

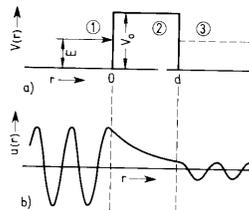
# Kapitel 4

## Kernspaltung und Kernfusion

### 4.1 Grundlagen der Kernspaltung

#### 4.1.1 Tunneleffekt und $\alpha$ -Zerfall

Der  $\alpha$ -Zerfall kann auf den Tunneleffekt zurückgeführt werden. Als ein Wellenphänomen gilt für die Durchlässigkeit einer Potentialbarriere (in ②) mit den Randbedingungen für die Wellenfunktion



$$\Psi_1(x=0) = \Psi_2(x=0), \Psi_2(x=d) = \Psi_3(x=d)$$

$$\Psi'_1(x=0) = \Psi'_2(x=0), \Psi'_2(x=d) = \Psi'_3(x=d),$$

daß es eine endliche Tunnelwahrscheinlichkeit gibt, diese Barriere zu überwinden:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{(U-E)2md}}$$

Für den klassischen Grenzfall  $\hbar \rightarrow 0$  geht auch die Tunnelwahrscheinlichkeit gegen Null (es handelt sich also um ein rein quantenmechanisches Phänomen).

Weiterhin sehen wir, daß die Durchlässigkeit einer Potentialschwelle für Elektronen größer ist als für  $\alpha$ -Teilchen gleicher Energie ( $D_\alpha \ll D_e$ ), da  $m_\alpha \gg m_e$ . Den Tunneleffekt durch eine beliebige Barriere kann man mit Hilfe der WKB-Methode behandeln:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(V(x)-E)} dx}$$

Dies ist auch anschaulich sofort verständlich, wenn man sich die Potentialkurve als Aneinanderreihung kleiner quadratischer Potentialschwelen vorstellt, deren Tunnelwahrscheinlichkeiten sich multiplizieren.

Ein erstes Anwendungsbeispiel in der Kernphysik ist der  $\alpha$ -Zerfall. Wegen ihrer großen Bindungsenergie sind  $\alpha$ -Teilchen im Kern präformiert. Ein präformiertes  $\alpha$ -Teilchen kann mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit durch die Coulombbarriere tunneln (siehe Abb.4.1).

Für die Zerfallswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit gilt ( $R_K$  = Kernradius,  $v_\alpha$  = Geschwindigkeit des  $\alpha$ -Teilchens):

$$\frac{d\omega}{dt} \approx \frac{\text{Anzahl der Stöße auf die Barriere}}{\text{Zeiteinheit}} * D = \frac{v_\alpha}{R_K} D = \frac{v_\alpha}{R_K} e^{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(V(x)-E)} dx}$$

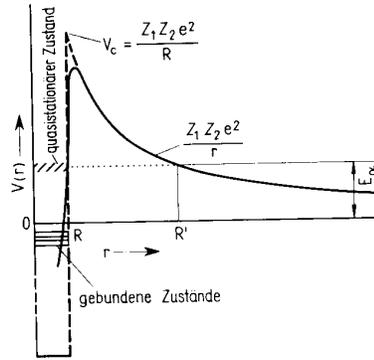


Abbildung 4.1: Potential für ein  $\alpha$ -Teilchen im Kern

Hier ist das Potential, daß das  $\alpha$ -Teilchen spürt

$$V(r) = \frac{Z_\alpha Z_1 e^2}{r} + V_{Stark}(\vec{r}).$$

Die qualitative Auswertung des Integrals mit  $E_\alpha = \frac{m_\alpha}{2} v_\infty^2$  ergibt nach E. Fermi, Nuclear Physics, Kap.3,

$$\frac{1}{\tau} \approx \frac{10^9 \frac{cm}{s}}{10^{-12} cm} e^{-\frac{2\pi Z_1 Z_\alpha e^2}{\hbar v_\infty}} = 10^{-21} s^{-1} \cdot e^{-2\pi Z_1 Z_\alpha \alpha \frac{c}{v_\infty}}.$$

Dieser Zusammenhang zwischen Zerfallsenergie  $E_\alpha$  und Lebensdauer  $\tau$  ( $\ln \tau \sim \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}}$ ) wurde von Geiger und Nutall empirisch ermittelt. Damit hat der  $\alpha$ -Zerfall seine Deutung gefunden: Man nimmt an, daß sich in Kernen  $\alpha$ -Cluster ausbilden, die durch Tunneleffekt die Coulombbarriere durchdringen.

#### 4.1.2 Ablauf des Spaltprozesses

LITERATUR: [46]

##### Energiebilanz der Spaltung

Nach Abb.2.9 hängt die Bindungsenergie pro Nukleon in der charakteristischen Weise von der Massenzahl ab.

Unter Benutzung der Bethe-Weizsäcker-Formel kann man zeigen, daß ein Kern unter Energiegewinn spaltet, falls die Bedingung erfüllt ist

$$M(A, Z) - 2M\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) \geq 0.$$

Vernachlässigt man in der Bethe-Weizsäcker-Formel die Paarungsenergie, dann folgt  $\frac{Z^2}{A} > 18.3$  aus der obigen Bedingung. Es zeigt sich aber, daß nicht alle Kerne, die aufgrund dieser Energiebetrachtung instabil sein sollten, auch spontan spalten. Dies liegt daran, daß bei hinreichend großer Distanz zwar die Energiebilanz positiv ist, bei kleinen Abständen aber eine Barriere den Zerfall verhindert. Wir können den Zerfall dann in Analogie zum  $\alpha$ -Zerfall erklären: nur wenn die Tunnelwahrscheinlichkeit genügend groß ist, beobachtet man spontane Spaltung.

##### Dynamik des Spaltprozesses

Die obigen Überlegungen gelten nur näherungsweise, da im Tröpfchenmodell die Kerne als kugelsymmetrisch vorausgesetzt werden. In Realität sind sie häufig deformiert (Ellipsoide). Für diese ellipsoidförmigen Kerne gilt relativ zum kugelsymmetrischen Kern (bei Normierung auf die Volumenenergie):

- Die Coulombenergie ist kleiner, da der mittlere Protonenabstand im Ellipsoiden größer ist als in der Kugel.
- Die Oberflächenenergie ist größer, weil die Kugel der Körper ist, der eine minimale Fläche bei vorgegebenem Volumen hat.

Da Kernmaterie inkompressibel ist (eine der Grundannahmen des Tröpfchenmodells (siehe Kap.2.3)) kann man beim Übergang von einer Kugel mit dem Radius  $R$  zu einem Ellipsoiden gleichen Volumens die Hauptachsen schreiben als:

$$a = R(1 + \epsilon) \quad b_1 = b_2 = \frac{R}{\sqrt{1 + \epsilon}} \approx R(1 - \frac{1}{2}\epsilon) .$$

Unter diesen Bedingungen kann man quantitativ die Abhängigkeit des Oberflächen(Coulomb)-Terms der Energie im Tröpfchenmodell von  $\epsilon$  angeben:

$$E_O^{el} = -a_o A^{2/3} (1 + \frac{2}{5}\epsilon^2)$$

$$E_C^{el} = -a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} (1 - \frac{1}{5}\epsilon^2) .$$

Als Funktion der Deformation  $\epsilon$  erwarten wir den in Abb.4.2 gestrichelt wiedergegebenen Potentialverlauf.

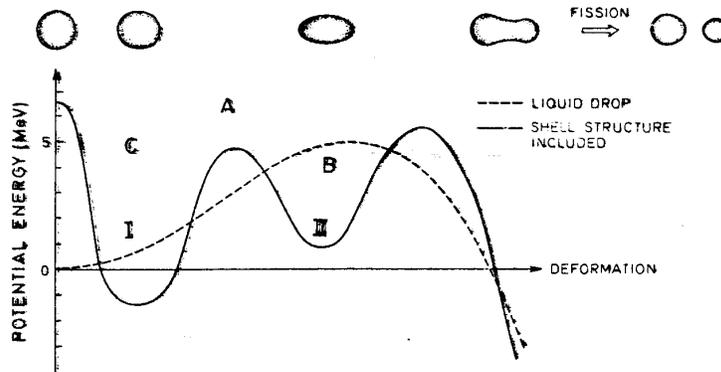


Abbildung 4.2: Potentialverlauf als Funktion der Deformation

Für sofortige spontane Spaltung muß die Energieänderung bei der Deformation positiv sein:

$$0 < \Delta E_B = E_B^{el} - E_B^K = \frac{1}{5} \left( a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 2a_o A^{2/3} \right) \epsilon^2$$

$$\frac{Z^2}{A} > 2 \frac{a_o}{a_c} = 49 .$$

In diesem Fall ist die Anregungsenergie so groß, daß die Barriere ohne Tunnel überwunden werden kann.

### Korrekturen

Korrekturen an dieser Abschätzung sind notwendig, da:

- der Tunneleffekt möglich ist, d.h. Spaltung tritt bereits für  $Z^2/A < 49$  auf (spontane Spaltung).

- Die Potentialkurve wird durch Schalenstruktureffekte beeinflusst; es bilden sich zwei Minima aus (siehe Abb.4.2 durchgezogene Kurve). Dies führt zur Existenz von Spaltisomeren (siehe Kap.3.1). Man beobachtet Rotationsbanden mit  $E_J = \frac{\hbar^2}{2\theta} l(l+1)$ ,  $\tau \approx 1 \text{ ms}$  im 2. Minimum.
- Schalenstruktureffekte unterdrücken die energetisch bevorzugte symmetrische Spaltung  $(A, Z) \rightarrow 2(A/2, Z/2)$  (siehe Abb.4.4).
- Der experimentelle Beweis für die Spaltschwelle ergibt sich aus  $\sigma_f = \sigma_f(E_n)$  (siehe Abb.4.3).

Die Unterschiede von  $\sigma_f$  für  $^{235}\text{U}$  und  $^{238}\text{U}$  in Abhängigkeit von der Energie des Neutrons sind auf die Paarungsenergie zurückzuführen, die bei  $^{235}\text{U}$  etwa 0.8 MeV beträgt. Diese Tatsache ist wichtig für Reaktoren (siehe Abb.4.3).

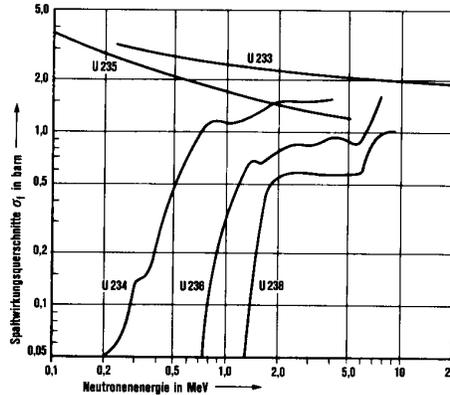
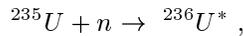


Abbildung 4.3: Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Neutronen in  $^{235}\text{U}$  und  $^{238}\text{U}$

- A ungerade Spaltung mit thermischen Neutronen möglich  $E_n = 0.04 \text{ eV}$
- A gerade Spaltung nur mit schnellen Neutronen möglich  $E_n \approx 1 \text{ MeV}$

Den Spaltprozeß induziert durch Neutronen kann man sich nach N. Bohr als einen Compound-Kern-Prozeß vorstellen:



Die Anregungsenergie verteilt sich innerhalb von  $10^{-16} \text{ s}$  auf die Kernbausteine (siehe [47]).

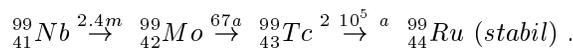
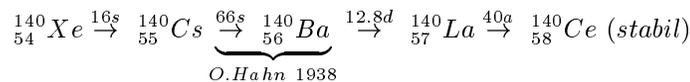
### 4.1.3 Charakteristische Eigenschaften der Kernspaltung

Wir wollen hier einige charakteristische Eigenschaften der Spaltprozesse zusammenstellen, die für das Verständnis der Reaktoren wichtig sind.

- Die **asymmetrische Spaltung** wird durch Kernstruktureffekte bewirkt (Strutinsky 1966) (siehe Abb.4.4).

- **Zerfallsketten:** Da  $(\frac{Z}{A})_{\text{U}} < (\frac{Z}{A})_{A < 100}$  ilt, haben Spaltprodukte verglichen mit den stabilen Kernen gleicher Massenzahl einen **Neutronenüberschuß** und sind daher  $\beta$ -instabil.

Beispiele:



Die Existenz langlebiger  $\beta^-$ -instabiler Kerne ist neben der Erzeugung von  $^{239}\text{Pu}$  (allgemein der Transurane) die Quelle für das Problem des radioaktiven Mülls und seiner Lagerung. So werden bei der Spaltung  $\sim 1000$  verschiedene  $\beta^-$ -instabile Kernarten erzeugt.

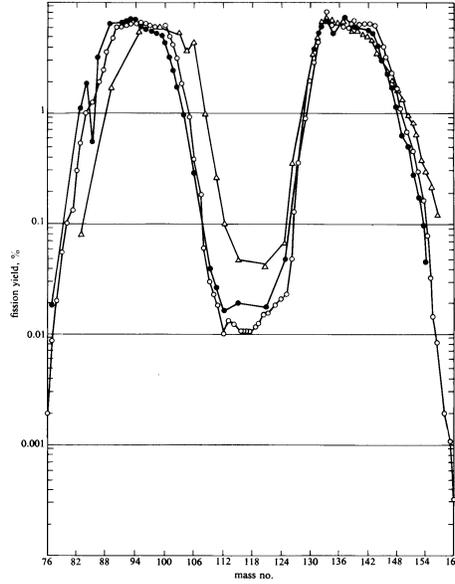


Abbildung 4.4: Asymmetrische Spaltung am Beispiel von Uran und Plutonium

- Zerfallsneutronen:** Die bei der Kernspaltung entstehenden Kernbruchstücke sind so hoch angeregt, daß sie teilweise durch Neutronenemission ihre Energie abgeben (Spaltneutronen). Im Mittel werden bei der Spaltung durch thermische Neutronen bei  $^{235}_{92}\text{U}$ :  $\bar{\nu} = 2.42 \frac{n}{\text{Spaltung}}$  und bei  $^{239}_{94}\text{Pu}$ :  $\bar{\nu} = 2.87 \frac{n}{\text{Spaltung}}$  frei. Die produzierten Neutronen besitzen ein Energiespektrum, das als Verdampfungskurve einer bewegten Quelle interpretiert werden kann (siehe Abb.4.5). Die Zahl der produzierten Neutronen hängt von der Anregungsenergie der Kernbruchstücke ab, da die Bindungsenergie etwa 8 MeV beträgt. Aus Abb.4.7 folgt, daß nur für  $Z \geq 90$  hinreichend viele  $n$  aufgrund dieser Bedingung erzeugt werden.

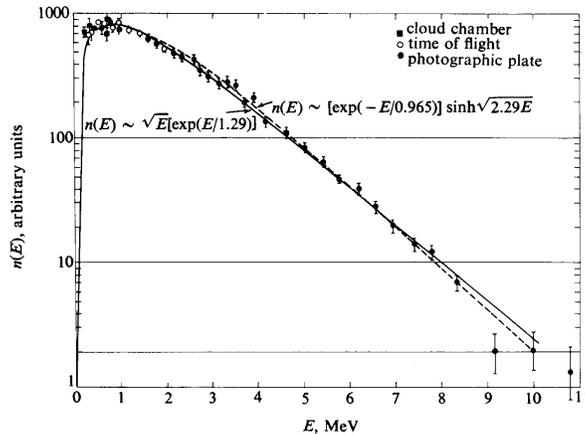


Abbildung 4.5: Neutronenenergiespektrum von  $^{235}\text{U}$  (Verdampfungsneutronen)

- verzögerte Neutronen:** Für die Steuerung eines Reaktors erweist sich die Beobachtung als äußerst wichtig, daß ein geringer Teil der Neutronen nicht prompt ( $< 10^{-16}\text{s}$ ), sondern verzögert auftritt. Diese verzögerten Neutronen werden von Kernen emittiert, die in der

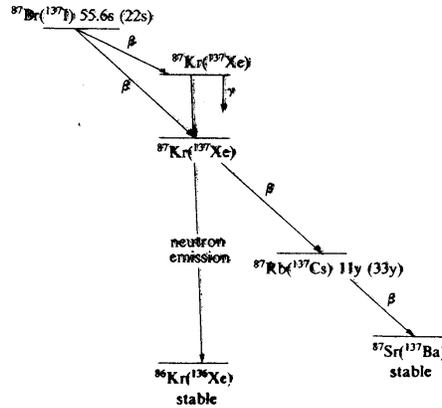
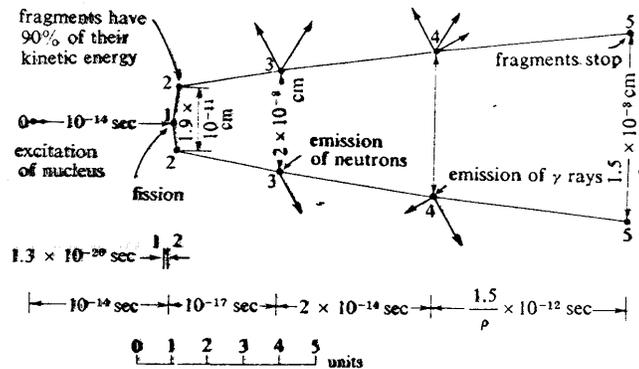


Abbildung 4.6: Mechanismus für die Erzeugung verzögerter Neutronen

Zerfallsreihe durch vorangehenden  $\beta$ -Zerfall erzeugt werden. Man beobachtet – für die Reaktorsteuerung relevante – Verzögerungszeiten von 0.2s ... 60s. Der Bruchteil der verzögerten Neutronen beträgt  $\approx 1\%$  (siehe Abb.4.6).

**Zeitablauf der Spaltung:** Schematisch kann man den Zeitablauf der Spaltung wie folgt skizzieren:

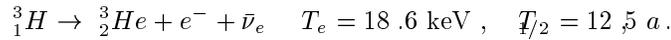


- **Energiebilanz:** Nach Kap.2.2 werden bei der Spaltung ungefähr 210 MeV frei; diese sind mit den bei chemischen Reaktionen typischen Energien pro Atom von 10 eV zu vergleichen. Dabei wird die frei werdende Energie wie folgt auf die Bruchstücke verteilt:

$A_1$ (klein)	100 MeV
$A_2$ (groß)	70 MeV
Neutronen	5 MeV
prompte $\gamma$	7 MeV
$\beta$ der Spaltkerne	8 MeV
$\gamma$ der Spaltkerne	7 MeV
$\nu$	12 MeV

Nur bei der Spaltung schwerer Kerne sind die Spaltprodukte (Fragmente) hinreichend angeregt, so daß bei ihrer Erzeugung genügend Spaltneutronen ( $\bar{\nu} > 1$ ) für die Erhaltung der Kettenreaktion in einem Reaktor auftreten (siehe Abb.4.7). Nur mit sehr schweren Kernen kann daher ein Reaktor, der die Kernspaltung nutzt, betrieben werden.

- **ternäre Spaltung:** Neben der Spaltung in zwei etwa gleich schwere Kerne tritt in 1 % aller Zerfälle auch eine Spaltung in zwei mittelschwere und einen leichten Kern ( ${}^3_1H, {}^4_2He, \dots$ ) auf. Dieser Prozeß ist wichtig, da er die Quelle für eine wichtige Strahlenbelastung durch den laufenden Reaktor ist:



- **Spaltquerschnitte:** Wenn man den Spaltprozeß in einem Reaktor zur Energieerzeugung nutzen will, dann muß man dafür sorgen, daß ständig genügend Neutronen vorhanden sind. Grundlegend für die notwendige Zahl der Neutronen ist der Wirkungsquerschnitt, der energieabhängig ist (siehe Abb.4.8).

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}({}^{235}\text{U} + n) &= \sigma_{tot}(E_n) && \text{(alle Prozesse)} \\ \sigma_f({}^{235}\text{U} + n) &= \sigma_f(E_n) && \text{(Spaltung als Endzustand)} . \end{aligned}$$

Um genügend Spaltprozesse zu haben, muß gelten

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_{tot}} \approx O(1) .$$

Man findet  $\sigma_f/\sigma_{tot} \rightarrow 1$  für  $E_n \rightarrow 0 \text{ eV}$ , da der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_f$  für kleiner werdende Energien ansteigt (siehe Abb.4.8) und sich  $\sigma_{tot}$  nähert. Es werden also thermische Neutronen benötigt. Da aber die erzeugten Neutronen eine mittlere Energie haben von (Abb.4.5)

$$\langle E_n \rangle = 1 \text{ MeV} ,$$

müssen die Neutronen im Reaktor abgebremst werden (Moderator).

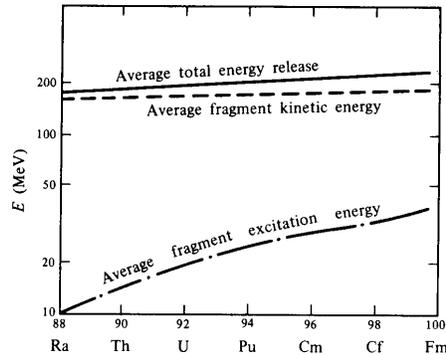


Abbildung 4.7: Energieverteilung bei der Spaltung als Funktion von  $Z$ . Die mittlere Anregungsenergie der Fragmente legt die Zahl der Verdampfungsneutronen fest.

## 4.2 Kernreaktoren

LITERATUR: [48, 49, 50, 51]

### 4.2.1 Neutronen in Materie

In Kap.4.1.3 wurde gezeigt, daß für die Spaltung schwerer Kerne folgende Fakten gelten:

- $\langle E_n \rangle = 1 \text{ MeV}$  für Neutronen, die bei der Spaltung produziert werden.
- $\sigma_f/\sigma_{tot}$  wird größer für kleiner werdende Energien des Neutrons, das die Spaltung auslöst.

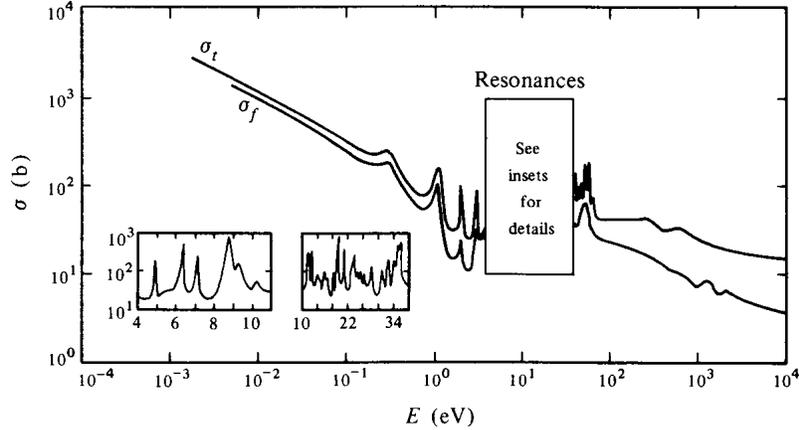
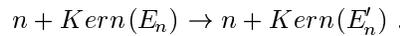


Abbildung 4.8: Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für  $n$ -Einfang und für Spaltung durch  $n$  für  $^{235}\text{U}$

- $\langle \bar{\nu}_n \rangle = 2.5$ .

Aus diesen Beobachtungen folgt, daß zur optimalen Nutzung von Spaltneutronen deren Abbremsung auf  $E_n \approx \frac{3}{2}k_B T = O(\frac{1}{40}eV)$  notwendig ist. Details werden in Übungsaufgaben erarbeitet, hier sollen nur qualitativ die wichtigsten Formeln behandelt werden. Die exakte Analyse erfordert die Lösung komplizierter Differentialgleichungen (Abbremsen – räumliche Ausbreitung – Absorption in inhomogener Materie). Sie sind nur numerisch (Monte Carlo Simulation) lösbar. Neutronen bremst man durch elastische Stöße ab



Impuls und Energieerhaltung ergeben für die Neutronenenergie nach dem Stoß (keine Kernanregung)

$$\left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 E_n \leq E'_n \leq E_n .$$

Grenzfälle sind:

$$\begin{aligned} A = 1 & \quad 0 \leq E'_n \leq E_n \\ A = 238 & \quad 0.992 \leq E'_n \leq E_n \end{aligned}$$

Man zeigt, daß sich für  $\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \text{const}$  ( $s$ -Wellenstreuung) im Laborsystem das folgende Spektrum der gestreuten Neutronen ergibt:

$$\frac{dN}{dE'_n} = \text{const} .$$

Für  $\text{H}_2\text{O}$  kann man also für den mittleren Energieverlust der Neutronen näherungsweise setzen:

$$\langle \Delta E \rangle = \frac{E_n}{2} .$$

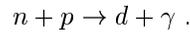
Hinweis: Da  $\lambda_n \ll R_{\text{H}_2\text{O}}$ , können die Atome des Moleküls als frei behandelt werden, nur bei sehr tiefen Temperaturen sieht die  $n$ -Welle das  $\text{H}_2\text{O}$  Molekül als System. Nach  $k$  Stößen beträgt dann die mittlere Energie der Neutronen

$$\frac{E_n}{2^k} = E_n^{(k)} = \frac{3}{2}k_B T \Rightarrow k = \ln \frac{E_n}{E_{\text{therm}}} \frac{1}{\ln 2} .$$

So ist  $k$  zum Beispiel 25 für eine Neutronenenergie von  $E_n = 1 \text{ MeV}$  und eine thermische Energie von  $1/40 \text{ eV}$ . Die exakte Theorie (Fermi, Heisenberg) liefert:

Moderator	$H_2O$	$D_2O$	$^{12}C$	$^4He$	$U$
k	18	25	114	43	2172

Sie berücksichtigt, daß die Neutronen ein Spektrum besitzen. Dabei ist jedoch bei genauerem Hinsehen die Dichte mit zu beachten, so daß beispielsweise Kohlenstoff besser abbremst als Helium. Diese Zahl beleuchtet aber nur einen Aspekt des Abbremsprozesses. Für die Neutronenbilanz spielen zusätzlich Absorptionsprozesse eine wichtige Rolle. Für  $H_2O$  ist dies die Reaktion



Man muß allgemein dafür sorgen, daß die mittlere freie Weglänge für die Absorption möglichst groß ist im Vergleich zu der für elastischen Stoß

$$\lambda_{abs} \gg \lambda_{el.Stoß} .$$

Bei  $E_n = 1 \text{ eV}$  gilt für die verschiedenen Moderatoren:

	$k$	$\lambda_{el}$ [cm]	$\lambda_{abs}$ [cm]	$\frac{\lambda_{abs}}{\lambda_{el}}$
$H_2O$	18	0.43	51.8	100
$D_2O$	25	2.4	13000	$5 \cdot 10^3$
$^{12}C$	114	2.7	2500	$10^3$
$U$	2172	15	107	10

Folgende Argumente beeinflussen zusammengefaßt die Wahl des Moderators:

- $\lambda_{abs}$ . groß (wenig Verluste an Neutronen)
- $\lambda_{el}$ . klein (kompakter Reaktor)
- Moderator als Kühlmittel geeignet
- Sicherheit
- Kosten

Thermische Reaktoren werden mit folgenden Kombinationen von Moderator und Kühlmitteln betrieben:

$H_2O$	Moderator und Kühlmittel	DWR, SWR (Druck-/Siedewasserreaktor)
$^{12}C / ^4He$	Moderator / Kühlmittel	HTR (Hochtemperaturreaktor)
$D_2O$	Moderator und Kühlmittel	CANDU (Natururan)

Neutronen werden aber nicht nur vom Kühlmittel absorbiert, sondern auch durch:

- $^{238}U$
- Reaktorgifte ( $^{135}Xe$  mit  $\sigma = 3 \cdot 10^6 b$ , (zum Vergleich:  $\sigma_f(^{235}U) = 500 b$ ),  $^{135}Xe$  ist ein häufiges Spaltprodukt (Abb.4.4)
- Steuermaterialien ( $Cd, B$ ); diese Stoffe haben große Einfangquerschnitte für langsame Neutronen
- Brennstoff ( $(\sigma_{tot}(^{235}U) > \sigma_f(^{235}U))$ )

Diese Verlustquellen müssen bei der Auslegung eines Reaktors berücksichtigt werden.

## 4.2.2 Neutronenbilanz und Vierfaktorformel

Um den kontinuierlichen, stabilen Betrieb des Reaktors sicherzustellen, muß in ihm die Zahl der Neutronen konstant sein. Diese Bedingung legt die Werte der Materialparameter fest. Wir wollen jetzt eine Beziehung zwischen den verschiedenen Parametern ableiten. Sie gilt, wenn der Reaktor stationär mit thermischen Neutronen betrieben wird. Zur Ableitung verfolgen wir das Schicksal einer Neutronengeneration. Sei  $\sigma(i)$  der Wirkungsquerschnitt und  $\rho(i)$  die Teilchenzahldichte des Materials  $i$ . Dann spielen folgende Größen eine Rolle:

- Regenerationsfaktor  $\eta$  (Zahl der emittierten  $n$  pro Einfang eines therm.  $n$  im Spaltisotop)

$$\eta = \bar{\nu} \frac{\sigma_f(^{235}\text{U})}{\sigma_{tot}(^{235}\text{U})}$$

- Schnellspaltfaktor  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{\text{Zahl der } n, \text{ die durch schnelle und thermische } n \text{ erzeugt werden}}{\text{Zahl der } n, \text{ die durch thermische } n \text{ erzeugt werden}}$$

- Resonanz-Entkommwahrscheinlichkeit  $p$  (siehe Abb.4.8).

$$p = \frac{\text{Zahl der } n \text{ mit } E_n < E_{res} (\approx 1 \text{ eV})}{\text{Zahl der } n \text{ mit } E_n > E_{res} (\approx 1 \text{ keV})}$$

- thermische Nutzung  $f$

$$f = \frac{\text{Zahl der } n, \text{ die im Spaltisotop absorbiert werden}}{\text{Zahl der } n, \text{ die insgesamt absorbiert werden}} = \frac{\rho(^{235}\text{U})\sigma_{abs}(^{235}\text{U})}{\rho(^{235}\text{U})\sigma_{abs}(^{235}\text{U}) + \sum_i \rho(i)\sigma_{abs}(i)}$$

Der effektive Nutzungsfaktor  $k_{eff}$  ist damit für eine Neutronengeneration (siehe auch Abb.4.9)

$$k_{eff} = \eta \epsilon p f P_f P_r P_{therm} = k_\infty P_f P_r P_{th}.$$

Durch  $P_f, P_r, P_{th}$  werden die Verluste des endlichen Reaktors gekennzeichnet. Für den stationären Betrieb des Reaktors gilt

$$k_{eff} = 1.$$

Typische Zahlenwerte für einen Reaktor mit Natururan, Kohlenstoff als Moderator und Helium als Kühlmittel sind:

$$\epsilon = 1.02, \quad p = 0.89, \quad f = 0.88, \quad \eta = 1.33 \rightarrow k_\infty = 1.06$$

Diese Zahlen dokumentieren, daß nicht viel Spielraum für die Neutronenzahl in einem Reaktor existiert. Falls  $k_\infty$  zu klein ist (etwa bei  $\text{H}_2\text{O}$  als Moderator), dann muß man das Isotop  $^{235}\text{U}$  anreichern (von 0.7% auf etwa 2.3% ... 3%; bei Waffenuuran auf >90%).

## 4.2.3 Reaktordynamik

Wir wollen anhand eines einfachen Reaktormodells diskutieren, wie der Reaktor gesteuert werden kann. Dazu berücksichtigen wir neben den prompt erzeugten auch die verzögerten Neutronen. Die Änderung der Neutronenzahl beim Übergang von Generation  $i-1$  zu  $i$  beträgt (hier  $[n_i] = m^{-3}$ ):

$$\Delta n_i = n_i - n_{i-1} = n_i - \frac{n_i}{k} = n_i \frac{k-1}{k} =: n_i \rho.$$

Im weiteren werden folgende Größen benutzt:

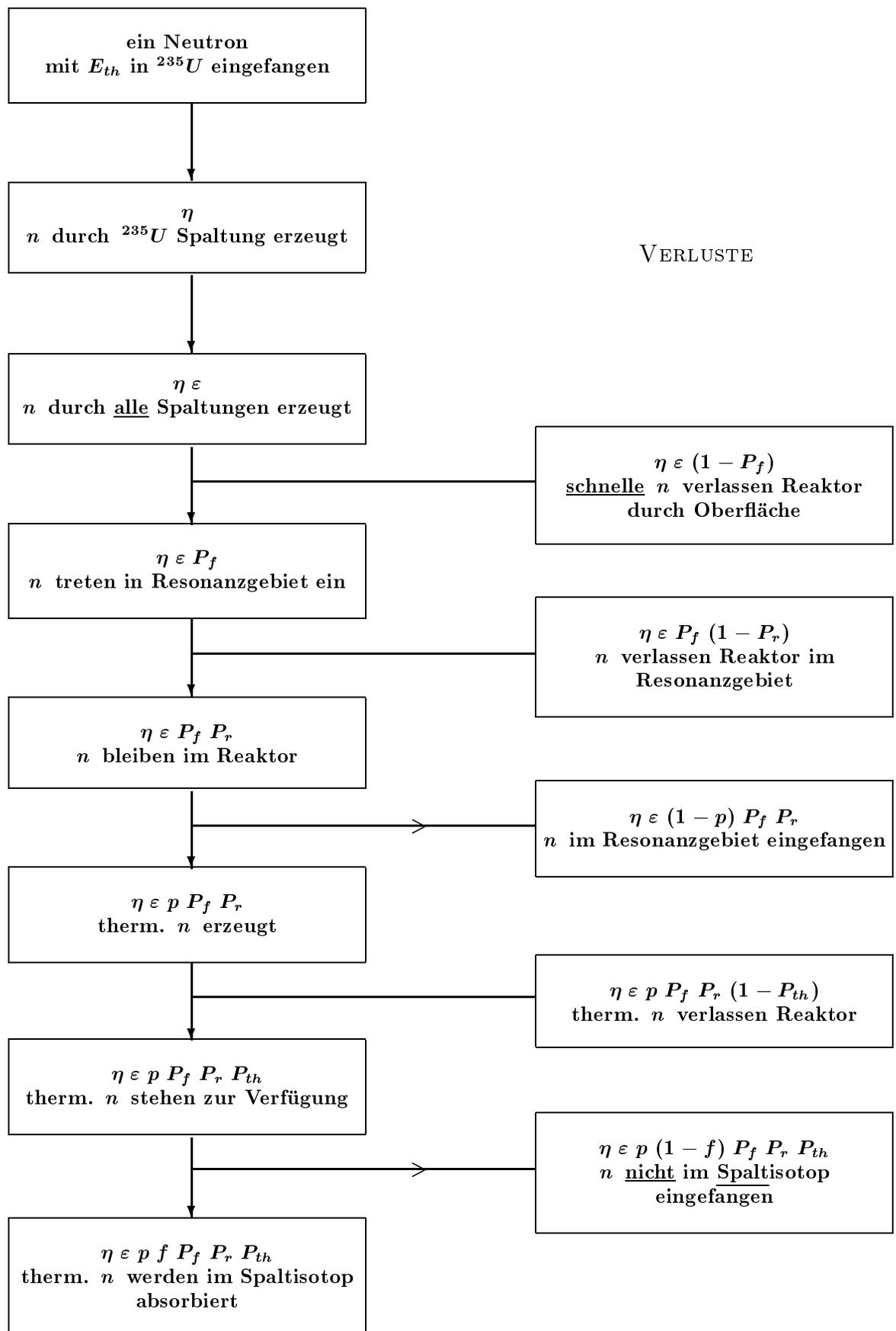


Abbildung 4.9: Neutronenbilanz in einem Reaktor

- $k = k_{eff}$
- $\rho = \frac{k-1}{k}$
- $\tau =$  Lebensdauer einer  $n$ -Generation ( $\tau = 10^{-6} s \dots 10^{-7} s$ )
- $\lambda =$  Zerfallskonstante der verzögerten Neutronen ( $\frac{\ln 2}{\langle \lambda \rangle} = 12 s$ )
- $c =$  Dichte der verzögerten Neutronen ( $[c] = m^{-3}$ )
- $\beta =$  Bruchteil der verzögerten Neutronen ( $\beta \approx 6 \cdot 10^{-3}$  für  $^{239}Pu$  als Brennstoff)

Dann kann man für die zeitliche Änderung der  $n$ -Dichte schreiben:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\tau} n + \lambda c$$

$$\frac{dc}{dt} = -\lambda c + \beta \frac{n}{\tau} .$$

Dabei gibt es drei ausgezeichnete Bereiche:

$$\rho < 0 \quad n(t) \sim e^{+\frac{\rho-\beta}{2\tau}t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \quad (\text{Reaktor schaltet ab})$$

$$0 \leq \rho < \beta \quad n(t) \sim e^{\frac{\rho\lambda}{\beta-\rho}t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty \quad (\text{langsames Anwachsen, da } \frac{\rho\lambda}{\beta-\rho} \approx 0 (0.1 s^{-1}))$$

$$\rho > \beta \quad n(t) \sim e^{\frac{\rho-\beta}{\tau}t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty \quad (\text{schnelles Anwachsen, da } \frac{\rho-\beta}{\tau} \approx 10^4 s^{-1}) .$$

Im Bereich  $0 \leq \rho < \beta$  hat man etwa 10 s Zeit durch Einfahren von Absorbern (Steuerstäben) den Reaktor zu steuern.

Weitere Regelungsmöglichkeiten (Physik!):

Bei DWR und SWR bedeutet  $k > 1$  erhöhte Wärme, wodurch sich der Moderator  $H_2O$  ausdehnt – also verdünnt, daher weniger abgebremste Neutronen für die Spaltung zur Verfügung stehen und sich so der Reaktor selbst reguliert ( $k$  sinkt). Außerdem sind bei höherer Temperatur die Resonanzen verbreitert (Doppler-Effekt), so daß mehr  $n$  eingefangen werden und damit  $p$  sinkt. Auch auf diese Weise wird  $k$  kleiner.

Für sinnvoll ausgelegte thermische Reaktoren gilt

$$\frac{dk_{eff}}{dT} < 0$$

in einem weiten Bereich der Betriebsparameter. Dann ist der Reaktor aufgrund physikalischer Gesetze inhärent stabil. In **Tschernobyl** benutzte man  $^{12}C$  als Moderator und  $H_2O$  als Kühlmittel, und es war

$$\left. \frac{dk_{eff}}{dT} \right|_{Resonanz} < 0, \quad \text{aber} \quad \left. \frac{dk_{eff}}{dT} \right|_{Abs.H_2O} > 0 .$$

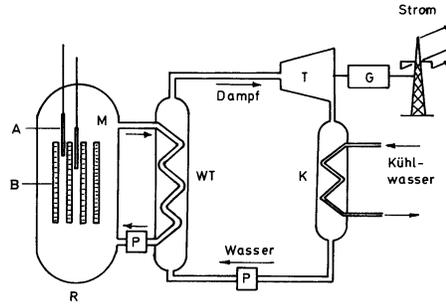
Denn bei Erhöhung der Temperatur wird die Wasserdichte geringer und damit auch die Verluste durch Absorption in diesem Material, der  $C$ -Moderator wird aber nur wenig beeinflusst. Bei ungünstigen Bedingungen ist dieser Reaktor also nicht stabil (wenn man zum Beispiel nahezu alle Steuerstäbe entfernt. Dies geschah am Unglückstag unter gröblicher Verletzung der Bedienungs-vorschriften).

#### 4.2.4 Reaktortypen

Den prinzipiellen Aufbau eines Reaktors kann man der Abb.4.10 entnehmen.

Typische Betriebsparameter für 1000 MW-Reaktoren ( $\eta$  Wirkungsgrad):

	Mode- rator	Kühlung	Brenn- stoff	Anrei- cherung	Abbrand MW/t	$^{\circ}C/atm$	$\eta$	Zahl der Kühlkreise
DWR	$H_2O$	$H_2O$	100 t	3 %	$3 \cdot 10^4$	330/160	33 %	2
SWR	$H_2O$	$H_2O$	100 t	2.7 %	$2.8 \cdot 10^4$	290/70	34 %	1
HTR	C	He	40 t	4 % (93 %)	$10^5$	800/48	38 %	2
SBR	–	Na	19 t	12 %	$7 \cdot 10^4$	600/<10	42 %	2(3)



Prinzip-Aufbau eines Kernkraftwerks  
 (R = Reaktor, B = Brennstäbe, A = Absorber, M = Moderator und Kühlmittel, WT = Wärmetauscher und Dampferzeuger, T = Turbine, G = Generator, K = Kondensator, P = Pumpe)

Abbildung 4.10: Prinzipieller Aufbau eines Reaktors [55]

Kriterien, die beim Betrieb eine Rolle spielen:

- Sicherheit: Kühlmittel, Leistungsdichte, Zahl der Kreisläufe, Erfahrung, Abbrand
- Umweltbelastung : Sicherheit, Wirkungsgrad  $\eta$ , Abbrand (siehe Abb.4.11, 4.12)
- Ökonomie: Wirkungsgrad, Abbrand, Kosten

#### 4.2.5 Radioaktives Inventar

LITERATUR: [52, 53]

Folgende Probleme tauchen auf:

- Radioaktivität bei Normalbetrieb ( ${}^3_1H$ ,  $Kr$ )
- Radioaktivität des Abbrands (siehe Abb.4.11, 4.12)
- Sichere Lagerung (problematisch, insbesondere wenn man die langen notwendigen Zeiträume bedenkt)
- Proliferation
- Wiederaufarbeitung (dieses Problem scheint noch nicht gelöst zu sein).

Seit kurzem wird versucht, radioaktives Material langer Lebensdauer in kurzlebige Isotope umzuwandeln („Transmutation“). Dabei werden  $n$  mit Hilfe eines Beschleunigers durch Spallationsprozesse erzeugt. Eine solche Anlage ist durch Konstruktion unterkritisch ( $k < 1$ ) [56].

Dabei seien folgende Anmerkungen gemacht:

- Die Diffusion der Spaltprodukte bei Lagerung ist klein, wie man aus Untersuchungen des „Naturreaktors“ in Gabun gelernt hat, siehe [57]
- Der wesentliche Problemfaktor bei der Sicherheit ist der Mensch (Tschernobyl, Harrisburg)
- Bei der Diskussion der Problematik der Energiegewinnung aus Kernspaltung muß man bedenken, daß auch andere Methoden der Energiegewinnung die Umwelt belasten. Näheres zum  $CO_2$ -Problem siehe [58] und zahlreiche Bücher und Zeitschriftenartikel.
- Im Normalbetrieb setzt ein Kernreaktor weniger Radioaktivität ( ${}^3_1H$ ,  $Kr$ ) frei als ein Kohlekraftwerk mit gleicher elektrischer Leistung (Zerfallsprodukte der  $U$ - und der  $Th$ -Zerfallsreihe werden freigesetzt!).

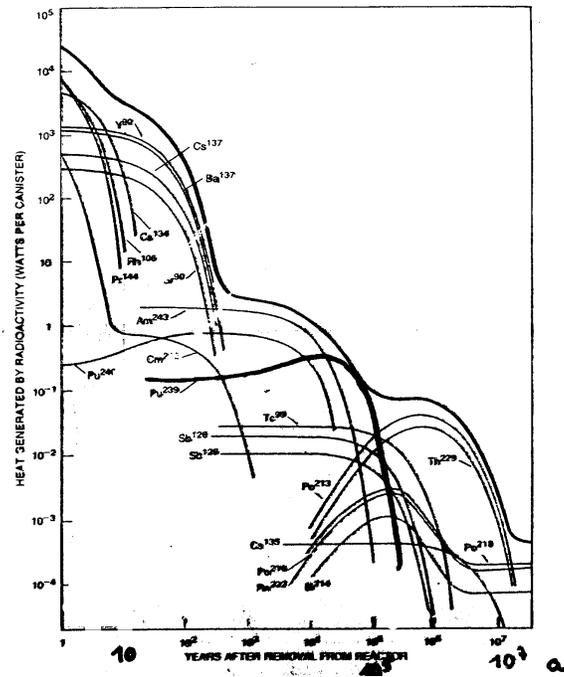


Abbildung 4.11: Strahlungsanteil radioaktiven Abfalls von Kernkraftwerkselementen als Funktion der Zeit

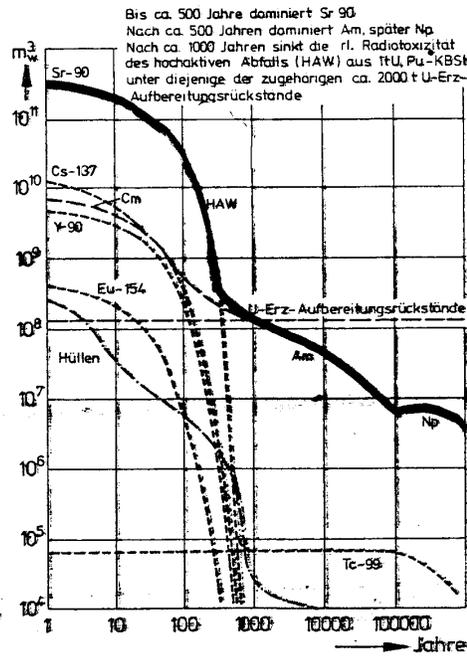


Abbildung 4.12: Relative Radiotoxizität der Aufbereitungsrückstände (Wasservolumen, das erforderlich wäre, um die Stoffe so zu verdünnen, daß sie maximal die zulässige Konzentration in Trinkwasser betragen)

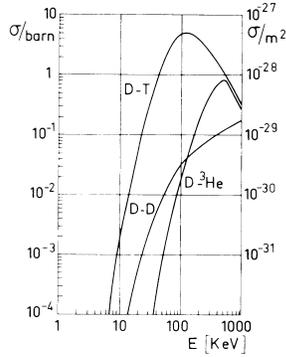


Abbildung 4.13: Wirkungsquerschnitt für Fusionsreaktoren in Abhängigkeit von der Temperatur

## 4.3 Kernfusion

Kernfusion ist die zweite wichtige Energiequelle, die auf die Kernphysik zurückzuführen ist. In diesem Paragraphen sollen drei Aspekte diskutiert werden:

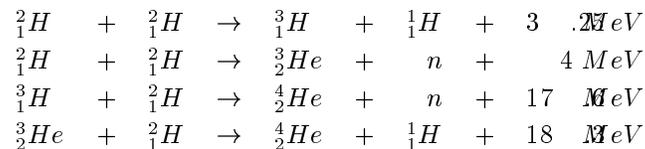
- Kernfusion im Labor
- Kernfusion in Sternen – speziell in der Sonne
- Entstehung der Elemente

Nahezu die gesamte Energie, die wir auf der Erde nutzen, ist auf die Energieerzeugung in der Sonne zurückzuführen (C-Verbrennung, Wind-, Wasser-, Sonnenenergie). Die Kernfusion beruht auf der einfachen Tatsache, daß mittelschwere Kerne eine größere Bindungsenergie pro Nukleon besitzen als leichte (siehe Abb.2.9).

### 4.3.1 Kernfusion im Labor

LITERATUR: [59, 60, 61, 47]

Folgende Reaktionen werden heute als besonders erfolgversprechend angesehen:



In den Reaktionsgleichungen ist die frei werdende Energie angegeben. In diesen Reaktionen spielt der Tunneleffekt eine wichtige Rolle, daher hängt der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion bei kleinen Energien exponentiell von der Energie ab (siehe Abb.4.13)

$$\sigma \sim e^{-\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v \infty}}.$$

Die  ${}^3_1H + {}^2_1H$ -Reaktion ist wegen der sehr großen frei werdenden Energie und des großen Wirkungsquerschnitts ( $Z_1 = Z_2 = 1$ ) der aussichtsreichste Kandidat für einen irdischen Fusionsprozeß, der zur Energiegewinnung genutzt werden könnte (Abb.4.13). Um genügend hohe Reaktionsraten zu erzielen, muß  $E_{Kin} > 10 \text{ keV} \dots 100 \text{ keV}$  erreicht werden. Dann ist der minimale mögliche Abstand zweier Teilchen  $r_{min}$ :

$$50 \text{ keV} \stackrel{!}{=} \frac{e^2}{r_{min}} = \frac{e^2}{a_B} \frac{a_B}{r_{min}} = 27.2 \text{ eV} \frac{a_B}{r_{min}}$$

$$\Rightarrow r_{min} = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{cm} \frac{27.2 \text{ eV}}{50 \cdot 10^3 \text{ eV}} = 2.7 \cdot 10^{-12} \text{cm} \approx 5 R_{Deuterium}$$

und der Tunneleffekt ist „groß“.

Teilchen, deren kinetische Energien im hochenergetischen Schwanz der Maxwell-Gleichungen liegen, reagieren bevorzugt, da sie sich am stärksten nähern können und damit die Wahrscheinlichkeit für den Tunneleffekt am größten ist. Die hohe Temperatur bedingt eine nicht-materielle Einschließung des Plasmas; zur Zeit ist magnetische Einschließung die aussichtsreichste Technik. Andere Techniken sind:

- die Gravitation (Sonne),
- Trägheitseinschluß (siehe [64]) für den vor kurzem erzielten Fortschritt).

Die mittlere freie Weglänge für den Fusionsstoß ist (siehe auch Abb.4.14)

$$\Lambda = \frac{\langle v_{therm} \rangle}{\langle \sigma v \rangle n}.$$

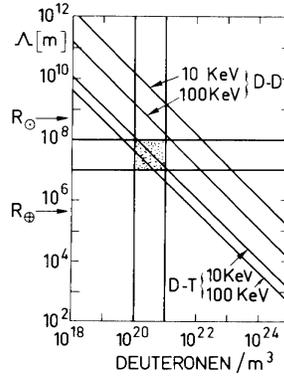


Abbildung 4.14: Freie mittlere Weglänge für Fusionsstoß als Funktion der Dichte

Für eine Dichte von  $n_D = n_T = 10^{21} \text{m}^{-3}$  ergibt sich eine freie Weglänge für den Fusionsstoß von  $\Lambda = 10^7 \dots 10^8 \text{m}$  bei einer thermischen Geschwindigkeit von  $v_{therm} = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Die Einschlußzeit muß in der Größenordnung der Reaktionszeit liegen

$$\tau_R = \frac{10^7 \text{m}}{10^6 \text{m/s}} = 10 \text{s} = O(\text{Einschlußzeit}) = O(\tau_e).$$

Die pro Volumeneinheit erzeugte Leistung zeigt die in Abb.4.15 dargestellte Abhängigkeit von der Temperatur des Plasmas. Damit ein Plasma brennen kann, muß  $P_\alpha \geq P_\gamma$  gelten; aus der Abb.4.15 folgt dann

$$k_B T \geq 5 \text{ keV}.$$

Zum Einschluß eines Plasmas dient ein geeignetes Magnetfeld. Die von L. A. Artsimovich vorgeschlagene **Tokamak**-Magnetfeldversion hat sich besonders bewährt (Abb.4.16). Dabei handelt es sich um einen helixförmigen Magnetfeldlinienverlauf, erzeugt durch den Plasmastrom und einen Toroidstrom. Als Heizung dient eine Ohmsche Heizung zum Vorwärmen. Schließlich erzeugt man die hohen Endtemperaturen durch Neutralgaseinschuß (12 MW bei TFTR) und durch hochfrequente Strahlung (HF-Heizung 18 MW bei JET, TFTR = Princeton Tokamak, JET = europäischer Tokamak, siehe Abb.4.17).

Bei  $E_{therm} = 30 \text{ keV}$  erreichte man bereits eine Fusionsleistung von  $P_{fusion} = 60 \text{ MW}$  für  $\tau_e = 1 \text{ s}$  (siehe [62]).

**Zündbedingung:** Damit ein Plasma brennt, muß die zugeführte Leistung kleiner als die Verlustleistung sein. Dabei kann zunächst von außen Energie zugeführt werden.

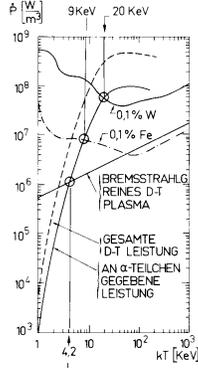


Abbildung 4.15: Erzeugte Leistung pro Volumeneinheit als Funktion der Temperatur

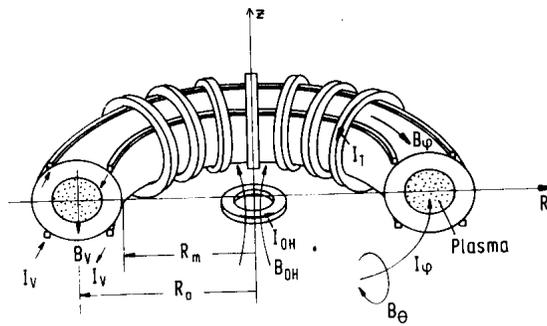


Abbildung 4.16: Schematischer Aufbau des Tokamak

Für die Energiedichte der Teilchen im Plasma gilt

$$u = \frac{3}{2} (n_e k_B T_e + n_d k_B T_i + n_T k_B T_i) \approx 3n k_B T ,$$

wobei zur Vereinfachung für die Teilchendichte  $\frac{n_T}{2} = \frac{n_D}{2} = n_e = n$  und  $T_e = T_i$  angenommen wird. Die heißen Teilchen diffundieren in der Zeit  $\tau_D$  aus dem Reaktionsvolumen heraus, die durch Diffusion verlorene Leistung ist also

$$P_D = \frac{3n k_B T}{\tau_D} .$$

Für den Bremsstrahlungsprozeß gilt

$$P_\gamma = \epsilon_B n^2 \sqrt{k_B T} , \quad \epsilon_B = 5.4 \cdot 10^{-37} \frac{W m^3}{\sqrt{keV}} .$$

Im Plasma wird die Leistung ( $P$  = Leistungsdichte)

$$P_\alpha = \langle \sigma v \rangle E_\alpha n^2 / 4$$

durch  $DT$ -Reaktionen erzeugt ( $E_\alpha = 3.5 MeV$ ). Die Zündbedingung lautet dann

$$P_\alpha \geq P_D + P_\gamma$$

$$n\tau_D \geq \frac{3k_B T}{\langle \sigma v \rangle E_\alpha / 4 \epsilon_B \sqrt{k_B T}} .$$

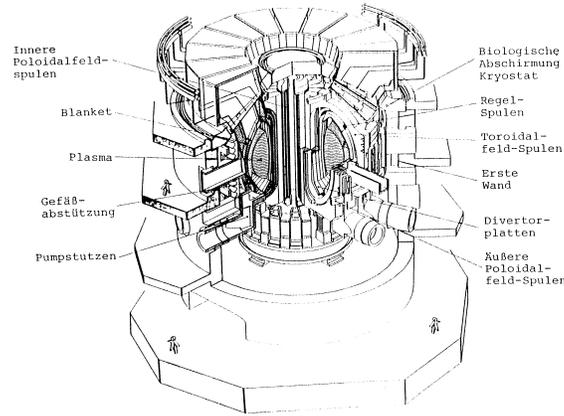


Abbildung 4.17: Schema eines Fusions-Testreaktors nach dem Tokamak-Prinzip

JET und TFTR haben diese Bedingung bereits erfüllt.

**Das Lawson-Kriterium:** Weiterhin ist die Frage wichtig, unter welchen Bedingungen ein Fusionsreaktor gerade soviel Energie erzeugt, daß die Verluste kompensiert werden. Dazu werde das Plasma momentan auf die Temperatur  $T$  aufgeheizt. Die Heizleistung ist dann (wir nehmen wieder thermisches Gleichgewicht an)

$$u_H = 3 n k_B T .$$

Die Teilchen mögen für die Zeit  $\tau_E$  eingeschlossen sein. Die Verluste durch Bremsstrahlung betragen

$$u_\gamma = P_\gamma \tau_E = \epsilon_B n^2 \sqrt{k_B T} \tau_E .$$

In der Zeit  $\tau_E$  wird die Energie  $P_\gamma \tau_E$  von außen ersetzt, um  $T = const$  zu halten. Es gilt

$$P_{DT} \tau_E = \langle \sigma v \rangle n^2 (E_\alpha + E_n) \tau_E / 4$$

$$E_{DT} = E_\alpha + E_n = 17.6 \text{ MeV} .$$

Nach der Zeit  $\tau_E$  wird die gesamte Energie des Systems als Wärme auftreten ( $u_{n,\gamma,\alpha}$  werden absorbiert und erhitzen den Absorber) und mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  in nutzbare Energie umgewandelt. Damit mehr Energie erzeugt als hineingesteckt wird, muß gelten:

$$P_\gamma \tau_E + 3 n k_B T \leq \eta (P_{DT} \tau_E + P_\gamma \tau_E + 3 n k_B T)$$

$$n \tau_E \geq \frac{3 k_B T}{\langle \sigma v \rangle E_{DT} / 4 \frac{\eta}{1-\eta} - \epsilon_B \sqrt{k_B T}}$$

mit  $E_{DT} = 17.6 \text{ MeV}$ .

Folgende Fortschritte sind bei JET (TFTR) gemacht worden:

- Einschließende Magnetfelder ( $B = 3 \text{ T}$ ,  $I_{max} = 4.810^6 \text{ A}$ ,  $R_o = 2.9 \text{ m}$ ,  $a = 1.25 \text{ m}$ ,  $b = 2.1 \text{ m}$ )
- Verunreinigungen klein ( $C \rightarrow Be$  in der Wand  $\rightarrow$  weniger Bremsstrahlungsverluste)
- Plasmaheizung verbessert
- ${}^4_2\text{He}$ -Asche Abführung bei gleichzeitiger Stabilität des Plasmas

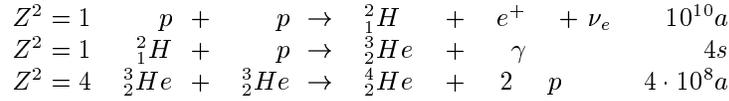
Folgende Probleme sind dagegen noch ungelöst:

- Stabilität der Wände
- Einführung von  ${}^3_1\text{H}$  (radioaktives Material 2–5 kg  ${}^3_1\text{H}$  im Reaktor!)

### 4.3.2 Energieerzeugung in Sternen

LITERATUR: [66, 67]

In der Sonne läuft dominant die folgende Reaktionskette ab:



Neben den Reaktionen sind die typischen Zeiten für diese Reaktionen angegeben. Die Lebensdauer der Sonne ist also durch die Kombination „ $\beta$ -Zerfall“ und Tunneleffekt in der 1. Reaktion bestimmt. Im Inneren der Sonne stellt sich eine relativ wohldefinierte Temperaturverteilung ein, bei der die Fusionsreaktionen ablaufen. Dies ist der Fall, weil die stark ansteigende  $\sigma(E)$ -Kurve (Abb.4.13) zu falten ist mit der stark abfallenden Maxwell-Verteilung. Man findet für die Temperatur im Zentrum der Sonne

$$k_B T_{\odot} = 1.5 \text{ keV} .$$

Das Plasma des Sterns wird durch die Gravitationskraft zusammengehalten (Gravitationeinschließung). Bei alten Sternen, deren  $H$ -Vorrat zum größten Teil erschöpft ist, spielt der Bethe-Weizsäcker-Zyklus eine Rolle. Bei ihm übernimmt  ${}^{12}C$  die Rolle eines Katalysators. In jedem Zyklus werden ungefähr 25 MeV frei (siehe Abb.4.18).

Die effektive Reaktion ist hier  $4 \cdot {}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2 e^+ + 2 \nu_e$ . Die Reaktion läuft im Zentrum eines Sterns ab. Um sie nachzuweisen, muß man die  $\nu_e$  detektieren. Dies geschieht in den in Kap.3.2 behandelten Experimenten (siehe auch [48]).

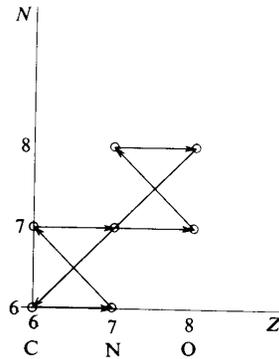


Abbildung 4.18: Schematischer Ablauf des Bethe-Weizsäcker-Zyklus  $\rightarrow$  p-Einfang,  $\nwarrow$   $e^+ \nu_e$ -Zerfall,  $\swarrow$   $\alpha$ -Zerfall

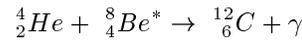
### 4.3.3 Synthese der Elemente

LITERATUR: [69, 70, 71, 72, 73, 74]

In diesem Abschnitt soll skizziert werden, wie Elemente mit  $A > 4$  im Kosmos entstehen. Da kein stabiler Kern mit  $A = 5$  existiert, kann die unter 4.3.2 genannte Kette nicht zu den schweren Kernen führen. Nach heutiger Vorstellung bilden sich die Elemente bis hin zu  $Fe$  ( $E_B/A = 8$  MeV) in folgenden Schritten:

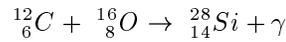
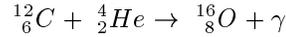
- $H$ -Brennen ( $k_B T = 1 \dots 2$  keV)

- *He*-Brennen ( $k_B T = 10 \dots 20$  keV)



Der Wirkungsquerschnitt für die 2. Reaktion hat Resonanzstruktur in der Nähe der Schwelle. Die relative Konzentration von  ${}^8_4\text{Be}$  bei  $k_B T = 20$  keV ist von der Größenordnung  $10^{-10}$ !

- *C*-Brennen ( $k_B T = 50 \dots 100$  keV)



⋮

- *Si*-Brennen ( $k_B T > 400$  keV): *Si*-Kerne wandeln sich mit vielen Zwischenstufen in die Kerne der *Fe*, *Ni*-Gruppe um;
- als Endprodukt tritt schließlich Eisen und seine Nachbarelemente auf.

Die Prozesse laufen teilweise parallel zueinander in verschiedenen Tiefen (Schichten) des Sterns ab. Die Struktur eines alten Sterns gleicht einer Zwiebel mit dem *H*-Brennen außen und zum Inneren hin Prozesse, die eine höhere Temperatur erfordern (siehe Abb.4.19).

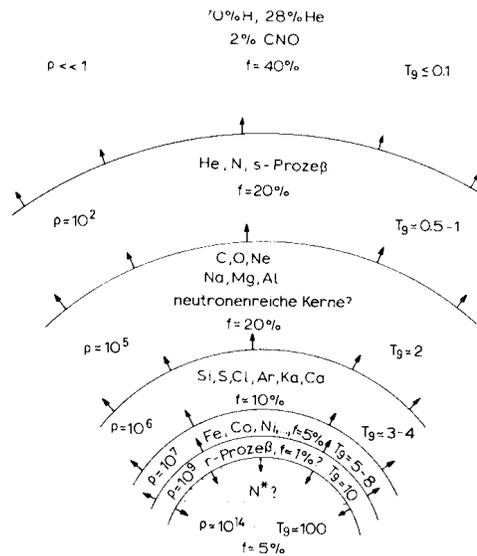
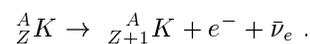
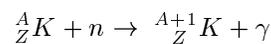


Abbildung 4.19: Schalenstruktur der Reaktionen in einem schweren Stern kurz vor der Supernovaexplosion

Kerne mit  $Z > 26$  entstehen vorwiegend durch *n*-Einfang. Dabei konkurrieren zwei Prozesse:



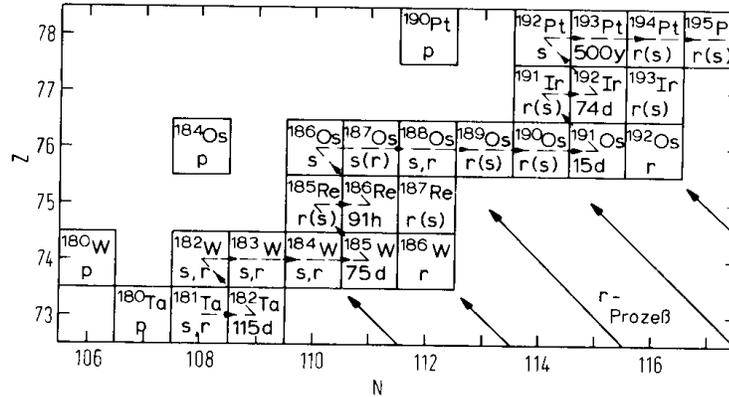


Abbildung 4.20: Reaktionskette des  $s$ -Prozesses bricht ab

Für die Reaktionsrate gilt

$$\frac{dn(Z, N)}{dt} = -\lambda(Z, N)n(Z, N) + \lambda(Z - 1, N + 1)n(Z - 1, N + 1) \quad (\beta^- \text{-Zerfall})$$

$$+ j_n \sigma_n(Z, N - 1)n(Z, N - 1) - j_n \sigma_n(Z, N)n(N, Z) \quad (n\text{-Einfang})$$

Hierbei ist  $j_n$  der Neutronenfluß,  $\sigma_n$  der Einfangsquerschnitt,  $n$  die Teilchendichte,  $\lambda$  die Zerfallskonstante für den  $\beta^-$ -Zerfall. Man hat ein komplexes System von Differentialgleichungen 1. Ordnung zu lösen. Man unterscheidet zur Vereinfachung zwei Klassen von Reaktionen.

**$s$ -Prozeß:**  $\lambda n(Z, N) \gg j_n \sigma(Z, N)n(Z, N)$ . Das heißt in diesem Fall zerfällt der erzeugte Kern zunächst durch  $\beta^-$ -Zerfall zum nächsten stabilen Kern, bevor ein weiteres Neutron eingefangen wird (Abb.4.20).  $^{186}\text{W}$  wird z.B. durch diesen Prozeß jedoch nicht gebildet. Ebenso wenig können wichtige schwere Kerne ( $Z > 82$ ) nicht gebildet werden, da der  $s$ -Prozeß abbricht.

**$r$ -Prozeß:** Falls der  $n$ -Fluß groß ist ( $\rho_n = 10^{23} \text{m}^{-3}$ , zum Vergleich: im Reaktor  $\rho_n \leq 10^7 \text{m}^{-3}$ ), dann gilt  $\lambda n(Z, N) \ll j_n \sigma(Z, N)n(Z, N)$ ; in diesem Fall werden solange  $n$  eingefangen, bis Kerne weit außerhalb des Tals der stabilen Kerne gebildet werden. Dieser Weg dient zur Bildung von z.B.  $^{186}\text{W}$ ,  $^{192}\text{Os}$  und der schwereren Kerne mit  $Z > 85$ . Diesen Prozeß, der sehr hohe  $n$ -Flüsse erfordert, beobachtet man in Supernovaexplosionen in dem Moment, in dem die gebildete Stoßfront die He-Schale des explodierenden Sterns passiert. (Beispiel Supernova: SN1987A in der Magellanischen Wolke). Aus der Tatsache, daß man auf der Erde und in den Meteoriten Elemente mit  $Z > 26$  findet, folgert man, daß unser Sonnensystem Material einer vorangegangenen Supernova-Explosion enthält ( $t_{\text{Kosmos}} > 4.8 \cdot 10^9 \text{a}$ ). Man beobachtet in der Explosionshülle Kerne, die mit einer charakteristischen Halbwertszeit und  $\gamma$ -Energie zerfallen. Sie wurden bei der vorhergehenden Supernova-Explosion gebildet [72].