

Granulare Medien und stochastische Resonanz in Zwei-Kammer-Systemen

Sparisoma Viridi

Dissertation
zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
des Fachbereichs Physik der Universität Dortmund

vorgelegt von
Sparisoma Viridi

Betreuer der Arbeit: Prof. Dr. Mario Markus
Max-Planck-Institut für molekulare Physiologie
Dortmund

Koreferent: Prof. Dr. Joachim Stolze
Lehrstuhl für Theoretische Physik I
Universität Dortmund

Angenommen vom Institut für Physik der Universität Dortmund, Deutschland.

Datum der mündlichen Prüfung: 11.9.2007

Prüfungsausschuss:

Prof. Dr. Mario Markus

Prof. Dr. Joachim Stolze

Prof. Dr. Metin Tolan

Dr. Alex Greilich

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes.

Gewidmet meiner Tochter
Siti Ramadina Goethe Kesumah

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Granulare Medien	9
1.2	Stochastische Resonanz	11
1.3	Allgemeine Eigenschaften der experimentellen Aufbauten	12
1.4	Überblick der vorliegenden Arbeit	13
2	Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen	15
2.1	Experimenteller Aufbau	15
2.2	Experimentelle Ergebnisse für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien .	17
2.3	Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten .	21
2.4	Simulationen für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien	28
2.4.1	Schaltermodell	29
2.4.2	Umwandlung des Modells von Lambiotte <i>et al.</i>	32
2.5	Ergänzung der Experimente unterschiedlicher Dichten und gleicher Radien .	35
3	Stochastische Resonanz	41
3.1	Experimentelle Anordnung	41
3.2	Experimentelle Ergebnisse	43
4	Fazit, Diskussion, Ausblick	49
	Danksagung	53

Inhaltsverzeichnis

Literaturverzeichnis

55

1 Einleitung

In der vorliegenden Arbeit werde ich Untersuchungen über einige interessante Phänomene in geschüttelten Zwei-Kammer-Systemen, sowohl für viele Teilchen (granulare Medien) als auch für nur ein Teilchen (stochastische Resonanz), darlegen.

1.1 Granulare Medien

Granulare Medien haben Eigenschaften von Festkörpern, Flüssigkeiten oder Gasen und darüber hinaus andere eigene Eigenschaften (für Überblicke, siehe [1–4]). Ein Beispiel ist die Bildung von „Klumpen“, welche durch Energieverlust aufgrund inelastischer Stöße zwischen Teilchen verursacht wird [5], so dass die Energieverteilung nicht mehr homogen ist [6–10]. Eine Beschreibung von granularen Medien aufzustellen, ist keine reine akademische Herausforderung, da es auch in industriellen Prozessen nötig ist, derartige Medien (z.B. mit Pulver, Samen, Tabletten, recyclebare Abfälle, Erdmineralien oder Baumaterial) zu kontrollieren. Um diese Materialien zu verarbeiten, sind verschiedene Prozesse z.B. Mischen, Lagern, Trennen und Transportieren von Interesse (siehe Referenzen in [11]).

Eine wichtige Eigenschaft der granularen Medien ist der Energieverlust durch inelastische Stöße. Dieser Verlust muss immer durch Energiezufuhr von außen (z.B. periodisches Schütteln, wie es in den Systemen in dieser Arbeit beschrieben wird) ausgeglichen werden. In der vorliegenden Arbeit werden binäre Partikelmischungen mit verschiedenen Eigenschaften (entweder Dichte oder Durchmesser) in zwei miteinander verbundenen Kammern untersucht.

1 Einleitung

Es wird gezeigt werden, dass bei bestimmten Bedingungen eine Art von Teilchen die Mischung verlässt und in die zweite Kammer eintritt, während die andere Teilchenart in der ersten Kammer verbleibt. Teilchentrennung in anderer Weise wurde z.B. in rotierenden Trommeln, in waagrecht oder senkrecht geschüttelten Behältern (mit nur einer Kammer) und im Durchfluss durch eine Rinne erforscht [4, 12, 13]; in solchen Geräten erschwert die unmittelbare Berührung von Schichten mit verschiedenen Teilchen die erwünschte Trennung, wenn eine optimale Entmischung, z.B. bei Mineralienverarbeitungen [14, 15] oder bei der Wiedergewinnung von Rohstoffen aus gemahlene Abfällen [16], gewünscht ist. Deswegen ist eine richtige Entmischung in zwei getrennten Kammern, wie sie hier beschrieben wird, eine vielversprechende Aufgabe. Zusätzlich zur Entmischung werde ich hier zeigen, dass es Bedingungen gibt, bei denen Teilchen zwischen zwei Kammern periodisch hin und zurück wandern („granulare Uhr“).

Einige Ergebnisse für geschüttelte granulare Medien in Systemen mit getrennten Kammern wurden bereits berichtet [17–23]. Es wurde für Systeme mit nur einer Teilchensorte gezeigt, dass sich die Teilchen in einer von zwei Kammern vorzugweise ansammeln [17, 18], nämlich in jener Kammer, in der die Klumpenbildung von Teilchen zuerst vorhanden war (so genannter „Maxwellsche Dämon“). Weitere Untersuchungen wurden danach für mehr als zwei Kammern durchgeführt [19, 20]. Für ein binäres System und zwei Kammern wurde experimentell gezeigt, dass sich alle Teilchen unumkehrbar in einer Kammer sammeln. In welcher Kammer diese Ansammlung stattfindet, hängt von der Anfangsverteilung der Teilchen ab [21]. In einer darauf folgenden Simulation zeigte man, dass in geschüttelten binären Systemen partielle räumliche Trennung vorkommen kann [22]. Wenn das Schütteln ausreichend stark ist, verteilt sich die Teilchenmischung symmetrisch auf die Kammern [21, 23]. Oszillationen oder vollständige Entmischung in einem System mit getrennten Kammern, wurde meines Wissens bisher noch nicht experimentell gefunden.

Der Energieverlust wird durch vertikales Schütteln der zwei Kammern kompensiert. Dabei kann der „Klumpen“ zwischen zwei Kammern periodisch wechseln. Dieses Phänomen ist bereits durch Simulationen vorhergesagt worden [24, 25] und als „granulare Uhr“ be-

kannt [25]. Eine andere Oszillationsart, die in der Literatur für granulare Medien vorkommt, ist die der Neigung der Grenze zwischen zwei verschiedenen Teilchenarten, welche unter vertikaler Vibration beobachtet wurde [26]. Weitere Oszillationsarten finden sich in der (vertikalen) „tickenden Sanduhr“ (intermittentes Abfließen) [27] und im Abfluß anderer vertikalen Behälter [28].

1.2 Stochastische Resonanz

Seitdem das Phänomen der stochastischen Resonanz von C. Nicolis und G. Nicolis [29] und von Benzi et al. [30, 31] berichtet wurde, liefert der Science Citation Index mehr als 2500 Publikationen über stochastische Resonanz (SR). Mit SR bezeichnet man die Verstärkung eines periodischen Signals unter Verwendung von Rauschen oder deterministischem Chaos, um einen Schwellenwert zu überwinden. Experimente sind z.B. mit einem Schmitt-Trigger [32], einem bistabilen Ring-Laser [33], einem Halbleiter-Rückführungslaser [34], einem elektronischen paramagnetischen Resonanzsystem [35], Brownschen Teilchen [36], einer modulierten bistabilen chemischen Reaktion [37], dem Cercal-Sensor-System von Insekten [38], der menschlichen Tastempfindung [39], dem arteriellen Luftdruckreflexsystem von Menschen [40], Ensembles von Alamethicin-Ionen-Kanälen [41], einzelnen biologischen Kaliumionen-Kanälen [42] und bistabilen nanomechanischen Resonatoren [43] durchgeführt worden. Diese Liste ist nicht vollständig; Überblicke werden in [44–46] gegeben.

In der vorliegenden Arbeit untersuche ich SR, die in einem experimentellen System auftritt, wobei das System auf ein Minimum an Aufwand reduziert wurde. Ein solches System ist gegeben durch eine Kugel, die sich in einem periodisch geschüttelten Behälter bewegt, der durch eine Trennwand in zwei miteinander verbundene gleich große Kammern unterteilt ist. Ich werde die Erscheinung der sogenannten *bona fide* SR [47] nachweisen. Diese Art von SR bedeutet, dass man Resonanz sieht, wenn man die Antriebsperiode T_d des Schüttelns variiert.

1 Einleitung

Als Indikator für *bona fide* Resonanz werde ich die Fläche P_1 unter der ersten Spitze der Aufenthaltszeitverteilung in einer Kammer benutzen [47]. Ich werde zeigen, dass P_1 ein Maximum für verschiedene T_d hat, wobei dies eine Eigenschaft ist, die in den letzten Jahren zu Kontroversen geführt hat [47–49]. Darüber hinaus beobachte ich bei dem Wert von T_d , an dem P_1 am höchsten ist, Maxima anderer Indikatoren, die aus dem Leistungsspektrum abgeleitet wurden. Die Existenz solcher Maxima ist ein anderer Diskussionsgegenstand geworden: während in einigen Berichten behauptet wird, es gäbe Monotonie bezüglich T_d (siehe [47, 50] und Literaturverzeichnis darin), sind Bedingungen gefunden worden [51], bei denen Berechnungen ein Maximum des Signal-Rausch-Verhältnis (SNR, signal-to-noise ratio) bei T_d voraussagen.

Ich werde auch die Gültigkeit der Anpassungsbedingung der Zeitskalen, nämlich $T_K/T_d = 1$ (T_K ist die „Kramer’sche Zeit“: mittlere Übergangszeit zwischen Kammern oder Potentialtöpfen [52]) bei den Maxima der Indikatoren untersuchen. An diesem Punkt werde ich über eine Abweichung von vorherigen Forschungsergebnissen berichten: die Anpassungsbedingung ist nicht gegeben, aber T_K/T_d gegen T_d zeigt ein Minimum.

1.3 Allgemeine Eigenschaften der experimentellen Aufbauten

Die Geräte (siehe Abb. 1.1) bestehen aus folgenden Bestandteilen (Abkürzung in Klammern): Signalgeber (**SG**), Verstärker (LF-Amplifier) (**VS**), Oszilloskop (Rohde & Schwarz Digital Storage Oscilloscope 100 Mhz, Type BOS 845.0007.02) (**OS**), Vibrator (380 mm Woofer Lautsprecher, Model AS 380 W mit 8 Ω Impedanz) (**VI**), Beschleunigungssensor (Silicon Designs, Inc.: Model 1221L-010) (**BS**), Beleuchtung (LED-Matrix) (**BL**), Videokamera (Basler A602f-2) (**VK**), Stativ (**ST**), Spiegel (**SP**), und Gefäß (Polystyrol) (**GF**).

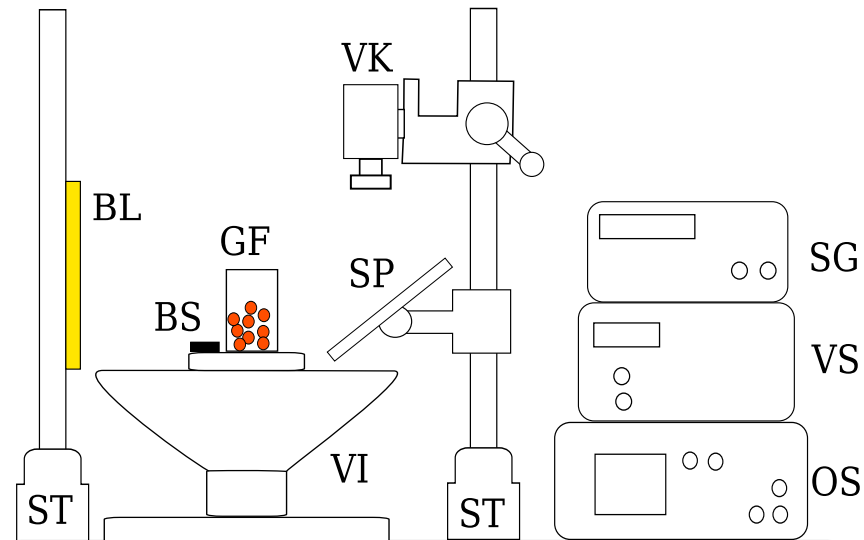


Abbildung 1.1: Allgemeiner experimenteller Aufbau.

1.4 Überblick der vorliegenden Arbeit

Kapitel 2 befasst sich mit granularen Medien: experimentelle Aufbauten, experimentelle Ergebnisse, sowohl für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien, als auch für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten, Modelle usw.. Über stochastische Resonanz wird im Kapitel 3 berichtet: experimenteller Aufbau und Ergebnisse. Ein Fazit and weitere Forschungspläne sind in Kapitel 4 enthalten.

1 Einleitung

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

In diesem Kapitel wird über zwei verschiedene Experimente und Simulationen berichtet: a) die Mischung von gleichen Dichten und unterschiedlichen Teilchenradien [53, 54]; b) die Mischung mit gleichen Radien und unterschiedlichen Dichten [54]. Beide Experimente benutzen denselben Aufbau mit unterschiedlicher Trennwandhöhe.

2.1 Experimenteller Aufbau

Ich habe ein Gefäß (Höhe: 7.7 cm, Boden: 0.73 cm × 5 cm) aus Polystyrol benutzt (Abb. 2.1). Dieses Gefäß wurde in zwei gleich große Kammern, durch eine vertikale Trennwand aus Polystyrol, geteilt (Höhe h : 3 cm für die Mischung von gleichen Dichten und unterschiedlichen Radien; 2 cm für die Mischung von gleichen Radien und unterschiedlichen Dichten; Dicke: 0.8 mm). Das Gefäß wurde oben verschlossen und auf einem Schüttler mit einstellbarer sinusförmiger Frequenz f und Amplitude a montiert. Die normalisierte maximale Beschleunigung ist $\Gamma = (2\pi f)^2 a / g$ (g : Erdbeschleunigung). Als Anfangsbedingung habe ich die Teilchen gemischt und in eine der beiden Kammern gefüllt. Die Experimente wurden mit einer Basler A602f-2 Videokamera mit einer Bildfrequenz von 250 Bildern pro Sekunde aufgenommen.

Ich habe die Experimente mit einer binären Mischung aus Teilchen durchgeführt. Für Teilchenmischungen mit gleichen Dichten aber unterschiedlichen Radien habe ich Kugeln aus

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

Kalknatronglas (Sigmund Lindner, Germany) benutzt. Wenn nicht anders angegeben, habe ich $T_K = 138$ kleinere Kugeln (Durchmesser d_K : 2 mm) und $T_G = 27$ größere Kugeln (Durchmesser d_G : 4 mm) benutzt.

Für Experimente mit binären Mischungen aus Teilchen, die gleiche Radien aber unterschiedliche Dichten haben, habe ich je $T' = 92$ Kugeln von beiden Arten (Durchmesser: 2 mm) gemischt. Ich habe Paare von Kugeln aus Polyacetal ($\rho = 1.4 \text{ g/cm}^3$), Glas ($\rho = 2.6 \text{ g/cm}^3$), Stahl ($\rho = 7.9 \text{ g/cm}^3$), Bronze ($\rho = 9.1 \text{ g/cm}^3$), Aluminium ($\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$), Holz ($\rho = 0.7 \text{ g/cm}^3$), Messing ($\rho = 8.7 \text{ g/cm}^3$) und Nylon ($\rho = 1.2 \text{ g/cm}^3$) verwendet. Die Lieferfirmen für diese Kugeln waren KGM (Polyacetal, Nylon, Aluminium, Messing), Heinrich Röttcher (Stahl), Sigmund Lindner (Glas), Spheric-Trafalgar (Bronze) und Schowanek (Holz).

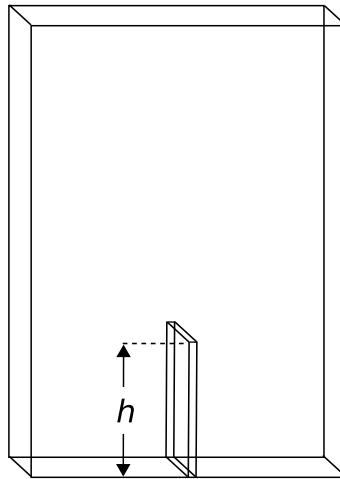


Abbildung 2.1: Gefäß aus Polystyrol (Höhe: 7.7 cm, Boden: 0.73 cm \times 5 cm), mit Trennwandhöhe h .

Da die Geometrie des Gefäßes vorgeben ist, habe ich als Teilchenzahl Vielfache einer einfachen Lage Kugeln pro Kammer gewählt. Durch die Tiefe des Gefäßes ist diese Lage Kugeln zweidimensional und für Teilchen mit 2 mm Durchmesser enthält eine Schicht 46 Kugeln, für 4 mm 9 Kugeln. Die Kugelzahlen $T_K = 138$, $T_G = 27$ und $T' = 92$ habe ich durch wiederholte Versuche so gewählt, dass alle in dieser Arbeit beschriebene Phänomene (Oszillationen, vollständige Trennung, symmetrische Verteilung und Verbleib in einer Kammer) auftreten. Es

2.2 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

zeigte sich dann, dass diese Phänomene robust gegen Zufügen oder Weglassen einzelner Teilchen sind, aber bei größerer Variation der Teilchenanzahl (halbe Schicht) verschlechtert sich das Auftreten z.B. von Oszillationen. Oszillationen finden für Mischungen von größeren und kleineren Teilchen nur bei 3 Schichten für beide Teilchensorten, bei einer Trennwandhöhe von 3 cm, statt, und für Mischungen von gleichen Radien (2 mm) werden 2 Schichten von beiden Teilchensorten, bei einer Trennwandhöhe von 2 cm, benötigt.

Die Anzahl der Kugeln jeder Teilchensorte (größere/kleinere oder schwerere/leichtere) in einer Kammer wird von mir durch Beobachtung der Aufnahme ohne Automatisierung bestimmt. Wenn ein Teilchen über die Trennwand wandert, wird die entsprechende Taste gedrückt und so die Anzahl in der jeweiligen Kammer erhöht, bzw. erniedrigt. Diese Information wird später in Form einer Zeitreihe ausgewertet.

2.2 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

Im Ganzen habe ich vier Verhaltensweisen der Kugeln in den Experimenten beobachtet, die den Parameterraum in 4 Bereiche unterteilen. Diese Bereiche sind in Tabelle 2.1 angegeben.

Bereich	Definition
i	Mischung mit symmetrischer Teilchenverteilung in beiden Kammern
ii	Oszillationen
iii	Vollständige Trennung von großen und kleinen Teilchen
iv	Teilchen bleiben mit Anfangsmischung in einer Kammer

Tabelle 2.1: Definition der Verhaltenweisen (Bereiche im Parameterraum).

Ich definiere Bereich iv folgendermaßen: in einer Reihe von N Experimenten, wobei jedes Experiment eine Stunde dauert, verlässt im Mittelwert weniger als ein Teilchen pro Experi-

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

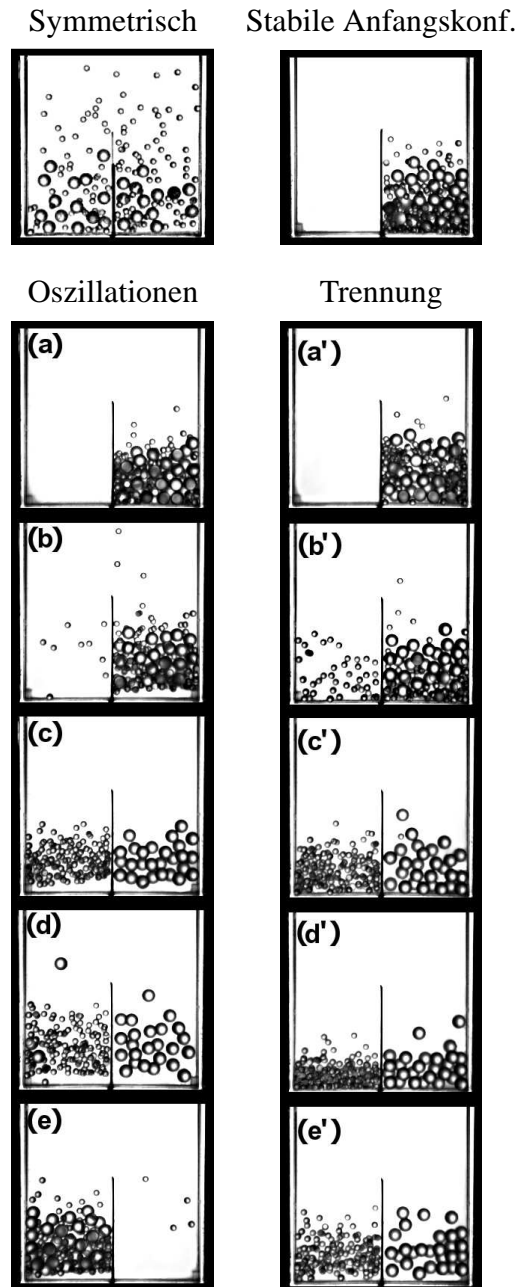


Abbildung 2.2: Experimentell beobachtete Verhaltensweisen für Mischungen aus Kugeln gleicher Dichten und unterschiedlicher Radien (Glaskugeln mit Durchmesser $\phi = 2$ und 4 mm). $\Gamma = 10$. Oben links: Symmetrische Mischung bei $f = 10$ Hz. Unten links: Oszillationen bei $f = 20$ Hz; Zeiten: 0 s (a), 3.1 s (b), 58.3 s (c), 66.2 s (d), 103.2 s (e). Oben rechts: Stabile Anfangskonfiguration. Unten rechts: Vollständige Entmischung bei $f = 25$ Hz; Zeiten: 0 s (a'), 43.3 s (b'), 392.2 s (c'), 401.5 s (d'), 931.9 s (e').

2.2 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

ment die Anfangsmischung. Ich setze $N = 10$. Diese verschiedenen Bereiche werden in Abbildung 2.2, 2.3 und 2.4 erläutert. Eine vollständige Entmischung wird in Abbildung 2.2 (untere rechte Seite) und Abbildung 2.3e gezeigt. Die Aufteilung der Γ - f -Ebene wird in Abbildung 2.4 gezeigt. Abbildung 2.5 zeigt, wie die Teilchengrößen, für die vollständige Trennung stattfindet, mit der Frequenz f reguliert werden kann. Für die Experimente in Abbildung 2.5 habe ich, bei jeder Frequenz f , alle Paare von Glaskugeln getestet, deren Durchmesser (in mm) innerhalb der Menge $\{0.8, 1, 1.6, 2, 2.4, 2.5, 3, 3.2, 4, 4.5, 4.8, 5, 5.6, 6\}$ liegen.

Ich habe ein Phänomen beobachtet, welches an den „Reverse Brazil-Nut Effekt“ (RBN) [55, 56] erinnert. Dies bedeutet, dass die großen Teilchen nach unten gehen, im Gegensatz zum „Brazil-Nut Effect“ (BN). Es gibt Simulationen [55] und Beobachtungen [56] von RBN, aber Zweifel an ihrer Existenz [57] gibt es auch, da über nicht-reproduzierbare RBN-Vorgänge berichtet wird. Ich konnte diese Unstimmigkeit nicht erklären. Ich kann lediglich behaupten: meine Beobachtungen des RBN sind unklar, in dem Sinne dass die großen Teilchen gemischt mit den kleinen unten verbleiben, während die kleinen ohne die großen in einem „granularem Gas“ oben erscheinen. Diese Konfiguration verursacht einen Abfluss kleiner Teilchen aus der Kammer mit der größeren Gesamtteilchenzahl. Während der Abfluss stattfindet, gibt es eine Zuführung kleiner Teilchen aus der unteren Mischung ins „granulare Gas“ darüber. Nachdem die kleineren Teilchen die Kammer gewechselt haben, gibt es zwei Möglichkeiten: a) Die größeren Teilchen wechseln die Kammer nicht (Trennung der Teilchen; Fall iii); und b) die größeren Teilchen erhalten genug Energie, da sie von den kleineren Teilchen nicht mehr behindert werden, um die Kammer ebenfalls zu wechseln. Im letzten Fall wiederholt sich dann (nach Absenkung, ähnlich RBN, der größeren Teilchen in der anderen Kammer) dieser Vorgang spiegelverkehrt (Oszillationen; Fall ii). Abb. 2.6 zeigt die Periode der Oszillationen gegen den Antriebsparameter $\nu = af$, dessen Wert die Steigung der Gerade (z.B. A , B und C in Abb. 2.4) im Parameterraum ist, und Abb. 2.7 zeigt typische Oszillationen bei $f = 20$ Hz für verschiedene Werte von Anregungsamplituden a .

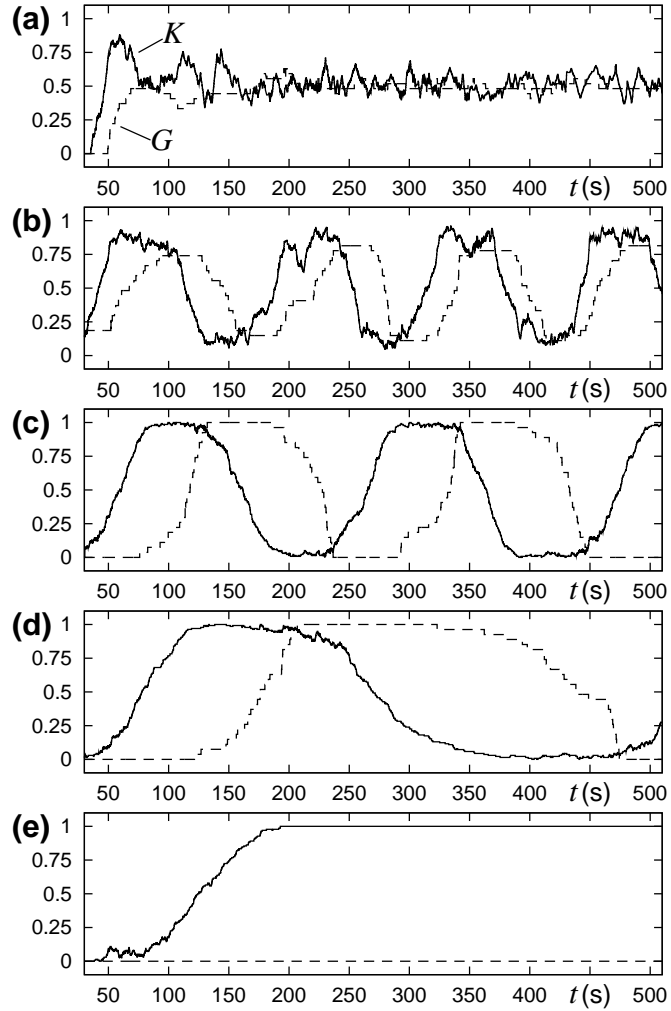


Abbildung 2.3: Experimentelle Zeitreihen für kleine (K ; kontinuierliche Kurven) und große (G ; gestrichelte Kurven) Glaskugeln in einer Kammer. $\Gamma = 10$ (a): symmetrische Mischung für $f = 12.5$ Hz. (b,c,d) Oszillationen. (b): $f = 15$ Hz. (c) $f = 20$ Hz. (d): $f = 22.5$ Hz. (e): Vollständige Trennung für $f = 24$ Hz.

2.3 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten

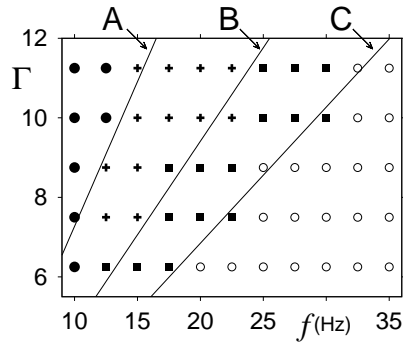


Abbildung 2.4: Bereiche im Parameterraum, die in Experimenten mit Glaskugeln und in Simulationen (mit dem Schaltermodell Abschnitt 2.4.1) ermittelt wurden. Experimente: i) ●, große und kleine Teilchen vermischen sich und verteilen sich symmetrisch auf beide Kammern. ii) +, Oszillationen. iii) ■, vollständige Trennung. iv) ○, die Teilchen bleiben in der Anfangskonfiguration (Mischung in einer Kammer). Simulationen (siehe Abschnitt 2.4): Geraden A, B und C, welche die Bereiche i) bis iv) begrenzen.

2.3 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten

Bei der Untersuchung binärer Mischungen mit gleichen Radien und unterschiedlichen Dichten konnte ich ebenfalls die Verhaltenweisen beobachten, die in den vorherigen Abschnitten beschrieben wurden: i) symmetrische Mischung; ii) Oszillationen; iii) vollständige Entmischung; und iv) stabile (asymmetrische) Anfangskonfiguration. Zusätzlich konnte ich eine fünfte Mode beobachten, die ich als Leichtere-Teilchen-Oszillationen bezeichne; in dieser fünften Mode bleiben die schwereren Teilchen in einer Kammer, während die leichteren periodisch zwischen den zwei Kammern oszillieren.

In Abbildung 2.8 stelle ich das Auftreten der unterschiedlichen Modi in der Γ - f -Ebene für verschiedene Stoffpaare dar. Abbildung 2.9 zeigt eine zu Abbildung 2.2 analoge Darstellung. Abbildung 2.10 zeigt Zeitreihen von Oszillationen und vollständige Entmischung für Kugeln aus Stahl und Glas. Abbildung 2.11 stellt Oszillationen für typische Mischun-

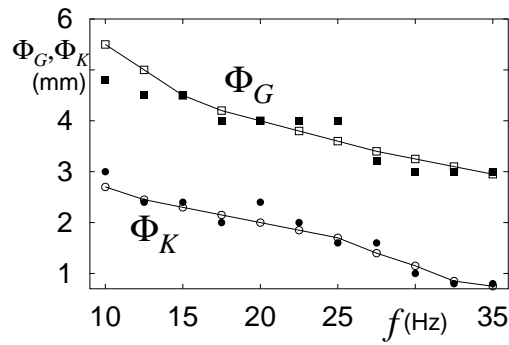


Abbildung 2.5: Bedingungen für vollständige Entmischung. Für jede Frequenz (Abszisse) findet die vollständige Trennung genau dann statt, wenn die größeren Glaskugeln einen Durchmesser Φ_G oberhalb des oberen Punktes haben (\square : berechnet mit dem Schaltermodell und mit einer Linie verbunden; \blacksquare : experimentell) und die kleineren Glaskugeln einen Durchmesser Φ_K unterhalb des unteren Punktes haben (\circ : berechnet mit dem Schaltermodell - Abschnitt 2.4.1 - und mit einer Linie verbunden; \bullet : experimentell). $\Gamma = 7.5$.

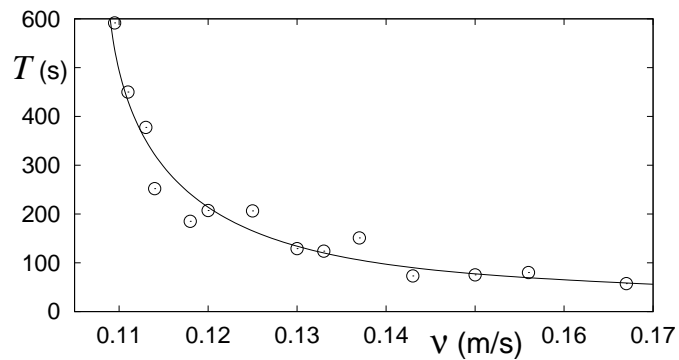


Abbildung 2.6: Experimentell beobachtete Periode der Oszillationen gegen den Antriebsparameter $\nu = af$. Die kontinuierliche durchgezogene Linie wurde nur als Leitlinie gezeichnet.

2.3 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten

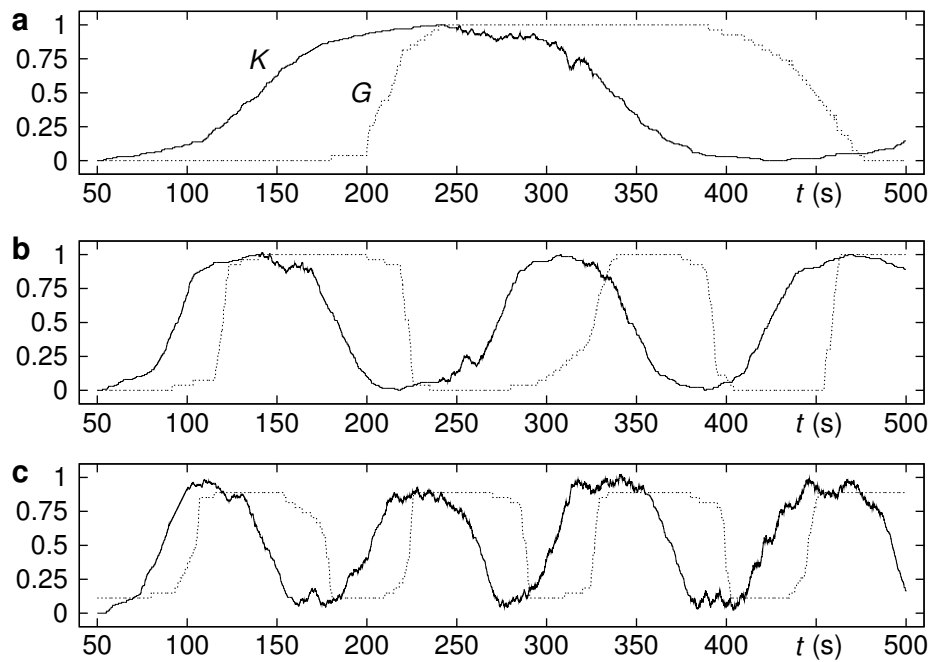


Abbildung 2.7: (a, b, c) sind typische experimentelle Zeitreihen von Oszillationen des Anteils von großen (G , gestrichelte Kurven) bzw. kleinen (K , kontinuierliche Kurven) Kugeln in einer Kammer. Im Gegensatz zu Abb. 2.3 wurde hier die Anregungsamplitude a verändert. $f = 20$ Hz. (a) $a = 5.6$ mm. (b) $a = 6$ mm. (c) $a = 6.5$ mm.

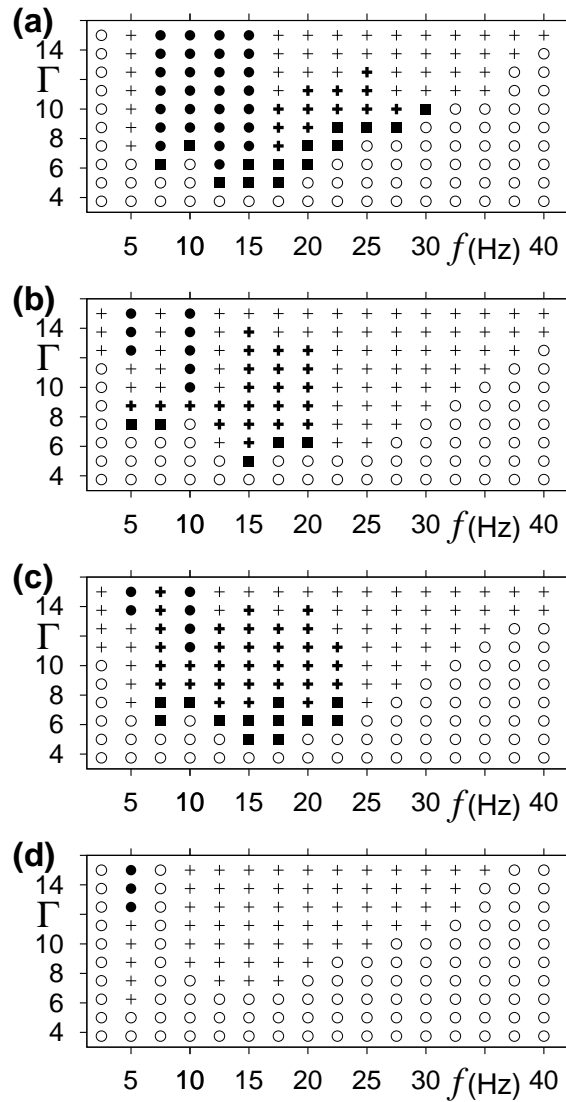


Abbildung 2.8: Gebiete, die in Experimenten ermittelt wurden, bei gleichem Durchmesser ($\phi = 2 \text{ mm}$) und unterschiedlichen Dichten. +: Leichtere-Teilchen-Oszillationen. (Die anderen Symbole sind wie in Abbildung 2.4). (a) Stahl und Glas. (b) Bronze und Polyacetal. (c) Stahl und Polyacetal. (d) Stahl und Bronze.

2.3 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten

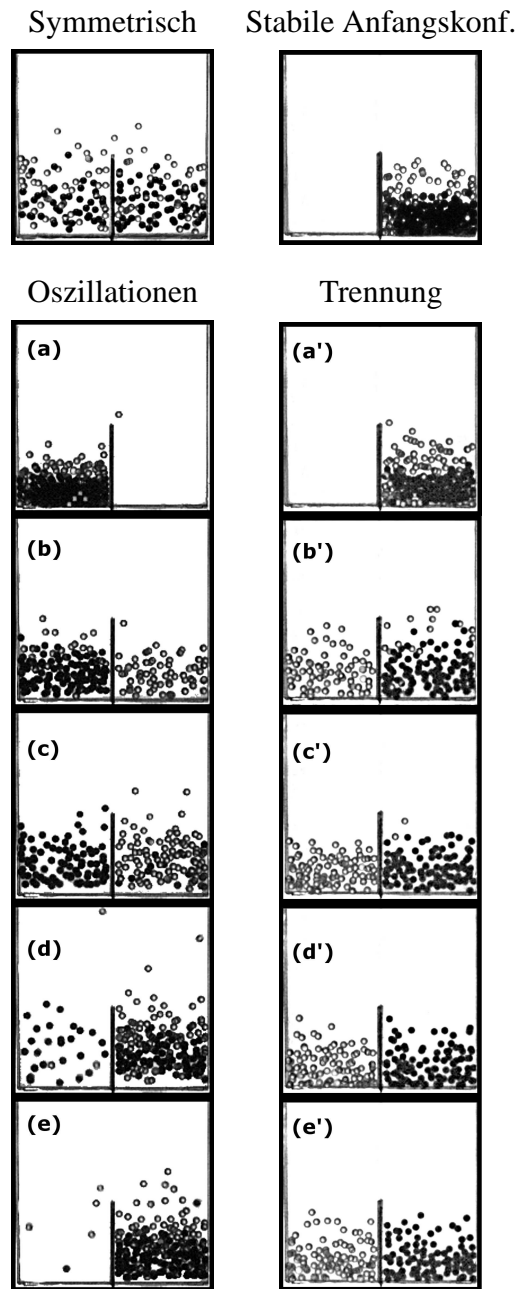


Abbildung 2.9: Wie Abbildung 2.2, aber für gleiche Durchmesser und unterschiedliche Dichten (Stahl- und Glaskugeln; $\phi = 2$ mm). $\Gamma = 10$. Links oben: $f = 10$ Hz. Links unten: $f = 20$ Hz; Zeiten: 0 (a), 19.3 s (b), 34.7 s (c), 69.3 s (d) und 90.5 s (e). Rechts oben: $f = 35$ Hz. Rechts unten: $f = 30$ Hz; Zeiten: 0 (a'), 91.4 s (b'), 155.7 s (c'), 189.5 s (d') und 250 s (e').

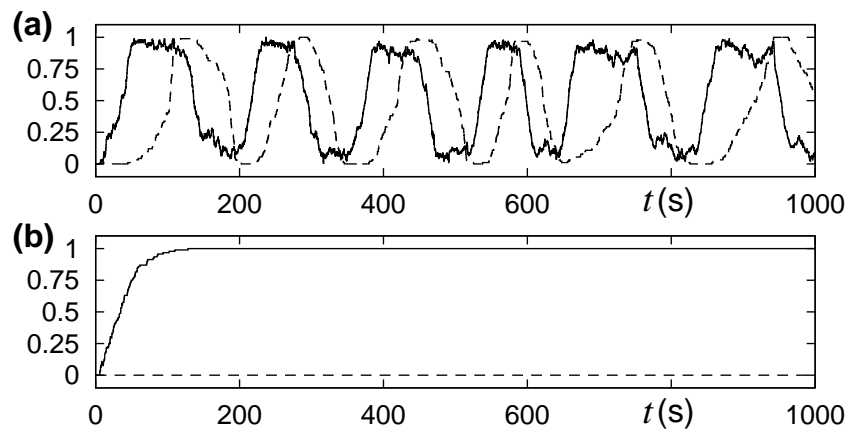


Abbildung 2.10: Experimentelle Zeitreihen für Stahlkugeln (gestrichelte Kurven) und Glas- kugeln (kontinuierliche Kurven) mit gleichem Durchmesser: $\phi = 2$ mm. $\Gamma = 10$. (a) Oszillationen für $f = 20$ Hz. (b) Vollständige Entmischung für $f = 30$ Hz.

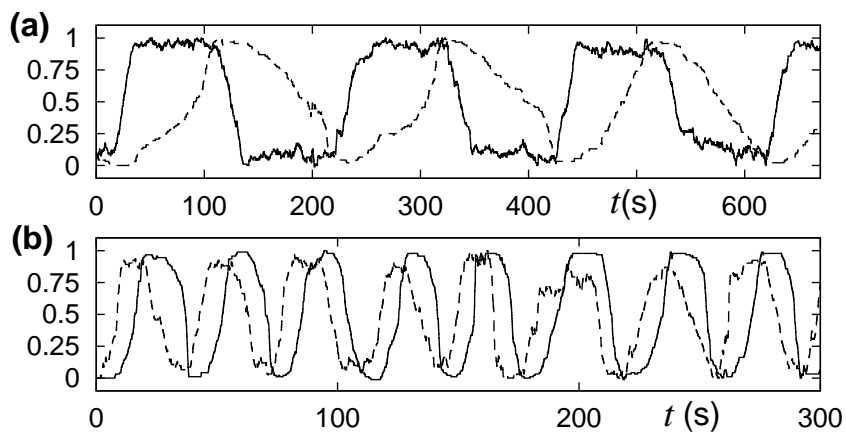


Abbildung 2.11: Experimentell beobachtete Oszillationen von schwereren (gestrichelte Kur- ven) und leichteren (kontinuierliche Kurven) Kugeln mit gleichem Durchmes- sern: $\phi = 2$ mm. $\Gamma = 10$. (a) Bronze- und Polyacetalkugeln; $f = 17.5$ Hz. (b) Stahl- und Polyacetalkugeln; $f = 17$ Hz.

2.3 Experimentelle Ergebnisse für gleiche Radien und unterschiedliche Dichten

gen (Bronze-Polyacetal und Stahl-Polyacetal) dar. Schließlich zeigt Abbildung 2.12 die beobachtete Oszillationsfrequenz (Periode in der Größenordnung von Minuten) als Funktion der Anregungsfrequenz (Periode in der Größenordnung von Zentisekunden) für eine Stahl-Polyacetal-Mischung. Diese Abbildung zeigt, wie sich unser System als Signalumwandler von hochfrequenten vertikalen Oszillationen (Abszisse) zu niederfrequenten horizontalen Oszillationen (Ordinate) verhält.

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

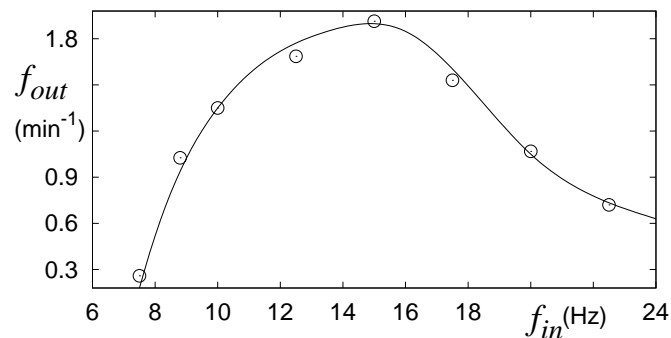


Abbildung 2.12: Frequenz der horizontalen Oszillationen zwischen den zwei Kammern (f_{out}) gegen die Anregungsfrequenz (f_{in}) für Experimente mit Stahl- und Polyacetalkugeln mit gleichen Durchmessern ($\phi = 2$ mm). Die kontinuierliche durchgezogene Linie wurde nur als Leitlinie gezeichnet.

2.4 Simulationen für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

Ich führte zwei Arten von Simulation durch: mit einem „Schaltermodell“ und mit einer Umwandlung des Modells von Lambiote et al [25]. Im Experiment wurde folgender Mechanismus der Oszillationen beobachtet: kleinere Teilchen brauchen die Hilfe der größeren Teilchen um die Trennwand zu überwinden, aber größere Teilchen werden durch die Anwesenheit der kleineren Teilchen behindert, da sie durch RBN nach unten wandern. Die Bewegung der Teilchen aus einer Kammer in die andere Kammer, wird als Teilchenfluss in der Literatur (für eine Teilchensorte) beschrieben. Dieser Fluss F nimmt bei kleineren Teilchenzahlen X mit steigendem X zu und bei größeren Teilchenzahlen (aufgrund der Klumpenbildung) mit zunehmendem X ab. Die daraus resultierende Glockenfunktion $F(X)$ geht zusammen mit Funktionen, die den RBN-artigen Effekt (Schalterfunktion oder Funktion für vertikale Entmischung) berücksichtigen, in die Differenzialgleichungen des Systems ein.

2.4.1 Schaltermodell

Die Simulationen wurden unter Verwendung der Flussfunktion $F(X)$ (Teilchenfluss eines Systems mit nur einer Teilchensorte von einer Kammer in die andere) durchgeführt, die von Eggers abgeleitet [18] und später modifiziert wurde [20]

$$F(X) = C \sqrt{B_X} X^2 e^{-B_X X^2} \quad (2.1)$$

$$B_X = 4\pi (1 - e_X^2)^2 \frac{gh}{(af)^2} \left(\frac{d_X^2 T_X}{4\Omega} \right)^2. \quad (2.2)$$

Obwohl diese Gleichungen nur für eine Teilchensorte gelten, unterscheide ich aus (weiter unten ersichtlichen) formalen Gründen zwischen großen (G) und kleinen (K) Teilchen: $X = K, G$. K und G entsprechen der Zahl der kleinen Teilchen in einer Kammer geteilt durch T_K , beziehungsweise der Zahl der großen Teilchen dort geteilt durch T_G . C : Konstante. e_X : Restitutionskoeffizient (Quotient der Differenzgeschwindigkeit zweier Teilchen nach und vor der Kollision). Experimentell ergab sich $e_K \approx e_G = 0.84$ durch Video-Auswertung von Kollisionen. Ω ist die Grundfläche einer Kammer. Die glockenförmige Funktion in Gleichung (2.1) beschreibt: i) steigender Fluss für steigende Teilchenzahl, wenn diese niedrig ist, bis der maximale Fluss erreicht wird; und ii) abnehmender Fluss für steigende Anzahl von Teilchen, aufgrund von Energieverlusten.

Ich mache nun die Näherung, dass mein binäres System räumlich in zwei Mengen aufgeteilt werden kann, wobei jede von Gleichungen der Form (2.1) und (2.2) beschrieben wird. Eine Teilmenge enthält die kleineren Teilchen und liegt stets oberhalb der zweiten Teilmenge, die die größeren Teilchen enthält. Ich tue dies aufgrund der experimentellen Beobachtungen, die eine RBN-artige Konfiguration zeigen (siehe Abschnitt 2.2). In meiner Näherung vernachlässige ich die Anwesenheit kleiner Teilchen zwischen den größeren Teilchen im unteren Gebiet.

Ich habe beobachtet, dass durch die RBN-artige Konfiguration, die größeren Teilchen die

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

effektive Kammertiefe für die kleineren Teilchen verringern, wodurch die letzteren leichter die Trennwand überwinden können. $F(K)$ wird mit einer Funktion $A(G) \in [0, 1]$ multipliziert, die folgende experimentelle Beobachtungen erfüllt: i) in Abwesenheit der größeren können die kleineren Teilchen die Trennwand nicht überwinden, d.h. $A(G) = 0$ für $G = 0$; ii) nahe einem Schwellenwert $G = \tilde{G}$ (für die speziellen Bedingungen meiner Experimente) steigt der Fluss der kleineren Teilchen über die Trennwand für steigendes G steil an und sättigt sich für $G \gg \tilde{G}$ ($A(G) \rightarrow 1$ für steigendes G). Diese Beobachtungen lassen sich mit der folgenden Schalterfunktion nähern

$$A(G) = \frac{(G/\tilde{G})^n}{1 + (G/\tilde{G})^n}. \quad (2.3)$$

Zusätzlich habe ich beobachtet, dass durch die RBN-artige Konfiguration der Fluss der größeren Teilchen von den kleineren unterdrückt wird. Ich berücksichtige dies mittels einer Funktion $I(K) \in [0, 1]$, die folgende experimentelle Beobachtungen erfüllt: i) in Abwesenheit der kleinen Teilchen ist der Fluss der großen Teilchen am höchsten, d.h. $I(K) = 1$ für $K = 0$; ii) nahe eines Schwellenwertes $K = \tilde{K}$ sinkt der Fluss der größeren Teilchen, und geht gegen Null ($I(K) \rightarrow 0$ für steigendes K). Diese Beobachtungen lassen sich mit folgender Schalterfunktion nähern

$$I(K) = \frac{1}{1 + (K/\tilde{K})^n}. \quad (2.4)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (2.1) bis (2.4) lassen sich die Gleichungen

$$\frac{dK}{dt} = -A(G)F(K) + A(1-G)F(1-K) \quad (2.5)$$

$$\frac{dG}{dt} = -I(K)F(G) + I(1-K)F(1-G) \quad (2.6)$$

integrieren.

2.4 Simulationen für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

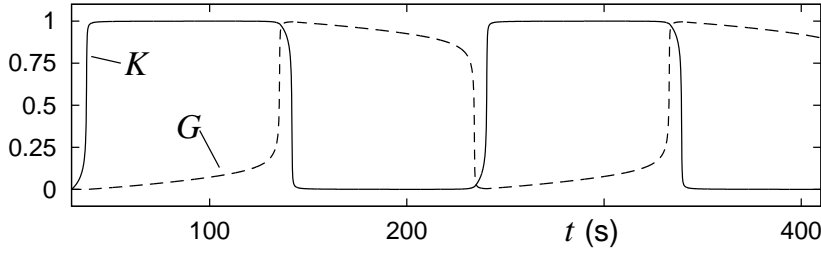


Abbildung 2.13: Simulierte Oszillationen mit dem Schaltermodell (Abschnitt 2.4.1) für $\Gamma = 10$, $f = 20$ Hz. Gezeigt ist die normierte Zahl der größeren Teilchen (G) und der kleineren Teilchen (K) in einer Kammer.

Die Parameter $C = 11.7$, $\tilde{G} = 0.27$, $\tilde{K} = 0.37$ und $n = 5$ passen das Modell an die experimentelle Zeitskala, an die Daten in Abbildung 2.5, sowie auch an die Übergänge in Abbildung 2.4 an. Abbildung 2.13 zeigt typische Oszillationen, die das Modell liefert. Es bleibt noch zu bemerken, dass die mit diesem Modell bestimmten Linien A , B und C in Abbildung 2.4 deswegen gerade sind, weil die Gleichungen 2.1 und 2.2 den Parameter $\Gamma/f \propto (af)$ beinhalten.

An den Gleichungen 2.5 und 2.6 erkennt man, dass $(K, G)_1 = (1/2, 1/2)$ ein Fixpunkt ist. Eine numerische Auswertung zeigt, dass $(K, G)_1$ eine Hopf-Bifurkation durchläuft, wenn die Linie A in Abbildung 2.4 (entsprechend $\Gamma/f = 0.732$) von links nach rechts überschritten wird, was zu den Oszillationen zwischen den Linien A und B führt. Wenn man die Linie B ($\Gamma/f = 0.458$) von links nach rechts überschreitet, erscheinen zwei stabile Knoten in den Berechnungen, nämlich $(K, G)_2 = (\epsilon, 1)$ und $(K, G)'_2 = (1, \epsilon)$, wobei $0.068 > \epsilon > 1.9 \cdot 10^{-4}$ für $0.458 > \Gamma/f > 0.343$ (Bem.: in Linie C ist $\Gamma/f = 0.343$). Der maximale Wert von ϵ , nämlich $\epsilon = 0.068$, entspricht weniger als zwei großen Teilchen. Darüber hinaus haben die Simulationen gezeigt, dass wenn man mit der Anfangsbedingung $(0, 0)$ beginnt, die Trajektorie nach einer Zeit T zuerst $(0, 1)$ durchläuft d.h. es findet eine vollständige Entmischung statt und danach, zu einer Zeit größer als $50T$ (T ist die Periode einer Oszillation) den Punkt $(\epsilon, 1)$ erreicht. Dasselbe gilt für die symmetrische Trajektorie von $(1, 1)$ zu $(1, \epsilon)$, wobei sie $(1, 0)$ durchläuft. Zusätzlich ergibt sich $\epsilon \rightarrow 0$ für $\Gamma/f \rightarrow 0$. Daher kann ich $(K, G)_2$ und $(K, G)'_2$ als gute Näherungen für die experimentellen Fixpunkte $(0, 1)$ und $(1, 0)$ verwenden, welche der Beobachtung der vollständigen Teilchenentmischungen entsprechen. Schließlich bleibt noch

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

eine Bemerkung zu den Anfangsbedingungen $(K, G)_3 = (0, 0)$ und $(K, G)'_3 = (1, 1)$ aus. Die Berechnungen zeigen, dass $(K, G)_3$ und $(K, G)'_3$ Fixpunkte sind, welche anziehend bezüglich Störungen in G and abstoßend bezüglich Störungen in K sind; allerdings hat der charakteristische Exponent λ^+ für Abstoßung von den Anfangsbedingungen die Eigenschaft $\lambda^+ \rightarrow 0$ für $\Gamma/f \rightarrow 0$. λ^+ geht so rasch auf Null, dass an der Linie C ($\Gamma/f = 0.343$) der Fluss aus der Kammer etwa ein Teilchen pro Stunde beträgt (fallend von links nach rechts in Abbildung 2.4), was in Übereinstimmung mit den Experimenten ist. Obwohl die Erhaltung der Anfangskonfiguration (untere Linie C in Abbildung 2.4) nur ein scheinbares Phänomen ist, ist es trotzdem bedeutend in Hinblick auf die kurze Zeit des Experimentierens.

2.4.2 Umwandlung des Modells von Lambiotte et al.

Es ist sinnvoll ein bestehendes Modell aus der Literatur, das Oszillationen erzeugt, zu adaptieren. Zur Wahl steht einerseits das detaillierte quantitative Modell (den RBN-artigen Effekt ergebend, wie in meinen Experimenten), das mit sechs Mean-Field-Differenzialgleichungen in der Arbeit von Constantini et al. [24] beschrieben wird. Allerdings habe ich entschieden, die Umarbeitung dieser Arbeit wegen seiner Komplexität der Zukunft zu überlassen. Zur Wahl steht noch folgendes Modell aus vier Differenzialgleichungen von Lambiotte et al. [25], welche ich adaptiert habe, obwohl es in seiner veröffentlichten Fassung nur den BN-Effekt beschreibt:

$$\frac{dK}{dt} = -KF(K, G)P(S_L) + (1 - K)F(1 - K, 1 - G)P(S_R) \quad (2.7)$$

$$\frac{dG}{dt} = -GF(K, G)Q(S_L) + (1 - G)F(1 - K, 1 - G)Q(S_R) \quad (2.8)$$

$$\frac{dS_L}{dt} = \lambda(KG - S_L) \quad (2.9)$$

2.4 Simulationen für gleiche Dichten und unterschiedliche Radien

$$\frac{dS_R}{dt} = \lambda[(1 - K)(1 - G) - S_R] \quad (2.10)$$

wobei

$$F(K, G) = e^{-(K^2 + RG^2)/A} \quad (2.11)$$

und $n(m)$ der Anteil kleiner (großer) Teilchen in der linken Kammer ist. Ich wähle

$$A = \alpha(af)^2 \quad (2.12)$$

(siehe Referenzen. [19–21]) und bestimme die Konstante α durch Anpassung von Bifurkationen des Modells an Bifurkationen in meinen Experimenten. $S_L(S_R)$ ist ein Maß für die vertikale Entmischung in der linken (rechten) Kammer. P und Q beschreiben den Einfluss der vertikalen Entmischung auf den Fluss. Lambiotte et al. verwenden $P(x) = 1 - x$ ($x : S_R$ oder S_L), um die Inhibition des Flusses der kleinen Teilchen durch die darüberliegenden großen Teilchen wegen der BN-artigen Konfiguration zu berücksichtigen. Darüber hinaus setzen sie $Q(x) = 1 + x$, um die Aktivierung des Flusses der großen Teilchen durch die darunterliegenden zu beschreiben. Um die von uns beobachtete RBN-artige Konfiguration einzuarbeiten, habe ich $Q(x)$ folgendermaßen geändert:

$$Q(x) = 1 - x. \quad (2.13)$$

Man könnte $P(x) = 1 + x$ setzen, um die Aktivierung des Flusses der kleinen Teilchen durch die großen (RBN-artiger Effekt) zu beschreiben. Leider liefert der Ansatz $P(x) = 1 + x$ keine Oszillationen. Statt dessen findet man Oszillationen, wenn $P(x) \in [0, 1]$, wie auch bei $Q(x) \in [0, 1]$. Deshalb sei

$$P(x) = x. \quad (2.14)$$

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

Gleichungen (2.7)-(2.10) zusammen mit Gleichungen (2.11)-(2.14) liefern Oszillationen, Entmischung, und symmetrische Verteilung. Im Gegensatz zu Ref. [25] und wegen Gleichungen (2.13) und (2.14), die die beobachteten RBN-artige Konfiguration berücksichtigen, sind die Oszillationen der kleinen Teilchen im Bezug auf die großen Teilchen zu früheren Zeiten phasenverschoben. Dies wird in Abbildung 2.14 beispielhaft gezeigt und gleicht grob den Experimenten, wie sie in Abbildungen 2.3 und 2.7 dargestellt sind. Wir konnten Übergänge zwischen den Gebieten (i)-(iv) bei den folgenden Werten von A beobachten: 1.24, 0.4, und 0.175. Im Hinblick auf den experimentellen Wert von $\nu = af$ bei den Übergängen (siehe Gleichung 2.12), erhält man $\alpha = 47.8 \pm 6.1 \text{ s}^2 \text{ m}^{-2}$. Trotz dieser Anpassungen möchte ich betonen, dass die Modellierung des vorliegenden Systems als Herausforderung verbleibt, da dieses Modell nur eine rudimentäre Beschreibung der Experimente darstellt. Vielmehr ist die physikalische Interpretation von S_R und S_L vage und der Einfluss dieser Variablen auf den Fluss nur skizzenhaft.

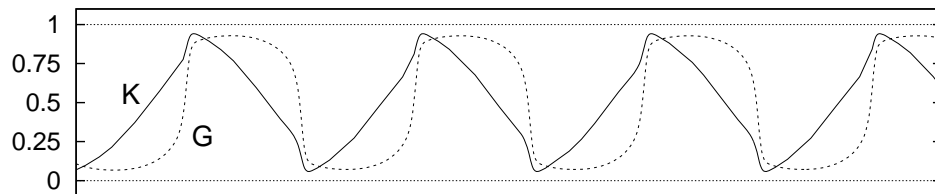


Abbildung 2.14: Simulierte Oszillationen mit Umwandlung des Modells von Lambiotte *et al.*: größere Teilchen G (gestrichelte Kurven) bzw. kleinere Teilchen K (kontinuierliche Kurven) (Abschnitt 2.4.2); $a = 6.5 \text{ mm}$, $\alpha = 47.8 \text{ s}^2 \text{ m}^{-2}$, $\lambda = 0.01$, $R = 1.5$; Abzisse: arbiträre Einheit).

2.5 Ergänzung der Experimente unterschiedlicher Dichten und gleicher Radien

Zusätzlich zu den bisher erwähnten Stoffen habe ich auch weitere Materialien untersucht (siehe Tabelle 2.2). Anders als bei den bisher vorgestellten Experimenten habe ich hier nicht bei allen untersuchten Paaren von Kugelsorten mit unterschiedlichen Dichten einen RBN-artigen Effekt beobachtet. In diesem Fall kann man drei Verhaltenweisen beobachten: eine Tendenz zu BN-artigen oder zu RBN-artigen Konfigurationen oder überhaupt keine vertikale Entmischung. Darüber hinaus hängen diese unterschiedlichen Verhaltenweisen nicht nur von den gewählten Paaren von Materialien ab, sondern auch von Γ und f . Unter diesen Umständen ist meine Modellvorstellung (aus dem vorherigen Abschnitt) nicht mehr gültig, da es auf das RBN-artige Verhalten baut. Im folgenden präsentiere ich die Ergebnisse der Beobachtungen, die ich allerdings nicht weiter systematisch untersuchen konnte.

Abkürzung	Materialnamen	ρ (g/cm ³)
AL	Aluminium	2.73
BZ	Bronze	9.11
GL	Glas (Kalknatronglas)	2.61
HZ	Holz	0.70
MS	Messing	8.68
NY	Nylon	1.16
PO	Polyacetal	1.38
SH	Stahl	7.93

Tabelle 2.2: Abkürzung des Materialnamens und Dichten.

Symbol	Bedeutung
○	stabile Anfangskonfiguration
+	Leichtere-Teilchen-Oszillation
■	vollständige Entmischung
+	Oszillationen
●	gemischt in beiden Kammern

Tabelle 2.3: Bedeutung der Symbole.

2.5 Ergänzung der Experimente unterschiedlicher Dichten und gleicher Radien

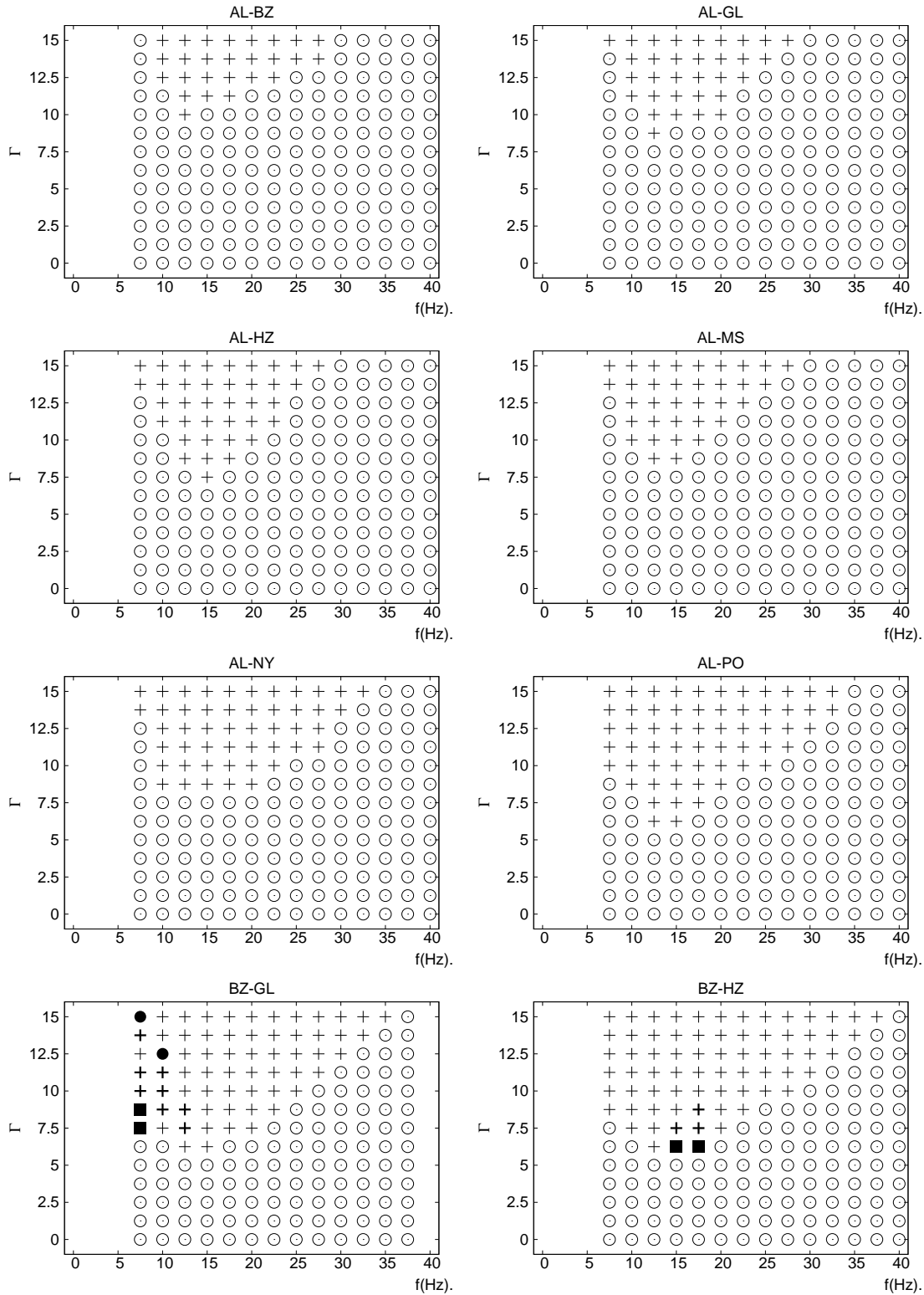


Abbildung 2.15: L - f -Ebenen aus Experimenten wie in Abbildung 2.8 (siehe Tabelle 2.2 für die Bedeutung der Abkürzungen und Tabelle 2.3 für die Bedeutung der Symbole).

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

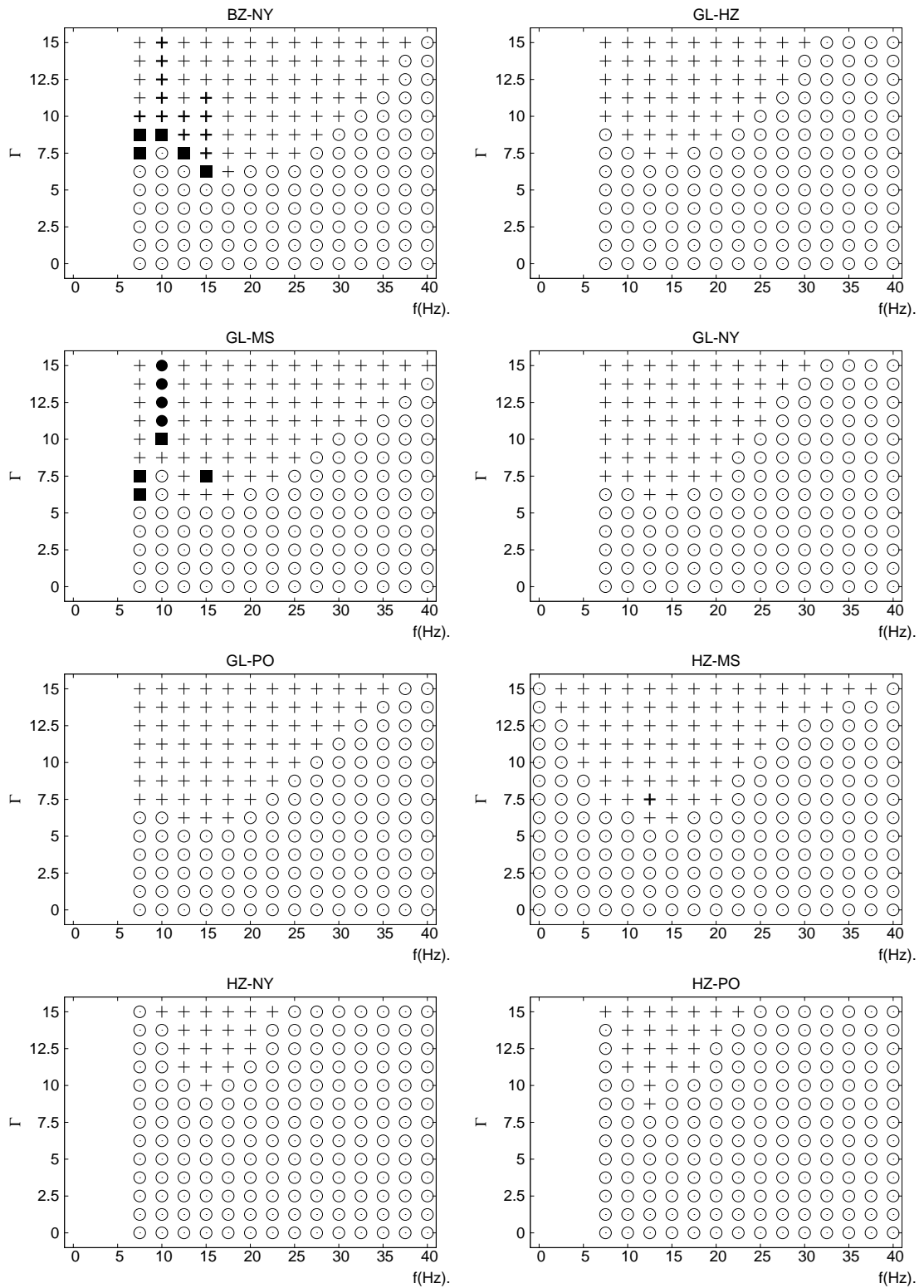


Abbildung 2.16: Γ - f -Ebenen aus Experimenten wie in Abbildung 2.8 (siehe Tabelle 2.2 für die Bedeutung der Abkürzungen und Tabelle 2.3 für die Bedeutung der Symbole).

2.5 Ergänzung der Experimente unterschiedlicher Dichten und gleicher Radien

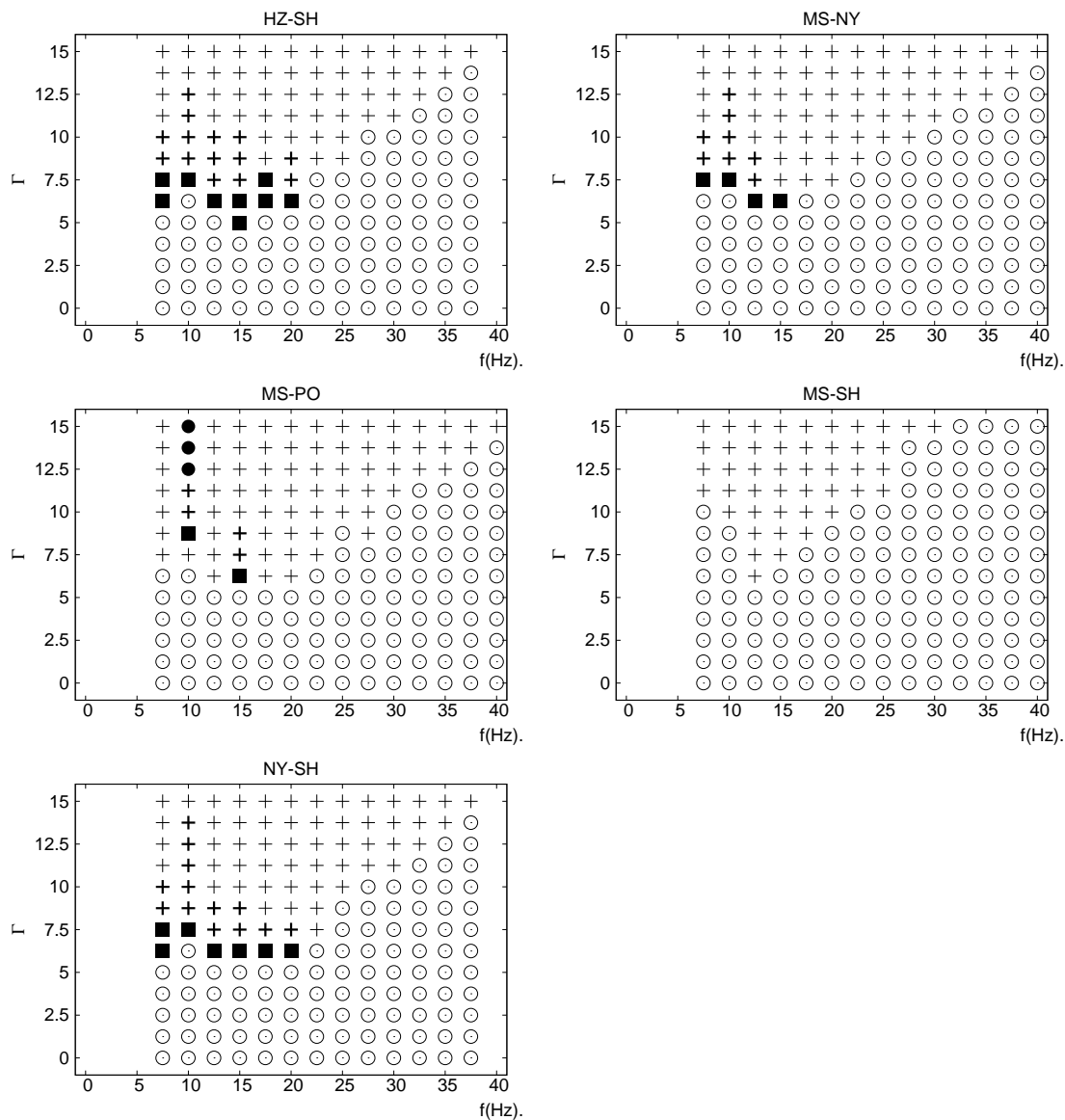


Abbildung 2.17: Γ - f -Ebenen aus Experimenten wie in Abbildung 2.8 (siehe Tabelle 2.2 für die Bedeutung der Abkürzungen und Tabelle 2.3 für die Bedeutung der Symbole).

2 Granulare Medien in Zwei-Kammer-Systemen

3 Stochastische Resonanz

In diesem Kapitel wird ein einfaches System, welches stochastische Resonanz (SR) zeigt, vorgestellt [58]. Verglichen mit Systemen in der Literatur [44–46] ist dies meines Wissens das einfachste experimentelle System mit SR. Insbesondere, handelt es sich um sogenannte *bona fide* SR, da verschiedene Charakteristika ein Maximum, also „Resonanz“, aufweisen, wenn man die Antriebsfrequenz variiert.

3.1 Experimentelle Anordnung

Eine Messingkugel wurde in einen Behälter aus Polystyrol gefüllt, wie in Abbildung 3.1 skizziert (Höhe: 5.5 cm; Länge $L=2.4$ cm; Tiefe: 1 cm). Der Behälter wurde räumlich durch eine vertikale Trennwand aus Polystyrol (Höhe: 1.5 cm; Dicke: 0.8 mm) in zwei gleich große Kammern aufgeteilt, oben verschlossen, und auf einem Schüttler mit einstellbarer, sinusförmiger Frequenz f_d und Amplitude a_d befestigt. Der Boden ist zur Trennwand hin um $\varphi = 2.4^\circ$ auf jeder Seite geneigt. Ansonsten hat dieser Behälter die Form des Behälters (Abbildung 2.1), welcher in Kapitel 2 benutzt worden ist.

Für einen gegebenen Wert f_d stelle ich a_d so ein, dass $\Gamma = (2\pi f_d)^2 a_d / g$ konstant gehalten wird. Γ wurde mit einem Beschleunigungsmesser (Silicon Designs, Inc.; Model 1221L-010) gemessen. Ich benutze $\Gamma=7.5$ in diesem Kapitel. Bei diesem Wert von Γ ist die maximale Höhe zwischen zwei Bodenkontakten, welche die Kugel im Mittel erreicht, nahezu gleich der Höhe

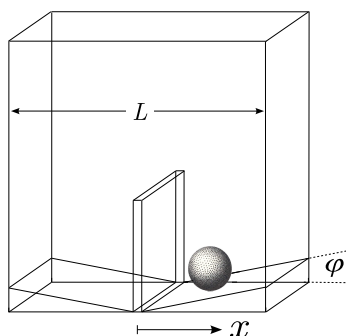


Abbildung 3.1: Schema des Behälters zur Untersuchung von stochastischer Resonanz.

der Barriere. Unter dieser Bedingung habe ich SR mit Eigenschaften beobachtet, die jenen, die in der Literatur berichtet werden, am nächsten kamen. Dass SR für dieses Γ optimal ist, kann folgendermaßen erklärt werden. Bei größerem Γ wird der Aufenthalt im Oberteil des Behälters (die „dritte Kammer“ über der Barriere) wichtig, jedoch sind die Stöße darin inkonsistent mit dem generischen Begriff eines SR-Systems. Andererseits wird bei kleinerem Γ ein SNR-artiges Verhalten aufgrund übermäßigen dissipativen Kollisionen in den unteren Kammern verhindert. Zeitreihen (Gesamtdauer $t_{\max} = 9600$ s) von der x -Koordinate (siehe Abb. 3.1) der Kugel wurden mit einer Basler A602f Videokamera mit einer Rate von 1030 Bilder pro Sekunde aufgenommen.

Ich erwarte eine chaotische Trajektorie der Kugel aufgrund der Tatsache, dass das Treiben der Kugel vergleichbar mit dem System in Referenzen [59,60] ist, (dissipative Stöße einer Kugel mit einer sinusförmigen geschüttelten Ebene, siehe Abbildung 3.2). Durch den geneigten Boden verursacht die vertikale Aperiodizität auch Aperiodizitäten in x -Richtung. Kein exter-

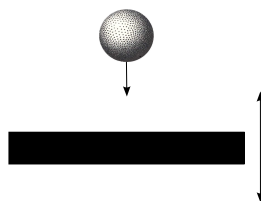


Abbildung 3.2: Dissipative Stöße einer Kugel mit einer sinusförmig geschüttelten Ebene.

nes Rauschen ist meinem System hinzugefügt worden; daher sollten stochastisch-resonante Phänomene auf die so genannte deterministische SR zurückgeführt werden, die durch ein „effektives Rauschen“ durch chaotische Dynamik stattfindet [61, 62].

3.2 Experimentelle Ergebnisse

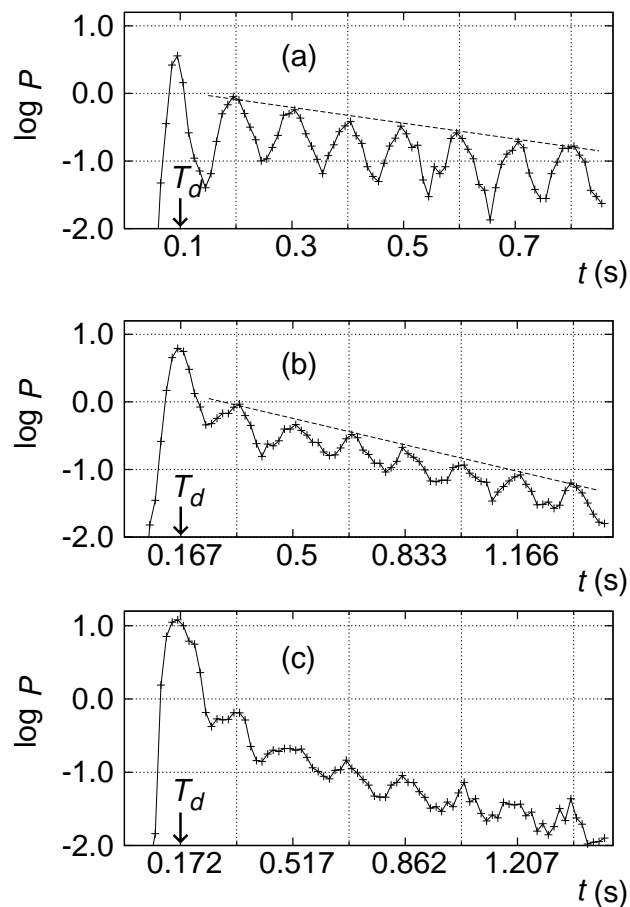


Abbildung 3.3: Die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(t)$ für die Aufenthaltszeit der Kugel in einer der Kammern. (a) $f_d=10$ Hz. (b) $f_d=6$ Hz. (c) $f_d=5.8$ Hz. Die gestrichelte Geraden zeigen, dass die Höhe der Peaks exponentiell kleiner werden, mit Ausnahme des ersten Peaks.

Abbildung 3.3 zeigt Beispiele von der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(t)$ der Aufenthalts-

3 Stochastische Resonanz

dauer der Kugel in einer der beiden Kammern. Die Struktur dieser Verteilung, mit einem Abstand zwischen den Spitzen gleich $T_d = 1/f_d$, ist im Allgemeinen eine Signatur von SR [46]. Die erste Spitze erscheint bei T_d , wie in anregbaren Systemen [46, 63] oder in der „interslip“-Verteilung des Rössler’schen Systems [62]. Die Diskrepanz zu dem getriebenen Duffingsystem, das allgemein als Prototyp bezeichnet wird und dessen erste Spitze bei $T_d/2$ erscheint, wird folgendermaßen erklärt. Im Duffingsystem wird bei periodischer Treibung einer der Potentialtöpfe erniedrigt, während der andere erhöht wird (siehe Abb. 3.4): ist das linke Minimum zu Zeit t_0 erhöht, so ist auch die Übergangswahrscheinlichkeit nach rechts groß. Hat ein Übergang statt gefunden, so ist der nächste günstige Zeitpunkt für einen Übergang nach $T_d/2$ und bedingt die erste Spitze der Verteilung. Im Gegensatz dazu werden beide Kammern im System der vorliegenden Arbeit von dem periodischen Antrieb gleichzeitig erhöht und erniedrigt (Bem.: Man beachte, daß die Kammern analog den Potentialminima des Duffingsystems sind). Da in meinem Experiment ein Übergang von Kammer A zu Kammer B durch einen Stoß der Kugel mit dem aufsteigenden Boden verursacht wird, kann die Kugel erst nach einer Zeit T_d wieder gestoßen werden und so die Chance erlangen, in die Kammer A zurückzukehren. Man beachte, dass der Abstand zwischen den Spitzen gleich T_d (sowohl in dem Duffingsystem als auch in meinem) ist, weil in beiden Systemen die Zeit T_d zwischen günstigen Übergangssituationen vergeht.

Die Kramersche Zeit T_K [52] wird allgemein als die mittlere Wartezeit für Übergänge zwischen Kammern, d.h. als das Integral von $tP(t)$ über t definiert. Im Falle des Duffingsystems wird „Resonanz“ mit der Zeitskalen-Anpassungsbedingung $T_K = T_d/2$ definiert, welche mit der Reduktion von $P(t)$ zur ersten Spitze bei $T_d/2$ einhergeht, d.h. mit dem Verschwinden aller anderen Spitzen [46]. In unserem System findet die erste Spitze bei T_d statt, entsprechend einer Zeitskalen-Anpassungsbedingung $T_K = T_d$.

Als ein Indikator für SR habe ich die „Stärke“ P_1 der ersten Spitze der Verteilung $P(t)$ bestimmt, wobei P_1 durch die Fläche unter der Spitze nach der Definition

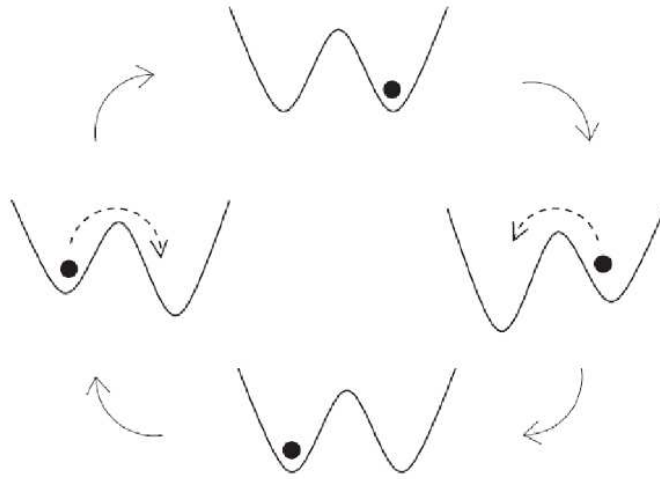


Abbildung 3.4: Zeitabhängigkeit des Potentials beim Duffing Oszillator. Die Dauer der gezeigten Zyklus ist gleich die Treiberperiode T_d .

$$P_1 = \int_{T_d - \alpha T_d}^{T_d + \alpha T_d} P(t) dt \quad (3.1)$$

gegeben ist [47]. Ich setze $\alpha = 1/4$. In Abbildung 3.5a zeige ich P_1 als eine Funktion der Treiberperiode $T_d = 1/f_d$.

Ein typisches Leistungsspektrum $S(f)$, erhalten aus einer gemessenen Zeitreihe, wird in Abbildung 3.6 gezeigt. Wie erwartet, erhält man eine Spitze bei der Treiberfrequenz f_d . Als ein weiterer Indikator von SR, wurde das Signal-Rausch-Verhältnis SNR (in dB) bestimmt. Dieses ist durch

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{S(f_d)}{S_N(f_d)} \quad (3.2)$$

gegeben, wobei $S(f_d)$ für die Höhe der Spitze und $S_N(f_d)$ für das Rauschen unter der Spitze stehen [32, 44, 46, 62] (siehe Abb. 3.6). SNR, als Funktion von T_d , wird in Abbildung 3.5b gezeigt. Ich habe noch die häufig benutzte Alternative zu SNR, nämlich die Ausgangssignal-

leistung

$$S_1 = \Delta f [S(f_d) - S_N(f_d)] \quad (3.3)$$

bestimmt ($\Delta f = 2\pi/t_{\max}$: Breite Spitze; t_{\max} : Länge der Zeitreihe) [44]. S_1 als Funktion von T_d wird in Abbildung 3.5c gezeigt.

Man beachte, dass die drei Größen P_1 , SNR und S_1 ein Maximum bei ungefähr demselben Wert von T_d ($T_d = 0.172$ und 0.175 in Abbildung 3.5a, 3.5b and 3.5c) haben. Solche Maxima sind bekannt als Signaturen von SR [32, 44, 46, 47, 62]. Abbildung 3.5b deutet außerdem an, dass SNR für $T_d \rightarrow 0$ divergiert. Diese Divergenz wird dadurch erklärt, dass der Rauschpegel $S_N(f_d)$ gegen Null geht (siehe Gleichung (3.2)), wie in [44] diskutiert; und in der Tat, für $T \rightarrow 0$, verursacht die steigende Frequenz erhöhte Stoßraten and folglich erhöhten Energieverlust, so daß die Kugel „einfriert“.

Die Spitzen von $P(t)$ bei nT_d ($n \geq 2$) in Abbildung 3.3c (d.h. für den Wert von $T_d = 1/f_d = 1/0.172$ bei dem die Maxima von P_1 , SNR und S_1 stattfinden) sind die niedrigsten, die ich beobachtet habe (man vergleiche, zum Beispiel, mit Abbildungen 3.3a und 3.3b). In anderen Worten, diese Spitzen werden hier nicht vollkommen eliminiert, wie in „Resonanz“-Situationen, die sonst in der Literatur berichtet werden und bei denen $T_K/T_d = 1$ ist [45, 46]. Allerdings treten die Maxima in Abbildung 3.5 (von P_1 , SNR und S_1) für eine Periode T_d auf, bei der T_K/T_d minimal ist, d.h. dem Wert 1 am nächsten kommt (Abbildung 3.5d).

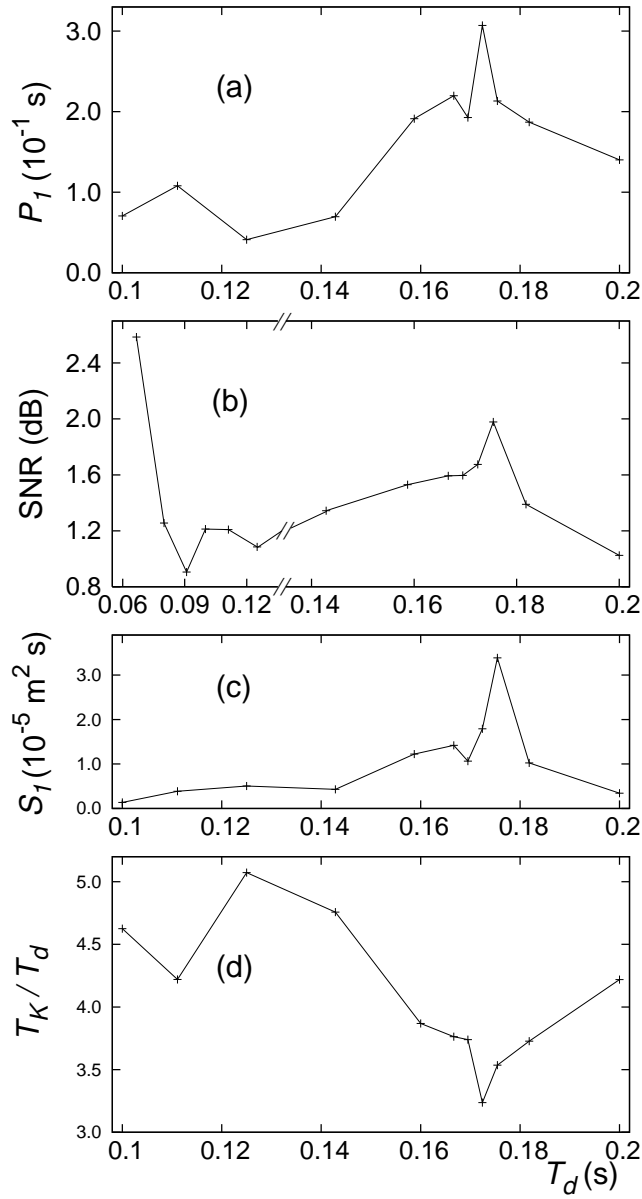


Abbildung 3.5: (a) Eigenschaften der gemessenen Zeitreihen als Funktion der Treiberperiode T_d . (a) Stärke P_1 der ersten Spitze der Aufenthaltszeitverteilung $P(t)$; (b) Signal-Rausch-Verhältnis; (c) Ausgangssignalleistung; (d) Kramersche Zeit T_K dividiert durch Treiberperiode T_d .

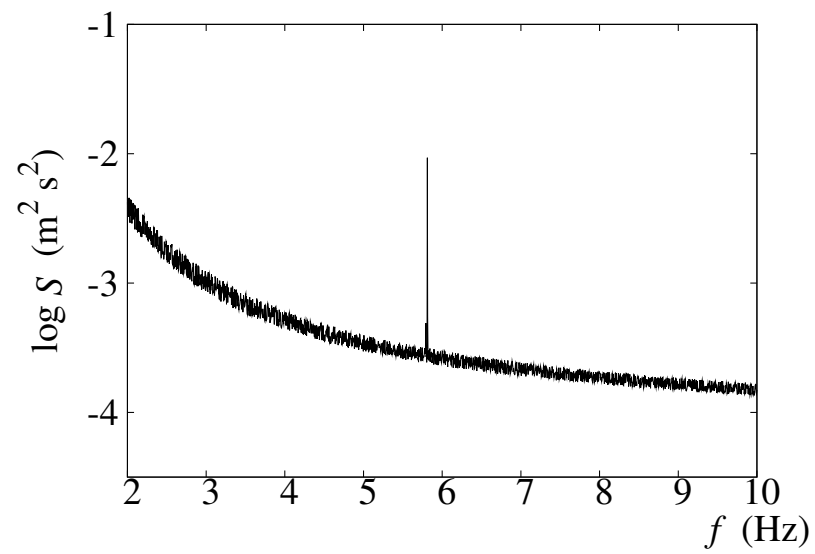


Abbildung 3.6: Typisches Leistungsspektrum für die Zeitabhängigkeit der x-Koordinate der Kugel. $f_d=5.8$ Hz.

4 Fazit, Diskussion, Ausblick

Im ersten Teil dieser Arbeit habe ich zwei neuartige experimentelle Beobachtungen in granularen Medien vorgestellt: i) Oszillationen eines granularen Mediums in zwei Kammern, die als eine „sich selbst stellende Sanduhr“ beschrieben werden kann: nachdem eine Kammer leer ist, wird sie automatisch wieder aufgefüllt (Abbildung 2.2 (a) bis (e) sowie Abbildung 2.9(a) bis (e) und ihre zeitliche Umkehr); und ii) „Sieben durch Schütteln“, quantifiziert z.B. in Abbildung 2.5. Letztes könnte Relevanz in der Materialverarbeitung haben, z.B. beim Trennen von Mineralien oder Abfall [14–16]. Man beachte, dass pulverisierte Materialien dazu neigen, dieselbe Größe zu besitzen. Deshalb ist es ein wichtiges Ziel, Komponenten mit unterschiedlichen Dichten zu entmischen. Meine Ergebnisse, dargestellt in Abbildungen 2.8, 2.15, 2.16, 2.17 (Symbol ■) und, Abbildungs 2.9(a') bis (e') und 2.10 (b), deuten auf eine neuartige, effiziente Entmischungsmethode für gleich große Teilchen hin.

Es ist bemerkenswert, dass die simulierten Geraden *A*, *B* und *C* in Abbildung 2.4 die experimentellen Gebiete zufriedenstellend trennen. Darüber hinaus beschreibt das Modell die Bedingungen für eine vollständige Entmischung (Abbildung 2.5). Die Form der beobachteten Oszillationen werden von den simulierten Schwingungen (Abbildungen 2.13 und 2.14, vergleiche Abbildung 2.3 (c)) nicht so gut beschrieben. Dies erfordert eine zukünftige Verbesserung des Modells im Rahmen meiner experimentellen Beobachtungen.

Eine weitere zukünftige Aufgabe ist die Modellierung des Falles von gleichen Durchmessern und unterschiedlichen Dichten. Infolge der Empfindlichkeit der vertikalen Teilchenverteilung (BN-Effekt, RBN-Effekt oder keine vertikalen Entmischung) von Kontrollparametern,

4 Fazit, Diskussion, Ausblick

bieten molekulardynamische Simulationen (MD) hier den besten Zugang. Allerdings würden dreidimensionale MD-Rechnungen zu große Simulationszeiten mit unserer jetzigen Hardware benötigen.

Die Oszillationen, die ich in den Experimenten beobachtet habe, z.B. in Abbildungen 2.3 und 2.7, sind periodisch, abgesehen von Schwankungen von weniger als 9% der Periode. Diese Periodizität ist konsistent mit unseren Simulationen, mit denen von Lambiotte et al. [25] und mit den Mean-Field-Rechnungen von Constantini et al. [24]. Im Gegensatz dazu liefern die MD-Rechnungen von Constantini et al. aperiodische Oszillationen. Man beachte, dass meine periodische „Sanduhr“ sehr speziell ist, hinsichtlich ihrer quasi-zwei-Dimensionalität (Die Tiefe der Kammern ist 7.3 mm, vergleichen mit dem größten Kugeldurchmesser $d = 4$ mm). Untersuchungen von tieferen Kammern d.h. von voll dreidimensionalen Systemen bleiben offen.

In einem weiteren System mit ähnlichem Aufbau aber nur einer Kugel habe ich ein weiteres Phänomen entdeckt. Sowohl die „multipeak structure“ der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Aufenthaltszeiten dieses Teilchens (Abb. 3.3), als auch die Maxima der drei Indikatoren für SR (Abbildungen 3.5a, 3.5b und 3.5c), weisen auf stochastische Resonanz (SR) hin.

Dadurch dass das Maximum von P_1 durch variieren der Frequenz $f_d = 1/T_d$ auftritt, kann man von sogenanter *bona fide* Resonanz [47] reden. Man beachte in diesem Zusammenhang, dass vorgeschlagen wurde, den Hintergrund von $P(t)$ von P_1 abzuziehen, damit P_1 ein zufriedenstellender Indikator ist [48]. Trotzdem habe ich in meinem Fall (wie es auch für Experimente mit Brownscher Dynamik [50] berichtet worden ist) gezeigt, dass die Subtraktion des Hintergrundes nicht notwendig ist, um ein Maximum von P_1 (Abb. 3.5a) zu erhalten. Außerdem fanden wir auch *bona fide* Resonanz aus Eigenschaften, die aus dem Leistungsspektrum (Abbildungen 3.5b und 3.5c) abgeleitet wurden. Dies wurde schon für Simulationen von anregbaren Systemen [64] berichtet. Meines Wissens nach, ist dies der erste experimentelle Beweis für *bona fide* Resonanz durch Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnisses SNR und der Ausgangssignalleistung S_1 . Außerdem ist mir kein einfacherer experimenteller Auf-

bau mit SR bekannt.

Die Zeitskalenanpassungsbedingung $T_K = T_d$ wird bei den Maxima in Abbildung 3.5a, 3.5b und 3.5a nicht erfüllt. Stattdessen ist die Kramersche Zeit T_K , welche T_d am nächsten kommt durch $T_K \approx 3.2T_d$ gegeben (Minimum in Abb. 3.5d). Die Abweichung der Anpassungsbedingung ist dadurch zu erklären, dass die Verteilung $P(t)$ sich nicht auf eine einzelne Spitze reduziert. Abb. 3.3 zeigt die beste Annäherung an einen einzelnen Peak. Die zusätzlichen Peaks werden durch Zickzackbewegungen innerhalb der Kammern verursacht. Diese Bewegungen bewirken nicht vermeidbare Wartezeiten. In [65] wird von einem weiteren Fall mit einem unerwartet hohen Quotienten T_K/T_d , für eine bistabile diskrete Abbildung, berichtet. Dabei traten die Maxima des SNR, als Funktion des Koeffizienten des kubischen Terms der Abbildung, bei den Werten $T_K/T_d = 1, 3/4$ und 3 auf.

Eine Eigenschaft, die noch zu erklären bleibt, ist dass die Höhe des Peaks der Verteilung der Aufenthaltszeiten (Abb. 3.3) nur für nT_d ($n \geq 2$) exponentiell kleiner werden, mit Ausnahme des ersten Peaks (gestrichelte Geraden in Abb. 3.3), während für bisherige Untersuchungen (siehe z. B. [66, 67]) der exponentielle Abfall für alle Peaks gültig ist.

4 *Fazit, Diskussion, Ausblick*

Danksagung

Besonderen Dank schulde ich Prof. Dr. Mario Markus für die Betreuung meiner Arbeit. Die Tätigkeit in seiner Arbeitsgruppe am Max-Planck-Institut für molekulare Physiologie ermöglichte mir die Beschäftigung mit einem faszinierenden und spannenden Teilbereich der Naturwissenschaften.

Bedanken möchte ich mich auch bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Projektnummer 629/6-) und bei dem DAAD (Deutsche Akademische Austausch Dienst), die diese Arbeit finanziell unterstützten.

Desweiteren gilt mein Dank allen derzeitigen und ehemaligen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe Markus. Insbesondere Malte Schmick, Axel Gruhn, Oliver Schulz, Patrick Grete, Björn Zelinski, Alexander Hasselhuhn und Björn Maiworm haben zu einem sehr angenehmen und fruchtbaren Arbeitsklima sowohl in wissenschaftlicher als auch in freundschaftlicher Hinsicht beigetragen.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern und meiner Familie bedanken, deren Verständnis, Geduld und Ermutigungen meine Arbeit mehr unterstützt haben, als sie vermuten mögen.

Danksagung

Literaturverzeichnis

- [1] D. Bideau and A. Hansen (Editor). *Disorder and Granular Media*. North Holland, Amsterdam, 1993.
- [2] A. Mehta (Editor). *Granular Matter*. Springer Verlag, Berlin, 1994.
- [3] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. The physics of granular materials. *Physics Today*, 49:32–38, 1996.
- [4] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. Granular solids, liquids and gases. *Rev. Mod. Phys.*, 68:1259–1273, 1996.
- [5] J. S. Olafsen and J. S. Urbach. Clustering, order, and collapse in a driven granular monolayer. *Phys. Rev. Lett.*, 81:4369–4372, 1998.
- [6] I. Goldhirsch and G. Zanetti. Clustering instability in dissipative gases. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1619–1622, 1993.
- [7] S. McNamara and W. R. Young. Dynamics of a freely evolving, two-dimensional granular medium. *Phys. Rev. E*, 53:5089–5100, 1996.
- [8] T. P. C. van Noije, M. H. Ernst, R. Brito, and J. A. G. Orza. Mesoscopic theory of granular fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 79:411–414, 1997.
- [9] T. P. C. van Noije, M. H. Ernst, and R. Brito. Spatial correlations in compressible granular flows. *Phys. Rev. E*, 57:R4891–R4894, 1998.

- [10] S. E. Esipov and Th. Pöschel. The granular phase diagram. *J. Stat. Phys.*, 86:1385–1395, 1997.
- [11] M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, and I. Rehberg. Swirling granular solid-like clusters. *Phys. Rev. E*, 61:4069–5077, 2000.
- [12] J. M. Ottino and D. V. Khakhar. Mixing and segregation of granular materials. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 32:55–91, 2000.
- [13] J. M Ottino and D. V. Khakhar. Fundamental research in heaping, mixing, and segregation of granular materials: challenges and perspectives. *Powder Technol.*, 121:117–122, 2001.
- [14] S. B. Savage and C. K. K. Lun. Particle-size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids. *J. Fluid Mech.*, 189:311–335, 1988.
- [15] J. Y. Zhang, Z. G. Hu, G. Wei, Y. J. Zhang, T. H. Li, and J. H. Li. Application of the discrete approach to the simulation of size segregation in granular chute flow. *Indust. Eng. Chem. Res.*, 43:5521–5528, 2004.
- [16] N. Mohabuth and N. Miles. The recovery of recyclable materials from waste electrical and electronic equipment (WEEE) by using vertical vibration. *Resources, Conservation and Recycling*, 45:60–69, 2005.
- [17] H. J. Schlichting and V. Nordmeier. Strukturen im Sand. *Math. Naturwiss. Unterr.*, 49:323–332, 1996.
- [18] J. Eggers. Sand as Maxwell’s demon. *Phys. Rev. Lett.*, 83:5322–5325, 1999.
- [19] D. van der Meer, K. van der Weele, and D. Lohse. Sudden collapse of a granular cluster. *Phys. Rev. Lett.*, 88:174302, 2002.
- [20] D. van der Meer, K. van der Weele, and D. Lohse. Coarsening dynamics in a vibrofluidized compartmentalized granular gas. *J. Stat. Mech.*, pages 1–29, 2004.

- [21] R. Mikkelsen, D. van der Meer, K. van der Weele, and D. Lohse. Competitive clustering in a bidisperse granular gas. *Phys. Rev. Lett.*, 89:214301, 2002.
- [22] A. Barrat and E. Trizac. A molecular dynamics 'Maxwell demon' experiment for granular mixture. *Mol. Phys.*, 101:1713–1719, 2003.
- [23] D. van der Meer, K. van der Weele, M. Versluis, and D. Lohse. Hysteretic clustering in granular gases. *Europhys. Lett.*, 53:328–334, 2001.
- [24] G. Constantini, D. Paolotti, C. Cattuto, and U. M. B. Marconi. Bistable clustering in driven granular mixtures. *Physica A*, 347:411–428, 2005.
- [25] R. Lambiotte, J. M. Salazar, and L. Brenig. From particle segregation to the granular clock. *Phys. Lett. A*, 343:224–230, 2005.
- [26] N. Burtally, P. J. King, and M. R. Swift. Spontaneous air-driven separation in vertically vibrated fine granular mixtures. *Science*, 295:1877–1879, 2002.
- [27] X. I. Wu, K. J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, and D. Bideau. Why hour glasses tick. *Phys. Rev. Lett.*, 71:1363–1366, 1993.
- [28] J. L. Aider, N. Sommer, T. Raafat, and J.-P. Hulin. Experimental study of a granular flow in a vertical pipe: A spatiotemporal analysis. *Phys. Rev. E*, 59:778–786, 1999.
- [29] C. Nicolis and G. Nicolis. Stochastic aspect of climatic transitions. *Tellus*, 33:225–234, 1981.
- [30] R. Benzi, A. Sutera, and A. Vulpiani. The mechanism of stochastic resonance. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 14:L453–L457, 1981.
- [31] R. Benzi, G. Parisi, A. Sutera, and A. Vulpiani. Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, 34:10–18, 1982.
- [32] S. Fauve and F. Heslot. Stochastic resonance in a bistable system. *Phys. Lett. A*, 97:5–7, 1983.

- [33] B. McNamara, K. Wiesenfeld, and R. Roy. Observation of stochastic resonance in a ring laser. *Phys. Rev. Lett.*, 60:2626–2629, 1988.
- [34] J.M. Ianneli, A. Yariv, T.R. Chen, and Y.H. Zhuang. Stochastic resonance in a semiconductor distributed feedback laser. *Appl. Phys. Lett.*, 65:1983–1985, 1994.
- [35] L. Gammaitoni, M. Martinelli, L. Pardi, and S. Santucci. Observation of stochastic resonance in bistable electron-paramagnetic-resonance systems. *Phys. Rev. Lett.*, 67:1799–1802, 1991.
- [36] A. Simon and A Libchaber. Escape and synchronization of a brownian particle. *Phys. Rev. Lett.*, 68:3375–3378, 1992.
- [37] W. Hohmann, J. Müller, and F.W. Schneider. Stochastic resonance in chemistry. 3. The minimal-bromate reaction. *J. Phys. Chem.*, 100:5388–5392, 1996.
- [38] J.E. Levin and J.P. Miller. Broadband neural encoding in the cricket cereal sensory system enhanced by stochastic resonance. *Nature*, 380:165–168, 1996.
- [39] J.J. Collins, T.T. Imhoff, and P. Grigg. Noise-enhanced tactile sensation. *Nature*, 383:770, 1996.
- [40] I. Hidaka, D. Nozaki, and Y. Yamamoto. Functional stochastic resonance in the human brain: Noise induced sensitization of baroreflex system. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3740–3743, 2000.
- [41] S.M. Bezrukov and I. Vodyanoy. Noise-induced enhancement of signal transduction across voltage-dependent ion channels. *Nature*, 378:362–364, 1995.
- [42] D. Petracchi, M. Pellegrini, M. Pellegrino, M. Barbi, and F. Moss. Periodic forcing of a K^+ channel at various temperatures. *Biophys. J.*, 66:1844–1852, 1994.
- [43] R. Almog, S. Zaitsev, O. Shtempluck, and E. Buks. Signal amplification in a nanomechanical Duffing resonator via stochastic resonance. *Appl. Phys. Lett.*, 90:013508, 2007.

- [44] T. Wellens, V. Shatokhin, and A. Buchleitner. Stochastic resonance. *Rep. Prog. Phys.*, 67:45–105, 2004.
- [45] V.S. Anishchenko, A.B. Neiman, and L. Shimansky-Geier F. Moss. Stochastic resonance: noise-enhanced order. *Physics-USpekhi*, 42:7–36, 1999.
- [46] L. Gammaitoni, P. Jung P. Hänggi, and F. Marchesoni. Stochastic resonance. *Rev. Mod. Phys.*, 70:223–287, 1998.
- [47] L. Gammaitoni, F. Marchesoni, and S. Santucci. Stochastic resonance as a *Bona Fide* resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 74:1052–1055, 1995.
- [48] G. Giacomelli, F. Marin, and I Rabbiosi. Stochastic and *Bona Fide* resonance: An experimental investigation. *Phys. Rev. Lett.*, 82:675–678, 1999.
- [49] M. H. Choi, R. F. Fox, and P. Jung. Quantifying stochastic resonance in bistable systems: Response vs residence-time distribution functions. *Phys. Rev. E*, 57:6335–6344, 1998.
- [50] C. Schmitt, B. Dybiec, P. Hänggi, and C. Bechinger. Stochastic resonance vs. resonant activation. *Europhys. Lett.*, 74:937–943, 2006.
- [51] V. Berdichevsky and M. Gitterman. Stochastic resonance in a bistable piecewise potential: analytical solution. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 29:L447–L452, 1996.
- [52] H. A. Kramers. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica (Utrecht)*, 7:284–304, 1940.
- [53] S. Viridi, M. Schmick, and M. Markus. Experimental observations of oscillations and segregation in a binary granular mixture. *Phys. Rev. E*, 74:041301, 2006.
- [54] S. Viridi, M. Schmick, and M. Markus. Granular clock and full segregation in a shaken, binary granular medium: experiments and simulations. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 9:352–359, 2006.
- [55] D. C. Hong, P. V. Quinn, and S. Luding. Reverse Brazil-nut problem: competition between percolation and condensation. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3423–3426, 2001.

- [56] A. P. J. Breu, H. M. Ensner, C. A. Kruelle, and I. Rehberg. Reversing the Brazil-nut effect: competition between percolation and condensation. *Phys. Rev. Lett.*, 90:014302, 2003.
- [57] G. A. Canul-Chay, P. A. Belmont, Y. Nahmad-Molinari, and J. C. Ruiz-Suárez. Does the reverse Brazil-nut problem exist? *Phys. Rev. Lett.*, 89:189601, 2002.
- [58] S. Viridi, P. Grete, and M. Markus. A minimal mechanical device displaying bona fide stochastic resonance. *Physics Letters A*, zur Veröffentlichung angenommen.
- [59] N. B. Tuffillaro and A. M. Albano. Chaotic dynamics of a bouncing ball. *Am. J. Phys.*, 54:939–944, 1986.
- [60] P. J. Holmes. The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table. *J. Sound and Vibration*, 84:173–189, 1982.
- [61] G. Nicolis, C. Nicolis, and D. McKernan. Stochastic resonance in chaotic dynamics. *J. Stat. Phys.*, 70:125–139, 1993.
- [62] K. Arai, S. Mizutani, and K. Yoshimura. Deterministic stochastic resonance in a Rössler oscillator. *Phys. Rev. E*, 69:026203, 2004.
- [63] J.K. Douglass und L. Wilkens und E. Pantazelou und F. Moss. Noise enhancement of information transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance. *Nature*, 365:337–340, 1993.
- [64] T. Prager und L. Schimansky-Geier. Stochastic resonance in a non-Markovian discrete state model for excitable systems. *Phys. Rev. Lett.*, 91:230601, 2003.
- [65] V. S. Anishchenko, A. B. Neimann, and M. A. Safanova. Stochastic resonance in chaotic systems. *J. Stat. Phys.*, 70:183–196, 1993.
- [66] A. Longtin, A. Bulsara, and F. Moss. Time-interval sequences in bistable systems and the noise-induced transmission of information by sensory neurons. *Phys. Rev. Lett.*, 67:656–659, 1991.

- [67] T. Zhou and F. Moss. Analog simulations of stochastic resonance. *Phys. Rev. A*, 41:4255–4264, 1990.