

Modellierung der Werkstoffeigenschaften von Papierfaserprodukten als Grundlage für deren konstruktive Gestaltung

Von der Fakultät Maschinenbau
der Universität Dortmund
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. MSIE Alexander Baar

aus Salzgitter

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Künne
Mitberichter: Prof. Dr. rer. nat. Bob Svendsen

Mündliche Prüfung: 16. Dezember 2005

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Maschinenelemente der Universität Dortmund.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Künne, dem Leiter des Fachgebietes Maschinenelemente, für die ausgezeichnete fachliche und persönliche Unterstützung. Er hat mir seit Beginn meiner Tätigkeit als studentische Hilfskraft den Freiraum gegeben, mich in meiner wissenschaftlichen Arbeit zu entfalten, und mich stets motiviert, meine Grenzen zu verschieben.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. B. Svendsen, dem Inhaber des Lehrstuhls für Mechanik an der Universität Dortmund, danke ich für die Übernahme des Korreferates und die kritische Durchsicht der Arbeit.

Den weiteren Mitgliedern der Prüfungskommission, Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Thermann als Vorsitzender und Herrn Prof. Dr. phil. B. Ott, möchte ich für die angenehme Atmosphäre während der mündlichen Prüfung danken, die mir diese erheblich erleichtert hat.

Weiterhin gilt mein Dank meinen Kollegen am Fachgebiet Maschinenelemente, die durch ihre Hilfsbereitschaft und ihr persönliches Engagement stets ein Arbeitsklima geschaffen haben, welches für mich die Basis für ein erfolgreiches wissenschaftliches Arbeiten war.

Den studentischen Hilfskräften und Studienarbeitern danke ich für die großartige Zusammenarbeit und die Bereitschaft, auch über die regulären Arbeitszeiten hinaus, das Forschungsvorhaben voranzutreiben.

Mein Dank gilt auch Frau M. Syrou und Frau G. Plöp, den Koordinatorinnen der Graduate School of Production Engineering and Logistics an der Universität Dortmund, welche die anderen Stipendiaten und mich in organisatorischen und persönlichen Fragen stets freundlich und kompetent beraten haben.

Herzlich danken möchte ich auch meinen Eltern und meiner Lebensgefährtin Martina Diße, die mir stets den Rücken gestärkt und durch vielerlei eigener Entbehrungen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Dortmund, im Dezember 2005

Alexander Baar

1	Einleitung	1
2	Grundlagen des Faserformverfahrens	2
2.1	Historische und derzeit verwendete Faserformprodukte.....	2
2.2	Rohstoffe der Faserformherstellung.....	3
2.3	Prozessschritte des Faserformverfahrens	4
2.3.1	Stoffaufbereitung.....	5
2.3.2	Anformvorgang	5
2.3.3	Pressen und Trocknen	8
2.4	Charakteristika von Faserformprodukten.....	9
2.4.1	Makroskopische Merkmale	9
2.4.2	Mikroskopische Merkmale.....	11
3	Stand der Technik	14
3.1	Auslegungskriterien für räumliche Verpackungsprodukte aus Papierfaserstoffen	14
3.1.1	Verfahren zur Prüfung versandfertiger Packstücke und Packmittel	15
3.1.2	Beanspruchungsgerechte Auslegung von Faltschachteln aus Wellpappe.....	18
3.1.3	Auslegungskriterien für Faserform-Verpackungen.....	20
3.2	Prüfverfahren für Packstoffe aus Papierfaserstoffen.....	21
3.3	Auslegungskriterien für technische Produkte aus Papierfaserstoffen.....	22
4	Problemstellung, Zielsetzung und Vorgehen	23
4.1	Problemstellung.....	23
4.2	Zielsetzung	26
4.3	Vorgehen	26
5	Kontinuumsmechanische Grundlagen	28
5.1	Spannungen	28
5.2	Elastisches Materialverhalten.....	30
5.3	Plastisches Materialverhalten.....	30
5.3.1	Fließbedingung.....	31
5.3.2	Fließregel.....	43
5.3.3	Verfestigungsgesetz	43
5.3.4	Vergleichsspannung und plastische Vergleichsdehnung	44
5.4	Inkrementeller Spannungs-Verzerrungs-Zusammenhang.....	46
5.5	Festlegung der zu ermittelnden Werkstoffkenndaten.....	47
6	Entwicklung der Prüfverfahren und der Belastungsvorrichtung	49
6.1	Übersicht standardisierter Prüfmethode und deren Anpassung	49
6.1.1	Zugversuch	49
6.1.2	Druckversuch	55
6.2	Zug-Druck-Prüfmaschine	58
7	Unidirektionale Untersuchung fremdgefertigter Faserformprodukte	61
7.1	Versuchsdurchführung	61
7.2	Versuchsauswertung.....	69
7.2.1	Materialverhalten unter uni-axialer Zug- und Druckbeanspruchung.....	70
7.2.2	Auswertung der Messergebnisse.....	72
7.2.3	Abschätzung der Anwendbarkeit bestehender Festigkeitshypothesen	87

8	Uni- und bidirektionale Untersuchung selbstgefertigter Proben	90
8.1	Ermittlung signifikanter Einflussfaktoren	92
8.1.1	Festlegung zu untersuchender Einflussgrößen	92
8.1.2	Festlegung der Faktorstufen und Aufstellen des Versuchsplans	93
8.1.3	Versuchsdurchführung	98
8.1.4	Versuchsauswertung und Ergebnisinterpretation	101
8.2	Modellierung der Versagenskenngrößen	105
8.2.1	Festlegung der Faktorstufen und Aufstellen des Versuchsplans	106
8.2.2	Versuchsauswertung und Ergebnisinterpretation	109
8.3	Auswahl einer geeigneten Fließbedingung	122
9	FEM-Modellierung.....	127
9.1	Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten...	128
9.2	Durchführung einer belastungsgerechten Dimensionierung mittels FEM	134
10	Zusammenfassung.....	136
11	Literaturverzeichnis.....	138

1 Einleitung

Das Faserformverfahren ermöglicht die Herstellung räumlicher Bauteile aus Faserstoffen, wie sie auch in der Papierindustrie Verwendung finden. Dabei wird die Fasersuspension mittels einer Druckdifferenz in Strömung durch einen Siebkörper versetzt. Dort erfolgt die Filtration der Fasern, und es bildet sich ein feuchtes Faservlies. Sich daran anschließende Prozessschritte sehen ein Trocknen und optional ein Pressen des so entstandenen Produkts vor.

Der Anwendungsbereich von Faserformprodukten beschränkt sich derzeit fast ausschließlich auf Verpackungsteile. Die Gründe hierfür sind in erster Linie bei den herausragenden Recyclingeigenschaften zu suchen, die im Rahmen der Kreislaufwirtschaft zunehmend an Bedeutung gewinnen. So werden oftmals Faserform-Inlays zur Fixierung des zu verpackenden Produkts in einem Umkarton aus Wellpappe eingesetzt.

Eine konstruktive Auslegung von Faserformprodukten nach ingenieurmethodischer Vorgehensweise muss in den meisten Fällen aufgrund von nicht vorhandenen Materialkennwerten, wie beispielsweise Festigkeitswerten, entfallen. Die Eignung der Faserform-Verpackungen kann somit ausschließlich durch Packmittelprüfverfahren, wie z. B. die Stauchprüfung oder die Stapelprüfung, verifiziert werden. Diese Vorgehensweise erfordert eine Vielzahl von Musterteilen, die aufgrund der hohen Werkzeugkosten zu einem erheblichen Kostenaufkommen führen. Durch eine beanspruchungsgerechte Auslegung solcher Produkte könnte die Anzahl der sinnvoll erscheinenden Prototypen erheblich eingegrenzt werden. Zur Verbesserung der Wettbewerbsfähigkeit der Faserform-Verpackungsprodukte ist also die Kenntnis charakteristischer Materialgrößen unabdingbar.

Neben dem Einsatz als Verpackungsteil sind weitere Produktformen denkbar. Unterstützend wirkt sich dabei die Möglichkeit der verfahrensbedingt freizügigen Gestaltdefinition von Faserformteilen aus. Eine Erschließung des Fasermaterials als Konstruktionswerkstoff würde die Anforderungen an dieses jedoch stark erhöhen. Ein wesentlicher Punkt, der hierbei erfüllt werden muss, ist die Berechenbarkeit der mit Papierfaserstoffen erstellten technischen Produkte.

Aus der zuvor beschriebenen Problematik ergibt sich der Bedarf an einem Dimensionierungsmodell für räumliche Formteile aus Papierfaserstoffen. Dieses soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt werden. Die Modellanpassung erfolgt dabei über geeignete Materialkennwerte. Deren experimentelle Ermittlung ist Teil der vorliegenden Arbeit. Über die Quantifizierung der charakteristischen Materialkenngrößen hinaus soll eine Untersuchung des Einflusses des Herstellungsprozesses und der Einsatzbedingungen auf die Kennwerte erfolgen, um den eventuell vorliegenden Abhängigkeiten Rechnung tragen zu können. Dieses Wissen ermöglicht eine an den spezifischen Einsatzfall angepasste Bauteilauslegung in frühen Phasen der Entwicklung von Faserformprodukten.

2 Grundlagen des Faserformverfahrens

In diesem Kapitel soll das Faserformverfahren, welches der Herstellung dreidimensionaler Bauteile aus Papierfaserstoffen dient, erläutert werden. Neben der Beschreibung der zugrunde liegenden Prozesstechnik und der charakteristischen Merkmale von Faserformteilen soll eine Kategorisierung der derzeit am Markt vorhandenen Produkte erfolgen.

Eine detaillierte Darstellung des Faserformverfahrens ist in /WIL02/ zu finden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll lediglich eine Zusammenfassung bezüglich der dort beschriebenen Verfahrenstechnik mit Anwendungsbeispielen erfolgen, die durch neuere Literaturstellen ergänzt werden.

2.1 Historische und derzeit verwendete Faserformprodukte

Durch zahlreiche Entwicklungen im Bereich der Papierherstellung, welche in Deutschland auf das Jahr 1389 zurückgeht, initiiert, wurde zu späterer Zeit der Faserrohstoff für weitere Einsatzgebiete erschlossen. So beschreiben die Patentschriften DE 24946 /SMT83/ und DE 61832 /OZO90/ aus dem späten 19. Jahrhundert die Herstellung diverser Produkte, auch Hohlkörper, aus einer dickflüssigen Papiermasse.

Schon anhand dieser frühen Publikationen zum Faserform- oder auch Pappengussverfahren, wie es in der Vorkriegszeit genannt wurde, ist die Art der zu dieser Thematik aufzufindenden Informationen erkennbar. Zumeist verbleibt das Detailwissen um Prozesse und deren Führung, geschützt durch Patentschriften, bei den Unternehmen der Faserformbranche. Anderweitige Veröffentlichungen in Form von wissenschaftlichen Zeitschriftenaufsätzen und Büchern sind kaum zu finden oder stellen die Thematik nur ungenau dar.

Weiterentwicklungen des Faserformverfahrens in den frühen Jahren des 20. Jahrhunderts ermöglichten die Massenerzeugung zumeist von Verpackungen für Konsumgüter. Ein berühmtes Beispiel ist die ATA-Flasche, zu sehen in **Bild 2.1**, die von der Firma *Henkel* in Eigenfertigung von ca. 1925 bis 1956 produziert wurde.

Viele der im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts in Deutschland bestehenden Anlagen wurden im Krieg zerstört. Einem Wiederaufbau standen in den meisten Fällen die hohen Investitionskosten und dabei zu geringen Absatzzahlen entgegen. Des Weiteren führten neue Möglichkeiten in der Produktgestaltung basierend auf Kunststoffen, die sich seit Mitte der 50er Jahre eröffneten, dazu, dass ein großer Teil des Know-hows aufgrund mangelnder öffentlich zugänglicher Dokumentationen allmählich verloren ging. Lediglich einige Faserformprodukte, wie beispielsweise Verpackungen für Eier, die bis heute einen festen Stellenwert besitzen, wurden durchgehend produziert.

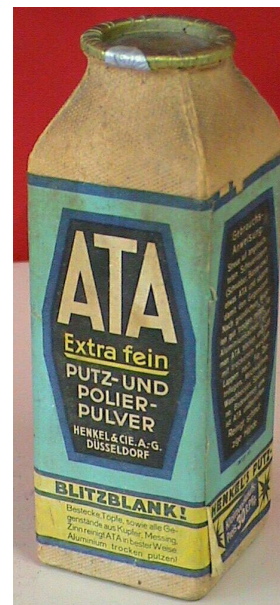


Bild 2.1: Fasergussflasche der Firma *Henkel* /WIL02/

Besonders die Aspekte des Umweltschutzes haben in den vergangenen zwei Jahrzehnten die Forderung nach umweltfreundlichen Produkten, in erster Linie Verpackungen, weiter entfacht. Dabei hat nicht zuletzt die Verpflichtung der Übernahme der Entsorgungskosten von Verpackungen seitens der Hersteller, welche durch die Verpackungsverordnung /VER98/ geregelt ist, zu einer Zunahme des Einsatzes von Verpackungsteilen auf Papierbasis geführt. Faserformteile, als eine Art solcher Verpackungen, lassen diverse Entsorgungsmöglichkeiten zu, ohne die Umwelt schädlich zu beeinflussen. So kann eine Deponierung, Kompostierung, aber auch eine Verbrennung problemlos erfolgen /VBE94/. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit der Rückführung des Materials durch das bestehende Altpapierfassungssystem und damit die Ermöglichung einer Wiederverwertung.

Ebmeyer weist in seinen Veröffentlichungen /EBM94a/, /EBM94b/ und /EBM94c/ neben den zuvor genannten Eigenschaften bezüglich der Umweltfreundlichkeit von Faserformverpackungen auf weitere Vorteile hin, die sich durch deren Besonderheiten ergeben: Im Vergleich zu expandiertem Polystyrol (EPS), auch bekannt unter dem Markennamen Styropor®, lassen sich Faserformteile platzsparend stapeln, wodurch sich der erforderliche Lagerraum verringert. Weitere Vorteile eröffnen sich durch die Möglichkeit in Zusammenhang mit Wellpappe als Umkarton, Monostoffverpackungen zu realisieren, wie sie laut *Ebmeyer* viele Hersteller fordern. Durch Verwendung eines Faserform-Inlays zur Lagefixierung können, verglichen mit einem Inlay aus Wellpappe, die Handlingkosten deutlich verringert werden – arbeitsintensive Faltvorgänge treiben die Kosten für dreidimensionale Teile aus Wellpappe in die Höhe.

Das derzeitige Produktspektrum an Faserformprodukten umfasst in erster Linie Verpackungsteile z. B. für Obst, Gemüse, Eier, Weinflaschen, aber auch für Elektrogeräte. Nach /VBE93/ wird zu deren Herstellung bis zu 100 % Altpapier eingesetzt. Es wird ein Verbrauchsvolumen innerhalb der Faserformbranche von ca. 200.000 Tonnen pro Jahr angegeben.

In den letzten Jahren vollzog sich zunehmend eine Erweiterung der Einsatzmöglichkeiten von Faserformverpackungen durch die Realisierung von Hohlteilen. Neben einigen Nischenprodukten, welche zum Großteil aus dem asiatischen Raum stammen, ist hier vor allem die Faserformflasche der Firma *Kao Japan* /VRU00/, /VRU01a/, /VRU01b/ zu nennen.

2.2 Rohstoffe der Faserformherstellung

Wie schon zuvor erwähnt, bilden aufgrund der vergleichbaren Prozessführung auch die in der Papierindustrie eingesetzten zumeist pflanzlichen Fasern die Grundlage für das Faserformverfahren. Diese können in Primär- und Sekundärfasern unterteilt werden. Eine weitere Gliederung der Erstgenannten, siehe **Bild 2.2**, erfolgt entsprechend ihrer Herkunft. Unter den Primärfasern finden in der Papierindustrie, aber auch bei der Herstellung von Faserformprodukten Holzfasern, welche aus Mehrjahrespflanzen stammen, die häufigste Anwendung. Die Einordnung von Fasern in die Gruppe der Sekundärfaserstoffe richtet sich in erster Linie danach, ob diese mindestens einmal den Papier- oder Faserformherstellungsprozess mit irreversiblen Faserschädigungen durchlaufen haben oder nicht. Hauptvertreter dieser Gruppe bildet das Altpapier, welches deutschlandweit in 40 Altpapierklassen gehandelt wird.

Je nach Art der Gewinnung der Primärfasern aus Mehrjahrespflanzen wird weiter zwischen Holzstoff und Zellstoff unterschieden. Holzstoffe werden durch mechanische Aufschlussverfahren, wie beispielsweise das Steinschliffverfahren oder das Refinerverfahren, in denen das

Holz zerkleinert wird, hergestellt. Die Zellstoffherstellung hingegen basiert auf chemischen Aufschlussverfahren, die verfahrenstechnisch weit aufwändiger sind. Die üblichen Verfahren werden nach den eingesetzten Kochflüssigkeiten unterschieden; verbreitet ist das alkalische Sulfatverfahren und das saure Sulfitverfahren. Bei dem über mehrere Stunden andauernden Kochvorgang wird die im Holz enthaltene chemische Komponente Lignin, deren Anteil zwischen 20 und 30 % der Holzsubstanz entspricht, herausgelöst; übrig bleiben die Holzkomponenten Cellulose und Hemicellulose /GÖT90/.

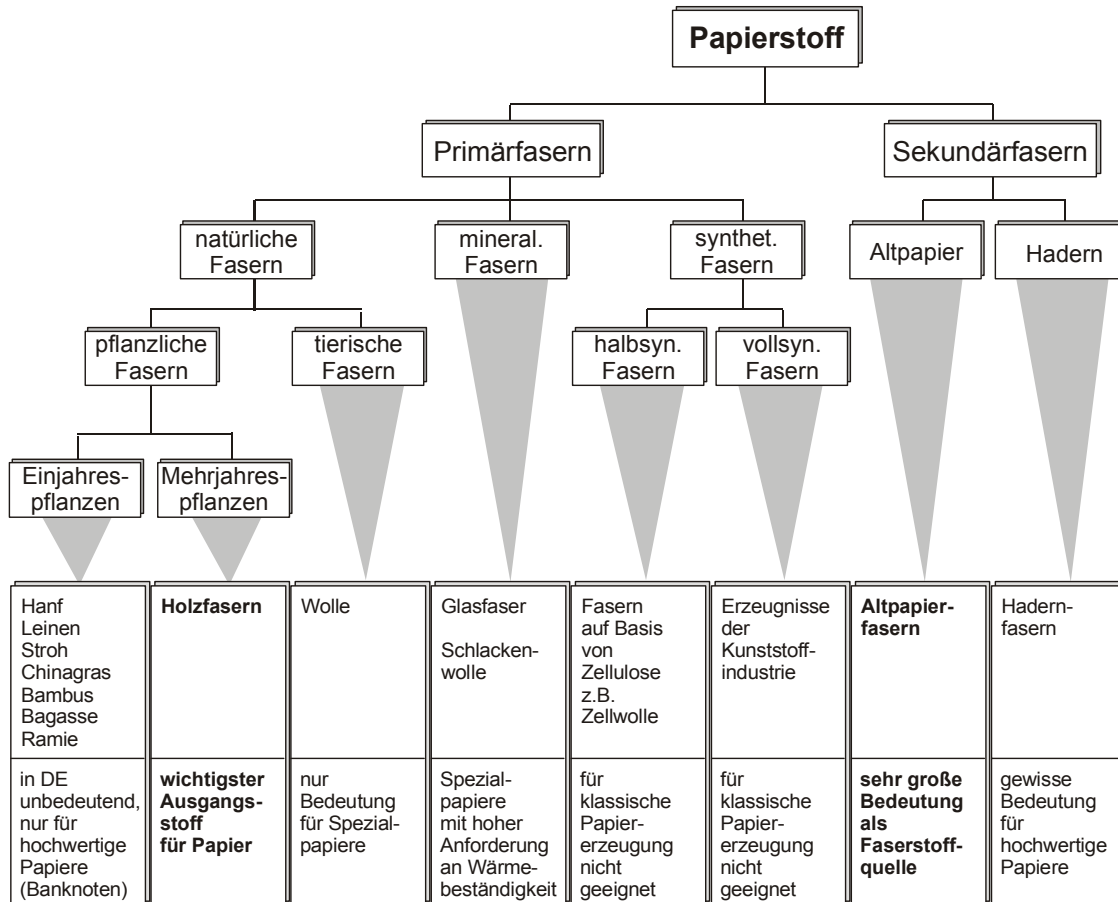


Bild 2.2: Faserstoffe der Papierindustrie /KAI00/

Eine detaillierte Betrachtung des Faserverbundes im Hinblick auf die Beurteilung des Werkstoffverhaltens bezüglich der zu untersuchenden Belastungsarten soll zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen.

2.3 Prozessschritte des Faserformverfahrens

Grundsätzlich sind zur Herstellung von Faserformprodukten folgende Prozessschritte zu durchlaufen, wobei das Pressen der Bauteile optional ist:

- Stoffaufbereitung
- Anformen
- Pressen
- Trocknen

2.3.1 Stoffaufbereitung

Die dem eigentlichen Faserformverfahren vorgelagerte Stoffaufbereitung wird entsprechend der Vorgehensweise in der Papierindustrie durchgeführt. In dieser ersten Verfahrensstufe wird Primär- oder Sekundärfaserstoff in gereinigter Form in einem großen Behälter von mehreren Kubikmetern Volumen, dem Pulper, unter reichlicher Zugabe von Wasser in eine pumpfähige Suspensionsform überführt. Zur Herstellung von Papier wird in /GÖT90/ eine Suspension bestehend aus 0,1 – 5 Teilen Faserstoff und 95 – 99,9 Teilen Wasser angegeben, was einer Stoffdichte von 0,1 – 5 % entspricht. Diese ist nach DIN EN ISO 4119 /DEI96d/ als Verhältnis der Trockenmasse der eingesetzten Fasermenge zu der Gesamtmasse der Suspension in Prozent anzugeben.

Die Wahl der für eine bestimmte Faserformanlage geeigneten Stoffdichte hängt in großem Maße von deren technischen Eigenschaften, aber auch von der Prozessführung ab und stellt das Know-how der Unternehmen dar. Detaillierte Angaben zu dieser Größe sind nicht öffentlich zugänglich. Vereinzelt können diesbezüglich Informationen aus Patentschriften entnommen werden; z. B. sollte gemäß /CMC94/ mit einer Stoffdichte zwischen 0,1 % [m/m] und 3 % [m/m] gearbeitet werden.

2.3.2 Anformvorgang

Der Anformvorgang stellt den wesentlichen Verfahrensschritt zur Herstellung eines Faserformbauteils dar. Zur Bildung eines dreidimensionalen Formteils wird die Fasersuspension mittels Druckdifferenz zwischen Werkzeugoberfläche und -innenraum in Strömung durch das Anformwerkzeug versetzt, wobei sich die Fasern an einen Siebkörper anlagern und ein nasses Faservlies entsteht.

Das Formwerkzeug, wie es auch in /OZO90/ beschrieben wird, muss prinzipiell zwei Aufgaben erfüllen: Zum einen dient es der Formgebung – die Geometrie des zu fertigenden Produktes muss durch das Werkzeug abgebildet werden – und zum anderen muss die Filtration der Fasern aus der Suspension gewährleistet sein, damit ein Materialaufbau, der zu einer ausreichenden Wandstärke führt, erfolgen kann. Das Anformwerkzeug besteht in der Regel aus zwei Teilen, dem Grundkörper – er nimmt vor allem die sich aus Druckdifferenz und Werkzeugoberfläche beim Anformen ergebenden Kräfte auf – und dem Siebkörper, welcher der Filtration der Fasern dient. **Bild 2.3** zeigt den prinzipiellen Aufbau.

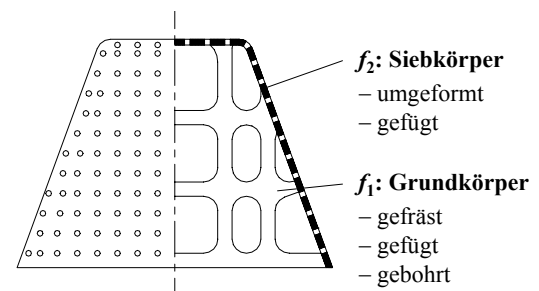


Bild 2.3: Prinzipdarstellung eines Anformwerkzeugs /WIL02/

Gerade beim Bau des Anformwerkzeuges kommen langjährige Erfahrungen in der Faserformbranche zum Tragen, da zwischen den zueinander entgegengesetzt proportionalen Variablen des Lochdurchmessers und -abstandes des Siebkörpers, welche zum einen die Güte des Filtrationsergebnisses und zum anderen die erreichbare Wandstärke bestimmen, abgewogen werden muss. Detaillierte Informationen zu dem Aufbau und der Herstellung der Formwerkzeuge unterliegen der Geheimhaltung der Unternehmen und sind nicht öffentlich zugänglich.

Gegliedert nach der Art der Realisierung der Druckdifferenz am Formwerkzeug und der verfahrensbedingten Bewegungsrichtung des Werkzeuges werden in der industriellen Fertigung folgende drei Anform- bzw. Anlagenprinzipien unterschieden, wobei hier zur Verdeutlichung eine vereinfachte Darstellung der Druckverhältnisse gewählt wurde:

- Druckverfahren ($p_O > p_{Atm}, p_I = p_{Atm}$) mit p_I = Druck im Werkzeuginnenraum
- Rotationsverfahren ($p_O = p_{Atm}, p_I < p_{Atm}$) p_O = Druck an Werkzeugoberfläche
- Vertikalverfahren ($p_O = p_{Atm}, p_I < p_{Atm}$)

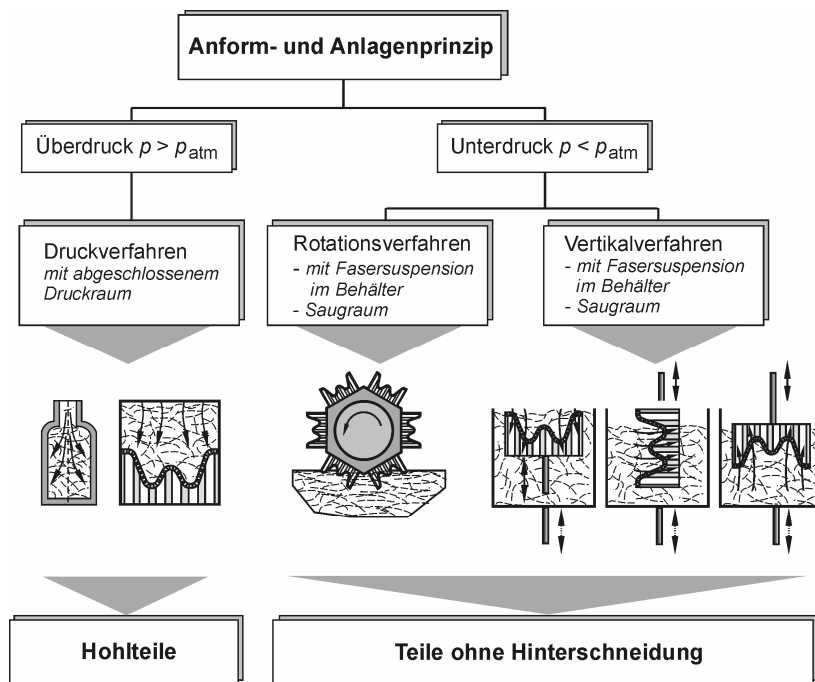


Bild 2.4: Anform- und Anlagenprinzipien in der industriellen Faserformherstellung /WIL02/

Bild 2.4 zeigt die verschiedenen Anformprinzipien sowie deren Eigenarten und die Restriktionen in der Formgebung der mit dem jeweiligen Prinzip fertigmachen Produkte. Allen dargestellten Verfahren gemein ist der negative Druckgradient zwischen Werkzeugober- und -unterseite.

Überdruckverfahren

Das Druckverfahren ermöglicht u. a. die Herstellung von Hohlteilen, bei denen Hinterschneidungen auftreten. In solchen Fällen kommen geteilte Werkzeuge zum Einsatz, welche die Entformbarkeit ermöglichen. Charakteristische Eigenschaft des Verfahrens ist der erhöhte Druck an der Werkzeugoberseite – es handelt sich also um ein Überdruckverfahren. Bei dieser Verfahrensart liegt an der Sieb abgekehrten Seite in erster Näherung Atmosphärendruck ($p_I = p_{Atm}$) und an der Siebseite Überdruck ($p_O > p_{Atm}$) an. Um dieses zu realisieren, ist ein abgeschlossener Raum erforderlich, in dem sich sowohl Werkzeug als auch Fasersuspension befinden, der zunächst unter Druck gesetzt und zum Anformen abrupt geöffnet wird. Die Anformdrücke können bei diesem Verfahren mehrere Bar erreichen. Die Vorteile kürzerer Anform- und Entwässerungszeiten, welche sich aufgrund der größeren Druckdifferenzen ergeben, stehen dem Nachteil des Öffnens des Druckraums zur Entnahme des angeformten Bauteils entgegen.

Aus den Veröffentlichungen /VRU00/, /VRU01a/ und /VRU01b/ geht hervor, dass beispielsweise die *Kao Corp.*, Tokio, dieses Verfahren zur Herstellung der zuvor erwähnten Faserform-Flasche nutzt. Eine genaue Verfahrensbeschreibung wird durch diese Artikel jedoch nicht geliefert.

Unterdruckverfahren

Bei den Unterdruckverfahren finden zwei verschiedene Anformprinzipien in der industriellen Praxis ihre Anwendung – das Rotations- und das Vertikalverfahren. Beide haben vergleichbare Charakteristika, wie z. B. den an der Werkzeuginnenseite anliegenden Unterdruck ($p_O = p_{\text{Atm}}$, $p_I < p_{\text{Atm}}$). Lediglich die Anordnung bzw. die Bewegungsrichtung des Anformwerkzeugs oder des Pulpenbehälters variieren. Diese Anlagenprinzipien erfordern keinen abgeschlossenen Druckraum. Die Fasersuspension befindet sich in einem offenen Behälter, aus dem sie durch Eintauchen des Anformwerkzeugs mit anliegendem Unterdruck angesaugt werden kann. Aufgrund der Prozessführung sind keine Bauteile mit Hinterschneidungen nach den Unterdruckverfahren fertigbar.

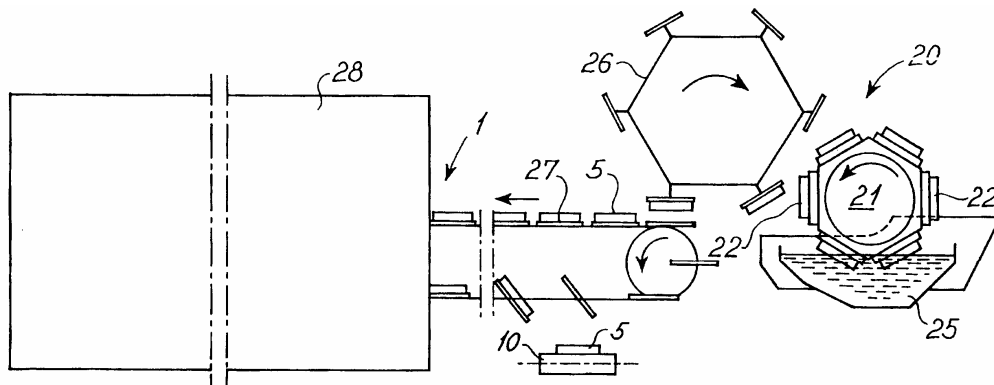


Bild 2.5: Faserformanlage der Firma *Brødrene Hartmann* nach dem Rotationsverfahren /HAR01/

Bild 2.5 zeigt die Prinzipskizze einer Anlage der Firma *Brødrene Hartmann*, die nach dem Rotationsverfahren kontinuierlich Faserformteile produziert. Auf der rotierenden Trommel (21) sind die Anformwerkzeuge (22) angeordnet, welche in die Pulpe bzw. den Pulpenbehälter (25) eintauchen. Die Übergabe der angeformten Bauteile auf das Laufband, das die noch feuchten Formteile zu einem Durchlaufofen (28) befördert, wird durch gegenläufig rotierende Abnahmewerkzeuge realisiert.

Im Gegensatz zu der kontinuierlichen Produktion von Faserformbauteilen mittels des Rotationsverfahrens kann mit dem Vertikalprinzip nur eine getaktete Teileherstellung erfolgen. In **Bild 2.6** ist eine entsprechende Faserformanlage dargestellt, wie sie von der Firma *Inmaco*, ehemals *Markhorst*, gebaut wird. Das Anformen erfolgt dabei im äußerst linken Teil der Anlage (aus Sicht der Skizze). Bei Übergabe der Bauteile zu den drei nachfolgenden Press- und Trockenstationen werden die entsprechenden Werkzeuge linear verfahren.

Die Bevorzugung eines der beiden Unterdruckverfahren richtet sich nach der Art des herzustellenden Produktes. Wird beispielsweise die Fertigung eines Faserformteils mit sehr großen Stückzahlen und geringen Taktzeiten bei untergeordneten Anforderungen an Oberflächengüte und Maßhaltigkeit angestrebt, so sollte die Wahl auf das Rotationsverfahren fallen. Anlagen, die nach dem Vertikalverfahren arbeiten, können aufgrund der einfacheren Realisierungsmög-

lichkeiten der Übergabestationen flexibler eingesetzt werden. Die meisten Anlagenkonzepte umfassen mehrere Stationen zum Pressen und Trocknen, wodurch die Oberflächengüte wesentlich verbessert werden kann. Dieses führt jedoch zwangsläufig zu höheren Taktzeiten.

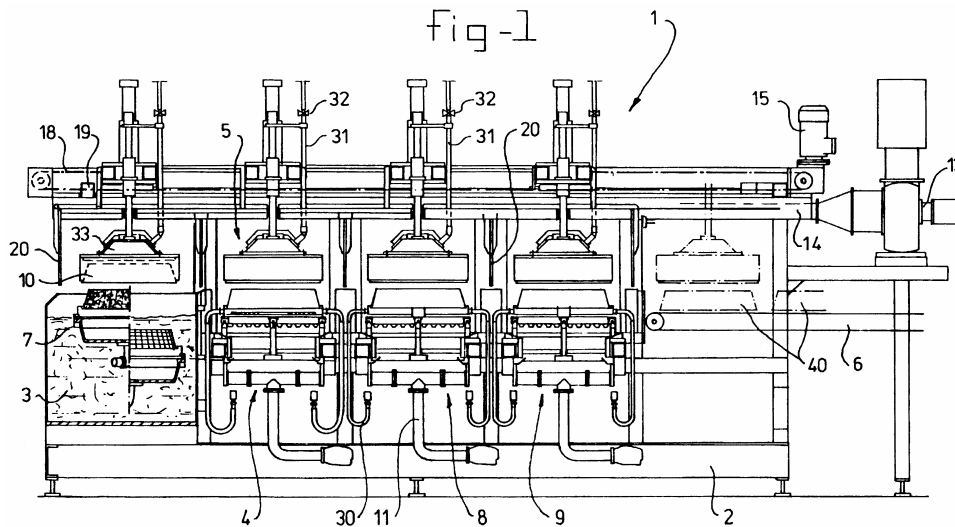


Bild 2.6: Faserformanlage der Firma *Inmaco* nach dem Vertikalverfahren /MAR98/

2.3.3 Pressen und Trocknen

Wie schon zuvor erwähnt, stellt das Pressen nach dem Anformvorgang einen optionalen Verfahrensschritt bei der Herstellung von Faserformteilen dar. Je nach Produkthanforderung können nasse oder angetrocknete Bauteile zur Verbesserung der Oberflächengüte an der dem Siebkörper abgewandten Seite gepresst werden. Hierbei finden ggf. beheizte Presswerkzeuge ihren Einsatz, welche die Geometrie des Faserformprodukts als Negativform abbilden. In /PRP97/ wird, beziehend auf eine Faserformanlage der Firma *Inmaco*, von der Realisierung hoher Stabilitäten der Verpackungsteile bei verhältnismäßig geringen Wandstärken gesprochen. Quantitative Angaben zu den erreichbaren Festigkeiten bleiben allerdings aus.

Wesentlicher Bestandteil des Faserformverfahrens ist der Trocknungsprozess. Der nach dem Anformen vorliegende nasse Faservlies ist von nur geringer Festigkeit und muss unter Erhaltung der Bauteilgeometrie nachfolgend auf eine Materialfeuchte des Bauteils von 5 – 10 %, bezogen auf dessen Nassgewicht, getrocknet werden, um ein gebrauchsfähiges Produkt zu erhalten. Nach /PAI67/ sind nach dem Saugverfahren für gewöhnlich Materialfeuchtigkeiten des angeformten Faserformteils um 85 % zu erwarten, für das Überdruckverfahren durch die verfahrensbedingt höheren Drücke geringere Feuchtigkeitsgehalte, die bei 45 bis 50 % liegen. In /SAM96/ wird in Zusammenhang mit der Produktion bei *Brødrene Hartmann* eine Trocknung der Verpackungsteile bei einer Temperatur von 160 °C genannt, was zu einer Restfeuchte im Bauteil von 7 % führt.

Gegen das Trocknen an der Luft spricht zum einen die zu hohe Trocknungsdauer und zum anderen die eventuell auftretenden Veränderungen der Geometrie aufgrund der durch den Wasserentzug hervorgerufenen Volumenänderung. Da eine Trocknung aus Gesichtspunkten der Formerhaltung ohnehin in Werkzeugen vorzuziehen ist, finden beheizte Presswerkzeuge in Verbindung mit dem Vertikalprinzip (siehe auch /PRP97/) eine verbreitete Anwendung. Auf diese Weise werden die Verfahrensschritte Pressen und Trocknen zusammengefasst.

2.4 Charakteristika von Faserformprodukten

Für die weiteren Untersuchungen an Faserformprodukten und die Deutung der Messergebnisse in den entsprechenden Kapiteln ist die Kenntnis der Charakteristika der vorliegenden Bauteile unabdingbar. Dabei soll eine getrennte Betrachtung von makroskopischen und mikroskopischen Eigenschaftsmerkmalen erfolgen. Erstere umfassen solche Merkmale, die bei augenscheinlicher Betrachtung auffallen, während letztere den Aufbau bzw. die Struktur des Fasernetzwerkes beinhalten.

2.4.1 Makroskopische Merkmale

Die mittels des Faserformverfahrens gefertigten Produkte weisen einige verfahrenstypische Charakteristika auf. In diesem Zusammenhang seien die sich unterscheidenden Oberflächenbeschaffenheiten zwischen Siebseite und Sieb abgewandter Seite eines Faserformteiles zu nennen. Wie in **Bild 2.7** zu erkennen, weist die Sieb- oder auch Formseite eine glatte, die Siebstruktur des Anformwerkzeuges wiedergebende Oberfläche auf. **Bild 2.8** zeigt die Oberfläche der dem Siebkörper abgewandten Seite, welche zunächst unregelmäßig geformt und vergleichsweise unstrukturiert ist. Erst durch einen nachfolgenden Pressvorgang kann auch eine der Siebseite ähnliche Oberflächengüte erreicht werden.

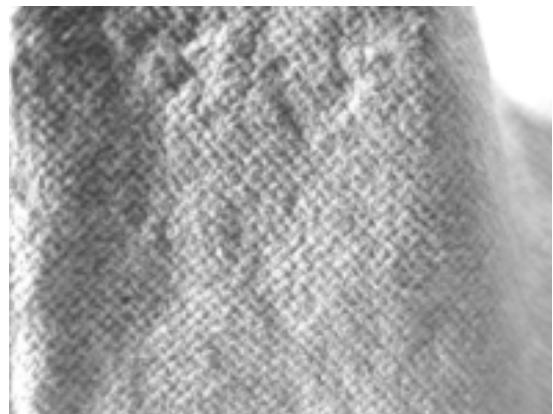


Bild 2.7: Siebseite eines Faserformproduktes und vergrößerte Darstellung der Struktur /WIL02/

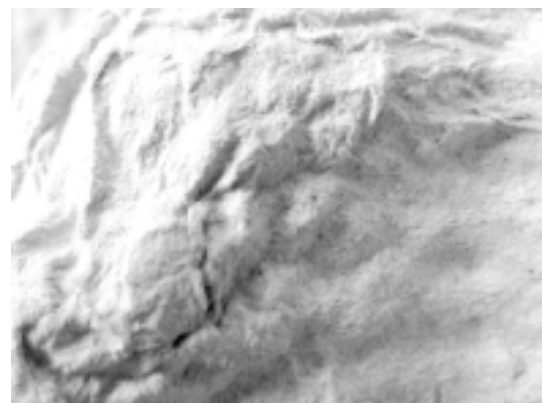
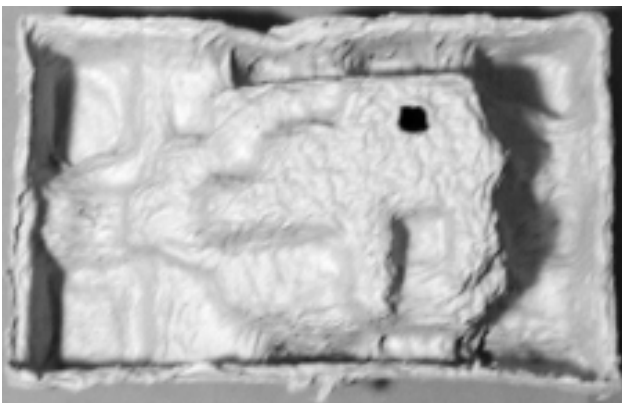


Bild 2.8: Sieb abgewandte Seite eines Faserformteils und vergrößerte Darstellung der Struktur /WIL02/

Prozessbedingt kann eine Wandstärke von mehreren Millimetern erreicht werden, jedoch weisen die meisten Faserformprodukte als Verpackungen eine Dicke von 1 – 3 mm auf.

Die *IMPEPA* (International Molded Pulp Environmental Packaging Association), mit Sitz in den USA, nimmt in /IMP/ eine Klassifizierung von Produktkategorien von Faserformprodukten vor. Dabei wird zwischen vier Grundtypen von Faserformteilen unterschieden.

Dickwandige Faserformprodukte

Diese Produkte weisen im Allgemeinen Wandstärken zwischen 5 und 13 mm auf und werden aufgrund der guten Dämpfungseigenschaften in erster Linie als Fixierung oder Eckenschutz für Großteile in einer Umverpackung eingesetzt. Die Oberfläche an der Sieb abgewandten Seite ist sehr rau, und die Formgenauigkeit ist eher schlecht, da zum einen kostengünstige Anformwerkzeuge und Altpapier geringer Qualität als Rohstoff eingesetzt werden und zum anderen auf nachgelagerte Pressvorgänge verzichtet wird.



Bild 2.9: Eckenschutz für Aktenschrank /FIB/

Transfergefertigte Faserformprodukte

Transfergefertigte Faserformteile weisen Wandstärken zwischen 1,5 und 5 mm auf. Sie werden heutzutage am häufigsten benutzt. Durch die Verwendung von Anform- und Übergabewerkzeugen hoher Genauigkeit und einem Rohstoff hoher Qualität, der zu einem hohen Prozentsatz oder ausschließlich aus recyceltem Wellpapppapier besteht, werden relativ gute Oberflächengüten erzielt. Die so hergestellten Produkte werden meist als Verpackung für Elektronikartikel, aber auch als Frucht- oder Eierverpackung eingesetzt.



Bild 2.10: Inlay für Mobiltelefon /HENA/

Thermogeformte Faserformprodukte

Die durch diese Fertigungsart hergestellten Teile stellen die neueste Form an dünnwandigen Faserformprodukten mit hoher Oberflächengüte dar. Entgegen der gewöhnlichen Trocknung im Ofen wird bei diesem Verfahren das nasse Faservlies nach dem Anformen und der Entnahme in einem Werkzeug gepresst und gleichzeitig getrocknet. Durch diese Prozessführung können Produkte hoher Festigkeit und Formgenauigkeit realisiert werden, die als Verkaufsverpackung fungieren sollen, wobei eine genaue Definition der Geometrie und das äußere Erscheinungsbild im Vordergrund stehen.



Bild 2.11: Verkaufsverpackungen /HENb/

Bearbeitete oder veredelte Faserformprodukte

Hierbei handelt es sich um Produkte, die einer Nachbehandlung, abweichend von den zuvor beschriebenen Prozessen, unterzogen werden. Eine Nachbehandlung in diesem Sinne könnte beispielsweise ein Beschichten, Bedrucken, Zuschneiden oder Stanzen, ein Färben oder die Verwendung von Zusatzstoffen sein. Veredelungen dieser Art können bei allen zuvor genannten Produktarten je nach Kundenwunsch Anwendung finden.

2.4.2 Mikroskopische Merkmale

Dieser Abschnitt behandelt den Aufbau des Netzwerkes aus Papierfasern. Da bei Faserformprodukten vergleichbare Rohstoffe eingesetzt werden wie zur Herstellung von Papier, können die Modellvorstellungen, welche sich auf die jahrzehntelangen Erfahrungen in der Papierindustrie stützen, weitestgehend übernommen werden. Wesentliche Unterschiede von Faserformprodukten im Vergleich zu Papier ergeben sich aus der von der Papierherstellung abweichenden Prozessführung. Es ergeben sich zwei Aspekte: Faserformteile weisen eine größere Wandstärke auf, eine Ausrichtung der Fasern und die damit zusammenhängende Vorzugsrichtung der Materialeigenschaften existiert aufgrund des ungerichteten Stoffauflaufs auf das Sieb nicht. Letztgenannte Abweichungen im Vergleich zu Papier sind bei den folgenden Betrachtungen zu berücksichtigen.

Die weiteren Darstellungen stützen sich auf die Modellvorstellung von *Kallmes et al.* /KAL81/, die sich über mehrere Jahre entwickelt hat und in der Papierforschung allgemein anerkannt ist. Diese wird darüber hinaus durch einige Aspekte anderer Autoren ergänzt.

Unter Voraussetzung eines idealisierten Anform- oder Blattbildungsprozesses ergibt sich sowohl bei Papier als auch bei Faserformprodukten ein geschichtetes Netzwerk aus regellos orientierten Naturfasern. Geometrische Inhomogenitäten ergeben sich dabei lediglich aus der stochastischen Verteilung der Abmessungen der Einzelfasern. Bei der realen Formation eines Faserformteils ergeben sich makroskopische Unregelmäßigkeiten vor allem durch die Ausbildung von Faserflocken bei hohen Konzentrationen der Fasersuspension. Dieses führt zu Dichteschwankungen im angeformten Faservlies. Im Allgemeinen nehmen die Inhomogenitäten im Produkt mit Zunahme der Stoffkonzentration in der Pulpe zu. Die Fasern selbst werden in der Regel aus Holz gewonnen. Es handelt sich hierbei um röhrenförmige Körper von 1 – 4 mm Länge und ca. 5 – 30 µm Durchmesser. Die Wandstärke der Fasern beträgt lediglich 2 – 5 µm, wodurch sie sehr flexibel sind und leicht zusammengequetscht werden können. **Bild 2.12** zeigt den Aufbau einer Holzfaser im Querschnitt. Die Mittellamelle besteht aus Lignin. Die Wandstärke ist abhängig von dem eingesetzten Verfahren bei der Stoffaufbereitung. Die Primärwand aus Cellulose schützt die Schichten der Sekundärwand, welche aus Cellulose und Hemicellulose bestehen /PAP96/. Letztere werden in der angelsächsischen Literatur als S₁-, S₂- und S₃-Schicht bezeichnet. Die Mittelschicht der Sekundärwand oder S₂-Schicht macht mengenmäßig 80 % der gesamten Zellwand aus. Sie ist ihrerseits aus spiralförmig um die Faserlängsachse angeordneten Cellulose-Fibrillen aufge-

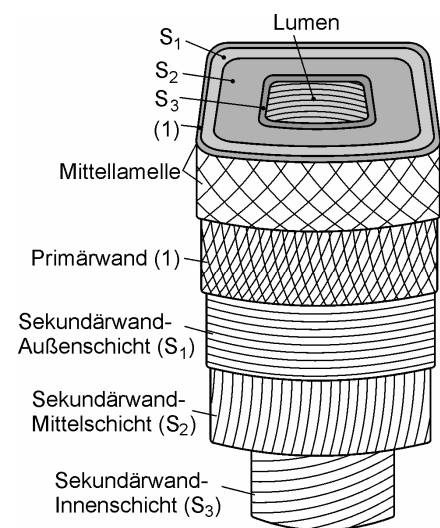


Bild 2.12: Aufbau einer Holzfaser /PAP96/

baut, die in einer Hemicellulose-Matrix eingebettet sind. Der Winkel zwischen Fibrillen und Längsachse der Faser variiert mit der Holzsorte, der die Fasern entnommen wurden, und bestimmt maßgeblich die Festigkeit und Steifigkeit der Einzelfaser /FRE00/.

Die Kraftübertragung in einem belasteten Fasernetzwerk erfolgt zum einen über die Einzelfasern und zum anderen über die Faser-Faser-Bindungen. Dabei hängt die maximal ertragbare Last von der Anzahl der Gesamtfasern sowie deren Festigkeit und vor allem von der Anzahl, Größe und Festigkeit der Bindungen zwischen den Fasern ab. Da die Festigkeit der Fasern durch die Rohstoffauswahl bestimmt wird und während des Herstellungsprozesses nicht beeinflusst werden kann, beziehen sich festigkeitssteigernde Maßnahmen in der Regel auf die Optimierung der Bindungseigenschaften. Auf die einzelnen, vor allem in der Papierindustrie eingesetzten Verfahren soll an dieser Stelle nicht genau eingegangen werden, jedoch sind zum besseren Verständnis der folgenden Ausführungen die unterschiedlichen chemischen Bindungstypen in der Einzelfaser und dem Fasernetzwerk näher zu betrachten.

Bei der Stoffaufbereitung und der weiteren Veredelung der Holzfasern wird die Mittellamelle und die Primärwand, teilweise auch die S_1 -Schicht, abgetragen. Die nun freiliegende S_2 -Schicht besteht, wie zuvor bereits erwähnt, aus Cellulose-Fibrillen. Die Celluloseketten liegen in der Faserwand mit verschiedenen Ordnungsgraden vor. In sogenannten molekularen Bereichen existiert eine sehr dichte Packung der Ketten in Form einer echten Kristallstruktur. In diese kristallinen Gebiete, die allerdings nur einen sehr kleinen Bereich der Faserwand ausmachen und von amorphen Molekülstrukturen umgeben sind, kann aufgrund der starken chemischen Bindungen kein Wasser eindringen. Die Bindungen in den amorphen Zonen sind von relativ schwachem hydrogenem Charakter. Wassermoleküle können diese schwachen Wasserstoffbrückenbindungen aufbrechen und in die amorphen Bereiche der Faserwand eindringen (**Bild 2.13**). Das Einlagern der Wassermoleküle verursacht ein Quellen der Faser. Da die Celluloseketten mit starken chemischen Bindungen, in denen sich kein Wasser einlagern kann, eher entlang der Faserlängsachse angeordnet sind, quillt die Faser fast ausschließlich in Querrichtung.

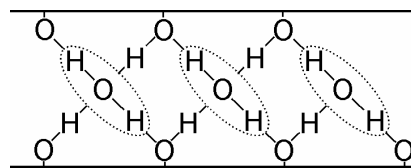


Bild 2.13: Cellulosemoleküle mit Wasserstoffbrückenbindung /GÖT90/

Die zuvor beschriebenen Vorgänge, beispielsweise die der Wassereinlagerung, spielen sich während der Stoffaufbereitung ab. Entsprechend Kapitel 2.3 schließt sich der Anformvorgang an, der zur Bildung des laminatartigen Fasernetzwerkes führt. Da die Faser-Faser-Bindungen, welche ebenfalls von hydrogenem Charakter sind, einen beträchtlichen Einfluss auf die Festigkeit des gesamten Netzwerkes haben, soll diese durch die Einführung des weit verbreiteten Konzepts der relativen Bindungsfläche näher behandelt werden.

Nach der Formation des Fasernetzwerkes liegen die Papierfasern flach aufeinander, da der Lumen während der Verarbeitung der Fasern zusammenfällt. Für die weiteren Betrachtungen seien die Fasern vereinfacht als flaches rechtwinkliges Band mit der Länge λ , der Breite ω und der Dicke o mit $o \ll \omega$ anzusehen. Es werden drei Bindungszustände definiert, die auf eine Einzelfaser bezogen sind:

- Bindungszustand (BZ) 0: beidseitig freier Längenanteil der Faser auf den Flächen mit der Breite w ; es liegt keine Bindung zu anderen Fasern vor
- BZ 1: einseitig freier Längenanteil (Ober- oder Unterseite der Faser); es liegt eine einseitige Bindung zu einer anderen Faser vor
- BZ 2: beidseitig gebundener Längenanteil; es liegt eine beidseitige Bindung zu zwei anderen Fasern vor

Da die Summe der Längenanteile der Faserlänge λ entsprechen muss, ergibt sich folgender Zusammenhang für die relative Bindungsfläche einer Einzelfaser:

$$RBF = \frac{BZ_1 + 2 \cdot BZ_2}{2 \cdot \lambda} \quad (2.1)$$

Dem Anformvorgang folgend wird ein Faserformprodukt nach optionalem Pressen getrocknet. Dabei wird zunächst das in den relativ großen Faserzwischenräumen vorhandene Wasser verdampft. Erst dann entweicht das in Faserwänden eingelagerte Wasser, und die Faser schrumpft auf ihre ursprüngliche Größe. Aufgrund der Ausbildung weiterer Wasserstoffbrückenbindungen während des Trocknungsvorgangs erreichen sowohl die einzelnen Fasern als auch die Faserbindungen im trockenen Zustand höhere Festigkeitswerte. Dabei sind die Festigkeiten der Faserbindungen und der amorphen Gebiete in den Faserwänden von vergleichbarer Größe.

3 Stand der Technik

In diesem Kapitel wird ein Überblick über bekannte Gestaltungsmethoden für räumliche Bauteile gegeben, die aus Papierfaserstoffen hergestellt sind. Hierbei wird sich auf jene Methoden beschränkt, welche einer Dimensionierung hinsichtlich der mechanischen Belastbarkeit der Bauteile dienen, da nur solche in direktem Zusammenhang zu der hier behandelten Thematik stehen. Zu den räumlichen Produkten aus Papierfaserstoffen zählen neben den hier betrachteten Faserformprodukten vor allem Bauteile aus Wellpappe. Letztere weisen im Gegensatz zu Faserformteilen nicht direkt nach ihrer Herstellung eine räumliche Produktform auf, sondern erhalten ihre endgültige Geometrie erst durch nachgelagerte Falt- und Aufrichtvorgänge. Das derzeitige Hauptanwendungsgebiet stellt für beide Produkte die Verpackungsbranche dar. Aus diesem Grund soll im Folgenden eine nähere Betrachtung der dort verwendeten Auslegungskriterien erfolgen.

3.1 Auslegungskriterien für räumliche Verpackungsprodukte aus Papierfaserstoffen

Die Auslegung von Verpackungen kann grundsätzlich auf zweierlei Weise erfolgen. **Bild 3.1** zeigt die unterschiedlichen Vorgehensweisen zur Dimensionierung von Verpackungsteilen.

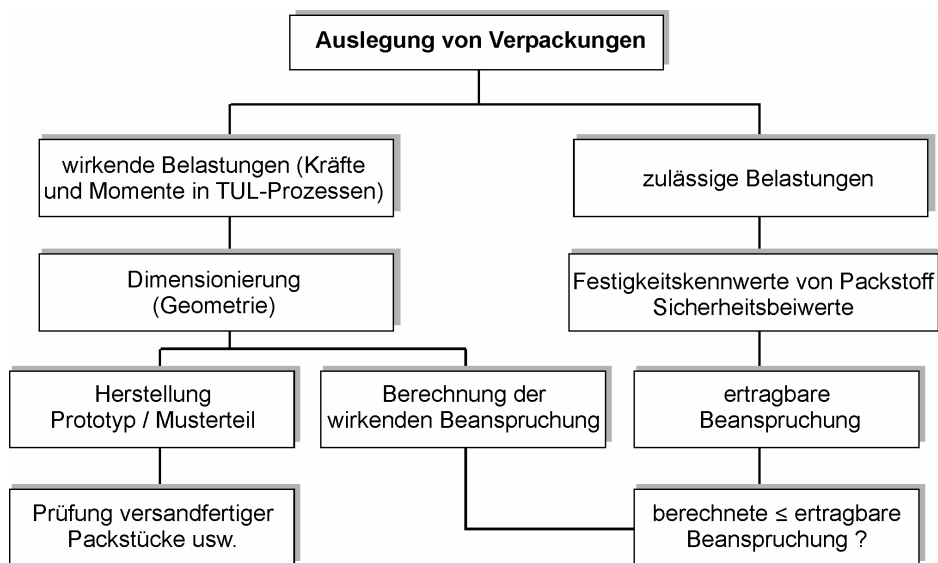


Bild 3.1: Prinzipielle Vorgehensweise bei der Auslegung von Verpackungen

Ausgehend von den im Einsatz zu erwartenden Belastungen erfolgt in beiden Fällen zunächst eine Ausarbeitung der vorläufigen Geometrie auf Basis von Erfahrungswerten oder Überschlagsformeln. Bei der Auslegung von Verpackungen schließt sich in den meisten Fällen die Erstellung eines Musterteils und Prüfung der Funktionserfüllung mittels standardisierter Testverfahren an. Eine weitaus bessere Methode umfasst die Vorausberechnung der Beanspruchungen im Bauteil. Die Prüfung der Funktionserfüllung der fiktiven Verpackung besteht lediglich aus dem Vergleich der berechneten mit der maximal ertragbaren Beanspruchung. Letztere wird durch Festigkeitskennwerte bestimmt, die an Packstoffproben mit definierter Geometrie unter definierten Bedingungen zuvor einmalig ermittelt wurden. Mögliche festigkeitsbeeinflussende Faktoren, wie beispielsweise die Umgebungsbedingungen, werden durch Sicherheitsbeiwerte berücksichtigt.

Durch eine iterative Vorgehensweise ist es möglich, die Geometrie an die im Einsatzfall auftretenden Belastungen anzupassen, wobei die Güte der Anpassung von der Anzahl der Iterationsschritte abhängt. Dabei stellt die rechnerische Auslegung von Verpackungen basierend auf allgemeingültigen Festigkeitskennwerten eine im Vergleich zu der Herstellung von Musterteilen sinnvollere Vorgehensweise dar. Die Packstoff-Kennwerte sind im Idealfall der Literatur zu entnehmen oder einmalig für den verwendeten Packstoff zu bestimmen. Die Ergebnisse der Prüfung der Musterteile hingegen besitzen nur Gültigkeit für den jeweiligen Prototypen – sie sind geometriengebunden. Die sich ergebenden Kosten entstehen vor allem durch die Herstellung der Musterteile, aber auch durch deren Prüfung.

3.1.1 Verfahren zur Prüfung versandfertiger Packstücke und Packmittel

Im Folgenden sollen zunächst die Methoden zur Prüfung der Funktionserfüllung basierend auf Musterteilen betrachtet werden, da diese bei der derzeitigen Auslegung von Faserformteilen Anwendung finden. In der Regel handelt es sich hierbei um technologische Prüfverfahren. Eine Zusammenfassung der Prüfmethoden zur Ermittlung von Festigkeiten und anderen mechanischen Kennwerten nach DIN 55405-7 /DIN93/ zeigt **Bild 3.2**. Hierbei lässt sich folgende Klassifizierung entsprechend der einzusetzenden Prüfkörper vornehmen:

- Prüfung am Packstoff
- Prüfung am Packmittel
- Prüfung am versandfertigen Packstück

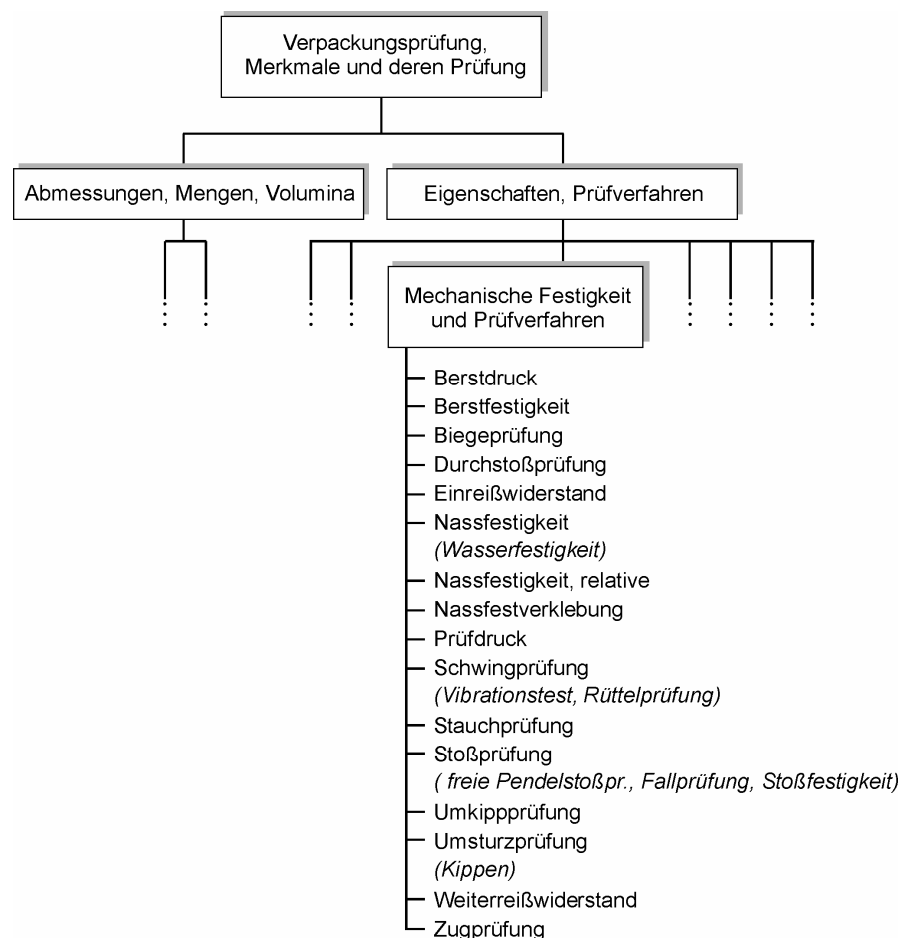


Bild 3.2: Methoden der Verpackungsprüfung, insbesondere Bestimmung der Festigkeit (Auszug aus /DIN93/)

Als Packstoff wird nach DIN 55405-2 /DIN88a/ der „Werkstoff, aus dem Packmittel und Packhilfsmittel hergestellt werden“ bezeichnet. Der Begriff „Packhilfsmittel“ ist nach DIN 55405-4 /DIN88c/ der „Sammelbegriff für Hilfsmittel, die zusammen mit Packmitteln zum Verpacken wie z. B. Verschließen einer Packung/eines Packstückes dienen. ...“. Zu den Packhilfsmitteln zählen auch Sicherungs- und Polstermittel wie beispielsweise Holzwolle. Bei der Prüfung von Packstoffen kommen vor allem werkstoffgebundene Verfahren zum Einsatz. Die ermittelten Kennwerte dienen in erster Linie der Auslegung von Packhilfsmitteln und einfachen Packmitteln, deren Hauptbeanspruchung durch die hauptsächlich einachsigen Prüfverfahren, beispielhaft sei hier der Zugversuch genannt, hinreichend genau simuliert werden können.

Zur Prüfung eines Packmittels, welches nach DIN 55405-3 /DIN88b/ als „Erzeugnis aus Packstoff, das dafür bestimmt ist, das Packgut zu umhüllen oder zusammenzuhalten, damit es versand-, lager- und verkaufsfähig wird“ definiert ist, und eines versandfertigen Packstücks – dieses besteht aus dem Packmittel, dem zu verpackenden Gut und eventuell einem Packhilfsmittel – finden meist Verfahren ihre Anwendung, welche die bei TUL-(Transport, Umschlag, Lagerung)Prozessen auftretenden Belastungen nachempfinden. Diese Verfahren erlauben eine Prüfung der Funktionserfüllung innerhalb der Auslegung dreidimensionaler Verpackungsprodukte und ordnen sich direkt in die betrachtete Thematik ein.

Bei der Prüfung von Packmitteln und versandfertigen Packstücken wird grundsätzlich zwischen statischen und dynamischen Verfahren unterschieden. Die statischen Prüfverfahren dienen der Simulation der Belastungen, die vor allem bei der Lagerung auf das Packmittel wirken. Die auf das jeweilige sich im Stapel befindende Packmittel aufgebrachte statische Last ergibt sich aus der Gewichtskraft der jeweils darüber aufgestapelten Packstücke.

DIN EN ISO 12048 /DEI01b/ gibt an, in welcher Weise eine Kompressions- und Stapelprüfung an versandfertigen Packstücken unter Verwendung einer Kompressionsprüfmaschine durchgeführt werden sollte. Dieses Prüfverfahren dient der Ermittlung der Festigkeit der Packstücke unter komprimierender Belastung. Es kann eine Einzelprüfung oder eine Reihenuntersuchung zur Analyse des Deformationsverhaltens entlang einer bestimmten Transportkette erfolgen. Die Kompressionsprüfung sieht eine kontinuierlich steigende Lastaufbringung bis zum Bauteilversagen vor, während die Stapelprüfung den Deformationsverlauf über der Zeit bei konstanter Kraft betrachtet. Bei der Kompressions-Prüfeinrichtung handelt es sich um ein motorbetriebenes Druckplattensystem. Die Belastungsgeschwindigkeit beträgt im Allgemeinen 10 ± 3 mm/min. Die klimatische Vorbehandlung der Prüflinge ist, wie auch für die anderen Verpackungsprüfungen, durch DIN EN ISO 2233 /DEI01a/ festgelegt.

Mit DIN 55440-1 /DIN91/ besteht ein standardisiertes Verfahren für die Stauchprüfung von Packmitteln mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit. Die Durchführung sowie die einzusetzenden Prüfmittel entsprechen weitestgehend jenen in /DEI01b/. Allerdings sieht /DIN91/ eine kontinuierliche Aufnahme der Kraft- und Wegwerte vor. Aus den akquirierten Daten können der Stauchwiderstand, welcher das Kraftmaximum beim Stauchen angibt, der dazugehörige Stauchweg und der Stauchwiderstand bei einem zuvor festgelegten Verfahrensweg als Zwischenwert bestimmt werden.

DIN EN ISO 2234 /DEI02a/ umfasst drei Verfahren zur Stapelprüfung versandfertiger Packstücke unter statischer Last. Das erste Verfahren sieht eine Lastaufbringung durch Stapelung gleichartiger Packstücke vor. Verfahren 2 arbeitet mit einer ebenen Druckplatte, welche zur Aufnahme eines Gewichtes dient und bei der dritten Prüfvariante horizontal geführt ist.

Durch die dynamischen Prüfverfahren werden die in erster Linie während des Transports, aber auch beim Umschlag auftretenden Belastungen nachempfunden. Die dynamischen Testmethoden können weiter in Schwingungs- und Stoßbeanspruchungen unterteilt werden. Bei erstgenannten wird wiederum zwischen periodischen und stochastischen (zufällig verteilten) Schwingungen unterschieden. Schwingungsbelastungen werden durch ihre Frequenz, Amplitude und Wirkrichtung spezifiziert. Bei stoßartigen Beanspruchungen treten aufgrund der hohen, meist negativen Beschleunigungen sehr große Lastamplituden auf. Charakteristische Größen, die der Beschreibung der Stoßbeanspruchung dienen, sind die Stoßamplitude und die Stoßdauer. Stoßvorgänge in vertikaler Richtung resultieren bei TUL-Prozessen aus manuellen und maschinellen Umschlagvorgängen wie Absetzen und Herabfallen oder Werfen von Packstücken beim Be- und Entladen. Darüber hinaus treten vertikale Stöße durch das Überfahren von Unebenheiten während des Transports auf. Horizontale Stoßbeanspruchungen ergeben sich beispielsweise durch unzureichende Ladungssicherung beim Transport. Im Folgenden werden die Inhalte der zu dieser Thematik bestehenden Normschriften näher betrachtet.

In DIN EN ISO 2247 /DEI02c/ wird ein Verfahren zur Schwingprüfung von versandfertigen Packstücken mit niedriger Festfrequenz beschrieben. Es dient zur Beurteilung der Festigkeit des Packstücks bzw. der Schutzwirkung bezüglich des Inhalts gegenüber Schwingungen. Der geforderte Frequenzbereich des Schwingtisches liegt zwischen 3 und 4,6 Hz mit einer Beschleunigungsamplitude zwischen 0,5 g und 1,1 g ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$). Zur Simulation der Bedingungen, wie sie im Packstück-Stapel herrschen, darf eine Lastaufbringung entsprechend /DEI02a/ erfolgen. Auch bei den Schwingprüfungen ist die klimatische Vorbehandlung nach /DEI01a/ durchzuführen.

Die Schwingprüfung mit variabler sinusförmiger Frequenz ist durch DIN EN ISO 8318 /DEI02d/ standardisiert. Die Normschrift umfasst zwei Prüfverfahren, die sich in folgenden Punkten von /DEI02c/ unterscheiden: Bei der ersten Prüfmethode wird während der gesamten Versuchsdauer die Frequenz im Bereich von 3 bis 100 Hz mit einer konstanten Durchlaufgeschwindigkeit von 48,5 Hz pro Minute variiert. Für die Beschleunigungsamplitude ist einer der folgenden Werte zu wählen:

- a) $0,25 \pm 0,1 \text{ g}$
- b) $0,5 \pm 0,1 \text{ g}$
- c) $0,75 \pm 0,1 \text{ g}$

Prüfverfahren 2 arbeitet mit einem Frequenzband, welches sich auf einen Bereich von $\pm 10 \%$ um die erste, zweite oder dritte Resonanzfrequenz des Packstücks beschränkt.

DIN EN 22248 /DEN93b/ stellt die vertikale Stoßprüfung versandfertiger Packstücke durch den freien Fall dar. Dabei wird das Packstück über einer starren, ebenen Fläche angehoben und auf diese frei fallen gelassen. Die Fallhöhe und Lage des Packstücks sind frei wählbar. Bei quaderförmigen Packstücken beispielsweise wird je nach Lage zwischen Flächen-, Kanten- und Eckenfall unterschieden. Als weiteres Verfahren zur Simulation eines vertikalen Stoßes ist die Prüfung durch Kippen nach DIN EN 14149 /DEN03/ bekannt.

Die horizontale Stoßprüfung nach DIN EN ISO 2244 /DEI02b/ kann auf dreierlei Weise realisiert werden: durch eine waagerechte oder schiefe Ebene sowie durch ein Pendel. Das Packstück wird dabei auf eine horizontale Geschwindigkeit gebracht und durch den Stoß auf eine vertikale Ausprallfläche abgebremst. Die Lage des Prüflings darf variiert werden (Vgl.

/DEN93b/). Die Stoßprüfung auf der schiefen Ebene erfordert einen Prüfaufbau, der folgende Teile umfasst:

- Laufbahn mit zwei Stahlschienen, um 10 ° zur Horizontalen geneigt
- Rollwagen zur Aufnahme des Packstücks
- Aufprallfläche, senkrecht zur Laufbahn

Die zur Prüfung auf der waagerechten Ebene eingesetzten Prüfmittel entsprechen den zuvor genannten, mit dem Unterschied, dass die Laufbahn horizontal verläuft und der Rollwagen angetrieben sein muss. Das Pendel besteht aus einer rechteckigen Plattform, welche an jeder Ecke mit Stäben oder Seilen aufgehängt ist. Die zuvor festgelegte Stoßgeschwindigkeit ist bis auf ± 5 % einzuhalten.

Die sequentielle Umkippr-Prüfung nach DIN EN 22876 /DEN93c/ dient der Untersuchung des Einflusses der Reihe nach auf jeder Fläche einwirkenden Stoßbelastungen auf ein versandfertigtes Packstück durch Umkippen. Für quaderförmige Packstücke ist die Reihenfolge der manuell durchzuführenden Kippvorgänge festgelegt. Nach Beendigung der Prüffolge sind Packstück und Packgut, in der Regel optisch, auf Beschädigungen zu untersuchen. Für Packstücke, deren Höhe groß im Vergleich zu den Maßen der Grundkanten ist, wurde die Umstürzprüfung in DIN EN 28768 /DEN93d/ standardisiert. Dieses Prüfverfahren wird für Packstücke empfohlen, deren Verhältnis von längster zu kürzester Seite etwa 3:1 oder größer ist. Es unterscheidet sich in den Grundzügen jedoch nicht von /DEN93c/.

Die Nachteile, welche sich aus einer Verpackungsdimensionierung mit Prüfung der Funktionserfüllung basierend auf Musterteilen ergeben, wurden schon in Zusammenhang mit der Beschreibung der Vorgehensweise aufgezeigt. Im Weiteren wird die Methodik zur Auslegung von Wellpappe-Schachteln als Beispiel für eine rechnerische Dimensionierung räumlicher Verpackungsteile aus Papierstoffen beschrieben.

3.1.2 Beanspruchungsgerechte Auslegung von Faltschachteln aus Wellpappe

Zur Auslegung von Faltschachteln aus Wellpappe dient in erster Linie der beispielsweise in einer Prüfung nach /DEI01b/ ermittelte Stapelstauchwiderstand (BCT-Wert). Das Potential einer methodischen Bauteildimensionierung in frühen Phasen der Produktentwicklung wurde auch bei Wellpappe-Schachteln früh erkannt. Somit konzentrierte sich die Forschung in diesem Bereich auf die Entwicklung von Rechenvorschriften zur Vorausbestimmung des BCT-Wertes /KEL60/, /MAL63/, /MCK63/. In der industriellen Praxis hat sich dabei der Ansatz von *McKee* /MCK63/ durchgesetzt. Die Berechnung des BCT-Wertes unter Normalklima (23 °C, 50 % rel. Luftfeuchtigkeit) nach *McKee* stützt sich seinerseits auf die Kennzahlen Kantenstauchwiderstand (ECT-Wert) und Biegesteifigkeit. Weitere Größe, die bei *McKee* Anwendung findet, ist der Umfang der Faltschachtel.

Die Rechenvorschrift lautet:

$$BCT = a \cdot ECT^b \cdot \left(\sqrt{d_i \cdot d_q} \right)^{1-b} \cdot U^{2b-1} \quad (3.1)$$

mit

BCT = Stapelstauchwiderstand [N]

ECT = Kantenstauchwiderstand [kN/m]

$d_{i,q}$ = Biegesteifigkeit der Wellpappe in Längs(i)- und Querrichtung(q) [Nmm²/mm]

U = Schachtelumfang [mm]

a = 2,028

b = 0,746

Zur Ermittlung des Kantenstauchwiderstands (ECT) und der Biegesteifigkeit von Wellpappe kommen werkstoffgebundene Packstoff-Prüfverfahren zum Einsatz. Die Methode zur Bestimmung des Kantenstauchwiderstands ist durch DIN EN ISO 3037 /DEI96c/ festgelegt. Der ECT-Wert ist dabei als maximal ertragbare Druckkraft bezogen auf die Prüflänge (100 mm) zum Zeitpunkt des Versagens der Probe definiert. Die Lastaufbringung erfolgt mittels einer Druckprüfmaschine, wie sie auch bei Packmittel-Prüfverfahren zum Einsatz kommt, wobei die Verfahrensgeschwindigkeit der Druckplatten $12,5 \pm 2,5$ mm/min betragen muss. Den Prüfkörper stellt eine rechteckige Wellpappe-Probe dar. Dabei ist eine Breite von $25 \pm 0,5$ mm in Wellenrichtung und eine Länge von $100 \pm 0,5$ mm in orthogonaler Richtung zu den Wellen einzuhalten. Die Probe wird hochkant mit den langen Seiten zwischen die vertikal verfahrbaren Druckplatten der Prüfmaschine gestellt und durch Führungsblöcke vor dem Umkippen gesichert.

Die Bestimmung der Biegesteifigkeit von Karton und Pappe erfolgt in der Regel nach der Balkenmethode, welche in DIN 53121 /DIN96/ festgehalten ist. Es werden die drei Prüfvarianten Zweipunkt-, Dreipunkt- und Vierpunkt-Verfahren vorgestellt, die sich hinsichtlich der Art des Beanspruchungsprinzips unterscheiden. Allen gemein ist die Verwendung einer konstanten Prüfgeschwindigkeit, welche aus den geforderten Dehngeschwindigkeiten der Randfaserbereiche zu bestimmen ist. Die zu ermittelnde charakteristische Kenngröße ist eine breitenbezogene Biegesteifigkeit. Zur Prüfung von Wellpappe wird das Vierpunkt-Verfahren empfohlen, da im Bereich der maximalen Durchbiegung eine querkraftfreie Biegebeanspruchung realisiert werden kann.

Mit dem Resonanzlängen-Verfahren nach DIN 53123 /DIN05/ besteht eine weitere Methode zur experimentellen Bestimmung der Biegesteifigkeit von Papier und Pappe, welche über die Resonanzfrequenz der mit 25 Hz erregten Probe ermittelt werden kann.

DIN 55468-1 /DIN04c/ enthält, neben der Kategorisierung hinsichtlich der Abmessungen und Arten auf dem Markt verfügbarer Wellpappe-Sorten, Qualitätsanforderungen in Form von Festigkeitswerten. Es werden quantitative Angaben zum Kantenstauchwiderstand, zur Berstfestigkeit und zur Durchstoßarbeit gemacht. Diese können als Anhaltswert für eine Auslegung von Faltschachteln genutzt werden. Falls eine genauere Bestimmung der Geometrie gefordert wird, so sind, wie zu Beginn des Kapitels erwähnt, die zum Vergleich heranzuziehenden Festigkeitswerte an dem jeweils vorliegenden Packstoff zu ermitteln.

Zur Prüfung der Berstfestigkeit von Wellpappe wird nach DIN EN ISO 2759 /DEI03d/ eine Probe so über einer kreisförmigen, elastischen Membran, die am Rand fest eingespannt ist, angeordnet, dass sie sich gemeinsam mit der Membran frei aufwölben kann. Mit gleich bleibender Fördermenge wird die Membran bis zum Zerbersten der Probe mit einer hydraulischen Flüssigkeit aufgewölbt. Die Berstfestigkeit entspricht dem maximal aufgewandten hydraulischen Druck.

Die Durchstoßarbeit, welche als Widerstand definiert ist, den eine eingespannte Probe dem Durchdringen eines Durchstoßkörpers entgegensetzt, kann mit einem Pendelschlagwerk ermittelt werden. Das entsprechende Prüfverfahren ist in DIN 53142-1 /DIN04a/ festgelegt. Als Durchstoßkörper kommt eine rechtwinklige, gleichseitige Dreieck-Pyramide mit einem Kantenradius von 1 mm zum Einsatz.

Donga /DON01/ untersucht die Einflüsse des Umgebungsklimas und dynamischer Transportbelastungen auf den BCT-Wert. Die Ergebnisse diverser Versuchsreihen dienen der Formulierung eines Berechnungsmodells. Darin wird der berechnete BCT-Wert nach *McKee /MCK63/* mit der im Gebrauch zu erwartenden Auflast verglichen. Eine Anpassung an die dynamischen und klimatischen Einsatzbedingungen erfolgt über einen Sicherheitsfaktor.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass sich die Dimensionierungsvorschriften für Wellpappe-Packmittel nicht auf eine Faserformverpackung übertragen lassen. Die während TUL-Prozessen auf eine Faltschachtel aus Wellpappe wirkenden äußeren Belastungen führen aufgrund der einfachen Formgebung der Schachteln zu relativ trivialen Spannungszuständen im Bauteil. Die vergleichsweise komplizierte Geometrie von Faserformverpackungen führt bei gleichen Beanspruchungen zu wesentlich komplexeren Spannungszuständen, die eine allgemeinere, auch andere Grundbelastungsarten umfassende Auslegungsformel erfordert.

3.1.3 Auslegungskriterien für Faserform-Verpackungen

Faserformteile fungieren in der Verpackungsindustrie oft als Inlay in einem Umkarton aus Wellpappe. Als Polsterstoff dienen sie der Lagefixierung des meist technischen Packguts und der Absorption von Stoßbelastungen, die bei TUL-Prozessen wirken. Sie sind in die Kategorie der Packhilfsmittel einzuordnen. In */KAB95/* wird der Bedarf an Dimensionierungsvorschriften für Polsterstoffe, worunter auch Faserformteile fallen, verdeutlicht. Es wird darauf hingewiesen, dass für eine beanspruchungsgerechte Auslegung von Faserformverpackungen auf mechanische Kenngrößen zurückgegriffen werden sollte. Vorschläge für eine sinnvolle Vorgehensweise zur Erarbeitung einer praxistauglichen Berechnungsvorschrift bleiben allerdings aus. Zur Gewährleistung der Berechenbarkeit solcher Bauteile müssen darüber hinaus die fertigungsbedingten Qualitätsschwankungen berücksichtigt werden. Dimensionierungsvorschriften für Faserformteile existieren nach dem in */KAB95/* dargestellten Wissensstand nicht. Zur Auslegung von Formpolstern wird aufgrund der nicht vorhandenen Berechnungsmethoden auf die üblichen, zuvor dargestellten Verpackungs-Prüfverfahren an Fertigungsmustern verwiesen.

In */HEE92/* wird von dem Einsatz von Faserformverpackungen bei der Firma Grundig berichtet. In diversen Versuchsreihen zur Untersuchung des Festigkeitsverhaltens unter extremen Transport- und Lagerbedingungen zeigte sich, dass die zu 100 % aus Altpapier bestehenden Formteile keinerlei Nachteile im Vergleich zu Polsterungen aus expandiertem Polystyrol (EPS) aufweisen. Die Prüfung der Faserformverpackungen schloss nach */HEE92/* vor allem das Verhalten bezüglich Druck- und Wechselbelastungen ein. Dabei wurde höchstwahrscheinlich auf standardisierte Verpackungs-Prüfverfahren zurückgegriffen. Angaben zu den erhaltenen Versuchsergebnissen fehlen.

Auch in */EBM94a/* und */EBM94c/* werden auf Festigkeitsuntersuchungen an Faserformverpackungen wiederum in Form von Stapel- und Transporttests verwiesen. Es wird bemängelt, dass die Prüfverfahren der Verpackungsbranche die Ermittlung effektiver Festigkeitskenn-

werte für das vorliegende Material nicht zulassen. In diesem Zusammenhang wird die mangelnde Vergleichbarkeit mit anderen Werkstoffen, die bei der Herstellung von Packmitteln und Packhilfsmitteln Anwendung finden, angesprochen. Die getätigten Aussagen lassen den Schluss zu, dass *Ebmeyer* allgemeingültige, geometrieunabhängige Kennwerte zur Auslegung von Faserformverpackungen fordert.

Die Inhalte der zuvor erwähnten Fachartikel spiegeln die Situation in der Faserformbranche wider: es existieren anscheinend Ergebnisse aus Verpackungsprüfungen an Formteilen, die allerdings zum einen nicht auf andere Produkte übertragbar und zum anderen nicht öffentlich zugänglich sind. Die mangelnde Übertragbarkeit rührt von der komplexen, in der Regel einzigartigen Geometrie der einzelnen Formteile her. Als Inlays für Faltschachteln bzw. Kartons aus Wellpappe weisen Faserformteile überwiegend eine hohe Anpassungsgüte hinsichtlich der Aufnahme des entsprechenden Packguts auf. Berechnungsvorschriften für Faserformverpackungen, die basierend auf mechanischen Kenndaten eine Vorausbestimmung der Produktgeometrie erlauben, sind aus den zuvor genannten Gründen nicht verfügbar.

3.2 Prüfverfahren für Packstoffe aus Papierfaserstoffen

Im Folgenden soll geklärt werden, ob sich entsprechend der Formel nach *McKee* /MCK63/ eine Auslegungsvorschrift für Faserformteile basierend auf standardisierten Packstoff-Prüfverfahren entwickeln lässt. Dazu ist zunächst ein Überblick über weitere, bisher nicht betrachtete Verfahren zur Prüfung von Packstoffen aus Papierfaserstoffen zu geben. Als Ausgangspunkt sollen die Anforderungsprofile an Packstoffe mit den dort zitierten Testmethoden dienen.

In DIN 55428-1 /DIN98/ sind die Anforderungen an Vollpappe hinsichtlich des Einsatzes als Packstoff formuliert. Als Vollpappe werden ebene Papiergebilde mit einer flächenbezogenen Masse $\geq 500 \text{ g/m}^2$ bezeichnet. Es werden zehn verschiedene Sorten unterschieden, die durch ihre Berstfestigkeit und die Durchstoßarbeit gekennzeichnet sind. Die dazugehörigen Prüfverfahren /DEI03d/ und /DIN04a/ wurden bereits im Zusammenhang mit der Untersuchung von Wellpappe in Kapitel 3.1.2 vorgestellt. Auf die Bestimmung des Kantenstauchwiderstandes als Qualitäts- und Auslegungskriterium für Vollpappe muss verzichtet werden – das für Wellpappe definierte Prüfverfahren /DEI96c/ ist aufgrund der geringen Wandstärke der Vollpappe für diese nicht anwendbar.

Die Anforderungen an Papiere, die für allgemeine Verpackungszwecke eingesetzt werden, sind in DIN 19302 /DIN95/ festgehalten. Eine Kategorisierung nach acht Sorten findet auf Basis der flächenbezogenen Masse, ausgedrückt in g/m^2 , statt. Die geforderten mechanischen Eigenschaften beziehen sich auf die Bruchkraft in Längs- und Querrichtung, die Weiterreißbarkeit nach Brecht-Imset in Längs- und Querrichtung und die Berstfestigkeit. Die Prüfung in Längs- und Querrichtung ist aufgrund der herstellungsbedingten Richtungsabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von Papier durchzuführen.

Zur Ermittlung der Eigenschaften von Papier und Pappe bei zugförmiger Belastung wird in /DIN95/ auf das Verfahren mit konstanter Dehngeschwindigkeit, welches in DIN EN ISO 1924-2 /DEI95/ festgelegt ist, verwiesen. Mit Hilfe eines Zugprüfgeräts, welches die Aufnahme von Zugkraft und Dehnung zulässt, wird ein Prüfstreifen festgelegter Geometrie bis zum Reißen gedehnt. Folgende Ergebnisgrößen können aus dem während der Prüfung aufgezeichneten Kraft-Dehnungs-Diagramm entnommen werden:

- Breitenbezogene Bruchkraft [kN/m]; maximale Zugkraft, welche die Probe vor Beginn des Reißens ertragen kann
- Bruchdehnung [%]; Dehnung bei maximaler Zugkraft
- Arbeitsaufnahmevermögen [J/m^2]
- Elastizitätsmodul [MPa]

Die Durchführung der Weiterreißprüfung nach Brecht-Imset ist in DIN 53115 /DIN77/ festgehalten. Der Weiterreißwiderstand ist dabei definiert als diejenige Kraft, die eine eingerissene Probe dem Weiterreißen entgegengesetzt. Sie kann allerdings nicht exakt ermittelt, sondern muss über die Weiterreißarbeit unter Verwendung einiger vereinfachter Annahmen berechnet werden.

Das Verfahren zur Bestimmung der Berstfestigkeit an Papier wird in DIN EN ISO 2758 /DEI03c/ beschrieben. Da es in den wesentlichen Punkten mit /DEI03d/ übereinstimmt, soll eine Erläuterung ausbleiben.

3.3 Auslegungskriterien für technische Produkte aus Papierfaserstoffen

Wie bereits in den vorherigen Abschnitten zu sehen war, finden Papier und Pappe neben dem herkömmlichen Einsatz vor allem in der Verpackungsindustrie ihre Anwendung. Als technische Produkte werden im Rahmen dieser Arbeit räumliche Bauteile verstanden, die eine Funktion erfüllen, welche nicht im Zusammenhang mit den zuvor genannten Verwendungszwecken steht. Ein solches Produkt stellt die im Rahmen der Dissertation /WIL02/ entstandene Unterarmorthese, die mit dem Faserformverfahren realisiert wurde, dar. Die Orthese diente darin als Referenzobjekt, an dessen Beispiel erstmalig eine beanspruchungsgerechte Gestaltung eines Faserformprodukts auf Basis allgemeingültiger Kennwerten durchgeführt wurde.

Da eine Unterarmorthese während ihres Einsatzes hauptsächlich einer Biegebeanspruchung ausgesetzt ist, wurde sich in /WIL02/ auf die Untersuchung des Materialverhaltens hinsichtlich dieser Belastungsrichtung beschränkt. Dazu wurden zunächst Flachproben aus bestehenden, derzeit am Markt verfügbaren Faserform-Verpackungen mit einer Vierpunkt-Biegeprüfvorrichtung getestet. Die für eine Auslegung der Orthese relevanten Kenngrößen, wie die Biegefestigkeit σ_b in N/mm^2 und der Biege-Elastizitätsmodul E in N/mm^2 , wurden dabei aus den kontinuierlich aufgezeichneten Kraft-Weg-Verläufen und den Geometriedaten errechnet. Zur Bestimmung des Einflusses der Herstellparameter Stoffkonzentration κ und Pressdruck p beim Nassverdichten erfolgte eine Prüfung eigengefertigter Flachproben. Der Ermittlung allgemeingültiger Werkstoffkenndaten an biegebelasteten Flachproben schloss sich die Vierpunkt-Biegeprüfung von Unterarmorthesen an. Diese Referenzuntersuchungen dienten der Klärung der Fragestellung, ob eine Übertragbarkeit der Kennwerte auf komplexe Produkte möglich ist. Dazu wurde die maximal ertragbare Biegebeanspruchung von Flachproben mit jenen der Unterarmorthesen verglichen.

4 Problemstellung, Zielsetzung und Vorgehen

4.1 Problemstellung

Im Rahmen einer schnellen Produktentwicklung gewinnt die belastungsgerechte Gestaltung von Bauteilen, auch mit Hilfe von Simulationstechniken, immer mehr an Bedeutung. Mittels Spannungs- oder Dehnungsanalyse ermöglicht eine rechnergestützte Dimensionierung dem Konstrukteur die Schwachstellen-orientierte Überprüfung der zuvor festgelegten Geometrie. Von besonderem Interesse ist hier die Validierung einer ausreichenden Gestaltfestigkeit, also der Nachweis, dass das auszulegende Bauteil den äußeren, auf diesem wirkenden Belastungen standhält.

Die Hauptvorteile dieser Vorgehensweise liegen in der schnellen Überprüfung der Funktionserfüllung eines Produkts bezüglich der mechanischen Anforderungen. Auf diese Weise kann eine kostenintensive Prüfung des realen Bauteils in einem technologischen Belastungsversuch, der neben einer Prototypenerstellung auch den Aufbau eines speziellen Versuchsstands zur Aufbringung der zu simulierenden Belastungen erfordert, vermieden werden. Aufgrund dieser Tatsache sind durch den Einsatz einer konstruktionsmethodischen Vorgehensweise für eine belastungsgerechte Auslegung auch für technisch minderwertige Produkte erhebliche Kosteneinsparungen zu erwarten.

Aus dem Stand der Technik wird klar, dass eine belastungsgerechte Auslegung von Faserform-Verpackungen basierend auf allgemeingültigen Werkstoffkennwerten zur Zeit nicht möglich ist, da solche Kenndaten nur für eine reine Biegebelastung existieren. Die derzeitige Praxis zur Dimensionierung von Verpackungsteilen, die nach dem Faserformverfahren hergestellt werden, sieht zwar auch eine Festlegung der Geometrie auf Basis von Erfahrungs- bzw. Anhaltswerten vor, jedoch kommen zur Überprüfung der Funktionserfüllung hinsichtlich der Festigkeitsanforderungen an das Bauteil technologische Packmittelprüfverfahren zum Einsatz. Als Prüflinge werden hierbei Prototypen realer Bauteile verwendet. Die Ergebnisse dieser Prüfmethode beziehen sich lediglich auf das geprüfte Verpackungsteil und können nicht ohne weiteres auf andere Bauteile übertragen werden. Stellt sich bei der Prüfung heraus, dass ein Produkt den äußeren Belastungen nicht standhält, so muss ein weiteres verändertes Musterteil erstellt und geprüft werden. Bei ausreichender Dimensionierung hingegen wird durch die erwähnten Prüfverfahren zwar die Funktionserfüllung bestätigt, eine iterative Vorgehensweise zur Optimierung der Bauteilgeometrie und des Rohstoffeinsatzes bezüglich der auftretenden Belastungen, wie sie mittels rechnerischer Auslegung vergleichsweise zeitsparend durchgeführt werden kann, ist aufgrund der Prototypenerstellung und der damit verbundenen Kosten jedoch zu vermeiden. Die Folge sind unter Umständen überdimensionierte Produkte mit erhöhten Materialkosten.

Zur Auslegung von Faltschachteln aus Wellpappe findet die Dimensionierungsvorschrift nach *McKee* /MCK63/ ihre Anwendung. Diese erlaubt eine auch für Faserformteile angestrebte Auslegung auf Basis übertragbarer, werkstoffbezogener Festigkeitskennwerte, die mittels Packstoff-Prüfverfahren bestimmt werden. Weitere Veröffentlichungen zu diesem Thema beinhalten beispielsweise die Bestimmung von Sicherheitsbeiwerten. Diese sind erforderlich, um die unter definierten Bedingungen ermittelten mechanischen Kenngrößen auf den jeweiligen Einsatzfall der Faltschachtel anzupassen. Einer Übertragung der Dimensionierungsvorschrift nach *McKee* auf Faserformprodukte steht allerdings folgende Problematik entgegen: Wellpappe-Schachteln weisen eine im Vergleich zu Faserformteilen einfache Geometrie auf. Die bei TUL-Prozessen auftretenden Belastungen führen in der Faltschachtel zwar zu mehr-

achsigen Spannungszuständen, jedoch ist die Hauptbelastungsrichtung immer konstant. Aus diesem Grund kann eine an den Belastungsfall angepasste Berechnungsformel eingesetzt werden. Der Faserform-Verpackung wird die überaus günstige Eigenschaft der guten Anpassungsmöglichkeit der Geometrie an das zu verpackende Gut zugesprochen. Bei vergleichbaren TUL-Prozessen kann die Hauptbelastungsrichtung des Faserformteils stark variieren. In Zusammenhang mit der weitaus komplexeren Geometrie im Vergleich zu Wellpappeschachteln kann lediglich eine flexible Dimensionierungsvorschrift die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten abdecken. Eine derartige Methodik der Bauteilauslegung findet für die gängigen Konstruktionswerkstoffe, wie beispielsweise Metalle und Kunststoffe, ihre Anwendung.

Um eine konstruktionsmethodische Bauteilauslegung durchführen zu können, muss zum einen ein geeignetes Werkstoffmodell existieren, welches es erlaubt, einen beliebigen mehrdimensionalen Spannungs- oder Verzerrungszustand in eine eindimensionale Vergleichsgröße zu überführen, und zum anderen ist die Kenntnis einer zulässigen, in einem uni-axialen Materialversuch ermittelten Werkstoffkenngröße erforderlich. Ein Bauteilversagen liegt mathematisch gesehen dann vor, wenn die Vergleichsgröße den zulässigen Werkstoffkennwert überschreitet. Die Wahl des Materialmodells wie auch der Materialkenngröße richtet sich nach der Definition des Bauteilversagens. Im Rahmen dieser Arbeit sollen zwei Konzepte verfolgt werden. Zum einen soll das Versagen eines Faserformprodukts an den Übergang von elastischen zu plastischen Verformungen gebunden sein. Der formelmäßige Zusammenhang zur Berechnung der Vergleichsspannung ergibt sich aus der verwendeten Fließbedingung (Vgl. Kapitel 5). Als zulässiger Werkstoffkennwert kommt die Fließgrenze zum Einsatz. Diese Definition des Bauteilversagens findet in der Regel im konstruktiven Maschinenbau ihre Anwendung und erscheint auch zur Auslegung von Faserformprodukten, die einen technischen Zweck erfüllen, und bei denen eine wiederholte Verwendung angestrebt wird, sinnvoll. Für den derzeitigen Hauptanteil an Faserformprodukten, welcher sich auf den Verpackungsbereich bezieht, ist diese Definition des Bauteilversagens zu eng gefasst. Oft werden Faserform-Verpackungen nach einmaligem Gebrauch dem Recyclingkreislauf zugeführt. Das Auftreten plastischer Verformungen wird in diesem Produktbereich als unkritisch bewertet. Das Bauteilversagen ist aus diesem Grund auf den plastischen Kollaps, also auf den Bruch bzw. die vollständige Trennung der Stoffmatrix zu beziehen. Die in /WIL02/ aufgenommenen Biegespannungs-Durchbiegungs-Verläufe zeigten, dass der vorliegende Werkstoff einen ausgeprägten Bereich plastischen Materialverhaltens aufweist. Dieser kann bezüglich der Belastung des Bauteils während des Lebenszyklus mit genutzt werden. Die vollständige Beschreibung des Materialverhaltens bis zum Bruch erfordert die Einführung eines elastisch-plastischen Werkstoffmodells, welches in allgemeiner Form in Kapitel 5 beschrieben werden soll. Als Vergleichsgröße kann beispielsweise die plastische Vergleichsdehnung Anwendung finden. Der entsprechende zulässige Werkstoff ergibt sich auch dabei aus einem uni-axialen Materialtest.

Das grundsätzliche Konzept der konstruktionsmethodischen Bauteilauslegung soll im Folgenden beispielhaft anhand der Vorgehensweise zur Durchführung eines Festigkeitsnachweises (**Bild 4.1**), wie er im konstruktiven Maschinenbau verwendet wird, näher erläutert werden.

Grundlage für die rechnerische Dimensionierung von Bauteilen bilden, wie bereits erwähnt, eine geeignete Vergleichsspannungshypothese sowie charakteristische Werkstoffkennwerte der Mechanik. Ziel ist die Überprüfung der Funktionserfüllung eines Bauteils. Beispielhaft sei hier die Berechnung einer Welle /KÜN01/ genannt. Die Hauptaufgabe des Festigkeitsnachweises bezieht sich auf die Klärung der Fragestellung, ob die größte, im betrachteten Einsatzfall auftretende Spannung σ_{vorh} kleiner als eine Vergleichsgröße, die zulässige Spannung σ_{zul} , ist. Letztere stellt einen materialabhängigen Kennwert dar, welcher in wissenschaftlichen Versuchen – die-

ses sind in der Regel uni-axiale Zugversuche – an Probekörpern definierter Geometrie unter festgelegten Prüfbedingungen bestimmt wird. Eine Übertragbarkeit auf reale Bauteile, welche z. T. erheblich in Größe, Gestalt, usw. von den teilweise in technischen Regelwerken festgelegten Probekörpern abweichen, wird mittels Anpassungsfaktoren, hier mit λ_i bezeichnet, erzielt. Je nach vorliegendem Werkstoff können diese Beiwerte, die bei Stahl beispielsweise die Abmessungen oder die Oberflächengüte eines Bauteils in die Dimensionierung einbeziehen, in der Art der berücksichtigten Einflussgröße variieren. Des weiteren wird meist ein Sicherheitsbeiwert S einbezogen. Die auf ein Bauteil mit zuvor festgelegter Geometrie wirkenden äußeren Lasten, also die äußeren Kräfte und Momente, führen in der Regel zu einem inneren mehrachsigen Spannungszustand. Der Vergleich der im spezifischen Einsatzfall im Bauteil auftretenden mehrdimensionalen Belastungen mit den zulässigen, mittels einachsiger Prüfverfahren ermittelten Materialkenngrößen wird erst durch eine geeignete Vergleichsspannungshypothese ermöglicht. Diese überführt den mehrachsigen in einen äquivalenten einachsigen Spannungszustand. Das Ergebnis ist die Vergleichsspannung σ_v oder σ_{vorh} .

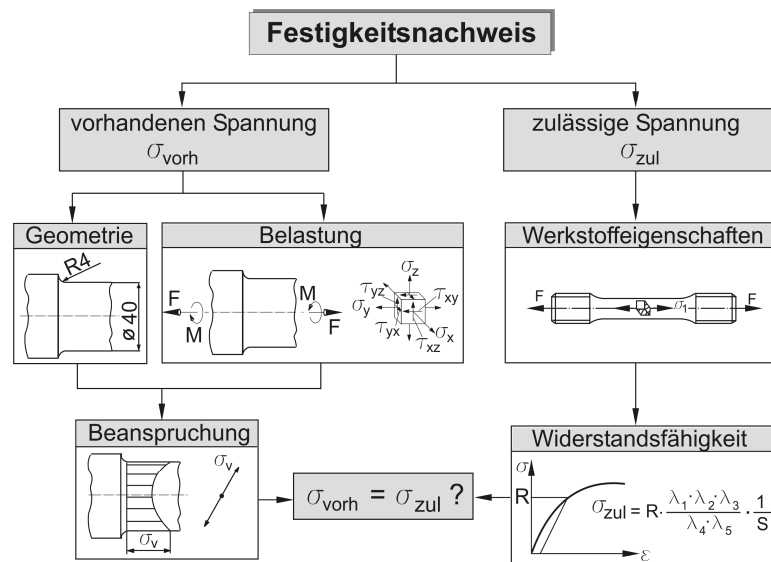


Bild 4.1: Vorgehensweise zur Durchführung Festigkeitsnachweises

Die im Stand der Technik angesprochenen Festigkeitskennwerte für Packstoffe auf Papierbasis sind in der Regel breitenbezogene Kenngrößen. Papier wird aufgrund der geringen Wandstärke als flächiges Gebilde angesehen. Die Zugfestigkeit beispielsweise wird somit nach /DEI95/ als breitenbezogene Bruchkraft und nicht als Spannung angegeben. Eine Verwendung der charakteristischen Festigkeitskenngrößen von Papier erweist sich aufgrund dieser Tatsache als ungeeignet im Hinblick auf die Verwendung einer Vorgehensweise zur Bauteilauslegung, wie sie zuvor erläutert wurde. Der Einsatz der standardisierten Verfahren zur Papierprüfung erscheint jedoch grundsätzlich sinnvoll, wobei eventuell eine Anpassung bezüglich der Belange der Faserformteile erfolgen muss.

In /WIL02/ wurde erstmalig die Thematik der Werkstoffkennwerte für Faserformteile aufgegriffen. Am Beispiel einer Unterarmorthese wurde eine konstruktionsmethodische Auslegung eines technischen Faserformprodukts vollzogen. Dazu wurden zunächst die auftretenden Belastungen experimentell ermittelt, wobei sich im Rahmen dieser Arbeit auf die Betrachtung der Biegebelastung beschränkt wurde, da diese die Hauptbeanspruchung der Orthese darstellt. Zur Beurteilung der Funktionsfähigkeit einer überschlägig dimensionierten Orthese schon während der Produktentwicklung wurden diverse Materialkennwerte unter quasi-statischer Biegebeanspruchung anhand von Flachproben ermittelt. Dabei wurden einige Herstellparame-

ter variiert. Untersuchungen möglicher Abhängigkeiten der aufgenommenen Kenngrößen von den Umgebungsbedingungen mussten aufgrund des ohnehin schon großen Umfangs der Arbeit jedoch ausbleiben. Mit den auf diese Weise gewonnenen Ergebnissen konnte eine belastungsgerechte Gestaltung der Unterarmorthese erfolgen.

Durch diese am Fachgebiet Maschinenelemente der Universität Dortmund entstandene Dissertationsschrift konnte gezeigt werden, dass eine konstruktionsmethodische Produktgestaltung von Faserformbauteilen nach maschinenbauüblicher Vorgehensweise grundsätzlich möglich ist. Eine Dimensionierungsvorschrift für Faserform-Verpackungen kann allerdings nicht abgeleitet werden, da sich in /WIL02/ aus genannten Gründen auf die Betrachtung einer reinen Biegebelastung beschränkt wurde, eine Auslegung von Verpackungsteilen jedoch in Anlehnung an die TUL-Belastungen erfolgen muss. Im Fall der geometrisch anspruchsvollen Faserformprodukte führen diese zu komplexen mehrachsigen Spannungszuständen in dem Bauteil, für deren Überführung in einen einachsigen Vergleichsspannungszustand eine geeignete Berechnungsmethodik entwickelt werden muss.

Als Fernziel ist es wünschenswert, Papierfaserstoffe in Zusammenhang mit dem Faserformprozess als vollwertige Konstruktionswerkstoffe zu etablieren. Über die Verwendung des Faserformverfahrens zur Herstellung von Verpackungsprodukten hinaus wird eine Fertigung technischer Funktionsteile wie der Unterarmorthese angestrebt. Da die möglichen Einsatzgebiete technischer Produkte und damit auch die auf das entsprechende Bauteil wirkenden Lastkollektive stark variieren, erscheint eine Dimensionierung basierend auf der zuvor vorgestellten Methodik mit allgemeingültigen Materialkennwerten sinnvoll. Dazu ist die Kenntnis geeigneter Werkstoffkenngrößen des vorliegenden Materials und deren Abhängigkeit von diversen Randbedingungen sowie eine Vergleichsspannungshypothese bzw. zur Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens ein elastisch-plastisches Materialmodell, welche aufgrund der Betrachtung einer reinen Biegebelastung in /WIL02/ überflüssig waren, erforderlich. Eine Bauteildimensionierung in dieser Form erlaubt die Erstellung eines an den spezifischen Einsatzfall optimal angepassten Produkts.

4.2 Zielsetzung

Ausgehend von der beschriebenen Problematik bei der konstruktionsmethodischen Gestaltung von Faserformbauteilen ergibt sich folgende Zielsetzung für die vorliegende Arbeit:

Entsprechend der zuvor dargestellten Vorgehensweise zur Dimensionierung beliebig belasteter Bauteile sollen für das vorliegende Material sowohl ein geeignetes Materialmodell als auch charakteristische Auslegungskennwerte zur Beschreibung der Widerstandsfähigkeit des Werkstoffs ermittelt werden.

Im Hinblick auf die Auslegung eines dem Einsatzfall angepassten Faserformprodukts erscheint es sinnvoll, die Abhängigkeiten der zu untersuchenden Kennwerte sowohl von diversen Parametern des Herstellungsprozesses als auch von den wichtigsten Randbedingungen während des Einsatzes zu untersuchen.

4.3 Vorgehen

Zur Realisierung der zuvor formulierten Ziele soll eine Vorgehensweise, wie sie im Folgenden beschrieben ist, Anwendung finden.

Zunächst sollen theoretische Überlegungen zu einer geeigneten Vergleichsspannungshypothese bzw. zu einem geeigneten Materialmodell angestellt werden. Neben der Darstellung der kontinuumsmechanischen Grundlagen ist zu klären, welche Materialkennwerte als Vergleichsgrößen für den Festigkeitsnachweis nach **Bild 4.1** und zur Modellbeschreibung im Folgenden experimentell zu ermitteln sind.

Im Weiteren sind geeignete Prüfverfahren und eine Prüfvorrichtung zu erarbeiten, welche die Erfassung der relevanten mechanischen Kenngrößen unter den geforderten Belastungsrichtungen für den vorliegenden Werkstoff zulassen. Im Rahmen dieser Arbeit soll sich auf die Entwicklung quasi-statischer Verfahren beschränkt werden. Die sukzessiv gewonnenen Spannungs- und Verformungsgrößen erlauben eine Aussage über das mechanische Verhalten des betrachteten Werkstoffs.

Voruntersuchungen an Probekörpern, die fremdgefertigten Produkten aus der industriellen Praxis entnommen werden, sollen einerseits der Bestimmung des grundsätzlichen Materialverhaltens bezüglich der jeweiligen Beanspruchungsart dienen und andererseits der Einschätzung der zu erwartenden Werkstoffkennwerte für Standard-Faserformteile in Ausprägung und Varianz. Dabei ist zu beachten, dass die Ergebnisse unabhängig von den durchaus schwankenden Rohstoffqualitäten und Herstellungsbedingungen zu betrachten sind, da sich diese im Detail der Kenntnis entziehen.

Die in /WIL02/ an fremdgefertigten Faserform-Verpackungen aufgenommenen Materialkennwerte wiesen eine große Streuung auf. Auf Basis dieser Ergebnisse ist davon auszugehen, dass auch die hier zu betrachtenden Kenngrößen deutlich variieren. Aus diesem Grund sollen sich Untersuchungen anschließen, in denen eigengefertigte Musterteile getestet werden. Bei diesen besteht die Möglichkeit, diverse Herstellparameter und Einsatzbedingungen der Faserformbauteile reproduzierbar zu variieren und eventuell vorhandene Abhängigkeiten der Zielgrößen von den Einflussgrößen zu bestimmen. Hierbei sind in Anlehnung an die Methoden der statistischen Versuchsplanung zwei Phasen vorgesehen.

In einem ersten Schritt sind die bezüglich der Bauteileigenschaften signifikanten Einflussfaktoren zu bestimmen. Die Beurteilung stützt sich dabei auf die Ergebnisse einer Versuchsreihe, die eine zweistufige Variation der Einflussgrößen vorsieht.

Da sich bei einem Versuchsplan, wie er in Phase 1 eingesetzt werden soll, zwischen den jeweils zwei Versuchspunkten pro Einflussfaktor lediglich ein linearer Zusammenhang annehmen lässt, eignet sich dieser nur bedingt zur Ermittlung eines formelmäßigen Zusammenhangs zwischen Einfluss- und Ergebnisgröße. Um die Abhängigkeiten mit hinreichender Genauigkeit quantifizieren zu können, soll in Phase 2 ein Versuchsplan eingesetzt werden, der es zulässt, auch eventuell vorhandene nicht-lineare Zusammenhänge abbilden zu können.

Anhand der Ergebnisse bi-axialer Materialprüfungen soll die Auswahl einer Vergleichsspannungshypothese bzw. des Materialmodells erfolgen.

Mit Hilfe der beschriebenen Vorgehensweise ist es möglich, den Grundstein für eine konstruktionsmethodische Gestaltung von räumlichen Bauteilen aus Papierfaserstoffen auf Basis allgemeingültiger Werkstoffkennwerte zu legen. Die Berücksichtigung der verfahrens- und einsetzspezifischen Randbedingungen gestattet dabei die Anpassung des Faserformprodukts an die jeweiligen Einsatzbedingungen.

5 Kontinuumsmechanische Grundlagen

In diesem Kapitel werden grundlegende Begriffe und Konzepte der Kontinuumsmechanik zusammengestellt. Neben den allgemeinen Gleichungen zur Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens werden einige Stoffmodelle erläutert, die in der Praxis häufig Verwendung finden und auch zur Wiedergabe des erwarteten Verhaltens des vorliegenden Werkstoffs dienen könnten. Als Quelle dienen einschlägige Lehrbücher wie beispielsweise /BET01/, /CHE88/, /CHE91/, /GRO01/, /KAL84/ usw. Auf Basis der Stoffmodelle werden anschließend die in Versuchen zu ermittelnden Werkstoffdaten festgelegt.

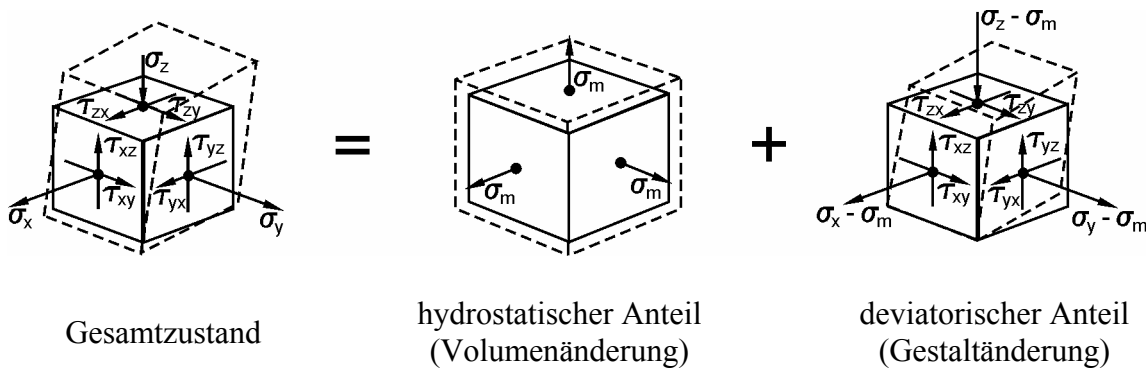
5.1 Spannungen

Für die weiteren Betrachtungen im Rahmen der Plastizitätslehre wird zunächst die Zerlegung des Spannungstensors σ_{ij} in einen volumenändernden σ_{ij}^0 und einen gestaltändernden Anteil s_{ij} in **Bild 5.1** nach folgender Gleichung (5.1) beschrieben.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + s_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} + s_{ij} \quad (5.1)$$

Die Bezeichnung der Normalspannungen σ_i , $i = x, y, z$ in **Bild 5.1** ist äquivalent zu σ_{ii} . Gleiches gilt für τ_{ii} und σ_{ij} .

In Gleichung (5.1) bezeichnen $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ die mittlere Normalspannung, σ_{ij}^0 den Kugeltensor, s_{ij} den deviatorischen Spannungstensor und δ_{ij} den *Kronecker*-Tensor.



$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix}$$

Bild 5.1: Aufspaltung eines allg. Spannungszustands in den hydrostatischen und deviatorischen Anteil /ISS95/

Um die Unabhängigkeit einer auf dem Spannungszustand basierenden Beschreibung physikalischer Phänomene vom gewählten Koordinatensystem zu gewährleisten, erscheint es sinnvoll, anstatt der Komponenten σ_{ij} des Spannungstensors einen Satz unabhängiger Tensorinvarianten zu verwenden. Diese Invarianten sind von der Orientierung des Koordinatensystems

unabhängige Größen (transformationsinvariant) und drücken den Inhalt des Spannungstensors aus. Aus der charakteristischen Gleichung

$$\det(\sigma_{ij} - \lambda \delta_{ij}) = 0 \quad (5.2)$$

ergibt sich die kubische Gleichung

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (5.3)$$

mit den drei Hauptinvarianten I_1 , I_2 und I_3 . Die Grundinvarianten ergeben sich folgendermaßen aus den Hauptinvarianten:

$$J_1 = I_1 \quad (5.4)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} I_1^2 - I_2 \quad (5.5)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} I_1^3 - I_1 I_2 + I_3 \quad (5.6)$$

Die Definition der Grundinvarianten der zuvor definierten Spannungstensoren ist in **Bild 5.2** unter Verwendung der *Einsteinschen* Summationskonvention dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Kugeltensor vollständig durch seine erste Invariante charakterisiert werden kann, da die zweite und dritte Invariante eine Potenz hiervon darstellen. Der Spannungsdeviator ist durch seine zweite und dritte Invariante vollständig bestimmt. Der Inhalt des Spannungszustandes σ_{ij} kann somit durch seine drei Invarianten J_i oder bei Zerlegung in den hydrostatischen und deviatorischen Anteil durch den folgenden Satz von Invarianten vollständig beschrieben werden.

$$\sigma_{ij} \rightarrow J_1^0, J_2', J_3' \quad (5.7)$$

Spannungstensor		
σ_{ij}	σ_{ij}^0	s_{ij}
Grundinvarianten		
J_1, J_2, J_3	J_1^0, J_2^0, J_3^0	J_1', J_2', J_3'
$J_1 = \sigma_{ii}$	$J_1^0 = \sigma_{ii}$	$J_1' = 0$
$J_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ji}$	$J_2^0 = \frac{1}{6} (\sigma_{ii})^2$	$J_2' = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji}$
$J_3 = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki}$	$J_3^0 = \frac{1}{9} (\sigma_{ii})^3$	$J_3' = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$
$\Rightarrow J_1, J_2, J_3$	$\Rightarrow J_1^0$	$\Rightarrow J_2', J_3'$

Bild 5.2: Definition der Invarianten der Spannungstensoren

5.2 Elastisches Materialverhalten

In der linearen Elastizitätstheorie homogener Materialien werden der *Cauchy*sche Spannungstensor und der *Cauchy*sche Verzerrungstensor durch das verallgemeinerte *Hooke*sche Gesetz in folgender Form miteinander verknüpft:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5.8)$$

Im Fall isotropen Materialverhaltens können die Komponenten des Elastizitätstensors C_{ijkl} durch zwei unabhängige Konstanten bestimmt werden. Hierbei handelt es sich um die *Lamé*-schen Konstanten λ und μ . Zur Charakterisierung metallischer Werkstoffe werden jedoch im Allgemeinen die Konstanten Elastizitätsmodul E und Querkontraktionszahl ν verwendet. In der Geophysik finden dagegen oftmals der Schubmodul G und der Kompressionsmodul K Anwendung. Die Umrechnung der elastischen Konstanten kann mit Hilfe der Beziehungen in **Bild 5.3** erfolgen.

	λ	μ	K	G
E, ν	$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$

Bild 5.3: Umrechnung der elastischen Konstanten /CHE82/ (Auszug)

5.3 Plastisches Materialverhalten

Die Modellierung plastischen Materialverhaltens umfasst

- eine Fließbedingung,
- eine Fließregel und
- ein Verfestigungsgesetz.

Die Fließbedingung ermöglicht die Beurteilung, ob das betreffende Bauteil unter einem beliebigen mehrachsigen Spannungszustand in einem Punkt elastisch oder plastisch verformt wird. Die Fließregel dient der mathematischen Beschreibung der Entwicklung der plastischen Verformungen im Laufe der Belastungsgeschichte, und das Verfestigungsgesetz erlaubt die Berücksichtigung des Einflusses von Werkstoffverfestigungen auf die Fließbedingung und die Fließregel.

Charakteristische Eigenschaft plastischen Materialverhaltens ist das Auftreten bleibender Verzerrungen ε_{ij}^p nach vollständiger Entlastung des Bauteils. Lediglich die elastischen Verzerrungen ε_{ij}^e gehen bei vollständiger Entlastung auf null zurück. Eine additive Zusammensetzung der jeweiligen elastischen und plastischen Verzerrungskomponenten ist nur für kleine Verzerrungen zulässig.

Im Gegensatz zu dem Bereich elastischen Materialverhaltens existiert für den plastischen Bereich kein eindeutiger Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen mehr, da der Verzerrungszustand auch von der Belastungsgeschichte abhängt. Aus diesem Grund muss eine inkrementelle Beschreibung (5.9) zum Einsatz kommen. Die Größen, welche den plastischen Dehnungsanteil beinhalten, sind über die gesamte Belastungsgeschichte zu integrieren.

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (5.9)$$

5.3.1 Fließbedingung

Die in einem uni-axialen Materialversuch ermittelte Fließgrenze bestimmt den Beginn plastischen Fließens im Eindimensionalen. Für ein Bauteil, welches mehrdimensional belastet wird, tritt an die Stelle der Fließgrenze die Fließbedingung f . Wie bereits in Kapitel 4 beschrieben, wird aus dem mehrdimensionalen Spannungszustand ein skalarer Vergleichswert berechnet, der einem Experimentalwert, welcher mittels eines uni-axialen Materialtests bestimmt wurde, gegenübergestellt wird. Zur Erläuterung des grundlegenden Konzepts der Fließbedingung und Darstellung einiger häufig in der Praxis eingesetzter Fließbedingungen wird zunächst idealplastisches Materialverhalten angenommen. Somit ergibt sich die Fließbedingung im mehrdimensionalen Spannungsraum in ihrer allgemeinsten Form:

$$f = f(\sigma_{ij}) \quad (5.10)$$

Die Fließbedingung kann folgende Werte annehmen:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \rightarrow \text{plastisches Materialverhalten,} \quad (5.11)$$

$$f(\sigma_{ij}) < 0 \rightarrow \text{elastisches Materialverhalten,} \quad (5.12)$$

$$f(\sigma_{ij}) > 0 \rightarrow \text{unzulässig.} \quad (5.13)$$

Die Fließbedingung ihrerseits kann in einen reinen Spannungsanteil $F(\sigma_{ij})$, das sogenannte Fließkriterium, und in den zuvor erwähnten experimentellen Werkstoffkennwert k zerlegt werden.

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{ij}) - k \quad (5.14)$$

Im Rahmen der Festigkeitslehre wird entsprechend **Bild 4.1** auch von einer Vergleichsspannungshypothese, die zu einer einachsigen Vergleichsspannung σ_v führt, und der zulässigen Spannung σ_{zul} als Experimentalwert gesprochen.

Die Fließbedingung $f = 0$ stellt im n -dimensionalen Spannungsraum eine geschlossene Hyperfläche dar, die auch Fließfläche oder Fließort genannt wird. Die Fließfläche lässt sich nach einer Hauptachsentransformation im dreidimensionalen Hauptspannungsraum (*Haigh-Westergaard*-Spannungsraum) darstellen. Ein hydrostatischer Spannungszustand liegt im Hauptspannungsraum auf der Raumdiagonalen (Vgl. **Bild 5.4**), die auch als hydrostatische Achse bezeichnet wird. Eine senkrecht zu dieser Achse gelegene Ebene heißt Oktaederebene. Die durch den Ursprung gehende spezielle Oktaederebene wird Deviatorebene oder π -Ebene genannt. Aufgrund der Tatsache, dass die Hauptspannungen in der Deviatorebene alle gleich Null sind, folgt aus Gleichung (5.1) $\sigma_{ij} = s_{ij}$; die in der π -Ebene gelegenen Spannungszustände sind also rein deviatorisch.

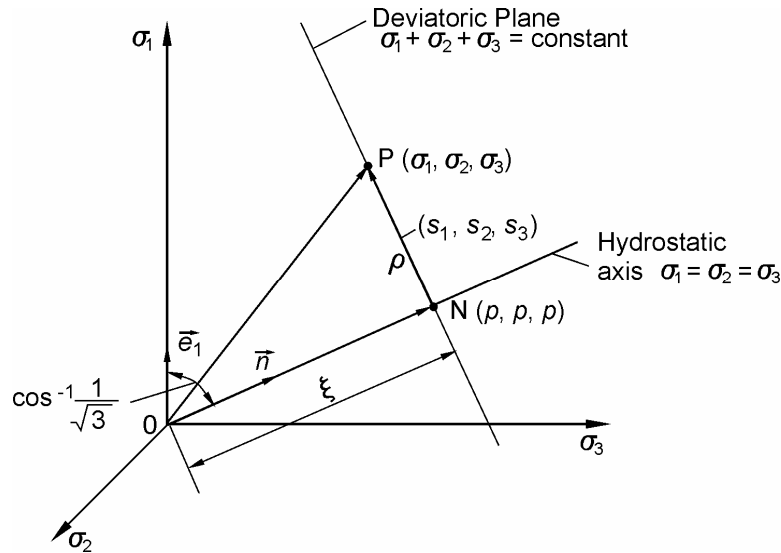


Bild 5.4: Haigh-Westergaard Spannungsraum /CHE88/

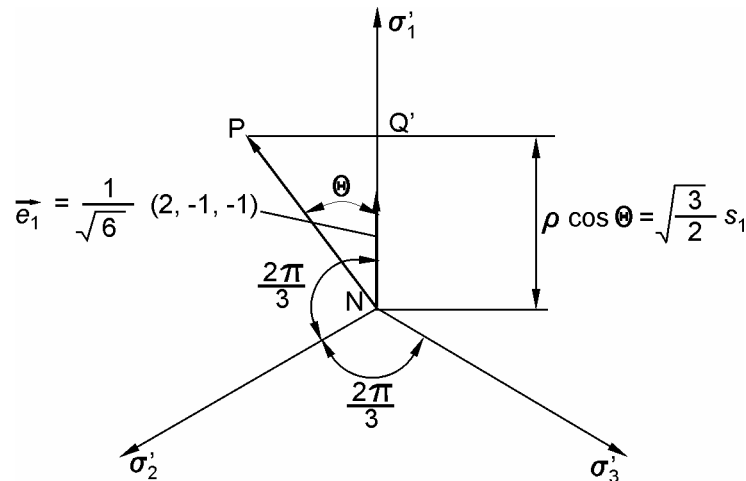


Bild 5.5: Vektordarstellung eines allg. Spannungszustands in der Oktaederebene /CHE88/

Unter der Annahme des isotropen Verhaltens des Werkstoffs folgt, dass der Wert der Fließbedingung f invariant gegen eine Koordinatentransformation sein muss. Eine Fließbedingung basierend auf den Invarianten des Spannungstensors J_i genügt dieser Forderung. Mit (5.7) ergibt sich für die Fließbedingung (5.10):

$$f = f(J_1^0, J_2', J_3') \quad (5.15)$$

Diese allgemeine Darstellung für isotrope Werkstoffe erlaubt eine Klassifizierung möglicher Arten von Fließbedingungen. Fließbedingungen, die unabhängig vom hydrostatischen Spannungszustand sind, können allein durch die Invarianten J_2' , J_3' beschrieben werden. Spannungszustände mit $J_2' = \text{const.}$ liegen in der Deviatorenebene auf einem Kreis um die hydrostatische Achse. Eine Abhängigkeit der Fließbedingung von J_3' führt zu Abweichungen von der Kreisform. Die Fließfläche geht damit von einem Zylinder in einen prismatischen Körper über, dessen Längsachse mit der hydrostatischen Achse zusammenfällt. Eine Größenänderung des Querschnitts der Fließfläche entlang der hydrostatischen Achse vollzieht sich unter dem Einfluss der ersten Invarianten des Kugeltensors J_1^0 .

Wie in **Bild 5.4** und **Bild 5.5** zu sehen, legt die erste Invariante des Kugeltensors J_1^0 für einen beliebigen Spannungspunkt P die Oktaederebene fest, in der sich der Spannungspunkt befindet. Die Lage von P auf dieser Ebene wird durch die Polarkoordinaten $\rho(J_2')$ und $\theta(J_2', J_3')$ bestimmt. Somit kann ein Spannungszustand im Hauptspannungsraum durch die Haigh-Westergaard-Koordinaten (ξ, ρ, θ) beschrieben werden. Es besteht folgender formelmäßiger Zusammenhang /CHE88/:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} J_1^0, \quad \rho = \sqrt{2 J_2'}, \quad \cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3'}{(J_2')^{3/2}} \quad (5.16)$$

Im Folgenden seien einige weit verbreitete Fließbedingungen herausgegriffen und kurz beschrieben.

Fließbedingung nach von Mises

Fließen tritt nach *von Mises* dann ein, wenn die maximale Gestaltänderungsenergie in einem materiellen Punkt einen kritischen Wert erreicht. Da die Gestaltänderungsenergie proportional zu der 2. Invariante J_2' des Spannungsdeviators ist, kann die Fließbedingung nach *von Mises* durch folgende Formel ausgedrückt werden.

$$f(J_2') = J_2' - k^2 = 0 \quad (5.17)$$

Die *von Mises*sche Fließbedingung kann in der π -Ebene mit $J_2' = \text{const.}$ als Kreis dargestellt werden (**Bild 5.6**). Aufgrund der Unabhängigkeit der Fließbedingung von der ersten Invarianten des Kugeltensors ergibt sich im dreidimensionalen Hauptspannungsraum ein entlang der hydrostatischen Achse ausgerichteter Fließzylinder (**Bild 5.7**).

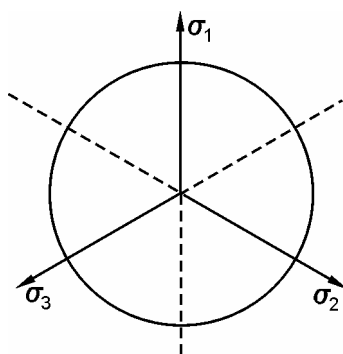


Bild 5.6: Fließbedingung von Mises in der π -Ebene /CHE91/

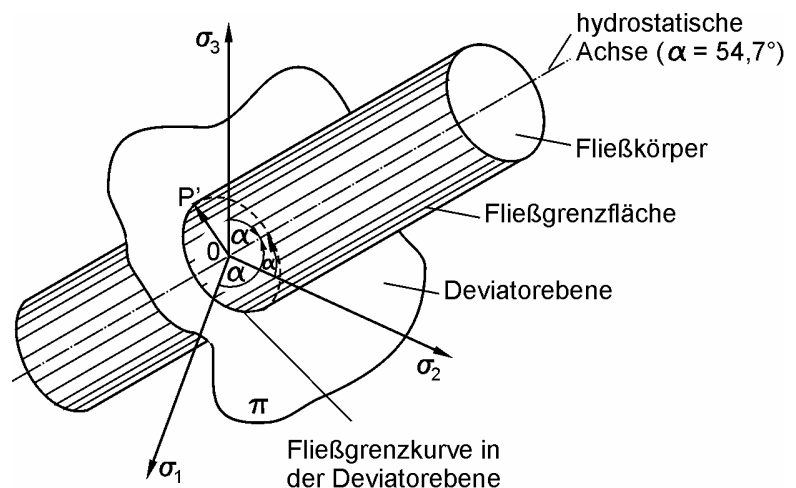


Bild 5.7: Fließgrenzfläche von Mises im dreidimensionalen Hauptspannungsraum /ISS95/

Mit der Randbedingung für reine Zugbeanspruchung ergibt sich:

$$J_2' = \frac{1}{3} R_e^2 \quad (5.18)$$

R_e stellt dabei die im uni-axialen Zugversuch ermittelte Streck- oder Fließgrenze des vorliegenden Materials dar. Die *von Mises*sche Fließbedingung für den dreiachsigen Hauptspannungszustand lautet somit:

$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] = R_e^2 \quad (5.19)$$

Daraus ergibt sich die Vergleichsspannung in Abhängigkeit der Lastspannungen zu:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (5.20)$$

Für den wichtigen Fall des ebenen Spannungszustands ergibt sich (5.19) mit $\sigma_3 = 0$:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = R_e^2 \quad (5.21)$$

und damit die Vergleichsspannung in Abhängigkeit der Lastspannungen mit $\sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = 0$, $\tau_{zx} = 0$:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (5.22)$$

Werden die *Mohr*schen Spannungskreise mit

$$M \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; 0 \right) \quad (5.23)$$

und

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.24)$$

für die einfachen Lastfälle reine Zug-, reine Druck- und reine Schubbeanspruchung zusammen dargestellt, so ergeben sich Tangenten an die Spannungskreise, die parallel zur Normalspannungsachse, also auch parallel zueinander liegen (**Bild 5.8**).

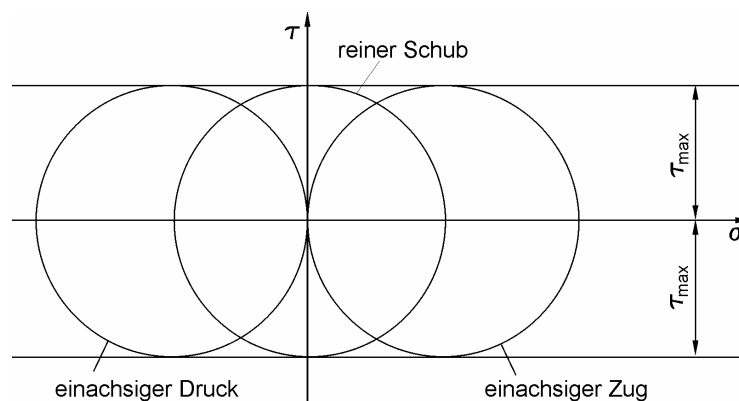


Bild 5.8: Mohrsche Spannungskreise bei Werkstoff mit Zug-Druck-Isotropie /EHR99/

Mit der Übertragung dieses Sachverhalts in den dreidimensionalen Hauptspannungsraum erhält man durch Rotation der an die Spannungskreise anliegenden Tangenten den Fließzylinder, wie er in **Bild 5.7** dargestellt ist.

Durch Gleichung (5.21) wird die Ellipse beschrieben, welche die Schnittfläche des Fließzylinders (**Bild 5.7**) mit der (1, 2)-Hauptspannungsebene bildet. **Bild 5.9** zeigt diese Fließgrenzkurve für den zweidimensionalen Spannungszustand.

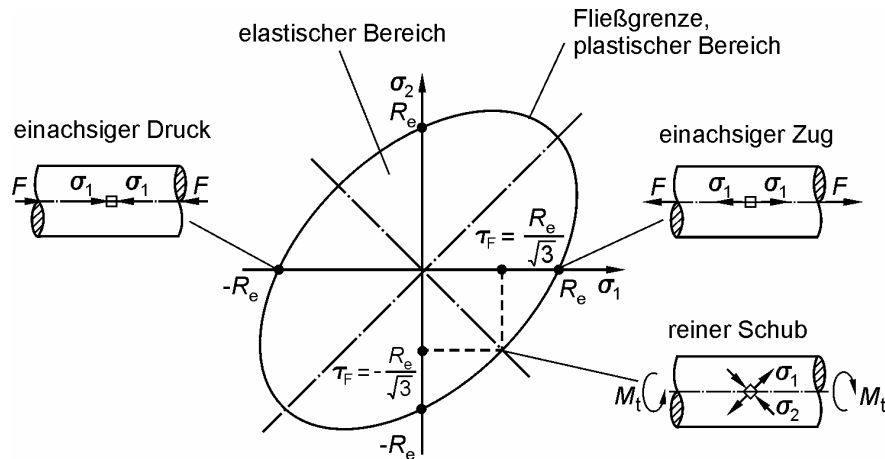


Bild 5.9: Fließgrenzkurve (von Mises) in der (1, 2)-Hauptspannungsebene /ISS95/

Fließbedingung nach Tresca

Nach der Bedingung von *Tresca* setzt plastisches Fließen dann ein, wenn die maximale Schubspannung τ_{\max} in einem Bauteil einen kritischen Wert τ_F erreicht. Für eine reine Schubbeanspruchung ergibt sich folgender Zusammenhang /ISS95/:

$$f = \tau_{\max} - k = \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_3| - k = \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_3| - \tau_F = 0 \quad (5.25)$$

Der Zusammenhang zwischen Schub- und Zug-Fließgrenze lässt sich aus dem *Mohrschen* Spannungskreis für eine reine Zugbeanspruchung in **Bild 5.10** ableiten. Es ist:

$$\frac{\tau_F}{R_e} = 0,5 \quad (5.26)$$

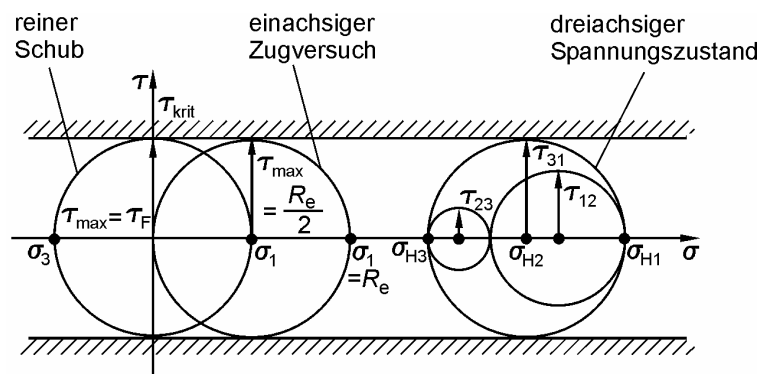


Bild 5.10: Mohrsche Spannungskreise für plastisches Fließen nach der Schubspannungshypothese /ISS95/

Definitionsgemäß ist $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Da sich die Hauptspannungen in der Regel im Vorfeld der Berechnung nicht quantifizieren lassen, müssen zunächst alle drei Hauptspannungen getrennt voneinander aufgestellt und ausgewertet werden. Mit **Bild 5.10** lassen sich folgende Gleichungen /ISS95/ ableiten:

$$f_{12} = \tau_{12} - \tau_F = \frac{1}{2} |\sigma_{H1} - \sigma_{H2}| - \tau_F = 0 \quad (5.27)$$

$$f_{23} = \tau_{23} - \tau_F = \frac{1}{2} |\sigma_{H2} - \sigma_{H3}| - \tau_F = 0 \quad (5.28)$$

$$f_{31} = \tau_{31} - \tau_F = \frac{1}{2} |\sigma_{H3} - \sigma_{H1}| - \tau_F = 0 \quad (5.29)$$

Plastisches Fließen tritt ein, sobald eine der drei Fließbedingungen erfüllt ist. Deshalb kann die Fließbedingung nach *Tresca* auch wie folgt formuliert werden:

$$f = \tau_{\max} = \max \left\{ \frac{1}{2} |\sigma_{H1} - \sigma_{H2}|, \frac{1}{2} |\sigma_{H2} - \sigma_{H3}|, \frac{1}{2} |\sigma_{H3} - \sigma_{H1}| \right\} - \tau_F = 0 \quad (5.30)$$

Um die Fließbedingung in einer geschlossenen Form darstellen zu können, wird eine betragsfreie Darstellung der Gleichungen (5.27) bis (5.29) gewählt. Obige Beziehungen besitzen auch für die Deviatorhauptspannungen $\sigma'_{H\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$), welche im Weiteren Anwendung finden sollen, ihre Gültigkeit.

$$f_{12} = (\sigma'_{H1} - \sigma'_{H2})^2 - 4 \tau_F^2 = 0 \quad (5.31)$$

$$f_{23} = (\sigma'_{H2} - \sigma'_{H3})^2 - 4 \tau_F^2 = 0 \quad (5.32)$$

$$f_{31} = (\sigma'_{H3} - \sigma'_{H1})^2 - 4 \tau_F^2 = 0 \quad (5.33)$$

Das Material beginnt nach *Tresca* zu fließen, wenn eine der vorigen Bedingungen erfüllt ist. Durch Multiplikation der drei Bedingungen kann eine geschlossene Darstellung der Fließbedingung erhalten werden.

$$\left[(\sigma'_{H1} - \sigma'_{H2})^2 - 4 \tau_F^2 \right] \cdot \left[(\sigma'_{H2} - \sigma'_{H3})^2 - 4 \tau_F^2 \right] \cdot \left[(\sigma'_{H3} - \sigma'_{H1})^2 - 4 \tau_F^2 \right] = 0 \quad (5.34)$$

Die Fließbedingung kann als Funktion der Invarianten des Spannungsdeviators folgendermaßen dargestellt werden /ISS95/:

$$f(J'_2, J'_3) = 4(J'_2)^3 - 27(J'_3)^2 - 36 \tau_F^2 (J'_2)^2 + 96 \tau_F^4 (J'_2) - 64 \tau_F^6 = 0 \quad (5.35)$$

Entsprechend **Bild 5.7** kann für die Schubspannungshypothese der Fließkörper in **Bild 5.11** dargestellt werden. Für den ebenen Spannungszustand mit $\sigma_{H3} = 0$ ergibt sich als Durchdringung des Fließkörpers mit der (1, 2)-Ebene die in **Bild 5.12** gezeigte Fließgrenzkurve nach *Tresca*. Im Vergleich zu der Fließkurve nach *von Mises* (**Bild 5.13**) beschreibt diese einen kleineren Bereich, in dem elastisches Materialverhalten vorliegt.

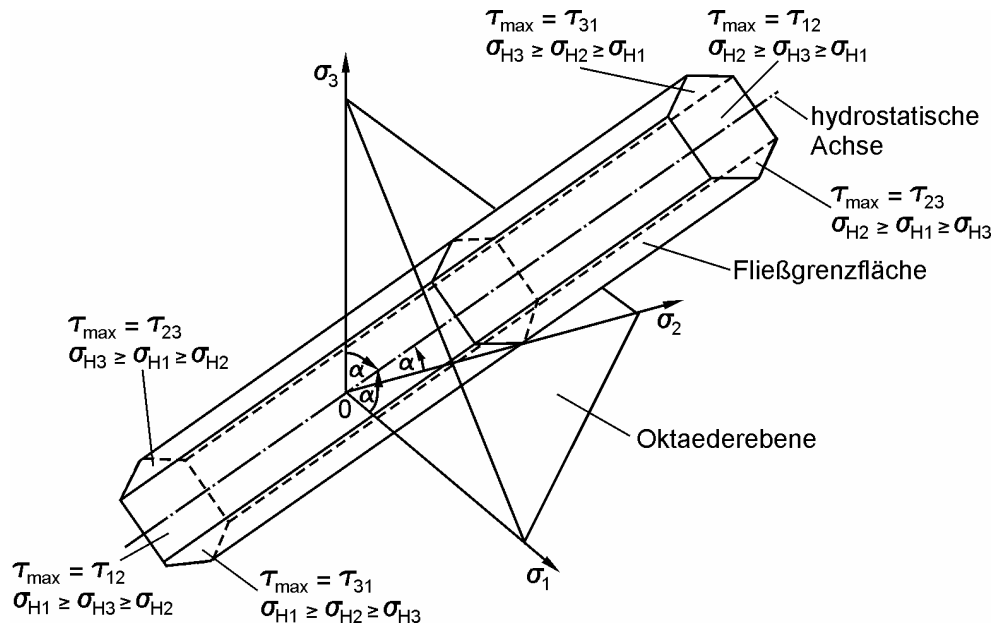


Bild 5.11: Fließkörper nach *Tresca* für den dreidimensionalen Hauptspannungsraum /ISS95/

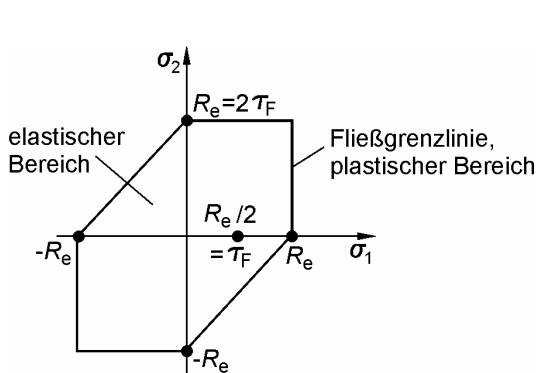


Bild 5.12: Fließgrenzkurve nach *Tresca* /ISS95/

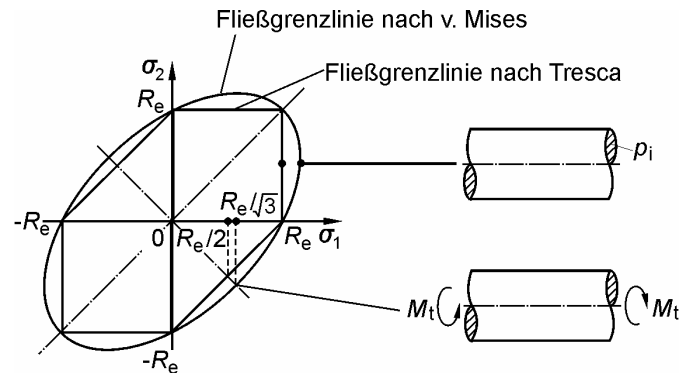


Bild 5.13: Vergleich Fließkurven von *Mises* - *Tresca* /ISS95/

Konisches Versagenskriterium

Die *von Mises*sche Fließbedingung mit ihren diversen physikalischen Deutungen – beispielhaft sei die Gestaltänderungsenergiehypothese genannt – ist sehr gut geeignet, um für einen beliebigen mehrachsigen Spannungszustand den Übergang zu plastischem Fließen zu modellieren. Dieses bezieht sich allerdings nur auf Metalle mit zähem Werkstoffverhalten und Zug-Druck-Isotropie, oder allgemein solche Werkstoffe, bei denen plastisches Fließen unter reiner Druckbeanspruchung bei betragsmäßig gleichen Werten einsetzt wie unter reiner Zugbelastung.

Im Rahmen der in /WIL02/ durchgeführten Untersuchungen wurde die Thematik der Zug-Druck-Isotropie diskutiert. Eine Biegebelastung, wie sie dort auf die Faserformproben aufgebracht wurde, führt im getesteten Bauteil zu einer Zugbeanspruchung auf der einen und zu einer Druckbeanspruchung auf der anderen Seite der neutralen Faser. Aufgrund der Erfahrungen, die innerhalb von /WIL02/ mit dem vorliegenden Werkstoff gewonnen werden konnten, ist bezüglich des Vergleichs zwischen Zug- und Druckbeanspruchung mit einem anisotropen Materialverhalten zu rechnen. Eine Überprüfung dieser Annahme durch experimentelle Untersuchungen ist Gegenstand des Kapitels 7. Je nach Ausprägung der Zug-Druck-Anisotropie ist davon auszugehen, dass die *von Mises*sche Fließbedingung bzw. die daraus hervorgegan-

genen Festigkeitshypothesen die vorliegenden Spannungsverhältnisse nicht hinreichend genau abbilden.

Zur Auslegung von Kunststoffen, die eine Zug-Druck-Anisotropie aufweisen, findet beispielsweise das konische Versagenskriterium Anwendung /EHR99/, /MEN02/.

Bild 5.14 stellt die *Mohrschen Spannungskreise* für Werkstoffe unter einfachen Belastungen dar, deren kritische Spannungen bezüglich des Eintretens von plastischem Fließen unter Zug- und Druckbeanspruchung voneinander abweichen.

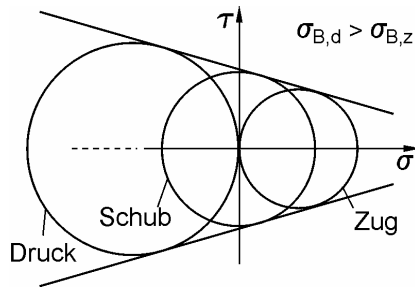


Bild 5.14: Mohrsche Spannungskreise bei Werkstoff mit Zug-Druck-Anisotropie /EHR99/

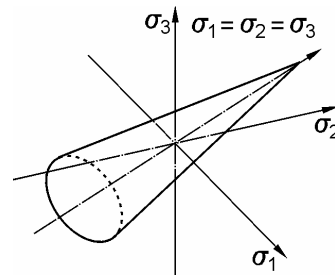


Bild 5.15: Fließkegel im dreidimensionalen Hauptspannungsraum mit $m > 1$ /EHR99/

Die an die Spannungskreise angrenzenden Tangenten liegen, entgegen denen im Fall der Zug-Druck-Isotropie, nicht parallel zur Normalspannungsachse. Die Übertragung in den dreidimensionalen Hauptspannungsraum liefert einen Kreiskegel (**Bild 5.15**).

Durch den Vergleich mit der *von Mises* Fließbedingung und dem dadurch beschriebenen Fließzylinder (**Bild 5.7**) wird deutlich, dass der Kegel im Hauptspannungsraum durch eine Fließbedingung /GRO01/ folgender Form beschrieben wird.

$$f(J_1^0, J_2') = 0 \quad (5.36)$$

Die Fließbedingung nach *Drucker* und *Prager* /GRO01/ umfasst den formelmäßigen Zusammenhang zwischen der 1. Invarianten des Hauptspannungs- oder Kugeltensors J_1^0 und der 2. Invarianten des deviatorischen Spannungsanteils J_2' . Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass in /GRO01/ mit dem Betrag von J_2' gearbeitet wird. Unter Beibehaltung der zuvor verwendeten Nomenklatur ergibt sich:

$$f(J_1^0, J_2') = \alpha J_1^0 + \sqrt{J_2'} - k = 0 \quad (5.37)$$

Durch das Einsetzen der Randbedingungen für den einachsigen Zug- und den einachsigen Druckversuch ergibt sich /CHE91/:

$$\sigma_{F,z} = \frac{\sqrt{3}k}{1+\sqrt{3}\alpha}, \quad \sigma_{F,d} = \frac{\sqrt{3}k}{1-\sqrt{3}\alpha} \quad (5.38)$$

und daraus mit $m = \frac{\sigma_{F,d}}{\sigma_{F,z}}$

$$\alpha = \frac{m-1}{\sqrt{3(m+1)}}, \quad k = \frac{2\sigma_{F,d}}{\sqrt{3(m+1)}} \quad (5.39)$$

wobei $\sigma_{F,z}$ der Fließgrenze unter einachsiger Zugbeanspruchung und $\sigma_{F,d}$ unter einachsiger Druckbelastung entspricht.

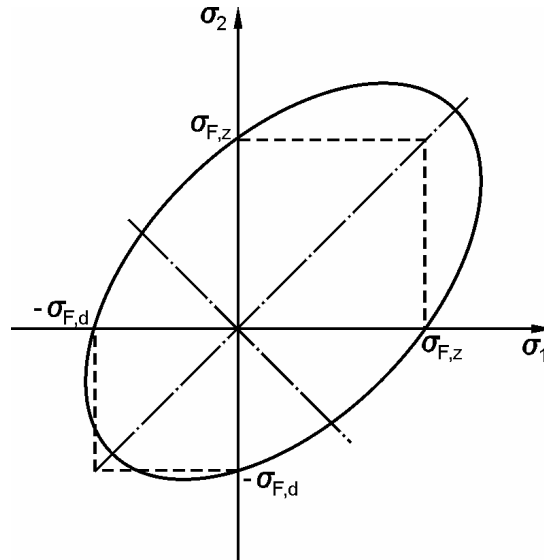


Bild 5.16: Fließgrenzkurve (konisches Versagenskriterium) in der (1, 2)-Hauptspannungsebene für $m < 1$

Die Vergleichsspannung für den dreidimensionalen Hauptspannungszustand nach dem konischen Versagenskriterium bzw. der *Drucker-Prager*-Hypothese ergibt sich dann zu:

$$\sigma_v = \frac{1}{2m} \left[\begin{aligned} &(m-1)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &+ \frac{1+m}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{aligned} \right] \quad (5.40)$$

Dieses entspricht in Abhängigkeit von den Lastspannungen folgendem Zusammenhang:

$$\sigma_v = \frac{1}{2m} \left[\begin{aligned} &(m-1)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \\ &+ \frac{1+m}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \end{aligned} \right] \quad (5.41)$$

Für $m = 1$, also für Zug-Druck-Isotropie, geht Gleichung (5.41) in die Vergleichsspannung nach von Mises (5.20) über.

Als Schnittfläche des Fließkegels (**Bild 5.15**) mit der (1, 2)-Hauptspannungsebene erhält man eine Ellipse vergleichbar mit **Bild 5.7**, deren Mittelpunkt entlang der Winkelhalbierenden verschoben ist. Für $m < 1$ stellt sich die Fließgrenzkurve entsprechend **Bild 5.16** dar.

Mohr-Coulombsche Fließbedingung

Vergleichbar mit der *Trescaschen* Hypothese wird bei der *Mohr-Coulombschen* Fließbedingung auch davon ausgegangen, dass ein Material bei Überschreitung einer kritischen Schubspannung in den plastischen Zustand übergeht. Die Berücksichtigung einer inneren Reibung im Bauteil lässt die Abbildung einer Zug-Druck-Anisotropie zu. Die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung stellt also das Äquivalent zum konischen Versagenskriterium dar. Aus der Betrachtung der *Mohrschen* Spannungskreise für einen dreidimensionalen Belastungszustand (**Bild 5.17**) ergibt sich vergleichbar mit Gleichung (5.25) folgende Beziehung /KAL84/.

$$f = \tau_{\max} - k = \left[-\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cdot \cot \varphi \right] \sin \varphi = 0 \quad (5.42)$$

mit c = Kohäsion

φ = innerer Reibungswinkel

Durch Umstellen wird die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung erhalten.

$$f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - c \cdot \cos \varphi + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \sin \varphi = 0 \quad (5.43)$$

Mit $\varphi = 0$ und $c = \tau_F$ geht (5.43) in die Fließbedingung nach *Tresca* über. Nach dem Umformen der Fließbedingung, wie es auch für die Schubspannungshypothese erfolgte, lässt sich folgender Zusammenhang für den dreidimensionalen Spannungszustand angeben.

$$f_{12} \cdot f_{23} \cdot f_{31} = 0 \quad (5.44)$$

$$f_{ij} = \left[(\sigma'_{Hi} - \sigma'_{Hj})^2 - 4 \left(c \cdot \cos \varphi + \frac{\sigma'_{Hi} + \sigma'_{Hj}}{2} \cdot \sin \varphi \right)^2 \right] \quad (5.45)$$

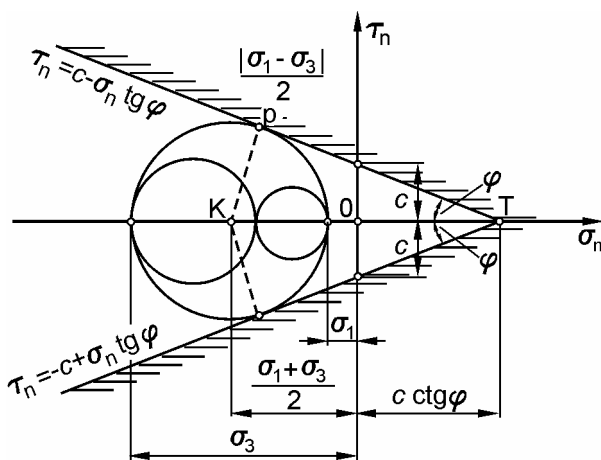


Bild 5.17: Ableitung der *Coulombschen* Fließbedingung aus *Mohrschen* Spannungskreisen /KAL84/

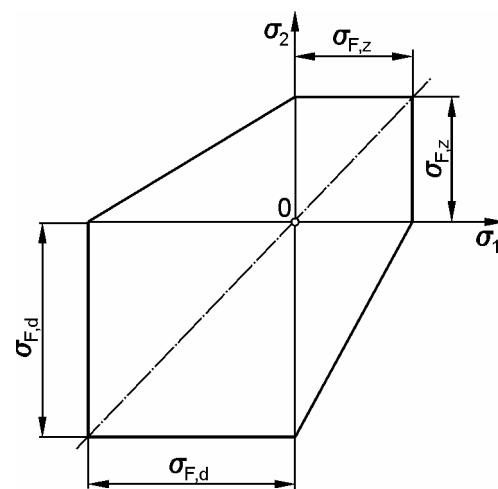


Bild 5.18: Fließgrenzkurve nach *Coulomb* /KAL84/

Für den ebenen Spannungszustand ergibt sich daraus die Fließgrenzkurve nach **Bild 5.17**. Die Zug- und die Druck-Fließgrenze, hier mit $\sigma_{F,z}$ und $\sigma_{F,d}$ bezeichnet, lassen sich mittels der folgenden Gleichungen bestimmen.

$$\sigma_{F,z} = \frac{2 \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \cdot c, \quad \sigma_{F,d} = \frac{2 \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot c \quad (5.46)$$

Mit Einführung von $m = \sigma_{F,d} / \sigma_{F,z}$ kann (5.43) in folgender einfacher Form ausgedrückt werden:

$$f = m \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_{F,d} = 0 \quad (5.47)$$

mit $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

Verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung

Die von *Hill* /HIL50/ entwickelte Fließbedingung ermöglicht die Beschreibung orthotropen Werkstoffverhaltens. Als Sonderfall der Anisotropie, welche richtungsabhängige Materialeigenschaften modelliert, berücksichtigt die Orthotropie lediglich voneinander unabhängiges Verhalten bezüglich drei senkrecht aufeinander stehender Symmetrieebenen. Die Schnitte der Ebenen werden als Hauptachsen der Anisotropie bezeichnet. Für die weiteren Betrachtungen sei angenommen, dass die Hauptachsen der Anisotropie entlang der Achsen des kartesischen Koordinatensystems ausgerichtet sind.

Die Fließbedingung von *Hill* stellt eine Erweiterung der von *Mises* Fließbedingung dar. Sie lautet /HIL50/:

$$\begin{aligned} f &= 2F(\sigma_{ij}) - 1 = 0 \\ &= F(\sigma_x - \sigma_y)^2 + G(\sigma_y - \sigma_z)^2 + H(\sigma_z - \sigma_x)^2 \\ &\quad + 2(L\tau_{xy}^2 + M\tau_{yz}^2 + N\tau_{zx}^2) - 1 \end{aligned} \quad (5.48)$$

mit

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \\ 2G &= \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \\ 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \end{aligned} \quad (5.49)$$

und X, Y, Z als Fließgrenzen, die in uni-axialen Zugversuchen entlang der jeweiligen Hauptrichtung ermittelt wurden.

Mit R, S, T als Schubfließgrenzen kann folgender Zusammenhang angegeben werden:

$$2L = \frac{1}{R^2}, \quad 2M = \frac{1}{S^2}, \quad 2N = \frac{1}{T^2} \quad (5.50)$$

Zur vollständigen Beschreibung der *Hillschen* Fließbedingung sind also sechs voneinander unabhängige Werkstoffkenngrößen zu ermitteln. Um zusätzlich zu der Richtungs-Anisotropie eine Zug-Druck-Anisotropie zu modellieren, wurde in /SHI78/ die Fließbedingung von *Hill* erweitert. Im Folgenden soll von der Tensornotation auf die Matrizen Schreibweise übergegangen werden. Dazu werden die Komponenten des Spannungs- und Dehnungstensors unter Ausnutzung der Symmetrie als Spaltenvektoren σ und ε angeordnet. Damit kann die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung nach /SHI78/ folgendermaßen geschrieben werden:

$$3 f = M_{ij} (\sigma_i - \alpha_i) (\sigma_j - \alpha_j) - k^2 = 0 \quad (5.51)$$

mit $M_{ij} = M_{ji}$; $M_{ij} = M_{ij}$ für $i, j = 1, 2, 3$
 $M_{ij} = M_{ii}$ für $i = 4, 5, 6$; $M_{ij} = 0$ für $i, j = 4, 5, 6; i \neq j$
 und $\alpha_i = \alpha_i$ für $i = 1, 2, 3$; $\alpha_i = 0$ für $i = 4, 5, 6$

Entgegen dem Verständnis von k als Verfestigungsparameter in /SHI78/ wird unter der Voraussetzung ideal-plastischen Materialverhaltens zunächst $k = \text{const.}$ gesetzt. In (5.51) beschreibt M_{ij} die Ausrichtung der Fließfläche im Raum und α_i die Zug-Druck-Anisotropie.

Alternativ kann (5.51) wie folgt ausgedrückt werden:

$$3 f = M_{ij} \sigma_i \sigma_j - L_i \sigma_i - K = 0 \quad (5.52)$$

mit $L_i = L_i$ für $i = 1, 2, 3$; $L_i = 0$ für $i = 4, 5, 6$

Aus der Forderung der Äquivalenz der beiden Formulierungen der Fließbedingung folgt:

$$L_i = 2 M_{ij} \alpha_j \quad (5.53)$$

und

$$K = - M_{ij} \alpha_i \alpha_j + k^2 \quad (5.54)$$

Mit den Zug-Fließgrenzen Y_{+1}, Y_{+2}, Y_{+3} und den Druck-Fließgrenzen Y_{-1}, Y_{-2}, Y_{-3} entlang der Hauptachsen der Anisotropie ergeben sich für $i = 1, 2, 3$ folgende Zusammenhänge:

$$M_{ii} Y_{+i}^2 - L_i Y_{+i} = K \quad (\text{Zug}) \quad (5.55)$$

$$M_{ii} Y_{-i}^2 + L_i Y_{-i} = K \quad (\text{Druck}) \quad (5.56)$$

Aus den Gleichungen (5.55) und (5.56) folgt weiter:

$$M_{ii} = \frac{K}{Y_{+i} Y_{-i}} \quad (5.57)$$

und

$$L_i = M_{ii} (Y_{+i} - Y_{-i}) \quad (5.58)$$

Mit $i = 4, 5, 6$ ergibt sich mit den Schub-Fließgrenzen Y_4, Y_5, Y_6 :

$$M_{ii} = \frac{K}{Y_i^2} \quad (5.59)$$

Im dreidimensionalen Hauptspannungsraum ergibt sich ein Fließzylinder vergleichbar mit demjenigen für die Fließbedingung nach *von Mises* (**Bild 5.7**). Jedoch fällt die Mittelachse des Zylinders nicht mit der hydrostatischen Achse zusammen. Für den Fall ebener Spannungszustände kann eine bezüglich des Koordinatenursprungs versetzte Ellipse als Fließgrenzkurve angegeben werden. Die Richtung der Längsachse muss dabei nicht zwangsläufig mit der Winkelhalbierenden des Spannungsraums zusammenfallen.

Im Fall der Richtungs-Isotropie nehmen die Komponenten der Matrix \mathbf{M} folgende Werte an:

$$M_{11} = M_{22} = M_{33} = 1$$

$$M_{12} = M_{21} = M_{23} = M_{32} = M_{13} = M_{31} = -\frac{1}{2}$$

$$M_{44} = M_{55} = M_{66} = 3$$

Die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung geht damit in eine Fließbedingung ähnlich derjenigen nach *von Mises* über. Allerdings wird zusätzlich zur *von Mises* Hypothese eine ggf. vorhandene Zug-Druck-Anisotropie berücksichtigt.

5.3.2 Fließregel

Die Fließregel dient der Beschreibung der Entwicklung der infinitesimalen Inkremente des plastischen Verzerrungstensors $d\varepsilon_{ij}^p$. Oft kommt dazu eine plastische Potentialfunktion $g(\sigma_{ij})$ zum Einsatz. Damit ergibt sich die Fließregel in ihrer allgemeinen Form zu:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5.60)$$

Darin wird durch die Fließrichtung über die partielle Ableitung der plastischen Potentialfunktion bestimmt. Der plastische Dehnungsvektor steht demnach für σ_{ij} senkrecht auf der Potentialfunktion. Die skalare Größe $d\lambda$ legt den Betrag des Vektors fest. Für elastisch-ideal plastisches Materialverhalten kann anstatt der Potentialfunktion direkt die Fließfunktion $f(\sigma_{ij})$ Anwendung finden. Es wird dann von einer assoziierten Fließregel gesprochen, die folgende Form annimmt:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5.61)$$

5.3.3 Verfestigungsgesetz

Bei der Beschreibung der Fließbedingungen wurde angenommen, dass diese lediglich von den Spannungen abhängen. Dies trifft bei der Modellierung elastisch-ideal plastischen Mate-

rialverhaltens zu. Soll jedoch der Einfluss der Werkstoffverfestigungen berücksichtigt werden, so sind die Fließbedingungen zu erweitern. In der Praxis finden das isotrope, das kinematische Verfestigungsgesetz und eine Kombination aus beiden zuvor genannten Anwendung. In der weiteren Darstellung der Thematik wird sich jedoch auf die Betrachtung der isotropen Verfestigung beschränkt.

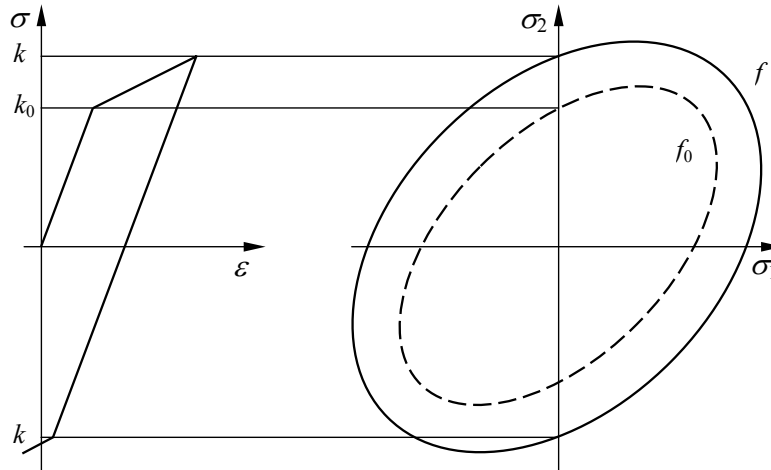


Bild 5.19: Isotrope Verfestigung im eindimensionalen Spannungsraum und ebenen Hauptspannungsraum

Mit dem isotropen Verfestigungsgesetz kann die Änderung der Größe der Fließfläche im Hauptspannungsraum beschrieben werden. Die Art der Verfestigung ist also durch eine gleichförmig expandierende Fließfläche gekennzeichnet. Die Lage ihrer Achse bleibt unverändert. **Bild 5.19** zeigt für den Fall einer linearen isotropen Verfestigung den Zusammenhang zwischen eindimensionalem Spannungsraum und zweidimensionalem Hauptspannungsraum. Entsprechend der Fließgrenze k_0 , die in uni-axialen Materialversuchen ermittelt wird, ergibt sich aus der zugrunde gelegten Fließbedingung die Anfangsfließfläche f_0 . Im Verlauf der plastischen Verzerrungsgeschichte weitet sich diese mit zunehmender Verfestigung immer weiter auf. Auf diese Weise ergibt sich die Folgefließfläche f . Mathematisch wird die Expansion der Fließfläche durch die von einer inneren Variablen κ abhängigen Fließgrenze k beschrieben.

$$f = F(\sigma_{ij}) - k^2(\kappa) = 0 \quad (5.62)$$

Als innere Variable oder Verfestigungsparameter κ kann die plastische Vergleichsdehnung ε_v^p oder die spezifische plastische Arbeit W^p fungieren.

5.3.4 Vergleichsspannung und plastische Vergleichsdehnung

Um die bei einer mehrachsigen Belastung auftretenden Spannungen und Verzerrungen mit dem experimentell in einem uni-axialen Zug- oder Druckversuch ermittelten Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen vergleichen zu können ist es notwendig, eine Vergleichsspannung σ_v entsprechend **Bild 4.1** und eine plastische Vergleichsdehnung ε_v^p einzuführen. Für ein isotrop verfestigendes Material kann die Funktion $F(\sigma_{ij})$ in Gleichung (5.62) genutzt werden, um die Berechnungsvorschrift für die Vergleichsspannung abzuleiten. Nach /CHE88/ kann folgender Ansatz verwendet werden:

$$F(\sigma_{ij}) = C \sigma_v^n \quad (5.63)$$

Die Konstanten C und n sind durch Einsetzen der Vergleichsspannung σ_v in die Fließbedingung für den einachsigen Spannungszustand mit beispielsweise $\sigma_x = \sigma_v$ oder $\sigma_1 = \sigma_v$ zu ermitteln. Dieses wurde bereits für die meisten der vorgestellten Fließbedingungen an entsprechender Stelle durchgeführt.

Zur Berechnung der plastischen Vergleichsdehnung ε_v^p wird in /CHE91/ vorgeschlagen, jene über die plastische Arbeit W^p zu bestimmen. In inkrementeller Schreibweise ergibt sich der Zusammenhang:

$$dW^p = \sigma_v d\varepsilon_v^p \quad (5.64)$$

Laut Definition kann das Inkrement der plastischen Arbeit auch geschrieben werden:

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5.65)$$

Durch Kombination der Gleichungen (5.64) sowie (5.65) und unter Einbeziehung der Tatsache, dass es sich bei der Funktion F um eine homogene Funktion n -ten Grades bezüglich der Spannungen handelt, folgt:

$$\sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = n F \quad (5.66)$$

und

$$d\lambda = \frac{\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}}{\sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}} \quad (5.67)$$

und dadurch weiter

$$dW^p = d\lambda n F = \frac{\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} n F}{\sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}} = \sigma_v d\varepsilon_v^p \quad (5.68)$$

Aus Gleichung (5.68) kann dann das Inkrement der plastischen Vergleichsdehnung bestimmt werden.

Als weitere Möglichkeit zur Bestimmung des Inkrements der plastischen Vergleichsdehnung eignet sich der folgende einfache Zusammenhang:

$$d\varepsilon_v^p = C \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (5.69)$$

Die Konstante C ergibt sich aus der Betrachtung eines uni-axialen Spannungszustands.

5.4 Inkrementeller Spannungs-Verzerrungs-Zusammenhang

In diesem Abschnitt werden die inkrementellen Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen zur Beschreibung elastisch-plastisch verfestigenden Werkstoffverhaltens erläutert. Bei plastischem Materialverhalten ändert sich die Steifigkeit des Werkstoffs und der Verzerrungszustand ist, wie bereits erwähnt, von der Belastungsgeschichte abhängig. Aus diesem Grund muss das zur Beschreibung linear-elastischen Materialverhaltens verwendete verallgemeinerte *Hookesche* Gesetz (5.8) durch folgende infinitesimal inkrementelle Beziehung ersetzt werden:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (5.70)$$

C_{ijkl}^{ep} bezeichnet den elastisch-plastischen Steifigkeitstensor, der im Folgenden hergeleitet werden soll.

Die Fließfläche eines verfestigenden Materials ist in allgemeiner Form durch (5.71) festgelegt.

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0 \quad (5.71)$$

Für die hier betrachtete isotrope Verfestigung ist die Fließfläche unabhängig von den Komponenten des plastischen Verzerrungstensors. Es folgt daraus:

$$f(\sigma_{ij}, \kappa) = 0 \quad (5.72)$$

Mit Verwendung von Gleichung (5.9) ergibt sich für das verallgemeinerte *Hookesche* Gesetz in inkrementeller Form:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (5.73)$$

Die Komponenten des plastischen Verzerrungsinkrements $d\varepsilon_{ij}^p$ lassen sich bei Verwendung einer assoziierten Fließregel nach Gleichung (5.61) bestimmen. Da der zu dem jeweiligen Belastungsschritt gehörende Spannungspunkt während der plastischen Deformation auf der zugehörigen Fließfläche verweilen muss, ist die folgende Konsistenzbedingung zu wahren.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} d\kappa = 0 \quad (5.74)$$

Im Folgenden ist angenommen, dass für den Verfestigungsparameter κ die plastische Vergleichsdehnung ε_v^p eingesetzt wird. Daraus ergibt sich:

$$d\kappa = d\varepsilon_v^p = C \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (5.75)$$

und mit (5.61)

$$d\varepsilon_v^p = C \sqrt{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}} d\lambda \quad (5.76)$$

Durch Umstellen der zuvor formulierten Beziehungen kann folgender Zusammenhang für $d\lambda$ in Abhängigkeit von den Verzerrungsinkrementen erhalten werden:

$$d\lambda = \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \quad (5.77)$$

mit

$$h = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v^p} C \sqrt{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}$$

Mit Definition des Tensors

$$H_{kl} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \quad (5.78)$$

ergibt sich aus Gleichung (5.73)

$$d\sigma_{ij} = \left[C_{ijkl} - \frac{1}{h} H_{ij} H_{kl} \right] d\varepsilon_{kl} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (5.79)$$

Die Gültigkeit von Beziehung (5.79) beschränkt sich ausschließlich auf den Fall plastischer Deformationen. Abschließend seien die inkrementellen Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen für die verschiedenen Lastfälle zusammengefasst /CHE91/.

Lastfall	$f(\sigma_{ij}, \kappa)$	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$	$d\varepsilon_{ij}^p =$	$d\sigma_{ij} =$
elastische Belastung	< 0	-	0	$C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$
plastische Belastung	$= 0$	> 0	$\frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} H_{kl} d\varepsilon_{kl}$	$C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}$
neutrale Belastung	$= 0$	$= 0$	0	$C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$
Entlastung	$= 0$	< 0	0	$C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$

Bild 5.20: Inkrementelle elastisch-plastische Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen

5.5 Festlegung der zu ermittelnden Werkstoffkenndaten

An die theoretischen Überlegungen zu einer geeigneten Vergleichsspannungshypothese bzw. einem geeigneten Werkstoffmodell für das vorliegende Fasermaterial sollen sich nun experimentelle Untersuchungen an Probekörpern anschließen, welche fremdgefertigten Faserformprodukten entnommen wurden.

Aufgrund des Aufbaus des Fasernetzwerks (Vgl. Kapitel 2.4.2) ist ein anisotropes Verhalten unter Zug- und Druckbelastung zu erwarten. Sowohl das konische Versagenskriterium, welches beispielsweise bei der Auslegung von Kunststoffen Anwendung findet, als auch die Fließbedingung nach *Mohr-Coulomb* sowie die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung

scheint geeignet, um die erwartete Zug-Druck-Anisotropie von Faserformbauteilen abzubilden. Eine Anpassung der zuvor genannten Hypothesen an das vorliegende Material für den Fall der ausschließlichen Betrachtung elastischen Materialverhaltens erfolgt durch die Kenntnis von Zug- und Druckfließgrenze. Bezieht sich hingegen die Definition des Bauteilversagens auf den Bruch des Bauteils, ist zusätzlich der Bereich plastischer Deformationen mathematisch zu beschreiben. Die oben genannten Fließbedingungen werden dann genutzt, um den elasto-plastischen Steifigkeitstensor abzuleiten. Falls ein Verfestigungsgesetz zu implementieren ist, muss neben den Fließgrenzen unter Zug- und Druckbeanspruchung der Verlauf der eindimensionalen Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen im plastischen Bereich bekannt sein. Die Ermittlung der charakteristischen Größen soll in quasi-statischen, uni-axialen Zug- und Druckversuchen erfolgen. Dazu sind zunächst geeignete Versuchsmethodiken zu definieren.

Die oben genannten Fließbedingungen, mit Ausnahme der verallgemeinerten *Hills*schen Fließbedingung, beschreiben ein isotropes Werkstoffverhalten. Abweichend von der Zug-Druck-Isotropie, also dem Einsetzen von plastischem Fließen unter betragsmäßig gleichen Spannungen für reine Zug- und Druckbeanspruchung, ist hiermit die Richtungs-Isotropie gemeint. Werkstoffe mit einer solchen Eigenschaft weisen bei gleichen Belastungsarten (z. B. reine Zugbeanspruchung), unabhängig von der Raumrichtung innerhalb des Bauteils, identische Werte für den Übergang zu plastischem Fließen auf.

Die Überprüfung der Annahmen sowie die physikalische Deutung der Fließkriterien für das vorliegende Fasermaterial soll im Zusammenhang mit der Versuchsauswertung der Vorversuche an Faserform-Verpackungen in Kapitel 7 erfolgen.

6 Entwicklung der Prüfverfahren und der Belastungsvorrichtung

Die in Kapitel 5.5 genannten Fließbedingungen und die daraus ableitbaren Werkstoffmodelle können entsprechend den Erwartungen bezüglich des Materialverhaltens des vorliegenden Faserwerkstoffs als potentielle Gleichungen zu dessen Beschreibung angesehen werden. Zur Anpassung der Materialmodelle an die Belange der Faserformprodukte müssen charakteristische Werkstoffkenndaten unter uni-axialer Zug- und Druckbeanspruchung ermittelt werden. Dazu kommen wissenschaftliche Materialuntersuchungen an Probekörpern definierter Geometrie unter festgelegten Bedingungen zum Einsatz. Letztere umfassen vor allem Normklimata, die sich nach dem zu prüfenden Werkstoff richten. Die Prüfkörper weisen in der Regel einfache Rund- oder Flachgeometrien auf.

Im Weiteren soll eine Betrachtung bestehender Prüfverfahren für diverse Konstruktionswerkstoffe, wie Metall, Kunststoff und Holz, erfolgen. Hierbei ist zu klären, ob diese in der vorliegenden Form auf Faserformprodukte übertragbar sind oder eine Anpassung nötig ist. Wie in Kapitel 4.3 angedeutet, soll sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf quasi-statische Prüfmethode beschränkt werden.

In einem nächsten Schritt können aus den Spezifizierungen der beiden Prüfmethode die Anforderungen an eine geeignete Belastungsvorrichtung abgeleitet werden. Deren Umsetzung ist auch Bestandteil dieses Kapitels.

6.1 Übersicht standardisierter Prüfmethode und deren Anpassung

6.1.1 Zugversuch

Der Zugversuch stellt eines der wichtigsten mechanischen Prüfverfahren dar. Wie auch bei anderen zerstörenden Prüfmethode wird auf einen Probekörper festgelegter Geometrie durch eine richtungsbezogene Längung eine Kraft ausgeübt, die zu einem einachsigen Spannungszustand führt. Die bei dem Versuch aufgenommenen Daten werden in den meisten Fällen in einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm dargestellt, aus dem die charakteristischen Materialkennwerte entnommen werden können.

DIN EN 10002-1 /DEN01/ legt den Zugversuch für metallische Werkstoffe bei Raumtemperatur fest. Zusätzlich werden die mechanischen Eigenschaftswerte, die mit dem Versuch bestimmt werden können, definiert.

Die Zugprüfung sieht die Dehnung einer Probe, im Allgemeinen bis zum Bruch, mittels Zugbeanspruchung vor, um die charakteristischen Eigenschaftswerte aufzunehmen. Die Raumtemperatur sollte dabei zwischen 10 °C und 35 °C, bei höheren Anforderungen in einem Temperaturbereich von 23 ± 5 °C, liegen.

Bei dem Zugversuch für metallische Werkstoffe sind kreisförmige, quadratische, rechteckige oder ringförmige Probenquerschnitte (**Bild 6.1**) zulässig. Die genaue Probengeometrie richtet sich nach der Erzeugnisform bzw. der Art des Halbzeugs, welchem die Probe entnommen wird. Beispielhaft sei hier die Geometrie einer Flachzugprobe, wie sie aus Flachstäben oder Blechen mit einer Dicke zwischen 0,1 und 3 mm entnommen wird und in Anhang B der

Normschrift definiert ist, in **Bild 6.2** dargestellt. Die Probe weist Probenköpfe auf, die mit einem Radius in die Versuchslänge übergehen. Die Probe darf auch eine streifenförmige Geometrie mit parallelen Seiten konstanter Breite über die gesamte Länge aufweisen. Die Abmessungen der Probe werden zu einem späteren Zeitpunkt denen für die übrigen Konstruktionswerkstoffe zum Vergleich gegenübergestellt. Mit der Prüfgeschwindigkeit (Querhauptgeschwindigkeit der Zugprüfmaschine), welche in Abhängigkeit von der zu ermittelnden mechanischen Größe gewählt werden muss, wird entsprechend verfahren.

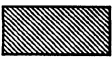



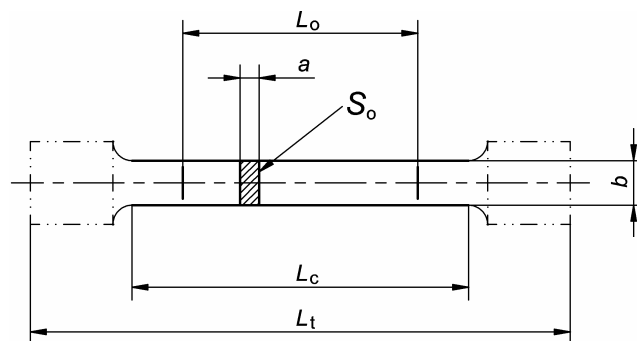
Erzeugnisform				entsprechender Anhang
Flachstäbe Feinblech — Grobblech	Draht	Stäbe	Profile	
				
mit einer Dicke in Millimeter	Durchmesser oder Seitenlänge in Millimeter			
$0,1 \leq \text{Dicke} < 3$	—			B
—	< 4			C
≥ 3	≥ 4			D
Rohre				E

Bild 6.1: Probenarten für den Zugversuch an metallischen Werkstoffen in Abhängigkeit von der Erzeugnisform /DEN01/



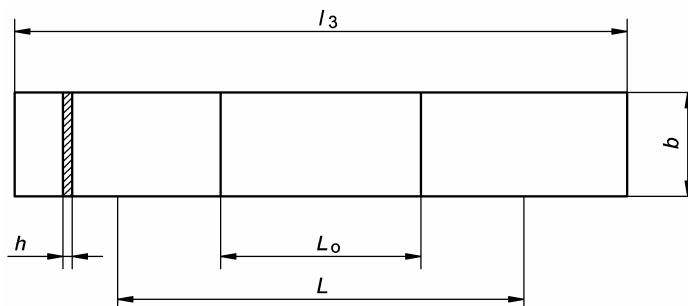
- | | |
|--|-------------------------------|
| a = Dicke der Probe | L_0 = Anfangsmesslänge |
| b = Breite innerhalb der Versuchslänge | L_c = Versuchslänge |
| S_0 = Anfangsquerschnitt innerhalb der Versuchslänge | L_t = Gesamtlänge der Probe |

Bild 6.2: Geometrie einer Flachzugprobe /DEN01/

Teil 1 der DIN EN ISO 527 /DEI96a/ legt die allgemeinen Grundsätze zur Bestimmung der Zugeigenschaften von Kunststoffen und Kunststoffverbunden, wie beispielsweise das Zugverformungsverhalten, die Zugfestigkeit und den Zugmodul, fest. Wie auch bei dem Zugversuch für metallische Werkstoffe wird ein Probekörper entlang seiner größten Hauptachse gedehnt, bis er bricht oder bis die Spannung oder Dehnung einen vorgegebenen Wert erreicht. Während dessen wird die Belastung und Längenänderung gemessen. Die Prüfgeschwindigkeit wie das Prüfklima richten sich bei der Untersuchung von Kunststoffprodukten nach der Art des vorliegenden Kunststoffs.

In Teil 2 der DIN EN ISO 527 /DEI96b/ sind die Bedingungen für die Bestimmung von Zugeigenschaften von Form- und Extrusionsmassen festgelegt. Die dort definierte Probengeometrie entspricht qualitativ derjenigen von Flachzugproben aus Metall.

Teil 3 /DEI03a/ der Normschrift behandelt die Zugprüfung von Kunststofffolien und -tafeln mit einer Dicke von weniger als 1 mm. Den verwendeten Prüfkörper, eine Flachzugprobe mit konstanter Breite, zeigt **Bild 6.3**.



h	= Dicke der Probe	L_0	= Anfangsmesslänge
b	= Breite der Probe	L	= Anfangsabstand der Einspannklemmen
		l_3	= Gesamtlänge der Probe

Bild 6.3: Probekörpergeometrie für Kunststofffolien und -tafeln /DEI03a/

Für den Werkstoff Holz gibt es eine Reihe genormter Prüfverfahren zur Untersuchung der Zugeigenschaften verschiedener Holzzerzeugnisse. Stellvertretend für andere vergleichbare Testmethoden sollen in dieser Arbeit zwei Normschriften exemplarisch dargestellt werden. Dabei handelt es sich zum einen um DIN 52188 /DIN79a/, welche die Methodik zur Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faserrichtung beschreibt und zum anderen um DIN 52377 /DIN78b/, welche die Beschreibung der Vorgehensweise zur Bestimmung des Zug-Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit von Sperrholz umfasst.

DIN 52188 stellt ein Verfahren zur Bestimmung der Zugfestigkeit von Holz parallel zur Faser an kleinen, fehlerfreien Proben bei einer Temperatur von 20 °C mit einer rel. Luftfeuchte von 65 % dar. Die Probe, mit der in **Bild 6.4** gezeigten Geometrie, ist entlang der Längsachse zu belasten.

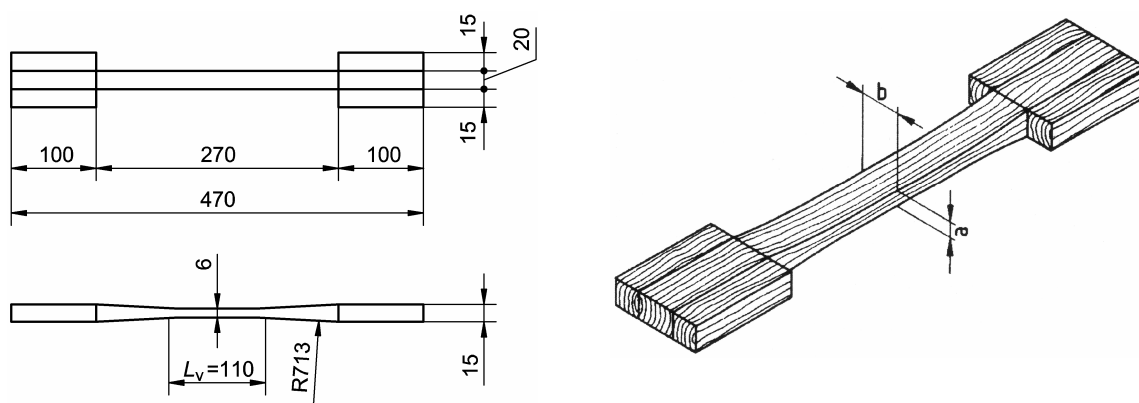


Bild 6.4: Probengeometrie von Holzzugproben und Lage der Jahrringe /DIN79a/

Zur Bestimmung des Zug-Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit bei Sperrholz wird eine geeignete Probe bei Normalklima (20 ± 1 °C, 65 ± 3 % rel. Luftfeuchte) auf einer Zugprüfmaschine bis zum Bruch belastet. Die Geschwindigkeit bei Zugfestigkeitsuntersuchungen ist wie auch bei /DIN79a/ so zu wählen, dass die Höchstkraft innerhalb von $1,5 \pm 0,5$ Minuten erreicht wird. Aufgrund der Anisotropie des Holzes sind die Prüfungen an zwei Gruppen mit Probenentnahmen in Längs- und in Querrichtung zur Faserausrichtung durchzuführen. Die

durch diese Prüfmethode ermittelten Eigenschaftswerte werden in gewohnter Weise aus dem Kraft-Verlängerungs- bzw. Spannungs-Dehnungs-Diagramm entnommen. **Bild 6.5** zeigt die zu verwendende Probengeometrie /DIN78b/.

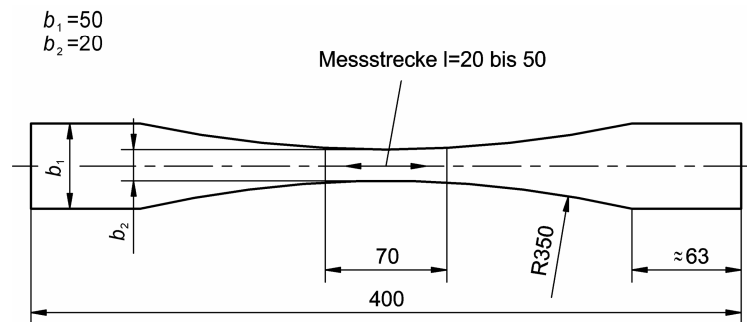


Bild 6.5: Geometrie einer Sperrholz-Zugprobe /DIN78b/

DIN EN ISO 1924-2 /DEI95/ beschreibt ein Verfahren, mit dem die breitenbezogene Bruchkraft und die Bruchdehnung sowie das Arbeitsaufnahmevermögen bei Zugbelastung von Papier und Pappe bei konstanter Dehngeschwindigkeit gemessen werden, wobei der Prüfstreifen bis zum Reißen gedehnt wird. Des Weiteren sind Verfahren zur Berechnung des Bruchkraftindex, des Arbeitsaufnahmevermögen-Index und des Elastizitätsmoduls enthalten.

Bereits in Kapitel 4.1 wird auf die Problematik der Übernahme der breitenbezogenen Kennwerte, welche in /DEI95/ definiert werden, für die beanspruchungsgerechte Auslegung von Faserformprodukten hingewiesen. Aufgrund der Vergleichbarkeit des eingesetzten Rohstoffs erscheint die Übernahme der Versuchsbedingungen, vor allem der festgelegten Klimata, wiederum als sinnvoll.

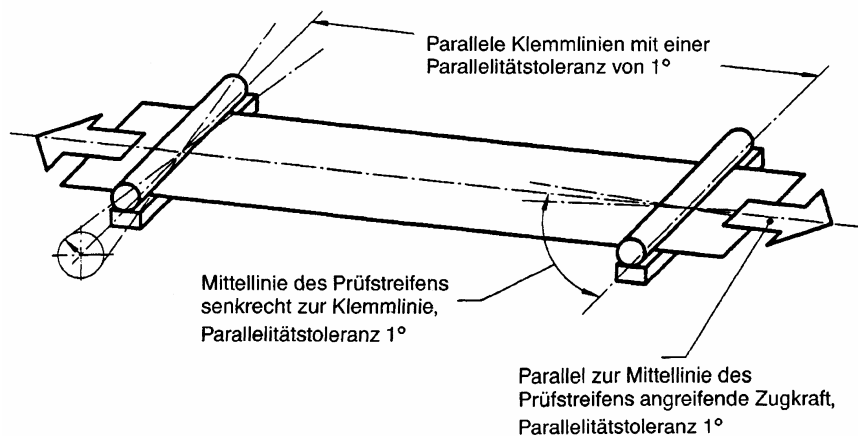


Bild 6.6: Einspannvorrichtung und Prüfstreifen für die Zugprüfung von Papier und Pappe /DEI95/

Bild 6.6 zeigt die Klemmeinrichtung für den Prüfstreifen sowie die geforderten Toleranzen für diese Vorrichtung und das Einspannen. Die genauen Probenabmessungen sind in **Bild 6.7** aufgeführt. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die Abmessungen unter bestimmten Voraussetzungen variiert werden können. Bei Produkten, wie beispielsweise Hygienepapier, die aufgrund ihrer Gestalt die geforderte Prüflänge nicht erreichen, ist der längste zur Verfügung stehende Prüfstreifen zu verwenden.

Die DIN EN 20187 /DEN93a/ legt als Normalklima für die Prüfung von Papier, Pappe und Zellstoff eine Temperatur von 23 ± 1 °C und eine relative Luftfeuchte von 50 ± 2 % für hiesige Breitengrade fest.

Wie auch bei Holz ist aufgrund der Anisotropie des maschinell gefertigten Papiers die Prüfung von Proben vorgesehen, die jeweils in Maschinenrichtung und quer dazu entnommen wurden.

Obwohl durch Anwendung des Faserformverfahrens eine relativ freie Formgebung dreidimensionaler Produkte möglich ist, bestehen doch einigen Restriktionen bezüglich der Probenherstellung für die Durchführung der geplanten Materialprüfungen. Weitere Einschränkungen der möglichen Probengeometrien ergeben sich aus der Gestalt der Faserformprodukte. Um eine praxistaugliche Vorgehensweise zur beanspruchungsgerechten Gestaltung räumlicher Bauteile aus Papierfaserstoffen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit entwickelt werden soll, zu ermöglichen, muss eine Probengeometrie definiert werden, bei der die Entnahme aus einer Vielzahl derzeit am Markt bestehender Produkte gewährleistet werden kann. Zur Entwicklung einer geeigneten Geometrie sind zunächst die Fertigungs- und Gestaltungsmöglichkeiten für Faserformteile genauer zu betrachten.

Verfahrensbedingt weist ein Faserformteil eine die Geometrie des Anformwerkzeugs abbildende Gestalt mit einer von der Stoffkonzentration, dem Anformdruck und der Anformzeit abhängigen Wandstärke auf, welche einige Millimeter beträgt. Das durch diesen klassischen Urformvorgang entstandene Produkt kann mittels nachgelagerter Press- und Trocknungsvorgänge in gewissen Grenzen umgeformt werden. Neben diversen Geometrien, wie sie im Verpackungssektor zu finden sind, ist auch die Fertigung einer rohrförmigen Gestalt denkbar. Praktisches Beispiel dafür ist die Faserformflasche der Firma Kao aus Japan, die durch den Einsatz eines speziellen Verfahrens realisiert wird. Die Form des fertigen Produkts kann durch Zerteilen, also Schneiden oder Stanzen, aber nicht durch spangebende Bearbeitung beeinflusst werden. Aus einem bestehenden Produkt können also Flachproben mit nicht veränderbarer Wandstärke verschiedenster Form ausgeschnitten werden, wobei die Form und Größe von der größten ebenen Fläche innerhalb der Produktgeometrie abhängig ist.

Die bei den betrachteten Prüfverfahren für verschiedene Konstruktionswerkstoffe verwendeten Proben weisen in der Regel eine zylindrische, rohrförmige, quadratische oder rechteckige Form auf.

Aus oben genannten Gründen scheidet eine zylindrische Probengeometrie völlig aus, während eine Röhrenform zwar unter erheblichem Aufwand selbst gefertigt werden könnte, die Entnahme aus bestehenden Produkten aber aufgrund der geringen Herstellungsmengen und Produktvielfalt solcher Produkte als nahezu unmöglich erachtet wird. Ein quadratischer Probenkörper hingegen wäre realistisch, allerdings müsste durch die geringen Wandstärken eine kleine Querschnittsfläche in Kauf genommen werden. Gerade bei der Prüfung von einem solch inhomogenen Material wie dem Vorliegenden sollte ein vergleichsweise großer Probenquerschnitt gewählt werden, um den Einfluss von Fehlstellen klein zu halten und die Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse zu gewährleisten. Aus den genannten Gründen wird eine Flachprobe mit rechteckigem Querschnitt als am sinnvollsten eingeschätzt.

Nach Festlegung der Form der Querschnittsfläche ist nun zu klären, welche Probenabmessungen zu wählen sind. Dazu sind die wichtigsten Maße der Prüfkörper, wie sie für die verschiedenen zuvor betrachteten Materialien definiert sind, in **Bild 6.7** zusammengefasst. Bei der Auswahl handelt es sich ausschließlich um Flachzugproben mit rechteckigem Querschnitt. Es wird zwischen Proben mit und ohne Verjüngung unterschieden. Erstgenannte weisen entsprechend **Bild 6.2** eine im Vergleich zu den Probenköpfen geringere Breite innerhalb der Versuchslänge auf. Streifenproben haben eine konstante Breite über die gesamte Länge.

Werkstoff	Probenart Probe mit Verjüngung (V)/ Streifenproben (S)	Breite b [mm]	Anfangs- messlänge L_0 [mm]	Versuchs- länge L_c [mm]	Freie Länge zwischen den Einspannungen (Mindestwert) [mm]
Metall	V	20 ± 1	80	120	140
Kunststoff	V	$5 \pm 0,5$	$25 \pm 0,5$	$30 \pm 0,5$	58 ± 2
Kunststoff	S	10 – 25	$50 \pm 0,5$	100 ± 5	100 ± 5
Holz	V	20	20 – 50	70	270
Papier/Pappe	S	$15 \pm 0,1$, $25 \pm 0,1$, $50 \pm 0,1$	–	180 ± 1	180 ± 1

Bild 6.7: Geometrien und Maße von Zugproben verschiedener Werkstoffe mit rechteckigem Querschnitt

Bei Verwendung einer Probe mit Verjüngung kann gewährleistet werden, dass diese innerhalb der Versuchslänge bricht bzw. reißt und nicht in der Nähe der Einspannklemmen. Dieser Vorteil gegenüber einer Streifenprobe muss allerdings durch einen erhöhten Aufwand bei der Probennahme und -vorbehandlung erkauft werden. Die zum Einspannen der Probe benötigte Kraft führt in der Umgebung der Klemme zu Spannungen in der Probe, welche der versuchsbedingten Zugspannung überlagert sind. Da die Überlagerung der Spannungen nahe der Klemme ein Versagen der Probe in diesem Bereich begünstigt und dadurch die Messergebnisse verfälscht werden, ist für die meisten Werkstoffe der Einsatz von Streifenproben nicht zu empfehlen. Streifenproben kommen bei der Prüfung von Kunststoffen, vor allem aber auch bei Papier und Pappe zum Einsatz. Da es sich bei den zitierten Prüfmethoden um standardisierte Verfahren handelt, ist davon auszugehen, dass diese im Hinblick auf deren Eignung für den jeweiligen Werkstoff hinreichend geprüft wurden. Es ist weiter zu vermuten, dass die Klemmenspannung bei Probekörpern auf Basis von Papierfaserstoffen einen vergleichsweise kleinen Einfluss auf die Messergebnisse hat, und somit auch für den vorliegenden Fall der Einsatz einer Streifenprobe zulässig ist.

Aus den zuvor genannten Gründen soll als vorläufige Probengeometrie für den Zugversuch eine Streifenprobe mit rechteckigem Querschnitt definiert werden, welche eine einfache Probennahme zulässt. Der Einfluss der Klemmenspannung auf die Messergebnisse soll in den Vorversuchen geprüft werden. Falls sich in den ersten Versuchen zeigt, dass ein erheblicher Anteil der Proben nahe der Einspannung brechen bzw. reißen sollte, dann muss eine Probe mit Verjüngung eingesetzt werden.

Die zitierten Probenbreiten liegen in der Regel zwischen 10 und 25 mm, bei Papier auch bis 50 mm, und die Versuchslängen zwischen 30 und 120, maximal 180 mm. Gerade bei den vorliegenden Produkten auf Basis von Papierfaserstoffen ist das Probenvolumen möglichst groß zu gestalten, um den Einfluss der Verteilungen von Fehlstellen und Inhomogenitäten auf das Messergebnis zu minimieren. Da sich die Wandstärke prozessabhängig einstellt, ist das Volumen lediglich über Probenlänge und -breite wählbar. Restriktionen dieser beiden Größen ergeben sich aufgrund der räumlichen Gestalt derzeit am Markt befindlicher Faserformprodukte. Diese weisen zwecks Erhöhung der Formsteifigkeit komplexe Geometrien auf, die nur eine beschränkte Entnahme von Probenstreifen zulassen. Zur Realisierung einer praxistauglichen Probengeometrie ist vor allem die Länge einzuschränken. Die Gesamtlänge der Probe wurde auf 100 mm festgelegt, die Breite, um eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der in /WIL02/ durchgeführten Biegeprüfung zu schaffen, auf 30 mm. Somit kann gewährleistet werden, dass eine möglichst große Anzahl an Faserformprodukten einer Probennahme zur Verfügung steht.

Das einheitliche Prinzip, dass die Probekörper längs ihrer Hauptachse mit einer konstanten Geschwindigkeit auf Zug beansprucht werden, unterscheidet sich von Werkstoff zu Werkstoff von der Art der Geschwindigkeit – genormt sind Methoden mit konstanter Spannungszunahmegeschwindigkeit oder konstanter Dehngeschwindigkeit. Die Höhe der zu verwendenden Geschwindigkeit dagegen ist nicht nur abhängig von dem zu prüfenden Material, sondern auch von dem zu ermittelnden Eigenschaftswert. Ein Überblick über Art und Höhe der Prüfgeschwindigkeiten für die zuvor betrachteten Verfahren zur Prüfung verschiedener Werkstoffe gibt **Bild 6.8**.

Werkstoff	Aufzunehmende Größe	Spannungszunahmegeschwindigkeit [MPa · s ⁻¹]	Dehngeschwindigkeit [s ⁻¹]	(abgeleitete) Prüfgeschwindigkeit [mm/min]
Metall	Dehngrenze bei nichtproportionaler Dehnung	2 – 20 (E < 150.000 MPa) 6 – 60 (E ≥ 150.000 MPa)	< 0,0025 mit L ₀ = 80 mm ⇒	< 12
Metall	Zugfestigkeit	–	< 0,008 mit L ₀ = 80 mm ⇒	< 38
Kunststoff	E-Modul	–	–	1
Kunststoff	Zugfestigkeit	–	–	5, 50, 100, 200, 300, 500
Holz	Zugfestigkeit	Erreichen der Höchstkraft in 1,5 ± 0,5 min	–	–
Papier/Pappe	breitenbezogene Bruchkraft	–	–	20 ± 5

Bild 6.8: Geschwindigkeiten für die Zugprüfung verschiedener Werkstoffe

Es ist zu erkennen, dass für Modulmessungen im Allgemeinen eine konstante Prüfgeschwindigkeit von 1 mm/min gefordert wird. Zur Aufnahme anderer charakteristischer Werte unter Zugbeanspruchung kann eine höhere Geschwindigkeit verwendet werden, die zur Verkürzung der Versuchsdauer führt – niedrigere Geschwindigkeiten als die geforderten sind immer zulässig.

Die Wahl und vor allem die Genauigkeit des Konditionierungs- und Prüfklimas richtet sich in erster Linie nach dem zu prüfenden Material und ist für alle Prüfmethode des jeweiligen Werkstoffs gleich, falls nicht erhöhte oder niedrigere Temperaturen explizit gefordert sind. Für Metall wird im Normalfall eine Temperatur zwischen 10 °C und 35 °C gefordert, während für Holzwerkstoffe eine Temperatur von 20 ± 1 °C mit einer relativen Luftfeuchtigkeit von 65 ± 3 % einzuhalten ist. Das Normklima für die Prüfung von Papier und Pappe beträgt 23 ± 1 °C mit 50 ± 2 % relativer Luftfeuchte. Letztere wird aufgrund der Verwendung von Papierfaserstoffen zur Herstellung von Faserformprodukten auch für die im Rahmen dieser Arbeit durchzuführenden Materialuntersuchungen als sinnvoll erachtet und wird übernommen.

6.1.2 Druckversuch

In Analogie zu dem Zugversuch beinhaltet der Druckversuch eine richtungsbezogene Stauchung des Prüfkörpers. Die Stauchung führt zu einer Kraft, welche wiederum einen einachs-

gen Druckspannungszustand in der Probe hervorruft. Die entsprechenden charakteristischen Materialkenngrößen können ebenfalls einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm entnommen werden.

Zur Ermittlung des Verhaltens metallischer Werkstoffe unter einachsiger Druckbeanspruchung wird nach DIN 50106 /DIN78a/ vorgegangen. Dazu wird eine zylindrische Probe mit dem Anfangsquerschnitt S_0 einer langsam und stetig zunehmenden Stauchung unterworfen und diese zusammen mit der dazu erforderlichen Druckkraft messtechnisch erfasst. Die Lastaufbringung erfolgt über zwei Druckplatten, zwischen denen die Probe so ausgerichtet wird, dass die Wirkachse der Prüfmaschine mit der Probenachse zusammenfällt. Die Belastung wird in der Regel bis zum Bruch der Probe erhöht. Für die zylindrischen Druckproben wird ein Verhältnis von Höhe h_0 zu Durchmesser d_0 zwischen eins und zwei gefordert, wobei Durchmesser von 10 – 30 mm und ein Höhen-Durchmesser-Verhältnis von 1,5 üblich sind. Hinweise zum Prüfklima existieren in dieser Norm nicht.

DIN EN ISO 604 /DEI03b/ legt ein Verfahren zur Ermittlung der Druckeigenschaften, wie Druckverformungsverhalten, Druckfestigkeit und -modul, von Kunststoffen fest. Ähnlich dem Prüfprinzip bei Metallen wird der Probekörper parallel zu seiner Hauptachse mit konstanter Geschwindigkeit bis zum Bruch oder Erreichen einer vorgegebenen Längenabnahme unter kontinuierlicher Aufnahme der Druckkraft und Längenänderung gestaucht. Die Prüfkörper müssen die Form eines rechtwinkligen Prismas, Zylinders oder Rohres aufweisen. Die Abmessungen, dargestellt in **Bild 6.9**, variieren in Abhängigkeit von dem aufzunehmenden Kennwert. Bevorzugte Prüfbedingung ist eine Temperatur von 23 ± 1 °C und eine relative Luftfeuchtigkeit von 50 ± 2 %. Die konstante Prüfgeschwindigkeit richtet sich wiederum nach der Art der zu ermittelnden charakteristischen Größe. **Bild 6.11** gibt einen Überblick über die geforderten Prüfgeschwindigkeiten für die verschiedenen Werkstoffe.

Typ	Messgröße	Länge l	Breite b	Dicke d
A	Modul	50 ± 2	$10 \pm 0,2$	$4 \pm 0,2$
B	Festigkeit	$10 \begin{smallmatrix} 0 \\ -2 \end{smallmatrix}$		

Bild 6.9: Maße der bevorzugten Probekörper für den Druckversuch an Kunststoffen /DEI03b/

Bei der Bestimmung der Druckfestigkeit von Holz wird aufgrund der Richtungsabhängigkeit der mechanischen Festigkeitsgrößen dieser gewachsenen Struktur zwischen zwei Methoden unterschieden, die in eigenständigen Regelwerken veröffentlicht sind. DIN 52185 /DIN76/ umfasst die Bestimmung der Druckfestigkeit parallel zur Faser, während DIN 52192 /DIN79b/ den Druckversuch quer zur Faser beschreibt.

Zur Ermittlung der Druckfestigkeit von Holz parallel zur Faser /DIN76/ werden Proben mit quadratischem Querschnitt, dessen Kantenlängen je nach Regelmäßigkeit des Faserverlaufs 20 – 50 mm betragen, verwendet. Die Länge der Probe in Faserrichtung, also die Höhe, soll im Bereich der 1,5- bis 3-fachen Kantenlänge liegen. Das Prüfklima ist mit einer Temperatur von 20 ± 1 °C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 65 ± 3 % festgelegt.

Bei der Druckprüfung des Holzes quer zur Faserrichtung wird zwischen der Prüfung in radialer Richtung, also parallel zu den Holzstrahlen, und jener in tangentialer Richtung, parallel zu den Jahresringen, unterschieden. Die charakteristischen Kenngrößen zur Beschreibung des Druckverhaltens werden getrennt für beide Richtungen ermittelt. Der Probekörper sowie das Klima ist entsprechend dem Prüfverfahren parallel zur Faserrichtung auszuführen.

Aufgrund der zweidimensionalen Geometrie des Papiers ist es nicht möglich, einen Druckversuch, wie er für andere Werkstoffe zuvor beschrieben wurde, durchzuführen. Eine vergleichbare Prüfmethode, die eine ebene Druckspannungsverteilung im Probekörper hervorruft, ist das in der DIN 54518 /DIN04b/ festgelegte Verfahren zur Bestimmung des Streifenstauchwiderstands an einem Papier- oder Pappstreifen. Dieses Verfahren bildet das Gegenstück zu dem in /DEI95/ genormten Verfahren zur Bestimmung der breitenbezogenen Bruchkraft unter Zugbeanspruchung.

Der Begriff des Streifenstauchwiderstandes, wie er in dieser Normschrift verwendet wird, ist als die auf eine Probenbreite b bezogene maximale Stauchbruchkraft, welche die Probe einer festgelegten Stauchung entgegensetzt, definiert und wird in kN/m angegeben.

Bild 6.10 zeigt die Einspannvorrichtung mit zwei Klemmenpaaren für die Aufnahme der $15 \pm 0,1$ mm breiten Probe (P). Jedes Klemmenpaar besteht aus einer beweglichen (B_i) und einer festen (F_i) Klemmbacke mit einer Länge von $30 \pm 0,1$ mm. Die freie Einspannlänge der Probe beträgt $0,7 \pm 0,05$ mm.

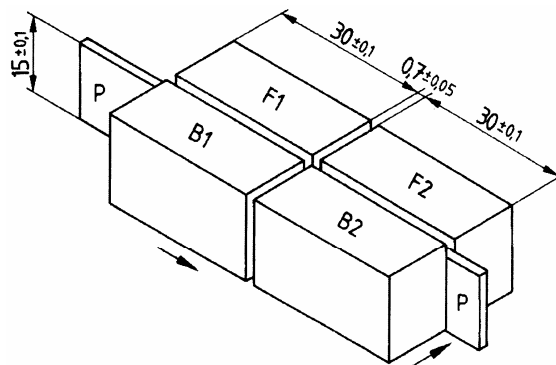


Bild 6.10: Prinzipdarstellung der Einspannvorrichtung zur Bestimmung des Streifenstauchwiderstandes an Papier /DIN04b/

Wie für alle Werkstoffprüfungen an Papier oder Pappe wird auch hier das Normklima für Probenvorbehandlung und Prüfung nach DIN EN 20187 /DEN93a/ mit 23 ± 1 °C und 50 ± 2 % relativer Luftfeuchtigkeit festgelegt.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass die Durchführung von Druckversuchen an verschiedenen Konstruktionswerkstoffen zumeist an zylindrischen oder quadratischen Probekörpern durchgeführt wird. Lediglich bei der Prüfung von Papier und Pappe kommt aufgrund der zweidimensionalen Produktform eine Streifenprobe zur Ermittlung des Streifenstauchwiderstands zum Einsatz.

Da das Erstellen bzw. die Entnahme einer zylindrischen oder quadratischen Probengeometrie aus Faserformprodukten aus verfahrens- und fertigungstechnischen Gründen nicht realisiert werden kann, soll sich eine weitere Betrachtung ausschließlich auf die Streifenprobe aus Papier beziehen. Diese weist eine Breite von $15 \pm 0,1$ mm auf. Die freie Einspannlänge, die bei der Streifenprobe gleichzeitig die Versuchslänge darstellt, ist für Papier mit $0,7 \pm 0,05$ mm festgelegt, um ein Knicken der Probe zu verhindern.

Aufgrund der größeren Wandstärke der Faserformprodukte im Vergleich zu Papier ist mit einer größeren Knicklänge bei gleicher Belastung zu rechnen. Aus diesem Grund kann die freie Einspannlänge größer als bei der Prüfung von Papier gewählt werden, um bei konstantem absoluten Messfehler die relative Genauigkeit der Wegmessung zu verbessern. Die freie Einspannlänge wird vorläufig auf 10 mm festgelegt. Als Probenbreite werden entsprechend der Zugprobe 30 mm gewählt, um eine Vergleichbarkeit der unter Zug- und Druckbelastung ermittelten Kennwerte zu ermöglichen. Mit einer Einspannlänge von beispielsweise 20 mm an jeder Seite ergibt sich somit eine Gesamtlänge, die größer als 50 mm sein sollte.

Die bei den verschiedenen Werkstoffen verwendeten Prüfgeschwindigkeiten sind in **Bild 6.11** zusammengefasst, wobei festzuhalten ist, dass im Allgemeinen kleinere Geschwindigkeiten verwendet werden müssen, um eine mit der Dehngeschwindigkeit im Zugversuch vergleichbare Stauchgeschwindigkeit bei kleineren Probenlängen erzielen zu können.

Werkstoff	Aufzunehmende Größe	Spannungszunahmegeschwindigkeit [MPa · s ⁻¹]	Dehngeschwindigkeit [s ⁻¹]	(abgeleitete) Prüfgeschwindigkeit [mm/min]
Metall	Druckfestigkeit, Stauchgrenze bei nichtproportionaler Stauchung	< 30	–	–
Kunststoff	E-Modul	–	–	1
Kunststoff	Druckfestigkeit	–	–	1 (sprödes Verhalten) 5 (zähes Verhalten)
Holz	Druckfestigkeit	Erreichen der Höchstkraft in 1,5 ± 0,5 min	–	–
Papier/Pappe	Streifenstauchwiderstand	–	–	3 ± 1

Bild 6.11: Geschwindigkeiten für die Druckprüfung verschiedener Werkstoffe

Auch für den Druckversuch wird das für Prüfung von Papier und Pappe festgelegte Normal Klima mit einer Temperatur von 23 ± 1 °C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 ± 2 % übernommen.

6.2 Zug-Druck-Prüfmaschine

Zur Durchführung der Zug- und Druckversuche, wie sie zuvor beschrieben wurden, ist eine geeignete Prüfmaschine zu entwickeln. Diese muss eine richtungsbezogene Längung und Stauchung der Proben mit konstanter, lastunabhängiger Dehngeschwindigkeit erlauben. Sinnvoller Weise handelt es sich dabei um eine vertikal geführte Bewegung. Neben den Anforderungen, die sich aus der zuvor definierten Probengeometrie sowie der geforderten Prüfgeschwindigkeit ergeben, sind zur Projektierung der Messtechnik vor allem die auftretenden Belastungen, die sich aus der Längung und Stauchung der Probe bis zum Versagen ergeben, im Vorfeld abzuschätzen. Dazu werden Zugproben, welche diversen Faserform-Verpackungen mit den zuvor definierten Maßen entnommen wurden, mit Gewichten in Stufen von einem Kilogramm statisch belastet. Die Bruchkraft, definiert als diejenige Gewichtskraft, die zum Reißen einer Probe aufgebracht werden muss, beträgt maximal 216 N. Unter Berücksichtigung einer Sicherheit von zwei empfiehlt sich der Einsatz einer Wägezelle mit 50 kg Nennlast.

Sämtliche Anforderungen an die Kinematik werden durch eine am Fachgebiet Maschinenelemente vorhandene Lineareinheit mit AC-Servoantrieb und Steuerung erfüllt. Hierbei handelt es sich um ein Linearmodul MKK 25-110 der Bosch Rexroth AG mit Kugelgewindetrieb 32×5 ($d_0 \times P$) und einer Gesamtlänge $L = 670$ mm. Der maximale Verfahrensweg beträgt 220 mm, die Tischlänge 310 mm. Als Antrieb dient ein angeflanschter AC-Servomotor MKD071B-061-KG1-KN von Indramat Rexroth, der durch ein digitales Regelgerät DKC 11.1-040-7 zusammen mit einer CNC-4-Achs-Steuerung CLM 01.3 betrieben wird.

Zur Realisierung des vertikalen Verfahrenswegs wird die Lineareinheit aufgerichtet und mit Winkeln auf einer Aufspannplatte fixiert; letztere trägt auch die untere Probeneinspannung. Die obere Einspannklemme ist über eine Wägezelle und einen weiteren Winkel mit dem Verfahrenstisch verbunden. Der Verfahrensweg wird mit einem induktiven Wegaufnehmer an der oberen Klemme aufgenommen. **Bild 6.12** zeigt den Aufbau der Prüfmaschine.

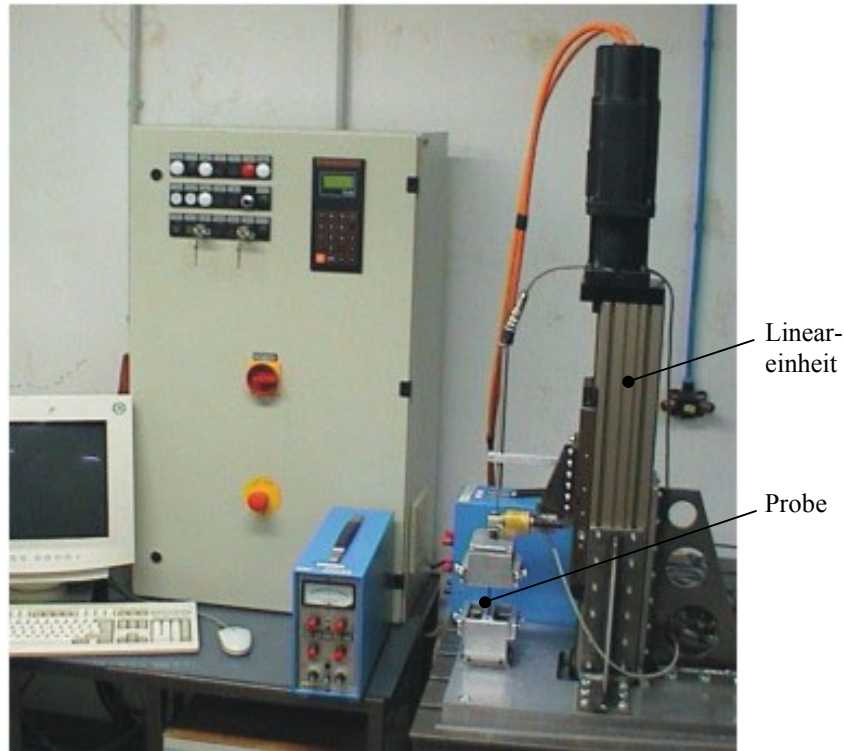


Bild 6.12: Prüfanordnung zur Durchführung der uni-axialen Zug- und Druckversuche

Die charakteristischen Materialkennwerte, welche in die Vergleichsspannungshypothese bzw. in das Materialmodell einfließen sollen, sind aus den Spannungs-Dehnungs-Diagrammen der Zug- und Druckversuche zu entnehmen. Die Vorgehensweise zur Auswertung der Diagramme sowie die Definition der hier relevanten Versagenskennwerte ist Inhalt des folgenden Kapitels und soll hier nicht näher erläutert werden. Um die Annahmen der Vergleichsspannungshypothese hinsichtlich der Einsetzbarkeit für den vorliegenden Werkstoff zu prüfen, muss das genaue Materialverhalten bekannt sein. Dazu ist der kontinuierliche Spannungs-Dehnungs-Verlauf bis zum Bruch bzw. Reißen der Probe zu ermitteln. Die einaxiale Zug- oder Druckspannung σ sowie die Dehnung im Zugversuch bzw. die Stauchung im Druckversuch ε hängen nach folgenden Formeln von der entsprechenden Kraft und der Längenänderung ab.

$$\sigma_{z,d} = \frac{F_{z,d}}{A_0} \quad (6.1)$$

mit $F_{z,d}$ = Zug- bzw. Druckkraft, A_0 = Anfangsquerschnitt der Probe

$$\varepsilon_{z,d} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (6.2)$$

mit Δl = Längenänderung, l_0 = Anfangslänge der Probe

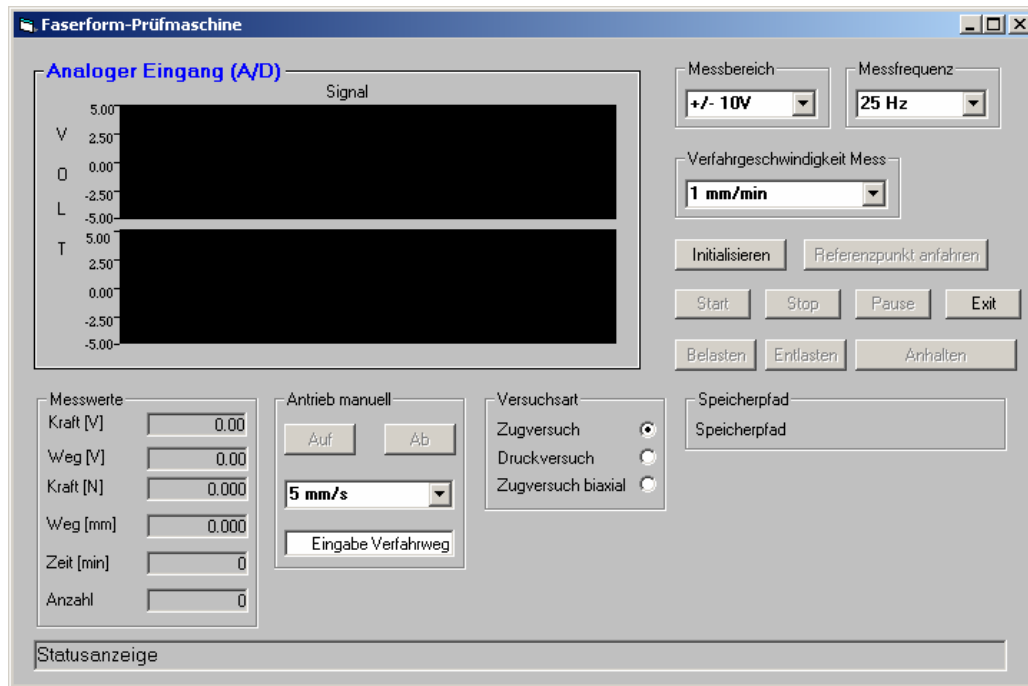


Bild 6.13: Grafische Benutzeroberfläche der Steuerungssoftware der Prüfmaschine

Die formelmäßigen Zusammenhänge zeigen, dass mit Kenntnis des für den jeweiligen Prüfvorgang konstanten Anfangsquerschnitts, der konstanten Anfangslänge der Probe sowie den kontinuierlich aufgenommenen Werten für Kraft und Längenänderung die geforderten Spannungs-Dehnungs-Verläufe ermittelt werden können.

Die Aufnahme der Kraft- und der Wegwerte erfolgt über eine Messkette bestehend aus Messaufnehmer, Trägerfrequenz-Messverstärker und A/D-Wandlerkarte. Die Datenakquisition sowie die Steuerung der Prüfmaschine ist durch eine geschlossene Softwarelösung, die am Fachgebiet Maschinenelemente mit Visual Basic entwickelt wurde, realisiert worden. Die Aufbereitung der Daten, Visualisierung und Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Verläufe erfolgt in Microsoft Excel.

Bild 6.13 zeigt die Benutzeroberfläche der Steuerungssoftware. Im rechten Bereich kann neben dem Messbereich die Frequenz der Datenaufnahme und die Prüfgeschwindigkeit eingestellt werden. Mit den Schaltflächen „Start“ und „Stop“ wird die A/D-Wandlung aktiviert bzw. deaktiviert. Mit Drücken des Buttons „Belasten“ erfolgt zunächst die Abfrage des Speicherortes der aufzunehmenden Kraft- und Wegdaten. Im Anschluss beginnt die Prüfung mit dem Verfahren der oberen Einspannung. Zeitgleich erfolgt das Speichern der Daten in der zuvor festgelegten Datei. Durch Betätigung der Schaltfläche „Entlasten“ während der Prüfung wird durch Entlasten und erneutes Belasten eine Hysteresekurve aufgenommen. Des Weiteren ist es möglich, die Anlage manuell zu verfahren. Von dieser Funktion wird beim Kalibrieren der Messaufnehmer Gebrauch gemacht. Die verstärkten elektrischen Messsignale werden grafisch und als Text in dem Bereich „Messwerte“ dargestellt. Die Textanzeige findet vor allem zu Kalibrierzwecken ihre Anwendung. Auf diese Weise ist es möglich, die gesamte Messkette, bestehend aus Aufnehmer, Verstärker und A/D-Wandlerkarte, zu kalibrieren. Dieses führt zu einer wesentlichen Verbesserung der Messgenauigkeit.

7 Unidirektionale Untersuchung fremdgefertigter Faserformprodukte

Das vorliegende Kapitel behandelt die experimentelle Untersuchung fremdgefertigter Faserform-Verpackungen. Dabei stellt insbesondere die Anwendung als Fixierung für technische Produkte kleiner bis mittlerer Größe das Haupteinsatzgebiet für Faserformteile dar. Zur Aufnahme der charakteristischen Materialkennwerte, welche zu einem späteren Zeitpunkt in diesem Kapitel definiert werden sollen, kommen die in den Abschnitten 6.1.1 und 6.1.2 festgelegten Probenabmessungen und Prüfbedingungen zum Einsatz. Die Unterschiede in Gestalt und Farbgebung der Produkte, aus denen die Flachproben entnommen werden, deuten darauf hin, dass bei der Herstellung unterschiedliche Rohstoffe und Produktionsparameter Verwendung fanden (Vgl. Kapitel 2.2). Aus diesem Grund wird eine große Streuung der Ergebnisgrößen erwartet, welche aufgrund der mangelnden Kenntnis über die Herstellbedingungen der fremdgefertigten Bauteile lediglich als Zufallsstreuung gedeutet werden kann. Die Prüfung fremdgefertigter Faserformprodukte soll daher nur als Voruntersuchung dienen, um Aufschluss über das grundsätzliche Materialverhalten von Faserformteilen unter uni-axialer Zug- und Druckbelastung zu erhalten. Anhand der so gewonnenen Experimentalergebnisse soll die Anwendbarkeit der in Kapitel 5 vorgestellten Vergleichsspannungshypothesen bzw. Fließbedingungen überprüft werden.

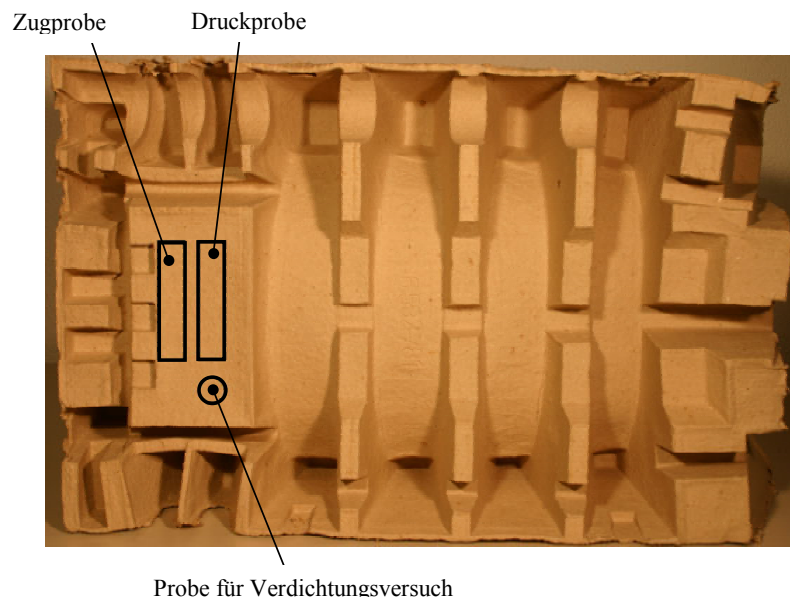
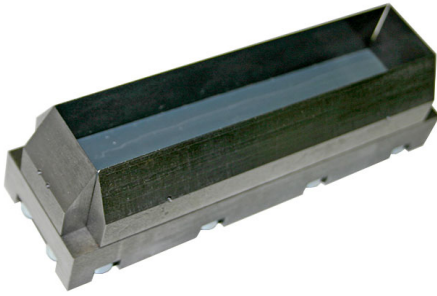


Bild 7.1: Entnahme der Proben aus einer Faserform-Verpackung

7.1 Versuchsdurchführung

Zur Durchführung der Zug- und Druckversuche an fremdgefertigten Faserformprodukten müssen zunächst die Flachproben aus den Verpackungsteilen entnommen werden. Es ist darauf zu achten, augenscheinlich homogene Prüfkörper mit möglichst konstanter Wandstärke zu erhalten. Geeignete Entnahmestellen aus den Verpackungsteilen sind daher auf plane Flächenabschnitte, welche weder bedruckt sind noch Prägungen aufweisen, beschränkt. Zur Verdeutlichung der Problematik ist in **Bild 7.1** beispielhaft ein geeigneter Ort zur Entnahme der Flachproben dargestellt. Vorausgreifend sei an dieser Stelle angemerkt, dass aus Gründen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse aus einer Faserform-Verpackung mindestens ein Probensatz bestehend aus zwei Flachproben für den Zug- und den Druckversuch entnommen werden muss.



Dieses grenzt die Anzahl der in Frage kommenden Produkte weiter ein. Es verbleiben 21 Verpackungsprodukte, welche ausschließlich der Produktgattung „Transfergefertigte Faserformprodukte“ (Vgl. Kapitel 2.4.1) zuzuordnen sind. Aus diesen werden jeweils 50 Prüfkörper zur Durchführung der Zug- und Druck- sowie der Verdichtungsversuche entnommen.

Bild 7.2: Ausstanzvorrichtung

Protokollbogen für Faserformzugversuche			
Allgemeine Daten			
Datum:	<input type="text"/>	Versuchs-Nr.:	<input type="text"/>
Probenparameter			
Hersteller:	<input type="text"/>	Probendicken t_0 [mm]:	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Produktart:	<input type="text"/>	mittl. Probendicke $t_{0,arth}$ [mm]:	<input type="text"/>
Produktklasse:	<input type="text"/>	Probenbreite b_0 [mm]:	<input type="text"/>
Rohstoff:	<input type="text"/>	Probenlänge l_0 [mm]:	<input type="text"/>
Stoffkonzentration κ [%]:	<input type="text"/>	Probenquerschnitt A_0 [mm ²]:	<input type="text"/>
Anformdruck p_a [bar]:	<input type="text"/>	Probenvolumen V [mm ³]:	<input type="text"/>
Pressdruck p [N/mm ²]:	<input type="text"/>	Gewicht G [g]:	<input type="text"/>
rel. Bauteilfeuchte r_F [% otro]:	<input type="text"/>	Probendichte ρ [g/cm ³]:	<input type="text"/>
		Beurteilung der Verdichtung:	<input type="checkbox"/> hoch <input type="checkbox"/> mittel <input type="checkbox"/> gering
Versuchsparameter			
Raumtemperatur T [°C]:	<input type="text"/>	Anzahl der Belastungszyklen:	<input type="text"/>
rel. Luftfeuchte R [%]:	<input type="text"/>	Bruch der Probe:	<input type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein
freie Einspannlänge l_F [mm]:	<input type="text"/>		
Prüfgeschwindigkeit v_P [mm/min]:	<input type="text"/>	min. Abst. zur Klemme l_K [mm]:	<input type="text"/>
Abtastezeit f [Hz]:	<input type="text"/>	vert. Rissausbreitung l_R [mm]:	<input type="text"/>
Verdichtungsversuch			
Gewicht G_0 [g]:	<input type="text"/>	Probendicken t_0 [mm]:	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Flächenpressung p_F [N/mm ²]:	<input type="text"/>	mittl. Probendicke $t_{0,arth}$ [mm]:	<input type="text"/>
Verdichtungsgrad λ_V [%]:	<input type="text"/>	Probendicke unter Last t_P [mm]:	<input type="text"/>
Rückverformungsgrad λ_R [%]:	<input type="text"/>	Probendicken t_P [mm]:	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Gewicht G_P [g]:	<input type="text"/>	mittl. Probendicke $t_{P,arth}$ [mm]:	<input type="text"/>
Versuchsergebnis			
Zugfestigkeit $\sigma_{B,z}$ [N/mm ²]:	<input type="text"/>	Bruchdehnung $\varepsilon_{B,z}$ [%]:	<input type="text"/>
Zugfließgrenze $\sigma_{F,z}$ [N/mm ²]:	<input type="text"/>	Zug-E-Modul E_z [N/mm ²]:	<input type="text"/>
Anmerkungen			

Bild 7.3: Protokollbogen für den Zugversuch

Zur Vereinfachung der Probennahme und Erzielung vergleichbarer Probenabmessungen kommt die in **Bild 7.2** dargestellte Ausstanzvorrichtung zum Einsatz, die mit einer manuellen Hydraulikpresse betrieben wird. Anschließend werden die Proben vermessen und der Zug- oder Druckprüfung zugeführt. Zur Auswertung werden Spannungs-Dehnungs-Kurven herangezogen, die sich aus den im Versuch aufgenommenen Kraft- und Wegwerten zusammen mit den Geometriedaten ergeben. Im Folgenden soll anhand des Protokollbogens (**Bild 7.3**) zur Dokumentation der Proben- und Versuchsdaten die Durchführung der Materialprüfungen näher erläutert werden. Dabei wird detailliert auch auf diejenigen Einträge im Protokollbogen eingegangen, welche für die Versuchsreihen an selbstgefertigten Prüfkörpern konzipiert sind. Es sei erwähnt, dass sich der Protokollbogen für die Druckversuche lediglich durch die Benennung der Versuchsergebnisse unterscheidet, welche jedoch entsprechend jener aus dem Zugversuch definiert sind.

Neben dem Datum ist in dem Feld “Allgemeine Daten” die Versuchsnummer einzutragen. Diese enthält in Anlehnung an /WIL02/ diverse Parameter, die später beschrieben werden sollen.

Das Feld “Probenparameter” enthält Eintragungen, die sich auf den Prüfkörper beziehen. Sämtliche hier bestimmten Probenabmessungen und daraus errechneten Werte beziehen sich, ausgedrückt durch den Index 0, auf den Probenkörper vor Versuchsdurchführung.

Hersteller

Hier ist der Hersteller anzugeben, falls dies an dem bestehenden Produkt, aus dem die Probe entnommen wurde, ersichtlich ist. Stammt die Probe aus einem selbstgefertigten Faserformteil, so ist in diesem Feld “Eigenfertigung” einzutragen. Eigengefertigte Produkte werden auf der Faserformanlage /WIL02/, die in Kapitel 8.1.3 näher beschrieben wird, hergestellt.

Produktart

Produktart meint in diesem Zusammenhang den ursprünglichen Verwendungszweck des vorliegenden Produkts, beispielsweise Obstverpackung, Nierenschale, Verpackung eines Mobiltelefons, eigengefertigtes Versuchsteil o. ä.

Produktklasse

Zur Angabe der Produktklasse ist das Aussehen des Produktes zu beurteilen und in eine der in Kapitel 2.4 definierten Produktklassen einzuordnen. Dickwandige Faserformprodukte mit einer Wandstärke zwischen 5 und 13 mm sind als “Dickwandig”, transfergefertigte Produkte mit Wandstärken zwischen 1,5 und 5 mm und einer mäßigen Oberflächengüte als “Transfer” und thermogeformte Faserformprodukte mit einer hohen Oberflächengüte an Sieb- und auch siebabgewandter Seite als “Thermoform” zu bezeichnen. Im Rahmen der Vorversuche liegen ausschließlich Faserformverpackungen vor, die transfergefertigt sind.

Rohstoff

Für die Eigenfertigung stehen derzeit Primärfaserstoffe, nämlich Holzstoff (TMP) und Zellstoff (Kraftzellstoff), zur Verfügung, die hier anzugeben sind. Stammt die Probe aus einem bestehenden Produkt, ist in der Vielzahl der Fälle Altpapier als Sekundärfaserstoff eingesetzt worden. Die Qualität des Stoffs hängt insbesondere vom Aufbereitungsverfahren ab.

Stoffkonzentration κ [%]

Die Stoffkonzentration κ , oder auch Stoffdichte, ist nach /DEI96d/ das Verhältnis der Trockenmasse der abfiltrierbaren Masse zur unfiltrierten Probenmasse und wird in % (m/m) angegeben.

Anformdruck p_a [bar]

Dieses ist der Überdruck, der zum Anformen des entsprechenden Probestücks aus der Eigenfertigung im Druckraum der Faserformmaschine angelegen hat.

Pressdruck p [N/mm²]

Probekörper, die der Eigenfertigung entstammen, werden nach dem Anformen mit einer Hydraulikpresse verdichtet. Hier ist die maximal erreichte Presskraft P bezogen auf die Fläche des Bauteils anzugeben.

Rel. Bauteilfeuchte r_F [% otro]

Die relative Bauteilfeuchte drückt den Wassergehalt bezogen auf das Bruttogewicht, welches das ofentrockene (otro) Bauteil aufweisen würde, aus. Die Bestimmung erfolgt mittels einer Infrarottrocknungswaage.

Probendicken t_0 [mm] und $t_{0,arth}$ [mm]

Die Probendicke t_0 des Probekörpers unterliegt herstellungsbedingt leichten Schwankungen. Aus diesem Grund wird diese an drei, diagonal über der Versuchslänge verteilten Stellen mit einer Bügelmessschraube auf 0,01 mm genau gemessen und daraus das arithmetische Mittel $t_{0,arth}$ bestimmt.

Probenbreite b_0 [mm]

Hier ist die mittels Messschieber bestimmte Breite der Faserform-Flachprobe auf 0,1 mm genau anzugeben. Da der Probekörper mit der zuvor vorgestellten Ausstanzvorrichtung nach definierten Maßen aus dem Produkt entnommen wird, sind hier keine großen Maßschwankungen zu erwarten – die Bildung eines arithmetischen Mittelwerts aus mehreren Messwerten erscheint überflüssig.

Probenlänge l_0 [mm]

Die Probenlänge wird als Gesamtlänge der Probe auf 0,1 mm genau angegeben, die Messung erfolgt wiederum mit einem Messschieber.

Probenquerschnitt A_0 [mm²]

Der Anfangsquerschnitt A_0 der Probe ergibt sich aus der Multiplikation der mittleren Probendicke $t_{0,arth}$ mit der Probenbreite b_0 und wird auf zwei Nachkommastellen genau angegeben.

Probenvolumen V [mm³]

Durch Multiplikation des Anfangsquerschnitts der Probe A_0 mit der Anfangslänge l_0 ergibt sich das Probenvolumen V , das auf einen Kubikmillimeter genau angegeben wird.

Gewicht G [g] und Probendichte ρ [g/cm³]

Das Gewicht der Probe wird mittels Präzisionswaage auf 0,01 g genau bestimmt. Zusammen mit dem Volumen in cm³ ergibt sich die Probendichte, die auf zwei Nachkommastellen genau anzugeben ist.

Beurteilung der Verdichtung

Diese beruht auf der augenscheinlichen Beurteilung des Probekörpers hinsichtlich einer dem Anformprozess nachgelagerten Verdichtung. Eine derartige Einschätzung kann auf Basis der Oberflächengenauigkeit der Sieb abgewandten Seite erfolgen und wird an fremdgefertigten Produkten durchgeführt. Für Proben, die aus der Eigenfertigung stammen, wird der Pressdruck angegeben, die zuvor erläutert wurde.

In dem Feld “Versuchsparameter” werden alle für die Prüfung von Faserformbauteilen relevant erscheinenden Randbedingungen wie folgt angegeben.

Raumtemperatur T [°C] und relative Luftfeuchte R [%]

Vor Beginn des Versuchs werden die Klimadaten Raumtemperatur und rel. Luftfeuchtigkeit ermittelt und auf eine Nachkommastelle genau angegeben.

Freie Einspannlänge l_F [mm]

Hier wird der Abstand zwischen den Einspannklemmen vor Versuchsbeginn in mm angegeben. Die Länge ist durch den jeweiligen Versuchsaufbau vorgegeben und wird auch zur Ermittlung der Dehnung aus der Längenänderung genutzt. Für die Zugprüfung wird entsprechend der Vorgaben aus Kapitel 6 $l_F = 70$ mm und für den Druckversuch $l_F = 10$ mm gewählt.

Prüfgeschwindigkeit v_P [mm/min]

Die Höhe der während eines Versuchs konstant gehaltenen Prüfgeschwindigkeit wird hier in mm/min angegeben.

Abtastrate f [Hz]

In diesem Feld ist die Anzahl der aufgenommenen Messwerte in einer Sekunde anzugeben. Die Abtastrate ist in Abhängigkeit von der Prüfgeschwindigkeit zu wählen.

Anzahl der Belastungszyklen

Die Anzahl der Belastungszyklen bestimmt die Häufigkeit der Be- und Entlastung der Probe während eines Versuches. Wird beispielsweise eine Hysteresekurve aufgenommen, so wird die Probe zuerst belastet, dann entlastet und wieder belastet – also zwei Belastungszyklen durchlaufen. In der Regel wird die Probe jedoch mit einem Belastungszyklus bis zum Bruch getestet.

Bruch der Probe

Es ist anzugeben, ob die Probe während des Versuches gebrochen bzw. gerissen ist oder lediglich plastisch verformt wurde.

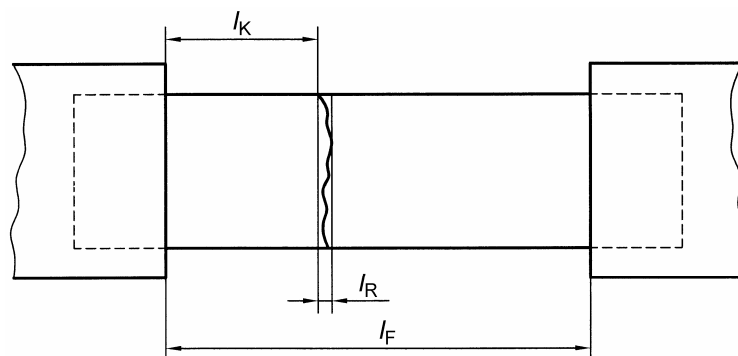


Bild 7.4: Schematische Darstellung zur Bestimmung der vertikalen Rissausbreitung und dem minimalen Abstand zur Klemme

Minimaler Abstand zur Klemme l_K [mm] und vertikale Rissausbreitung l_R [mm]

Zur Beurteilung des Versagens der Probe und eines eventuellen Einflusses der durch die Klemmkraft hervorgerufenen Spannung in der Probe auf die Prüfergebnisse ist der kleinere Abstand, entweder zur unteren oder zur oberen Einspannbacke, als minimaler Abstand zur Klemme l_K anzugeben. Des Weiteren ist zur Beurteilung der Rissausbreitung der Abstand zweier fiktiver,

zu einander paralleler Linien orthogonal zur Längsrichtung anzugeben, die den Riss der Probe einschließen. Dieser Abstand wird als vertikale Rissausbreitung l_R bezeichnet.

Für jeden Prüfkörpersatz, bestehend aus einer Zug- und einer Druckprobe, ist in der Nähe der Entnahmestelle aus dem zugehörigen Verpackungsteil eine kreisrunde Probe mit einem Durchmesser von 30 mm auszustanzeln. Diese wird einem Verdichtungsversuch zugeführt, welcher der Ermittlung des Pressverhaltens von Faserformprodukten dient, wie er in /WIL02/ beschrieben wird. Die zugehörige Versuchseinrichtung zeigt **Bild 7.5**. Mit Hilfe der Bestimmung eines dort definierten Verdichtungsgrades λ_V und eines Rückverformungsgrades λ_R kann eine Aussage über die Verdichtung des Faserformprodukts während seiner Herstellung bzw. über das Verhältnis von Fasern zu Hohlräumen und Lufteinschlüssen im Bauteil getroffen werden. Gerade bei Proben, die aus bestehenden Produkten stammen, kann auf diese Weise zumindest ein Anhaltswert über den Herstellungsprozess gewonnen werden. Darüber hinaus soll überprüft werden, ob der Verdichtungsversuch im Sinne eines einfachen Schnelltests eine Aussage über die Festigkeitseigenschaften von Faserformprodukten liefern kann, da ein dichteres Fasernetzwerk erwartungsgemäß zu einer Festigkeitssteigerung führt. Die grundsätzliche Vorgehensweise zur Bestimmung des Verdichtungs- und des Rückverformungsgrades wird anhand der geforderten Eintragungen im Feld „Verdichtungsversuch“ erläutert.

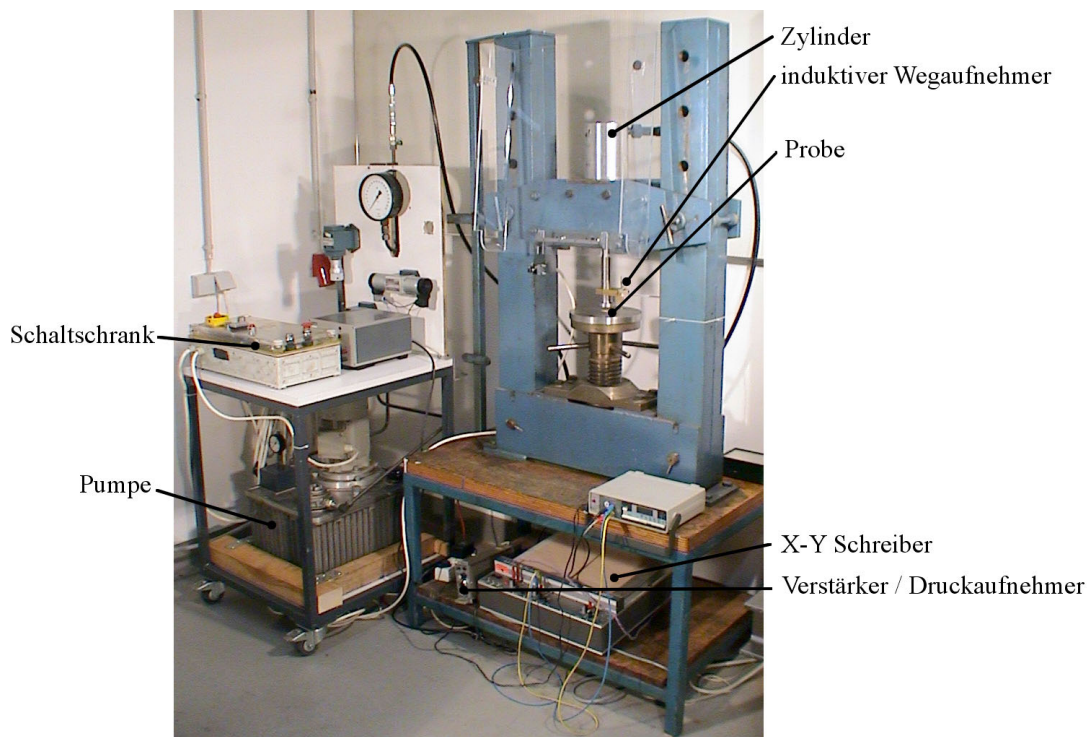


Bild 7.5: Versuchseinrichtung zur Ermittlung des Pressverhaltens von Faserformprodukten /WIL02/

Gewicht G_0 [g]

Das Gewicht des kreisrunden Probekörpers mit einem Durchmesser von 30 mm ist vor Durchführung des Verdichtungsversuchs als G_0 mit der Präzisionswaage zu ermitteln.

Flächenpressung p_F [N/mm²]

Da die Probe immer bis zu einem über ein Druckbegrenzungsventil eingestellten Systemdruck in der Hydraulikanlage von 60 bar verdichtet wird, sollte sich mit einer Kolbenfläche des Hydraulikzylinders von 44,18 cm² und einer Fläche der Rundprobe von 706,86 mm² eine konstante Flächenpressung von 37,5 N/mm² ergeben. Aufgrund des variierenden Öffnungs-

verhaltens des Druckbegrenzungsventils, das z. T. erheblich von der Druckzunahmegeschwindigkeit im System abhängt, variiert auch die maximale Flächenpressung. Aus diesem Grund erfolgt die Bestimmung des exakten Werts aus dem Druck-Weg-Diagramm, welches während der Durchführung des Verdichtungsversuchs aufgenommen wird.

Probendicken t_0 [mm] und $t_{0,arth}$ [mm]

Entsprechend der Bestimmung der Probendicken der Flachproben werden auch hier die Dicken der Rundprobe vor der Versuchsdurchführung an drei um 120° versetzten Punkten ermittelt und der arithmetische Mittelwert errechnet.

Probendicke unter Last t_p [mm]

Die Probendicke unter Last t_p kann dem Druck-Weg-Diagramm entnommen werden. Es handelt sich hierbei um die Probendicke unter derjenigen Last, die bei dem maximalen Systemdruck von dem Hydraulikzylinder auf die Probe aufgebracht wird.

Probendicken t_p [mm] und $t_{p,arth}$ [mm]

Nach dem Entlasten werden erneut die Probendicken an den markierten Stellen gemessen und das arithmetische Mittel gebildet.

Verdichtungsgrad λ_V [%] und Rückverformungsgrad λ_R [%]

Der Verdichtungsgrad λ_V und der Rückverformungsgrad λ_R errechnen sich nach folgenden Formeln /WIL02/.

$$\lambda_V = \frac{t_p}{t_{0,arth}} \cdot 100\% \quad (7.1)$$

$$\lambda_R = \frac{t_{p,arth}}{t_{0,arth}} \cdot 100\% \quad (7.2)$$

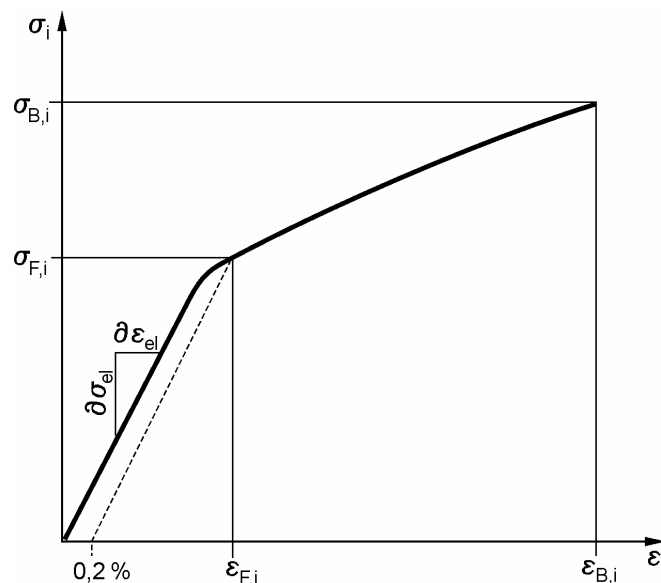


Bild 7.6: Bestimmung der charakteristischen Materialkennwerte aus einem σ - ε -Diagramm

In dem Feld „Versuchsergebnisse“ sind die charakteristischen Materialkennwerte, welche dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm entnommen werden können, zusammengefasst. Die

Spannung σ und die Dehnung ε sind zuvor unter Einbeziehung der während des Versuchs gemessenen Kraft- und Wegdaten nach den folgenden Formeln zu berechnen. Zur Auswertung der Messdaten und deren Analyse sollen die Beträge von Spannung und Dehnung betrachtet werden.

$$\sigma = \left| \frac{F}{A_0} \right| \quad (7.3)$$

$$\varepsilon = \left| \frac{(l-l_F)}{l_F} \right| \cdot 100 \% \quad (7.4)$$

Bild 7.6 zeigt anhand eines Beispiels die Bestimmung der Materialkennwerte aus einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

Zug-/Druckfestigkeit $\sigma_{B,z} / \sigma_{B,d}$ [N/mm²]

Als Zug- bzw. Druckfestigkeit ist diejenige Spannung anzugeben, die bei Höchstkraft in der Probe auftritt.

Bruchdehnung/-stauchung $\varepsilon_{B,z} / \varepsilon_{B,d}$ [%]

Die Bruchdehnung bzw. -stauchung beschreibt die Längenänderung des Probekörpers zum Zeitpunkt des Bruchs der Probe bezogen auf die Anfangslänge, bei der Streifenprobe die freie Einspannlänge.

Zug-/Druck-Fließgrenze $\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d}$ [N/mm²]

Die Spannung bei einer bestimmten nicht-proportionalen bzw. plastischen Dehnung kann als Grenzwert für eine maximal zulässige Belastung dienen. Zu deren Bestimmung wird eine Parallele zur *Hookeschen* Gerade bzw. zur Sekante, aus der der E-Modul bestimmt wird, durch den angegebenen Dehnwert gezogen und im Schnittpunkt der Parallelen mit der Spannungs-Dehnungs-Kurve der Spannungswert ermittelt. In Anlehnung an die Bestimmung von Fließgrenzen bei Metallen mit nicht ausgeprägter Streckgrenze werden die Spannungswerte für plastische Dehnungsanteile von 0,2 % bestimmt.

Zug-/Druck-Elastizitätsmodul E_z / E_d [N/mm²]

Hierbei handelt es sich um die Höhe der Spannungszunahme bezogen auf die Dehnung. Im Idealfall wird der Elastizitätsmodul aus der Steigung der *Hookeschen* Gerade bestimmt. Wird der Elastizitätsmodul ersatzweise aus dem Sekantenmodul durch zwei Punkte der Spannungs-Dehnungs-Kurve im Anfangsbereich bestimmt, ist dieses im Feld "Anmerkungen" zu erwähnen.

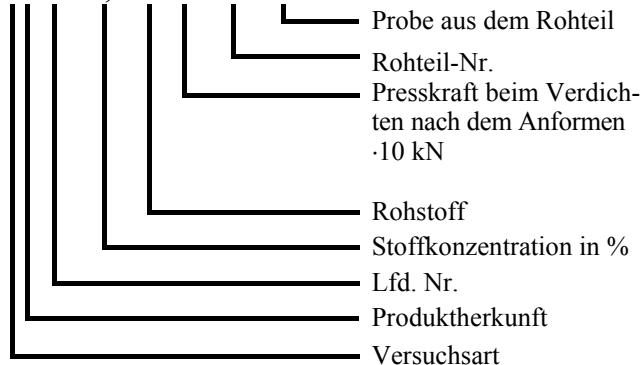
Im Feld "Anmerkungen" sind besondere Vorkommnisse während der Versuchsdurchführung und alle Abweichungen von der festgelegten Vorgehensweise einzutragen.

Versuchsnummer

Jeder Versuch erhält eine Nummer, die sich aus Buchstaben und Ziffern zusammensetzt und eine eindeutige Zuordnung der Proben zu den gewählten Versuchsparametern zulässt. Der Aufbau des Nummernsystems ist von jenem aus /WIL02/ abgeleitet und auf die Belange der uni-axialen Zug- und Druckversuche abgestimmt. Es wird zwischen Versuchsbezeichnungen für Proben, die aus eigengefertigten Produkten entnommen wurden, und solchen aus fremdgefertigten Produkten unterschieden.

Produkte aus der Eigenfertigung:

ZE05-1,5HS00-02-01



02-01 = 1. Probe aus 2. Rohteil entnommen

00 ⇒ ungepresst
z. B.:

05 ⇒ $P = 50$ kN

10 ⇒ $P = 100$ kN

HS = Holzstoff; ZS = Zellstoff

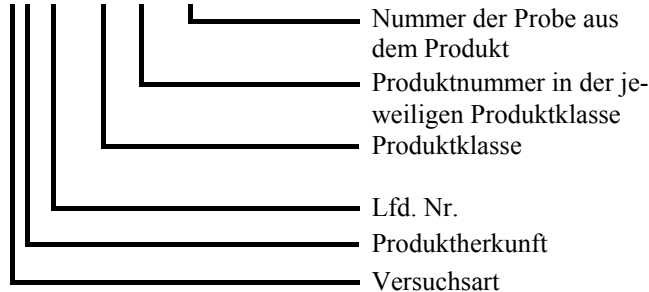
E = Eigengefertigtes Produkt, F = Fremdprodukt

Z = Zugversuch,

D = Druckversuch

Fremdprodukte:

ZF02-TR01-02



TR01-02 = 2. Probe aus 1. Transferprodukt entnommen

DI = Dickwandig, TR = Transfer,
TH = Thermoform

E = Eigengefertigtes Produkt, F = Fremdprodukt

Z = Zugversuch,

D = Druckversuch

7.2 Versuchsauswertung

Die Versuchsauswertung stützt sich in erster Linie auf die zuvor definierten charakteristischen Materialkennwerte, die in jeweils 50 Zug- und Druckversuchen ermittelt wurden. Die Flachproben stammen aus 21 verschiedenen Faserform-Verpackungen. Neben der Klärung der Fragestellung, ob die in Kapitel 5 vorgestellten Festigkeitshypothesen bzw. Fließbedingungen auf Faserformprodukte anwendbar sind – dieses stellt das Hauptziel dieser Versuchsreihe dar – soll die Versuchsauswertung Aufschluss über die Einsetzbarkeit des Verdichtungsversuchs nach *Willms* als Schnelltest zur Ermittlung der Bauteilfestigkeit von Faserformprodukten geben. Darüber hinaus werden erste Betrachtungen zur Wahl eines geeigneten Sicherheitsbeiwertes S (Vgl. Kapitel 4.1) angestellt, welcher innerhalb der vorliegenden Arbeit lediglich die Streuung der Materialkennwerte aufgrund von Inhomogenitäten und nicht, wie in der Praxis üblich, zusätzlich das Versagensrisiko in Zusammenhang mit dem jeweiligen Einsatzfall berücksichtigt. Des Weiteren sollen zum besseren Verständnis der Materialeigenschaften mögliche Zusammenhänge zwischen den charakteristischen Zielgrößen und den Versuchsparametern untersucht werden.

In den folgenden Abschnitten soll zunächst das grundsätzliche Materialverhalten unter uniaxialer Zug- und Druckbelastung analysiert werden. Daran schließt sich die Auswertung der Messergebnisse mittels uni- und multivariater Auswertungsverfahren der Statistik an. Abschließend erfolgt die Beurteilung der Anwendbarkeit der vorgestellten Festigkeitshypothesen. Letztere stützt sich neben den Experimentalergebnissen auf grundlegende Vorstellungen zum Aufbau von Netzwerkstrukturen aus Papierfaserstoffen, die Inhalt des Kapitels 2.4.2 sind.

7.2.1 Materialverhalten unter uni-axialer Zug- und Druckbeanspruchung

Zur Darstellung des Materialverhaltens fremdgefertigter Faserformprodukte unter uni-axialer Belastung werden im Folgenden die charakteristischen Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge unter Zug- und Druckbelastung verwendet. Dabei soll sich zunächst auf eine qualitative Betrachtungsweise beschränkt werden – die Quantifizierung der Versuchsergebnisse ist Inhalt der folgenden Abschnitte.

Bild 7.7 zeigt das Materialverhalten unter Zugbeanspruchung als Ausgleichskurve der realen Messwerte eines willkürlich gewählten Versuchs. Es lassen sich zwei Bereiche unterscheiden. Im Bereich kleiner Verformungen besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung, welcher bei größeren Verformungen in einen nicht-linearen Zusammenhang übergeht. Das Ende der Kennlinie beschreibt den Spannungs- und den Dehnungszustand, bei dem die Flachprobe reißt.

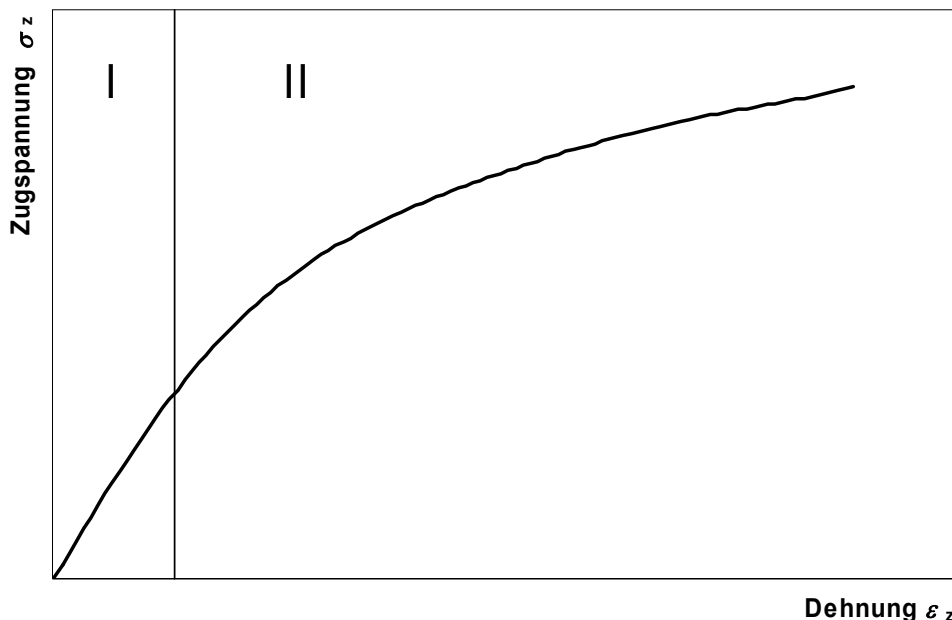


Bild 7.7: Charakteristisches Materialverhalten fremdgefertigter Faserformprodukte unter Zugbelastung

Im Folgenden ist zu klären, ob in Bereich I linear-elastisches Materialverhalten vorliegt. Dazu werden Hystereseversuche durchgeführt. Die Flachproben werden hierbei, entsprechend der Vorgehensweise bei dem regulären Zugversuch, weggeregelt belastet, allerdings nur bis zu einem bestimmten Zeitpunkt. Letzterer bestimmt den Beginn einer Entlastung der Probe mit gleicher konstanter Verfahrgeschwindigkeit der Prüfmaschine. Nach vollständiger Entlastung erfolgt eine erneute Belastung der Probe bis zum Bruch. Dabei muss erwähnt werden, dass aufgrund der Wegregelung der Prüfmaschine zur Entlastung der Probe der Referenzpunkt angefahren wird.

Bei Betrachtung der im uni-axialen Zugversuch aufgenommenen Hysteresekurve (**Bild 7.8**) ist zu erkennen, dass in Bereich I bereits geringe plastische oder visko-plastische Verformungsanteile vorliegen. Die Steigungen der drei Kurven sind jedoch augenscheinlich gleich. Es sei darauf hingewiesen, dass bei dem Anfahren des Referenzpunkts während der Entlastung aufgrund der kardanischen Aufhängung der Probenaufnahme nur sehr geringe Druckbelastungen auf die deformierte Flachprobe gewirkt haben. Bei erneuter Belastung des Prüfkörpers schließt sich die Spannungs-Dehnungs-Kurve dem Kurvenverlauf der ersten Belastung

fast vollständig an. Aufgrund der vergleichsweise geringen inelastischen Verformungen und der identischen Steigungen der drei Kurven soll für die folgenden Betrachtungen näherungsweise von einem linear-elastischen Materialverhalten in diesem Bereich gesprochen werden.

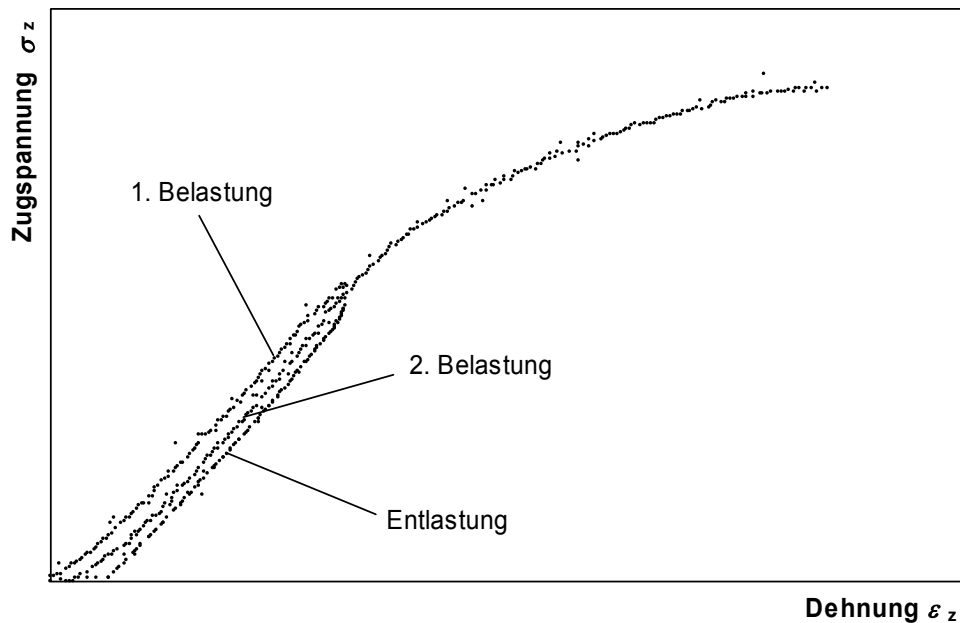


Bild 7.8: Unter Zugbeanspruchung aufgenommene Hysteresekurve

Bild 7.9 zeigt das charakteristische Materialverhalten unter uni-axialer Druckbelastung. Auch hier sind zwei ausgeprägte Bereiche erkennbar. Hystereseveruche, wie sie auch für die Zugbelastung durchgeführt wurden, zeigten vergleichbare Kurvenverläufe. Aus diesem Grund erscheint die Übertragung der im Zusammenhang mit den Zugversuchen beschriebenen Annahmen auf druckbeanspruchte Faserformprodukte legitim.

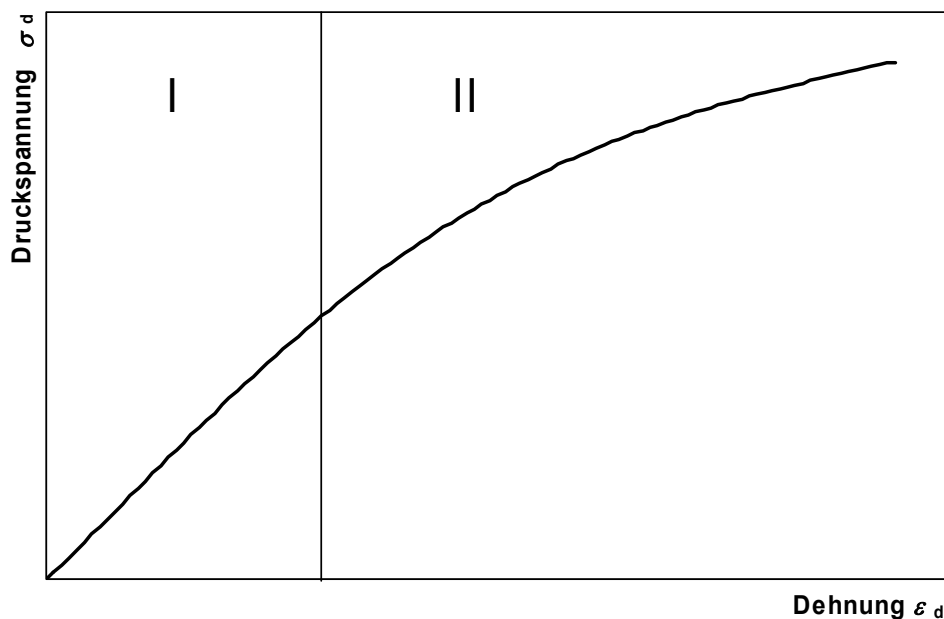


Bild 7.9: Charakteristisches Materialverhalten fremdgefertigter Faserformprodukte unter Druckbelastung

7.2.2 Auswertung der Messergebnisse

Zur Beantwortung der zu Beginn des Kapitels formulierten Fragestellungen sind die Messergebnisse mittels uni- und multivariater statistischer Auswertungsverfahren zu analysieren. Eine methodische Vorgehensweise zu einer solchen Datenanalyse sieht zunächst eine Planungsphase vor, welche die Bestimmung der für die Zielsetzung relevanten Parameter und Zusammenhänge beinhaltet. Die Auswahl geeigneter Parameter stützt sich dabei auf diverse Modellvorstellungen bezüglich des Aufbaus eines Netzwerks aus Papierfasern und dessen festigkeitsbeeinflussende Größen, welche in Kapitel 2.4.2 vorgestellt wurden. Im Anschluss sind die akquirierten Daten mit den einzelnen Analysemethoden auszuwerten. Die Grundlagen zu den einzelnen Verfahren werden in den entsprechenden Abschnitten vorgestellt.

Planung der Auswertung

Zur Planung der Vorgehensweise bei der Datenanalyse erfolgt zunächst die Bestimmung geeigneter und sinnvoll erscheinender Parameter. Neben den charakteristischen Materialkennwerten, welche die Ergebnisgrößen der Versuche darstellen, sind vor allem diejenigen Proben- und Versuchsparameter auszuwählen, welche in die Auswertung einfließen sollen. Es sei an dieser Stelle daran erinnert, dass die Festigkeit eines Netzwerks aus Papierfaserstoffen laut Modellvorstellung insbesondere von der Festigkeit einzelner Fasern, der Festigkeit der Bindungen zwischen den Fasern und der Anzahl der Bindungen pro Faser bzw. von der relativen Bindungsfläche RBF abhängt. Dieses ist bei der Auswahl geeigneter Parameter einzubeziehen.

Die Festigkeit der Einzelfasern hängt in erster Linie von der Holzart ab, aus welchem die Fasern gewonnen wurden. Da Informationen zu Hersteller, Produktart, Produktklasse und vor allem Rohstoff für fremdgefertigte Faserformprodukte, wie zuvor bereits erwähnt, oft ganz fehlen oder lediglich teilweise vorhanden sind, können diese nicht in die Auswertung einfließen. Gleiches gilt für die Angaben bezüglich Stoffkonzentration, Anformdruck und Pressdruck.

Der in einem Fasernetzwerk enthaltene Wassergehalt bestimmt laut Modellvorstellung erheblich die Festigkeit des Faserformprodukts. Dabei wirkt sich vor allem ein Effekt aus: Die Bindungskräfte der Wasserstoffbrückenbindungen nehmen mit zunehmendem Feuchtigkeitsgehalt im Bauteil ab, bzw. das eingelagerte Wasser verringert die Anzahl der Bindungsstellen zwischen zwei Fasern. Um den Einfluss dieses Effekts zu untersuchen, wurde die relative Bauteilfeuchtigkeit ermittelt.

Neben dem Gehalt an eingelagertem Wasser wird die Gesamtfestigkeit eines Bauteils aus Papierfaserstoffen durch die Anzahl bzw. Gesamtbindungsfläche zwischen benachbarten Fasern, ausgedrückt durch die mittlere relative Bindungsfläche RBF , bestimmt. Da letztgenannte Größe nicht ohne Weiteres messtechnisch ermittelt werden kann, sollen ersatzweise andere Parameter innerhalb der aufgenommenen Daten gefunden werden, welche das Potential aufweisen, die Verhältnisse im Fasernetzwerk möglichst genau abzubilden. Da die RBF insbesondere mit der Netzwerkdichte, welche ihrerseits durch das Verhältnis von Faseranteil zu dem Anteil an beispielsweise Lufteinschlüssen definiert werden kann, zusammenhängt, sind im Weiteren Versuchs- und Probenparameter zu betrachten, die Rückschlüsse auf die Netzwerkdichte zulassen. Dichteschwankungen in den Faserformprodukten beispielsweise aufgrund von Flockenbildung sollen unberücksichtigt bleiben. An dieser Stelle sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass sich die Beschreibung des Aufbaus von Netzwerken aus Naturfasern teilweise auf theoretische Größen bezieht, die in der Praxis schlecht handhabbar sind. Die Modellvorstellungen begründen

sich auf Beobachtungen mit sehr großem Detaillierungsgrad. Für den Praxiseinsatz in einer Produktionsumgebung eignet sich jedoch oft nur eine makroskopische Betrachtung des gesamten Produkts und der entsprechenden Zielgrößen als Qualitäts- oder Auslegungskennzahlen. Eine makroskopische und somit praxisnahe Betrachtungsweise soll auch im Rahmen dieser Arbeit angestrebt werden. So ist es denkbar, dass der Effekt der in Kapitel 2.4.2 beschriebenen Phänomene auf die Bauteilfestigkeit nicht hinreichend genau aufgelöst werden kann bzw. innerhalb der durch die Netzwerkinhomogenitäten hervorgerufenen Streuung der Messergebnisse, die lediglich als Zufallsstreuung interpretiert werden kann, verschwindet.

Aufgrund der konstanten Probenbreite und -länge, die sich aus den Abmessungen der Ausstanzvorrichtung ergeben, existiert ein direkter Zusammenhang zwischen Probendicke und Volumen der Flachprobe. Beide Größen eignen sich jedoch nicht dazu, einen Zusammenhang zu der Netzwerkdicke herzustellen, da die Probendicke und somit auch das Probenvolumen stark mit dem Gesamtvolumen der Fehlstellen, also insbesondere der Lufteinschlüsse, variiert. Wird der Einsatz vergleichbarer Rohstoffe vorausgesetzt, eignet sich der Parameter „Probendichte“ sehr gut zur Abbildung der Netzwerkdicke im Sinne einer Effektbestimmung, welche lediglich einen Vergleich der Messergebnisse einer Versuchsreihe und nicht die Modellierung exakter Materialwerte vorsieht. Bei fremdgefertigten Faserformprodukten bestehen in der Regel keine Informationen bezüglich des eingesetzten Rohstoffs, und es muss aus Erfahrung davon ausgegangen werden, dass dieser unter den vorliegenden Produkten erheblich variiert. Da die Fasern verschiedener Holztypen sich zwar in mittlerer Länge, Durchmesser und Wandstärke unterscheiden, die Faserwände nach der Herstellung der Produkte jedoch flach aufeinander liegen und von gleichem chemischen Aufbau sind, dürften die Rohstoffvariationen keinen gravierenden Einfluss auf die Bestimmung der Netzwerkdicke haben. Dennoch kann vor allem aufgrund der variierenden Faserwandstärken nur bedingt auf die *RBF* geschlossen werden. Das Einbeziehen der Probendichte in die Auswertung wird als sinnvoll erachtet, die Ergebnisse sollten aber kritisch begutachtet werden.

Ein weiterer Parameter, der theoretisch in der Lage sein sollte, die Netzwerkdicke abzubilden, ist der in gesonderten Versuchen ermittelte Verdichtungsgrad λ_v . Das dadurch bestimmte Verhältnis von Probendicke unter der Last der Presse zu initialer Dicke liefert bei konstantem Probendurchmesser eine proportionale Größe zum Verhältnis zwischen anteiligem Faser- und Gesamtvolumen. Es muss beachtet werden, dass die Verdichtungsversuche an Probekörpern durchgeführt wurden, die zwar in denselben Bereichen einer Faserform-Verpackung wie die Zug- und Druckproben entnommen wurden, die Eigenschaften des Fasernetzwerks aufgrund des abweichenden Entnahmeorts jedoch stark unterschiedlich zu denen der Flachproben sein können. Des Weiteren soll der Zusammenhang zwischen Verdichtungsgrad und Rückverformungsgrad untersucht werden.

Die Klimabedingungen werden lediglich zur Bestimmung von Ausreißern unter den Experimentalergebnissen aufgenommen. Da ein konstantes Umgebungsklima während der Versuchsdurchführung angestrebt und auch erzielt wurde, sind die Schwankungen nur gering und sollten keinen Einfluss auf die Messergebnisse haben.

Die Prüfgeschwindigkeit wurde innerhalb der aus einem Verpackungsteil entnommenen Probensätze gezielt mit $v_p = 1, 5, 25, 50$ mm/min variiert. Wenn lediglich ein Probensatz einer Faserform-Verpackung entnommen werden konnte – dieses traf für die meisten Produkte zu – so wurde dieser mit $v_p = 1$ mm/min getestet. In der Auswertung ist zu untersuchen, ob bei Faserformprodukten ein geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten auch bei vergleichswei-

se geringen Belastungsgeschwindigkeiten zu beobachten ist. Aufgrund der sehr kleinen Datenmenge sind die Ergebnisse jedoch sehr kritisch zu bewerten.

Die Messwerte für die vertikale Rissausbreitung l_R und vor allem für den Mindestabstand zur Einspannung l_K werden, vergleichbar mit den Klimabedingungen, zu Kontrollzwecken eingesetzt. Erwartungsgemäß besteht ein enger Zusammenhang zwischen beiden Größen und der geometrischen Verteilung der Inhomogenitäten in der Probe, wie beispielsweise die Lage der Fehlstellen oder die durch Faserflocken bedingte Verteilung der Netzwerkdicke. Die Analyse der Daten für den Mindestabstand zur Klemme soll darüber hinaus mögliche Einflüsse der Klemmenspannung auf die charakteristischen Materialkenngrößen aufdecken.

Die Zielsetzung der Auswertung der Vorversuche erfordert in erster Linie eine univariate Analyse der zuvor erwähnten Einflussgrößen sowie der charakteristischen Materialkennwerte, welche die Zielgrößen dieser Versuchsreihe darstellen. Anschließend sollen die Zusammenhänge zwischen Einfluss- und Zielparametern näher untersucht werden. Bei der Auswertung soll insbesondere den Fließgrenzen eine besondere Bedeutung beigemessen werden, da diese direkt in die Festigkeitshypothesen einfließen. Um einen vorläufigen Sicherheitsbeiwert S zu bestimmen, der die Streuung der Zielgrößen aufgrund von Inhomogenitäten in einem Faserformprodukt berücksichtigt, soll die Standardabweichung der Messergebnisse, welche jeweils einem Verpackungsteil zuzuordnen sind, analysiert werden. Die Untersuchung des Einflusses der Klemmenspannung auf die Messergebnisse soll mittels einer univariaten Analyse des Mindestabstands zu einer der Klemmen und einer Effektbestimmung der letztgenannten Größe auf die Festigkeitswerte erfolgen.

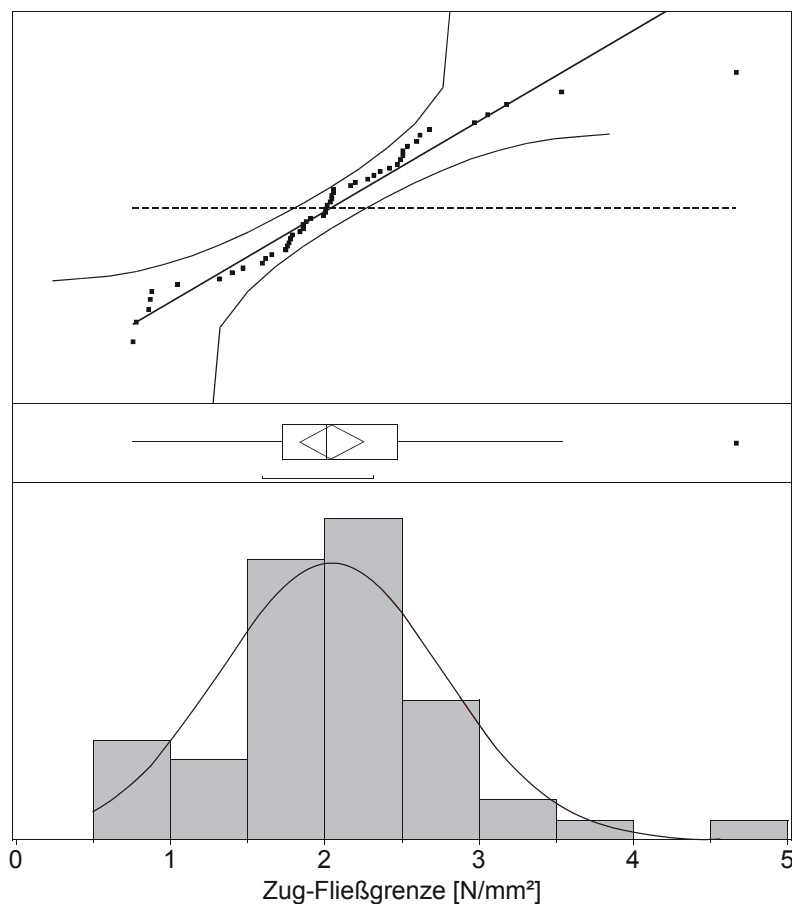


Bild 7.10: Häufigkeitsverteilung des Parameters „Zug-Fließgrenze“ mit Box-Plot und Normalverteilungsplot

Univariate Datenanalyse

Entsprechend der Versuchsauswertung soll zunächst die univariate Analyse der Zielgrößen und ausgewählten Einflussgrößen durchgeführt werden. Darin werden die Messergebnisse zwecks erster Beurteilung der Struktur bezüglich der auftretenden Häufigkeit und Ausprägung getrennt voneinander untersucht. Diese einfache statistische Auswertungsmethode ist größtenteils grafischer Natur. Neben der Darstellung einer Häufigkeitsverteilung der Daten mittels Histogrammen werden so genannte Box-Plots zur Ermittlung eindimensionaler Ausreißer verwendet. Bei Versuchen, die im Sinne der statistischen Versuchsmethodik ungeplant sind, wird erwartet, dass sowohl die Einfluss- als auch die Zielgrößen zufällig verteilt sind, also einer Normalverteilung folgen. Die Datenmenge kann dann auf einfache Weise durch den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ beschrieben werden. Aus diesem Grund wird im Verlauf der univariaten Analyse auf die Darstellung aller Histogramme verzichtet, und es werden lediglich jene gezeigt, die stark von der Normalverteilung abweichen. Zur vollständigen Dokumentation der Ergebnisse werden die empirisch ermittelten Werte von Erwartungswert und Standardabweichung tabellarisch zusammengefasst. Informationen bezüglich eindimensionaler Ausreißer sind insbesondere für die weiterführenden Datenanalysen wichtig. Sie sollen an dieser Stelle jedoch nicht explizit diskutiert werden.

Der untere Teil von **Bild 7.10** zeigt neben der Häufigkeitsverteilung der Messdaten für die Zug-Fließgrenze $\sigma_{F,z}$ eine an die Daten angepasste Normalverteilung, die durch den Mittelwert \bar{y} und die empirische Standardabweichung s bestimmt ist. Diese sind über die folgenden Formeln /WEI99/ zu berechnen und in **Bild 7.13** für alle untersuchten Größen zusammengefasst.

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (7.5)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (7.6)$$

Potentielle eindimensionale Ausreißer können mittels eines Box-Plots, wie er in der Mitte von **Bild 7.10** zu sehen ist, ermittelt werden. Dabei müssen diejenigen Datenpunkte, welche außerhalb der Bereiche liegen, die durch die sogenannten Whisker (**Bild 7.11**) aufgespannt werden, als kritisch angesehen werden.

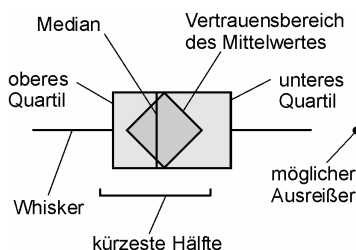


Bild 7.11: Aufbau eines Box-Plots

Die Whisker reichen auf jeder Seite des interquartilen Bereiches, welcher durch das untere und obere Quartil begrenzt wird, bis zu einem Punkt, der vom jeweiligen Quartil einen Abstand entsprechend dem 1,5-fachen des interquartilen Bereiches aufweist.

Der Normalverteilungsplot als weiteres Hilfsmittel der univariaten Analyse ermöglicht eine Beurteilung der Verteilungsform der Daten. Wenn die Punkte entlang einer

Geraden angeordnet sind, liegt eine Normalverteilung der Daten vor. Weisen die Messwerte jedoch eine bestimmte, von einer Geraden abweichenden Form auf, so kann u. U. auf andere Verteilungsfunktionen geschlossen werden. Die grafische Bewertung des Normalverteilungs-

plots ist beispielsweise in /NET96/ beschrieben. Für die meisten statistischen Auswertungsverfahren wird eine normalverteilte Datenmenge gefordert. Zusätzlich zum Normalverteilungsplot erlaubt der Box-Plot eine Aussage beispielsweise über die Symmetrieeigenschaften der Häufigkeitsverteilung der Daten. Dazu sollte das kürzeste Intervall, das die Hälfte der Daten enthält, mittig zum interquartilen Bereich angeordnet sein.

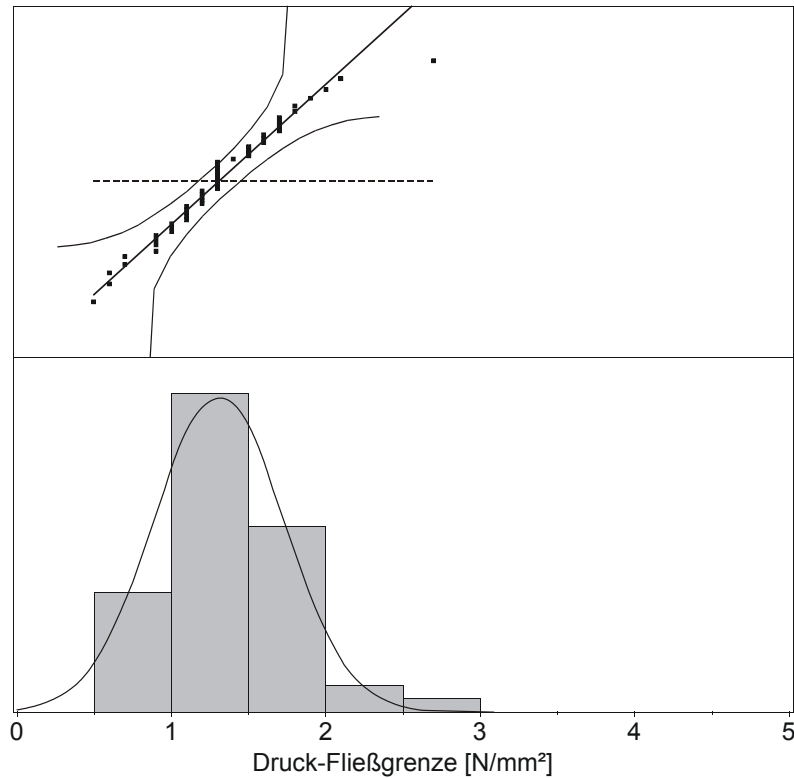


Bild 7.12: Häufigkeitsverteilung des Parameters „Druck-Fließgrenze“ mit Normalverteilungsplot

Einflussgröße	Parameter der Normalverteilung		Zielgröße	Parameter der Normalverteilung	
	\bar{y}	s		\bar{y}	s
r_F	8,64	0,724	$\sigma_{B,z}$	2,59	0,934
ρ	0,31	0,042	$\varepsilon_{B,z}$	2,18	0,518
$l_K^{1)}$			E_z	254,20	87,317
$l_R^{2)}$			$\sigma_{F,z}$	2,05	0,722
λ_V	13,97	2,912	$\sigma_{B,d}$	1,32	0,399
λ_R	36,30	6,148	$\varepsilon_{B,d}$	1,16	0,493
			E_d	226,86	133,589
			$\sigma_{F,d}$	1,31	0,417

¹⁾ Anpassung durch Gleichverteilung

²⁾ Anpassung durch logarithmische Normalverteilung

Bild 7.13: Zusammenfassung der empirischen Erwartungswerte und Standardabweichungen

Die Werte für die Zug-Fließgrenze sind nahezu normalverteilt, erkennbar an der Form des Histogramms selbst und an dem Normalverteilungsplot. Im Mittel ist für fremdgefertigte Faserform-Verpackungen ein Versagen unter uni-axialer Zugbelastung bei $2,05 \text{ N/mm}^2$ zu erwarten. Der Messwert, welcher der Klasse $4,5 \text{ N/mm}^2 \leq y < 5 \text{ N/mm}^2$ zuzuordnen ist, konnte als potentieller Ausreißer identifiziert werden. Der Mittelwert der Druck-Fließgrenze kann mit $1,31 \text{ N/mm}^2$ angegeben werden. Es scheint also eine Zug-Druck-Anisotropie bezüglich der betrachteten Versagenskennwerte vorzuliegen. Zur Überprüfung dieser Annahme soll zum einen die Häufigkeitsverteilung des Verhältniswerts von Zug- zu Druck-Fließgrenze und

zum anderen im nächsten Abschnitt ein Vergleich der Mittelwerte der Fließgrenzen unter Zug- und Druckbelastung erfolgen.

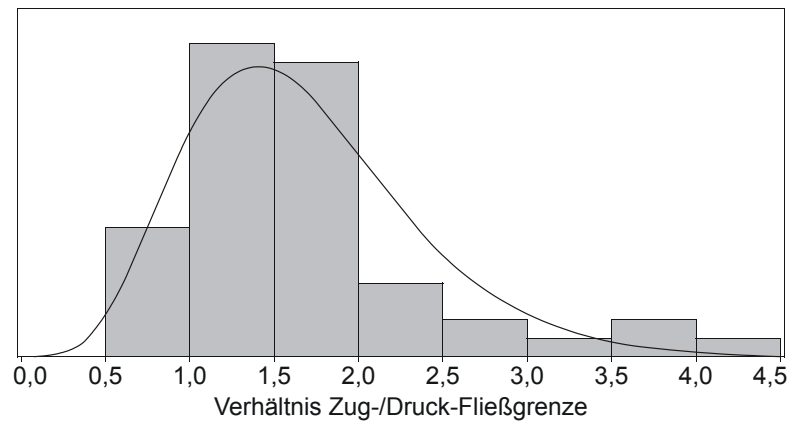


Bild 7.14: Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Fließgrenze

Wie durch die Betrachtung des Histogramms in **Bild 7.14** zu sehen ist, können die Werte, die sich aus der Bildung des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Fließgrenze ergeben, nicht hinreichend genau durch eine Normalverteilung abgebildet werden. Vielmehr sind die Daten gammaverteilt. Aus diesem Grund erscheint es sinnvoll, die Interpretation der Werte auf diverse Quantile anstatt auf die Parameter \bar{y} und s zu stützen. Die Ergebnisse, welche in **Bild 7.15** zusammengefasst sind, unterstützen die Annahme einer Zug-Druck-Anisotropie der Versagenskennwerte für Faserformprodukte. Dabei ist festzuhalten, dass der Median mit 1,5 auf einen deutlichen Unterschied zwischen den Zug- und Druck-Kennwerten hinweist. Das Verhältnis von Zug- zu Druck-Fließgrenze von Eins kann dem 14 %-igen Quantil zugeordnet werden. Demnach ist ein Großteil der untersuchten Faserform-Verpackungen in Zugrichtung höher belastbar als in Druckrichtung.

Quantil		Verhältnis Zug-/ Druck-Fließgrenze
100.0%	Maximum	4,2455
97.5%		4,1596
90.0%		2,8089
75.0%	oberes Quartil	1,9152
50.0%	Median	1,5147
25.0%	unteres Quartil	1,1818
10.0%		0,9233
2.5%		0,6802
0.0%	Minimum	0,6333

Bild 7.15: Ergebnisse der univariaten Analyse des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Fließgrenze

Bild 7.16 zeigt die Häufigkeitsverteilung und den Normalverteilungsplot (NVP) der Messwerte für den minimalen Abstand des Risses bis zur Einspannklemme. Die Daten sind nahezu gleichmäßig zwischen 6 und 34 mm verteilt. Die Annahme einer Gleichverteilung wird auch durch die Form der Datenpunkte in dem NVP bestätigt. Bei einem Mindestabstand von 6 mm, was nahezu einem Zehntel der freien Einspannlänge $l_F = 70$ mm für den Zugversuch entspricht, ist davon auszugehen, dass die Klemmenspannung die Festigkeitskennwerte nicht oder nur in geringem Maße beeinflusst. Zusätzliche Untersuchungen, die einer Verifikation dieser Annahme dienen sollen, sind Inhalt der bivariaten Datenanalyse.

Die Messwerte für die vertikale Rissausbreitung (**Bild 7.17**) häufen sich im Bereich zwischen 3 und 13 mm. Da jedoch einige Proben weit größere Werte aufweisen, lässt sich keine Normalverteilung der Daten annehmen. Eine gute Anpassung wird jedoch durch eine Gamma-Verteilung erzielt.

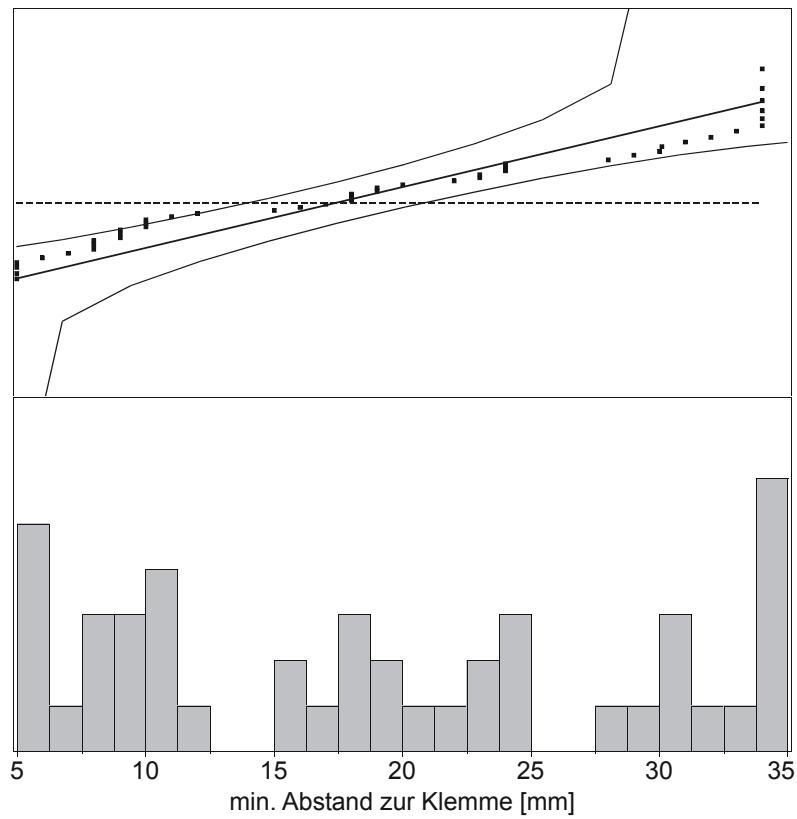


Bild 7.16: Häufigkeitsverteilung des Parameters „minimaler Abstand zur Klemme“ mit Normalverteilungsplot

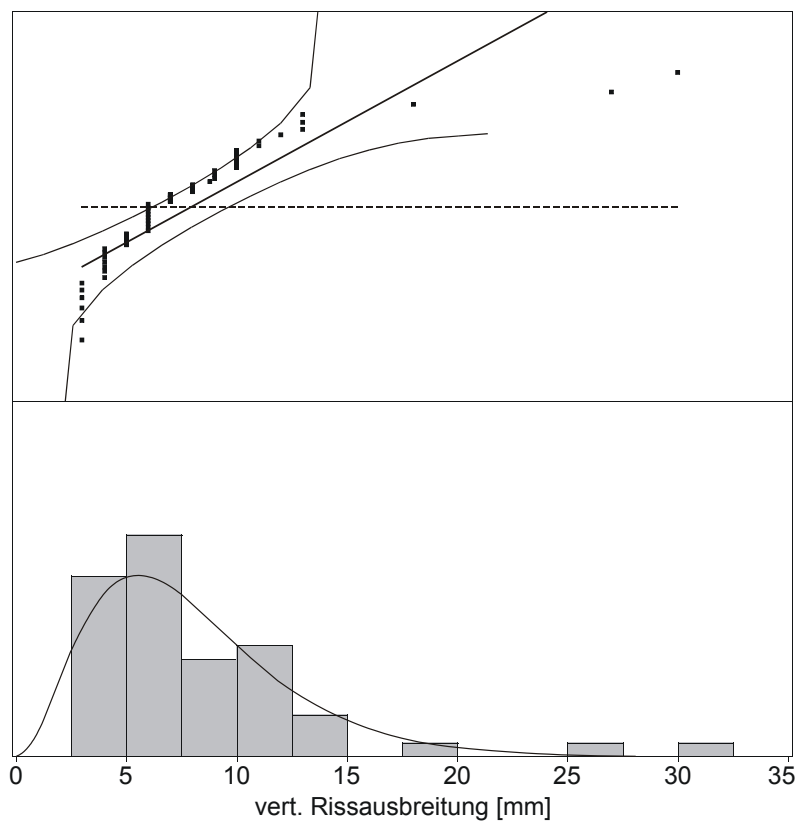


Bild 7.17: Häufigkeitsverteilung des Parameters „vertikale Rissausbreitung“ mit Normalverteilungsplot

Bivariate Datenanalyse

Im Rahmen der bivariaten Datenanalyse werden die Daten von jeweils zwei Parametern miteinander verglichen. Um die zuvor aufgestellte Behauptung, dass sich die charakteristischen Materialkennwerte in Abhängigkeit von der Belastungsrichtung signifikant voneinander unterscheiden, zu überprüfen, wird zunächst ein Mittelwertvergleich der beiden Parameter durchgeführt. Dazu müssen die Mittelwerte der jeweiligen Größen unter Zug- und Druckbelastung bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % verglichen werden.

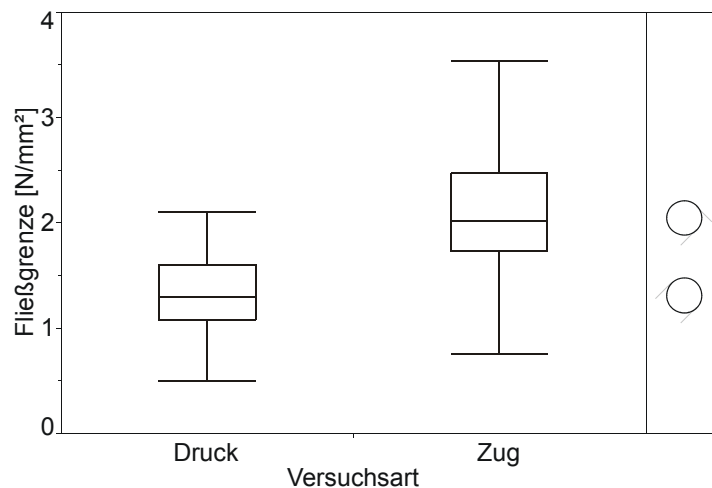


Bild 7.18: Mittelwertvergleich der Fließgrenzen

In **Bild 7.18** sind die Verteilungen der Werte von Zug- und Druck-Fließgrenze mittels eines Box-Plots gegenübergestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die interquartilen Bereiche nicht überschneiden – ein weiteres Indiz dafür, dass sich die Versagenskennwerte unter den verschiedenen Belastungsarten voneinander unterscheiden. Die Kreise rechts im Bild stellen das grafische Ergebnis des Vergleichs der Mittelwerte beider Verteilungen dar, wobei die Kreisdurchmesser der Größe der 95 %-igen Vertrauensbereiche der Mittelwerte entsprechen, die nach folgender Formel /KLE03/ berechnet werden können. Würden sich diese überschneiden, so müsste die Gleichheit der Mittelwerte mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5 % angenommen werden. Da dieses für die Werte der Fließgrenzen nicht zutrifft, kann davon ausgegangen werden, dass sich die Mittelwerte unterscheiden.

$$\bar{y} - \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{y} + \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}} \quad (7.7)$$

mit t = Perzentil der *Studentschen* t-Verteilung

Um erste Informationen über eventuell bestehende Abhängigkeiten zwischen den betrachteten Einfluss- und Zielgrößen zu erhalten, werden die Daten in einer Streudiagramm-Matrix (**Bild 7.19**) dargestellt. Dieses Auswertungsverfahren dient in erster Linie dem Auffinden linearer Zusammenhänge. Abhängigkeiten höherer Ordnung können lediglich durch die Verteilung der Datenpunkte erahnt werden. Zur Vereinfachung der grafischen Begutachtung wurden Ellipsen hinzugefügt, die 95 % der Messwerte umfassen. Eine lineare Ausprägung, erkennbar an einer Ellipsenform, die ein Verhältnis der Halbachsen deutlich von Eins verschieden aufweist, ergibt sich beispielsweise für den Zusammenhang zwischen dem Verdichtungsgrad λ_V und dem Rückverformungsgrad λ_R . Es fällt jedoch auf, dass nur wenig Abhängigkeiten ver-

gleichbarer Ausprägung existieren. Da eine grafische Auswertung in der Regel keine objektive Bewertung zulässt, wird zusätzlich eine numerische Untersuchung der Daten angestrebt. Dazu wird eine Matrix (**Bild 7.20**) eingesetzt, deren Einträge die empirischen Korrelationskoeffizienten r_{XY} der entsprechenden Parameterpaare XY darstellen, welche die Stärke des linearen Zusammenhangs charakterisieren. Der Korrelationskoeffizient kann durch folgende Formel /WEI99/ berechnet werden.

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \tag{7.8}$$

mit $-1 \leq r_{XY} \leq 1$



Bild 7.19: Streudiagramm-Matrix der Einfluss- und Zielgrößen

r_F	-0,007	-0,065	-0,059	0,130	0,167	0,194	0,104	0,087	0,103	0,121	0,062	-0,010	0,245
	ρ	-0,123	0,017	0,335	0,214	0,774	0,339	0,311	0,326	0,532	-0,169	0,318	0,436
		l_K	-0,301	0,121	0,223	-0,019	0,040	-0,312	-0,359	0,150	0,360	-0,337	0,140
			l_R	-0,022	-0,086	-0,048	-0,178	0,274	0,358	-0,234	-0,188	0,176	-0,240
				λ_V	0,814	0,309	0,144	0,195	0,121	0,419	-0,048	0,100	0,359
					λ_R	0,203	0,092	0,102	0,053	0,302	0,113	-0,001	0,256
						$\sigma_{B,z}$	0,446	0,335	0,304	0,617	-0,138	0,300	0,601
							$\varepsilon_{B,z}$	0,116	0,125	0,213	0,071	0,169	0,132
								E_z	0,874	0,146	-0,307	0,421	0,155
									$\sigma_{F,z}$	0,142	-0,373	0,451	0,131
										$\sigma_{B,d}$	-0,151	0,199	0,958
											$\varepsilon_{B,d}$	-0,692	-0,139
												E_d	0,164
													$\sigma_{F,d}$

Bild 7.20: Korrelations-Matrix der Einfluss- und Zielgrößen

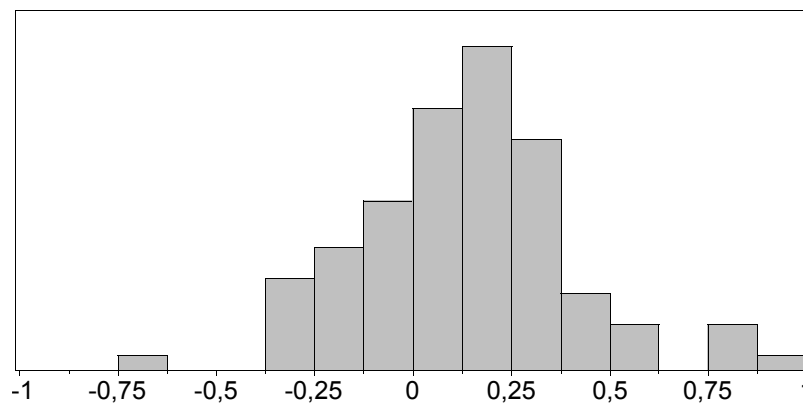


Bild 7.21: Häufigkeitsverteilung der Korrelationskoeffizienten

Bei Betrachtung der Häufigkeitsverteilung der Korrelationskoeffizienten (**Bild 7.21**) fällt auf, dass 91 % aller Parameterpaare einen Korrelationskoeffizienten in dem Bereich $-0,5 \leq r_{XY} \leq 0,5$ aufweisen, also einen relativ schwachen linearen Zusammenhang aufweisen. Starke Abhängigkeiten, die hier mit $|r_{XY}| \geq 0,75$ definiert seien, existieren lediglich zwischen folgenden Parameterpaaren:

- Probendichte ρ \Leftrightarrow Zugfestigkeit $\sigma_{B,z}$
- Verdichtungsgrad λ_V \Leftrightarrow Rückverformungsgrad λ_R
- Zug-Elastizitätsmodul E_z \Leftrightarrow Zug-Fließgrenze $\sigma_{F,z}$
- Druckfestigkeit $\sigma_{B,d}$ \Leftrightarrow Druck-Fließgrenze $\sigma_{F,d}$

Da eine lineare Abhängigkeit zwischen Verdichtungs- und Rückverformungsgrad besteht, erscheint es sinnvoll, im Verlauf der weiteren Datenauswertung nur noch eine der beiden Größen zu betrachten. Aufgrund der Relevanz, die sich aus den theoretischen Annahmen ergeben, welche in der Planungsphase getroffen wurden, fällt die Wahl auf den Parameter „Verdichtungsgrad“.

Im Rahmen einer Effektanalyse sollen im Folgenden die Abhängigkeiten zwischen ausgewählten Einflussgrößen und den charakteristischen Materialkennwerten näher untersucht werden.

Effektanalyse

Die Effektanalyse dient der Ermittlung der signifikanten Einflussfaktoren auf die untersuchte Zielgröße. Sie stützt sich auf Regressionsmodelle, die ihrerseits auf einer Datenanpassung beruhen, welche die Minimierung der Fehlerquadratsumme verfolgt. Die folgende Formel gibt ein einfaches lineares Regressionsmodell wieder.

$$y_i = f(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,K}; \beta_0, \dots, \beta_K) + \varepsilon_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \dots + \beta_K x_{i,K} + \varepsilon_i \quad (7.9)$$

mit y_i = bekannte Zielgrößen

β_j = unbekannte Modellparameter

$x_{i,j}$ = bekannte Einflussgrößen

ε_i = unbekannter Fehlerterm; Annahme: unabhängig identisch normalverteilt mit $N(0, \sigma^2)$

Ein an eine Datenmenge angepasstes Regressionsmodell nimmt die folgende Form an:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i,1} + \dots + b_K x_{i,K} \quad (7.10)$$

mit \hat{y}_i = Schätzwerte der Zielgrößen bzw. Vorhersagewerte

b_j = Schätzwerte der Modellparameter β_j

Als Residuum e_i wird der Anteil einer Messwertausprägung y_i bezeichnet, der nicht durch das angepasste Regressionsmodell erklärt werden kann. Er berechnet sich durch:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (7.11)$$

Bild 7.22 zeigt die Zusammenhänge in grafischer Form.

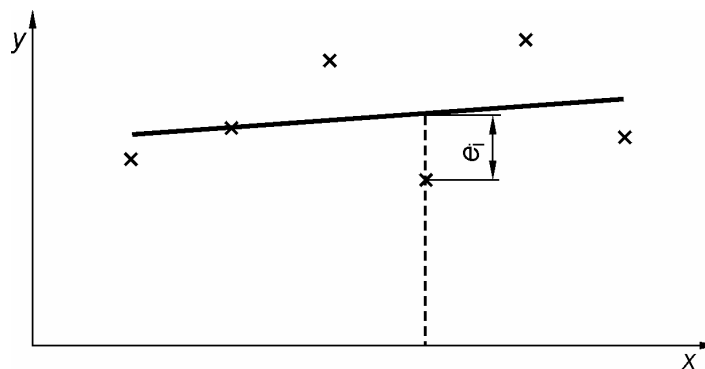


Bild 7.22: Definition Residuen

Die Anpassungsgüte des Modells R^2 gibt die Qualität an, mit der die Datenmenge durch das Modell wiedergegeben wird.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SSTO} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (7.12)$$

Die Effekte sind proportional zu den berechneten Schätzwerten b_j der Modellparameter β_j . Die Qualität der Ergebnisse, die eine Regressionsanalyse liefert, hängt davon ab, ob die Voraussetzungen an die Datenstruktur, welche an dieses statistische Verfahren geknüpft sind, gewahrt werden. Im Zusammenhang mit der Effektanalyse, die eine Untersuchung der Abhängigkeit zwischen einer Zielgröße und einzelnen Einflussgrößen beinhaltet, sei vor allem auf zwei Anforderungen an die Daten verwiesen /NET96/:

- die Standardabweichung muss unabhängig von der Einflussgröße sein (konstante Varianz),
- die Einflussgrößen müssen voneinander unabhängig sein.

Bei Messreihen, die im Sinne der Methoden der statistischen Versuchsplanung organisiert wurden, sind die für eine Auswertung der Regressionsmodelle geforderten Voraussetzungen erfüllt. Bei den hier betrachteten Vorversuchen, mit Ausnahme der Prüfungsgeschwindigkeit, war keine gezielte Variation der Einflussgrößen möglich. Im Laufe der Effektanalyse hat sich herausgestellt, dass die zuvor erwähnten Voraussetzungen an die Datenstruktur verletzt wurden. Aus diesem Grund mussten die Einflussgrößen standardisiert und orthogonalisiert werden.

Die Effektanalyse liefert p-Werte, welche die Wahrscheinlichkeit angeben, dass die entsprechende Einflussgröße identisch Null ist. Genauer gesagt, werden die (1-p)-Vertrauensintervalle bestimmt, die gerade die Null umfassen. In der Regel werden drei Signifikanzstufen unterschieden /KLE03/:

Vertrauensbereich	Kürzel	Beurteilung des Effekts
$(1-p) < 95 \%$	-	insignifikant
$95 \% \leq (1-p) < 99 \%$	*	indifferent, möglichst mehr Daten sammeln
$99 \% \leq (1-p) < 99,9 \%$	**	signifikant
$99,9 \% \leq (1-p)$	***	hochsignifikant

Bild 7.23: Signifikanzstufen zur Beurteilung der Effekte der Einflussgrößen

Einflussgrößen	Zielgrößen							
	$\sigma_{B,z}$	$\varepsilon_{B,z}$	E_z	$\sigma_{F,z}$	$\sigma_{B,d}$	$\varepsilon_{B,d}$	E_d	$\sigma_{F,d}$
r_F	*	-	-	-	-	-	-	-
ρ	***	*	*	*	***	-	*	***
ν_P	-	-	-	-	-	-	-	-
λ_V	-	-	-	-	*	-	-	-

Bild 7.24: Ergebnisse der Effektanalyse

Bild 7.24 zeigt die Ergebnisse der Effektanalyse. Es sei erneut darauf hingewiesen, dass für die untersuchten Faserform-Verpackungen keine Informationen über den eingesetzten Rohstoff und die Herstellbedingungen vorlagen, diese jedoch bei verschiedenen Produzenten erfahrungsgemäß stark variieren. Aus diesem Grund ist die Einsetzbarkeit der vorliegenden Ergebnisse nur sehr eingeschränkt möglich. Dennoch bleibt festzuhalten, dass sich die Rohstoffdichte als einziger Parameter dazu eignet, auf einige Materialkennwerte fremdgefertigter Faserformteile zu schließen. Sie scheint geeignet zu sein, die Inhomogenitäten, wie z. B. Flockenbildung, die auch die Festigkeitseigenschaften beeinflussen, innerhalb eines Bauteils abzubilden.

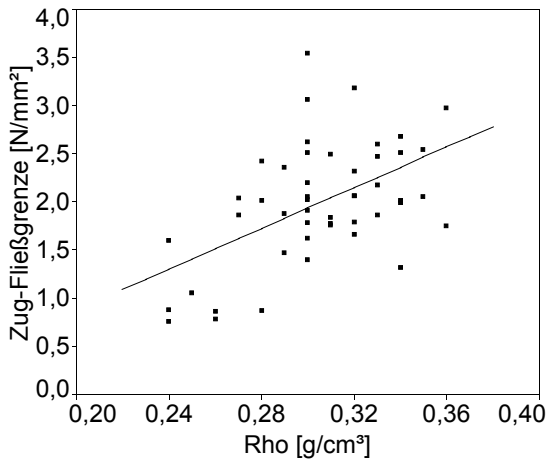
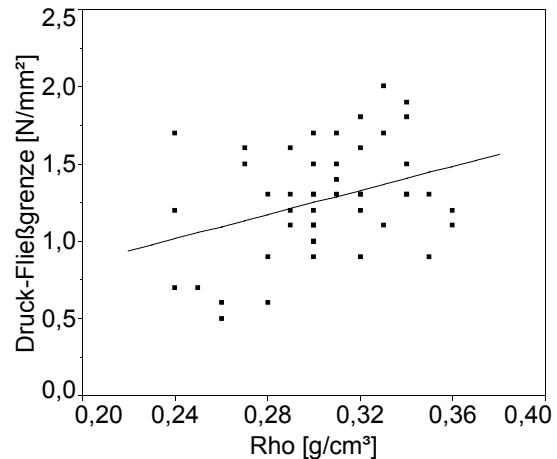
Bild 7.25: Regressionsgerade $\sigma_{F,z}$ über ρ Bild 7.26: Regressionsgerade $\sigma_{F,d}$ über ρ

Bild 7.25 und **Bild 7.26** zeigen die Regressionsgeraden der Zusammenhänge zwischen den Fließgrenzen und der Probedichte. Die angepassten Regressionsmodelle lauten:

$$\hat{\sigma}_{F,z} = -1,240235 + 10,588474 \cdot \rho ; R^2 = 0,272 \quad (7.13)$$

$$\hat{\sigma}_{F,d} = 0,0812643 + 3,8980138 \cdot \rho ; R^2 = 0,116 \quad (7.14)$$

Da die Klimabedingungen während der Versuchsdurchführung konstant gehalten wurden, ergaben sich nur relativ geringe Schwankungen der Bauteilfeuchtigkeiten. Aufgrund der Funktionsweise der Wasserstoffbrückenbindungen und der Abhängigkeit der Bindungskräfte von den im Fasernetzwerk eingelagerten Wassermolekülen soll weiterhin an der Vermutung festgehalten werden, dass ein Zusammenhang zwischen der Bauteilfeuchtigkeit bzw. dem Umgebungsklima und den charakteristischen Materialkennwerten besteht. Es ist anzunehmen, dass die Variation der Bauteilfeuchtigkeit zu gering war, um deren Einfluss nachzuweisen. Aus diesem Grund soll in weiteren Versuchsreihen eine gezielte Variation des Feuchtigkeitsgehaltes erfolgen.

Da der Verdichtungsgrad selbst bei diesen kritischen Daten zumindest auf eine Größe einen indifferenten Effekt zeigte, soll auch er in den folgenden Versuchsreihen untersucht werden.

Eine weiterführende Diskussion der Ergebnisse, die in Zusammenhang mit der Abschätzung der Anwendbarkeit der zuvor vorgestellten Fließbedingungen steht, ist Inhalt des nächsten Abschnitts.

Bestimmung eines vorläufigen Sicherheitsbeiwertes S

Zur Bestimmung eines vorläufigen Sicherheitsbeiwertes S sind die Standardabweichungen innerhalb der einzelnen Transferteile zu untersuchen. Dabei können nur diejenigen Produkte in die Auswertung einfließen, welche aufgrund ihrer Größe eine Entnahme von mindestens zwei Probensätzen zuließen. Aufgrund der relativ großen Messwertstreuungen innerhalb dieser Versuchsreihe spielen die Messfehler eine untergeordnete Rolle – sie können bei der Ermittlung des Sicherheitsbeiwertes vernachlässigt werden. Da sich eine belastungsgerechte Dimensionierung (Vgl. **Bild 4.1**), wie sie im Rahmen dieser Arbeit für Faserformprodukte entwickelt werden soll, auf Versagenskennwerte stützt, ist ein geeigneter Sicherheitsbeiwert auf diese Größen zu beziehen. Im Rahmen dieses Kapitels sollen lediglich die Fließgrenzen, welche den Übergang zu plastischen Deformationen markieren, als Versagensgrenzen berücksichtigt werden. Nur diese

stehen im Zusammenhang mit den Fließbedingungen, deren Anwendbarkeit bezüglich des vorliegenden Materials hier untersucht werden soll. Die Betrachtung des plastischen Kollaps als Versagensgrenze erfolgt zu einem späteren Zeitpunkt. Der Wert S muss unabhängig von den quantitativen Ausprägungen der Versagenskennwerte sein. Grundsätzlich muss im Rahmen der Bauteilauslegung nach **Bild 4.1** neben dem Wert S ein Materialkennwert R , der u. U. von diversen Einflussgrößen λ_i abhängt, im Vorfeld bekannt sein. In dem vorliegenden Fall wird für R die Versagenskenngröße $\sigma_{F,z}$ oder alternativ $\sigma_{F,d}$ benutzt – es bleibt zu untersuchen, welche der beiden Größen besser geeignet ist. Genau genommen kommt also der Erwartungswert $E(\sigma_{F,i})$ bzw. $E(\sigma_{F,i} \cdot \lambda_i)$ zum Einsatz, der zuvor experimentell ermittelt worden ist. Im Sinne der Bestimmung eines konservativen Sicherheitsbeiwertes S , der den ungünstigsten Fall abdecken soll, der bei einer Bauteildimensionierung auftreten kann, ist folgende Annahme zu treffen: Der im Vorfeld bestimmte Wert $E(\sigma_{F,i} \cdot \lambda_i)$ wird nicht an jeder Stelle des auszulegenden Produkts erreicht. Vielmehr existiert ein Bereich in dem zu dimensionierenden Bauteil, der lediglich mit $\sigma_{F,i \min}$ belastet werden darf, bevor er versagt. Durch einen geeigneten Sicherheitsbeiwert S ist der Erwartungswert $E(\sigma_{F,i} \cdot \lambda_i)$ der minimal zu erwartenden Belastungsgrenze $\sigma_{F,i \min}$ anzupassen. Daraus folgt zunächst:

$$S_i = \frac{E(\sigma_{F,i} \cdot \lambda_i)}{\sigma_{F,i \min}} \quad (7.15)$$

Wie zuvor erwähnt, sind zur Bestimmung eines geeigneten Sicherheitsbeiwertes die Messwerte der einzelnen Verpackungsteile zu betrachten, die es zuließen, mindestens zwei Probensätze zu entnehmen. Die Auswertung soll der Entscheidung dienen, welchem der beiden möglichen Versagenskennwerte ($\sigma_{F,z}$ oder $\sigma_{F,d}$) Vorzug zu gewähren ist. Des weiteren interessiert hinsichtlich des Praxiseinsatzes die Frage, ob es sinnvoller ist, den Erwartungswert auf alle bisher untersuchten Faserformprodukte zu beziehen oder vor der eigentlichen Dimensionierung Proben zu testen, welche der laufenden Produktion entnommen wurden. Dazu ist als Erwartungswert zum einen der Mittelwert aus allen 50 Vorversuchen und zum anderen der Mittelwert für das jeweilige Verpackungsteil j zu benutzen. Um die Ergebnisse statistisch abzusichern, sind sowohl für den Erwartungswert als auch für den Minimalwert die 95 %-tigen Vertrauens- bzw. Prognoseintervalle einzusetzen. Im Sinne einer Betrachtung des ungünstigsten Falles ist für den Erwartungswert die obere und für den Minimalwert die untere Grenze zu benutzen, die sich aus dem entsprechenden Wert der *Studentschen t-Verteilung* für die Freiheitsgrade ν der Datenanpassung und dem Standardfehler berechnet. Letztgenannter ergibt sich aus der Standardabweichung und der Wurzel der Anzahl der Merkmalsausprägungen. Dabei kann es vorkommen, dass $\sigma_{F,i \min}$ negativ wird. Aus diesem Grund muss die obige Formel umgestellt werden. Unter Verwendung des Mittelwerts für alle 50 Messwerte (Szenario I) ergibt sich folgender Zusammenhang.

$$S_{ij} = \frac{E(\sigma_{F,i}) + t(0,95;\nu) \cdot \frac{s(\sigma_{F,i})}{\sqrt{N}}}{\min(\sigma_{F,ij}) - t(0,95;\nu) \cdot \frac{s(\min(\sigma_{F,ij}))}{\sqrt{N_j}}} = \frac{a}{b} = \frac{a-b+b}{b} = \frac{a-b}{b} + 1 \quad (7.16)$$

$$\approx \frac{\left(E(\sigma_{F,i}) + t(0,95;\nu) \cdot \frac{s(\sigma_{F,i})}{\sqrt{N}} \right) - \left(\min(\sigma_{F,ij}) - t(0,95;\nu) \cdot \frac{s(\min(\sigma_{F,ij}))}{\sqrt{N_j}} \right)}{\min(\sigma_{F,ij})} + 1$$

Zur Berechnung von S_{ij} für den Fall der Ermittlung der Erwartungswerte aus den jeweiligen Verpackungsteilen $\sigma_{F,i,j}$ (Szenario II) muss die Formel entsprechend verändert werden. In **Bild 7.27** sind die hierbei einzubeziehenden Größen beispielhaft für eine Verpackung, der fünf Probensätze ($\nu = 4$) entnommen wurden, definiert.

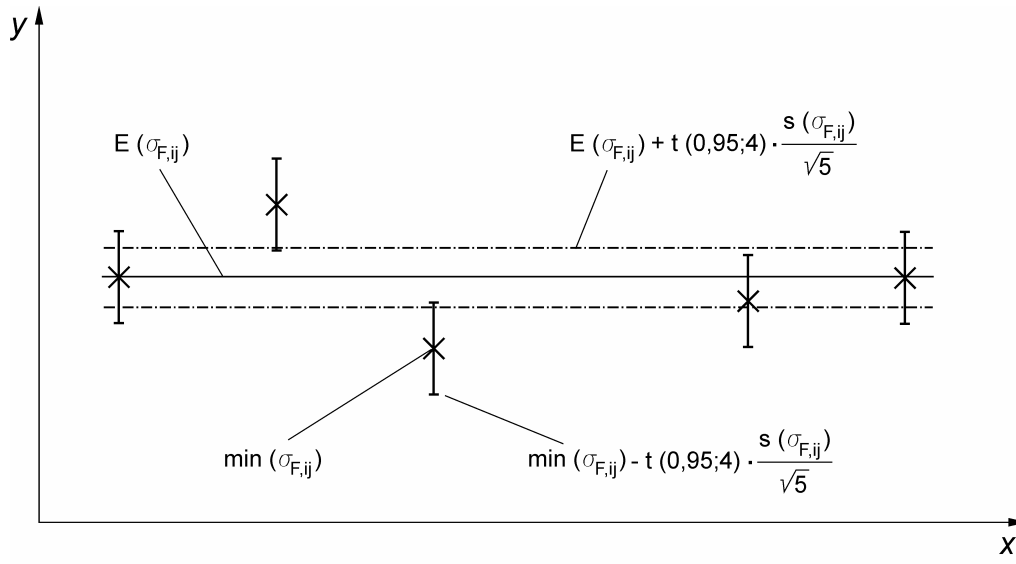


Bild 7.27: Definition der Werte für die Berechnung des vorläufigen Sicherheitsbeiwerts

Die Effektanalyse zeigte, dass die Probendichte einen Einfluss auf diverse Materialkennwerte der betrachteten Faserform-Verpackungen hat. Ein Zusammenhang zwischen Probendichte und Zielgrößen besteht wahrscheinlich über die Bauteilinhomogenitäten. Die zuvor vorgestellten Szenarien zur Ermittlung der Sicherheitsbeiwerte stützen sich lediglich auf die Verteilung der Daten für die Fließgrenzen innerhalb der einzelnen Verpackungen. Bei Verwendung zusätzlicher Informationen über die Bauteilinhomogenitäten bzw. lokalen Beschaffenheiten des Fasernetzwerks, die sich in eingeschränkter Form über die Probendichte erhalten lassen, kann die Genauigkeit der rechnerischen Bauteilauslegung erhöht werden. Die verbesserte Modellanpassung erlaubt den Einsatz eines kleineren Sicherheitsbeiwerts, der seinerseits zu einer besseren Materialausnutzung führt. Ein solcher Sicherheitsbeiwert, unter Berücksichtigung der Probendichte, soll im Weiteren für entsprechende Szenarien III und IV (Datenanpassung basierend auf allen $N = 50$ Werten oder auf N_j) bestimmt werden. Die Vorgehensweise zur Auswertung kann mit jener, die bei der Betrachtung der Mittelwerte eingesetzt wurde, verglichen werden. An Stelle des Erwartungswerts E muss allerdings der Vorhersagewert $\hat{\sigma}_{F,i}$ eingesetzt werden, den das angepasste Regressionsmodell für die entsprechende Probendichte liefert.

Anzahl Messwerte	E [$S(\sigma_{F,z})$]				E [$S(\sigma_{F,d})$]				
	Szen. I	Szen. II	Szen. III	Szen. IV	Szen. I	Szen. II	Szen. III	Szen. IV	
2	E	3,49	4,07	3,15	-	4,85	6,65	4,69	-
	VI	2,51..4,47	2,41..5,74	2,34..3,96	-	1,97..7,73	1,9..11,40	1,82..7,57	-
5	E	1,99	2,22	1,90	2,02	1,82	2,00	1,90	2,05
	VI	1,46..2,53	1,79..2,65	1,54..2,26	0,58..3,45	0,93..2,72	1,11..2,89	1,01..2,80	1,49..2,63

Bild 7.28: Mittelwerte und 95%-Vertrauensbereiche vorläufiger Sicherheitsbeiwerte

Die Mittelwerte der Sicherheitsbeiwerte S_{ij} für die Zug- und Druck-Fließgrenze sind in **Bild 7.28** in Abhängigkeit von dem zugrunde liegenden Szenario und der Anzahl der Mess-

werte pro Verpackungsteil zusammengefasst. Dabei sollen nur die Mittelwerte betrachtet werden, für die ein 95 %-tiges Vertrauensintervall (VI) angegeben werden kann. Hierbei handelt es sich um diejenigen Verpackungsprodukte, denen jeweils zwei und fünf Probensätze entnommen wurden. Drei, vier und sechs Probensätze wurden jeweils nur einer Verpackung entnommen. Zur Berechnung eines 95 %-tigen Vertrauensintervalls müssen jedoch mindestens zwei Werte, also zwei Verpackungen, vorliegen.

Die Ergebnisse zeigen klar, dass mit Erhöhung der Anzahl der untersuchten Proben, die aus einer Faserform-Verpackung entnommen wurden, auch die Modellgenauigkeit steigt – der Sicherheitsbeiwert kann damit kleiner gewählt werden. Dieses Phänomen begründet sich in der Wahl der Berechnungsformel für S . Der Vertrauensbereich für Szenario IV kann bei Berücksichtigung von nur zwei Messwerten nicht berechnet werden, da zur Bestimmung der Modellparameter bereits zwei Freiheitsgrade benötigt werden. Aufgrund der kleinsten Streuung unter den Sicherheitsbeiwerten wird Szenario III, also der Auslegung fremdgefertigter Faserformprodukte basierend auf einer Zug-Fließgrenze, die aus den vorliegenden 50 Messdaten unter Berücksichtigung der Probendichte gewonnen werden kann, die beste Datenanpassung zugesprochen. Der vorläufige Sicherheitsbeiwert liegt bei 3 für eine kleine Anzahl an Messwerten. Dieser ist relativ groß und schränkt die Konkurrenzfähigkeit des Materials, welches ohnehin geringe Festigkeiten im Vergleich zu anderen Werkstoffen aufweist, weiter ein. Ziel muss es daher sein, weitere Faktoren zu finden, die Teile der Streuung der Messwerte beschreiben und somit eine bessere Datenanpassung ermöglichen, welche wiederum zu einem kleineren Sicherheitsbeiwert führt. Die Auswahl geeigneter Faktoren sowie die Untersuchung der Zusammenhänge zwischen diesen und den charakteristischen Materialkennwerten ist Inhalt des folgenden Kapitels.

7.2.3 Abschätzung der Anwendbarkeit bestehender Festigkeitshypothesen

Im Folgenden soll geklärt werden, ob die in Kapitel 5 vorgestellten Fließbedingungen in der Lage sind, das Materialverhalten von Faserformprodukten abzubilden. Als Diskussionsgrundlage sind dabei die Ergebnisse der zuvor durchgeführten Versuchsauswertung zu verwenden.

Wie erwartet, weisen die untersuchten Faserform-Verpackungen unterschiedliche Fließgrenzen unter uni-axialer Zug- und Druckbelastung auf. Der Median des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Fließgrenze konnte mit 1,5 bestimmt werden, und die Mittelwerte der Verteilungen zeigten einen hochsignifikanten Unterschied. Aus diesem Grund scheint die Verwendung einer Fließbedingung, die eine Zug-Druck-Anisotropie des zu dimensionierenden Materials berücksichtigt, zur Berechnung einer einachsigen Vergleichsspannung für mehrachsig belastete Faserformprodukte bzw. zur Berücksichtigung innerhalb eines elasto-plastischen Werkstoffmodells adäquat zu sein. Sowohl mit dem konischen Versagenskriterium als auch der *Mohr-Coulombschen* sowie der verallgemeinerten *Hillschen* Fließbedingung, die in Kapitel 5 vorgestellt wurden, besteht eine solche Hypothese, deren universelle Anwendbarkeit durch Modellannahmen beschränkt sind. Die beiden erstgenannten Fließbedingungen dienen ausschließlich der Beschreibung isotropen Materialverhaltens während die verallgemeinerte *Hill-Hypothese* neben der Zug-Druck-Anisotropie auch eine Richtungs-Anisotropie berücksichtigen kann. Im folgenden Absatz soll auf Basis theoretischer Überlegungen geklärt werden, ob bei dem vorliegenden Werkstoff von isotropem Materialverhalten ausgegangen werden kann.

Im Gegensatz zu Papier, welches aufgrund des gerichteten Stoffaufbaus und der damit zusammenhängenden Ausrichtung der Fasern ein bezüglich der Blattebene orthotropes Verhalten aufweist, können Faserformprodukte in erster Näherung als isotrop betrachtet werden.

Während des Anformvorgangs entsteht ein geschichtetes Netzwerk aus regellos in der Ebene orientierten Fasern. In der dritten Raumrichtung weist ein Bauteil, welches nach dem Faserformverfahren hergestellt wurde, eine vergleichsweise geringe Wandstärke auf. Die Ermittlung der mechanischen Werkstoffeigenschaften in dieser Richtung ist messtechnisch nicht ohne weiteres realisierbar. Aus diesem Grund ist es zu diesem Zeitpunkt nicht möglich, eine Aussage über die Isotropie für alle drei Dimensionen zu treffen. Da ein Faserformprodukt, wie im Weiteren gezeigt wird, im Regelfall einen ebenen Spannungszustand aufweist, wird die Unkenntnis bezüglich der Isotropieeigenschaften orthogonal zu den Hauptdimensionen des Bauteils als unkritisch betrachtet – es ist also in dieser Richtung von isotropem Materialverhalten auszugehen.

Zur Interpretation der in Frage kommenden Festigkeitshypothese sei nochmals erwähnt, dass die untersuchten Faserform-Verpackungen in der Vielzahl der Fälle auf Zug- stärker belastbar sind als auf Druckbeanspruchung. Im Sinne des konischen Versagenskriteriums bedeutet dies, dass $m < 1$ ist. Für die Darstellung des Fließkörpers im dreidimensionalen Hauptspannungsraum heißt dies, dass sich die Ausrichtung des Kegels in **Bild 5.15** ändert – für $m < 1$ liegt die Kegelspitze auf der hydrostatischen Achse bei negativen Hauptspannungen.

Gemäß der physikalischen Deutung des Fließkegels existiert ein rein hydrostatischer Spannungszustand, welcher zu plastischem Fließen führt. Ein Ansatz zur Beschreibung dieses Phänomens basiert auf der Modellvorstellung bezüglich des Faserverbundes in Kapitel 2.4.2. Bei allseitiger Druckbeanspruchung eines Faserformbauteils wird dieses, je nach relativer Bindungsfläche RBF , aufgrund von Bindungsbrüchen oder wahrscheinlicher durch das Ausknicken der druckbeanspruchten Fasern versagen und soweit komprimiert werden, bis das Bauteil keine Fehlstellen in Form von Lufteinschlüssen mehr aufweist. Laut Versagenshypothese tritt unter hydrostatischer Zugbeanspruchung kein Fließen auf. Dies steht im Widerspruch zur Realität, da es einen hydrostatischen Zugspannungszustand geben wird, bei dem das Bauteil versagt. Bei Kunststoffen wird die mangelnde Genauigkeit der Hypothese im Bereich der Druckspannungen ($m > 1$) toleriert, da allseitige Druckspannungen in weit höherem Maße ertragbar sind. Unter diesen Voraussetzungen wird auch für den Faserwerkstoff der Modellfehler als vertretbar eingeschätzt.

Aufgrund der geringen Wandstärke eines Faserformteils, der damit zusammenhängenden Formgebungsmöglichkeiten und der Belastungskollektive, die sich aufgrund der Anwendungsbereiche von Faserformprodukten ergeben, wird ein solches Bauteil in der Praxis fast ausschließlich mit einem zweiachsigen Spannungszustand belastet. Für den ebenen Fall beschreibt das konische Versagenskriterium die Fließgrenzkurve nach **Bild 5.16**. Für einachsige Spannungszustände geht bei $\sigma_{F,z}$ bzw. $-\sigma_{F,d}$ die elastische Verformung in plastisches Fließen über. Falls ein Faserformteil sich entsprechend dem konischen Versagenskriterium verhält, so läge die Vergleichsspannung für den zweiachsigen Spannungszustand unter Zugbeanspruchung mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{F,z}$ innerhalb der Fließgrenzkurve, was für einen Spannungszustand im elastischen Bereich spricht. Dieses Verhalten könnte physikalisch folgendermaßen erklärt werden: Bei uni-axialer Beanspruchung tragen die in Zugrichtung orientierten Fasern den Hauptteil der Belastung. Wird das Bauteil jedoch mit zwei zueinander orthogonalen Zugkräften belastet, so tragen auch Fasern, deren Orientierung von den Normalrichtungen abweicht. Die Folge ist eine höhere ertragbare Spannung. Bei zweiachsiger Druckbeanspruchung des Faserformteils ist es denkbar, dass durch die orthogonal aufeinander stehenden Druckkräfte das Ausknicken der Fasern unterstützt wird, was zu einer ertragbaren Vergleichsspannung führt, die betragsmäßig geringer ist als der im einachsigen Druckversuch ermittelte kritische Wert $\sigma_{F,d}$.

Im dreidimensionalen Hauptspannungsraum ergibt sich für die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung ein Verhalten ähnlich demjenigen, welches durch das konische Versagenskriterium beschrieben wird. Zwar unterscheidet sich die Form der Querschnittsfläche des Fließkörpers bei Projektion auf die Oktaederebene, jedoch existiert bei beiden Hypothesen ein hydrostatischer Spannungszustand, der den Übergang zu plastischem Fließen markiert. Aus diesem Grund besitzen die im Rahmen der Diskussion des konischen Versagenskriteriums getätigten Aussagen auch für die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung Relevanz. Bei ebener Beanspruchung existiert im Zug-Zug- und Druck-Druck-Bereich nach der *Mohr-Coulombschen* Hypothese keine Abhängigkeit zwischen den beiden Hauptspannungen.

Für den Sonderfall der Richtungs-Isotropie liefert die verallgemeinerte *Hillsche* Hypothese im dreidimensionalen Hauptspannungsraum einen offenen Fließzylinder. Entgegen der beiden zuvor genannten Fließbedingungen existiert definitionsgemäß also kein hydrostatischer Spannungszustand, bei dem plastisches Fließen einsetzt. Sowohl die zuvor beschriebene plastische Deformation unter einem hydrostatischen Druckspannungszustand, die sich aufgrund der Kompressibilität des Fasernetzwerks mit seinen Lüfteinschlüssen ergibt, als auch das Versagen durch einen hydrostatischen Zugspannungszustand kann mit dieser Fließbedingung nicht beschrieben werden. Für den ebenen Spannungszustand, wie er in Faserformprodukten zu meist vorliegt, beschreibt die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung eine geschlossene Fließgrenzkurve, die, vergleichbar mit den zuvor genannten Fließbedingungen, das Materialverhalten des vorliegenden Werkstoffs abbilden kann.

Es ist also davon auszugehen, dass das Verhalten von Faserformteilen für ebene Spannungszustände mit einer hohen Wahrscheinlichkeit durch eine der drei Fließbedingungen recht gut wiedergegeben wird. Für den Bereich dreiachsiger Zugspannung werden die realen Verhältnisse durch die Hypothesen nicht hinreichend genau abgebildet. Der kritische Bereich dreiachsiger Druckspannungen sollte jedoch zumindest von den beiden erstgenannten Fließbedingungen mit einer ausreichenden Genauigkeit beschrieben sein. Auch die Tatsache, dass aus genannten Gründen in einem Faserformbauteil in der Vielzahl der Fälle lediglich ein zweiachsiger Spannungszustand aus den äußeren Lasten resultiert, spricht für die grundsätzliche Eignung der betrachteten Materialmodelle.

Die im Rahmen dieses Abschnitts formulierten Annahmen hinsichtlich der Anwendbarkeit der Fließbedingungen zur Dimensionierung von Faserformprodukten sollen durch Untersuchungen an bi-axial belasteten Flachproben verifiziert werden. Zunächst schließt sich jedoch eine Versuchsreihe an, die der Ermittlung der Zusammenhänge zwischen Herstellungsparametern und charakteristischen Materialgrößen anhand selbstgefertigter Probekörper dient.

8 Uni- und bidirektionale Untersuchung selbstgefertigter Proben

In diesem Kapitel wird die Untersuchung selbstgefertigter Faserformproben behandelt. Die Eigenfertigung erlaubt es, diverse Herstellungs- und später zu erwartende Einsatzbedingungen abzubilden. Dies ermöglicht die Analyse der Abhängigkeiten zwischen den zuvor genannten Größen und den charakteristischen Materialkennwerten. Wie in Kapitel 4 erwähnt, werden innerhalb der vorliegenden Arbeit zwei Konzepte zur konstruktionsmethodischen Dimensionierung dreidimensionaler Produkte auf Basis von Papierfaserstoffen verfolgt, die zwar die gleiche Vorgehensweise beinhalten, sich jedoch durch die Wahl der Versagensgrenze unterscheiden. Bei Verwendung der Fließgrenze als Versagenskenngröße wird (Vgl. **Bild 4.1**) aus dem mehrachsigen Spannungszustand, der sich in dem auszulegenden Bauteil ergibt, eine skalare Größe, die Vergleichsspannung σ_v , errechnet. Die dazu benötigte Berechnungsvorschrift, die auch als Vergleichsspannungs- oder Festigkeitshypothese bezeichnet wird, lässt sich aus der verwendeten Fließbedingung ableiten. Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, dass zur Modellierung des Materialverhaltens von Faserformprodukten sowohl das konische Versagenskriterium als auch die *Mohr-Coulombsche* sowie die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung eingesetzt werden kann.

Neben einer geeigneten Festigkeitshypothese muss eine Vergleichsgröße, die zulässige Spannung σ_{zul} , bekannt sein. Diese setzt sich ihrerseits aus einem charakteristischen Versagenskennwert, aus Anpassungsfaktoren λ_i und einem geeigneten Sicherheitsbeiwert S zusammen. Die Faktoren λ_i dienen der Anpassung des unter Standardbedingungen aufgenommenen Materialkennwerts an den vorliegenden Einsatzfall. Der Sicherheitsfaktor berücksichtigt zum einen die Schwere des Schadens, der bei Versagen des Bauteils auftritt, und zum anderen den Modellfehler der Festigkeitshypothese sowie die Streuung der Messwerte für den Versagenskennwert. Da sich die Folgen des Bauteilversagens individuell für den Anwender ergeben, sind ausschließlich die Modellfehler und die statistische Verteilung der Messgrößen zu betrachten.

Mit Kenntnis der zuvor genannten Größen kann zusammen mit der Vergleichsspannungshypothese eine auf den Werkstoff sowie die Herstellungs- und Einsatzbedingungen angepasste Fließbedingung angegeben werden. Soll der plastische Kollaps oder Bruch des Bauteils als Versagensgrenze zum Einsatz kommen, so ist zusätzlich der Bereich plastischer Deformationen zu berücksichtigen. Zur Beschreibung des gesamten Materialverhaltens bis zum Bruch wird ein elastisch-plastisches Materialmodell benötigt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll dieses aus der zuvor bestimmten Fließbedingung abgeleitet werden. Vergleichbar mit der zulässigen Spannung σ_{zul} soll als kritische Vergleichsgröße der zulässige plastische Dehnungsanteil ε_{zul}^p Verwendung finden.

In Kapitel 7 konnte ein vorläufiger Sicherheitsbeiwert mit $S = 3$ ermittelt werden. Dieser relativ große Wert steht in engem Zusammenhang mit der großen Streuung der Messwerte, die innerhalb der Vorversuche ermittelt wurden. Durch den Mangel an Informationen über die Herstellbedingungen der Faserform-Verpackungen, die einen Einfluss auf die Versagenskennwerte haben könnten, war es nicht möglich, die Datenvariation näher zu beschreiben. Eine statistische Modellbildung unter Berücksichtigung der Probendichte brachte lediglich eine geringe Verbesserung. Um eine zufriedenstellende Anpassungsgüte des Materialmodells an die realen Messwerte zu erzielen, sollen im Weiteren unidirektionale Untersuchungen an selbstgefertigten Faserformproben durchgeführt werden. Diese Vorgehensweise lässt eine ge-

zielte Variation potentieller Einflussgrößen zu, die einer Verbesserung der Datenanpassung zugute kommen sollte, wodurch der Sicherheitsbeiwert S minimiert wird. Die Versuchsdurchführung soll auf den Methoden der statistischen Versuchsplanung aufgebaut werden. Diese gliedert sich entsprechend der in **Bild 8.1** gezeigten Phasen /KLE03/.

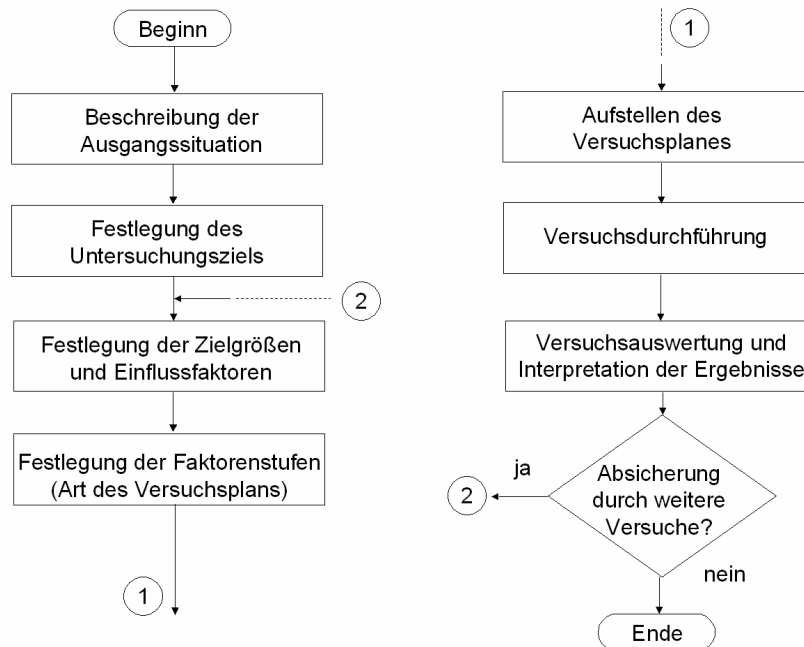


Bild 8.1: Vorgehensweise der statistischen Versuchsplanung

Die Beschreibung der Ausgangssituation sowie die Festlegung des Untersuchungsziels war Inhalt der vorangehenden Kapitel. Die zuvor definierten Materialkennwerte sollen als Zielgrößen für die geplanten Versuche beibehalten werden. Die Anpassungsfaktoren λ_i , die zur Bildung der Vergleichsgrößen σ_{zul} und ε_{zul}^p dienen, stellen die Einflussgrößen dar. Die Ermittlung potentieller Parameter, die als Einflussfaktoren in die Auswertung aufgenommen werden sollen, erfolgt in dem entsprechenden Abschnitt. In Anlehnung an die Vorgehensweise, die **Bild 8.1** zeigt, schließt sich die Festlegung der Faktorstufen an. Aus der Wahl der Faktoranzahl und der Werte, die die Einflussgrößen während der Versuchsdurchführung annehmen sollen, ergibt sich die Art des einzusetzenden Versuchsplans. In diesem Rahmen ist auch zu klären, wie die Ergebnisse geartet sein sollen. Werden beispielsweise nichtlineare Zusammenhänge erwartet, so sind geeignete Versuchspläne zu benutzen, die in der Lage sind, Nichtlinearitäten abzubilden. Bei der Aufstellung des Versuchsplans ist die Anzahl der Replikationen, also der Messwertwiederholungen, für eine bestimmte Parameterkombination festzulegen. Dadurch kann die Genauigkeit der Ergebnisse beeinflusst werden. Nach der Durchführung sind die Versuche, die der Art des Versuchsplans und der erwarteten Ergebnisstruktur angepasst sind, mittels statistischer Verfahren auszuwerten. Von besonderem Interesse ist die Ermittlung signifikanter Effekte zwischen Einfluss- und Zielgrößen. Darüber hinaus wird über die Anpassung geeigneter Regressionsmodelle versucht, die Abhängigkeiten zwischen den zuvor genannten Größen zu quantifizieren. Abschließend muss ein Zusammenhang zwischen den Ergebnissen, welche meist numerischer Art sind, und den physikalisch-technischen Gesichtspunkten, die sich aus der Zielsetzung ergeben, hergestellt werden. Im Rahmen der Interpretation ist auch zu klären, ob weitere Versuche, beispielsweise zur Absicherung der Ergebnisse, durchzuführen sind.

Neben dem grundsätzlichen Ablauf bei der Planung und Durchführung von Versuchen findet meist eine iterative Vorgehensweise ihre Anwendung, welche zunächst die Ermittlung der signifikanten Einflussfaktoren umfasst, die anschließend in einer weiteren Versuchsreihe näher analysiert werden. Die erste Datenerhebungsphase stützt sich auf einen Versuchsplan, der eine zweistufige Variation der Einflussgrößen vorsieht. Um auch eventuell vorhandene nicht-lineare Zusammenhänge zwischen Einflussfaktoren und Zielgrößen abbilden zu können, muss innerhalb der zweiten Versuchsreihe ein Plan aufgestellt werden, der mindestens drei Faktorstufen aufweist.

Zur Untersuchung der selbstgefertigten Faserformproben soll die zuvor erläuterte Vorgehensweise eingesetzt werden. Im Rahmen dieser sind zunächst Faktoren zu ermitteln, die einen Einfluss auf die charakteristischen Materialkennwerte haben könnten. Es schließt sich die Festlegung der Werte an, welche die Faktoren in den zweistufigen Versuchen annehmen sollen. Im Rahmen der Beschreibung der Versuchsdurchführung werden die eingesetzten Prüfgeräte und -vorrichtungen vorgestellt. Wie bereits erwähnt, dient die erste Versuchsreihe zur Bestimmung der signifikanten Einflussgrößen, welche dem folgenden Iterationsschritt, der die Planung, Durchführung und Auswertung einer detaillierteren Versuchsmethodik vorsieht, zugeführt werden. Der Ablauf der zweiten Versuchsreihe ergibt sich dabei entsprechend der ersten Messreihe.

8.1 Ermittlung signifikanter Einflussfaktoren

8.1.1 Festlegung zu untersuchender Einflussgrößen

Neben den charakteristischen Materialkennwerten, die bereits in den Vorversuchen als Zielgrößen fungierten, sind die Einflussgrößen festzulegen, deren Effekte bezüglich der Zielgrößen auf Signifikanz zu prüfen sind. Nur solche Größen sind für den Einsatz in geplanten Versuchen geeignet, die steuerungstechnisch eine gezielte und reproduzierbare Variation zulassen. Als vermeintlichen Grund für die große Streuung der Materialkennwerte fremdgefertigter Faserformprodukte wurden die stark schwankenden Herstellungsbedingungen genannt, die sich jedoch der Kenntnis entzogen. Die Untersuchung selbstgefertigter Prüfkörper ermöglicht die gezielte Variation einiger dieser Größen.

In der Papierherstellung ist die Wahl des Rohstoffes von entscheidender Bedeutung für diverse Qualitätsmerkmale, welche die Eigenschaften des Fasernetzwerks betreffen. Neben papier-spezifischen Festigkeitseigenschaften sind hier vor allem die Oberflächeneigenschaften sowie die Bedruckbarkeit zu nennen. Die Vermutung liegt demnach nah, dass auch bei Faserformprodukten ein Zusammenhang zwischen eingesetztem Rohstoff und festigkeitsbezeichnenden Materialgrößen besteht. Zur Überprüfung dieser Annahme stehen zwei verschiedene Rohstoffarten zur Verfügung. Es handelt sich dabei um Kraft-Zellstoff und um thermo-mechanisch aufbereiteten Holzstoff (TMP). Der Zellstoff weist dabei im Vergleich zu TMP eine größere mittlere Faserlänge auf.

Eine wesentliche Stellgröße des Anformprozesses ist die Rohstoffkonzentration, die im Verlauf der weiteren Betrachtungen mit κ bezeichnet wird. Die Konzentration steht beispielsweise durch die Bildung von Faserflocken in engem Zusammenhang mit lokalen Strukturveränderungen des Fasernetzwerks. Die Rohstoffkonzentration soll ersatzweise zur Überprüfung des Einflusses von Netzwerkinhomogenitäten dienen, da es verfahrenstechnisch nahezu unmöglich ist, Faserflocken in Größe, Form und Anzahl gezielt zu variieren.

Im Rahmen der Darstellung des Prüfverfahrens zur Ermittlung des Pressverhaltens von Faserformprodukten wurde bereits auf den erwartungsgemäß festigkeitssteigernden Einfluss einer dem Anformprozess nachgelagerten Verdichtung eingegangen. Laut Modellvorstellungen wird davon ausgegangen, dass sich durch Pressen eines noch feuchten Faservlieses das Verhältnis von Lufteinschlüssen zu Fasern beeinflussen lässt. Es entsteht ein dichteres Fasernetzwerk, welches, bezogen auf die Querschnittsfläche des Bauteils, größere Kräfte aufnehmen kann. In den geplanten Versuchen ist der Pressdruck p mittels der Presskraft P zu variieren. Der Herstellungsprozess schließt mit der Trocknung der Faserformprodukte ab. Die dabei einzustellende Temperatur sollte keinen Einfluss auf die betrachteten Materialkennwerte haben.

Neben den Parametern, die sich auf die Herstellung von räumlichen Produkten auf Basis von Papierfaserstoffen beziehen, existieren weitere mögliche Einflussgrößen. Hier sind zum einen die Klimabedingungen, insbesondere die relative Luftfeuchtigkeit am Einsatzort und zum anderen die Geschwindigkeit, mit der ein Fasernetzwerk belastet wird, zu nennen.

Der Feuchtigkeitsgehalt eines Faserformteils r_F hängt von der Feuchtigkeit der umgebenden Luft ab. Bei Veränderung der Luftfeuchtigkeit ändert sich auch die Menge des im Bauteil eingelagerten Wassers, bis zum Erreichen einer Sättigungskonzentration. Die Anzahl an Wassermolekülen in einem Bauteil steht wiederum in engem Zusammenhang mit der Festigkeit der Wasserstoffbrückenbindungen. Der Feuchtigkeitsgehalt der Proben soll über die Veränderung der Luftfeuchtigkeit variiert werden.

Die Untersuchung des Geschwindigkeitseinflusses war schon Ziel der Voruntersuchungen und wurde dort begründet. Die Betrachtung der Belastungsgeschwindigkeit v_P steht in Zusammenhang mit Fragen bezüglich der Adäquatheit des einzusetzenden Materialmodells.

8.1.2 Festlegung der Faktorstufen und Aufstellen des Versuchsplans

In diesem Abschnitt sind die Werte für die fünf ausgewählten Einflussgrößen Rohstoffart, Rohstoffkonzentration, Pressdruck, relative Luftfeuchtigkeit und Belastungs- bzw. Prüfungsgeschwindigkeit zu wählen, entsprechend derer die Faktoren im Versuch variiert werden. Die Ermittlung der signifikanten Einflussgrößen erfolgt aufgrund des vergleichsweise geringen Aufwands meist mittels zweistufiger Versuchspläne /SCH97/. Diese sehen lediglich eine Variation der Faktoren auf einer hohen und einer niedrigen Stufe, kodiert mit + und – vor. Durch die Betrachtung von zwei Niveaus kann allerdings nur ein linearer Zusammenhang zwischen den Daten angenommen werden. Dieses ist für eine Effektanalyse, wie sie auch im vorherigen Kapitel durchgeführt wurde, völlig ausreichend. Trotz der im Vergleich zu komplexeren Versuchsplänen, die zu einem späteren Zeitpunkt vorgestellt werden sollen, eingeschränkten Möglichkeit der Modellbildung, bieten zweistufige Versuchspläne zwei wesentliche Vorteile gegenüber einer konventionellen Versuchsmethodik, die lediglich die Variation eines Faktors vorsieht. Es lassen sich mehrere Faktoren gleichzeitig untersuchen und auch Wechselwirkungseffekte analysieren. Eine Wechselwirkung liegt per Definition vor, wenn der Einfluss eines Faktors auf die Zielgröße von den Einstellungen (Stufen oder Niveaus) anderer Faktoren abhängig ist.

Bei zweistufigen Versuchsplänen wird grundsätzlich zwischen vollfaktoriellen 2^k - und teilfaktoriellen 2^{k-p} -Plänen unterschieden. Ein vollfaktorieller Plan, wie er beispielhaft für drei Faktoren in **Bild 8.2** grafisch dargestellt ist, sieht die Durchführung von Versuchen für jede

der $m = 2^k$ Faktorstufenkombinationen vor, während ein teilfaktorieller Plan die Möglichkeit bietet, den Versuchsaufwand zu reduzieren, indem zumeist Wechselwirkungseffekte untereinander oder mit Haupteffekten vermengt werden. Anstatt der einzelnen Effekte kann nur noch die Summe der vermengten Effekte betrachtet werden. Dabei werden zwar weiterhin die k Faktoren berücksichtigt, aufgrund der geringeren Anzahl an Versuchen ist es jedoch nur möglich, einen Anteil $1/2^p$ der insgesamt $2^k - 1$ Effekte des vollständigen Plans zu berechnen. **Bild 8.3** zeigt schematisch die Reduktion eines vollfaktoriellen zu einem entsprechenden teilfaktoriellen Versuchsplan.

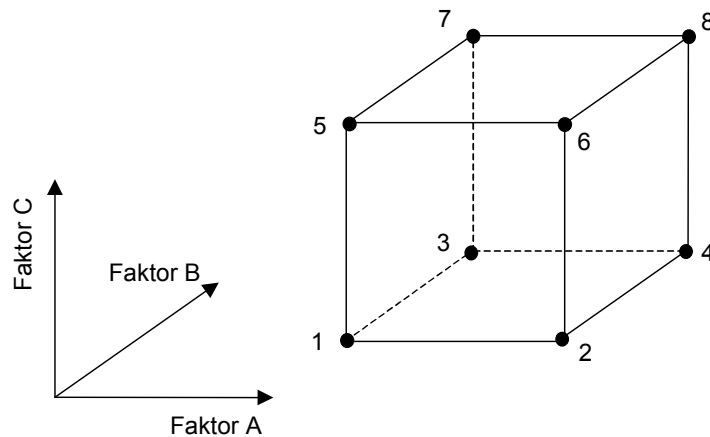
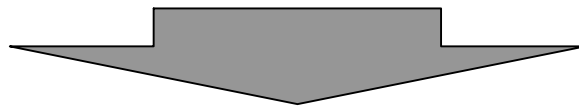


Bild 8.2: Grafische Darstellung der Faktorstufenkombinationen eines vollfaktoriellen 2^3 -Plans /KLE03/

Vollfaktorieller 2^3 -Versuchsplan

Nr.	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+



Teilfaktorieller 2^{3-1} -Versuchsplan

Nr.	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
5	-	-	+	+	-	-	+
8	+	+	+	+	+	+	+

Bild 8.3: Reduktion eines vollfaktoriellen auf einen teilfaktoriellen Versuchsplan /KLE03/

Die Reduktion erfolgt meist über die Wechselwirkungseffekte mit der höchsten Dimension. In dem vorliegenden Fall handelt es sich dabei um die Dreifaktor-Wechselwirkung ABC. Es ist erkennbar, dass die Wechselwirkungen AB, AC und BC die gleiche Abfolge der Niveaueffekte aufweisen wie einzelne Faktoren (A, B, C). Die Zweifaktor-Wechselwirkungen (2-FWW) sind also mit den Hauptfaktoren vermengt.

Auflösung	überlagert	Effekte	
		vernachlässigt	berechenbar
III	FE mit 2-FWW	2-FWW +	FE
IV	FE mit 3-FWW	3-FWW +	FE
V	FE mit 4-FWW 2-FWW mit 3-FWW	3-FWW +	FE, 2-FWW

Bild 8.4: Überlagerung von Faktor- und FWW-Effekten in Abhängigkeit von der Auflösung /WEI99/

Je nach Art der Vermengung steigt das Risiko einer Fehlinterpretation bezüglich der Bestimmung signifikanter Effekte. Als sehr kritisch sind Vermengungen von Faktoren mit Zweifaktor-Wechselwirkungen einzuschätzen, da letztere den Effekt eines Hauptfaktors (FE) extrem verändern können. Die Auflösung gibt an, wie die Vermengung geartet ist, also welche Art von Wechselwirkungen mit anderen oder mit Faktoren vermengt sind und somit nicht separat berechnet werden können. **Bild 8.4** erläutert die Bedeutung der Auflösungskategorien. Es werden lediglich die Auflösungstypen III, IV und V betrachtet, da diese am häufigsten vorkommen. Die höheren Auflösungen ergeben sich entsprechend für größere Anzahlen an Faktorstufenkombinationen.

Um neben den Faktoreffekten (FE) auch die Effekte der Zweifaktor-Wechselwirkungen (2-FWW) bestimmen zu können, muss ein Versuchsplan zum Einsatz kommen, der mindestens eine Auflösung der Stufe V aufweist. **Bild 8.5** ermöglicht die Auswahl eines geeigneten Versuchsplans.

m \ k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	2^{3-1} III									
8	2^3 vollst.	2^{4-1} IV	2^{5-2} III	2^{6-3} III	2^{7-4} III					
16		2^4 vollst.	2^{5-1} V	2^{6-2} IV	2^{7-3} IV	2^{8-4} IV	2^{9-5} III	2^{10-6} III	2^{11-7} III	2^{12-8} III
32			2^5 vollst.	2^{6-1} VI	2^{7-2} IV	2^{8-3} IV	2^{9-4} IV	2^{10-5} IV	2^{11-6} IV	2^{12-7} IV
64				2^6 vollst.	2^{7-1} VII	2^{8-2} V	2^{9-3} IV	2^{10-4} IV	2^{11-5} IV	2^{12-6} IV
128					2^7 vollst.	2^{8-1} VIII	2^{9-2} VI	2^{10-3} V	2^{11-4} V	2^{12-5} IV

Bild 8.5: Auswahl geeigneter zweistufiger Versuchspläne in Abhängigkeit von der Auflösung /KLE03/

Für die zu planende Versuchsreihe mit $k = 5$ Faktoren ist nun ein geeigneter Versuchsplan auszuwählen. Da basierend auf der Modellvorstellung bei mehreren der hier betrachteten Faktoren ein Einfluss auf die Struktur des Fasernetzwerkes vermutet wird, ist anzunehmen, dass einige Wechselwirkungseffekte zwischen den Faktoren bestehen. Um die Effekte der Zweifaktor-Wechselwirkungen getrennt berechnen zu können, wäre ein 2^{5-1} -Plan ausreichend. Es wird jedoch angestrebt, auch Wechselwirkungseffekte höherer Ordnung zu bestimmen. Aus

diesem Grund muss auf einen vollfaktoriellen Versuchsplan zurückgegriffen werden. Um den Versuchsaufwand dennoch gering zu halten, sind die Messwertwiederholungen oder Replikationen für die einzelnen Faktorstufenkombinationen mit $n = 1$ zu wählen. Daraus ergeben sich $m = 32$ Faktorstufenkombinationen und jeweils $N = m \cdot n = 32$ Zug- und Druckversuche. Im Folgenden kann der Versuchsplan aufgestellt werden. Dabei ist die Reihenfolge, in der die Versuche durchgeführt werden sollen, zu randomisieren. Durch eine zufällige Versuchsreihenfolge kann verhindert werden, dass ein Trend oder eine andere unerkannte Änderung der Ergebnisse die Schätzung der Faktoreffekte verfälscht. Um ungewollte Schwankungen bei der Rohstoffaufbereitung zu vermeiden, sind entsprechend große Chargen der vier Kombinationen aus Rohstoffart und Rohstoffkonzentration vorzubereiten. Der Versuchsplan muss hinsichtlich dieser beiden Faktoren geblockt, das heißt sortiert werden.

Im Folgenden müssen den Niveaus (+ / -) geeignete Einstellwerte der Faktoren zugeordnet werden. Dabei sind vor allem zwei Aspekte zu beachten /KLE03/, die zusätzlich in **Bild 8.6** dargestellt sind. Wird der Abstand zwischen den Niveaus zu klein gewählt, so ist auch der Unterschied zwischen den Ergebnissen klein. Dadurch kann es vorkommen, dass der Effekt in der Zufallsstreuung der Werte untergeht und somit nicht erkannt wird. Auf der anderen Seite ist es durch die Wahl eines großen Abstands zwischen den Stufen möglich, dass die Ergebnisse erhebliche Abweichungen von der Linearität aufweisen. Existiert zwischen Einfluss- und Zielgröße beispielsweise ein quadratischer Zusammenhang und die Niveaus liegen links und rechts des Maximums, so wird auch hier der Effekt nicht erkannt. Da für den vorliegenden Fall keinerlei Informationen über mögliche Abhängigkeiten existieren und überdies die mathematische Form der Zusammenhänge nicht bekannt ist, erscheint es sinnvoll, die Wahl der Parametereinstellungen auf Grundlage des erstgenannten Aspekts aufzubauen. In Vorversuchen sind die Grenzen der technischen Realisierbarkeit zu bestimmen, wobei die Prozesssicherheit weiterhin gewährleistet sein muss.

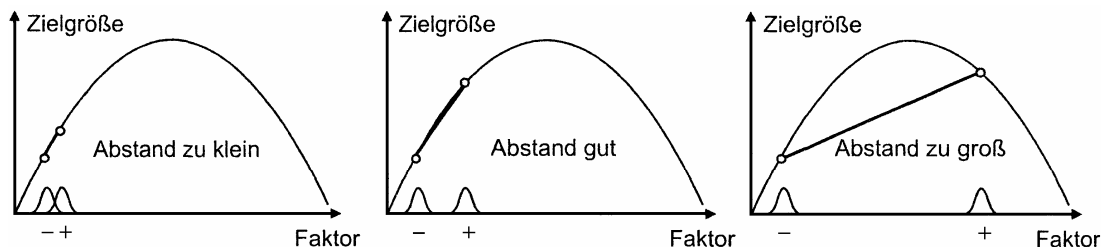


Bild 8.6: Einflüsse aufgrund der Wahl der Faktorstufenwerte /KLE03/

Wie zuvor erwähnt, werden zwei verschiedene Rohstoffe (Kraft-Zellstoff und TMP) eingesetzt. Diese wurden von einem papierproduzierenden Unternehmen zur Verfügung gestellt. Die Rohstoffe stammen aus jeweils einer Charge.

Die Stufen für die Rohstoffkonzentration wurden mit 1,0 % und 1,5 % festgelegt. Nur in diesem relativ engen Bereich konnte aus beiden Rohstoffarten ein Faservlies erzeugt werden, welches augenscheinlich frei von Fehlstellen ist. Zur Realisierung möglichst gleicher Herstellbedingungen wird für beide Rohstoffe das gleiche Anformwerkzeug eingesetzt. Problematisch erwies sich dabei, dass die Fasern der jeweiligen Rohstoffarten ein unterschiedliches Quellverhalten aufweisen. Bei konstanter Drahtdicke und Maschenweite des Siebkörpers ergeben sich durch die im feuchten Zustand zwischen den Rohstoffen variierenden geometrischen Abmessungen der Fasern unterschiedliche Grenzkonzentrationen. Dabei ergibt sich eine jeweils untere Grenzkonzentration durch die Qualität des Filtrationsergebnisses und eine obere durch die Entwässerbarkeit des Faservlieses während des Anformvorgangs. Liegen die

Konzentrationen unter der entsprechenden Grenze, so weist die Netzwerkstruktur sichtbare Löcher auf. Bei zu hohen Konzentrationen weist das Faservlies nach dem Anformen einen derart großen Wassergehalt auf, dass es aufgrund der geringen Festigkeit des Fasernetzwerks nicht ohne Schaden entformbar ist. Die Niveaus der Rohstoffkonzentration ergeben sich aus dem Überdeckungsbereich beider Rohstoffarten.

Der maximale Pressdruck, der zur Verdichtung des noch feuchten Faserformteils aufgebracht werden soll, richtet sich nach den Belastungsgrenzen der eingesetzten Presse. Sie wurde unter Berücksichtigung eines Sicherheitsfaktors mit 150 kN gewählt. Die untere Grenze betrug 50 kN. Die angeformten Rohlinge wiesen annähernd die gleichen geometrischen Abmessungen auf. In Vorversuchen wurden die Flächen der Rohlinge mit einem Mittelwert von 20550 mm² und einer Standardabweichung von 55,23 mm² bestimmt. Unter Berücksichtigung der Standardabweichung ergibt sich ein relativer Fehler von 0,27 %. Dieser soll vernachlässigt und der Mittelwert als konstante Bauteilfläche angenommen werden. Bei konstanter Presskraft wird mit einer Bauteilfläche von $A = 20550 \text{ mm}^2$ auch eine konstante Flächenpressung bzw. ein konstanter Pressdruck p erhalten. Aus Gründen der Einstellbarkeit der Versuchsparameter wird im Versuchsplan die Presskraft angegeben. Im Rahmen der Versuchsauswertung findet jedoch der Pressdruck seine Anwendung. Während der Vorversuche zu dieser Messreihe fiel auf, dass bei einigen Formteilen, die nach dem Anformen einen hohen Wassergehalt aufwiesen, die Faserstruktur großflächig zerstört wurde. Dieses ist auf schnelle Pressgeschwindigkeiten zurückzuführen. Während des Pressvorgangs wird das Wasser aus den Faserzwischenräumen und teilweise aus den Fasern selbst gedrückt. Bei hohen Pressgeschwindigkeiten kann das Wasser nicht schnell genug nach außen entweichen. Da mittels der zur Verfügung stehenden manuellen Presse lediglich eine weggeregelte Lastaufbringung erfolgen kann, bei fortgeschrittener Verdichtung jedoch ein kleines Weginkrement zu einem großen Kraftinkrement führt, ist bei der Realisierung großer Pressdrücke besondere Vorsicht walten zu lassen. Aufgrund der Inkompressibilität des Wassers führt ein großer Druckimpuls zu hohen Strömungsgeschwindigkeiten, wobei die Fasern höchstwahrscheinlich weggespült werden. Es wird vermutet, dass dabei die Löcher im Faserverbund entstehen. Aus diesem Grund musste eine kleine Pressgeschwindigkeit eingehalten werden, die während der Versuchsreihe möglichst konstant zu halten war.

Zur Konditionierung der Proben unter Variation der Luftfeuchtigkeit wurde ein Klimaprüfschrank eingesetzt. Für eine konstant zu haltende Temperatur von 23 °C können darin relative Luftfeuchtigkeiten zwischen 30 % und 90 % realisiert werden. Diese stellten gleichzeitig die Stufen für den entsprechenden Parameter dar.

Faktor	Niveau	
	+	-
Rohstoffart (R)	TMP	Kraft-Zellstoff
Rohstoffkonzentration (K)	1,5 %	1,0 %
Presskraft (P)	150 kN	50 kN
rel. Luftfeuchtigkeit (F)	90 %	30 %
Prüfgeschwindigkeit (G)	25 mm/min	1 mm/min

Bild 8.7: Parametereinstellungen für den 2^k-Plan

Eine Beschränkung der Belastungs- oder Prüfgeschwindigkeit auf 25 mm/min geschah aus Gründen der Genauigkeit bezüglich der Bestimmung der charakteristischen Materialkennwerte aus den Spannungs-Dehnungs-Diagrammen. Die Prüfeinrichtung ist zwar in der Lage, wesentlich größere Geschwindigkeiten zu erreichen, jedoch bestehen Restriktionen bezüglich der Messfrequenz. Es

können maximal 100 Werte pro Sekunde verarbeitet werden. Um sowohl für den Zug- als auch für den Druckversuch eine hinreichende Abbildung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufes zu erhalten, ist die maximale Prüfgeschwindigkeit auf 25 mm/min zu begrenzen. Das untere

Geschwindigkeitsniveau wurde mit 1 mm/min gewählt. **Bild 8.7** gibt die Parametereinstellungen zusammenfassend wieder.

Bild 8.8 zeigt den uncodierten Versuchplan. Dieser wurde um 16 Klimaversuche erweitert, bei denen Proben verwendet wurden, die unter Variation der Herstellparameter Rohstoffart, Rohstoffkonzentration und Pressdruck gefertigt wurden. Für die acht Faktorstufenkombinationen wurden jeweils zwei Replikationen realisiert. Die Klimaversuche dienen der Untersuchung des zeitlichen Verlaufs der Bauteilfeuchtigkeit nach Entnahme der Proben aus dem Klimaprüfschrank. Die Ergebnisse der Klimaversuche werden später im Rahmen der Auswertung diskutiert.

Nr.	Rohstoff	Konzentration	Presskraft	rel. Luftfeuchte	Belastungsgeschw.
1	ZS	1,5%	50 kN	90 %	Klimaversuch
2	ZS	1,5%	50 kN	90 %	1 mm/min
3	ZS	1,5%	50 kN	30 %	25 mm/min
4	ZS	1,5%	50 kN	90 %	25 mm/min
5	ZS	1,5%	50 kN	90 %	Klimaversuch
6	ZS	1,5%	150 kN	90 %	Klimaversuch
7	ZS	1,5%	150 kN	30 %	1 mm/min
8	ZS	1,5%	150 kN	90 %	Klimaversuch
9	ZS	1,5%	150 kN	30 %	25 mm/min
10	ZS	1,5%	150 kN	90 %	25 mm/min
11	ZS	1,5%	150 kN	90 %	1 mm/min
12	ZS	1,5%	50 kN	30 %	1 mm/min
13	HS	1,0%	50 kN	90 %	25 mm/min
14	HS	1,0%	150 kN	30 %	25 mm/min
15	HS	1,0%	50 kN	30 %	1 mm/min
16	HS	1,0%	150 kN	90 %	Klimaversuch
17	HS	1,0%	150 kN	30 %	1 mm/min
18	HS	1,0%	50 kN	90 %	1 mm/min
19	HS	1,0%	150 kN	90 %	25 mm/min
20	HS	1,0%	50 kN	90 %	Klimaversuch
21	HS	1,0%	150 kN	90 %	1 mm/min
22	HS	1,0%	150 kN	90 %	Klimaversuch
23	HS	1,0%	50 kN	30 %	25 mm/min
24	HS	1,0%	50 kN	90 %	Klimaversuch
25	HS	1,5%	50 kN	30 %	1 mm/min
26	HS	1,5%	50 kN	90 %	Klimaversuch
27	HS	1,5%	50 kN	90 %	1 mm/min
28	HS	1,5%	150 kN	90 %	Klimaversuch
29	HS	1,5%	50 kN	30 %	25 mm/min
30	HS	1,5%	50 kN	90 %	25 mm/min
31	HS	1,5%	150 kN	90 %	25 mm/min
32	HS	1,5%	150 kN	90 %	1 mm/min
33	HS	1,5%	150 kN	30 %	1 mm/min
34	HS	1,5%	50 kN	90 %	Klimaversuch
35	HS	1,5%	150 kN	30 %	25 mm/min
36	HS	1,5%	150 kN	90 %	Klimaversuch
37	ZS	1,0%	150 kN	90 %	25 mm/min
38	ZS	1,0%	50 kN	90 %	1 mm/min
39	ZS	1,0%	150 kN	30 %	25 mm/min
40	ZS	1,0%	50 kN	30 %	1 mm/min
41	ZS	1,0%	150 kN	90 %	Klimaversuch
42	ZS	1,0%	150 kN	30 %	1 mm/min
43	ZS	1,0%	150 kN	90 %	Klimaversuch
44	ZS	1,0%	150 kN	90 %	1 mm/min
45	ZS	1,0%	50 kN	30 %	25 mm/min
46	ZS	1,0%	50 kN	90 %	25 mm/min
47	ZS	1,0%	50 kN	90 %	Klimaversuch
48	ZS	1,0%	50 kN	90 %	Klimaversuch

Bild 8.8: 2⁵-Versuchsplan zur Ermittlung der signifikanten Einflussfaktoren

8.1.3 Versuchsdurchführung

Dieser Abschnitt dient vor allem der Erläuterung des genauen Ablaufs der Fertigung und Konditionierung der Flachproben. Dabei sollen auch die eingesetzten Geräte und Vorrichtungen vorgestellt werden. Die Vorgehensweise zur Prüfung der selbstgefertigten Proben entspricht jener der Vorversuche.

Rohstoffaufbereitung

Innerhalb der Rohstoffaufbereitung muss eine pumpfähige Fasersuspension erzeugt werden, die dem Anformvorgang zugeführt werden kann. Die Fasern der jeweiligen Rohstoffart sind dabei entsprechend in Wasser aufzulösen. Die zuvor festgelegten Konzentrationen bestimmen das Massenverhältnis von Fasern zu dem Volumen der anzusetzenden Stoffsuspension. Da sich die Konzentration aber auf die Masse ofentrockener Fasern bezieht, der vorliegende Rohstoff jedoch einen Feuchtigkeitsgehalt zwischen 60 und 70 % aufweist, ist zur Berechnung der Rohstoffeinwaage folgende Formel zu verwenden:

$$m_{F,f} = V_S \cdot \frac{\kappa}{100\%} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{r_F}{100\%}\right)} \quad (8.1)$$

mit $m_{F,f}$ = Masse des feuchten Faserstoffs in [g]
 V_S = Volumen der Stoffsuspension in [ml]
 κ = Stoffkonzentration in [% otro]
 r_F = Feuchtigkeitsgehalt des Faserstoffs in [%]

Die Chargen wurden entsprechend der Kombinationen aus Rohstoff und Konzentration für jeweils 12 Versuche angesetzt.

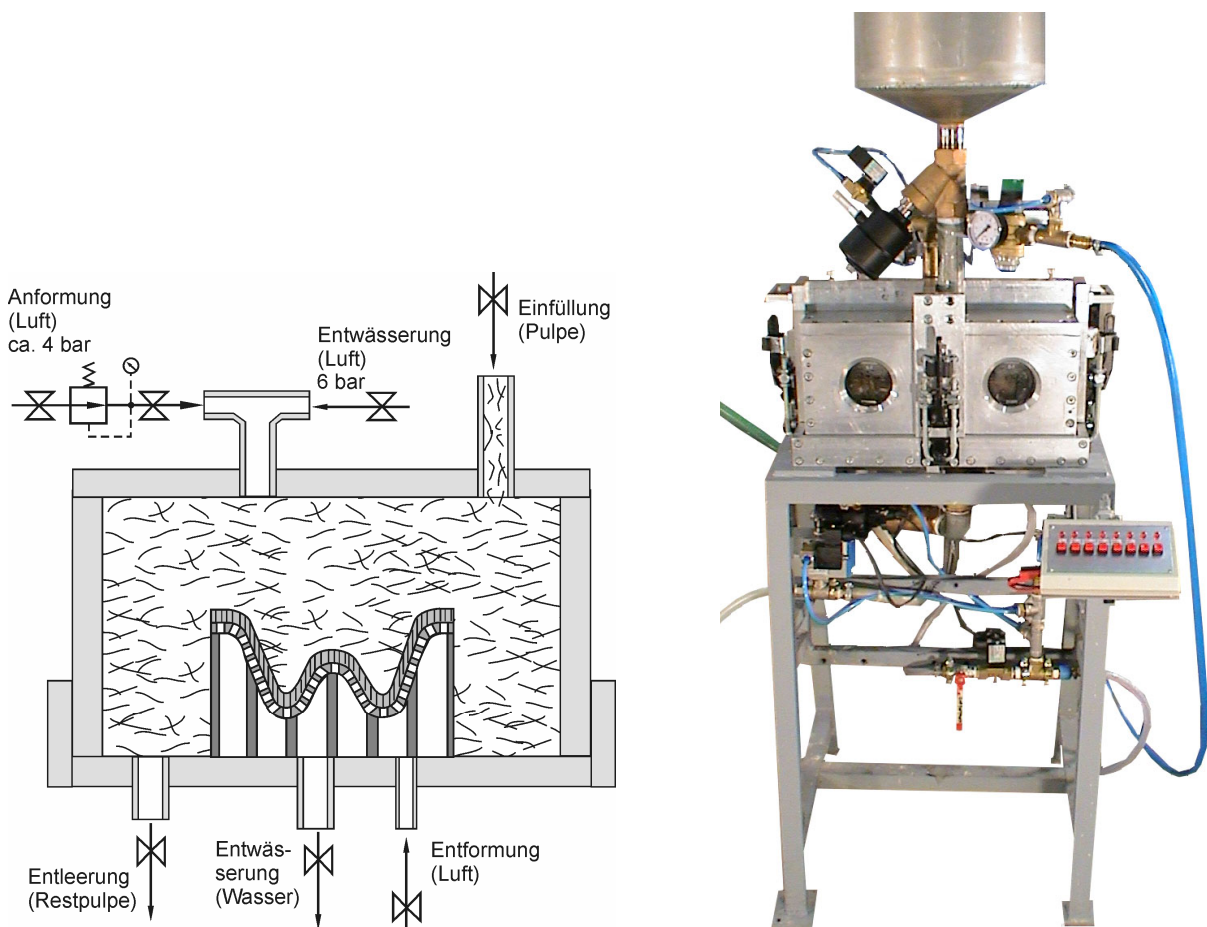


Bild 8.9: Querschnitt des Druckraums und Gesamtansicht der Faserformversuchsanlage /WIL02/

Anformvorgang

Der Anformprozess, der in Kapitel 2.3.2 beschrieben ist, dient der Bildung des Faservlieses durch Filtration der Fasern aus der Stoff suspension. Zur Herstellung der Proben kommt die in **Bild 8.9** dargestellte Versuchsanlage zum Einsatz. Die im Rahmen von /WIL02/ am Fachgebiet Maschinenelemente entwickelte Faserformanlage arbeitet nach dem Überdruckverfahren. Sie wurde ursprünglich zur Fertigung von Unterarmorthesen verwendet. Da Druckraum und Siebkörper optimal aneinander angepasst sind und somit eine prozesssichere Bildung der Faservliese ermöglicht wird, erschien es sinnvoll, keine Änderungen an der Anlage vorzunehmen. Weiterhin ist zu erwähnen, dass alle Parameter des Anformprozesses mit einem Computer gesteuert werden können. Der Anformdruck wird für die Versuchsdurchführung konstant auf sechs Bar eingestellt.

Pressen, Trocknen, Ausstanzen

Nach dem Anformen erfolgt eine manuelle Entnahme des noch feuchten Faservlieses. Dieses wird im Anschluss mit den zuvor festgelegten Pressdrücken zu einem ebenen Faserformteil gepresst. Dazu wird eine manuelle Hydraulikpresse eingesetzt.

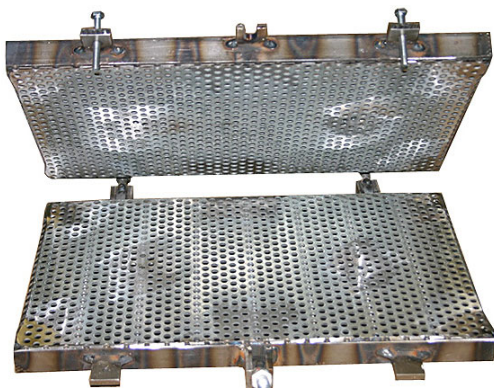


Bild 8.10: Trocknungsvorrichtung

Die Trocknung erfolgt entsprechend der Empfehlung in DIN EN 20287 /DEN94/ mit einer Temperatur von 105 ± 2 °C. Produkte auf Basis von Papierfaserstoffen neigen während der Trocknung dazu, sich stark zu verformen. Um dieses im Hinblick auf die Erhaltung der ebenen Geometrie der Proben zu verhindern, kommt die in **Bild 8.10** gezeigte Trocknungsvorrichtung zum Einsatz. Das gepresste Faserformteil wird dabei zwischen den einstellbaren Lochblechen fixiert.

Nach einer Trocknungsdauer von ca. einer Stunde kann das handtrockene Faserformteil ausgestanzt werden. Dazu wird die in **Bild 7.2** dargestellte Ausstanzvorrichtung verwendet. Auf diese Weise entstehen Flachproben, welche die in Kapitel 6 definierte Geometrie aufweisen.

Zur Bestimmung der Bauteilfeuchtigkeit r_F kommt verglichen mit den Vorversuchen eine etwas andere Vorgehensweise zum Einsatz. Da die Konditionierung mit bis zu 90 % relativer Luftfeuchtigkeit in einem Klimaschrank, die Prüfung der Proben jedoch in einem Raum mit einer Luftfeuchtigkeit von ca. 30 % erfolgt, muss ein Verfahren gefunden werden, dass es erlaubt, die Feuchtigkeit in den Proben möglichst zeitnah zur Materialprüfung zu ermitteln. Die Bestimmung der Bauteilfeuchtigkeit mittels des Feuchtigkeitsmessgerätes dauert aufgrund der benötigten Trocknungszeit der Prüfstücke sehr lange und erscheint somit ungeeignet. Aus diesem Grund wird der Feuchtigkeitsgehalt der Flachproben über zwei Wiegunen aufgenommen. Zur Ermittlung des Trockengewichts werden die Proben im Anschluss an das Ausstanzen erneut bei 105 ± 2 °C getrocknet. Zur Festlegung ei-

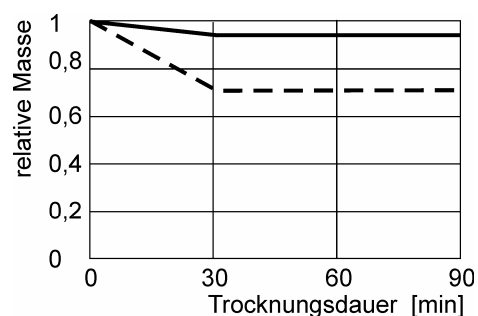


Bild 8.11: Erforderliche Trocknungszeit

ner ausreichenden Trocknungsdauer werden im Vorfeld Versuche durchgeführt. **Bild 8.11** belegt, dass eine Trocknungszeit von 30 min ausreichend ist. Aus Sicherheitsgründen wird eine Trocknungsdauer von 60 min gewählt. Die zweite Wiegung der Proben wird nach der Konditionierung im Klimaprüfschrank durchgeführt. Neben den Massen werden jeweils vor und nach der Konditionierung die Probenabmessungen bestimmt.

Wie zu Beginn des Abschnitts erwähnt, entspricht die weitere Vorgehensweise bei der Materialprüfung derjenigen in den Vorversuchen. Aus diesem Grund soll auf eine Erläuterung der Versuchsdurchführung verzichtet und direkt zu der Versuchsauswertung und -interpretation übergegangen werden.

8.1.4 Versuchsauswertung und Ergebnisinterpretation

Zur Ermittlung der signifikanten Faktor- und Wechselwirkungseffekte sind diese zunächst nach folgender Formel /KLE03/ zu berechnen:

$$\text{Effekt} = \frac{2}{m} \cdot \sum_{i=1}^m (\text{Vorzeichen} \cdot \bar{y}_i) \quad (8.2)$$

mit m = Anzahl der Faktorstufenkombinationen

\bar{y}_i = Mittelwert der ermittelten Zielgrößen für die Faktorstufenkombination i

Die Vorzeichen entsprechen dabei den eingestellten Niveaus der Faktoren. Für die Wechselwirkungseffekte ergeben sich diese durch Multiplikation der codierten Stufenwerte der zugrunde liegenden Faktoren (Vgl. **Bild 8.3**).

Der Schätzwert der Standardabweichung der Effekte ergibt sich aus dem Mittelwert der Varianzen innerhalb der Faktorstufenkombinationen /KLE03/.

$$s_d = \sqrt{\frac{4}{N \cdot m} \cdot \sum_{i=1}^m s_i^2} \quad (8.3)$$

mit $N = m \cdot n$ = Gesamtanzahl der Versuche

s_i^2 = Schätzwert der Varianz für die Ausprägungen der Faktorstufenkombination i

Zur Beurteilung der Signifikanz der Effekte werden diese mit den 95 %-, 99 %- und 99,9 %-Vertrauensbereichen verglichen, die sich durch Multiplikation des Schätzwerts der Effekte mit dem jeweiligen Wert der t-Verteilung ergeben. Die Deutung der Ergebnisse erfolgt entsprechend **Bild 7.23**.

Bei Versuchsplänen mit nur einer Realisierung $n = 1$ für jede Faktorstufenkombination, wie er hier vorliegt, ist es nicht möglich, die Varianz aus der Streuung der Messwerte für eine Faktorstufenkombination zu schätzen. Stattdessen erfolgt die Schätzung der Varianz über zufällige Effekte. Zur Bestimmung der zufälligen Effekte sind die Effektgrößen in einem Normalverteilungsplot aufzutragen. Es wird davon ausgegangen, dass die zufälligen Effekte normalverteilt sind und somit auf einer Geraden liegen, wobei sich die vermuteten wahren Effekte als Ausreißer darstellen.

Zur Schätzung der Zufallsstreuung findet folgende Formel /KLE03/ ihre Anwendung:

$$s_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{1}{z} \cdot \sum_{i=1}^z (\text{Effekt})^2} \quad (8.4)$$

mit z = Anzahl der zufälligen Effekte

Die Beurteilung der Effektsignifikanzen erfolgt entsprechend der zuvor erläuterten Vorgehensweise.

Bevor die Ergebnisse der Versuchsreihe präsentiert werden, soll der Fehlereinfluss untersucht werden, der sich bezüglich der zeitabhängigen Abnahme der Bauteilfeuchtigkeit nach Entnahme der Proben aus dem Klimaprüfschrank ergibt. Im Idealfall sind die Proben unter den gleichen klimatischen Bedingungen zu prüfen, die auch während der Konditionierung vorliegen. Dieses ist jedoch nicht möglich, da kein Klimaraum, sondern lediglich ein Klimaschrank zur Verfügung steht. Für große Abweichungen zwischen Konditionierungs- und Raumklima ist der Fehlereinfluss erwartungsgemäß am größten. Da die relative Luftfeuchtigkeit im Prüfraum bei $30 \pm 2\%$ liegt, wird lediglich der Einfluss auf Proben untersucht, die zuvor bei 90 % relativer Luftfeuchte gelagert wurden.

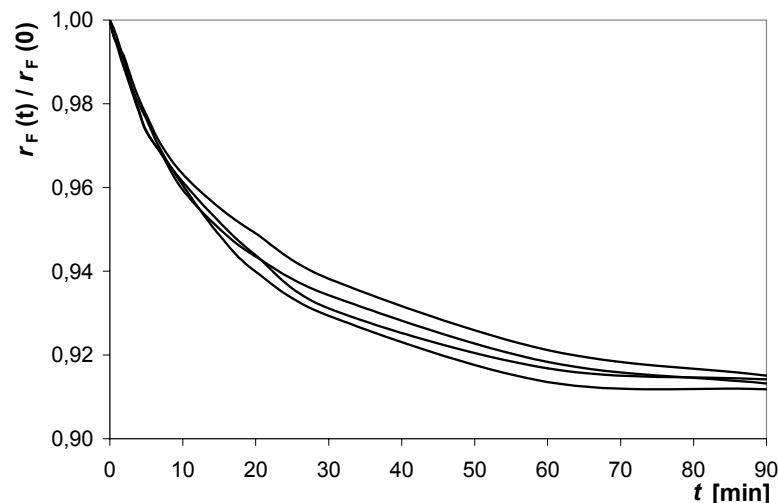


Bild 8.12: Prozentuale Abnahme der Probenfeuchtigkeit über der Zeit

Bild 8.12 zeigt beispielhaft die prozentuale Abnahme der Probenfeuchtigkeit über der Zeit. Bei der Versuchsdurchführung wird die Zeitspanne zwischen Entnahme der Probe aus dem Klimaprüfschrank und Beginn der Materialprüfung mit 2 Minuten konstant gehalten. In der Regel versagen die Proben nach weiteren 30 – 40 Sekunden. Zur Beurteilung des Fehlereinflusses ist somit die Abnahme der Probenfeuchtigkeit nach 2,5 Minuten zu betrachten. Sie liegt zwischen 98 und 99 % für alle 16 im Rahmen der Klimaversuche untersuchten Proben. Der Fehlereinfluss ist daher sehr gering und kann vernachlässigt werden.

Bild 8.13 zeigt die Ergebnisse der Signifikanzanalyse. Die Kodierung ist entsprechend **Bild 7.23** zu deuten. Es ist klar zu erkennen, dass die Klimabedingungen einen hochsignifikanten Einfluss auf fast alle charakteristischen Materialkennwerte haben. Im Folgenden soll sich auf die Ergebnisse für die Fließgrenzen beschränkt werden, da die Modellierung des Materialverhaltens auf diesen aufgebaut ist.

	R	K	P	F	G	R*K	R*P	R*F	R*G	K*P	K*F	K*G	P*F	P*G	F*G
Zugfestigkeit ($\sigma_{B,z}$)	**	*		***					**						**
Bruchdehnung ($\epsilon_{B,z}$)		**		***			*				***				
Zug-E-Modul (E_z)		*		***											
Zug-Fließgrenze ($\sigma_{F,z}$)	*	*	*	***	*				*						
Druckfestigkeit ($\sigma_{B,d}$)		**	*	***	**										
Bruchstauchung ($\epsilon_{B,d}$)				*											
Druck-E-Modul (E_d)			*	***											
Druck-Fließgr. ($\sigma_{F,d}$)		*	**	***	*										
Verdichtungsgr. (λ_v)	***			*											

	R*K*P	R*K*F	R*K*G	R*P*F	R*P*G	R*F*G	K*P*F	K*P*G	K*F*G	P*F*G	R*K*P*F	R*K*P*G	K*P*F*G	R*P*F*G	R*K*F*G	R*K*P*F*G
Zugfestigkeit ($\sigma_{B,z}$)											*					
Bruchdehnung ($\epsilon_{B,z}$)		**														
Zug-E-Modul (E_z)									*							
Zug-Fließgrenze ($\sigma_{F,z}$)																
Druckfestigkeit ($\sigma_{B,d}$)																
Bruchstauchung ($\epsilon_{B,d}$)	**						**									
Druck-E-Modul (E_d)	*	*											***			
Druck-Fließgr. ($\sigma_{F,d}$)				*												
Verdichtungsgr. (λ_v)																

Bild 8.13: Ergebnisse der Signifikanzuntersuchungen

Entgegen der eindeutigen Abhängigkeit der Zug-Fließgrenze von der Probenfeuchtigkeit, welche über die relative Luftfeuchtigkeit variiert wird, kann den anderen Faktoreffekten kein signifikanter Einfluss nachgewiesen werden. Für die Druck-Fließgrenze erweist sich auch der Pressdruck als signifikante Größe. Nach /KLE03/ sind für diejenigen Effekte, deren Ausprägung einem Vertrauensbereich zwischen 95 % und 99 % zuzuordnen sind, möglichst mehr Daten zu sammeln, da die Verhältnisse durch die vorliegenden Daten nicht eindeutig geklärt werden konnten. Aus diesem Grund sind die Einflussgrößen, welche auf die Zug- und auf die Druck-Fließgrenze mindestens ein indifferentes Verhalten zeigen, in einer weiteren Versuchsreihe einzubeziehen. Hier sind neben der relativen Luftfeuchtigkeit die Rohstoffkonzentration, der Pressdruck und die Prüf- oder Belastungsgeschwindigkeit zu nennen. Die Rohstoffart weist lediglich bezüglich der Zug-Fließgrenze ein indifferentes Verhalten auf. Weitere Versuche sollen der Modellierung der Abhängigkeiten zwischen den charakteristischen Materialkennwerten und den Einflussgrößen dienen. Um auch nichtlineare Regressionsmodelle anpassen zu können, ist im folgenden Abschnitt ein geeigneter Versuchsplan zu wählen.

Neben den Materialkenngrößen wird in der laufenden Versuchsreihe der Verdichtungsgrad λ_v bestimmt. Als einziger signifikanter Einflussfaktor kann die Rohstoffart ermittelt werden. Um eine Aussage bezüglich der Anwendbarkeit des Verdichtungsversuchs nach /WIL02/ als Schnelltest zur Bestimmung der festigkeitsrelevanten Materialgrößen zu treffen, sind zusätzlich die Fließgrenzen über den Verdichtungsgrad aufzutragen.

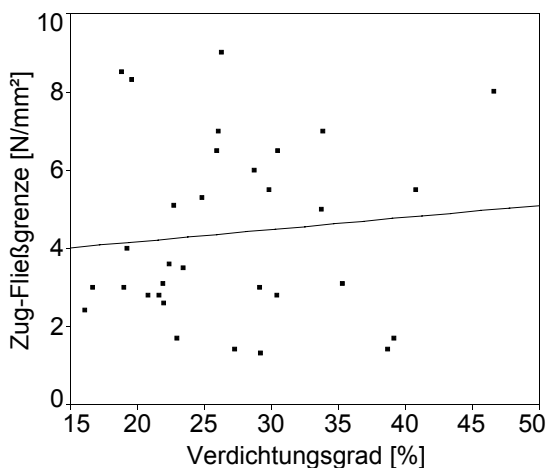


Bild 8.14: Regressionsgerade $\sigma_{F,z}$ über λ_v

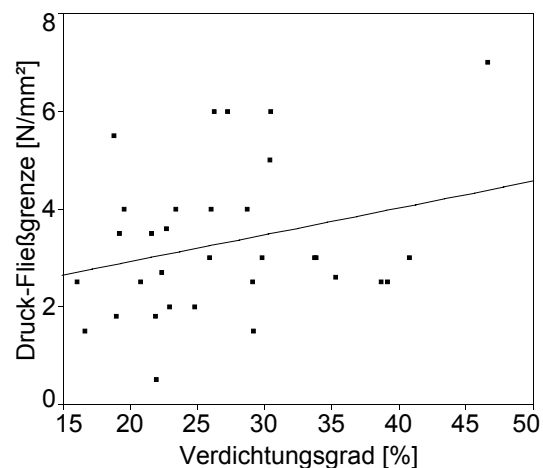


Bild 8.15: Regressionsgerade $\sigma_{F,d}$ über λ_v

Die Anpassungsgüten sind mit $R^2 = 0,01$ für den Zusammenhang zwischen Zug-Fließgrenze und Verdichtungsgrad sowie $R^2 = 0,07$ für Druck-Fließgrenze und Verdichtungsgrad sehr schlecht. Zur Beurteilung der Signifikanz des Einflusses des Verdichtungsgrads auf die Versagenskennwerte ist allerdings der t-Test für die Schätzwerte der Parameter des zugrunde liegenden linearen Regressionsmodells entscheidender. Dieser liefert eine Aussage vergleichbar mit der Betrachtung eines Vertrauensbereichs.

Die Abhängigkeit zwischen Verdichtungsgrad und Fließgrenzen ist deutlich insignifikant. Es wird vermutet, dass die in /WIL02/ definierte Größe zwar in der Lage ist, eine Beziehung zu einigen strukturabbildenden Parametern des Fasernetzwerks herzustellen, es sich dabei jedoch um solche Parameter handelt, die keinen Bezug zu den hier betrachteten Versagenskenngrößen aufweisen. Aus diesem Grund bleibt der Verdichtungsgrad in der folgenden Versuchsreihe unberücksichtigt.

8.2 Modellierung der Versagenskenngrößen

Im Rahmen der weiteren Untersuchungen sollen zur Modellierung der zulässigen Vergleichsspannung σ_{zul} und des zulässigen plastischen Dehnungsanteils ε_{zul}^p die Anpassungsfaktoren λ_i und die Sicherheitsbeiwerte S quantifiziert werden. Für eine solche Aufgabenstellung ist eine lineare Betrachtungsweise unzureichend. Vielmehr sind Versuchspläne und Auswertungsstrategien einzusetzen, die auch eventuell vorhandene nichtlineare Zusammenhänge abbilden können. Im Sinne einer iterativen Vorgehensweise wird der in **Bild 8.1** dargestellte Ablauf teilweise erneut durchlaufen. Neben der Modellierung der Vergleichsspannung ist das elastisch-plastische Materialverhalten in vereinfachter Form zu beschreiben, damit ein Vergleich unter Berücksichtigung der Einflussgrößen erfolgen kann. Abschließend ist ein Zusammenhang zwischen den Messergebnissen und den physikalischen Abläufen im belasteten Faser Netzwerk herzustellen.

Bild 8.16 weist nach, dass das reale Materialverhalten der Faserformproben sowohl unter Zug- als auch unter Druckbelastung im plastischen Bereich relativ gut durch eine lineare Näherung beschrieben werden kann. Die bisher betrachteten Zielgrößen sind dazu durch die in **Bild 8.16** definierten Kenngrößen zu ergänzen.

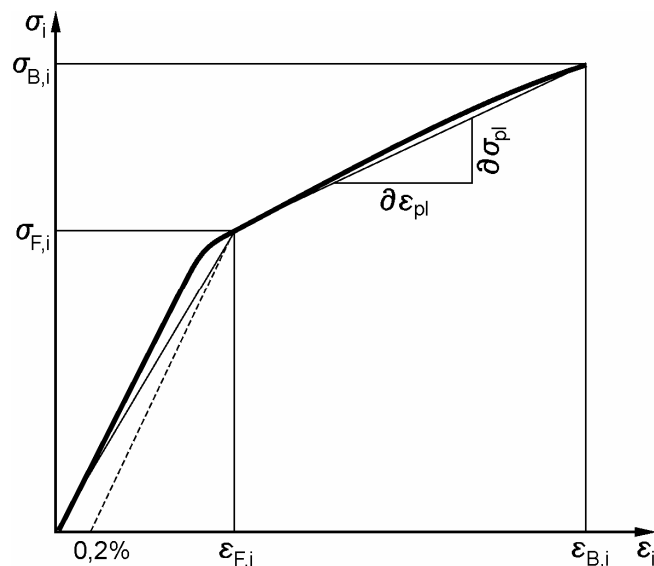


Bild 8.16: Lineare Anpassung des plastischen Materialverhaltens fremdgefertigter Faserformprodukte

Fließdehnung/-stauchung $\varepsilon_{F,z} / \varepsilon_{F,d}$ [%]

Die Fließdehnung bzw. -stauchung beschreibt die rel. Längenänderung der Flachprobe zu Beginn des plastischen Fließens, welcher durch $\sigma_{F,z}$ bzw. $\sigma_{F,d}$ definiert ist. Die Werte können durch Aufsummieren des elastischen und plastischen Dehnungsanteils nach folgender Formel berechnet werden.

$$\varepsilon_{F,i} = \varepsilon_{el}(\sigma_{F,i}) + \varepsilon_{pl} = \frac{\sigma_{F,i}}{E_i} \cdot 100\% + 0.2\% \quad (8.5)$$

Zug-/Druck-Sekantenmodul E_z^s / E_d^s [N/mm²]

An Stelle des Elastizitätsmoduls E_i , welcher aus der Anfangssteigung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ermittelt werden kann, wird nun der Sekantenmodul definiert. Dieser ergibt sich aus der Steigung der Verbindungsgeraden vom Ursprung des Spannungs-

Dehnungs-Diagramms zu dem Punkt, der den Beginn plastischen Fließens mit $\sigma_{F,i}$ und $\varepsilon_{F,i}$ bezeichnet. Zu dessen Bestimmung dient folgende Beziehung.

$$E_i^s = \frac{\sigma_{F,i}}{\varepsilon_{F,i}} \cdot 100\% \quad (8.6)$$

Zug-/Druck-Tangentenmodul T_z / T_d [N/mm²]

In Anlehnung an die Nomenklatur, die zur Beschreibung plastischen Materialverhaltens bei Metallen Anwendung findet /ISS95/, ist entsprechend dem Elastizitätsmodul für den elastischen Bereich der Tangentenmodul für das Verhalten bei Spannungen $\sigma > \sigma_{F,i}$ zu bestimmen. Die Berechnung erfolgt über den Zusammenhang:

$$T_i = \frac{\sigma_{B,i} - \sigma_{F,i}}{(\varepsilon_{B,i} - \varepsilon_{F,i}) / 100\%} \quad (8.7)$$

Plastischer Dehnungsanteil bei Probenbruch $\varepsilon_{B,z}^p / \varepsilon_{B,d}^p$ [%]

Vergleichbar mit den Fließgrenzen, die als Materialkenngröße aus den uni-axialen Werkstoffversuchen in die Formel zur Bestimmung der Vergleichsspannung eingehen, sollen zur Berechnung des zulässigen plastischen Dehnungsanteils ε_{zul}^p die plastischen Dehnungsanteile $\varepsilon_{B,z}^p$ und $\varepsilon_{B,d}^p$, die bei dem Bruch der Probe vorliegen, Verwendung finden. Diese können folgendermaßen berechnet werden:

$$\varepsilon_{B,i}^p = \varepsilon_i^p (\sigma_{B,i}) = \varepsilon_{B,i} - \frac{\sigma_{B,i}}{E_i} \quad (8.8)$$

Die Festlegung der Einflussgrößen erfolgte bereits innerhalb der Versuchsauswertung der vorherigen Messreihe. Es wurden die Größen „Rohstoffkonzentration“ (codiert mit K), „Pressdruck“ (P), „relative Luftfeuchtigkeit bei der Probenkonditionierung“ (F) und „Prüfgeschwindigkeit“ (G) gewählt. Im weiteren Verlauf des Kapitels soll ein geeigneter Versuchsplan erarbeitet werden.

8.2.1 Festlegung der Faktorstufen und Aufstellen des Versuchsplans

Zur Anpassung eines nichtlinearen Regressionsmodells müssen die Faktoren auf mehr als zwei Stufen variiert werden, da sonst nur ein linearer Zusammenhang angenommen werden kann. Entsprechend der im vorigen Abschnitt vorgestellten zweistufigen voll- und teilfaktoriellen Versuchspläne existieren Pläne, die eine dreistufige Variation der Faktoren vorsehen. Ein wesentlicher Nachteil solcher 3^k - oder 3^{k-p} -Pläne besteht in der überproportionalen Zunahme des Versuchsumfangs. Bei dem Einsatz eines vollfaktoriellen Versuchsplans für den hier vorliegenden Fall müssten jeweils $3^4 = 81$ Zug- und Druckversuche durchgeführt werden.

Neben optimalen Plänen und Box-Behnken-Plänen, die hier nicht näher beschrieben werden sollen, finden in der Praxis vor allem zentral zusammengesetzte Versuchspläne (ZZP) Anwendung. Ein solcher Plan besteht aus einem vollständigen 2^k - oder fraktionell faktoriellen 2^{k-p} -Versuchsplan mit Mindestauflösung V, der um sogenannte Sternpunkte und einen Zentrums- punkt erweitert wurde. **Bild 8.17** zeigt grafisch die Anordnung der Faktorstufenkombinationen für $k = 3$ Faktoren.

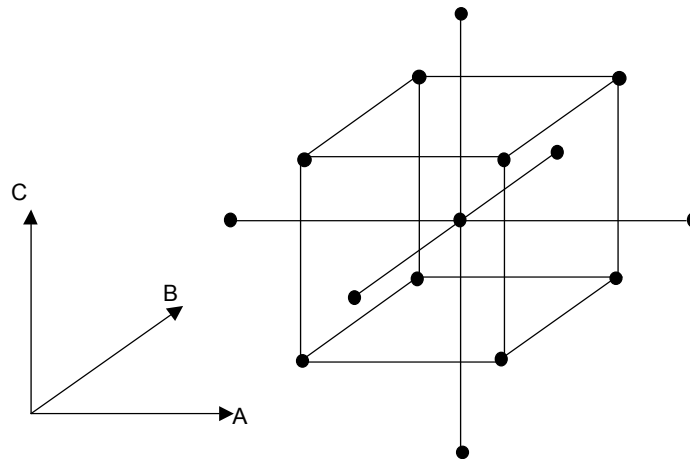


Bild 8.17: Grafische Darstellung der Faktorstufenkombinationen eines ZZZP /KLE03/

Jeder Faktor nimmt in einem ZZZP entsprechend der Stufenkombinationen eines 2^k -Plans die codierten Werte ± 1 , 0 und $\pm\alpha$ an. **Bild 8.18** zeigt die Faktorstufenkombinationen für den in **Bild 8.17** dargestellten Versuchsplan. Die Wahl der Realisierungen des Zentralpunktes n_0 sowie der Werte der Sternpunkte $\pm\alpha$ hängt von der jeweiligen Zielsetzung ab, die bei der Versuchsauswertung verfolgt wird. Es wird im Wesentlichen zwischen orthogonalen und drehbaren Plänen unterschieden.

sys. Nr.	Faktor A	Faktor B	Faktor C	Erläuterung
1	- 1	- 1	- 1	
2	1	- 1	- 1	
3	- 1	1	- 1	„Würfel“
4	1	1	- 1	vollständig
5	- 1	- 1	1	faktoriell
6	1	- 1	1	
7	- 1	1	1	
8	1	1	1	
9	- α	0	0	
10	α	0	0	„Stern“
11	0	- α	0	jeder Faktor
12	0	α	0	getrennt
13	0	0	- α	
14	0	0	α	
15	0	0	0	
16	0	0	0	Zentrum n_0 -mal
17	0	0	0	(hier viermal)
18	0	0	0	

Bild 8.18: Normierte Werte der Faktorstufenkombinationen eines zentral zusammengesetzten Plans /KLE03/

Orthogonaler ZZZP

Ein orthogonaler zentral zusammengesetzter Versuchsplan weist den großen Vorteil auf, dass die Schätzwerte b_j der Parameter β_j des Regressionsmodells unabhängig voneinander sind, d. h., dass sich diese nicht gegenseitig beeinflussen. Insbesondere die Wahl der in das Modell einzubeziehenden Faktoren wird dadurch erleichtert.

Ein zuvor beschriebener Versuchsplan ist orthogonal bezüglich aller Terme im Modell, wenn die Sternpunkte Werte nach folgender Gleichung /KLE03/ annehmen:

$$\alpha^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{N \cdot N_W} - N_W \right) \quad (8.9)$$

mit $N_W = 2^{k-p}$ = Anzahl der Einzelversuche im Würfel
 $N = 2^{k-p} + 2k + n_0$ = Gesamtzahl der Einzelversuche

Drehbarer ZZP

Im Allgemeinen hängt die Breite des Vertrauensbereichs für den Schätzwert der Zielgröße an einem bestimmten Punkt des Versuchsplans von den Werten aller Faktoren ab. Ein Versuchsplan ist drehbar, wenn die Breite des Vertrauensintervalls nur vom Abstand des betrachteten Punktes vom Zentrum des Würfels abhängt und nicht von der Richtung. Dazu muss folgende Bedingung /KLE03/ erfüllt sein.

$$\alpha^2 = \sqrt{2^{k-p}} \quad (8.10)$$

Für eine gegebene Anzahl an Faktoren k und Einzelversuchen im Würfel N_W kann durch geeignete Wahl von n_0 ein Wert α erhalten werden, der zu einem Versuchsplan führt, welcher sowohl orthogonal als auch drehbar ist. Für den vorliegenden Fall mit $k = 4$, $N_W = 16$ wurde mit Wahl der Realisierungen an dem Zentralpunkt $n_0 = 3$ und einem Wert $\alpha = 2$ zur Eingrenzung des Versuchsumfanges die Orthogonalität des ZZP aufgegeben. Da die Auswertung mit der Statistiksoftware JMP durchgeführt wird, ergeben sich keine Nachteile. Die Anzahl der Realisierungen für jede der Faktorstufenkombinationen wurde mit $n = 2$ gewählt. Daraus ergibt sich ein zentral zusammengesetzter Plan mit $N = 54$ Versuchen.

Im Folgenden mussten die Parametereinstellungen für die jeweils fünf Faktorstufen gewählt werden. Dabei wurde sich an die Empfehlung aus Kapitel 8.1.2 gehalten, einen möglichst großen technisch realisierbaren Bereich abzudecken. Der Nachteil, nicht in der Lage zu sein, eventuell vorhandene Nichtlinearitäten zu erkennen, besteht aufgrund der vergleichsweise hohen Anzahl an Faktorstufen nicht.

Die Rohstoffkonzentration κ wurde für die zweistufigen Versuche aufgrund des relativ kleinen Überdeckungsbereichs für die betrachteten Rohstoffarten zwischen 1 und 1,5 % variiert. Da für die vorliegende Versuchreihe ausschließlich TMP benutzt wurde, konnte die obere Grenze auf 2,4 % erhöht werden. Die Faktorstufen ergaben sich somit zu 1 %, 1,35 %, 1,7 %, 2,05 % und 2,4 %.

Auch für die Presskraft, welche zur Variation des Pressdrucks verwendet wird, wurde ein größerer Einstellbereich mit den Faktorstufen 20 kN, 70 kN, 120 kN, 170 kN und 220 kN gewählt. Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, dass aus Gründen der besseren Einstellbarkeit die Presskraft variiert wird. Der Pressdruck, welcher an Stelle der Presskraft in der Auswertung berücksichtigt wird, ergibt sich aus der Kraft, welche durch den Mittelwert der Bauteilfläche $A = 20550 \text{ mm}^2$ dividiert wird.

Die Niveaus für die relative Luftfeuchtigkeit ergaben sich unter Ausnutzung des gesamten Arbeitsbereichs des Klimaprüfschranks bei einer Temperatur von 23 °C zu 30 %, 45 %, 60 %, 75 % und 90 %.

Die Faktorstufen der Prüfgeschwindigkeit wurden zu 1 mm/min, 6 mm/min, 11 mm/min, 16 mm/min und 21 mm/min gewählt.

Bild 8.19 zeigt den Versuchsplan, der jeweils für die Zug- und Druckversuche realisiert wurde.

Nr.	Konzentration	Presskraft	rel. Luftfeuchte	Belastungsgeschw.
1	1,70 %	120 kN	60 %	21 mm/min
2	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
3	1,70 %	120 kN	90 %	11 mm/min
4	1,70 %	120 kN	60 %	1 mm/min
5	1,70 %	220 kN	60 %	11 mm/min
6	1,70 %	20 kN	60 %	11 mm/min
7	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
8	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
9	1,70 %	120 kN	30 %	11 mm/min
10	1,35 %	170 kN	45 %	16 mm/min
11	1,35 %	170 kN	75 %	16 mm/min
12	1,35 %	70 kN	45 %	16 mm/min
13	1,35 %	70 kN	45 %	6 mm/min
14	1,35 %	170 kN	45 %	6 mm/min
15	1,35 %	70 kN	75 %	16 mm/min
16	1,35 %	170 kN	75 %	6 mm/min
17	1,35 %	70 kN	75 %	6 mm/min
18	2,40 %	120 kN	60 %	11 mm/min
19	2,05 %	70 kN	45 %	16 mm/min
20	2,05 %	170 kN	75 %	6 mm/min
21	2,05 %	70 kN	45 %	6 mm/min
22	2,05 %	70 kN	75 %	16 mm/min
23	2,05 %	70 kN	75 %	6 mm/min
24	2,05 %	170 kN	45 %	16 mm/min
25	2,05 %	170 kN	45 %	6 mm/min
26	2,05 %	170 kN	75 %	16 mm/min
27	2,05 %	70 kN	45 %	16 mm/min
28	2,05 %	70 kN	75 %	6 mm/min
29	2,05 %	170 kN	75 %	6 mm/min
30	2,05 %	70 kN	75 %	16 mm/min
31	2,05 %	170 kN	45 %	16 mm/min
32	2,05 %	170 kN	75 %	16 mm/min
33	2,05 %	70 kN	45 %	6 mm/min
34	2,05 %	170 kN	45 %	6 mm/min
35	1,35 %	70 kN	45 %	6 mm/min
36	1,35 %	70 kN	45 %	16 mm/min
37	1,35 %	170 kN	45 %	16 mm/min
38	1,35 %	170 kN	75 %	16 mm/min
39	1,35 %	170 kN	45 %	6 mm/min
40	1,35 %	70 kN	75 %	16 mm/min
41	1,35 %	170 kN	75 %	6 mm/min
42	1,35 %	70 kN	75 %	6 mm/min
43	2,40 %	120 kN	60 %	11 mm/min
44	1,70 %	120 kN	60 %	21 mm/min
45	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
46	1,70 %	120 kN	60 %	1 mm/min
47	1,70 %	120 kN	90 %	11 mm/min
48	1,70 %	220 kN	60 %	11 mm/min
49	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
50	1,70 %	20 kN	60 %	11 mm/min
51	1,70 %	120 kN	30 %	11 mm/min
52	1,70 %	120 kN	60 %	11 mm/min
53	1,00 %	120 kN	60 %	11 mm/min
54	1,00 %	120 kN	60 %	11 mm/min

Bild 8.19: Zentral zusammengesetzter Versuchsplan zur Modellierung der Vergleichsspannungen

8.2.2 Versuchsauswertung und Ergebnisinterpretation

Zur Modellierung der zulässigen Spannung und des zulässigen plastischen Dehnungsanteils ist eine Regressionsanalyse durchzuführen. Das Gesamtziel besteht darin, einen formelmäßigen Zusammenhang zwischen den signifikanten Einflussgrößen, die im Rahmen der belastungsgerechten Bauteildimensionierung als Anpassungsfaktoren λ_i bezeichnet werden, und den Versagenskenngrößen zu ermitteln. Um zu entscheiden, welche Faktoren in das Regressi-

onsmodell einfließen sollen, sind alle möglichen Modellkombinationen zu vergleichen. Des Weiteren sind die zugrunde liegenden Daten mittels geeigneter uni- und multivariater statistischer Auswertungsmethoden zu analysieren. Es wird eine Vorgehensweise vergleichbar mit jener in Kapitel 7.2.2 gewählt.

Univariate Datenanalyse

Die univariate Datenanalyse beschränkt sich auf die Betrachtung der Häufigkeitsverteilungen der Messwerte für die charakteristischen Materialkennwerte, insbesondere die der Fließgrenzen und plastischen Dehnungsanteile bei Probenbruch. Eine Untersuchung der Einflussgrößen besitzt für geplante Versuche keine Relevanz, da die Faktoren gezielt variiert wurden.

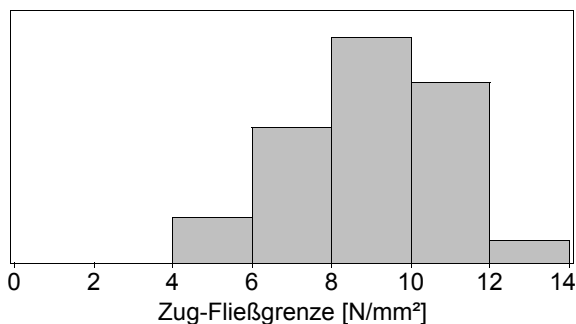


Bild 8.20: Häufigkeitsverteilung des Parameters „Zug-Fließgrenze“

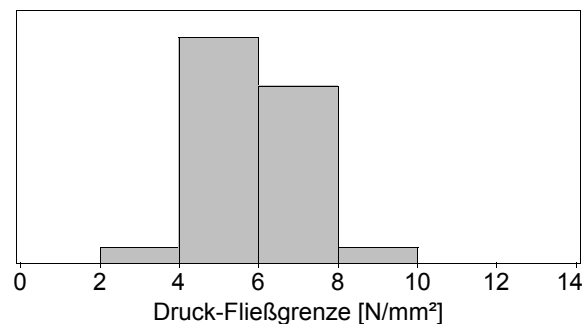


Bild 8.21: Häufigkeitsverteilung des Parameters „Druck-Fließgrenze“

Bild 8.20 und **Bild 8.21** zeigen die Histogramme der Zug- und der Druck-Fließgrenze. Es ist erkennbar, dass die selbstgefertigten Flachproben weit größere Werte aufweisen als die Prüfkörper, die den Faserform-Verpackungen entnommen wurden. Dieses liegt vermutlich daran, dass die für Verpackungsteile in der Regel verwendeten Sekundärfaserstoffe mit jedem Recyclingprozess festigkeitsbeeinflussende Änderungen der Faserstruktur durchlaufen. Aufgrund der Verhornung der Fasern nimmt die relative Bindungsfläche *RBF* ab. Da sich aber nur der Flächenanteil der Bindungen, jedoch nicht der zugrunde liegende Bindungsmechanismus ändert, kann davon ausgegangen werden, dass die Einflüsse der hier betrachteten Faktoren auf Sekundärfaserstoffe vergleichbar sind.

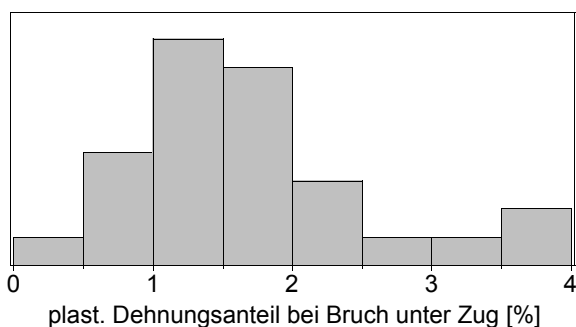


Bild 8.22: Häufigkeitsverteilung des Parameters „plastischer Dehnungsanteil bei Probenbruch unter Zugbelastung“

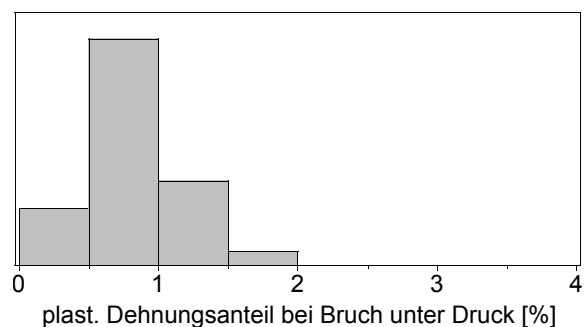


Bild 8.23: Häufigkeitsverteilung des Parameters „plastischer Dehnungsanteil bei Probenbruch unter Druckbelastung“

Die Verteilungen der plastischen Dehnungsanteile bei Probenbruch (**Bild 8.22** und **Bild 8.23**) zeigen, dass bei den untersuchten Prüfkörper unter Zugbeanspruchung meist ein ausgeprägter Bereich plastischer Deformationen bis maximal 4 % existiert.

Bild 8.24 stellt zusammenfassend die Mittelwerte und empirischen Standardabweichungen für alle ermittelten Materialkennwerte dar. Es fällt auf, dass die Mittelwerte für die unter Zugbelastung bestimmten Kenngrößen fast alle über denen liegen, welche im Druckversuch ermittelt wurden. Lediglich die Fließdehnung und die Fließstauchung sowie die Tangentenmodule weisen in etwa gleiche Werte auf. Bei Betrachtung der Standardabweichungen stehen besonders die Dehnungen hervor, die den Beginn plastischer Verformung kennzeichnen. Die vergleichsweise kleinen Werte deuten darauf hin, dass die Fließdehnung und die Fließstauchung unabhängig von den Einflussgrößen sind.

Zielgröße	Parameter der Normalverteilung		Zielgröße	Parameter der Normalverteilung	
	\bar{y}	s		\bar{y}	s
$\sigma_{B,z}$	12,17	2,255	$\sigma_{B,d}$	7,58	2,268
$\varepsilon_{B,z}$	2,35	0,857	$\varepsilon_{B,d}$	1,56	0,357
E_z^s	1003,85	230,776	E_d^s	635,25	118,104
$\sigma_{F,z}$	8,99	2,130	$\sigma_{F,d}$	5,81	1,231
$\varepsilon_{F,z}$	0,90	0,074	$\varepsilon_{F,d}$	0,92	0,115
T_z	265,54	90,716	T_d	238,60	83,544
$\varepsilon_{B,z}^p$	1,45	0,842	$\varepsilon_{B,d}^p$	0,65	0,307

Bild 8.24: Zusammenfassung der empirischen Erwartungswerte und Standardabweichungen der Zielgrößen

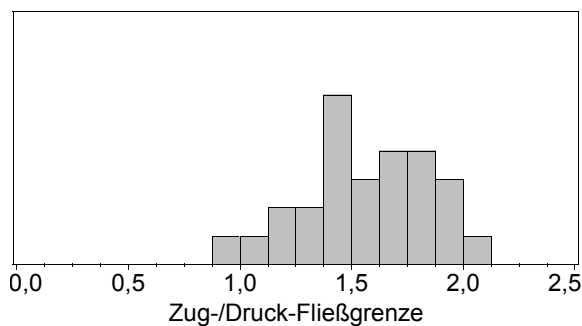


Bild 8.25: Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Fließgrenze

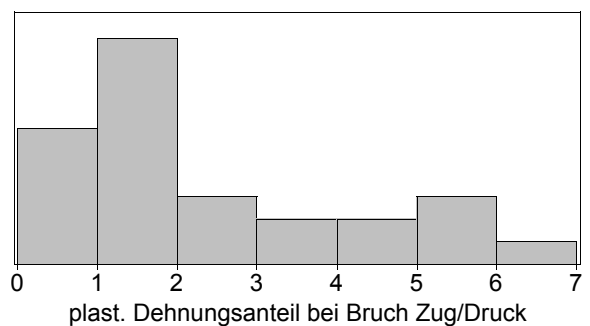


Bild 8.26: Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses der plastischen Dehnungsanteile von Zug- zu Druckbelastung

Zielgröße	Parameter der Normalverteilung		Zielgröße	Parameter der Normalverteilung	
	\bar{y}	s		\bar{y}	s
$\sigma_{B,z} / \sigma_{B,d}$	1,71	0,421	$\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d}$	1,57	0,286
$\varepsilon_{B,z} / \varepsilon_{B,d}$	1,68	0,914	$\varepsilon_{F,z} / \varepsilon_{F,d}$	1,00	0,169
E_z^s / E_d^s	1,60	0,315	T_z / T_d	1,17	0,368
$\varepsilon_{B,z}^p / \varepsilon_{B,d}^p$	3,42	3,264			

Bild 8.27: Empirischen Erwartungswerte und Standardabweichungen der Verhältnisgrößen

Zur Anpassung der Fließbedingungen und der Auslegungsvorschrift für den Bereich plastischen Fließens ist im Folgenden das Verhältnis von Zug- zu Druck-Fließgrenze (**Bild 8.25**) sowie den plastischen Dehnungsanteilen bei Probenbruch unter Zug- und Druckbeanspruchung (**Bild 8.26**) zu betrachten. Der Vollständigkeit halber sind die Mittelwerte und empirischen Standardabweichungen der Verhältnisgrößen aller Materialkennwerte in **Bild 8.27** zusammengefasst. Die Verhältnisse der einzelnen Kenngrößen mit Ausnahme derjenigen der plastischen Dehnungsanteile liegen im Mittel zwischen 1 und 1,71. Die Ergebnisse für das

Verhältnis der Fließgrenzen stimmen dabei sehr gut mit jenen aus den Vorversuchen überein. Wie schon zuvor festgestellt wurde, weisen die Dehnungen unter Zug- und Druckbelastung, bei denen plastisches Fließen eintritt, vergleichbare Werte auf, erkennbar an dem relativ engen Streubereich der entsprechenden Verhältnisgröße um $\bar{y}=1$. Des weiteren fällt auf, dass der Mittelwert des Verhältnisses der plastischen Dehnungsanteile bei Probenbruch mit 3,42 weit über den anderen Mittelwerten liegt. Die zugehörige Standardabweichung ist vergleichsweise groß. Das untere Quartil liegt bei 1,013 – ca. 75 % der Proben weisen also ein Verhältnis von $\varepsilon_{B,z}^p$ zu $\varepsilon_{B,d}^p$ größer als Eins auf.

Bivariate Datenanalyse

Ein Mittelwertvergleich, wie er bei der Auswertung der Vorversuche Anwendung gefunden hat, soll hier nicht durchgeführt werden. Aufgrund der Vergleichbarkeit der Ergebnisse wurde bereits durch die univariate Datenanalyse der Unterschied zwischen den Versagenskennwerten nachgewiesen.

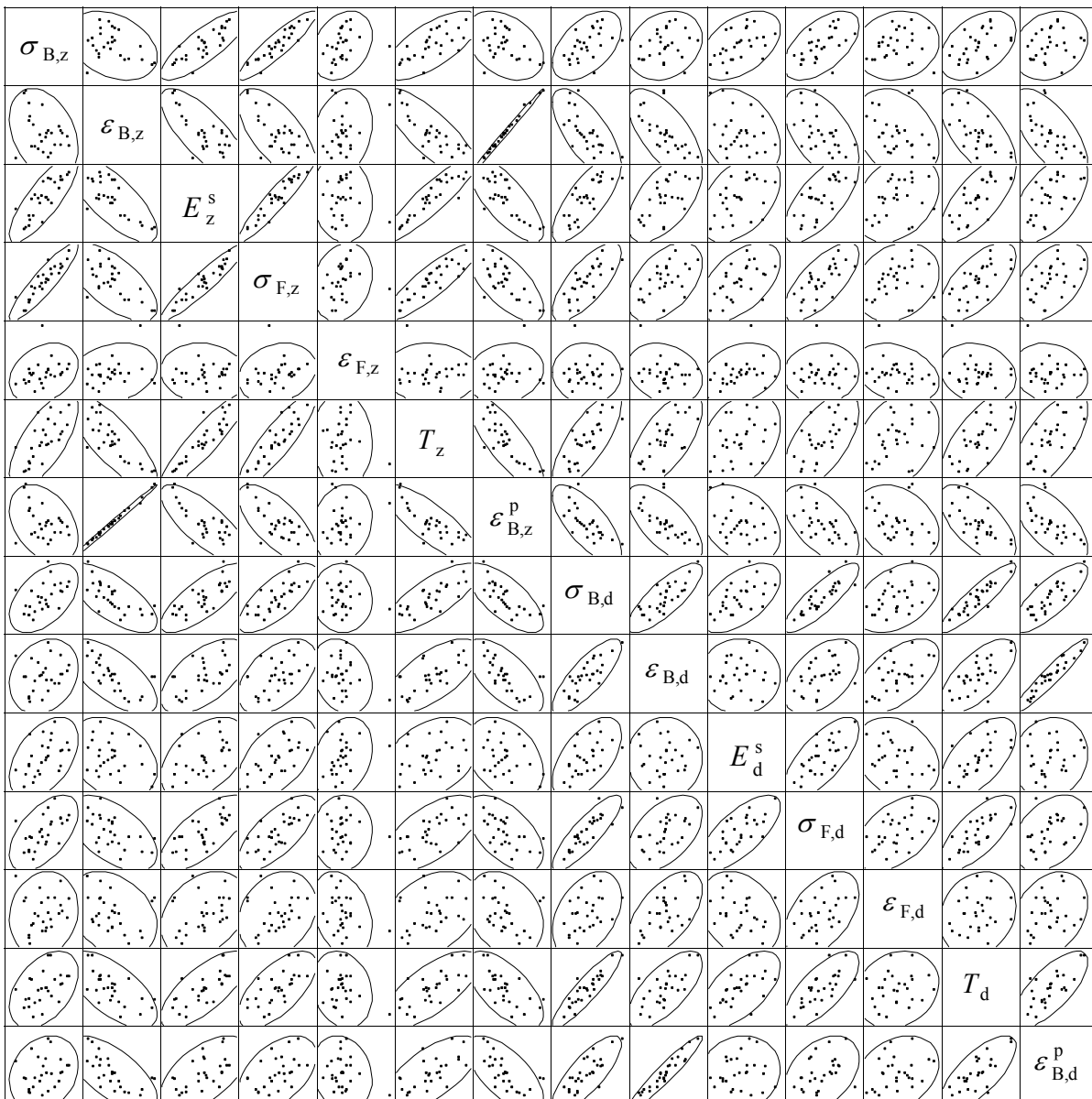


Bild 8.28: Streudiagramm-Matrix der charakteristischen Materialkennwerte

Gemäß der Vorgehensweise in den Vorversuchen soll im Folgenden eine Streudiagramm-Matrix analysiert werden. Da die Einflussgrößen entsprechend der gewählten Faktorstufenkombinationen gezielt variiert wurden, ist eine Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den Faktoren und den Zielgrößen aufgrund der zugrunde liegenden Datenstruktur ineffizient. Deshalb erscheint lediglich die Betrachtung der Abhängigkeiten unter den Zielgrößen sinnvoll.

Die Streudiagramm-Matrix in **Bild 8.28** lässt deutliche lineare Abhängigkeiten zwischen den Bruchspannungen und den Fließgrenzen, die jeweils unter Zug- und unter Druckbelastung ermittelt wurden, erkennen. Gleiches gilt für den Zusammenhang zwischen den Bruchdehnungen und deren plastischen Anteilen, da diese formelmäßig miteinander verknüpft sind. Darüber hinaus scheinen noch weitere Zusammenhänge zwischen den charakteristischen Materialkennwerten zu existieren. Diese bestehen jedoch nur zwischen den Kenngrößen, die einer Belastungsart zuzuordnen sind. Zumindest lineare Abhängigkeiten zwischen den im Zug- und im Druckversuch bestimmten Kenngrößen existieren augenscheinlich nicht. Die größte Streuung der Daten liegt jeweils bei der Auftragung der Fließdehnung und -stauchung über die verbleibenden Kennwerte vor. Dieses Ergebnis stützt die Vermutung, dass die Dehnungen, bei denen die Proben in den Bereich plastischen Fließens übergehen, entgegen der anderen Materialkenngrößen nicht von den Einflussgrößen abhängen. Aus Gründen der Vergleichbarkeit der Zusammenhänge soll auch hier eine Betrachtung der Korrelationskoeffizienten erfolgen.

$\sigma_{B,z}$	-0,335	0,824	0,909	0,292	0,699	-0,366	0,500	0,222	0,470	0,563	0,121	0,432	0,214
	$\varepsilon_{B,z}$	-0,755	-0,660	0,242	-0,804	0,996	-0,701	-0,663	-0,306	-0,547	-0,304	-0,642	-0,657
		E_z^s	0,942	-0,093	0,906	-0,760	0,772	0,584	0,451	0,699	0,308	0,720	0,564
			$\sigma_{F,z}$	0,209	0,883	-0,690	0,741	0,487	0,527	0,709	0,226	0,641	0,482
				$\varepsilon_{F,z}$	-0,039	0,159	-0,032	-0,238	0,281	0,038	-0,298	-0,181	-0,166
					T_z	-0,814	0,767	0,669	0,350	0,608	0,327	0,698	0,656
						$\varepsilon_{B,z}^p$	-0,711	-0,654	-0,336	-0,560	-0,284	-0,638	-0,655
							$\sigma_{B,d}$	0,802	0,563	0,854	0,399	0,907	0,784
								$\varepsilon_{B,d}$	0,008	0,486	0,567	0,681	0,951
									E_d^s	0,706	-0,254	0,599	0,104
										$\sigma_{F,d}$	0,480	0,713	0,386
											$\varepsilon_{F,d}$	0,178	0,285
												T_d	0,726
													$\varepsilon_{B,d}^p$
symmetrisch													

Bild 8.29: Korrelations-Matrix der Zielgrößen

Im Vergleich zu den fremdgefertigten Faserformprodukten, welche innerhalb der Vorversuche geprüft wurden, bestehen zwischen charakteristischen Materialkennwerten der selbstgefertigten Proben weit größere Abhängigkeiten. Die deutlichsten Zusammenhänge, hier mit $|r_{XY}| \geq 0,9$ definiert, existieren zwischen:

- Zugfestigkeit $\sigma_{B,z}$ \Leftrightarrow Zug-Fließgrenze $\sigma_{F,z}$
- Zug-Sekantenmodul E_z^s \Leftrightarrow Zug-Fließgrenze $\sigma_{F,z}$
- Zug-Sekantenmodul E_z^s \Leftrightarrow Zug-Tangentenmodul T_z

- Zug-Bruchdehnung $\varepsilon_{B,z}$ \Leftrightarrow plastischer Dehnungsanteil Zug $\varepsilon_{B,z}^p$
- Druckfestigkeit $\sigma_{B,d}$ \Leftrightarrow Druck-Tangentenmodul T_d
- Druck-Bruchdehnung $\varepsilon_{B,d}$ \Leftrightarrow plastischer Dehnungsanteil Druck $\varepsilon_{B,d}^p$

Modellbestimmung

Die Modellbestimmung umfasst neben der Auswahl eines geeigneten Regressionsmodells die Anpassung der Modellparameter β_j . Im Rahmen der Modellauswahl sind die Faktoren, Faktorwechselwirkungen usw. zu bestimmen, welche zur Modellierung der zulässigen Spannung σ_{zul} bzw. des plastischen Dehnungsanteils ε_{zul}^p berücksichtigt werden sollen. Der Einsatz der Statistiksoftware *JMP* ermöglicht mittels statistischer Kennzahlen eine vergleichende Betrachtung aller Modellvarianten, die sich aus den Kombinationen der Faktoren und Faktorwechselwirkungen ergeben. Diese dienen der Beurteilung der Anpassungsgüte des jeweiligen Modells an die vorliegenden Messdaten. Naturgemäß wird die beste Anpassungsgüte mit dem maximalen Informationsgehalt, den ein Modell beinhaltet, also mit der maximal möglichen Anzahl an Modellparametern erzielt. Aus Gründen des Modellierungs- und späteren Berechnungsaufwands zur Bestimmung der Versagensgrenzen ist jedoch diejenige Modellvariante zu finden, welche den bestmöglichen Kompromiss zwischen den zuvor genannten Sichtweisen schafft. Als Qualitätskennzahlen kommen das an die Anzahl der Modellparameter angepasste Bestimmtheitsmaß R_a^2 , der C_p -Wert von *Mallows* und das Informationskriterium von *Akaike* zum Einsatz, die wie folgt definiert sind.

Das angepasste Bestimmtheitsmaß /NET96/ leitet sich aus der zuvor vorgestellten Anpassungsgüte R^2 ab. Es erlaubt einen Vergleich von Modellen mit unterschiedlicher Anzahl an Modellparametern p . Im Sinne einer guten Datenabbildung des Modells wird ein großer Wert für R_a^2 angestrebt.

$$R_a^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \frac{SSE}{SSTO} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (8.11)$$

mit n = Anzahl der Datenpunkte
 p = Anzahl der Modellparameter

C_p wird nach folgender Formel /NET96/ berechnet. Modelle mit guter Datenanpassung weisen Werte $C_p = p$ auf. Im Verlauf der weiteren Versuchsauswertung wird der Absolutwert der Differenz zwischen C_p und p zur Entscheidungsfindung benutzt.

$$C_p = \frac{SSE_p}{MSE(X_1, \dots, X_{p-1})} - (n-2p) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i(X_1, \dots, X_{p-1}))^2}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i(X_1, \dots, X_{p-1}))^2}{n-2}} - (n-2p) \quad (8.12)$$

mit P = Anzahl der Parameter des vollständigen Modells mit allen Faktoren und FWW
 p = Anzahl der Parameter des jeweiligen Modells; $p \subset P$
 SSE_p = Fehlerquadratsumme des Modells mit der Parameterzahl p
 MSE = Mittelwert der quadrierten Fehler des vollständigen Modells mit P Parametern

Das Akaike Informations Kriterium AIC ist nach folgender Formel /SAS02/ zu berechnen. Je besser das jeweilige Modell die Daten abbildet, desto kleiner wird AIC .

$$AIC = n \cdot \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + 2p \quad (8.13)$$

Die Nutzung eines zentral zusammengesetzten Versuchsplans ermöglicht es, auch nichtlineare Regressionsmodelle an die gegebenen Messdaten anzupassen. Nach /WEI99/ ist ein quadratisches Modell, wie es beispielhaft für zwei Faktoren im Folgenden dargestellt ist, oft ausreichend, um eine hinreichende Datenanpassung zu erzielen. Aus diesem Grund sind neben den Faktorwechselwirkungen auch die quadratischen Terme der einzelnen Faktoren innerhalb der Modellsuche zu berücksichtigen.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \beta_2 x_{i,2} + \beta_{1,2} x_{i,1} x_{i,2} + \beta_{1,1} x_{i,1}^2 + \beta_{2,2} x_{i,2}^2 + \varepsilon_i \quad (8.14)$$

mit y_i = bekannte Zielgrößen
 β_j = unbekannte Modellparameter
 $x_{i,j}$ = bekannte Einflussgrößen
 ε_i = unbekannter Fehlerterm; Annahme: unabhängig identisch normalverteilt mit $N(0, \sigma^2)$

Im Rahmen einer Effektanalyse aller Parameter, die das quadratische Modell für die vorliegenden vier Einflussgrößen Rohstoffkonzentration (K), Pressdruck (P), relative Luftfeuchtigkeit (F) und Prüfgeschwindigkeit (G) beinhaltet, konnten keine signifikanten Faktorwechselwirkungen höherer Ordnung bestimmt werden. Aus diesem Grund sollen in den folgenden Modellsuchen neben den Faktoren und deren quadratischen Termen lediglich Zweifaktor-Wechselwirkungen berücksichtigt werden. Daraus ergeben sich 16.384 Modellkombinationen, die bezüglich der zuvor vorgestellten Kriterien zu vergleichen sind.

Da die zulässige Spannung σ_{zul} sich auf die Versagenskennwerte $\sigma_{F,i}$ begründet, ist zur Anpassung einer noch auszuwählenden Fließbedingung nur für diese Zielgrößen eine Modellsuche durchzuführen. Entsprechend sind zur Bestimmung des Zusammenhangs für den zulässigen plastischen Dehnungsanteil ε_{zul}^p die plastischen Dehnungsanteile bei Probenbruch $\varepsilon_{B,i}^p$ als Zielgrößen zu berücksichtigen. Mittels der Statistiksoftware sind alle Modellkombinationen jeweils für die unter Zug- und Druckbelastung ermittelten Versagenskenngrößen zu untersuchen. Dabei erfolgt eine Vorauswahl des für die jeweilige Anzahl an Modellparametern besten Modells nach dem Bestimmtheitsmaß. Die verbleibenden 14 Modelle werden im Anschluss mittels der drei Qualitätskriterien miteinander verglichen. Dabei sind Punkteverteilungen von 1 – 14 vorzunehmen, wobei das bezüglich des entsprechenden Kriteriums beste Modell mit dem Wert 1, das schlechteste mit 14 bewertet wird. Zur Auswahl der besten Modelle für die Versagenskenngrößen wird jeweils die Summe der drei Punktzahlen verwendet.

Sowohl für die Fließgrenze unter Zug- als auch unter Druckbeanspruchung wurde das folgende Modell ausgewählt. Im Vergleich besteht aber für die Messwerte der Zug-Fließgrenze die

bessere Anpassung durch das Modell. Deshalb ist zur Modellierung der zulässigen Vergleichsspannung die im Zugversuch ermittelte Versagensgrenze zu benutzen.

$$\hat{\sigma}_{F,z} = b_0 + b_K \cdot K + b_{K,K} \cdot (K-1,7) \cdot (K-1,7) + b_P \cdot P + b_{P,P} \cdot (P-5,839) \cdot (P-5,839) + b_F \cdot F + b_{F,F} \cdot (F-60) \cdot (F-60) + b_G \cdot G \quad (8.15)$$

mit	$b_0 = 9,8418$	$b_P = 0,1418$
	$b_K = 2,2574$	$b_{P,P} = -0,0557$
	$b_{K,K} = -4,5796$	$b_F = -0,0696$
	$b_G = 0,0565$	$b_{F,F} = -0,0058$

Da das vorliegende Modell keine Wechselwirkungseffekte beinhaltet, können im Folgenden für die einzelnen Einflussfaktoren Relativgrößen bestimmt und in Form von Diagrammen dargestellt werden. Entsprechend der in **Bild 4.1** dargestellten Vorgehensweise zur belastungsgerechten Bauteildimensionierung können die Anpassungsfaktoren λ_i für die jeweils vorherrschenden Herstellungs- und Einsatzbedingungen aus den Diagrammen ermittelt werden.

Zur Bestimmung der funktionalen Zusammenhänge zwischen der Relativgröße des Versagenskennwerts λ_i und den einzelnen Faktoren sind geeignete Regressionsmodelle an die gesamte Datenmenge anzupassen. Diese weisen ausschließlich die Terme des jeweiligen Faktors, beispielsweise F und F^2 für die relative Luftfeuchtigkeit oder G für die Prüfgeschwindigkeit, auf. Dadurch ergeben sich Parameter b_0 , die sich von jenem des Gesamtmodells unterscheiden. Die Abweichung zu dem Gesamtmodell, die sich daraus ergibt, soll zu einem späteren Zeitpunkt ermittelt und diskutiert werden. Um nun geeignete Relativgrößen zu erhalten, sind die Prognosewerte der einzelnen Modelle für die Parametereinstellungen des Zentralpunkts des zugrunde liegenden Versuchsplans über die jeweiligen Regressionsgleichungen zu berechnen. Alle Prognosewerte der einzelnen Modelle sind durch die zuvor berechneten Mittelpunktprognosen zu teilen. Auf diese Weise ergeben sich die Verläufe der Anpassungsfaktoren λ_i über den im Versuchsplan für die entsprechende Einflussgrößen gewählten Einstellungsbereich. Für die Einstellungen des Zentralpunktes sind alle $\lambda_i = 1$.

In einem nächsten Schritt ist die Abweichung von dem Gesamtmodell, die sich aufgrund der Anpassung einzelner Regressionsmodelle für alle Faktoren ergibt, zu begutachten. Dazu sollen für die Faktorstufenkombinationen des zentral zusammengesetzten Versuchsplans die Werte λ_i ermittelt und entsprechend der Formel für σ_{zul} (**Bild 4.1**) miteinander multipliziert werden. Um einen Vergleich mit dem Gesamtmodell zu ermöglichen, ist dieser Faktor wiederum mit dem Vorhersagewert des Gesamtmodells für den Zentrumspunkt zu multiplizieren. Daran schließt sich ein Vergleich der Standardabweichung der beiden Varianten bezüglich der Anpassung an die realen Messwerte an. Es ergibt sich eine Abweichung kleiner 1 % von dem Gesamtmodell. Durch den Einsatz der Anpassungsfaktoren ist also keine gravierende Verschlechterung der Modellgüte zu erwarten. Dadurch erscheint es legitim, den Kennwert für die Fließgrenze unter Zugbelastung mittels Diagrammen, die im Folgenden dargestellt sind, an die jeweils vorliegenden Randbedingungen anzupassen. An dieser Stelle sei noch erwähnt, dass die Berücksichtigung eines weiteren Anpassungsfaktors für die Probandichte, welche sich in den Vorversuchen als signifikant erwies, nicht zu einer Verbesserung der Anpassungsgüte an die Messdaten führt. Es ist zwar möglich, ein Regressionsmodell zu bestimmen, welches die Daten akkurater wieder gibt, jedoch verschlechtert die relativ starke Abweichung von diesem Modell, welche sich durch die getrennte Betrachtung der einzelnen Faktoren bei der Bestimmung der Diagramme ergibt, die Anpassungsqualität.

Da die untersuchten Faserformprodukte unterschiedliche Ausprägungen der Fließgrenzen unter Zug- und Druckbelastung aufweisen, eine Vergleichsspannung σ_{zul} , wie sie im Rahmen der hier angestrebten konstruktionsmethodischen Bauteilauslegung benutzt wird, jedoch ausschließlich die Zug-Fließgrenze berücksichtigt, ist die Fließbedingung, aus der die Vergleichsspannung σ_v bestimmt werden kann, entsprechend anzupassen. Für die in Kapitel 5 vorausgewählten Fließbedingungen erfolgt eine Modellanpassung durch das Verhältnis von Druck- zu Zug-Fließgrenze m . In einer Effektanalyse wurde festgestellt, dass für die zuvor angesprochene Verhältnisgröße keine signifikanten Einflussgrößen existieren. Die Streuung der Messwerte (Vgl. **Bild 8.25**) kann also nicht näher durch die betrachteten Faktoren beschrieben werden. Das Verhältnis von Druck- zu Zug-Fließgrenze muss also durch den Kehrwert des in **Bild 8.27** angegebenen Mittelwerts mit $\bar{m} = \sigma_{F,d}/\sigma_{F,z} = 1/1,57 = 0,64$ bestimmt werden. Die dadurch auftretenden Modellunsicherheiten sind mittels eines geeigneten Sicherheitsbeiwertes zu berücksichtigen.

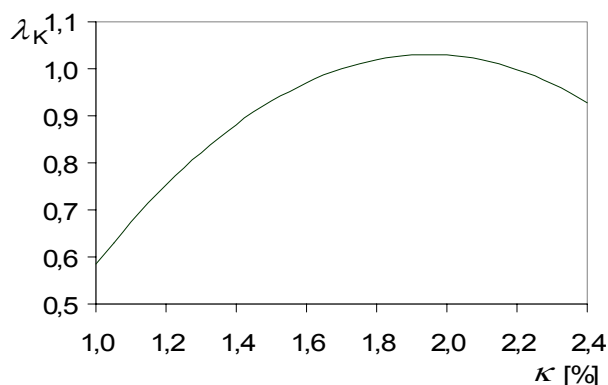


Bild 8.30: Anpassungsfaktor Rohstoffkonzentration

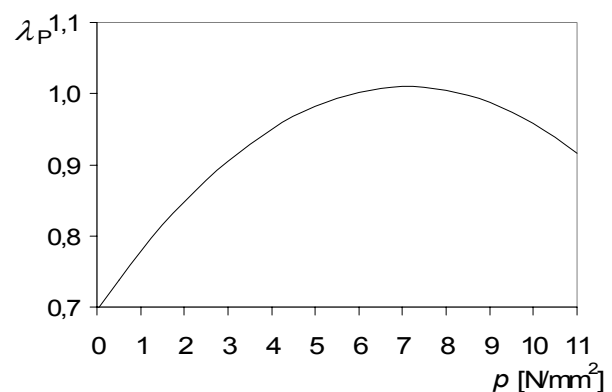


Bild 8.31: Anpassungsfaktor Pressdruck

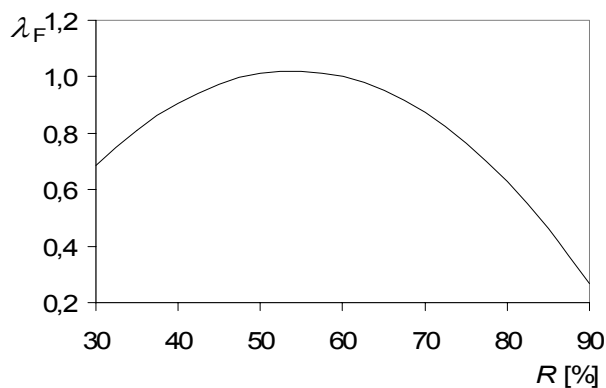


Bild 8.32: Anpassungsfaktor rel. Luftfeuchtigkeit

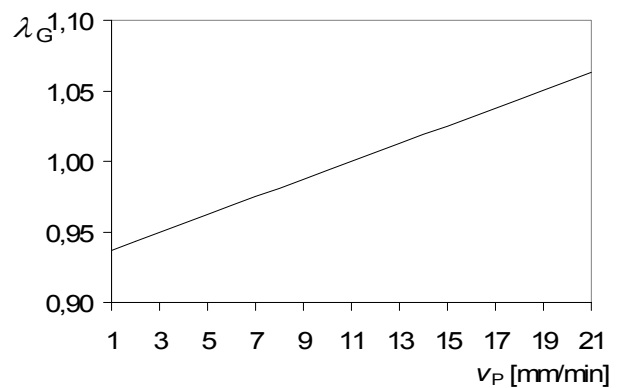


Bild 8.33: Anpassungsfaktor Prüfgeschwindigkeit

Entsprechend der Methodik, wie sie zur Modellierung der Zug-Fließgrenze in Abhängigkeit der Herstellungs- und Einsatzbedingungen erfolgte, sind nun geeignete Zusammenhänge für die plastischen Dehnungsanteile bei Probenbruch und deren Verhältnisgröße zu finden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass zur Bestimmung der plastischen Vergleichsdehnung ε_v^p ein elastisch-plastisches Materialmodell mit assoziierter Fließregel Verwendung finden soll. Darin ist die Fließbedingung und somit auch die Fließregel durch die bereits diskutierten Größen σ_{zul} und m bestimmt. Es ist also lediglich der zulässige plastische Dehnungsanteil ε_{zul}^p zu modellieren. Im Rahmen der univariaten Datenanalyse wurde gezeigt, dass ca. 75 % der untersuchten Proben unter Druckbelastung einen kleineren plastischen Anteil der Bruchdehnung aufweisen. Aus diesem Grund erscheint es sinnvoll, einen Grenzwert für das plastische Versagen mittels dieser Größe zu bestimmen. Zur Berücksichtigung der Tatsache, dass 25 % der

Proben unter Zugbelastung einen kleineren Wert für den plastischen Dehnungsanteil aufweisen, ist ein geeigneter Sicherheitsfaktor zu ermitteln.

Der im uni-axialen Druckversuch aufgenommene plastische Dehnungsanteil bei Probenbruch kann in Abhängigkeit von den Herstellungs- und Einsatzbedingungen nach folgender Formel berechnet werden:

$$\hat{\varepsilon}_{B,d}^p = b_0 + b_K \cdot K + b_F \cdot F + b_G \cdot (G-11) + b_{G,G} \cdot (G-11) \cdot (G-11) + b_{K,G} \cdot (K-1,7) \cdot (G-11) + b_{P,G} \cdot (P-5,839) \cdot (G-11) \quad (8.16)$$

mit	$b_0 = -0,0415$	$b_{G,G} = -0,0013$
	$b_K = 0,7125$	$b_{K,G} = -0,0491$
	$b_F = -0,0048$	$b_{P,G} = -0,0055$
	$b_G = -0,0188$	

Da der vorliegende Zusammenhang entgegen dem Modell für $\sigma_{F,z}$ Wechselwirkungseffekte beinhaltet, ist es nicht möglich, die Einflussfaktoren separat voneinander zu betrachten. Demnach können auch keine Diagramme für die Anpassungsfaktoren λ_i erstellt werden. Mit obiger Formel wird direkt die Versagenskenngröße unter Berücksichtigung der Herstellungs- und Einsatzbedingungen ermittelt. Verglichen mit den Größen in **Bild 4.1** entspricht dieses dem Produkt aus $R \cdot \lambda_i$.

Bestimmung der Sicherheitsbeiwerte

Neben den Anpassungsfaktoren λ_i bzw. den angepassten Regressionsmodellen für die Versagenskennwerte und deren Verhältnisgrößen sind zur Bestimmung der zulässigen Spannung σ_{zul} und des zulässigen plastischen Dehnungsanteils ε_{zul}^p die Sicherheitsbeiwerte $S_{F,z}$, $S_{F,z/d}$ und $S_{B,d}^p$ einzubeziehen. Im Rahmen dieser Arbeit sollen die Sicherheitsbeiwerte vor allem zur Berücksichtigung der Variation der Messwerte von den Vorhersagewerten der Regressionsmodelle bzw. der Anpassungsfaktoren aufgrund von Inhomogenitäten des Fasernetzwerks dienen. Da die Ungenauigkeiten der Messkette im Vergleich zu der Datenstreuung aufgrund von Inhomogenitäten sehr gering sind, sollen diese vernachlässigt werden. Die Ausprägung der Sicherheitsbeiwerte in ihrer Größe könnte theoretisch durch eine mikroskopische Betrachtung und Modellierung des Aufbaus des Fasernetzwerks unter Berücksichtigung der mechanischen Eigenschaften einzelner Komponenten des Netzwerks wesentlich verringert werden. Probleme, die z. Zt. einer solchen Modellierung entgegen stehen, beziehen sich auf eine nur teilweise vorhandene Messtechnik zur Bestimmung der mechanischen Kenngrößen und der benötigten Rechenleistung für eine Modellierung der Fehlstellen in einem Bauteil mit realistischen Abmessungen.

Unter Verwendung der in Kapitel 7.2.2 definierten Formeln sind zunächst für alle Faktorstufenkombinationen j die Werte $S_{F,zj}$ zu bestimmen. Der Erwartungswert unter Berücksichtigung aller Stern- und Würfelpunkte mit jeweils zwei Realisierungen kann mit $E(S(\sigma_{F,z})) = 2,57$ angegeben werden. Der 95 %-tige Vertrauensbereich (VI) liegt zwischen 2,23 und 2,91. Eine Betrachtung der Werte an dem Zentralpunkt ergibt: $E(S(\sigma_{F,z})) = 1,32$ und $VI = 1,14 \dots 1,50$.

Erfolgt eine Berechnung unter Vernachlässigung der statistischen Unsicherheit, die im Zusammenhang mit der vergleichsweise geringen Datenmenge steht, die zur Modellanpassung verwendet wurde, so ergibt sich nach folgender Formel ein weitaus kleinerer Erwartungswert bzw. ein kleineres Vertrauensintervall. Es sei erwähnt, dass lediglich die Werte $S_{z,j} \geq 1$ berücksichtigt wurden.

$$S_j = \frac{\hat{\sigma}_{F,zj}}{\sigma_{F,zj \min}} \quad (8.17)$$

mit $\hat{\sigma}_{F,zj}$ = Vorhersagewert des Modells für die Faktorstufenkombination j
 $\sigma_{F,zj \min}$ = minimaler Messwert für die Faktorstufenkombination j

Auf diese Weise wird ein Erwartungswert von $E(S(\sigma_{F,z})) = 1,08$ erhalten. Der 95 %-tige Vertrauensbereich liegt zwischen 1,05 und 1,12. Mit der Wahl eines Sicherheitsbeiwertes $S_{F,z} = 1,8$, welcher den Mittelwert zwischen konservativer und pragmatischer Sichtweise darstellt, kann erwartungsgemäß eine ausreichende Sicherheit gegen Modellfehler erzielt werden. Mit den zuvor bestimmten Zusammenhängen ergibt sich die zulässige Spannung σ_{zul} zu:

$$\sigma_{zul} = \frac{\lambda_K \cdot \lambda_P \cdot \lambda_F \cdot \lambda_G}{S_{F,z}} \cdot \bar{\sigma}_{F,z} \quad (8.18)$$

mit $\bar{\sigma}_{F,z} = 10,95 \text{ N/mm}^2$
 = Mittelwert der im Zentrumspunkt aufgenommenen Messwerte für $\sigma_{F,z}$

Wie zuvor bereits angedeutet, besteht die Notwendigkeit, auch die Streuung des Verhältnisses zwischen den Versagenskennwerten unter Zug- und Druckbelastung, welche zu einer unter Umständen fehlerhaften Modellierung der im Bauteil vorhandenen Vergleichsspannung führt, mit einem Sicherheitsbeiwert Rechnung zu tragen. Da keine signifikanten Einflüsse auf die Verhältnisgröße existieren, ist ein Sicherheitsbeiwert auf Basis des Erwartungswertes der Verhältnisgröße für alle 54 Messdaten zu bestimmen. Vergleichbar mit der zuvor genutzten Vorgehensweise ist $S_{F,z/d}$ nach folgender Formel zu bestimmen.

$$S_{F,z/d} = \frac{E(\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d}) + t(0,95; \nu) \cdot \frac{s(\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d})}{\sqrt{N}}}{\min(\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d}) - t(0,95; \nu) \cdot \frac{s(\sigma_{F,z} / \sigma_{F,d})}{\sqrt{N}}} \quad (8.19)$$

Es ergibt sich $S_{F,z/d} = 1,81$. Unter Vernachlässigung der statistischen Unsicherheit folgt $S_{F,z/d} = 1,65$. Als Mittelwert kann $S_{F,z/d} = 1,73$ angegeben werden.

Um die entgeltliche Verhältnisgröße von Druck- zu Zug-Fließgrenze m zu erhalten, ist der Mittelwert \bar{m} durch einen geeigneten Sicherheitsbeiwert anzupassen. Wenn äquivalent zu Formel (8.18) \bar{m} durch $S_{F,z/d}$ dividiert würde, dann könnten die Werte für die Druck-Fließgrenze deutlich unterschätzt werden, was wiederum zu einem überdimensionierten Bauteil führen würde. Vielmehr soll ein alternativer Ansatz, der im Folgenden beschrieben und auf seine Adäquatheit geprüft wird, verwendet werden. Zunächst ist jedoch die zuvor angedeutete Problematik mittels **Bild 8.34** zu erläutern.

Bild 8.34 zeigt die Anfangsfließflächen im ebenen Hauptspannungsraum, welche durch die Fließbedingung, beispielhaft ist hier die *Mohr-Coulombsche* Hypothese verwendet worden, bestimmt wird. Durch Berücksichtigung des Sicherheitsbeiwerts $S_{F,z}$ wird die Anfangsfließfläche, die lediglich durch den Mittelwert der Zug-Fließgrenze in dem Zentrumspunkt $\bar{\sigma}_{F,z}$ und die Anpassungsfaktoren λ_i bestimmt wird, unter Beibehaltung der Form in ihrer Größe verkleinert. Wird darüber hinaus der Mittelwert \bar{m} durch den Sicherheitsbeiwert $S_{F,z/d}$ dividiert, so bleibt zwar die Größe des Bereichs bi-axialer Zugbelastung erhalten, jedoch wird der Bereich zweiachsiger Druckbeanspruchung weiter in seiner Größe eingeschränkt. Daraus resultiert möglicherweise eine Unterschätzung der Beanspruchbarkeit des Materials in diesem Belastungsbereich, da den Zufallsstreuungen der Messwerte für $\sigma_{F,d}$ bereits durch Verwendung des Sicherheitsbeiwerts $S_{F,z}$ Rechnung getragen wurde. Die Verhältnisgröße m ergibt sich stattdessen:

$$m = \bar{m} \cdot \frac{S_{F,z/d}}{S_{F,z}} = 0,64 \cdot \frac{1,73}{1,8} = 0,62 \tag{8.20}$$

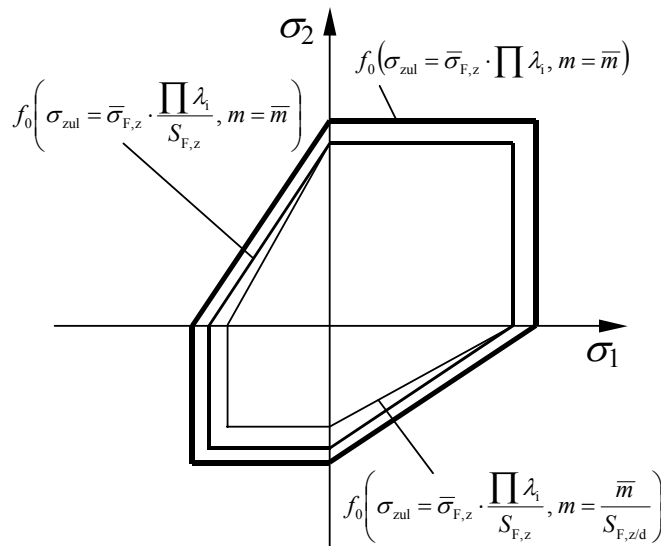


Bild 8.34: Einfluss der Sicherheitsbeiwerte auf die Anfangsfließflächen im ebenen Hauptspannungsraum

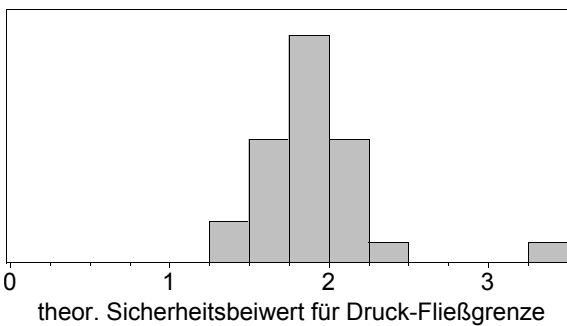


Bild 8.35: Häufigkeitsverteilung des theoretischen Sicherheitsbeiwerts für die Druck-Fließgrenze

Im Folgenden soll geklärt werden, ob die Werte für die Druck-Fließgrenze mittels der zuvor aufgestellten Beziehungen akkurat modelliert werden. Dazu sind unter Verwendung der Formeln (8.18) und (8.20) die Werte für $\sigma_{F,d}$ zu errechnen. Im nächsten Schritt werden die realen Messwerten durch die berechneten dividiert. Es ergibt sich somit eine Verhältnisgröße, die als theoretischer Sicherheitsbeiwert $\hat{S}_{F,d,j}$ zur Absicherung der Zufallsstreuungen in den Messwerten für $\sigma_{F,d}$ gedeutet werden kann.

Bild 8.35 zeigt die Häufigkeitsverteilung dieser

Verhältnisgröße. Alle Werte der Verteilung liegen über Eins. Der Mittelwert kann mit $\hat{S}_{F,d} = 1,91$ angegeben werden und liegt damit im Bereich der zuvor ermittelten Sicherheitsbeiwerte $S_{F,z}$ und $S_{F,z/d}$. Aufgrund dieser Ergebnisse erscheint es sinnvoll, den Ansatz (8.20) zur Berechnung der Verhältnisgröße m zu verwenden.

Entsprechend der Vorgehensweise, wie sie zur Ermittlung des Sicherheitsbeiwerts $S_{F,z}$ Anwendung gefunden hat, kann der Sicherheitsbeiwert für den plastischen Dehnungsanteil bei Probenbruch unter Druckbelastung als Mittelwert von 3,53 und 1,15 mit $S_{B,d}^p = 2,34$ angegeben werden.

Damit ergibt sich der folgende Zusammenhang zur Bestimmung des zulässigen plastischen Dehnungsanteils ε_{zul}^p .

$$\varepsilon_{zul}^p = \frac{\hat{\varepsilon}_{B,d}^p}{S_{B,d}^p} \quad (8.21)$$

Eine Berechnung, wie sie zur Ermittlung des theoretischen Sicherheitsbeiwerts $\hat{S}_{F,d}$ für die Druck-Fließgrenze durchgeführt wurde, ergibt $\hat{S}_{B,z}^p = 5,62$ für den theoretischen Sicherheitsbeiwert des plastischen Dehnungsanteils unter Zugbeanspruchung. Die Einführung eines weiteren Sicherheitsbeiwerts erscheint damit als nicht sinnvoll.

Mit den Gleichungen (8.18), (8.20) und (8.21) sowie des Regressionsmodells zur Bestimmung von $\hat{\varepsilon}_{B,d}^p$ sind die Voraussetzungen für die Anpassung eines geeigneten Materialmodells für den vorliegenden Werkstoff unter Einbeziehung diverser Herstellungs- und Einsatzbedingungen geschaffen worden. Im folgenden Kapitel 8.3 soll eine Fließregel, welche das zentrale Element eines elastisch-plastischen Materialmodells darstellt, ausgewählt werden. Dazu sind bi-axiale Materialuntersuchungen durchzuführen. Zunächst soll jedoch eine Interpretation der in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten Messwerte erfolgen.

Physikalische Interpretation des Materialverhaltens

In diesem Abschnitt sind die Ergebnisse der uni-axialen Versuchsreihen physikalisch zu deuten. Dabei soll zwischen den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Belastungsarten (Zug- und Druckbeanspruchung) unterschieden werden. Die weiteren Ausführungen stützen sich auf die Modellvorstellungen bezüglich des Aufbaus eines Netzwerks aus Papierfasern (Vgl. Kapitel 2.4.2).

Wie zuvor erläutert, besteht in der Papierindustrie die Vorstellung, dass das Materialverhalten eines zugbelasteten Produkts auf Basis von Papierfaserstoffen von dem Fasernetzwerk dominiert wird. Der Feinstoffanteil eignet sich kaum, Kräfte im Netzwerk zu übertragen. Die Steifigkeit eines Faserformprodukts bei kleinen Verzerrungen – hier als elastischer Bereich angenommen – hängt von der Gesamtsteifigkeit aller belasteten Fasern ab. Der Übergang zu plastischen Verformungszuständen ist durch das Versagen von Faser-Faser-Bindungen und/oder Einzelfasern bestimmt. Bei Fasernetzwerken, die eine große relative Bindungsfläche RBF und aufgrund der entsprechenden Fasermorphologie eine hohe Festigkeit der Faser-Faser-Bindungen aufweisen, ist das Versagen durch Faserbrüche dominiert. Bei dem Versagen der Bindungen hingegen kommt es zum sogenannten Faser-Pullout, also zum Abgleiten der Fasern aneinander. Die ertragbaren Belastungen auf das Fasernetzwerk, die den Übergang zu plastischen Deformationen definieren, variieren beispielsweise mit der Fasercharakteristik und der Formation während des Anformvorgangs. Die Messergebnisse der Fließgrenzen, welche laut Definition den Beginn plastischen Materialverhaltens der Faserformproben angeben, weisen die erwarteten Abhängigkeiten bezüglich diverser Herstellungs- und Einsatzbedingungen auf. Letztere werden mittels der Anpassungsfaktoren λ_i in der Dimensionierung berücksichtigt. Bei Betrachtung der Diagramme fällt auf, dass die relative Luftfeuchtigkeit ei-

nen sehr starken Einfluss auf die Fließgrenzen hat. Die Vermutung, dass die Fließgrenze mit zunehmender Luftfeuchtigkeit kontinuierlich kleiner wird, muss bezüglich der vorliegenden Messwerte widerlegt werden. Zwar nimmt sie bei großen Luftfeuchtigkeiten ab, jedoch scheinen optimale Klimabedingungen zu existieren, bei denen das Fasernetzwerk am stärksten belastet werden kann, bevor es in den Bereich plastischer Verformungen übergeht. Es sei daran erinnert, dass die Bindungsmechanismen im Fasernetzwerk auf Wasserstoffbrückenbindungen aufbauen, welche die Existenz von Wassermolekülen erfordern. Zur Ausbildung einer optimalen Bindungsstruktur ist also eine gewisse Menge an Wasser im Netzwerk notwendig. Wird diese Menge überschritten, so lagern sich mehrere Schichten an Wassermolekülen zwischen den Celluloseketten der Fasern an, und die Bindungskräfte verringern sich. Die Dehnungen hingegen, welche die untersuchten Proben bei dem Übergang zu plastischem Verhalten aufweisen, variieren kaum. Es liegt die Vermutung nahe, dass das Versagen der Flachproben maßgeblich von den geometrischen Abmessungen der Fasern selbst oder einiger Bestandteile des Fasernetzwerks abhängt. Für diese Theorie sprechen die Ergebnisse einer Effektanalyse, bei der keiner der betrachteten Faktoren einen signifikanten Einfluss auf die Fließstauchung aufwies. Eine genaue Untersuchung beispielsweise der Verteilung der Faserlängen musste allerdings aufgrund der nicht vorhandenen Messtechnik ausbleiben.

Bei einem druckbeanspruchten Faserformteil laufen grundsätzlich andere Mechanismen während der Verformung ab. Die auf das Bauteil wirkenden Druckkräfte werden sowohl von dem Fasernetzwerk als auch von dem dazwischen liegenden Feinstoff übertragen. Aufgrund von Fehlstellen, wie beispielsweise Lufteinschlüsse, kann das Material als kompressibel angenommen werden. Es wird vermutet, dass sich das Fasernetzwerk im Bereich kleiner Verformungen ähnlich einem Schwamm in trockenem Zustand reversibel verformen lässt. Das Versagen des Fasernetzwerks, gekennzeichnet durch das Erreichen der Druck-Fließgrenze, begründet sich auf Instabilitäten an den Fehlstellen. Aufgrund des geringen Verhältnisses der geometrischen Abmessungen von Längs- und Dickenrichtung der Schichten des Fasernetzwerks beulen diese im Bereich der Fehlstellen aus, vergleichbar mit einer von *Euler* beschriebenen Knickung eines Stabs im Zweidimensionalen oder dem Beulen einer Platte im Raum. Dieses führt wiederum zu einer Delaminierung, also dem Abheben der Faserschichten voneinander, was auch makroskopisch beobachtbar ist. Eine Effektanalyse zeigte, dass die Druck-Fließstauchung signifikant von der Rohstoffkonzentration abhängt. Letztere hat entsprechend der Erfahrungen der Papierindustrie einen starken Einfluss auf die Formation des Fasernetzwerks während des Anformvorgangs und somit auch auf die relative Anzahl an Fehlstellen – ein weiteres Indiz für die Richtigkeit der zuvor beschriebenen Annahmen.

8.3 Auswahl einer geeigneten Fließbedingung

Inhalt des vorliegenden Abschnitts ist die Auswahl einer geeigneten Festigkeitshypothese bzw. Fließbedingung, die zur Berechnung der vorhandenen uni-axialen Vergleichsspannung σ_v aus einem beliebigen mehrachsigen Beanspruchungszustand dient. In Kapitel 7 wurde die grundsätzliche Eignung der in Kapitel 5 vorgestellten Fließbedingungen zur Abbildung der bei Faserformprodukten auftretenden Zug-Druck-Anisotropie verifiziert. Die physikalischen Deutungen für das konische Versagenskriterium, die *Mohr-Coulombsche* sowie die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung decken sich mit dem erwarteten Materialverhalten räumlicher Bauteile aus Papierfaserstoffen zumindest für den ebenen Spannungszustand. Im weiteren Verlauf ist diejenige Fließbedingung zu bestimmen, die das Materialverhalten von Faserformprodukten unter zweiachsiger Beanspruchung am besten beschreibt. Dazu ist eine biaxiale Materialprüfung selbstgefertigter Probekörper durchzuführen.

Innerhalb der bi-axialen Prüfung ist das Materialverhalten selbstgefertigter Flachproben bei Variation zweier in der Ebene orthogonal zueinander stehender Belastungen zu untersuchen. Von besonderem Interesse ist dabei die Ermittlung der im Bauteil vorhandenen Hauptspannungen σ_1 , σ_2 , bei denen das Fasernetzwerk in den plastischen Bereich übergeht. Vergleichbar mit **Bild 5.16** oder **Bild 5.18** ist also die reale Fließgrenzkurve für den ebenen Spannungszustand zu bestimmen. Im Anschluss ist diejenige Festigkeitshypothese auszuwählen, die den realen Kurvenverlauf genauer abbildet. Unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften der Fließgrenzkurve richtungsisotroper Werkstoffe bezüglich der Winkelhalbierenden der (1, 2)-Hauptspannungsebene ergeben sich drei zu untersuchende Bereiche, wobei das Verhältnis der Belastungen σ_1 , σ_2 zu variieren ist. Im ersten Bereich sind an beiden Achsen Zugkräfte auf die Probe zu übertragen. Die Messwerte im zweiten Bereich sind durch Aufprägung von Druckkräften an der einen und Zugkräften an der anderen Achse zu realisieren. Im dritten Bereich werden die Prüfkörper über beide Achsen mit Druckkräften belastet. Aufgrund der geringen Wandstärke der Faserformproben ergeben sich jedoch bezüglich der experimentellen Ermittlung der einzelnen Kurvenssegmente einige Probleme. Zwar ist es durch die Wahl einer geringen freien Einspannlänge grundsätzlich möglich, Faserformproben mit Druckkräften zu beanspruchen und dabei ein Ausknicken der Probe zu verhindern, die Realisierung einer zweiten, dazu orthogonalen Kraftübertragung ist jedoch aufgrund des geringen zur Verfügung stehenden Bauraums unmöglich. Aus diesem Grund müssen die bi-axialen Materialprüfungen der Flachproben auf den Zug-Zug-Bereich beschränkt werden.

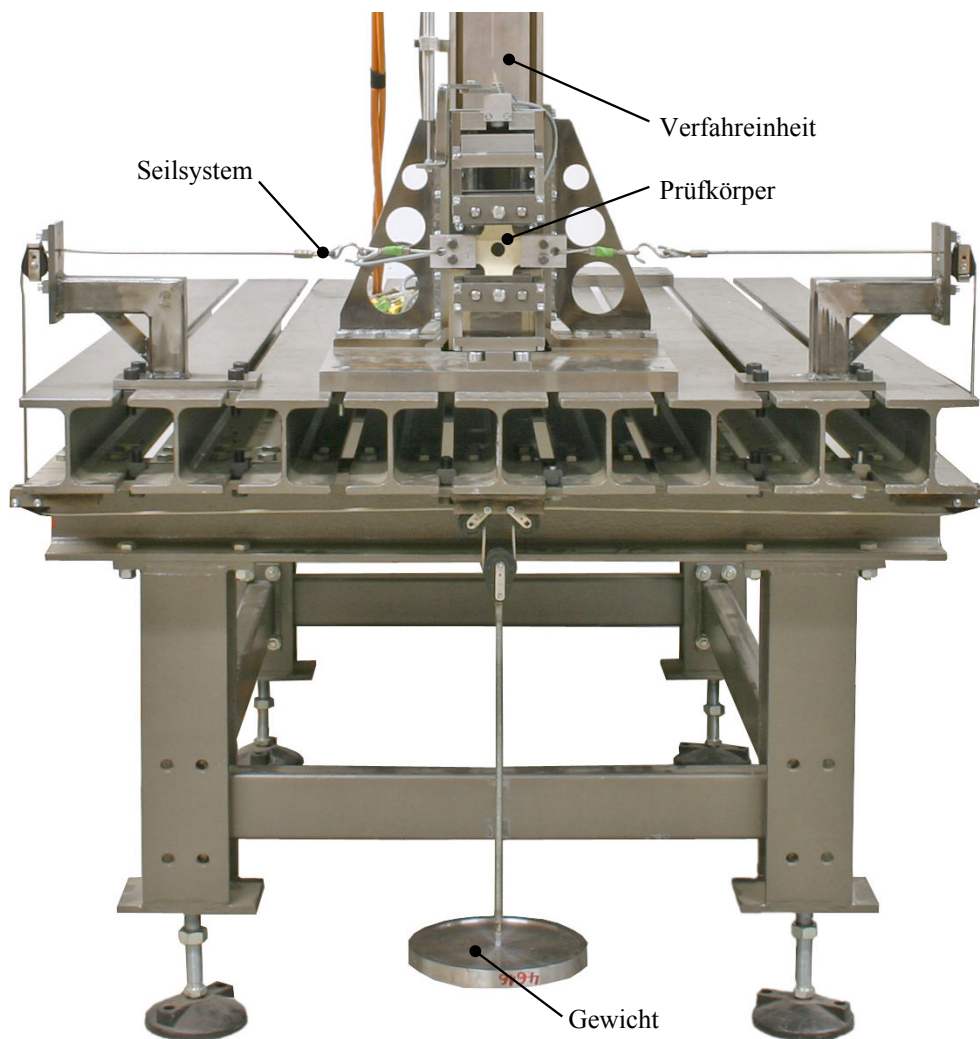


Bild 8.36: Versuchsaufbau bi-axiale Materialprüfung

Zunächst ist eine geeignete Geometrie des Prüfkörpers zu bestimmen. Dabei sind in den Bereichen der Krafteinleitung vergleichbare Querschnittsabmessungen zu den Prüfkörpern, welche in den einachsigen Versuchen zum Einsatz gekommen sind, zu wählen.

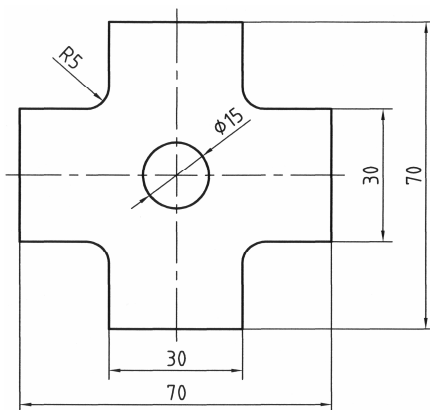


Bild 8.37: Geometrie Biaxialprobe

Des Weiteren ist vor allem an den hochbelasteten Stellen durch die Verwendung ausreichend großer Radien die Kerbwirkung zu minimieren und damit die Ausbildung von Spannungsspitzen zu verhindern. In Voruntersuchungen, bei denen die beschriebene Probenform Verwendung fand, versagten die Flachproben ausschließlich im Bereich der Einspannklemmen. Es wurde daraus geschlossen, dass die Faserformproben im Bereich der ebenen Belastung eine zu große Querschnittsfläche aufwiesen. Aus diesem Grund wurde die Probengeometrie entsprechend **Bild 8.37** verändert.

Um reproduzierbare Probengeometrien zu erhalten, erfolgte die Probennahme mittels der in **Bild 8.38** dargestellten Ausstanzvorrichtung. Die Herstellungs- und Prüfbedingungen wurden entsprechend den Einstellungen für den Zentrums punkt des zentral zusammengesetzten Versuchsplans (Vgl. Kapitel 8.2) mit $\kappa = 1,7\%$, $P = 120\text{ kN}$, $R = 60\%$ und $v_p = 11\text{ mm/min}$ gewählt.



Bild 8.38: Ausstanzvorrichtung Bi-Axialproben

Zur Durchführung der bi-axialen Materialprüfung wird die bereits für die uni-axialen Versuche verwendete Zug-Druck-Prüfmaschine entsprechend **Bild 8.36** erweitert. Die Belastung in Vertikalrichtung erfolgt, wie zuvor, dehnungsgesteuert unter Aufnahme des Verfahrensweges und der auftretenden Zugkraft. Die Kraftaufbringung in orthogonaler Richtung wird durch Gewichte realisiert, die über ein Seilsystem mit den Einspannklemmen verbunden sind.



Bild 8.39: Einspannvorrichtung Bi-Axialproben

Nach der Entnahme der Proben aus dem Klimaschrank sind diese zunächst mittels der in **Bild 8.39** gezeigten Vorrichtung in die Einspannklemmen, welche der Kraftübertragung in Horizontalrichtung dienen, einzulegen und zu befestigen. Dadurch wird eine geradlinige Krafteinleitung gewährleistet.

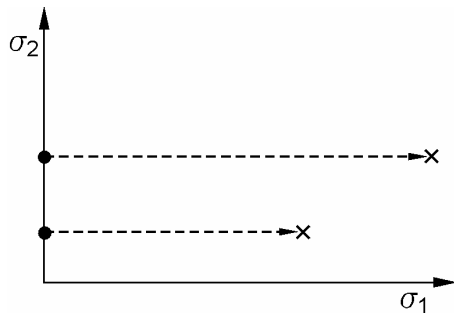


Bild 8.40: Versuchsablauf der Bi-axialprüfung

Im Anschluss an die Einspannung der Proben in die Zug-Druck-Prüfmaschine sind diese langsam mit der jeweiligen Zugkraft in Horizontalrichtung zu belasten. Danach wird die Prüfmaschine mit der Geschwindigkeit v_p in Zugrichtung verfahren. Die Zugbelastung in Horizontalrichtung ist im Verlauf der Messreihe entsprechend der zur Verfügung stehenden Gewichte zu variieren. **Bild 8.40** stellt den Versuchsablauf grafisch in einem $(1, 2)$ -Hauptspannungsdiagramm dar. Für jede Gewichtsstufe sind zwei Proben zu testen.

Bild 8.41 zeigt die auf die uni-axialen Zug-Fließgrenzen bezogenen Mittelwerte der für jede Gewichtsstufe bestimmten Messdaten. Die Datenpunkte sind an der Winkelhalbierenden gespiegelt worden. Des Weiteren sind die Fließgrenzkurven des konischen Versagenskriteriums sowie der *Mohr-Coulombschen* und der verallgemeinerten *Hill* Fließbedingung angegeben. Das Verhältnis von Druck- zu Zug-Fließgrenze wurde hier mit $m = 0,62$ gewählt. Dieses entspricht dem Mittelwert der an dem Zentrumspunkt des zentral zusammengesetzten Versuchsplans ermittelten Verhältnisgrößen.

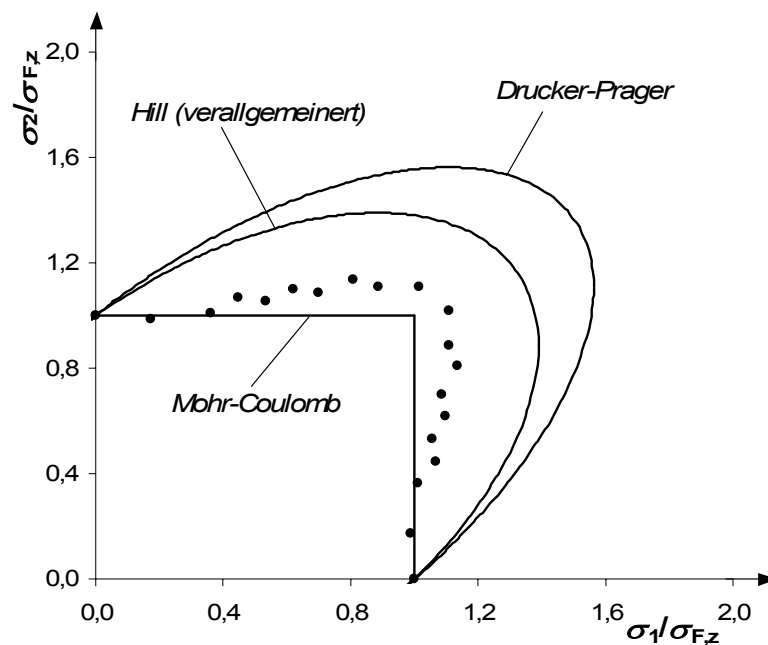


Bild 8.41: Anpassung der Messergebnisse für den ebenen Belastungszustand

Basierend auf einer grafischen Beurteilung der Anpassungsgüten (**Bild 8.41**) wird deutlich, dass die nach *Mohr-Coulomb* berechnete Fließgrenzkurve die Messwerte am besten abbildet. Die Auswahl einer geeigneten Fließbedingung soll sich jedoch auf zwei Qualitätskennzahlen stützen. Zum einen ist der maximal auftretende relative Fehler $f_{rel,max}$, welcher sich aufgrund der mangelhaften Datenanpassung ergibt, nach folgender Formel zu bestimmen und zum anderen die Summe der Fehlerquadrate *SSE*.

$$f_{rel,max} = \max \left\{ \frac{|\sigma_{1,ij} - \hat{\sigma}_{1,j}|}{\bar{\sigma}_{1,j}} \right\} \cdot 100\% \quad (8.22)$$

mit $\sigma_{1,ij}$ = i-ter Messwert der Zug-Fließgrenze für die Gewichtsstufe j
 $\hat{\sigma}_{1,j}$ = Zug-Fließgrenze, welche die jeweilige Fließbedingung für die Gewichtsstufe j liefert
 $\bar{\sigma}_{1,j}$ = Mittelwert der i Messwerte für die Gewichtsstufe j

Bild 8.42 zeigt die Ergebnisse der Fehleranalyse. Diese decken sich mit der grafischen Beurteilung. Beide Qualitätskennzahlen sprechen für den Einsatz der *Mohr-Coulombschen* Fließbedingung zur Bestimmung einer vorhandenen Vergleichsspannung eines zweiachsig belasteten Faserformbauteils. Weiterhin sei darauf hingewiesen, dass die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung zwar geringere Werte als die der realen Faserformproben liefert (**Bild 8.41**), dadurch aber der Anpassungsfehler nicht gesondert mittels eines weiteren Sicherheitsbeiwerts berücksichtigt werden muss.

Im weiteren Verlauf der Auswertung soll geklärt werden, ob die Anpassung der Messdaten der bi-axialen Zugversuche weiter verbessert werden kann, indem die augenscheinlich vorhandene Abhängigkeit der Zug-Fließgrenze von der Belastung an der zweiten Achse berücksichtigt wird. Dazu wird eine Signifikanzanalyse durchgeführt, die Aufschluss darüber geben soll, ob die Steigung oder die Abweichungen der Messwerte von der *Mohr-Coulombschen* Hypothese zufälliger Natur sind.

Hypothese	$f_{\text{rel,max}}$	SSE
Drucker-Prager	47,08 %	90,04
Mohr-Coulomb	7,96 %	1,54
Hill (verallgemeinert)	26,21 %	36,01

Bild 8.42: Ergebnisse der Fehleranalyse

Um die Annahme zu widerlegen, dass sich die Abweichungen der realen Messwerte von den mittels der Fließbedingung berechneten Werten aus der Zufallsstreuung ergeben, wird üblicherweise ein Signifikanzniveau von 95 % zugrunde gelegt. Mit 89,5 % kann dieses nicht erreicht werden. Daraus muss geschlossen werden, dass die zunehmende Abweichung der

Messwerte mit steigender Belastung an der zweiten Achse zufällig ist. Aus diesem Grund scheint die Berücksichtigung der Steigung in einer modifizierten Fließbedingung nicht sinnvoll.

$$f = m\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_{F,d} = m\sigma_1 - \sigma_3 - m\sigma_{\text{zul}} = 0 \quad (8.23)$$

Mit der angepassten *Mohr-Coulombschen* Fließbedingung (8.23) als geeignetes Modell zur Abbildung des Materialverhaltens von Faserformprodukten sowie der Berechnungsvorschriften für die Versagenskenngrößen, welche im vorherigen Abschnitt entwickelt wurden, stehen nun alle erforderlichen Größen zur Durchführung einer belastungsgerechten Bauteildimensionierung von Faserformprodukten zur Verfügung. Je nach Einsatzzweck der Faserformbauteile kann eine Auslegung für den elastischen Bereich mit der Fließgrenze als kritische Versagenskenngröße oder den gesamten Deformationsbereich bis zum plastischen Kollaps erfolgen. Für Faserform-Verpackungen, welche die derzeitige Hauptanwendung für räumliche Bauteile auf Basis von Papierfaserstoffen darstellen, erscheint, wie zuvor diskutiert, die Berücksichtigung des Bereichs plastischer Deformationen sinnvoll. Da Faserform-Verpackungen oft komplizierte Geometrien aufweisen, müssen zur Berechnung der durch die im Einsatzfall auftretenden äußeren Kräfte hervorgerufenen mechanischen Belastungen numerische Verfahren zum Einsatz kommen. Mit der Finiten-Elemente-Methode besteht ein solches Verfahren. Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Modellierung elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten mit Hilfe der FEM.

9 FEM-Modellierung

Zur Berechnung der im Einsatzfall in einem Faserformprodukt auftretenden Spannungen und Verzerrungen ist die FE-Methode, welche in einer Vielzahl von mechanischen Berechnungsprogrammen ihre Anwendung findet, einzusetzen. Durch einen Vergleich der mit der FEM-Software errechneten mechanischen Größen mit den im vorherigen Kapitel bestimmten Versagenskenngrößen ist es möglich, auch Faserformbauteile mit einer komplexen Geometrie belastungsgerecht zu dimensionieren.

Die Implementierung eines elasto-plastischen Materialmodells, welches das Verhalten der untersuchten Faserformproben bestmöglich wiedergibt, stellt den Inhalt dieses Kapitels dar. Da die messtechnisch ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, wie zu Beginn von Kapitel 8.2 gezeigt wurde, gut durch eine vereinfachte bi-lineare Darstellung wiedergegeben werden, soll auch ein solches Werkstoffverhalten in die FEM-Software implementiert werden. Die in der bi-linearen Spannungs-Dehnungs-Darstellung definierten Materialkenngrößen sowie die daraus abgeleiteten Versagenskenngrößen σ_{zul} und ε_{zul}^p wurden bislang getrennt voneinander betrachtet. Zur Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens ist jedoch ein Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen sowohl für den elastischen als auch den plastischen Bereich herzustellen.

Elastisches Materialverhalten kann durch das verallgemeinerte *Hookesche* Gesetz (5.8) beschrieben werden. Die Anpassung des Elastizitätstensors C_{ijkl} an den vorliegenden Werkstoff erfolgt durch zwei Konstanten – den Elastizitätsmodul E und die Querkontraktionszahl ν . In der bi-linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird an Stelle des Elastizitätsmoduls der Sekantenmodul E^s verwendet. Die Querkontraktionszahl stellt den Zusammenhang zwischen Quer- und Längsdehnungen her. Um die Querdehnungen beispielsweise im einachsigen Zugversuch zu messen, kommen für Metallproben oft mechanische Messanordnungen zum Einsatz, die kraft- bzw. reibschlüssig an die Probe angebracht werden. Da die Vorspannkraft von solchen Systemen bereits zur plastischen Deformation oder sogar zum Bruch der empfindlichen Faserformprobe führt, sollte die Bestimmung der Querdehnungen mittels eines anderen Messprinzips erfolgen. Eine ähnliche Problematik wie bei den Faserformproben ergibt sich für Folien. Dort wird auf optische Messverfahren zurückgegriffen. Mit einem Vertreter optischer Messgeräte, dem Laser-Speckle-Extensometer, wurde versucht, die bei den Faserformproben auftretenden Querdehnungen zu erfassen. Der Messaufbau umfasst zwei Laserquellen und zwei CCD-Kameras, welche die Verschiebung des durch Laserbestrahlung auf den Proben entstehenden Punktemusters während der Versuchsdurchführung aufnehmen. Die Verarbeitung der Signale erfolgt in einem Rechner. Da die auf diese Weise gewonnenen Messwerte für die Querdehnung keine physikalische Deutung zuließen, mussten diese verworfen werden. In der Literatur wird die Querdehnung von Papier als sehr gering angegeben (z. B. /GÖT90/). Aus diesem Grund wird die Querkontraktion hier mit $\nu = 0,1$ angenommen.

Zur Erfassung des Bereichs plastischer Deformationen muss ein inkrementeller Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang Verwendung finden. In Abhängigkeit von dem jeweils vorliegenden Lastfall ist das Spannungsinkrement zusammen mit dem Dehnungsinkrement unter Berücksichtigung des zuvor angesprochenen Elastizitätstensors oder des elastisch-plastischen Steifigkeitstensors C_{ijkl}^{ep} zu berechnen (Vgl. **Bild 5.20**). Letztgenannter kann aus der Fließbedingung, der Fließregel und dem Verfestigungsgesetz bestimmt werden. In Kapitel 8.3 konnte gezeigt werden, dass die *Mohr-Coulombsche* Fließbedingung die in bi-axialen Zugversuchen ermittelten Messwerte am besten abbildet. Die Fließregel bestimmt den Betrag und die Rich-

tung des plastischen Dehnungsvektors, der orthogonal auf der Potentialfunktion g steht. Sie erlaubt dadurch die Quantifizierung der Inkremente des plastischen Verzerrungstensors $d\varepsilon_{ij}^p$. Bei Verwendung einer assoziierten Fließregel wird an Stelle der Potentialfunktion g die Fließbedingung f verwendet. Wird eine bezüglich der *Mohr-Coulombschen* Fließbedingung assoziierte Fließregel benutzt, so ergibt sich folgende Problematik: Auf den Flächen des Fließkörpers im dreidimensionalen Spannungsraum bzw. auf den Kanten der Fließgrenzkurve im Zweidimensionalen kann die Fließrichtung durch partielle Ableitung der Fließbedingung eindeutig bestimmt werden. Auf den Kanten des Fließkörpers bzw. in den Ecken der Fließkurve bestehen Singularitäten. Für diese Spannungszustände können prinzipiell mindestens zwei Fließrichtungen angegeben werden. In /CHE88/ wird vorgeschlagen, eine eindeutige Fließrichtung aus der Addition der durch die angrenzenden Fließflächen bzw. Kanten der Grenzkurve erhaltenen Richtungen zu bestimmen. Durch diese Anpassung ergeben sich jedoch zwangsweise Fehler in den Ergebnisgrößen. Da die Fehler nicht ohne Weiteres im Vorfeld abgeschätzt werden können, soll zur Modellierung des elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten auf die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung zurückgegriffen werden. Diese wies neben der *Mohr-Coulombschen* Fließbedingung eine moderate Anpassungsgüte bezüglich der Messwerte der bi-axialen Versuche auf. Zur Erfassung des in der vereinfachten Spannungs-Dehnungs-Darstellung auftretenden Spannungsanstiegs im plastischen Bereich soll ein Verfestigungsgesetz implementiert werden. Um einen geeigneten Zusammenhang zur Beschreibung der Verfestigung zu finden, sind in der Regel uni-axiale Materialversuche durchzuführen, die eine Belastung in den plastischen Zugbereich gefolgt von einer Ent- und direkten Belastung in den plastischen Druckbereich vorsehen. Ein Prüfkörper zur Durchführung eines solchen Versuchs muss aufgrund der Gefahr des Ausknickens der Faserformproben mit ihren geringen Wandstärken bei Druckbelastung auf 10 mm begrenzt werden. In Vorversuchen versagten die Faserformproben unter Zugbelastung bei dieser Einspannlänge direkt an der Einspannung. Dies deutet darauf hin, dass bei dieser kleinen Einspannlänge die Klemmenspannung die unter Zugbeanspruchung ermittelten Materialkennwerte bzw. den Spannungs-Dehnungs-Verlauf beeinflusst. Aus diesem Grund musste auf die Durchführung geeigneter Versuchsreihen zur sicheren Bestimmung der Art des Verfestigungsgesetzes verzichtet werden. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass bei der Simulation einer kontinuierlichen Beanspruchung bis zum plastischen Bauteilversagen die erhaltenen Ergebnisse unabhängig von der Art des verwendeten Verfestigungsgesetzes sind. Da sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf die Simulation solcher Belastungen beschränkt werden soll, erscheint es sinnvoll, ein einfaches isotropes Verfestigungsgesetz unter Berücksichtigung des Tangentenmoduls, welcher die Steigung der Spannungs-Dehnungs-Geraden im plastischen Bereich beschreibt, zu verwenden.

In dem folgenden Absatz werden die konstitutiven Beziehungen zur Beschreibung des elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten auf Basis der verallgemeinerten *Hillschen* Fließbedingung angegeben.

9.1 Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten

Neben der verallgemeinerten *Hillschen* Fließbedingung, die mit (5.51) angegeben werden kann und im Folgenden in leicht modifizierter Art noch einmal aufgeführt werden soll, sind mit der Angabe eines daraus entwickelten Fließgesetzes und des isotropen Verfestigungsgesetzes die konstitutiven Gleichungen zur Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens von Faserformprodukten abzuleiten.

$$f = \frac{1}{3} \left[M_{ij} (\sigma_i - \alpha_i) (\sigma_j - \alpha_j) - k^2 \right] = 0 \quad (9.1)$$

Zur Ermittlung der Inkremente des plastischen Dehnungstensors ergibt sich aus (5.61) für eine assoziierte Fließregel der Zusammenhang:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda s_{ij} \quad (9.2)$$

s_{ij} stellt den verallgemeinerten deviatorischen Spannungstensor dar, der sich für die verallgemeinerte *Hillsche* Hypothese in Matrixschreibweise als Vektor in folgender Form angeben lässt /SHI78/:

$$s_i = \frac{2}{3} M_{ij} (\sigma_j - \alpha_j) \quad (9.3)$$

Die Vergleichsspannung ergibt sich mit (5.63) zu:

$$\sigma_v = \sqrt{M_{ij} (\sigma_i - \alpha_i) (\sigma_j - \alpha_j)} \quad (9.4)$$

Unter Verwendung von Gleichung (5.65) ergibt sich das Inkrement der plastischen Arbeit /CHE88/:

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = 2 f d\lambda = \frac{2}{3} \sigma_v^2 d\lambda \quad (9.5)$$

Mit (5.68) kann dann das Inkrement der plastischen Vergleichsdehnung angegeben werden.

$$d\varepsilon_v^p = \frac{2}{3} \sigma_v d\lambda \quad (9.6)$$

Damit kann die Fließregel (9.2) in Matrixschreibweise folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$d\varepsilon_i^p = \frac{3}{2} \frac{s_i}{\sigma_v} d\varepsilon_v^p \quad (9.7)$$

Mit $k = \sigma_v$ ergibt sich die Konsistenzgleichung vergleichbar mit (5.74)

$$df = dF - \frac{2}{3} \sigma_v d\sigma_v = 0 \quad (9.8)$$

Mit Annahme eines eindeutigen Zusammenhangs zwischen der Vergleichsspannung σ_v und der plastischen Vergleichsdehnung $\int d\varepsilon_v^p$ kann Gleichung (9.8) überführt werden in:

$$df = dF - \frac{2}{3} \sigma_v \frac{d\sigma_v}{d\varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = dF - \frac{2}{3} \sigma_v T d\varepsilon_v^p = 0 \quad (9.9)$$

T bezeichnet darin den Tangentenmodul, der vereinfacht die Steigung des im einachsigen Materialversuch ermittelten Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang im plastischen Bereich angibt.

Unter Verwendung von Gleichung (9.6) geht die Konsistenzgleichung (9.9) in Tensor-schreibweise über in:

$$dF - \frac{4}{9} \sigma_v^2 T d\lambda = s_{ij} d\sigma_{ij} - \frac{4}{9} \sigma_v^2 T d\lambda = 0 \quad (9.10)$$

Im Folgenden soll mittels der Konsistenzgleichung der elasto-plastische Steifigkeitstensor bestimmt werden.

Aus (5.73) ergibt sich der inkrementelle Spannungs-Verzerrungs-Zusammenhang:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) = C_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - s_{kl} d\lambda) = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (9.11)$$

Durch Einsetzen von (9.11) in die Konsistenzgleichung (9.10) folgt:

$$s_{ij} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} - s_{ij} C_{ijkl} s_{kl} d\lambda - \frac{4}{9} \sigma_v^2 T d\lambda = 0 \quad (9.12)$$

Auflösen nach $d\lambda$ ergibt:

$$d\lambda = \frac{s_{ij} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{s_{ij} C_{ijkl} s_{kl} + \frac{4}{9} \sigma_v^2 T} \quad (9.13)$$

Nach (5.79) folgt daraus der elasto-plastische Steifigkeitstensor:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} - C_{ijkl} s_{kl} \frac{s_{ij} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{s_{ij} C_{ijkl} s_{kl} + \frac{4}{9} \sigma_v^2 T} \quad (9.14)$$

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie die verallgemeinerte *Hillsche* Fließbedingung an das Materialverhalten der Faserformteile angepasst werden kann.

Da bei der Modellierung von Faserformprodukten isotropes Verhalten angenommen werden soll, ergeben sich die Komponenten der Matrix \mathbf{M} zu:

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{22} = M_{33} = 1 \\ M_{12} &= M_{21} = M_{23} = M_{32} = M_{13} = M_{31} = -\frac{1}{2} \\ M_{44} &= M_{55} = M_{66} = 3 \end{aligned}$$

Die Fließbedingung (9.1) kann nach /SHI78/ auch in folgender Form geschrieben werden:

$$3f = M_{ij} \sigma_i \sigma_j - L_i \sigma_i - K = 0 \quad (9.15)$$

Die Komponenten des Vektors L werden nach Gleichung (5.58) bestimmt, wobei für die Beziehungen zu den zulässigen, aus den Messwerten ermittelten Versagensgrenzen durch folgende Gleichungen hergestellt werden kann:

$$Y_{+i} = \sigma_{\text{zul}}, \quad Y_{-i} = m \sigma_{\text{zul}}; \quad i = 1, 2, 3 \quad (9.16)$$

Mit $M_{11} = M_{22} = M_{33} = 1$ folgt nach (5.58):

$$L_i = Y_{+i} - Y_{-i} = (1-m) \sigma_{\text{zul}} = 0,38 \sigma_{\text{zul}} \quad (9.17)$$

Die zulässige Spannung σ_{zul} muss nach Gleichung (8.18) in Abhängigkeit von den Herstellungs- und Einsatzbedingungen individuell bestimmt werden. Des Weiteren sind zur Anpassung des elastisch-plastischen Materialmodells der in den Elastizitätstensor C_{ijkl} einfließende Sekantenmodul E^s und der zur Beschreibung des plastischen Bereichs eingesetzte Tangentenmodul T anzugeben. Im Weiteren soll eine Datenanalyse, vergleichbar mit der in Kapitel 8 durchgeführten, bezüglich der Messwerte für E^s und T erfolgen.

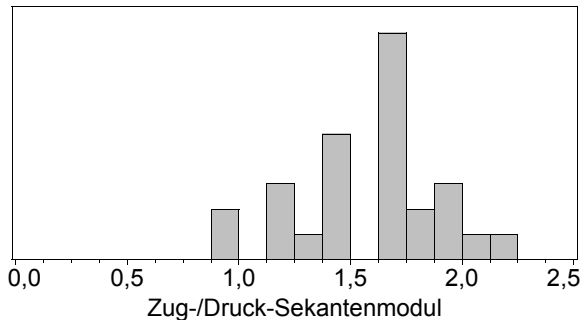


Bild 9.1: Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Sekantenmodul

Da für das Verhältnis von Zug- zu Druck-fließdehnung ein Mittelwert von Eins sowie eine geringe Standardabweichung ermittelt wurde, und die Sekantenmoduln für den jeweiligen Belastungsfall durch die Quotienten aus Fließgrenze und Fließdehnung berechnet wurden, liegt die Vermutung nahe, dass das Verhältnis der unter Zug- und Druckbeanspruchung erfassten Sekantenmoduln demjenigen der Fließgrenzen entspricht und somit über die Größe m (Vgl.

(8.20)) beschrieben werden kann. Um diese Vermutung zu überprüfen, ist zunächst eine univariate Analyse der Verhältnisgröße durchzuführen.

Bild 9.1 zeigt die Verteilung der Werte des Verhältnisses von Zug- zu Druck-Sekantenmodul. Diese liegen zwar in demselben Bereich wie er auch durch die Verteilung der Verhältnisgrößen von Zug- zu Druck-Fließgrenze (**Bild 8.25**) beschrieben wird, jedoch unterscheiden sich die Mittelwerte. Die Vermutung, dass die Sekantenmoduln sich ähnlich wie die Fließgrenzen verteilen und somit auch durch die Anpassungsfaktoren λ_i an die Herstellungs- und Einsatzbedingungen angepasst werden können, muss damit verworfen werden. Um die Messwerte für die Sekantenmoduln besser abbilden zu können, muss eine Modellierung, wie sie bereits für die Versagenskenngrößen in Kapitel 8 durchgeführt wurde, erfolgen. Es zeigt sich, dass zur Abbildung der für das Zug-Sekantenmodul aufgenommenen Messdaten das folgende Regressionsmodell bezüglich der eingesetzten Qualitätskriterien am besten geeignet ist.

$$\hat{E}_z^s = b_0 + b_K \cdot K + b_{K,K} \cdot (K-1,7) \cdot (K-1,7) + b_F \cdot F + b_{F,F} \cdot (F-60) \cdot (F-60) \quad (9.18)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } b_0 &= 1134,4418 & b_F &= -7,1779 \\ b_K &= 291,1674 & b_{F,F} &= -0,6390 \\ b_{K,K} &= -616,3851 \end{aligned}$$

Da das Regressionsmodell keine Wechselwirkungseffekte beinhaltet, können im Folgenden Diagramme, die der Ermittlung der Anpassungsfaktoren γ_i dienen, entsprechend der Vorgehensweise zur Bestimmung der Diagramme für die λ_i erstellt werden.

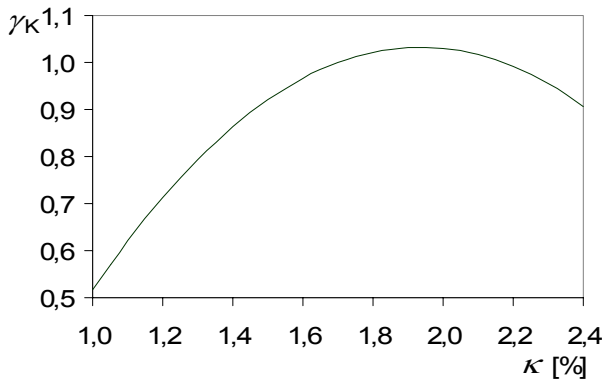


Bild 9.2: Anpassungsfaktor Rohstoffkonzentration

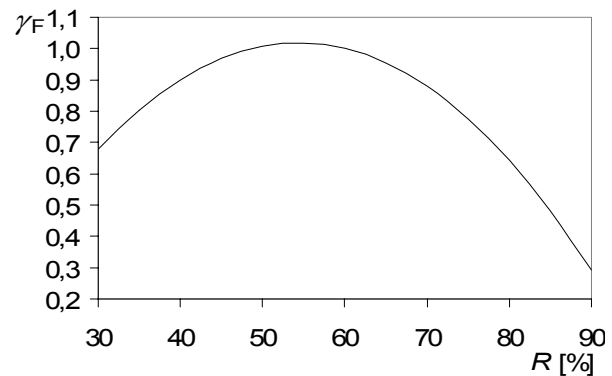


Bild 9.3: Anpassungsfaktor rel. Luftfeuchtigkeit

Mit dem Mittelwert der im Zentrumspunkt aufgenommenen Messwerte für E_z^s kann über folgende Beziehung der Zug-Sekantenmodul in Abhängigkeit von den Herstellungs- und Einsatzbedingungen bestimmt werden.

$$E_z^s = \gamma_K \cdot \gamma_F \cdot \bar{E}_z^s \quad (9.19)$$

mit $\bar{E}_z^s = 1244 \text{ N/mm}^2$

Ein Sicherheitsbeiwert soll hier nicht benutzt werden, da zum einen bereits die Fließgrenzen über den Zusammenhang für die zulässige Spannung abgesichert sind und zum anderen auf diese Weise die Steifigkeit des Materials nicht richtig modelliert werden würde.

Für das Verhältnis von Zug- zu Druck-Sekantenmodul wurde eine Effektanalyse durchgeführt. Ähnlich den Ergebnissen für das Verhältnis von Zug- zu Druck-Fließgrenze (Kapitel 8) konnten keine signifikanten Einflussgrößen bestimmt werden. Aus diesem Grund ist der in **Bild 8.27** angegebene Mittelwert auch für die Sekantenmoduln mit $E_z^s / E_d^s = 1,6$ zu verwenden.

Bei der Wahl des Tangentenmoduls T , welcher in das elastisch-plastische Stoffmodell einfließt, soll sich an den unter Druckbeanspruchung ermittelten Messwerten orientiert werden, da der zugehörige Versagenskennwert für den plastischen Bereich $\varepsilon_{\text{zul}}^p$ auch mittels der im uni-axialen Druckversuch aufgenommenen Daten modelliert wurde. Für den Druck-Tangentenmodul wurde folgendes Regressionsmodell ausgewählt:

$$\hat{T}_d = b_0 + b_K \cdot K + b_F \cdot F + b_{F,F} \cdot (F-60) \cdot (F-60) + b_{K,F} \cdot (K-1,7) \cdot (F-60) + b_{K,G} \cdot (K-1,7) \cdot (G-11) \quad (9.20)$$

mit $b_0 = 230,1607$ $b_{F,F} = -0,1189$
 $b_K = 109,7600$ $b_{K,F} = -2,1410$
 $b_F = -2,5727$ $b_{K,G} = -7,6125$

Entsprechend der Begründung in Kapitel 8 muss auch hier die Angabe von Diagrammen der Anpassungsfaktoren aufgrund der im Modell enthaltenen Wechselwirkungseffekte ausbleiben. Die Streuungen der Messwerte werden bereits mit dem Sicherheitsbeiwert, der in die Formel (8.21) zur Bestimmung von $\varepsilon_{\text{zul}}^{\text{p}}$ eingeht, berücksichtigt. So sind die Werte für den Tangentenmodul T direkt mittels des Regressionsmodells zu bestimmen.

In einem nächsten Schritt ist das elastisch-plastische Werkstoffmodell in die FEM-Software zu implementieren. **Bild 9.4** zeigt das Materialverhalten von Faserformprodukten in vereinfachter Form. Es ist zu beachten, dass hier die Beträge der Spannungen und Dehnungen Verwendung finden. Um die Zug-Druck-Anisotropie des vorliegenden Materials bezüglich der Fließgrenzen zu berücksichtigen, kommt mit der verallgemeinerten *Hillschen* Fließbedingung und den daraus abgeleiteten konstitutiven Gleichungen ein geeignetes Materialmodell zum Einsatz. Weiterhin zeigte sich, dass die Faserformproben unter Zug- und Druckbeanspruchung verschiedene Elastizitäts- bzw. Sekantenmoduln aufweisen. Zwar ist das verallgemeinerte *Hillsche* Modell in einigen FEM-Programmen standardmäßig eingebunden, jedoch besteht nicht die Möglichkeit, einen vom Beanspruchungszustand abhängigen Elastizitätsmodul anzugeben.

Eine Beschreibung des letztgenannten Materialverhaltens von Faserformprodukten könnte beispielsweise über folgende Fallunterscheidung realisiert werden:

$$E = E_z^{\text{s}}, \quad \text{wenn } \sigma_{\text{m}} = \frac{1}{3}(\sigma_{\text{xx}} + \sigma_{\text{yy}} + \sigma_{\text{zz}}) \geq 0$$

$$E = E_{\text{d}}^{\text{s}} = E_z^{\text{s}} \frac{1}{E_z^{\text{s}}/E_{\text{d}}^{\text{s}}}, \quad \text{wenn } \sigma_{\text{m}} = \frac{1}{3}(\sigma_{\text{xx}} + \sigma_{\text{yy}} + \sigma_{\text{zz}}) < 0$$
(9.21)

Darin wird die mittlere Normalspannung σ_{m} , die auch zur Bildung des hydrostatischen Spannungstensors benutzt wird, ausgewertet. Falls diese größer oder gleich Null ist, so liegt ein hydrostatischer Zugspannungszustand vor, und für das Elastizitätsmodul wird der unter Zugbeanspruchung ermittelte Sekantenmodul eingesetzt. Entsprechend findet der Druck-Sekantenmodul, welcher sich aus dem Zug-Sekantenmodul und dem Mittelwert der Verhältnisse ergibt, bei einem hydrostatischen Druckspannungszustand Verwendung.

Zur Implementierung der Fallunterscheidung muss ein offenes FEM-System verwendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit musste auf die Berücksichtigung der unterschiedlichen Sekantenmoduln verzichtet werden. Da das zuvor angegebene Materialmodell bei Vernachlässigung der Unterschiede in den Sekantenmoduln zu verschiedenen Fließdehnungen unter Zug- und Druckbelastung führt (Vgl. **Bild 9.5**) und dadurch gerade die Verhältnisse im Bereich plastischer Deformationen nur sehr ungenau beschrieben werden, sollen sich die weiteren Ausführungen auf die *von Mises*-Hypothese stützen. Mit Verwendung der mechanischen Größen E_{d}^{s} , $\sigma_{\text{F,d}} = \sigma_{\text{zul}} \cdot m$ und T_{d} kann mittels des letztgenannten Modells zumindest eine genauere Abbildung des Materialverhaltens bezüglich der Fließdehnungen erfolgen. Für eine Zugbeanspruchung werden in der Simulation aufgrund des eingeschränkten Informationsumfangs des *von Mises*-Modells allerdings fehlerhafte Werte für die Steifigkeit und die ertragbaren Spannungen im Elastischen berücksichtigt. Daher ist ein elastisch-plastisches Materialmodell auf Basis der Fließbedingung nach *von Mises* nur bedingt zur Berechnung von Faserformprodukten geeignet. Aufgrund der beschränkten Möglichkeiten bezüglich der Implementierung des verallgemeinerten *Hillschen* Modells soll jedoch die weitere Vorgehensweise zur Durchführung einer belastungsgerechten Dimensionierung von Faserprodukten mittels der Methode der

finiten Elemente exemplarisch anhand des *von Mises*-Modells mit isotroper Verfestigung beschrieben werden. Dieses steht standardmäßig in allen bekannten FEM-Systemen zur Verfügung. Aus diesem Grund sollen im Rahmen dieser Arbeit die konstitutiven Gleichungen nicht näher erläutert werden.

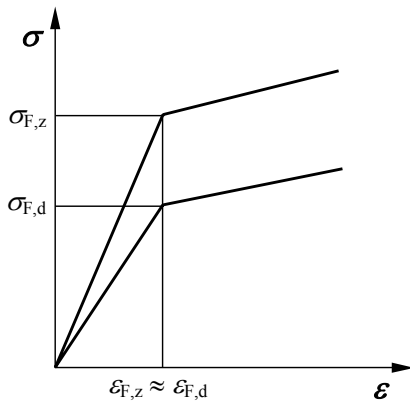


Bild 9.4: Schematische Darstellung des realen Materialverhaltens

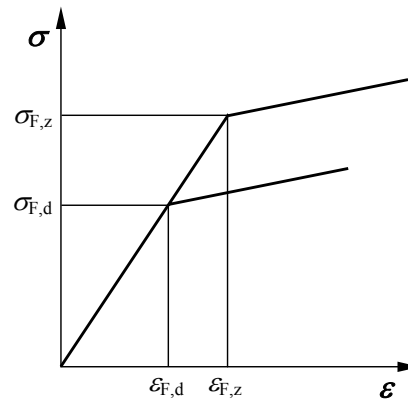


Bild 9.5: Materialverhalten bei Berücksichtigung der verallgemeinerten Hillschen Fließbedingung

9.2 Durchführung einer belastungsgerechten Dimensionierung mittels FEM

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt soll aufgrund der nicht vorhandenen Möglichkeiten zur Implementierung des exakten Modells die Vorgehensweise zur Dimensionierung eines Faserformprodukts mittels der FEM ersatzweise unter Verwendung der *von Mises*-Hypothese erfolgen. Der Ablauf sei am Beispiel eines Vierpunkt-Biegeversuchs von Faserform-Flachproben, wie er in /WIL02/ beschrieben ist, erläutert. Der Aufbau der Biegevorrichtung mit eingelegter Flachprobe sowie die Hauptabmessungen sind in **Bild 9.6** dargestellt. Zur Durchführung des Biegeversuchs ist die 150 mm lange und 30 mm breite Flachprobe mittig auf den unteren Auflagern zu positionieren. Anschließend wird der Biegestempel mit einer konstanten Geschwindigkeit nach unten verfahren.

Bei der Implementierung der Bauteilgeometrien von Flachprobe, Biegestempel und Auflager können deren Symmetrieeigenschaften ausgenutzt werden. Nach der Zuweisung der Materialeigenschaften E_d^s , $\sigma_F = \sigma_{zul} \cdot m$ und T_d erfolgt die Vernetzung mittels geeigneter Elementtypen. Im Anschluss werden die Randbedingungen erstellt, welche die Definition der Auflagerpunkte sowie die Zuweisung der Verschiebung des Biegestempels beinhalten. Mit der Verwendung von Kontaktelementen wird versucht, die realen Verhältnisse des Abgleitens der Probe über die Auflager bei großen Deformationen bestmöglich abzubilden.

Im Folgenden soll ein Vierpunkt-Biegeversuch unter Verwendung der durch die Regressionsmodelle erhaltenen Materialkenngrößen $\nu = 0,1$, E_d^s , $\sigma_{F,d} = \sigma_{zul} \cdot m$ und T_d simuliert werden. Für den Zentralpunkt mit $K = 1,7\%$, $P = 120$ kN, $F = 60\%$ und $G = 11$ mm/min ergeben sich die Kenngrößen:

$$E_d^s = E_z^s \frac{1}{E_z^s / E_d^s} = \frac{1244 \text{ N/mm}^2}{1,6} = 777,5 \text{ N/mm}^2$$

$$T_d = 262,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_F = \sigma_{F,d} = \sigma_{zul} \cdot m = \frac{\lambda_K \cdot \lambda_P \cdot \lambda_F \cdot \lambda_G}{S_{F,z}} \cdot \bar{\sigma}_{F,z} \cdot m$$

$$= \frac{1}{1,8} \cdot 10,95 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,62 = 3,77 \text{ N/mm}^2$$

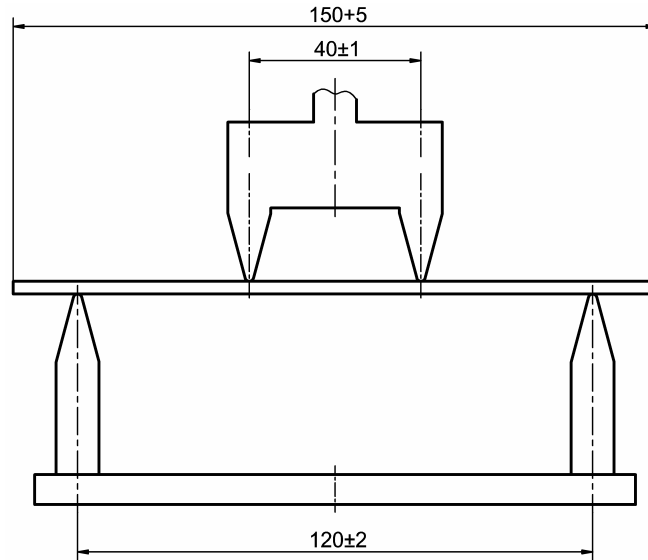


Bild 9.6: Vierpunkt-Biegevorrichtung mit Faserform-Streifenprobe

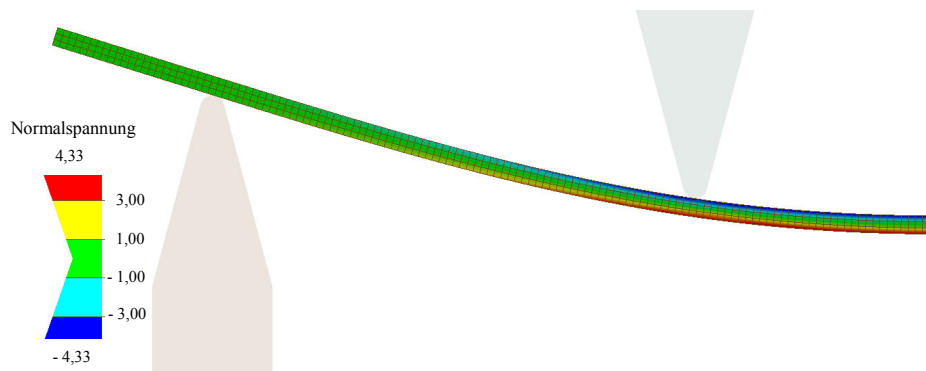


Bild 9.7: Simulationsergebnis des Biegeversuchs für die Normalspannung in N/mm²

Bild 9.7 zeigt die Simulationsergebnisse für die Normalspannungen bei einem Stempelweg von 10 mm. Ähnlich den Normalspannungen kann auch die plastische Vergleichsdehnung ε_v^p ausgegeben werden. Im Rahmen einer belastungsgerechten Dimensionierung unter Berücksichtigung des Bereichs plastischer Deformationen ist ε_v^p mit dem zulässigen plastischen Dehnungsanteil ε_{zul}^p zu vergleichen. Dieser ergibt sich durch Einsetzen der Herstellungs- und Einsatzbedingungen in das Regressionsmodell zu $\varepsilon_{zul}^p = 0,675$. Bei einem Stempelweg von 10 mm ergibt sich $\varepsilon_v^p = 0,382$. Der zulässige Grenzwert wird damit nicht erreicht. Das Bauteil – hier die Flachprobe – ist mit seinen Abmessungen für eine solche Belastung ausreichend dimensioniert. Neben der hier vorgestellten weggeregelten Lastaufbringung stellt ein häufiger Anwendungsfall der FEM-Simulation die kraftgeregelte Belastung eines Bauteils dar. Dabei wird an Stelle des Weges das Bauteil mit einer im Einsatzfall zu erwartenden Kraft beaufschlagt. Die Spannungen und Verformungen ergeben sich entsprechend als Simulationsergebnisse. Diese sind mit den zulässigen Versagenskenngrößen zu vergleichen. Mit dieser Vorgehensweise kann eine beanspruchungsgerechte Dimensionierung von Faserformprodukten erfolgen.

10 Zusammenfassung

Durch die vorliegende Arbeit konnte ein Beitrag zur beanspruchungsgerechten Dimensionierung von Faserformprodukten, deren derzeitiges Hauptanwendungsgebiet im Bereich der Verpackungsindustrie liegt, geleistet werden. Zur Auslegung von Faserform-Verpackungen bezüglich der im Einsatz auftretenden Belastungen werden derzeit ausschließlich Packmittelprüfverfahren, wie z. B. die Stauchprüfung oder die Stapelprüfung, verwendet. Dabei wird eine Variation an Musterteilen getestet, die aufgrund der hohen Werkzeugkosten zu einem erheblichen Kostenaufkommen führen. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, durch Bereitstellung einer an den Herstellungsprozess und die Einsatzbedingungen angepassten Dimensionierungsvorschrift für Faserformprodukte die Anzahl der sinnvoll erscheinenden Prototypen durch eine ingenieurmethodische Auslegung in frühen Phasen der Produktentwicklung erheblich einzuschränken. Dies führt zu einer Steigerung der Wettbewerbsfähigkeit von Faserformprodukten, da selbst kleine und mittlere Seriengrößen nun wirtschaftlich hergestellt werden können.

Da die Auslegungsvorschriften die Herstellungsbedingungen berücksichtigen sollten, waren in einem ersten Schritt die Grundlagen des Faserformverfahrens darzustellen. Neben der Beschreibung der eingesetzten Rohstoffe umfasste dieses Kapitel die Erläuterung der einzelnen Prozessschritte zur Fertigung dreidimensionaler Bauteile auf Basis von Papierfaserstoffen. Daran schloss sich die Betrachtung derzeit eingesetzter Verfahren zur Auslegung von Verpackungsprodukten an. Insbesondere jene Verfahren, die zur Prüfung von Bauteilen aus Papierfaserstoffen Anwendung finden, wurden berücksichtigt. Dabei wurde festgestellt, dass die vorhandenen Auslegungsmethoden sich aufgrund der Komplexität des Beanspruchungszustands einer Faserform-Verpackung nicht auf diese übertragen lassen. Durch die Möglichkeit der verfahrensbedingt freizügigen Gestaltdefinition von Faserformteilen ergeben sich während des Einsatzes komplexe Spannungszustände im belasteten Bauteil. Aus diesem Grund erschien die Anwendung einer konstruktionsmethodischen Vorgehensweise, wie sie für technische Bauteile verwendet wird, sinnvoll. Darin wird mittels eines geeigneten Materialmodells der im Einsatz auftretende mehrachsige Spannungs- oder Dehnungszustand in eine äquivalente uni-axiale Vergleichsgröße umgerechnet. Diese wird mit dem vom Werkstoff ertragbaren in einachsigen Materialversuchen ermittelten Kennwert verglichen. Hierbei handelt es sich um eine charakteristische Materialkenngröße, welche unter Berücksichtigung einiger Anpassungsfaktoren λ_i bzw. γ_i und eines Sicherheitsbeiwerts S das Versagen unter uni-axialer Belastung beschreibt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Konzepte verfolgt. Zum einen wurde das Versagen eines Faserformprodukts mit dem Übergang von elastischen zu plastischen Verformungen und zum anderen mit dem plastischen Kollaps, also dem Bruch des Bauteils, definiert. Im erstgenannten Fall wird mittels einer Berechnungsvorschrift, welche sich aus der Fließbedingung des zugrunde liegenden Materialmodells ergibt, eine Vergleichsspannung σ_v ermittelt. Die Funktionserfüllung des Bauteils unter den angenommenen Belastungen kann bestätigt werden, wenn σ_v kleiner oder gleich der zulässigen Spannung σ_{zul} ist.

Wie bereits die in /WIL02/ aufgenommenen Biegespannungs-Durchbiegungs-Verläufe zeigten, weist der vorliegende Werkstoff einen ausgeprägten Bereich plastischen Materialverhaltens auf. Bei Verwendung des plastischen Kollaps als Versagensgrenze muss dieser zusätzlich zu dem Bereich elastischer Deformationen durch ein elastisch-plastisches Werkstoffmodell beschrieben werden. Das erweiterte Materialmodell liefert für diesen Versagensfall die plastische Vergleichsdehnung ε_v^p , die im Rahmen der Bauteilauslegung mit dem zulässigen plastischen Dehnungsanteil ε_{zul}^p verglichen werden muss. Die Berücksichtigung des Beginns plastischer Deformationen als Versagensgrenze sollte bei der Auslegung von technischen Faserformbauteilen, wie beispielsweise der in /WIL02/ entwickelten Unterarmorthese, zum Einsatz

kommen, da bei diesen Produkten plastische bzw. irreversible Deformation unerwünscht sind. Bei Faserform-Verpackungen hingegen wird das Auftreten plastischen Fließens als unkritisch eingeschätzt. Das Bauteilversagen bezieht sich damit auf den plastischen Kollaps.

In einem Grundlagenteil wurden im Sinne einer Vorauswahl existierende Materialmodelle vorgestellt, die im Stande sind, das auf Grundlage des Aufbaus des Fasernetzwerks erwartete Materialverhalten abzubilden. Basierend auf den Modellen wurden die zur Ermittlung der charakteristischen Versagenskenngrößen durchzuführenden Werkstoffuntersuchungen ausgewählt. Da für den vorliegenden Werkstoff keine Prüfverfahren bekannt waren, lehnte sich die Vorgehensweise zur Durchführung der Materialprüfungen an die entsprechenden Methoden für andere Werkstoffe an. Die Lastaufbringung erfolgte über eine an die zu erwartenden Belastungen angepasste Prüfmaschine.

Im Rahmen einer Vorversuchsreihe wurden fremdgefertigte Faserform-Verpackungen untersucht. Problematisch erwies sich dabei, dass keine Informationen bezüglich der Herstellungsbedingungen und des verwendeten Rohstoffs vorlagen. Ein Vergleich der Versagenskenngrößen, die unter verschiedenen Belastungsrichtungen aufgenommen wurden, bestätigte das erwartete Materialverhalten und somit die grundsätzliche Eignung der zuvor vorgestellten Materialmodelle. Um die relativ großen Messwertschwankungen der Versagenskennwerte in der Vorversuchsreihe beschreiben zu können, sind in einer weiteren Messreihe selbstgefertigte Faserformteile geprüft worden. Hierbei wurden diverse Herstellungs- und Einsatzbedingungen variiert. Zur Fertigung der Prüfkörper fand eine am Fachgebiet Maschinenelemente entwickelte Faserformanlage Verwendung. Als kritische Versagenskenngrößen wurden die im einachsigen Zugversuch ermittelte Fließspannung und der im Druckversuch aufgenommene plastische Dehnungsanteil bei Probenbruch eingesetzt. Als signifikante Einflussfaktoren zur Beschreibung der zulässigen Spannung wurde die Konzentration der Fasersuspension κ , der Pressdruck p , die relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung während der Belastung R und die Belastungsgeschwindigkeit v_p ermittelt. Die funktionalen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Einflussgrößen und der Versagenskenngröße wurden in Form von Diagrammen dargestellt. Ein geeignetes Regressionsmodell zur Beschreibung des plastischen Dehnungsanteils berücksichtigt die Abhängigkeit der Versagenskenngröße von den zuvor genannten Einflussgrößen und deren Wechselwirkungen. Zur Berücksichtigung der verbleibenden Messwertschwankungen, welche sich aufgrund der Inhomogenitäten des Fasernetzwerks innerhalb der Faserformteile ergeben, wurden Sicherheitsfaktoren eingeführt.

Zur Auswahl einer geeigneten Fließbedingung, die zur Ableitung einer Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Vergleichsspannung σ_v und eines elastisch-plastischen Materialmodells dient, wurden Faserformproben mit einem ebenen Spannungszustand belastet. Durch einen Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Ergebnissen, welche die zuvor betrachteten Fließbedingungen liefern, konnte das Modell mit der besten Datenanpassung ausgewählt werden. Abschließend wurden die konstitutiven Gleichungen zur Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens vorgestellt. Diese können unter Berücksichtigung der Zug-Druck-Anisotropie im elastischen Bereich in ein FE-System implementiert werden. Durch den Vergleich der Ergebnisse, die eine FE-Simulation liefert, mit den zulässigen Versagenskennwerten kann eine beanspruchungsgerechte Dimensionierung auch bei Faserformprodukten mit komplexer Geometrie durchgeführt werden.

Insgesamt ist es erstmalig gelungen, die Werkstoffeigenschaften von Papierfaserprodukten zu modellieren. Hierdurch wurde eine wesentliche Grundlage geschaffen, um eine konstruktive Auslegung von nach dem Faserformverfahren hergestellten Produkten zu ermöglichen.

11 Literaturverzeichnis

- /BET01/ Betten, J.: Kontinuumsmechanik – Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe. 2. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 2001
- /CHE82/ Chen, W.-F.; Saleeb, A. F.: Constitutive Equations for Engineering Materials – Volume 1: Elasticity and Modeling. 1. Aufl. New York: John Wiley & Sons, 1982
- /CHE88/ Chen, W.-F.; Han, D. J.: Plasticity for Structural Engineers. 1. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 1988
- /CHE91/ Chen, W.-F.; Zhang, H.: Structural Plasticity – Theory, Problems, and CAE Software. 1. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 1991
- /CMC94/ Schutzrecht US 5 356 518; The Cin-Made Corporation. USA, 1994
- /DEI95/ DIN EN ISO 1924-2; Papier und Pappe, Bestimmung von Eigenschaften bei zugförmiger Belastung – Teil 2: Verfahren mit konstanter Dehngeschwindigkeit. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, April 1995
- /DEI96a/ DIN EN ISO 527-1; Kunststoffe, Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 1: Allgemeine Grundsätze. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, April 1996
- /DEI96b/ DIN EN ISO 527-2; Kunststoffe, Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 2: Prüfbedingungen für Form- und Extrusionsmassen. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Juli 1996
- /DEI96c/ DIN EN ISO 3037; Wellpappe: Bestimmung des Kantenstauchwiderstandes (Verfahren für ungewachste Kanten). Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1996
- /DEI96d/ DIN EN ISO 4119; Halbstoffe: Bestimmung der Stoffdichte. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Mai 1996
- /DEI01a/ DIN EN ISO 2233; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeinheiten: Klimatische Vorbehandlung für die Prüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 2001
- /DEI01b/ DIN EN ISO 12048; Verpackung, Versandfertige Packstücke: Kompressions- und Stapelprüfung unter Verwendung einer Kompressionsprüfmaschine. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, April 2001
- /DEI02a/ DIN EN ISO 2234; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeinheiten: Stapelprüfung unter statischer Last. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2002
- /DEI02b/ DIN EN ISO 2244; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeinheiten: Horizontale Stoßprüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2002
- /DEI02c/ DIN EN ISO 2247; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeinheiten: Schwingprüfung mit niedriger Festfrequenz. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2002

- /DEI02d/ DIN EN ISO 8318; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeeinheiten: Schwingprüfung mit variabler sinusförmiger Frequenz. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2002
- /DEI03a/ DIN EN ISO 527-3; Kunststoffe, Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 3: Prüfbedingungen für Folien und Tafeln. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Juli 2003
- /DEI03b/ DIN EN ISO 604; Kunststoffe, Bestimmung der Druckeigenschaften. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2003
- /DEI03c/ DIN EN ISO 2758; Papier: Bestimmung der Berstfestigkeit. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 2003
- /DEI03d/ DIN EN ISO 2759; Pappe: Bestimmung der Berstfestigkeit. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 2003
- /DEN93a/ DIN EN 20187; Papier, Pappe und Zellstoff: Normalklima für die Vorbehandlung und Prüfung und Verfahren zur Überwachung des Klimas und der Probenvorbehandlung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 1993
- /DEN93b/ DIN EN 22248; Verpackung, Versandfertige Packstücke: Vertikale Stoßprüfung (freier Fall). Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1993
- /DEN93c/ DIN EN 22876; Verpackung, Versandfertige Packstücke: Umkipprückprüfung (sequentiell). Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1993
- /DEN93d/ DIN EN 28768; Verpackung, Versandfertige Packstücke: Umsturzprüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1993
- /DEN94/ DIN EN 20287; Papier und Pappe, Bestimmung des Feuchtegehaltes: Wärmeschrankverfahren. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, September 1994
- /DEN01/ DIN EN 10002-1; Metallische Werkstoffe, Zugversuch - Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 2001
- /DEN03/ DIN EN 14149; Verpackung, Versandfertige Packstücke und Ladeeinheiten: Vertikale Stoßprüfung durch Kippen. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 2003
- /DIN76/ DIN 52185; Prüfung von Holz: Bestimmung der Druckfestigkeit parallel zur Faser. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, September 1976
- /DIN77/ DIN 53115; Prüfung von Papier: Weiterreißprüfung nach Brecht-Imset. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 1977
- /DIN78a/ DIN 50106; Prüfung metallischer Werkstoffe: Druckversuch. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 1978
- /DIN78b/ DIN 52377; Prüfung von Sperrholz: Bestimmung des Zug-Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 1978

- /DIN79a/ DIN 52188; Prüfung von Holz: Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faser. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Mai 1979
- /DIN79b/ DIN 52192; Prüfung von Holz: Druckversuch quer zur Faserrichtung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Mai 1979
- /DIN88a/ DIN 55405-2; Begriffe für das Verpackungswesen: Packstoff. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1988
- /DIN88b/ DIN 55405-3; Begriffe für das Verpackungswesen: Packmittel. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1988
- /DIN88c/ DIN 55405-4; Begriffe für das Verpackungswesen: Packhilfsmittel, Öffnungsmittel, Handhabungs- und Dosiermittel. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Februar 1988
- /DIN91/ DIN 55440-1; Packmittelprüfung, Stauchprüfung: Prüfung mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, November 1991
- /DIN93/ DIN 55405-7; Begriffe für das Verpackungswesen: Verpackungsprüfung, Merkmale und deren Prüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 1993
- /DIN95/ DIN 19302; Packstoffe, Papiere für allgemeine Verpackungszwecke: Anforderungen, Prüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, September 1995
- /DIN96/ DIN 53121; Prüfung von Papier, Karton und Pappe: Bestimmung der Biegesteifigkeit nach der Balkenmethode. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Dezember 1996
- /DIN98/ DIN 55428-1; Packstoffe, Vollpappe - Teil 1: Anforderungen, Prüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Juli 1998
- /DIN04a/ DIN 53142-1; Prüfung von Pappe, Durchstoßprüfung - Teil 1: Prüfung mit dem Pendelschlagwerk. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, Entwurf, Dezember 2004
- /DIN04b/ DIN 54518; Prüfung von Papier und Pappe: Streifenstauchwiderstand. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, März 2004
- /DIN04c/ DIN 55468-1; Packstoffe, Wellpappe - Teil 1: Anforderungen, Prüfung. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, August 2004
- /DIN05/ DIN 53123-1; Prüfung von Papier und Pappe: Bestimmung der Biegesteifigkeit – Teil 1: Resonanzlängen-Verfahren. Berlin: Beuth-Verlag, Normschrift, April 2005
- /DON01/ Donga, M.; Jansen, R. (Hrsg.): Entwicklung eines Berechnungsmodells zur belastungsgerechten Dimensionierung von Faltschachteln. Frankfurt: Deutscher Fachverlag, Dissertationsschrift, Universität Dortmund, 2001
- /EBM94a/ Ebmeyer, W. E.: Härtetest bestanden – Umweltfreundliche Verpackungstechnik mit Faserguß. In: Pack-Report (1994), Nr. 4, S. 13-18

- /EBM94b/ Ebmeyer, W. E.: Einstoffverpackungen: Faserguß bringt Altpapier in Form. In: Neue Verpackungen (1994), Nr. 6, S. 40-45
- /EBM94c/ Ebmeyer, W. E.: Faserguß – Formvollendet und umweltfreundlich. In: Verpackungs-Rundschau, PaPro (1994), S. 22-24
- /EHR99/ Ehrenstein, G. W.: Polymer-Werkstoffe: Struktur – Eigenschaften - Anwendung. 2. Aufl. München: Carl Hanser Verlag, 1999
- /FIB/ Fibercel, Portville, NY 14770, USA; http://www.fibercel.com/product_applications.asp
- /FRE00/ French, J; Conn, A. B.; Batchelor, W. J.; Parker, I. H.: The effect of fibre fibril angle on some handsheet mechanical properties. In: Appita Journal (2000), Vol. 53, Nr. 3, S. 210-215
- /GÖT90/ Götsching, L.: Papier in unserer Welt. Düsseldorf: ECON Verlag, 1990
- /GRO01/ Gross, D.; Seelig, T.: Bruchmechanik – mit einer Einführung in die Mikromechanik. 3. Aufl. Berlin: Springer-Verlag, 2001
- /HAR01/ Schutzrecht WO 0174564 A1; Brødrene Hartmann A/S. Dänemark, 2001
- /HEE92/ Heene, W.: Altpapier-Faserguß ersetzt Kunststoffschäum. In: VDI-Nachrichten (1992), Nr. 44, S. 37
- /HENa/ Henry, Molded Products Inc., Cincinnati, Ohio 45223, USA;
<http://www.moldedpulp.com/PAGES/MPP%20APPLICATION%20Personal%20Communication.htm>
- /HENb/ Henry, Molded Products Inc., Cincinnati, Ohio 45223, USA;
<http://www.moldedpulp.com/PAGES/MPP%20APPLICATION%20Cosmetics.htm>
- /HIL50/ Hill, R.: The Mathematical Theory of Plasticity. 1. Aufl. Oxford: Oxford University Press, 1950
- /IMP/ IMPEPA, International Molded Pulp Environmental Packaging Association, Mequon, Wisconsin 53092, USA; <http://www.impepa.org/4%20types%20page.htm>
- /ISS95/ Issler, L.; Ruoff, H.; Häfele, P.: Festigkeitslehre Grundlagen. Berlin: Springer-Verlag, 1995
- /KAI00/ Kaiser, A.: Systematische Untersuchungen zum Faserformverfahren und Erarbeitung von Ansätzen zur konstruktiven Optimierung. Diplomarbeit, Universität Dortmund, 2000
- /KAL81/ Kallmes, O.: Über die Grundlagen der Formation, der Struktur und der Eigenschaften von Papier. In: Das Papier (1981), 35. Jahrgang, Heft 10 A, S. V56-V73
- /KAL84/ Kaliszky, S.: Plastizitätslehre – Theorie und technische Anwendungen. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1984
- /KAB95/ Kaßmann, M.; Gottfried, H.-P.: Transportbelastungen: Polstern mit Maß und Ziel. In: Neue Verpackung (1995), Nr. 1, S. 39-43

- /KEL60/ Kellicutt, K. Q.: Compressive strength of corrugated containers, Part I. In: Paperboard Packaging (1960), Vol. 45, Nr. 2, S. 74 ff.
- /KLE03/ Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung – Produkte und Prozesse optimieren. 3. Aufl. München: Carl Hanser Verlag, 2003
- /KÜN01/ Künne, B.: Einführung in die Maschinenelemente – Gestaltung – Berechnung – Konstruktion. 2. Aufl. Stuttgart: B. G. Teubner GmbH, 2001
- /KÜN03/ Künne, B.; Werche, O.; Willms, U.: Developments in the Pulp Moulding Technology. In: Proceedings der AED 2003
- /MAL63/ Maltenfort, G. G.: Compression strength of corrugated. In: Paperboard Packaging (1963), Vol. 48, Nr. 8, S. 160-162
- /MAR98/ Schutzrecht NL 1004773-C; Markhorst. Holland, 1998
- /MCK63/ McKee, R. C.; Gander, J. W.; Wachuta, J. R.: Compression strength formula for corrugated boxes. In: Paperboard Packaging (1963), Vol. 48, Nr. 8, S. 149-159
- /MEN02/ Menges, G.: Werkstoffkunde Kunststoffe. 5. Aufl. München: Carl Hanser Verlag, 2002
- /NET96/ Neter, J.; Kutner, M. H.; Nachtsheim, C. J.; Wasserman, W.: Applied Linear Statistical Modells. 4. Edition Boston, New York: McGraw-Hill, 1996
- /OZO90/ Schutzrecht DE 61832; Ozouf & Leprince. Paris, 1890
- /PAI67/ Paine, F. A.; Council of the Institute of Packaging (Hrsg.): Packaging Materials and Containers. London: Blackie & Son Limited, 1967
- /PAP96/ N. N.: Papiermacher Taschenbuch. 6. Aufl. Heidelberg: Dr. Curt Haefner Verlag, 1996
- /PRP97/ N. N.: Aus dem Ei geschlüpft – Faserformteile erfüllen jetzt höhere Anforderungen als der herkömmliche Eierkarton. In: Pack Report (1997), Nr. 5, S. 70-71
- /SAM96/ Sauermann, N.: Dänemark-Report. In: Verpackungs-Rundschau Interpack 96 Spezial (1996), Sonderausgabe S. 14-16
- /SAS02/ N. N.: JMP – Statistics and Graphics Guide. Version 5: SAS Institute, 2002
- /SCH97/ Scheffler, E.: Statistische Versuchsplanung und -auswertung – Eine Einführung für Praktiker. 3. Aufl. Stuttgart: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1997
- /SHI78/ Shih, C. F.; Lee, D.: Further Developments in Anisotropic Plasticity. In: Journal of Engineering Materials and Technology (1978), Vol. 100, S. 294-302
- /SMT83/ Schutzrecht DE 24946; Carl Otto Schmidt. Dresden, 1883
- /VBE93/ N. N.: Faserform-Verpackungen: Spitzenquote im Recycling. In: Verpackungs-Berater (1993), Nr. 9, S. 34-35

- /VBE94/ N. N.: Neue Faserformverpackungen für Industrie und Konsumgüter. In: Verpackungs-Berater (1994), Nr. 2, S. 35
- /VER98/ N. N.; Verordnung über die Vermeidung und Verwertung von Verpackungsabfällen (Verpackungsverordnung – VerpackV), Bekanntmachung vom 21. August 1998, zuletzt geändert am 24. Mai 2005), 1998
- /VRU00/ N. N.: Paper-bottle mit Konturen – Kao Corporation zeigt eine sensationelle Papierflasche. In: Verpackungs-Rundschau (2000), Nr. 12, S. 18
- /VRU01a/ N. N.: Innovative paper bottle molding process. In: Verpackungs-Rundschau Pharma and Cosmetic Packaging (2001), Nr. 1, S. 16-20
- /VRU01b/ N. N.: Bekommt der Kunststoffbehälter Konkurrenz? In: Verpackungs-Rundschau (2001), Nr. 4, S. 68
- /WEI99/ Weihs, C.; Jessenberger, J; Grize, Y.-L.: Statistische Methoden zur Qualitätssicherung und -optimierung. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 1999
- /WIL02/ Willms, U.: Beanspruchungsgerechte Gestaltung von Faserformprodukten am Beispiel einer Unterarmorthese. Dortmund: Maschinenelemente-Verlag, Dissertationsschrift, Universität Dortmund, 2002
- /ZIE00/ Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L.: The Finite Element Method – Volume 1: The Basis. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000

Verwendete Formelzeichen

Formelzeichen	Bedeutung	SI-Einheit	Bemerkung
a	Dicke der Probe	mm	/DEN01/
A_0	Anfangsquerschnitt der Faserform-Flachprobe	mm ²	
AIC	Informationskriterium von <i>Akaike</i>		/SAS02/
b	Breite der Probe innerhalb der Versuchslänge	mm	/DEN01/
b	Breite der Probe	mm	/DEI03a/, /DEI03b/
b_0	Anfangsbreite der Faserform-Flachprobe	mm	
b_i	Schätzwerte der Parameter eines Regressionsmodells		
BCT	Stapelstauchwiderstand	N	/MCK63/, /DEI01b/
BZ_i	Bindungszustände		/KAL81/
c	Kohäsion	N/mm ²	/KAL84/
C_{ijkl}	Elastizitätstensor		
C_{ijkl}^{ep}	elastisch-plastischer Steifigkeitstensor		
C_p	Wert von <i>Mallows</i>		/NET96/
d	Probendicke	mm	/DEI03b/
d_0	Anfangsdurchmesser der Probe	mm	/DIN78a/
d_i	Biegesteifigkeit in Längsrichtung	Nmm ² /mm	/MCK63/
d_q	Biegesteifigkeit in Querrichtung	Nmm ² /mm	/MCK63/
e_i	Residuen		
E	Erwartungswert (bei statistischen Betrachtungen)		
E	Elastizitätsmodul (bei mechanischen Betrachtungen)	N/mm ²	
E_d	Druck-Elastizitätsmodul	N/mm ²	
E_z	Zug-Elastizitätsmodul	N/mm ²	
E_d^s	Druck-Sekantenmodul	N/mm ²	
E_z^s	Zug-Sekantenmodul	N/mm ²	
ECT	Kantenstauchwiderstand	kN/m	/MCK63/, /DEI96c/
f	Abtastrate	1/s	
f	Fließbedingung, Folgefließfläche		
f_0	Anfangsfließfläche		
$f_{rel,max}$	relativer Maximalfehler		
F	Spannungsanteil der Fließbedingung, Fließkriterium	N/mm ²	
F	Faktor relative Luftfeuchtigkeit		
F_d	Druckkraft	N	
F_z	Zugkraft	N	
g	plastische Potentialfunktion		
G	Schubmodul	N/mm ²	
G	Faktor Prüfgeschwindigkeit	mm/min	
G	Gewicht der Faserform-Flachprobe	g	
G_0	Gewicht der Verdichtungsprobe	g	
h	Probendicke	mm	/DEI03a/
h_0	Anfangshöhe der Probe	mm	/DIN78a/
I	Flächenmoment 2. Grades	mm ⁴	
I_i	Hauptinvarianten des Spannungstensors		$i = 1, 2, 3$
J_i	Grundinvarianten des Spannungstensors		$i = 1, 2, 3$
J_i^0	Grundinvarianten des Kugeltensors		$i = 1, 2, 3$

Formelzeichen	Bedeutung	SI-Einheit	Bemerkung
J_i'	Grundinvarianten des deviatorischen Spannungstensors		$i = 1, 2, 3$
k	Anzahl der Faktoren in einem Versuchsplan		
k	Werkstoffkennwert der Fließbedingung, experimentell ermittelte Fließgrenze	N/mm ²	
K	Kompressionsmodul	N/mm ²	
K	Faktor Rohstoffkonzentration		
l	Probenlänge	mm	/DEI03b/
Δl	Längenänderung der Faserform-Flachprobe	mm	
l_0	Anfangslänge der Faserform-Flachprobe	mm	
l_3	Gesamtlänge der Probe	mm	/DEI03a/
l_F	freie Einspannlänge	mm	
l_K	minimaler Abstand des Risses zur Klemme	mm	
l_R	vertikale Rissausbreitung	mm	
L	Anfangsabstand der Einspannklemmen	mm	/DEI03a/
L_0	Anfangsmesslänge	mm	/DEN01/, /DEI03a/
L_c	Versuchslänge	mm	/DEN01/
L_t	Gesamtlänge der Probe	mm	/DEN01/
m	Verhältnis von Druck- zu Zug-Fließgrenze		$m = \sigma_{F,d} / \sigma_{F,z}$
m	Anzahl der Faktorstufenkombinationen		
$m_{F,f}$	Masse des feuchten Faserstoffs	g	
n	Anzahl der Merkmalsausprägungen		
n	Anzahl der Replikationen der Faktorstufenkombinationen		
n_0	Realisierungen des Zentralpunkts		
N	Anzahl der Versuche		
N_w	Anzahl der Einzelversuche im Würfel		
p	Anzahl der Modellparameter		
p	p-Wert (Signifikanzanalyse)		
p	Indikator für die Vermengungsstruktur von Versuchsplänen		
p	Pressdruck	N/mm ²	
p_a	Anformdruck	bar	
p_{Atm}	Atmosphärendruck	bar	
p_F	Flächenpressung	N/mm ²	
p_l	Druck im Werkzeuginnenraum	bar	
p_O	Druck an Werkzeugoberfläche	bar	
P	Presskraft	kN	
P	Faktor Presskraft	kN	
r_F	relative Bauteilfeuchtigkeit, Feuchtigkeit des Faserstoffs		
r_{XY}	empirischer Korrelationskoeffizient		
R	relative Luftfeuchtigkeit		
R	Faktor Rohstoffart		
R^2	Anpassungsgüte		
R_a^2	angepasstes Bestimmtheitsmaß		
R_e	Zug-Fließgrenze	N/mm ²	
RBF	relative Bindungsfläche		/KAL81/
s	empirische Standardabweichung		
$s_{\bar{d}}$	Schätzwert der Standardabweichung der Effekte		

Formelzeichen	Bedeutung	SI-Einheit	Bemerkung
s_i	Schätzwert der Standardabweichung für die Ausprägungen der Faktorstufenkombination i		
s_{ij}	deviatorischer Spannungstensor	N/mm ²	
S	Sicherheitsbeiwert		
S_0	Anfangsquerschnitt innerhalb der Versuchslänge	mm ²	/DEN01/, /DIN78a/
$S_{B,d}^P$	Sicherheitsbeiwert plastischer Dehnungsanteil bei Bruch unter Druckbeanspruchung		
$S_{F,z}$	Sicherheitsbeiwert Zug-Fließgrenze		
$S_{F,z/d}$	Sicherheitsbeiwert Verhältnis Zug- zu Druck-Fließgrenze		
S_{ij}	Relativwerte zur Berechnung des Sicherheitsbeiwerts		
t	Perzentil der <i>Studentschen</i> t-Verteilung		
t_0	Anfangsdicke der Faserformprobe	mm	
$t_{0,arth}$	mittlere Anfangsdicke der Faserformprobe	mm	
t_p	Dicke der Verdichtungsprobe nach Entlasten	mm	
$t_{p,arth}$	mittlere Dicke der Verdichtungsprobe nach Entlasten	mm	
t_p	Dicke der Verdichtungsprobe unter Last	mm	
T	Raumtemperatur	°C	
T	Tangentenmodul	N/mm ²	
T_d	Druck-Tangentenmodul	N/mm ²	
T_z	Zug-Tangentenmodul	N/mm ²	
U	Schachtelumfang	mm	/MCK63/
v_p	Prüfgeschwindigkeit	mm/min	
V	Volumen der Faserform-Flachproben	mm ³	
V_S	Volumen der Stoffsusension	ml	
W^P	spezifische plastische Arbeit	N/mm ²	
x_{ij}	Merkmalsausprägungen der Einflussgröße x_j eines Regressionsmodells		
\bar{y}	empirischer Mittelwert		
y_i	Merkmalsausprägung der Zielgröße y		
\hat{y}_i	Schätzwerte der Merkmalsausprägungen der Zielgröße y eines Regressionsmodells		
z	Anzahl der zufälligen Effekte		
α	Werte der Sternpunkte		
β_j	Parameter eines Regressionsmodells		
δ_{ij}	<i>Kronecker</i> -Tensor		
ε	einachsige Dehnung		
$\varepsilon_{B,d}$	Bruchstauchung		
$\varepsilon_{B,z}$	Bruchdehnung		
$\varepsilon_{F,d}$	Druck-Fließdehnung		
$\varepsilon_{F,z}$	Zug-Fließdehnung		
ε_i	Ausprägungen des Fehlerterms eines Regressionsmodells		
ε_{ij}	<i>Cauchy</i> scher Verzerrungstensor		
ε_{ij}^e	elastischer Anteil des Verzerrungstensor		
$\varepsilon_{B,d}^P$	plastischer Dehnungsanteil bei Probenbruch unter Druckbelastung		
$\varepsilon_{B,z}^P$	plastischer Dehnungsanteil bei Probenbruch unter Zugbelastung		

Formelzeichen	Bedeutung	SI-Einheit	Bemerkung
ε_{ij}^p	plastischer Anteil des Verzerrungstensor		
ε_v^p	plastische Vergleichsdehnung		
ε_{zul}^p	zulässiger plastischer Dehnungsanteil		
γ_F	Anpassungsfaktor Rohstoffkonzentration		
γ_F	Anpassungsfaktor relative Luftfeuchtigkeit		
φ	innerer Reibungswinkel		/KAL84/
κ	Stoffkonzentration		
κ	Verfestigungsparameter		
λ, μ	Lamésche Konstanten	N/mm ²	
λ	Faserlänge (vereinfachtes Netzwerkmodell)		/KAL81/
λ_F	Anpassungsfaktor relative Luftfeuchtigkeit		
λ_G	Anpassungsfaktor Prüfgeschwindigkeit		
λ_K	Anpassungsfaktor Rohstoffkonzentration		
λ_P	Anpassungsfaktor Presskraft		
λ_R	Rückverformungsgrad		/WIL02/
λ_V	Verdichtungsgrad		/WIL02/
μ	Mittelwert		
ν	Querkontraktionszahl		
o	Faserdicke (vereinfachtes Netzwerkmodell)		/KAL81/
θ, ρ, ξ	Haigh-Westergaard-Koordinaten		
ρ	Dichte der Faserform-Flachprobe	g/cm ³	
σ	einachsige Spannung	N/mm ²	
$\sigma_{B,d}$	Druckfestigkeit	N/mm ²	
$\sigma_{B,z}$	Zugfestigkeit	N/mm ²	
$\sigma_{F,d}$	Druck-Fließgrenze	N/mm ²	
$\sigma_{F,z}$	Zug-Fließgrenze	N/mm ²	
σ_{Hi}	Hauptspannungen	N/mm ²	i = 1, 2, 3; /ISS95/
$\sigma_{Hi}^/$	Deviatorhauptspannungen	N/mm ²	i = 1, 2, 3; /ISS95/
σ_i	Hauptspannungen	N/mm ²	i = 1, 2, 3
σ_{ij}	Cauchyscher Spannungstensor		
σ_{ij}^0	Kugeltensor		
σ_m	mittlere Normalspannung	N/mm ²	
σ_v, σ_{vorh}	Vergleichsspannung	N/mm ²	
σ_{zul}	zulässige Spannung	N/mm ²	
τ_F	Schub-Fließgrenze	N/mm ²	
τ_{max}	maximale Schubspannung	N/mm ²	
ω	Faserbreite (vereinfachtes Netzwerkmodell)		/KAL81/

Lebenslauf

Persönliche Daten:	Alexander Baar geboren am 01.06.1977 in Salzgitter ledig
Schulbildung:	08/1983 – 07/1987 Grundschule St. Michael, Salzgitter 08/1987 – 07/1989 Orientierungsstufe Goethe-Schule, Salzgitter 08/1989 – 07/1992 Kranich-Gymnasium, Salzgitter 08/1992 – 06/1996 Hollenberg-Gymnasium, Waldbröl; Abschluss: Abitur
Wehrdienst:	09/1996 – 10/1996 3./Luftwaffenausbildungsregiment 2, Weert 11/1996 – 06/1997 Jagdbombergeschwader 33, Büchel
Studium:	10/1997 – 07/2003 Universität Dortmund, Diplomstudiengang Maschinenbau, Vertiefungsrichtung Maschinentechnik; Abschluss: Dipl.-Ing. 08/2000 – 09/2001 Georgia Institute of Technology, Atlanta Masterstudium Industrial Engineering, Schwerpunkt Logistik; Abschluss: Master of Science in Industrial Engineering Seit 11/2001 Universität Dortmund, Promotionsstudiengang Graduate School of Production Engineering and Logistics, Fachgebiet Maschinenelemente
Studienbegleitend:	04/1999 – 10/2001 Studentische Hilfskraft, Fachgebiet Maschinenelemente 04/2000 – 05/2000 Universität Twente, Pilot of the Joint Masters Program Industrial Design and Manufacturing
Berufstätigkeit:	Seit 11/2004 Wissenschaftlicher Angestellter, Universität Dortmund, Fachgebiet Maschinenelemente