siehe z. B. [68, Seite 661]). Folglich kann dann die stochastische Standardabweichung  $\sigma(y)$  durch

$$\begin{aligned} \sigma^2(y) &= \frac{1}{N - M} \sum_{i=1}^N \left[ y_i - \sum_n h'_n X_n(x_i) \right]^2 \\ &=: \frac{\bar{\chi}^2}{\nu} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

abgeschätzt werden. Um diesen Ansatz auf die vorliegende Auswertung anwenden zu können, müssen jene Koeffizienten aus der Menge aller  $h'_n$  zu Null gesetzt werden, die dem Rauschspektrum zuzuordnen sind, Die Abweichung  $\bar{\chi}^2$  der gemessenen  $y_i$  von der so verbliebenen *Signalfunktion* wäre dann nur noch stochastischer Natur und Gleichung (B.12) kann zur Ermittlung der  $\sigma(y)$  herangezogen werden.

## B.2.1 Trennung von Signal und Rauschen

Ziel ist es, ein Kriterium zu finden, um diejenigen Frequenzen, welche die Signalfunktion konstituieren, von denen des Rauschspektrums zu trennen. Dazu wird angenommen, dass das Signal in den Frequenzen höchster Amplitude enthalten sei, sodass die Amplituden der Signalfunktion durch eine Grenzamplitude von den Amplituden des Rauschspektrums getrennt werden können. Es wird ferner angenommen, dass das Einbeziehen einer Frequenz des Signales in die Linearkombination der Multipole zu einer stärkeren Reduzierung des Residuums nach Gleichung (B.4) führt als eine Frequenz des Rauschspektrums. Daher wird unter der sukzessiven Einbeziehung der Frequenzen mit abnehmender Amplitude eine vorübergehende Sättigung des Residuums erwartet. Das Einsetzen dieser Sättigung kann dann als Kriterium dienen, um das Signal vom Rauschen zu trennen<sup>2</sup>.

Die konstante Funktion  $X_0$  wird aus dem folgenden Prozedere herausgenommen und als systematischer Datenoffset bereits zu Beginn in die Signalfunktion übernommen. Das resultierende Residuum  $\chi_0^2$  ist nun vor der Einbeziehung weiterer Frequenzen maximal. Mit abnehmender Amplitude der Multipoloeffizienten werden diese dann nacheinander in die Signalfunktion übernommen

<sup>2</sup>Die Methoden der Datenauswertung unter Minimierung der Entropie könnten eine interessante Alternative zum hier vorgestellten Ansatz bieten.

und das daraus resultierende Residuum  $\chi^2$  berechnet. Ferner werden die erste und die zweite Ableitung dieser Größe mitprotokolliert. Das Einsetzen der Sättigung macht sich häufig als Knick in der  $\chi^2$ -Kurve sichtbar. Diese ‘Unstetigkeit’ pflanzt sich in der ersten Ableitung als Stufe, in der zweiten Ableitung als starker Abfall der Funktionswerte fort. Um diesen Sprung in der zweiten Ableitung des  $\chi^2$  programmtechnisch einfach zu detektieren, erwies es sich zweckmäßig zu beobachten, wann die zweite Ableitung des Residuums eine gegebene Grenze letztmalig unterschreitet. Die Frequenz, die nach dieser letzten Unterschreitung bereits unterhalb dieser Grenze liegt, wird schon zum Rauschen gezählt, weshalb die Separation zwischen Signal und Rauschen eine Frequenz vor der detektierten gewählt wird.

Abbildung B.2 soll das Beschriebene anhand einer stark verrauschten Flusskurve der *lqms2* bei  $I_{\text{Quad}} = 0$  A veranschaulichen: Die  $\chi^2$ -Kurve weist in der logarithmischen Darstellung bereits

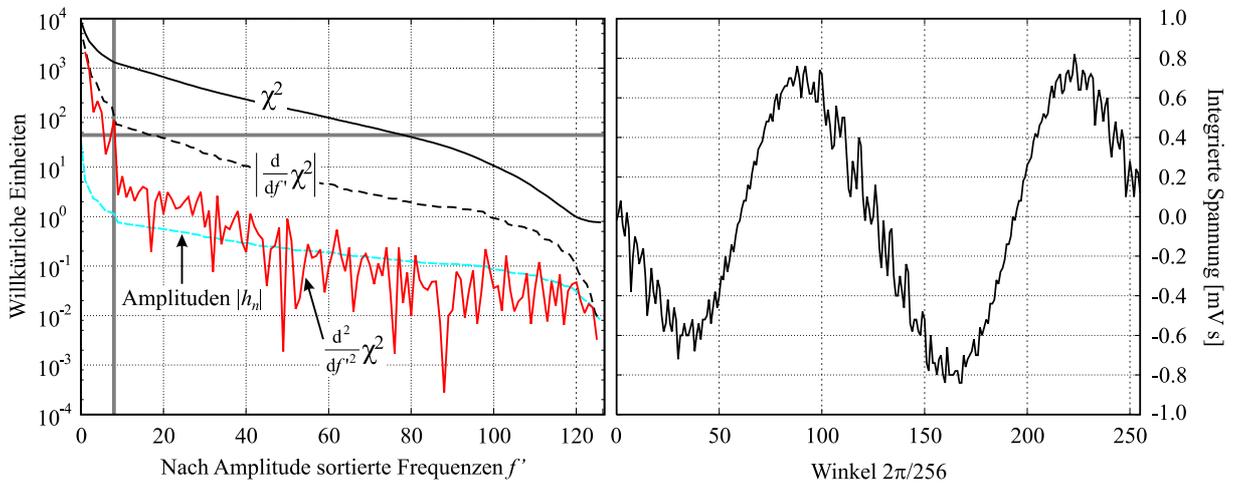


Abbildung B.2: Links: Das Residuum  $\chi^2$  als Funktion sukzessiver Einbindung der Frequenzen abnehmender Amplitude in die Signalfunktion. Ferner sind die ersten beiden Ableitungen des Residuums und die Fourieramplituden  $|h_n|$  dargestellt. Die Trennung von Signal und Rauschen wird in diesem Beispiel an der vertikalen Linie vorgenommen (siehe Text). Basis dieser Kurven ist die gemittelte Flusskurve der Messung bei  $I_{\text{Quad}} = 0$  A der Messreihe *lqms2* (rechts).

einen erkennbaren Knick auf. Der Übergang in den flachen Funktionsverlauf rechts davon spiegelt sich in einem Abfall der zweiten Ableitung über zwei Größenordnungen wieder. An dieser Stelle wird die gegebene Grenze (hier als graue, horizontale Linie dargestellt) zum letzten Male unterschritten. Die Grenze zwischen Signal (links und inklusive der Linie) und Rauschen (rechts) liegt daher um eine Frequenz weiter links (senkrechte graue Linie). Der Wert des Residuums an dieser Stelle entspricht daher dem gesuchten Wert für  $\bar{\chi}^2$ . Als Grenze der Amplitude hat sich 0.5% des Maximalwertes  $\chi_0^2$  bewährt.

Mit Hilfe der Gleichungen (B.12) und (B.11) können nun die stochastischen Fehler in den  $\sigma(h'_n)$  bestimmt werden. Über Gleichung (B.9) ermittelt man dann die Fehler in Betrag und Phase der komplexen Koeffizienten  $h_n$  und schließlich über den Zusammenhang (B.3) die Fehler der integralen komplexen Multipolkoeffizienten  $\langle A_n \rangle l_{\text{eff}}(n)$  für jede Komponente  $1 \leq n \leq N/2$ .

## B.3 Systematische Messfehler

Die Unbestimmtheiten in den Radien  $r_{1,2}$  der Messspule propagieren durch die Signalverarbeitung und liegen für die betrachteten Multipolordnungen im Schnitt fünf bis sechs Größenordnungen unter denen der vorangegangenen Analyse und können daher vernachlässigt werden. Ähnliches gilt für die Kombination der Fehler aus der Eingangsverstärkung  $G$  und dem Integrator. Als Maß für diesen Fehler kann man die Abweichung der Linearität des Integratorausganges annehmen, wie sie sich unter Anlegen einer konstanten Eingangsspannung ergeben sollte. Diese Winkelabweichung wird im Datenblatt des Integrators [88] mit maximal  $(10^{-3}\text{Volt})/G$  beziffert. Die minimale Verstärkung der vorliegenden Messreihen beträgt  $G = 20$ , weshalb der systematische, integratorbedingte Fehler maximal einen Faktor  $5 \times 10^{-4}$  beiträgt und gegen die stochastischen Fehler einer Größenordnung darüber ebenfalls vernachlässigt wird. Stattdessen wurden folgende systematische Fehler diagnostiziert und in der Auswertung berücksichtigt:

### B.3.1 Fehler des Winkelencoders

Anhand der Messreihen wurde untersucht, ob eine Phasendifferenz  $\delta\varphi$  zwischen der vorwärtigen und der rückwärtigen Vermessung des Multipolfeldes besteht. Zu diesem Zweck wurde die Phasendifferenz der Quadrupolkomponente von insgesamt 151 Messungen bei erregenden Quadrupolströmen zwischen 10 A und 60 A an langen wie kurzen Quadrupolen, mit und ohne Sextupolen herangezogen, siehe Abbildung B.3 links. Diese Komponente hat infolge der höchsten Feldstärke die geringste Varianz. Der gewichtete Mittelwert von  $\langle\alpha_2\rangle = 2\langle\delta\varphi\rangle = (0.411 \pm 0.005)\text{mrad}$  wird in der Auswertung der rückwärtigen Messung berücksichtigt. Abweichungen zu dieser Phasendifferenz sollten als stochastischer Fehler der Multipolwinkel eingehen, bleiben aber mit etwa 1.5 Größenordnungen deutlich unter den stochastischen Fehlern der ermittelten Multipolkoeffizienten von minimal  $\pm 0.1\text{mrad}$ .

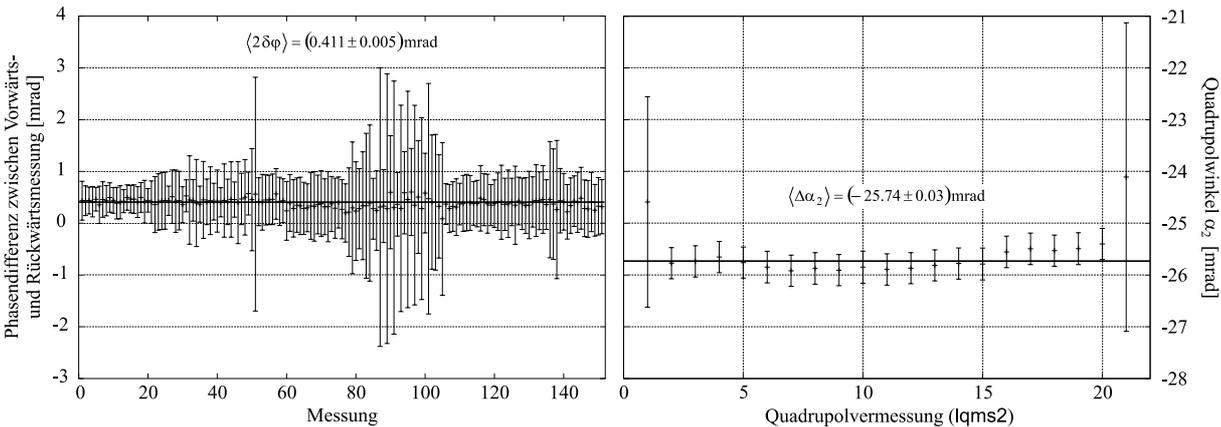


Abbildung B.3: Links: Phasenunterschiede der Quadrupolkomponente zwischen Vorwärts- und Rückwärtsmessungen von 151 Messpunkten, die alle Magnetkonfigurationen im Laufe einer Messwoche umfassen. Rechts: Systematischer Winkeloffset der Quadrupolkomponente der Messreihe lqms2 als Folge des Fehlabgleiches des Winkelencoders mit der Magnetdrehung um die Messachse ('skew'). Der erste und der letzte Messwert resultiert aus der Quadrupolbestromung von  $I_{\text{Quad}} = 0\text{A}$  und wurde aus der Berechnung des Mittelwertes ausgenommen. Entsprechendes wurde auf die Messreihen lqos1, kqms1 und kqos1 angewendet.

### B.3.2 Winkeloffset des Encoders

Da der mit der Messspule verbundene Winkelencoder nicht auf die Verdrehung des Quadrupolmagneten um die Messachse ('skew') justiert ist, sind die gemessenen Phasen der Multipolkomponenten in der Regel um einen Betrag  $n\Delta\varphi$  versetzt. Daher werden diese auf die mittlere Quadrupolphase referenziert, indem der Wert für  $2\langle\Delta\varphi_2\rangle$  für eine unter ähnlichen Bedingungen durchgeführte Messreihe bei erregten Quadrupolspulen durch Mittelwertbildung der Quadrupolphase  $\Delta\alpha_2$  ermittelt wird und die Phasen aller Multipolkomponenten entsprechend korrigiert werden. Eine exemplarische Messreihe der Quadrupolwinkel  $\Delta\alpha_2$  ist in Abbildung B.3 rechts dargestellt. Die angewandten Korrekturwerte sind in Tabelle B.2 zusammengestellt.

Messreihe	$2\langle\Delta\varphi\rangle = \langle\Delta\alpha_2\rangle$ [mrad]	angewendet auf...		
lqms2	$-25.74 \pm 0.03$	lqms2		
lqms5	$-25.31 \pm 0.06$	lqms4	lqms5	
lqms6	$-24.40 \pm 0.05$	lqms6	lqms7	lqms8
lqos1	$-28.22 \pm 0.03$	lqos1	lqos2	
kqms1	$-27.03 \pm 0.03$	kqms1		
kqms3	$-26.71 \pm 0.03$	kqms2	kqms3	
kqms4	$-26.17 \pm 0.05$	kqms4	kqms5	
kqms6	$-26.90 \pm 0.03$	kqms6		
kqms7	$-26.52 \pm 0.02$	kqms7	kqms8	
kqms10	$-26.43 \pm 0.04$	kqms9	kqms10	
kqos1	$-26.54 \pm 0.03$	kqos1	kqos2	kqos3

Tabelle B.2: Systematische Winkelkorrekturen als Folge des Verdrehung (skew) zwischen Encoder und Magnetfeldorientierung  $\alpha_2$  des Quadrupols.

## B.4 Ergebnisse

Anpassungen einer Kurve  $Y(a_i)$  an Messdaten durch freie Parameter  $a_i$  wurden durch numerische Minimierung des Residuums in  $\chi^2$  unter Verwendung des Levenberg-Marquardt-Algorithmus' [68] durchgeführt. Zur Berechnung der Unsicherheit in  $Y(a_i)$  benötigt man sowohl die Standardabweichungen  $\sigma(a_i)$  der optimierten Parameter  $a_i$  als auch ihre Korrelationsmatrix, da die Fehler  $\sigma(a_i)$  in diesen Parametern i. A. nicht unabhängig voneinander sind. Zur Berechnung der Fehler  $\sigma^2(Y)$  in  $Y(a_i)$  wird dann die folgende Darstellung verwendet:

$$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Y}{\partial a_i} \sigma(a_i) \right)^2 + 2 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^n \left( \frac{\partial Y}{\partial a_i} \sigma(a_i) \right) \left( \frac{\partial Y}{\partial a_k} \sigma(a_k) \right) \sigma(a_i, a_k). \quad (\text{B.13})$$

Die Elemente  $\sigma(a_i, a_k)$  sind die Elemente der Korrelationsmatrix.

### B.4.1 Dipolkorrektoren

Die Analyse der integrierten Dipol- und Sextupolstärken, die durch die an Delta verwendeten Dipolkorrektoren als Funktion des Stromes der Korrektorspulen erzeugt werden, wird in Abschnitt 4.5.2 diskutiert. Tabelle B.3 fasst die dort dargestellten Ergebnisse zusammen.

	Vertikaler Korrektor	Horizontaler Korrektor (kurz)	Horizontaler Korrektor(lang)
Integrierte Dipolstärke [mrad GeV A <sup>-1</sup> ]			
Mit Sextupol $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$	$0.175 \pm 0.008$	$0.441 \pm 0.021$	$0.447 \pm 0.006$
Ohne Sextupol $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$	$0.192 \pm 0.015$	$0.479 \pm 0.029$	$0.472 \pm 0.012$
Mit Sextupol $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$	$0.085 \pm 0.005$	$0.231 \pm 0.007$	$0.279 \pm 0.004$
Integrierte Sextupolstärke [m <sup>-2</sup> GeV A <sup>-1</sup> ]			
Mit Sextupol $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$	$0.169^* \pm 0.013$	$0.416 \pm 0.024$	$0.478 \pm 0.006$
Mit Sextupol $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$	$0.074^* \pm 0.001$	$0.194 \pm 0.004$	$0.286 \pm 0.004$

\* Die Sextupolkomponenten der vertikalen Korrektoren sind um  $\pm\pi/2$  verdreht!

Tabelle B.3: Zusammenstellung integrierter Dipol- und Sextupolstärken vertikaler und horizontaler Dipolkorrektoren am kurzen und am langen Quadrupoljoch. Die Daten entsprechen denen der Abbildung 4.6.

Ein tabellarischer Vergleich integrierter Sextupolstärken der Korrektoren mit denen der dedizierten internen wie externen Sextupolmagneten ist in Tabelle B.4 aufgeführt.

Die Abhängigkeit von der Sättigung des Magnetjoches wurde durch einen Arcustangens als Funktion der Quadrupolbestromung  $I_{\text{Quad}}$  nachgestellt (vergleiche mit Abbildung 4.7). Durch einen zusätzlichen linearen Term in  $I_{\text{Quad}}$  wurde die Randbedingung einer verschwindenden Steigung für  $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$  vorgegeben. Um die Anpassung der Funktion an die Messdaten der vertikalen Korrektorspule zu verbessern, wurde hier noch ein Term quadratisch in  $I_{\text{Quad}}$  hinzugefügt. Der Funktionsverlauf der integrierten Dipolkomponente als Funktion des Quadrupolstromes  $0 \leq I_{\text{Quad}} \leq 60 \text{ A}$  und des Korrektorstromes  $I$  stellt sich unter der Parametrisierung in  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $\varepsilon$  wie folgt dar:

$$\langle A_1(I_{\text{Quad}}, I) \rangle l_{\text{eff}} = \frac{I}{5} \left[ \alpha + \beta \tan^{-1}(\gamma(I_{\text{Quad}} - \delta)) - \frac{\beta\gamma}{1 + \gamma^2 + \delta^2} I_{\text{Quad}} + \varepsilon I_{\text{Quad}}^2 \right] \quad (\text{B.14})$$

Für die horizontalen Korrektoren gilt  $\varepsilon \equiv 0$ . Der Faktor  $1/5$  rührt aus den Messdaten der Differenzmessungen, indem die Korrektorspulen zunächst für  $I = 0 \text{ A}$ , dann für  $I = 5 \text{ A}$  vermessen worden sind (vergleiche auch Tabelle B.1). In Tabelle B.5 sind die optimierten Parameter der Gleichung (B.14) zusammen mit ihren Fehlern und dem reduzierten Residuum  $\chi^2/\nu$  der Anpassung (nicht mit dem der Multipolanalyse aus Abschnitt B.2 zu verwechseln!) zusammengetragen.

Ferner ergeben sich aus den abweichenden Messreihen und der Methodik zu denen, die der Tabelle B.3 zugrunde liegen, etwas unterschiedliche Werte für die Korrektorstärken, die mit zwei Ausnahmen aber innerhalb der Fehlertoleranz gleich sind. Lediglich die integrale Dipolstärke der vertikalen Korrektoren für  $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$  weicht mit  $0.067 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  signifikant vom in B.3 tabellierten Wert von  $0.085 \text{ mrad GeV A}^{-1}$  ab.

Quelle	integrierte Sextupolstärke ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )	Referenzwert [50] (ohne Sättigung)	integrierte Sextupolstärke ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )	Orientierung ( $\alpha_3$ )
Alle Daten in den Einheiten $\text{m}^{-2} \text{ GeV A}^{-1}$				
Integrierter Sextupol (kurz)	n.v.	0.148	n.v.	$0, \pi$
Integrierter Sextupol (lang)	n.v.	0.409	n.v.	$0, \pi$
Externer Sextupol*	$\approx 0.616$	0.673	$\approx 0.616$	$0, \pi$
Vertikaler Korrektor (kurz)	$0.169 \pm 0.013$	0.168	$0.074 \pm 0.001$	$\pm\pi/2$ (!)
Horizontaler Korrektor (kurz)	$0.416 \pm 0.024$	0.402	$0.194 \pm 0.004$	$0, \pi$
Horizontaler Korrektor (lang)	$0.478 \pm 0.006$	0.468	$0.286 \pm 0.004$	$0, \pi$

\* Siehe Abschnitt B.4.3

Tabelle B.4: Vergleich integrierter Sextupolstärken. Das Kürzel n.v. ersetzt einen nicht vermessenen Wert. Die Orientierung ergibt sich aus dem Vorzeichen der Korrektorstromung. Die Sextupolkomponenten der Dipolrandfelder sind unter dem Winkel  $\alpha_3 = \pi$  orientiert. Ihre Stärken sind den Delta-Simulationsdateien entnommen und betragen je Ein- und Ausgangsseitig für  $20^\circ$ -,  $7^\circ$ - und  $3^\circ$ -Dipole  $0.225 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$ ,  $0.06 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$  und  $0.02 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$ , respektive.

## B.4.2 Quadrupole

In den Messreihen lqms2 und kqms1 wurden die Magnetfelder als Folge aufeinanderfolgender Bestromungen der Quadrupolspulen des langen wie des kurzen Magneten mit aufgesetztem Sextupoljoch vermessen. Dazu wurde nach einer einleitenden Messung der Spulenstrom in zwölf Schritten von  $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$  auf  $60 \text{ A}$  erhöht und in sechs (kurzer Quadrupol) bzw. acht (langer Quadrupol) Schritten sukzessive wieder auf  $0 \text{ A}$  herabgesetzt. Die Messreihen lqos1 und kqos1 wurden ohne externem Sextupoljoch erstellt und umfassen lediglich die zwölf Messungen der Stromerhöhung. Da während des Beschleunigerbetriebes alle Quadrupolbestromungen nach einer Messung von unten, also auf dem aufsteigenden Ast der Hysterese angefahren werden, werden nur diese Daten für die Anpassung einer interpolierenden Funktion der integralen Quadrupolkomponente durch die Messpunkte berücksichtigt. Eine Funktion der folgenden Form erwies sich bei möglichst geringer Zahl freier Parameter als bester Ansatz, der während der Auswertungen gefunden wurde:

$$\langle A_2(I_{\text{Quad}}) \rangle l_{\text{eff}} = \frac{t I_{\text{Quad}}}{1 + \left( \frac{I_{\text{Quad}}}{I_S} \right)^\alpha} + \beta I_{\text{Quad}} + \delta \quad \text{für } 0 \leq I_{\text{Quad}} \leq 60 \text{ A.} \quad (\text{B.15})$$

Die resultierenden Parameter  $t$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  und  $I_S$ , deren Fehler und die zugehörige Korrelationsmatrix sowie das reduzierte Residuum  $\chi^2/\nu$  nach Optimierung der Parameter sind für die genannten Messreihen in Tabelle B.6 aufgelistet.

	Parameterwert			Korrelationsmatrix				
				$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
Vertikale Korrektorspule (mit Sextupoljoch), kqms7				$\chi^2/\nu = 1.4$				
$\alpha$	$2.37 \times 10^{-3}$	$\pm 0.13 \times 10^{-3}$	Tm A <sup>-1</sup>	1.000				
$\beta$	$-3.7 \times 10^{-4}$	$\pm 0.8 \times 10^{-4}$	Tm A <sup>-1</sup>	0.983	1.000			
$\gamma$	0.22	$\pm 0.06$	A <sup>-1</sup>	0.907	0.954	1.000		
$\delta$	47.4	$\pm 0.3$	A	-0.010	0.029	-0.028	1.000	
$\varepsilon$	$-2.4 \times 10^{-7}$	$\pm 0.5 \times 10^{-7}$	Tm A <sup>-2</sup>	-0.993	-0.975	-0.880	-0.076	1.000
Horizontale Korrektorspule (kurz, mit Sextupoljoch), kqms4				$\chi^2/\nu = 3.1$				
$\alpha$	$6.279 \times 10^{-3}$	$\pm 0.018 \times 10^{-3}$	Tm A <sup>-1</sup>	1.000				
$\beta$	$-7.1 \times 10^{-4}$	$\pm 0.2 \times 10^{-4}$	Tm A <sup>-1</sup>	0.384	1.000			
$\gamma$	0.297	$\pm 0.026$	A <sup>-1</sup>	0.443	0.866	1.000		
$\delta$	46.93	$\pm 0.18$	A	-0.681	-0.078	-0.093	1.000	
Horizontale Korrektorspule (lang, mit Sextupoljoch), kqms7				$\chi^2/\nu = 1.3$				
$\alpha$	$5.69 \times 10^{-3}$	$\pm 0.03 \times 10^{-3}$	Tm A <sup>-1</sup>	1.000				
$\beta$	$-1.23 \times 10^{-3}$	$\pm 0.03 \times 10^{-3}$	Tm A <sup>-1</sup>	0.892	1.000			
$\gamma$	0.172	$\pm 0.008$	A <sup>-1</sup>	0.770	0.920	1.000		
$\delta$	52.08	$\pm 0.18$	A	-0.904	-0.720	-0.581	1.000	

Tabelle B.5: Angepasste Parameter zur Beschreibung der Korrektorstärken als Funktion des Quadrupolstromes  $I_{\text{Quad}}$  nach Gleichung (B.14). Zusammen mit den Elementen der (symmetrischen) Korrelationsmatrix kann nach Gleichung (B.13) der Fehler der angepassten Funktion ermittelt werden. Angegeben sind auch die um die Zahl der Freiheitsgrade  $\nu$  reduzierten Residuen.

Die optimierten Kurven für je den langen und den kurzen Quadrupol mit montiertem Sextupoljoch sind zusammen mit den Abweichungen sowohl von den Daten des aufsteigenden Hysterese-Astes als auch von denen des absteigenden Astes (sofern vermessen) in Abbildung B.4 wiedergegeben.

Die Daten der Vermessungen ohne Sextupoljoch (lqos1 für den langen Quadrupol, kqos1 für den kurzen) liegen etwa konstant +0.7% bzw. +1.4% für den langen, bzw. kurzen Quadrupol über den Messungen mit externem Sextupoljoch. Offenbar werden Teile des Quadrupolrandfeldes, welches longitudinal über das Joch hinausragt, durch das Sextupoljoch ‘kurzgeschlossen’, somit die effektive Länge des Quadrupols pauschal um etwa 1% verkürzt.

Auffällig sind die hohen Werte für die reduzierten Residuen  $\chi^2/\nu$  in Tabelle B.6. Demnach sind entweder die Fehler der Messdaten als viel zu klein abgeschätzt worden, oder vielmehr ist das zugrunde gelegte Modell der  $A_2(I_{\text{Quad}})$ -Abhängigkeit nicht korrekt.

### B.4.3 Externe Sextupole

Die integrierte Stärke der externen Sextupole wurde mit jeweils vier Messpunkten für erregende Stromwerte zwischen 0 und 15 A vermessen. Je nachdem, ob der Sextupol auf einem langen oder kurzen Quadrupoljoch ohne oder unter maximaler Bestromung  $I_{\text{Quad}} = 60$  A des Quadrupols montiert war, ergaben sich leicht verschiedene Messkurven. Während die Unterschiede in

	Parameterwert			Korrelationsmatrix					
				$t$	$I_S$	$\alpha$	$\beta$	$\delta$	
Langer Quadrupol mit Sextupoljoch, lqms2				$\chi^2/\nu = 114.3$					
$t$	0.029	$\pm 0.006$	TA <sup>-1</sup>	1.000					
$I_S$	60.6	$\pm 2.3$	A	0.997	1.000				
$\alpha$	10.3	$\pm 1.0$		-0.936	-0.946	1.000			
$\beta$	0.135	$\pm 0.006$	TA <sup>-1</sup>	-1.000	-0.997	0.931	1.000		
$\delta$	0.0191	$\pm 0.0011$	T	-0.098	-0.091	0.128	0.090	1.000	
Langer Quadrupol ohne Sextupoljoch, lqos1				$\chi^2/\nu = 133.7$					
$t$	0.024	$\pm 0.009$	TA <sup>-1</sup>	1.000					
$I_S$	58.9	$\pm 3.9$	A	0.996	1.000				
$\alpha$	11.5	$\pm 2.7$		-0.950	-0.949	1.000			
$\beta$	0.141	$\pm 0.009$	TA <sup>-1</sup>	-1.000	-0.997	0.947	1.000		
$\delta$	0.0233	$\pm 0.0003$	T	-0.017	-0.015	0.022	0.016	1.000	
Kurzer Quadrupol mit Sextupoljoch, kqms1				$\chi^2/\nu = 45.1$					
$t$	0.016	$\pm 0.001$	TA <sup>-1</sup>	1.000					
$I_S$	55.2	$\pm 0.7$	A	0.975	1.000				
$\alpha$	10.8	$\pm 0.6$		-0.924	-0.883	1.000			
$\beta$	0.072	$\pm 0.001$	TA <sup>-1</sup>	-0.997	0.986	0.908	1.000		
$\delta$	0.0097	$\pm 0.0002$	T	-0.034	-0.019	0.041	0.024	1.000	
Kurzer Quadrupol ohne Sextupoljoch, kqos1				$\chi^2/\nu = 59.9$					
$t$	0.0158	$\pm 0.0011$	TA <sup>-1</sup>	1.000					
$I_S$	55.3	$\pm 0.8$	A	0.977	1.000				
$\alpha$	10.9	$\pm 0.8$		-0.928	-0.892	1.000			
$\beta$	0.0736	$\pm 0.0011$	TA <sup>-1</sup>	-0.997	-0.987	0.914	1.000		
$\delta$	0.01303	$\pm 0.00013$	T	-0.020	-0.012	0.023	0.014	1.000	

Tabelle B.6: *Angepasste Parameter zur Beschreibung des integrierten Quadrupolfeldes als Funktion der erregenden Stromstärke  $I_{\text{Quad}}$  für die untersuchten Magnetkonfigurationen.*

den Messungen am langen Quadrupol und am kurzen Quadrupol im Bereich des Messfehlers liegen, ist aber doch an beiden Messungen eine Abhängigkeit der effektiven Sextupolfeldlänge von der Quadrupolsättigung erkennbar. So reduziert sich die integrierte Sextupolstärke um etwa 1-2% bei voll erregtem Quadrupol ( $I_{\text{Quad}}$ ). Abbildung B.5 stellt exemplarisch die Ergebnisse der Messungen am langen Quadrupol dar.

Es zeigte sich, dass ein an die je vier Messdaten pro Messreihe angepasstes Polynom von dritter Ordnung sein muss, da sonst das um  $\nu$  reduzierte Residuum  $\chi^2$  jenseits einiger Tausend liegt, also die Messdaten im Rahmen ihrer Fehler nicht zur Genüge beschrieben wären:

$$\langle A_3(I_{\text{Sext}}) \rangle l_{\text{eff}} = \alpha + \beta I_{\text{Sext}} + \gamma I_{\text{Sext}}^2 + \delta I_{\text{Sext}}^3 \quad (\text{B.16})$$

Da nun aber die Zahl angepasster Parameter gerade der Zahl der Messpunkte entspricht, das Polynom also jeden Messpunkt genau durchläuft, sind die Parameter exakt bestimmt und ihre Fehler auf Basis der Abweichung der Messpunkte zur angepassten Funktion gerade Null. Zur Bestimmung der Parameterfehler kann stattdessen Gleichung (B.10) der linearen Fittheorie her-

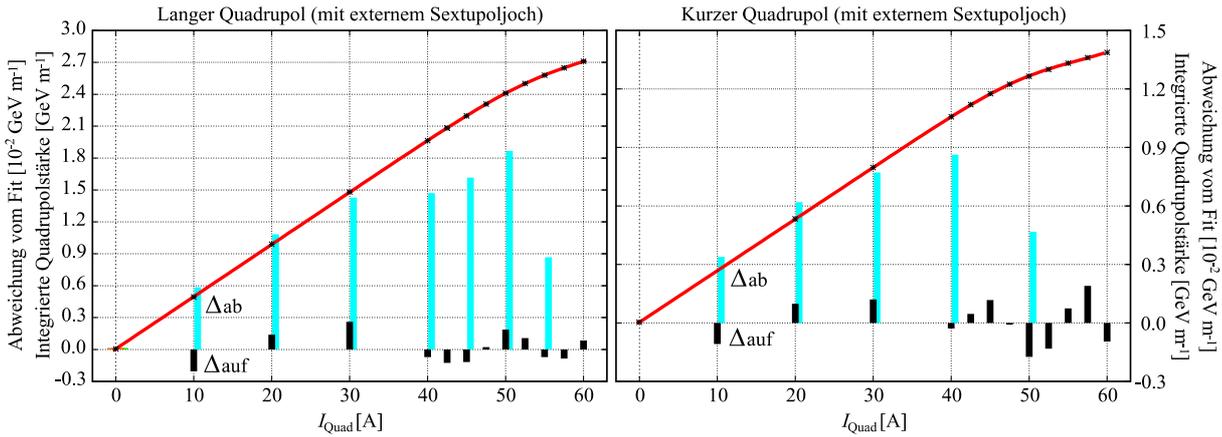


Abbildung B.4: Angepasste Kurven (durchgezogene Linien) an die Messdaten der integrierten Quadrupolstärken. Links auf Basis der Messreihe *lqms2*, rechts der Messreihe *kqms1*. Die Abweichungen der Messdaten zum Fit des auf- und absteigenden Astes sind als Balkendiagramm (blau respektive schwarz) dargestellt ( $\times 100$ ). Ein positiver Wert bedeutet einen größeren Messwert als die angepasste Kurve und umgekehrt.

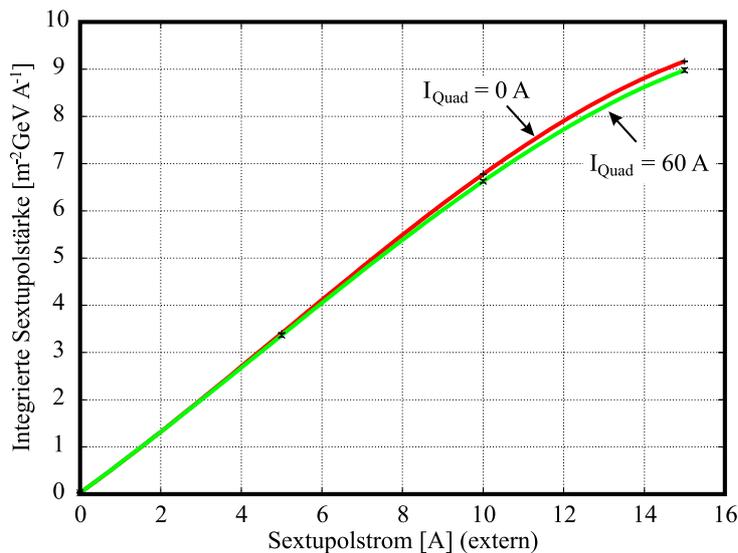


Abbildung B.5: Integrierte Sextupolstärken des externen Sextupols am langen Quadrupol (Messreihen *lqms7* und *lqms8*). Ein Polynom 3. Grades (durchgezogene Linien) ist nötig, um die nur vier Messpunkte je Messreihe adäquat zu erfassen. Durch die Sättigung des Quadrupols wird die effektive Länge des Sextupols um bis zu 2% eingekürzt.

angezogen werden. Die daraus resultierenden Fehler liegen jedoch etwa fünf Größenordnungen unter den Werten der Parameter selbst, weshalb die Angabe der optimierte Parametern ohne Angabe von Fehlern in Tabelle B.7 erfolgt. Dort sind nur die Werte für die Ergebnisse am langen Quadrupol dokumentiert, die im Rahmen der Exemplarstreuung auch auf externe Sextupole an kurzen Quadrupoljochen übernommen werden können.

Die in Tabelle B.4 aufgeführten Werte der externen Sextupolstärken ergeben sich aus dem Mittelwert der linearen Glieder des Fitpolynoms, also ohne Berücksichtigung der Sättigung des Sextupoljoches. Damit wären die externen Sextupole im linearen Bereich zwar etwa 8% schwächer als bisher angenommen, werden aber nicht so stark unter der Sättigung des Sextupoljoches re-

Parameter	ext. Sextupol ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ )		ext. Sextupol ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ )	
	$\alpha$	0.0968	T	0.0968
$\beta$	2.047	T A <sup>-1</sup>	2.065	T A <sup>-1</sup>
$\gamma$	0.0631	T A <sup>-2</sup>	0.0508	T A <sup>-2</sup>
$\delta$	-0.00427	T A <sup>-3</sup>	-0.00372	T A <sup>-3</sup>

Tabelle B.7: Parameter des Polynoms (B.16), um die integrale Sextupolkomponente eines externen Sextupols ohne ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ ) und mit ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ ) Sättigung des benachbarten Quadrupols zu bestimmen.

duziert wie vermutet. In der Arbeit von Schirmer [89] wird von einem Maximalwert integraler Sextupolstärke von  $8.7 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$  ausgegangen, während die Messdaten einen Maximalwert von etwa  $9.2 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$  ( $I_{\text{Quad}} = 0 \text{ A}$ ) bzw.  $9.0 \text{ m}^{-2} \text{ GeV}$  ( $I_{\text{Quad}} = 60 \text{ A}$ ) ergeben.

## B.5 Dipolmessungen

Die Dipole sind nicht im Rahmen dieser Arbeit vermessen worden. In der Arbeit von Brinker [50, p. 155] sind hingegen die Rohdaten einer integralen Feldvermessung der langen  $20^\circ$ -Dipole als Funktion der Bestromung angegeben. Da die angepassten Parameter eines Polynoms vierten Grades an diese Daten innerhalb des Kontrollsystems von DELTA leicht variierten, wurden die Daten erneut durch ein Polynom vierten Grades angepasst. Dabei zeigt sich, dass der abgedruckte Messwert für einen Dipolstrom von  $325 \text{ A}$  vermutlich fehlerhaft ist, da er deutlich aus der Linie der anderen Messwerte herausragt. Daher wurde dieser Messwert für die Auswertung nicht berücksichtigt. Ferner fehlt eine Angabe des Messfehlers der Daten. Sofern die Fehler homogen verteilt sind, geht dieser lediglich in das reduzierte Residuum  $\chi^2/\nu$  ein. In den nachfolgenden Auswertungen wurde ein Fehler mit  $0.001 \text{ Tm}$  für alle Messpunkte angenommen, woraus auch sinnvolle Werte des reduzierten Residuums resultieren (siehe Tabelle B.8). Allerdings kann an Abbildung B.6 abgelesen werden, dass diese Fehlerabschätzung vermutlich doch etwas zu konservativ ist.

Daten einer Vermessung der kurzen Dipole halber Jochlänge, wie sie in Delta für die  $7^\circ$ - und  $3^\circ$ -Ablenkung, bzw. in BoDo für eine  $10^\circ$ -Ablenkung verwendet werden, werden in der zitierten Arbeit nicht präsentiert. Allerdings werden effektive Magnetfeldlängen der langen wie der kurzen Dipole angegeben: für eine zentrale Magnetfeldstärke von  $0$  bis  $0.8 \text{ T}$  (entsprechend  $I_{\text{Dipol}} = 0 \dots 527 \text{ A}$ ) wird eine effektive Länge von  $1160 \text{ mm}$  (lang) bzw.  $585 \text{ mm}$  (kurz) angegeben. Für eine Feldstärke von  $1.5 \text{ T}$  (entsprechend  $I_{\text{Dipol}} = 988 \text{ A}$ ) werden die effektiven Längen jeweils um  $15 \text{ mm}$  verkürzt beziffert. Die integrale Dipolstärke kurzer Dipolmagnete wird daher unter der Annahme eines identischen Sättigungsverhaltens über eine Skalierung der effektiven Längen approximiert:

$$\langle B_1 l_{\text{eff}} \rangle_{\text{kurz}} = \langle B_1 l_{\text{eff}} \rangle_{\text{lang}} \frac{l_{\text{eff,kurz}}}{l_{\text{eff,lang}}}$$

mit  $l_{\text{eff,lang}} = \begin{cases} 1160 \text{ mm} & \text{falls } 0 \leq I_{\text{Dipol}} \leq 527 \text{ A} \\ 1160 \text{ mm} - \frac{15 \text{ mm}}{461 \text{ A}} (I_{\text{Dipol}} - 527 \text{ A}) & \text{sonst} \end{cases}$

und  $l_{\text{eff,kurz}} = \begin{cases} 585 \text{ mm} & \text{falls } 0 \leq I_{\text{Dipol}} \leq 527 \text{ A} \\ 585 \text{ mm} - \frac{15 \text{ mm}}{461 \text{ A}} (I_{\text{Dipol}} - 527 \text{ A}) & \text{sonst} \end{cases}$

Parameterwert				Korrelationsmatrix			
				$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
Langer Dipol (20°)				$\chi^2/\nu = 3.0$			
$\beta$	$1.906 \times 10^{-3} \pm 0.011 \times 10^{-3}$	Tm A <sup>-1</sup>		1.000			
$\gamma$	$-4.367 \times 10^{-7} \pm 0.616 \times 10^{-7}$	Tm A <sup>-2</sup>		-0.953	1.000		
$\delta$	$1.050 \times 10^{-9} \pm 0.108 \times 10^{-9}$	Tm A <sup>-3</sup>		0.885	-0.982	1.000	
$\varepsilon$	$-7.731 \times 10^{-13} \pm 0.585 \times 10^{-13}$	Tm A <sup>-4</sup>		-0.824	0.951	-0.992	1.000
Kurzer Dipol (10° BoDo, 7° und 3° Delta)				$\chi^2/\nu = 0.7$			
$\beta$	$9.559 \times 10^{-4} \pm 0.054 \times 10^{-4}$	Tm A <sup>-1</sup>		1.000			
$\gamma$	$-1.892 \times 10^{-7} \pm 0.301 \times 10^{-7}$	Tm A <sup>-2</sup>		-0.953	1.000		
$\delta$	$4.753 \times 10^{-10} \pm 0.526 \times 10^{-10}$	Tm A <sup>-3</sup>		0.885	-0.982	1.000	
$\varepsilon$	$-3.667 \times 10^{-13} \pm 0.286 \times 10^{-13}$	Tm A <sup>-4</sup>		-0.824	0.951	-0.992	1.000

Tabelle B.8: Angepasste Parameter zur Beschreibung der integrierten Dipolkomponente gemäß Gleichung (B.17) als Funktion der erregenden Stromstärke  $I_{\text{Dipol}}$  für lange und kurze Dipole; siehe Text.

Das angepasste Polynom ist von folgender Form:

$$\langle A_1(I_{\text{Dipol}}) \rangle l_{\text{eff}} = \beta I_{\text{Dipol}} + \gamma I_{\text{Dipol}}^2 + \delta I_{\text{Dipol}}^3 + \varepsilon I_{\text{Dipol}}^4 \quad (\text{B.17})$$

Die Polynome für lange und kurze Dipole sind gemäß Tabelle B.8 in Abbildung B.6 zusammen mit den (skalierten) Messpunkten dargestellt.

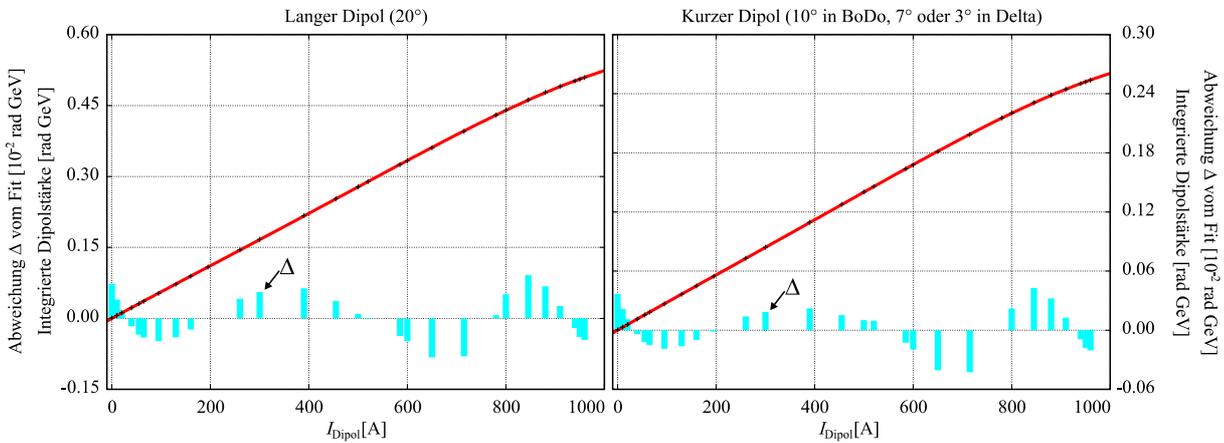


Abbildung B.6: Integrierte Dipolstärken der langen (links) und kurzen Dipole (rechts) als Funktion ihrer Bestromung. Die Daten der kurzen Dipole wurden durch Skalierung der effektiven Längen aus den Daten der langen Dipole gewonnen (siehe Text). Systematische Abweichungen der Messpunkte  $\Delta$  vom jeweils angepassten Polynom (blaue Balken,  $\times 100$ ) in Form einer polynomialen Schwingung deuten darauf hin, dass der wahre Kurvenverlauf offenbar nicht durch ein Polynom vierter Ordnung erfasst werden kann. Da das reduzierte Residuum in beiden Fällen jedoch nahe Eins liegt, folgt daraus, dass die Fehler der Messdaten zu groß abgeschätzt worden sind.

# Literaturverzeichnis

- [1] K. Wille, *Vorschlag für einen Testspeicherring an der Universität Dortmund*, 1986
- [2] D. Schirmer et al., *Status of the Synchrotron Light Source DELTA*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [3] D. Nölle, F. Brinker, M. Negrazus, D. Schirmer, K. Wille, *A New Storage-Ring-FEL Facility at the University of Dortmund*, Nucl. Instr. & Meth., A296 (1990) 263
- [4] H. Quick, *First Laser Operation of FELICITA I in the Visible*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2000
- [5] H. Huck, *Optimierung des Free Electron Lasers am Speicherring Delta im Multibunch-Mode*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2003
- [6] D. Schirmer, *Design Study of a Superconducting Multipole Wiggler for the 1.5 GeV Storage Ring DELTA for Variably Polarised X-Ray Synchrotron Radiation*, XV. International Conference on High Energy Accelerators 1992, Hamburg, Deutschland
- [7] M. Negrazus, A. Peters, *SAW - A Superconducting Asymmetric Multipole Wiggler at the DELTA Storage Ring*, EPAC 1996, Sitges, Spanien
- [8] D. Schirmer et al., *First Experience with the Superconducting Asymmetric Wiggler of the DELTA Facility*, EPAC 2000, Wien, Österreich
- [9] E. Zimoch, *Entwicklung und Einsatz eines intelligenten Agentensystems zur Optimierung der Injektion in den Speicherring der Synchrotronstrahlungsquelle DELTA*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2003
- [10] [www.aps.anl.gov/epics](http://www.aps.anl.gov/epics)
- [11] D. Ivanenko, I. Pomeranchuk, *On the maximum energy attainable in a betatron*, Phys. Rev. 65, 343, 1944
- [12] Letter by G. C. Baldwin, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY mit einem Kommentar von D. W. Kerst, University of Wisconsin, Madison; erschienen in Physics Today, MD, USA, 1/1975
- [13] [http://www-ssrl.slac.stanford.edu/sr\\_sources.html](http://www-ssrl.slac.stanford.edu/sr_sources.html)
- [14] *Le Rapport APD SOLEIL*,  
<http://www.synchrotron-soleil.fr/francais/documents/apd/index.html>
- [15] J. A. Clarke et al., *The DIAMOND Project - An Advanced Light Source for the UK*, PAC 2001, Chicago, IL, USA

- [16] J. Bordas, J. Campmany, D. Einfeld, S. Ferrer, M. Muñoz, F. Pérez, M. Pont, *A Concept For The Spanish Light Source CELLS*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [17] *LCLS Conceptual Design Report*, SLAC-R-593, April 2002, UC414
- [18] *TESLA XEL Technical Design Report, Supplement*, DESY 2002-167, October 2002
- [19] *Technical Design Report*,  
[http://www.bessy.de/publicRelations/publications/files/TDR\\_WEB.pdf](http://www.bessy.de/publicRelations/publications/files/TDR_WEB.pdf)
- [20] S. M. Gruner and M. Tigner (eds.), *Study for a proposed Phase I Energy Recovery Linac (ERL) Synchrotron Light Source at Cornell University*, CHESS Technical Memo 01-003, JLAB-ACT-01-04, 2001
- [21] *The Science Case for 4GLS*,  
[http://www.4gls.ac.uk/Documents/EPSRC-Dec2001/Science\\_Case.pdf](http://www.4gls.ac.uk/Documents/EPSRC-Dec2001/Science_Case.pdf)
- [22] B. Kalantari, *Enhancements of Top-Up Operation at the Swiss Light Source*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [23] P. Hartmann, , Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [24] M. Böge, M. Dehler, T. Schilcher, V. Schlott, R. Ursic, *Fast Closed Orbit Control in the SLS Storage Ring*, PAC 1999, New York, USA
- [25] R. O. Hettel, *Beam Stability Issues at Light Sources*, 25th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop SSILS, SSRC Shanghai, 2002
- [26] V. Schlott, *Report on internal 'mini workshop on beam stability at SLS'*, 3rd International Workshop on Beam Stability, Grindelwald 2004, Schweiz
- [27] Ch. Sternemann, Experimenteller Lehrstuhl I der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [28] A. v. Bohlen, ISAS, Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [29] H. Huck, Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [30] U. Berges, Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [31] O. Singh, G. Decker, *Operational Experience With X-Ray Photon Beam Position Monitors at the Advanced Photon Source*, PAC 2001, Chicago, USA
- [32] J. Feikes, K. Holldack, P. Kuske, R. Müller, *Beam Stabilization at BESSY: Set-up, Performance, Plans*, ICALEPCS, 2003, Gyeongju, Korea
- [33] L. Zhang, *Vibration of Magnet-Girder Assembly*, EPAC 1996, Sitges, Spanien
- [34] J. M. Filhol, *Progress Report on the construction of SOLEIL*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [35] H. Tanaka et al., *Beam Orbit Stabilization at the SPring-8 Storage Ring*, Proc. of the 7th international workshop on accelerator alignment, SPring-8, 2002

- [36] C. J. Bocchetta, D. Bulfone, A. Galimberti, D. Giuressi, M. Lonza, R. Sergo, C. Scafuri, L. Tosi, R. Visintini, *First Operational Results with the ELETTRA Fast Local Feedback System*, PAC 1997, Vancouver, Canada
- [37] M. Satoh, N. Nakamura and Y. Kamiya, *A New COD Correction Method for Orbit Feedback*, EPAC 98, Stockholm, Schweden
- [38] T. Himel, S. Allison, P. Grossberg, L. Hendrickson, R. Sass, H. Shoaee, *Adaptive Cascaded Beam-Based Feedback at the SLC*, PAC 1993, Washington D. C., USA
- [39] F. Lenkszus, *Integration of Orbit Control with Real-Time Feedback*, PAC 1993, Portland, USA
- [40] C. Schwartz, L. Emery, *Compensating the Frequency Deadband of the APS Real-Time and DC Transverse Orbit Correction Systems*, PAC 2001, Chicago, IL, USA
- [41] C. Steier, E. Domning, T. Scarvie, E. Williams, *Operational Experience Integrating Slow and Fast Orbit Feedbacks at the ALS*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [42] V. Schlott, *Global Position Feedback in SR Sources*, Invited Talk EPAC 2002, Paris, Frankreich
- [43] M. Böge, *Achieving Sub-micron Stability in Light Sources*, Eingeladener Vortrag zur EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [44] G. Schmidt, et al, *Position Sensors for Monitoring Accelerator Magnet Motion at DELTA*, EPAC 2002, Paris, Frankreich
- [45] D. Zimoch, *Implementierung eines Orbitkorrektursystems an der Synchrotronstrahlungsquelle DELTA*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2002
- [46] N. Zebralla, *Schnelles Lokales Orbitfeedback am Speicherring Delta*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2004
- [47] S. P. Møller, *ELISA, an electrostatic storage ring for atomic physics*, NIM, A 394 (1997) 281-286
- [48] C. P. Welsch, J. Ullrich, C. Gläßner, K. U. Kühnel, A. Schempp, H. Schmidt-Böcking, R. Dörner, *Ring of FIRE*, Proceedings of EPAC 2004, Lucerne, Switzerland
- [49] H. Wiedemann, *Particle Accelerator Physics I*, Springer Verlag, 1993
- [50] F. Brinker, *Variable integrierte Sextupole für Speicherringe*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 1993
- [51] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, Teubner Studienbücher, 1992
- [52] H. Grote, F. C. Iselin, *The MAD Program (Methodical Accelerator Design)*, Version 8.19, CERN, 1996
- [53] A. Jankowiak, *Strahldiagnose und Closed-Orbit-Charakterisierung mit HF-Strahllagemonitoren am Beispiel der Synchrotronstrahlungsquelle DELTA*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 1999
- [54] M. Böge, *Achieving Sub-Micron Stability in Light Sources*, Vortragsfolien zu [43]

- 
- [55] D. Schirmer, *Entwicklung von Strahloptiken für den Testspeicherring DELTA auf Basis der Triplett-Struktur*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 1989
- [56] T. Roy, *Optimierung des DELTA-Speicherrings für den Betrieb des neuen supraleitenden Wigglermagneten*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 1999
- [57] K. Wille, *Daten zum Speicherring DELTA*, Internes Memorandum, Kontrollraum
- [58] K. Wille, , Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [59] G. Schmidt, *Vakuumbau Juli bis Oktober 2003*, Interner Maschinenreport DELTA 2003
- [60] B. Hippert, N. Marquardt, *The DELTA Vacuum System*, Proceedings EPAC 1996, Sitges, Spanien
- [61] A. Jankowiak, *Kalibration der DELTA Strahllagemonitore*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 1994
- [62] C. Sieg, H. Damerau, BPM-Filterkarten, Internes Memorandum
- [63] Y. Chung, G. Decker, K. Evans, Jr., *Measurement of Beta-Function and Phase Using the Response Matrix*, PAC 1993, Washington D. C., USA
- [64] O. Kopitetzki, *Vermessung Optischer Parameter am Speicherring Delta*, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2005 (noch nicht veröffentlicht)
- [65] G. Schmidt, *Vermessung der SAW-Auslasskammer*, DELTA Int. Rep. 05-002
- [66] G.W. Stewart, *On the Early History of the Singular Value Decomposition*, SIAM Rev., Vol. 35, No. 4, 1993, pp. 441-566
- [67] G.H. Golub and C. Reinsch, *Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions*, Numer. Math., 14, 1970, pp. 403-420
- [68] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Second Edition, Cambridge University Press, 1999
- [69] R. Penrose, *A Generalized Inverse For Matrices*, Proc. Cambridge Philos. Soc., 51 (1955), pp. 406-413
- [70] Y.C. Chao, V. Mertens, *Analysis and Optimisation of Orbit Correction Configurations Using Generalised Response Matrices and its Application to the LHC Injection Transfer Lines TI 2 and TI 8*, LHC Project Report 470
- [71] W. Herr, J. Miles, *Goal Programming Algorithms for Closed Orbit Correction*, EPAC 1994, London, UK
- [72] G. White, T. Himel, H. Shoaee, *A Hybrid Numerical Method for Orbit Correction*, PAC 1997, Vancouver, Canada
- [73] A.S. Müller, ANKA, *Private Mitteilungen*
- [74] D. Einfeld et al., *Status of the 2.5 GeV Light Source ANKA*, EPAC 2000, Wien Österreich
- [75] J. Keil, DESY, *Private Mitteilungen*

- [76] M. Minty, *HERA Performance Upgrade: Achievements and Plans for the Future*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [77] M. Böge, SLS, *Private Mitteilungen*
- [78] H. W. Kuhn, H. W. Tucker, *Nonlinear Programming*, Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (J. Neyman, ed.), pp.481-492, Berkeley, University of California Press. (1951)
- [79] C. Geiger, C. Kanzow, *Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben*, Springer, 2002
- [80] P. Spelucci, *Numerische Verfahren der nichtlinearen Optimierung*, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1993
- [81] S. Herb, *Automated Orbit Control for the HERA ep Collider*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [82] B. Keil, *A Unified Distributed DSP-Based Beam Diagnostics and Global Feedback System for Ramped Electron Storage Rings: Development, Construction and Applications*, Dissertation am Fachbereich Physik der Universität Dortmund, 2003
- [83] G. H. Hoffstaetter, B. Holzer, F. Willeke, *Measurement of HERA's Central Frequency*, EPAC 2002, Paris, Frankreich
- [84] G. Schmidt et al., *Study for a Frequent Injection Mode at Delta with Beam Shutters Open*, EPAC 2004, Luzern, Schweiz
- [85] N. Zebralla, , Institut für Beschleunigerphysik und Synchrotronstrahlung der Universität Dortmund, *Private Mitteilungen*
- [86] J. Billan, K. N. Henrichsen, L. Walckiers, *Recent Developments in Magnet Measuring Techniques*, Atomenergie-Kerntechnik, Vol. 46, No. 3, 1985
- [87] M. Grewe, *Dokumentation integraler Magnetvermessungen einiger DELTA-Magnete*, DELTA Int. Rep. 05-001
- [88] <http://www.metrolab.com/Datasheet/5025datasheet.htm>
- [89] D. Schirmer, *Einstellung der Sextupolfamilien für die DELTA-008 Optik*, DELTA Int. Rep. 99-010

## Danksagung

Vordringlich gilt mein Dank meiner Ehefrau Ina, die es mit schier unendlichem Wohlwollen zugelassen hat, dass ich so viel von unserem gemeinsamen Familienleben zugunsten dieser Arbeit opfern durfte. Ich danke auch meinen Kindern Kaja, Jona und Mattis, die mir stets ein Quell der Liebe und der Freude sind.

Herrn Prof. Dr. K. Wille danke ich für die spontane Bereitschaft, das Promotionsthema kurzfristig auf die hier präsentierte Arbeit umzumünzen und für sein selbstverständliches Vertrauen in diese Arbeit und meine Person.

Daneben möchte ich ebenfalls Herrn Prof. Dr. Th. Weis für den immerwährenden Enthusiasmus für meine Arbeit danken, auch wenn diese nach eigenem Bekunden viel zu theorielastig sei. Seiner Unterstützung für Reiseanträge verdanke ich wichtige Kontakte zu Personen außerhalb des Instituts.

Innerhalb des Institutes möchte ich allen Mitarbeitern herzlichst danken, die sich immer respektvoll und kooperativ im Umgang mit mir und meiner Arbeit zeigten. Nur durch sie war es mir möglich, so viel Zeit auf diese Arbeit zu konzentrieren. Aus dieser Menge möchte ich besonders Dr. Peter Hartmann hervorheben, der stets bereit war, immer wieder aufs Neue Anschauungen in  $n$ -dimensionaler Geometrie zu diskutieren und nie müde wurde, mehr zu fordern. Dr. Gerald Schmidt danke ich für die stete Ansprechbarkeit und der nüchternen Analysen auch vieler nichtwissenschaftlichen Aspekte (so auch Radzubehör). Ihm gebührt auch herzlichster Dank für die besonders kritische Durchsicht des Manuskriptes, wie auch Peter Hartmann und Dr. Detlev Schirmer hilfreich zur Korrektur beigetragen haben. In dieser Reihe soll auch Christian Becker nicht unerwähnt bleiben, dessen vorzügliche Rechtschreibkorrektur das Manuskript überhaupt lesbar erscheinen ließ, wie auch Olaf Kopitzkis akribische Kenntnis der deutschen Zeichensetzung dazu Beitrag (ihm gebührt auch Dank für essentielle Schokoladenrationen in der Endphase dieses Projektes).

Herrn Dr. Boris Keil bin ich zu tiefstem Dank verpflichtet, dessen irrwitzig schnelle Analysefähigkeit mich vor manchem (aber womöglich nicht jedem) Irrweg bewahrt, und mich in erster Linie zum Inhalt dieser Arbeit angestiftet hat.

Herrn Dr. Dirk Zimoch danke ich für die geleistete Vorarbeit, welche die notwendige Grundlage einer SVD-basierten Implementierung der Orbitkorrektur überhaupt ermöglicht hat, und ohne den diese Arbeit nicht umgesetzt worden wäre.

Ebenfalls danken möchte ich Herrn Dr. Michael Böge für seine Einladung zum IWBS2004 im wunderschönen Grindelwald sowie für seine wiederholte Hilfe in Fragen der Orbitkorrektur im Allgemeinen.

Nicht zuletzt soll auch innigster Dank meiner Mutter gewidmet sein, deren natürliches Vertrauen in ihren Sohn trotz widriger Umstände nie nachließ, und ohne die ich sicher nie mit dem Physik-Studium hätte beginnen können.