

**Untersuchungen zu laminarer,  
transitioneller und turbulenter Strömung  
in rechteckigen Mikrokanälen**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Dr.-Ing.**

von der Fakultät Bio- und Chemieingenieurwesen  
der Technischen Universität Dortmund  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Wolf Wibel**

aus

Konstanz

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Oktober 2008

1. Gutachter/-in: Prof. Dr.-Ing. Peter Ehrhard
2. Gutachter/-in: Prof. Dr.-Ing. Heinz Herwig

**Dortmund 2008**

Ich danke allen Beteiligten, die mich bei dieser Arbeit tatkräftig unterstützt haben. Mein besonderer Dank gilt hierbei Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Ehrhard für die engagierte Betreuung der Arbeit, vielseitige Unterstützung und zahlreiche hilfreiche Diskussionen. Zudem danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Herwig für die Übernahme des Koreferats. Weiterer Dank gilt den Kollegen Fast, Klein und Stähler für die intensive gegenseitige Unterstützung.

Der größte Dank gilt meiner Frau Juliane und meiner Tochter Helena, die während der Promotionszeit viel auf mich verzichten mussten, und meiner Mutter und meinem Vater, der den vollständigen Abschluss der Arbeit leider nicht mehr miterleben konnte.

## Zusammenfassung

Untersuchungen in der Literatur zeigen widersprüchliche Ergebnisse zum Druckverlust und zur laminar-turbulenten Transition in Mikrokanälen. In der hier vorliegenden Arbeit werden daher zum einen experimentelle Untersuchungen zum Druckverlust in rechteckigen Mikrokanälen durchgeführt. Aus den Ergebnissen werden um Einlauf- und Ein- und Austrittseffekte korrigierte Druckverlustkorrelationen abgeleitet. Zum anderen werden mit dem  $\mu$ PIV-Verfahren Geschwindigkeitsmessungen innerhalb der Kanäle durchgeführt. Hierbei wird sowohl anhand zeitgemittelter Geschwindigkeitsprofile als auch anhand turbulenter Schwankungsgrößen die Transition zur turbulenten Strömung im Mikrokanal charakterisiert. Untersucht wird hierbei die eingelaufene Strömung am Kanalende bei Variation der Reynolds-Zahl. Weitere Untersuchungen erfolgen bei konstanter Reynolds-Zahl an verschiedenen Positionen innerhalb der Einlaufzone entlang des Kanals. Die in den Experimenten verwendeten Mikrokanäle sind in Edelstahl gefräst, ihr hydraulischer Durchmesser beträgt einheitlich  $d_h = 133 \mu\text{m}$ . Um den Einfluss des Kanalseitenverhältnisses auf Druckverlust und Transition zu untersuchen, werden Kanäle mit den Seitenverhältnissen  $a = 1, 2, 5$  untersucht. Einzelne Kanäle werden zudem zur Untersuchung des Rauigkeitseinflusses mit Sandstrahlen zusätzlich aufgeraut. Ein Vergleich und Diskussion der Ergebnisse im Bezug zu entsprechenden Untersuchungen für makroskopische Kanäle wird durchgeführt.

## Abstract

### Investigation of Laminar, Transitional, and Turbulent Flow inside Rectangular Microchannels

Investigations in literature show controversial results for the pressure drop and the laminar-turbulent transition in microchannels. Experimental investigations on the pressure drop in rectangular microchannels are undertaken in this work for this reason. From the results pressure drop correlations are calculated, corrected by inlet and outlet effects. Velocity measurements utilizing  $\mu$ PIV-technique are performed inside of the channels. Here, both by time-averaged velocity profiles and by turbulent fluctuations, the transition to turbulent flow inside of the microchannels is characterized. This investigation takes place at the end of the channels at varying Reynolds-numbers. Additional investigations are performed at constant Reynolds-number at different positions inside of the inflow zone along the channel. The microchannels utilized within the experiments are milled into stainless steel; their hydraulic diameter is uniformly  $d_h = 133 \mu\text{m}$ . To investigate the influence of the aspect ratio on the pressure drop and the transition, channels of aspect ratios  $a = 1, 2, 5$  are investigated. Single channels are additionally roughened by sandblasting to investigate the influence of surface roughness. A comparison and discussion of the results in reference to analogous investigations in macroscopic channels is performed.

## Nomenklatur

<i>Zeichen</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
$\alpha$		Winkel zwischen Kanalwand und Kanalboden
$\alpha$	$\frac{W}{K \cdot m}$	Wärmeleitfähigkeit
$\chi^2$		Summe der Quadrate der Abweichung zwischen Messwert und Regression
$\delta_v$	$m$	Dicke der viskosen Unterschicht
$\delta_z$	$m$	Korrelationstiefe
$\gamma$		Intermittenzfaktor
$\lambda$		Druckverlustbeiwert (Rohrreibungszahl)
$\Delta\lambda$		Abweichung des Druckverlustbeiwerts $\lambda$
$\Delta\lambda_s$		Abweichung des Druckverlustbeiwerts $\lambda_s$ der eingelaufenen Strömung
$\lambda_a$	$m$	Wellenlänge des anregenden Lichts
$\lambda_e$	$m$	Wellenlänge des emittierten Lichts
$\lambda_{kk}$		Druckverlustbeiwert aus den Messdaten des kurzen Kanals
$\lambda_l$		Druckverlustbeiwert für laminare Strömung
$\lambda_{lk}$		Druckverlustbeiwert aus den Messdaten des langen Kanals
$\lambda_t$		Druckverlustbeiwert für turbulente Strömung
$\nu$	$\frac{m^2}{s}$	kinematische Viskosität
$\rho$	$\frac{kg}{m^3}$	Dichte
$\sigma$		Standardabweichung
$\tau_t$		Reynolds-Schubspannungstensor
$\tau_w$		Wandschubspannung
$\Theta$		Abbildungswinkel
$\zeta$		Widerstandsbeiwert
$a$		Seitenverhältnis
$A$	$m^2$	Querschnittsfläche
$b$	$m$	Kanalbreite
$\Delta b$	$m$	Messabweichung bei Bestimmung der Kanalbreite
$\Delta b$	$m$	Differenz Breite Ober- und Unterseite der Kanäle
$b_1$	$m$	Kanalbreite der aufgerauten Kanalstrukturen an Oberseite
$b_2$	$m$	Kanalbreite der aufgerauten Kanalstrukturen nach Ende der durch die Sandstrahlung verursachten Abflachung
$b_3$	$m$	Kanalbreite der aufgerauten Kanalstrukturen am Kanalboden
$c$		Geometriefaktor (Poiseuille-Zahl) für die Bestimmung des laminaren Druckverlustbeiwerts $\lambda_l$

$c_e$		experimentell bestimmter Wert des Geometriefaktors (Poiseuille-Zahl) für die Bestimmung des laminaren Druckverlustbeiwerts $\lambda_l$
$c_t$		theoretischer Wert des Geometriefaktors (Poiseuille-Zahl) für die Bestimmung des turbulenten Druckverlustbeiwerts $\lambda_l$
$d$	$m$	Durchmesser
$d_h$	$m$	hydraulischer Durchmesser
$d_p$	$m$	Partikeldurchmesser
$d_t$	$s$	Zeitabstand zwischen zwei Messungen
$dt$	$s$	Zeitabstand zwischen den Bildern einer PIV-Doppelbildaufnahme
$d_{t,\dot{m}}$	$s$	Zeitabstand bei der Messung des Massenflusses $\dot{m}$
$\frac{\vec{d}}{ds}$	$m, Pixel$	Verschiebungsvektor eines PIV-Abfragefensters
$dt_{\dot{m}}$	$s$	Zeitabstand bei Messung des Massenflusses $\dot{m}$
$dx$	$m, Pixel$	Verschiebung aufgrund des Messaufbaus in $x$ -Richtung
$dy$	$m, Pixel$	Verschiebung aufgrund des Messaufbaus in $y$ -Richtung
$f$		Einlauf­längen­faktor
$f_l$	$\frac{1}{s}$	größte auflösbare Frequenz der Messung
$f_s$	$\frac{1}{s}$	Samplefrequenz
$f_t$	$\frac{1}{s}$	turbulente Frequenz
$h$	$m$	Kanalhöhe
$\Delta h$	$m$	Messabweichung bei Bestimmung der Kanaltiefe
$\Delta h_{1-2}$	$m$	Differenz der Kanaltiefen $h_1 - h_2$
$h_1$	$m$	Kanaltiefe am Kanal­anfang
$h_2$	$m$	Kanaltiefe am Kanal­ende
$k$	$m$	Rauigkeit
$\mathbf{k}$	$\frac{N}{m^3}$	Volumenkräfte
$k_l$		Erhöhungsfaktor der Druckdifferenz im Einlaufbereich einer laminaren Kanalströmung im Vergleich zur eingelaufenen Strömung
$k_s$	$m$	Sandrauheit
$k_t$	$\frac{m^2}{s^2}$	turbulente kinetische Energie
$k_{tech}$	$m$	technische Rauigkeit
$l$	$m$	Kanallänge
$l_e$	$m$	Einlauf­länge einer Strömung
$\Delta l_e$		relative Abweichung der experimentell bestimmten Einlauf­länge vom theoretischen Wert
$l_k$	$m$	Kanallänge eines kurzen Mikrokanals
$l_l$	$m$	Kanallänge eines langen Mikrokanals
$l_s$	$m$	Länge einer eingelaufenen Strömung
$M$		Vergrößerungsfaktor eines Objektivs
$\Delta \dot{m}$	$\frac{kg}{s}$	Messabweichung bei Bestimmung des Massenflusses

$\dot{m}$	$\frac{kg}{s}$	Massenstrom
$n$		Brechungsindex
$n$		Anzahl gemessener Geschwindigkeitsfelder in einer Messreihe
$n_t$		Anzahl auftretender Geschwindigkeitsfelder mit turbulenter Strömung
$NA$		numerische Apertur
$p$	$\frac{N}{m^2}$	Druck
$P$	$W$	Wärmeleistung
$\Delta p$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz
$\Delta p\%$	-	prozentuale Messabweichung bei Bestimmung der Druckdifferenz
$\Delta p_a$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz durch Austritt aus dem Kanal
$\Delta p_e$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz durch Eintritt in den Kanal
$\Delta p_l$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz im Einlaufbereich der Strömung
$\Delta p_{l+s}$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz einer nicht eingelaufenen Kanalströmung
$\Delta p_{l-k}$	$\frac{N}{m^2}$	abgeleiteter Druckverlust einer eingelaufenen Strömung
$\Delta p_q$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz durch Querschnittsänderung
$\Delta p_s$	$\frac{N}{m^2}$	Druckverlust einer vollständig eingelaufenen Strömung
$\Delta p_{s,l}$	$\frac{N}{m^2}$	Druckverlust der vollständig eingelaufenen Strömung im langen Kanal
$\Delta p_{s,k}$	$\frac{N}{m^2}$	Druckverlust der vollständig eingelaufenen Strömung im kurzen Kanal
$\Delta p_{t,l}$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz über lange Teststruktur
$\Delta p_{t,k}$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz über kurze Teststruktur
$\Delta p_t$	$\frac{N}{m^2}$	Druckdifferenz beim Durchströmen eines Kanals
$\Delta Re$		Abweichung der Reynolds-Zahl
$R^2$		Bestimmtheitsmaß
$R_a, \text{Platte}$	$m$	mittlere Rauigkeit der Deckelplatte
$R_a, \text{Wand}$	$m$	mittlere Rauigkeit der Kanalwände
$R_a$	$m$	mittlere Rauigkeit
$R_z, \text{Platte}$	$m$	mittlere Rautiefe der Kanalplatte
$R_z, \text{Wand}$	$m$	mittlere Rautiefe der Kanalwände
$R_z$	$m$	mittlere Rautiefe
$Re$		Reynolds-Zahl, gebildet mit $d_h$
$Re_*$		reskalierte Reynolds-Zahl
$Re_0, Re_1, Re_2$		Werte der Reynolds-Zahl im Transitionsbereich nach Idelchik (1986)
$Re_h$		Reynolds-Zahl, gebildet mit $h$
$Re_i$		indifferente Reynolds-Zahl
$Re_k$		kritische Reynolds-Zahl, gebildet mit $d_h$
$Re_t$		turbulente Reynolds-Zahl
$T$	$^{\circ}C$	Temperatur

$\Delta T$	$^{\circ}C$	Messabweichung bei Bestimmung der Temperatur
$T_1$	$^{\circ}C$	gemessene Temperatur am Kanaleintritt
$T_2$	$^{\circ}C$	gemessene Temperatur am Kanalaustritt
$T_m$	$^{\circ}C$	mittlere Temperatur
$Ti$		Turbulenzintensität
$Ti_x, Ti_y, Ti_z$		Turbulenzintensität der $u$ -, $v$ - und $w$ -Geschwindigkeitskomponente
$Ti(x, y)$		lokale Turbulenzintensität
$Ti_m$		Turbulenzintensität in Kanalmitte
$Tu$		Turbulenzgrad
$t_p$	$s$	Reaktionszeit für das Folgeverhalten von Partikeln in der Strömung
$t_t$	$s$	Zeitmaßstab der Turbulenz
$u$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitskomponente in $x$ -Richtung (Hauptströmungsrichtung)
$U$	$m$	Umfang
$U$	$V$	Spannung
$u'$	$\frac{m}{s}$	turbulente Geschwindigkeitsschwankung in Hauptströmungsrichtung
$\overline{u'}$	$\frac{m}{s}$	mittlere turbulente Geschwindigkeitsschwankung in Hauptströmungsrichtung
$\Delta u/u$		relativer Fehler bei Bestimmung der $u$ -Geschwindigkeitskomponente
$\Delta u_{rel}$		Abweichung vom normierten laminaren Profil
$\hat{u}$	$\frac{m}{s}$	zeitlich gemittelte Maximalgeschwindigkeit in $x$ -Richtung (Kanalzentrum)
$\bar{u}$	$\frac{m}{s}$	lokale zeitlich gemittelte Geschwindigkeit in $x$ -Richtung
$\overline{u'v'}$	$\frac{m^2}{s^2}$	Reynolds-Schubspannung ( $-\rho \overline{u'v'}$ )
$u_{\tau}$	$\frac{m}{s}$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
$\hat{u}_l$	$\frac{m}{s}$	Maximalgeschwindigkeit der laminaren Strömung
$u_m$	$\frac{m}{s}$	mittlere Geschwindigkeit über Kanalquerschnitt
$u_{mv}$	$\frac{m}{s}$	mittlere Geschwindigkeit innerhalb eines Messvolumens
$V$	$m^3$	Volumen
$V_p$	$m^3$	Volumen der Partikel in einem Abfragefenster
$v$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitskomponente in $y$ -Richtung (normal zur Hauptströmungsrichtung)
$\langle  v  \rangle$	$\frac{m}{s}$	räumlicher Mittelwert in $x$ -Richtung des Betrags der Geschwindigkeitskomponente in $y$ -Richtung (normal zur Hauptströmungsrichtung)
$v'$	$\frac{m}{s}$	turbulente Geschwindigkeitsschwankung normal zur Hauptströmungsrichtung
$\overline{v'}$	$\frac{m}{s}$	mittlere turbulente Geschwindigkeitsschwankung normal zur Hauptströmungsrichtung

$\Delta v/v$		relativer Fehler bei Bestimmung der $v$ -Geschwindigkeitskomponente
$\dot{V}$	$\frac{m^3}{s}$	Volumenstrom
$\bar{v}$	$\frac{m}{s}$	Mittelwert der $v$ -Komponente der Geschwindigkeit
$\vec{v}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsvektor
$V_p$	$m^3$	Volumen der Partikel in einem Fenster
$w$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit in $z$ -Richtung
$w$	$m, Pixel$	Fensterbreite eines PIV-Auswertefensters
$x, y, z$	$m$	kartesische Koordinaten
$y^*$	$m$	Faktor, mit dem $y$ dimensionslos gemacht wird.



# Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur . . . . .	IV
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Mikrowärmeübertrager . . . . .	1
1.2 Bisherige Untersuchungen zur Strömung in Mikrokanälen . . . . .	2
1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Theorie und Messungen für Makrokanäle</b>	<b>6</b>
2.1 Laminare und turbulente Kanalströmung . . . . .	6
2.1.1 Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	8
2.1.2 Druckverlust . . . . .	12
2.2 Transition der Strömung . . . . .	17
2.2.1 Turbulente Messgrößen . . . . .	18
2.3 Einfluss von Rauigkeit . . . . .	24
2.3.1 Transition . . . . .	25
2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	26
2.3.3 Druckverlust . . . . .	26
2.4 Einfluss des Seitenverhältnisses rechteckiger Kanäle . . . . .	27
2.4.1 Geschwindigkeitsprofil . . . . .	28
2.4.2 Transition . . . . .	29
2.4.3 Druckverlustkorrelation für rechteckige Kanäle . . . . .	31
2.5 Untersuchungen zur Kanalströmung in der Literatur . . . . .	33
2.5.1 Messverfahren . . . . .	33
2.5.2 Lokale Untersuchungen zur Transition ( $Re = konstant$ ) . . . . .	35
2.5.3 Entwicklung des Geschwindigkeitsprofils . . . . .	35
2.5.4 Untersuchungen zur Transition ( $Re \neq konstant$ ) . . . . .	36
2.5.5 Untersuchung der turbulenten Strömung . . . . .	36
<b>3 Experimentelle Technik</b>	<b>40</b>
3.1 Experimenteller Aufbau . . . . .	40
3.1.1 Teststrecke . . . . .	40
3.1.2 Teststrukturen . . . . .	41
3.1.3 Geometriebestimmung und Rauigkeitsmessung . . . . .	42
3.2 Messung der Druckdifferenz (integral) . . . . .	47
3.2.1 Druckverlust für eingelaufene Mikroströmung . . . . .	50
3.2.2 Fehlerrechnung für die Druckdifferenzmessung . . . . .	51
3.3 Messung des Geschwindigkeitsfelds (lokal) . . . . .	53
3.3.1 Micro-Particle-Image-Velocimetry ( $\mu$ PIV) . . . . .	53
3.3.2 Bestimmung zeitgemittelter Profile . . . . .	62
3.3.3 Bestimmung der Geschwindigkeitsfluktuation . . . . .	63
3.3.4 Intermittierende Strömung und Bestimmung des Intermittenzfaktors . . . . .	63
3.3.5 Genauigkeit der PIV-Messung . . . . .	65

## *Inhaltsverzeichnis*

<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>68</b>
4.1	Druckverlust (integral) . . . . .	68
4.1.1	Druckdifferenzmessungen für nicht eingelaufene Strömung . . . . .	68
4.1.2	Druckverlust für eingelaufene Strömung . . . . .	68
4.1.3	Bewertung des Transitionsbereichs . . . . .	72
4.2	Geschwindigkeitsfeld am Kanalende . . . . .	73
4.2.1	Zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile . . . . .	73
4.2.2	Fluktuation der Geschwindigkeitswerte am Kanalende . . . . .	77
4.2.3	Turbulente Reynolds-Schubspannung am Kanalende . . . . .	83
4.2.4	Turbulente kinetische Energie am Kanalende . . . . .	83
4.2.5	Intermittenzfaktor der Strömung am Kanalende . . . . .	87
4.2.6	Transitionsbereich . . . . .	87
4.2.7	Wahrscheinlichkeitsdichte am Kanalende . . . . .	90
4.3	Geschwindigkeitsfeld entlang des Kanals . . . . .	97
4.3.1	Einlauflänge aus gemittelten Geschwindigkeitsprofilen . . . . .	97
4.3.2	Fluktuation der Geschwindigkeit . . . . .	100
4.3.3	Lokale Wahrscheinlichkeitsdichten . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>104</b>
5.1	Druckverlustkorrelation . . . . .	104
5.2	Geschwindigkeitsmessungen . . . . .	105
5.2.1	Messungen am Kanalende . . . . .	105
5.2.2	Messungen im Einlaufbereich . . . . .	109
5.3	Laminar - turbulente Transition . . . . .	110
5.3.1	Einfluss des Seitenverhältnisses . . . . .	110
5.3.2	Einfluss der Oberflächenrauigkeit . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>114</b>
<b>7</b>	<b>Messdaten</b>	<b>116</b>
7.1	Druckdifferenzmessung . . . . .	116
7.2	Regressionen der Druckdifferenzmessung . . . . .	125
7.3	Kanalgeometrie . . . . .	127
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>

# 1 Einleitung

In der Einleitung werden die Funktionsweise von Mikrowärmeübertragern und für deren Auslegung relevante Parameter erläutert. Anschließend wird auf einige Untersuchungen von Strömungen in Mikrokanälen eingegangen und die Zielsetzung dieser Arbeit vorgestellt.

## 1.1 Mikrowärmeübertrager

Mikrowärmeübertrager, wie sie etwa am Forschungszentrum Karlsruhe am Institut für Mikroverfahrenstechnik hergestellt werden, ermöglichen aufgrund des großen Verhältnisses von Oberfläche zu Volumen  $A/V$  einen effektiven Wärmeaustausch. Dies macht sie in der Anwendung - beispielsweise für die Heizungs- bzw. Kühltechnik oder für die chemische Prozesskontrolle - interessant. Stark exotherme chemische Reaktionen, die in makroskopischen Behältnissen gefährlich sind, können in Mikrokanälen problemlos bei optimaler Prozess Temperatur gefahren werden. Dies erhöht sowohl Sicherheit als auch Effizienz des Prozesses und spart Kosten. Das große  $A/V$  bietet zudem katalytische Möglichkeiten bei einer entsprechenden Beschichtung der Kanalwände.

Gefertigt werden Mikrowärmeübertrager (Abbildung 1.1) unter anderem mit Mikrofräsvorfahren. Hierzu werden in Metallfolien Mikrokanäle mit typischen Kanalquerschnitten von  $200\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$  gefräst. Anschließend werden die strukturierten Folien in Quadrate mit typischen Kantenlängen von einem Zentimeter geschnitten, um  $90^\circ$  gedreht aufeinander gestapelt, durch Diffusionsbonden zusammengeschweißt und mit makroskopischen Anschlüssen versehen. Hierdurch kann der entstandene Mikroapparat mit hunderten bis tausenden Mikrokanälen in makroskopische Systeme integriert werden. Die übertragene Wärmeleistung eines ein Kubikzentimeter großen Würfels kann bis zu  $20\ \text{kW}$  betragen. Dies entspricht in etwa der Wärmeleistung eines Einfamilienhauses (Schubert 2003).

Um die Vor- und Nachteile beim Einsatz von Mikrokanälen bei Wärmeübertragern aufzuzeigen, findet sich in Tabelle 1.1 ein Vergleich zwischen einem Mikrokanal und einem makroskopischen Kanal. Das Oberflächen- zu Volumenverhältnis skaliert mit  $A/V \propto 1/d_h$ .

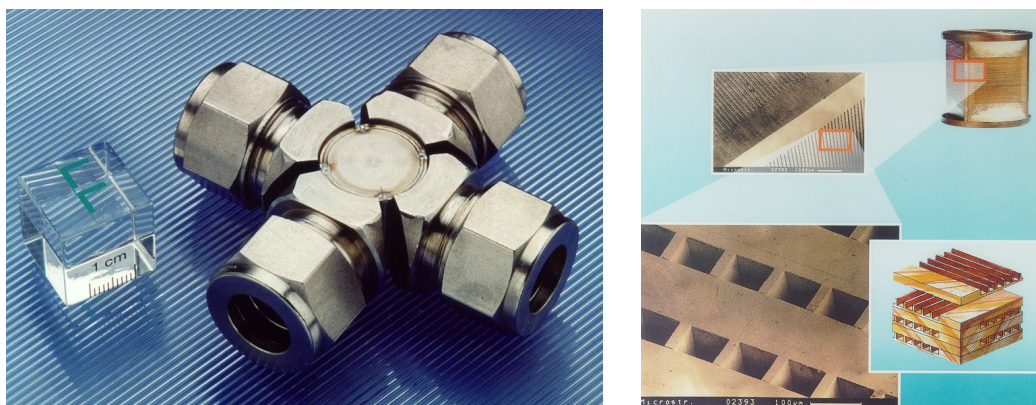


Abbildung 1.1: Kreuzstrommikrowärmeübertrager und schematischer Aufbau, entnommen aus Schubert (2003).

## 1 Einleitung

Wärmeübertrager	Makro	Mikro
Kanaldimension	$1000 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$	$10 \times 0,1 \times 0,2 \text{ mm}^3$
$A/V$	$40 \text{ m}^{-1}$	$3 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$
$P/V$	$\propto 40 \text{ W } \Delta T \text{ m}^{-3}$	$\propto 3 \cdot 10^5 \text{ W } \Delta T \text{ m}^{-3}$
Druckverlustverhältnis bei gleichem Volumenstrom	1	$\simeq 10^9$

Tabelle 1.1: Exemplarischer Vergleich zwischen Mikrokanal und makroskopischem Kanal.

$d_h$  steht für den hydraulischen Durchmesser (vgl. Gleichung (2.2)) und ergibt sich aus Kanalbreite und -höhe. Im aufgeführten Beispiel ist das Oberflächen- zu Volumenverhältnis etwa vier Größenordnungen größer als für den makroskopischen Kanal. Da der Wärmeaustausch über die Oberfläche stattfindet, ist die Wärmeleistungsdichte  $P/V = A/V \alpha \Delta T$  bei konstanter Wärmeleitfähigkeit  $\alpha$  und Temperaturdifferenz  $\Delta T$  für den Mikrokanal ebenfalls vier Größenordnungen größer. Dass der Einsatz von Mikrowärmeübertragern bei großem Volumenstrom allerdings problematisch ist, zeigt sich am stark erhöhten Druckverlust. Dieser wäre für den aufgeführten Mikrokanal bei gleichem Volumenstrom etwa neun Größenordnungen größer als im makroskopischen Kanal. In einem realen Mikrowärmeübertrager kann der Volumenstrom zwar durch viele parallel betriebene Mikrokanäle erhöht werden, dennoch ist der höhere Druckverlust eine besondere Herausforderung. In vielen mikrofluidischen Kanälen (wie beispielsweise in Lab-On-A-Chip-Anwendungen) strömt das Fluid bei kleiner Geschwindigkeit und kleinen Kanalabmessungen in der Regel laminar (vgl. Abschnitt 2.1). Im Mikrowärmeübertrager kann die Geschwindigkeit in den Kanälen soweit ansteigen, dass es trotz der kleinen Kanalabmessungen zur Transition von laminarer zu turbulenter Strömung kommt. Aus diesem Grund ist es für die Auslegung von Mikrowärmeübertragern erforderlich, die Gesetzmäßigkeiten für den Druckverlust bei laminarer und turbulenter Strömung und den Transitionsbereich von laminarer zu turbulenter Strömung genau zu kennen.

### 1.2 Bisherige Untersuchungen zur Strömung in Mikrokanälen

Der Druckverlust und die Transition zur turbulenten Strömung in Mikrokanälen wurde in den letzten Jahren in der Literatur kontrovers diskutiert. Hintergrund ist eine größere Zahl experimenteller Untersuchungen aus den achtziger (Wu und Little (1983)) und neunziger Jahren (Choi et al. (1991), Peng und Peterson (1996), Peng und Wang (1998), Mala und Li (1999)) in kreisförmigen, trapezförmigen und rechteckigen Mikrokanälen, die für den Druckverlust und die laminar-turbulente Transition starke Abweichungen von den entsprechenden Korrelationen für makroskopische Kanalströmungen beobachten. In Abbildung 1.2 sind exemplarisch experimentelle Ergebnisse für zwei in der Literatur veröffentlichte Druckverlustkorrelationen im so genannten Nikurardsdiagramm (vgl. Abschnitt 2.1.2) aufgeführt. Aufgetragen ist logarithmisch der Druckverlustbeiwert  $\lambda$  (vgl. Gleichung (2.25)) über der Reynolds-Zahl  $Re$  (vgl. Gleichung (2.1)). Ebenfalls eingezeichnet ist die für makroskopische Rohre und Kanäle mit dem Seitenverhältnis 1:2 gültige Druckverlustkorrelation für laminare und turbulente Strömungen. Die in den Messungen untersuchten Mikrostrukturen sind aus Edelstahl. Bei Mala und Li (1999) handelt es sich um ein Mikrorohr mit einem Durchmesser  $d = 133 \mu\text{m}$  und bei Peng und Peterson (1996) um einen Rechteckkanal mit einer Querschnittsfläche von  $100 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$  ( $d_h = 133 \mu\text{m}$ ). In beiden Experimenten wird Wasser verwendet. Die Ergebnisse für den Rechteckkanal mit

## 1 Einleitung

dem Seitenverhältnis 1 : 2 aus dem Jahr 1996 weisen wenig Gemeinsamkeiten mit der für makroskopische Kanäle gültigen Druckverlustkorrelation auf. Die Messwerte liegen deutlich niedriger und zeigen im Verlauf keine Ähnlichkeit zu den Werten für makroskopische Kanalströmung. Eine Transition zu turbulenter Strömung wird von den Autoren bei einer Reynolds-Zahl von  $Re \simeq 300$  gesehen. Für makroskopische Kanäle ist ein Wert von  $Re > 2000$  zu erwarten. Die etwas neuere Untersuchung aus dem Jahr 1999 (Mala und Li (1999)) für das Mikrorohr liegt in den Ergebnissen näher an den Werten der Druckverlustkorrelation für makroskopische Rohre. Allerdings sind die Werte etwas höher und folgen im laminaren Bereich nicht dem Verlauf der makroskopischen Druckverlustkorrelation.

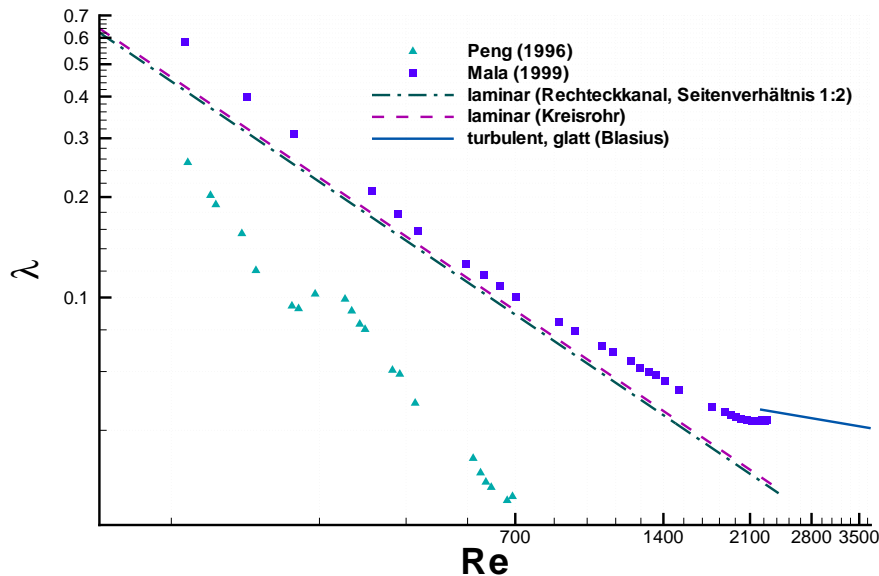


Abbildung 1.2: Zwei exemplarische Messungen zum Druckverlust in Mikrokanälen aus der Literatur (Peng und Peterson (1996), Mala und Li (1999)).

Die beiden aufgeführten Messungen werden gezeigt, da sie in den Kanalabmessungen, dem verwendeten Material und dem Testfluid Wasser den in dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen (die entsprechenden Untersuchungsergebnisse dieser Arbeit sind in Abschnitt 4.1.2 aufgeführt) entsprechen. Der Vergleich zwischen dem Mikrorohr und dem Mikrokanal mit dem Seitenverhältnis 1 : 2 bietet sich zudem an, da für das Seitenverhältnis 1 : 2 die Druckverlustkorrelation für laminare makroskopische Kreis- und Kanalströmung nahezu identisch ist (vgl. Gleichung (2.26) und Tabelle (2.4)). Für eine Auslegung von Mikrowärmeübertragerkanälen sind die in Abbildung 1.2 gezeigten Ergebnisse nicht hilfreich, da sie zum einen zueinander inkonsistent sind und zum anderen die Ursache für die Abweichungen von den Werten der Druckverlustkorrelation für die Strömung in makroskopischen Rohren und Kanälen unklar ist.

Mittlerweile liegen deutlich genauere Untersuchungen zum Druckverlust in Mikrokanälen vor, die eine bessere Übereinstimmung mit der Korrelation für makroskopische Kanalströmung aufweisen (Judy et al. (2002), Brutin und Tadrist (2003), Brutin et al. (2003), Sharp und Adrian (2004), Wibel und Ehrhard (2006), Morini et al. (2007)). Die Vermutung liegt daher nahe, dass viele der älteren Veröffentlichungen die Messergebnisse falsch interpretiert haben. Eine kritische Diskussion über Untersuchungen zum Druckverlust in Mikrokanälen findet sich in Hetsroni et al. (2005).

Die Bestimmung der Druckverlustkorrelation für einen Mikrokanal ist nicht trivial. Sie

erfordert die Messung der Druckdifferenz über einen Bereich vollständig eingelaufener Strömung (vgl. Abschnitt 2.1.1) im Mikrokanal. Dies erfordert entweder das Einbringen von Messbohrungen in die Wand des Mikrokanals, über welche der Druck abgegriffen wird (Pfund et al. (2000), Hrnjak und Xiao (2005)). Alternativ können Mikrodrucksensoren in die Wände des Mikrokanals integriert werden (Park et al. (2003), Kohl et al. (2005)). Beide Varianten sind fertigungstechnisch aufwendig und sorgen aufgrund der Abmessungen der Bohrungen bzw. Sensoren für zusätzliche Störungen der Strömung. Wird die Druckdifferenz hingegen über den kompletten Mikrokanal gemessen, ergeben sich zusätzliche Effekte durch den Ein- und Austritt in den Mikrokanal und den Einlauf der Strömung (vgl. Abschnitt 2.1.2). Um diese Effekte zu minimieren, kann beispielsweise die Messung über sehr lange Kanäle durchgeführt werden. Dies beschränkt jedoch aufgrund des höheren Druckabfalls den Untersuchungsbereich oft auf laminare Strömungen. Eine andere Möglichkeit, die auch in dieser Arbeit zur Einsatz kommt, ist die Verwendung von Kanälen in doppelter Ausführung bei unterschiedlicher Kanallänge. Dies ermöglicht eine Korrektur der zusätzlichen Effekte. Diese Korrektur kann gegebenenfalls auch durch begleitende numerische Simulationen erhalten werden (Koo und Kleinstreuer (2003)).

Neben diesen integralen Untersuchungen ist es weitergehend möglich, die Verhältnisse durch lokale Untersuchungen des Geschwindigkeitsfelds zu beleuchten. Solche Untersuchungen wurden mit der  $\mu$ PIV-Methode (vgl. Abschnitt 3.3.1) unter anderem von Sharp und Adrian (2004), Li et al. (2005), Li und Olsen (2006a,b,c) durchgeführt und sind auch Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

### 1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die Motivation für diese Arbeit ergibt sich aus den in der Literatur vorhanden widersprüchlichen Aussagen bezüglich der Druckverlustkorrelation und der laminar-turbulenten Transition in Mikrokanälen. Die Arbeit untersucht den Einfluss von Kanalseitenverhältnis und Oberflächenrauigkeit auf den Druckverlust und die laminar-turbulente Transition. Sie unterteilt sich in zwei Bereiche:

- experimentelle Untersuchung des Druckverlusts für eingelaufene Mikroströmung und
- experimentelle Untersuchung des Geschwindigkeitsfelds.

Die Messungen werden in Edelmikrokanälen durchgeführt. Die Kanäle weisen aufgrund des Fertigungsverfahrens eine spezifische Oberflächenrauigkeit auf. Der Einfluss der Wandrauigkeit auf die Strömung wird untersucht, indem einzelne Kanäle zusätzlich aufgeraut werden. Ein weiterer Untersuchungsparameter ist die Variation des Kanalseitenverhältnisses. Hierfür werden Untersuchungen in Kanälen mit den Seitenverhältnissen 1 : 1, 1 : 2 und 1 : 5 durchgeführt. Die Kanalbreiten und -höhen sind dabei so gewählt, dass der hydraulische Durchmesser stets  $d_h \simeq 133 \mu\text{m}$  beträgt.

Für die Bestimmung der Druckverlustkorrelation werden Druckdifferenzmessungen über die kompletten Kanalstrukturen mittels Druckmessdosen durchgeführt. Mittels eines Vergleichs zweier unterschiedlich langer Kanäle wird der Druckverlust der vollständig eingelaufenen Strömung bestimmt (vgl. Abschnitt 3.2.1). Die Messung des Geschwindigkeitsfelds wird mit der  $\mu$ PIV-Methode (vgl. Abschnitt 3.3.1) durchgeführt. Es wird insbesondere

- der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung durch Messung am Kanalende bei Variation der Reynolds-Zahl und
- die Einlaufzone am Kanaleintritt bei konstanter Reynolds-Zahl

## 1 *Einleitung*

betrachtet.

Der Aufbau der Arbeit gliedert sich in ein Theoriekapitel (Kapitel 2), das auf die Eigenschaften laminarer, transitioneller und turbulenter Kanalströmungen eingeht und den Stand des Wissens für makroskopische Kanäle vorstellt. Anschließend wird der experimentelle Aufbau, die untersuchten Kanalgeometrien und die verwendeten Messtechniken beschrieben (Kapitel 3). Die Ergebnisse der Druckdifferenzmessung und der Geschwindigkeitsfeldmessung sind in Kapitel 4 aufgeführt, die Diskussion hierzu erfolgt in Kapitel 5. Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit werden abschließend in Kapitel 6 zusammengefasst.

## 2 Theorie und Messungen für Makrokanäle

### 2.1 Laminare und turbulente Kanalströmung

Im Jahre 1883 führte O. Reynolds den bekannten Farbfadenversuch durch. In diesem Versuch wird ein Farbfaden in die Wasserströmung in einem kleinen Rohr eingeleitet. Bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten beobachtete Reynolds einen gradlinigen Verlauf des Farbfadens parallel zur Rohrachse - ohne erkennbaren Austausch von Fluidteilchen quer zur Strömungsrichtung. Diese geschichtete Strömung, in welcher die Fluidteilchen einer glatten Bahn folgen, wird in der Literatur als laminare Strömung bezeichnet (Schlichting und Gersten (2006)).

Bei einer Erhöhung der Fließgeschwindigkeit über einen kritischen Wert ändert sich das Verhalten des eingeleiteten Farbstoffs stark: Anstatt auf einer glatten Bahnlinie zu bleiben, kommt es zu einem Zerflattern des Farbfadens. Auftretende unregelmäßige Querbewegungen, die der Grundströmung überlagert sind, sorgen für eine starke Vermischung des eingeleiteten Farbstoffs im Rohr. Die unregelmäßigen Schwankungsbewegungen (Fluktuationen)  $u'$ ,  $v'$  und  $w'$  in den Raumrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$  sind typisch für turbulente Strömungen. Nach Rotta (1972) sind turbulente Strömungen unregelmäßige, instationäre, dreidimensionale Wirbelströmungen, deren Einzelmessungen nur ein Zufallsergebnis darstellen.

Reynolds entdeckte, dass die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung im Kreisrohr immer bei einem bestimmten Wert der Reynolds-Zahl erfolgt. Sie repräsentiert das Verhältnis von Trägheits- und Reibungskräften und wird aus den Größen Rohrdurchmesser  $d$ , querschnittsgemittelter Fließgeschwindigkeit  $u_m$  und kinematischer Viskosität  $\nu$  gebildet als

$$Re = \frac{u_m d}{\nu} . \quad (2.1)$$

Für Rohrströmungen kreisförmigem Querschnitts ermittelte Reynolds einen kritischen Wert für die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung von  $Re_k \simeq 2300$ .

Der Parameter  $d$  stellt eine für das Problem charakteristische Länge dar. Für nicht kreisförmige Kanalquerschnitte wird für  $d$  als Parameter der aus Kanalquerschnittsfläche  $A$  und Kanalumfang  $U$  gebildete hydraulische Durchmesser  $d_h$  verwendet. Für rechteckförmige Kanäle ergibt sich dieser nach Bohl (2002) aus Kanalbreite  $b$  und Kanalhöhe  $h$  als

$$d_h = \frac{4 A}{U} = \frac{2 b h}{b + h} . \quad (2.2)$$

Allerdings finden sich in der Literatur für Rechteckkanäle auch Definitionen für  $Re$  mit  $d = h$  oder mit  $d = \frac{h}{2}$ . Im Folgenden wird daher zwischen der Reynolds-Zahl gebildet mit hydraulischem Durchmesser

$$Re = \frac{u_m d_h}{\nu} \quad (2.3)$$



und der Reynolds-Zahl gebildet mit Kanalhöhe

$$Re_h = \frac{u_m h}{\nu} \quad (2.4)$$

unterschieden.

Die in der turbulenten Strömung auftretenden Geschwindigkeitsfluktuationen betragen für eine Kanalströmung einige Prozent der mittleren axialen Geschwindigkeit, dennoch sind sie von großer Bedeutung. Zum einen verursacht der durch die Fluktuationen übertragene Impuls einen höheren Druckverlust als in laminarer Strömung. Zum anderen ergibt sich durch die Fluktuationen eine intensive Quervermischung des Fluids. Dies verbessert den Wärmeaustausch mit den Wänden. Durch die Fluktuationen kommt es zu einer zusätzlichen scheinbaren Viskosität, der turbulenten Viskosität oder Wirbelviskosität  $\nu_t$ . Sie ist meist mehrere Größenordnungen größer als die molekulare Viskosität, hat mit dieser physikalisch aber nichts gemein.

### Turbulente Strömung und Turbulenzstruktur

Turbulente Strömungen sind Wirbelströmungen. Die Größe, Frequenz und das Auftreten der Wirbel bestimmen die Turbulenzstruktur. Aus der Grundströmung fließt Energie in die größten turbulenten Strukturen. Die Übergabe dieser Energie erfolgt kaskadenartig von größeren zu kleineren Wirbeln. Für die kleinste Wirbelgröße sind die Geschwindigkeitsgradienten am größten. Über sie erfolgt die Dissipation der Energie in Wärme. Die kleinste Abmessung bestimmt die Feinstruktur der Turbulenz, sie wird als Kolmogorov-Länge bezeichnet. Sie ist (Rotta (1972)) durch

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.5)$$

gegeben.

Für den Zeitmaßstab der Turbulenz ergibt sich

$$t_t = \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.6)$$

Um  $\eta$  und  $t_t$  bestimmen zu können, benötigt man Informationen über die mittlere Dissipationsrate  $\epsilon$ . Herwig (2002) gibt als Abschätzung für die Kolmogorov-Länge den Zusammenhang

$$\eta \sim \frac{l_0}{Re^{\frac{3}{4}}} \quad (2.7)$$

an.

$l_0$  entspricht der größten Längenskala. Setzt man als größtmögliche Wirbelstruktur den hydraulischen Durchmesser des Kanals ein, lässt sich  $\eta$  als

$$\eta \sim \frac{d_h}{Re^{\frac{3}{4}}} \quad (2.8)$$

abschätzen.

Um das gesamte Turbulenzspektrums experimentell zu untersuchen, muss die räumliche und zeitliche Auflösung des Messsystems ausreichen, um sowohl  $\eta$  als auch  $t_s$  zu erfassen.

Für die mathematische Beschreibung turbulenter Strömungen findet der Reynolds-Ansatz (Prandtl (2001)) Verwendung. Hierbei setzt sich die momentane Geschwindigkeit etwa für

die  $u$ -Komponente aus der zeitgemittelten Grundströmung  $\bar{u}(x, y, z)$  und der momentanen Schwankungsgeschwindigkeit  $u'(x, y, z, t)$  als

$$u(x, y, z) = \bar{u}(x, y, z) + u'(x, y, z, t) \quad (2.9)$$

zusammen. Die zeitlichen Mittelwerte

$$\bar{u}(x, y, z) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x, y, z, t) dt \quad (2.10)$$

werden über ein Zeitintervall  $T$  gebildet, das groß genug ist, dass die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungsgrößen  $\bar{u}'$ ,  $\bar{v}'$  und  $\bar{w}'$  verschwinden. In der obigen Diskussion wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die zeitgemittelte Grundströmung  $\bar{u}(x, y, z)$  nicht von der Zeit abhängt.

Ist die zeitgemittelte Bewegung  $\bar{u}$  von der Zeit unabhängig, handelt es sich um eine stationäre turbulente Strömung (Schlichting und Gersten (2006)). Derartige stationäre turbulente Strömungen sind ergodisch. Die zeitliche Mittelung führt für jede Realisation zum gleichen Ergebnis. Dies ist für die Messtechnik von Bedeutung, da Werte für  $\bar{u}$  und  $u'$  in ausreichender Anzahl  $n$  bestimmt werden können, unabhängig vom zeitlichen Abstand der Messwerte.

### 2.1.1 Geschwindigkeitsverteilung

Für eine inkompressible Strömung gelten nach Oertel jr. und Böhle (1999) die Navier-Stokes-Gleichung

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \mathbf{k} - \nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} \quad (2.11)$$

(mit den Volumenkräften  $k$ ) und die Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 . \quad (2.12)$$

Für turbulente Strömungen ergibt sich mit dem Reynolds-Ansatz (Gleichung (2.9)) die Reynolds-Gemittelte-Navier-Stokes-Gleichung (RANS) gemäß

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} \right) = \bar{\mathbf{k}} - \nabla \bar{p} + \nabla \bar{\tau} + \nabla \tau_t \quad (\rho = konst.) . \quad (2.13)$$

Die in Gleichung (2.13) durchgeführte zeitliche Mittelung liefert einen turbulenten Schubspannungstensor  $\tau_t$ , der nichtlineare Terme aus den Schwankungen  $u'$ ,  $v'$  und  $w'$  beinhaltet. Sie werden als Reynolds-Spannungen bezeichnet. Aufgrund dieser Reynolds-Spannungen ist das Gleichungssystem nicht mehr geschlossen - es gibt weniger Gleichungen als Unbekannte. Exemplarisch sei hier die turbulente Schubspannung in der  $x$ -Richtung (in einem Schnitt  $y = konst.$ ) gegeben als

$$\sigma_{xy} = \tau_t = -\rho \overline{u'v'} . \quad (2.14)$$

### Laminares Geschwindigkeitsprofil

Für laminare Strömung ist die Geschwindigkeitsverteilung wesentlich von den viskosen Kräften bestimmt. Für ein Kreisrohr ist diese als Hagen-Poiseuille-Strömung bekannt. Nach Schlichting und Gersten (2006) ergibt sich die Navier-Stokes-Gleichung in axialer ( $x$ -) Richtung zu

$$\mu \left( \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx}. \quad (2.15)$$

Hierbei verschwinden die Geschwindigkeitskomponenten  $(v, w)$  in radialer und Umfangsrichtung in der eingelaufenen Strömung. Mit der Haftbedingung auf der Wand ( $r = R$ ) wird die Lösung

$$u(r) = \hat{u} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right), \quad (2.16)$$

mit  $R$  als Rohrradius und  $\hat{u}$  als der Geschwindigkeit in Rohrmitte. Gleichung (2.16) ergibt das für die laminare Rohrströmung charakteristische parabolische Geschwindigkeitsprofil (Abbildung 2.1). Auf die Geschwindigkeitsverteilung in Rechteckkanälen wird in Abschnitt 2.4.1 eingegangen. Das Verhältnis zwischen maximaler Geschwindigkeit und querschnittsgemittelter Geschwindigkeit ist bei Rohrströmung  $\hat{u}/u_m = 2$ .

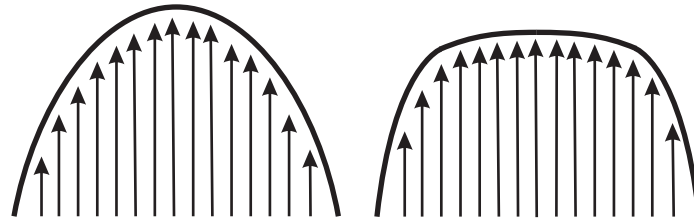


Abbildung 2.1: Skizze des laminaren (links) und zeitgemittelten turbulenten (rechts) Geschwindigkeitsprofils einer Rohrströmung.

### Turbulentes Geschwindigkeitsprofil

Der durch die Fluktuation der Geschwindigkeit bedingte Impulsaustausch der turbulenten Strömung quer zur Hauptströmungsrichtung hat eine homogenere Geschwindigkeitsverteilung zur Folge, das zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofil ist deutlich flacher in der Rohrmitte als bei der laminaren Rohrströmung (Abbildung 2.1).

Für eine Rohrströmung lässt sich das zeitgemittelte turbulente Geschwindigkeitsprofil über ein Potenzgesetz

$$\frac{\bar{u}}{\hat{u}} = \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.17)$$

annähern (Bohl (2002)). Der Exponent  $n$  hängt von Reynolds-Zahl und Rauigkeit der Wand ab. Gleichung (2.17) ist auch als Siebelpotenzgesetz bekannt, da  $n$  für typische Bereiche turbulenter Strömung ( $Re = 10^5$  nach Ward-Smith (1980)) den Wert  $n = 7$  annimmt. Für turbulente Strömung bei Reynolds-Zahlen  $Re < 10^5$  und bei rauen Oberflächen ergeben sich für  $n$  niedrigere Werte. Bei größer werdenden Reynolds-Zahlen werden turbulente Profile flacher, die Gradienten in Wandnähe entsprechend steiler. Für sehr große Reynolds-Zahlen nimmt  $n$  daher Werte größer als 7 an. Eine Abschätzung für  $n$  findet sich in Gleichung (2.55).

In unmittelbarer Wandnähe verschwinden die turbulenten Fluktuationen, es dominieren viskose Kräfte. Hier gilt das Potenzgesetz für die Geschwindigkeitsverteilung nicht. Die

Geschwindigkeitsverteilung in der viskosen Unterschicht wird für glatte Wände über das logarithmische Wandgesetz

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y u_\tau}{\nu} \right) + C_1 \quad (2.18)$$

beschrieben.  $u_\tau$  ist die Wandschubspannungsgeschwindigkeit, die Konstanten  $\kappa$  und  $C_1$  müssen experimentell bestimmt werden. Die Dicke der viskosen Unterschicht kann nach Bohl (2002) als

$$\delta_v = \frac{62,7}{Re^{0,875}} d \quad (2.19)$$

abgeschätzt werden.

Eine empirische Beschreibung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils über den gesamten Querschnitt (unter Berücksichtigung des wandnahen Bereichs) findet sich in Reichardt (1952).

Für das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$  und der querschnittsgemittelten Kanalgeschwindigkeit  $u_m$  gibt Bohl (2002) für turbulente Rohrströmungen den Zusammenhang

$$\frac{\hat{u}}{u_m} = \frac{(n+1)(2n+1)}{2n^2} \quad (2.20)$$

an.  $n$  ist der im Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung (Gleichung (2.17)) verwendete Exponent.

Für eine Parallelplattenströmung nennt Dean (1978) den Zusammenhang

$$\frac{\hat{u}}{u_m} = 1,28 Re^{-0,0116}. \quad (2.21)$$

Rokni et al. (1998) geben für quadratische Kanalquerschnitte  $\hat{u}/u_m = 1,25$  bei vollständig ausgebildeter turbulenter Strömung an. Wie sich in Tabelle 2.2 zeigt, ergeben sich bei turbulenter Strömung deutlich niedrigere Werte für  $\hat{u}/u_m$  als bei laminarer Strömung.

### Sekundärströmungen

Sind die durchströmten Kanäle von rechteckigem Querschnitt, entstehen nach Prandtl (2001) Sekundärströmungen in den Kanalecken. Diese resultieren aus den geringeren Schubspannungen im Bereich der Ecken. Aus diesem Grund drängt die Strömung von beiden Seiten in die Ecke, was ein Wirbelpaar in jeder Ecke zur Folge hat. Die Sekundärströmung überlagert die Hauptströmung.

### Einlauf

Nach Eintritt in den Kanal beginnt sich das Geschwindigkeitsprofil der Strömung zu entwickeln (Abbildung 2.2). Dieser Einlaufbereich hat die Länge  $l_e$ . Sie ist definiert als die Strecke nach Eintritt in den Kanal, nach welcher die Geschwindigkeitswerte für die Maximalgeschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum um weniger als 1 % von den Werten der eingelaufenen Strömung abweichen. McComas (1967) gibt  $l_e$  in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis  $a$  (vgl. Gleichung (2.58)), vom hydraulischen Durchmessers  $d_h$  und von der Reynolds-Zahl  $Re$  für laminare Rechteckkanalströmung (Tabelle 2.1) als

$$l_e = f d_h Re \quad (2.22)$$

an.

Für turbulente Strömung ist der Einlaufbereich kürzer und liegt nach Schlichting und Gersten (2006) bei 50 bis 100 Durchmessern. In Abbildung 2.3 finden sich Messungen des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils von Gessner und Emerey (1981) für den Einlaufbereich eines turbulent durchströmten Kanals quadratischen Querschnitts bei  $Re = 250000$ . Die Strömung ist nach Eintritt in den Kanal zunächst im inneren Bereich des Kanals gleichmäßig verteilt ( $x = 8 d_h$ ). Bei  $x = 40 d_h$  erreicht die Geschwindigkeit im Kanalzentrum ein Maximum, anschließend sinkt sie, bis das vollturbulente Profil ausgebildet ist. Dies zeigt sich auch in Abbildung 2.4. Hier ist die Änderung der normierten Maximalgeschwindigkeit  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum entlang der Einlaufzone gegeben. Direkt am Kanaleintritt ist aufgrund des propfenförmigen Eintrittsprofils  $\hat{u}/u_m \simeq 1$ , im weiteren Verlauf steigt  $\hat{u}/u_m$  bis zu einer Länge von etwa  $l = 38 d_h$  auf  $\hat{u}/u_m \simeq 1,22$  an und sinkt nach einer Einlauflänge  $l_e \simeq 55 d_h$  auf einen konstanten Wert von  $\hat{u}/u_m \simeq 1,17$ .

Filippov (1958) gibt eine Abschätzung die Einlaufänge einer turbulenten Kreisrohrströmung in Abhängigkeit des Druckverlustbeiwerts  $\lambda_t$  als

$$l_e \simeq \frac{4,88 d}{\sqrt{\lambda_t}} \quad (2.23)$$

an. Exakte allgemeine Angaben zur turbulenten Einlaufänge sind jedoch nicht möglich, da viel von der Position der laminar/turbulenten Transition abhängt, welche wiederum von der Art des Eintritts und der Wandrauigkeit beeinflusst ist. Auf die erhöhte Druckdifferenz im Einlaufbereich wird in Abschnitt 2.1.2 näher eingegangen.

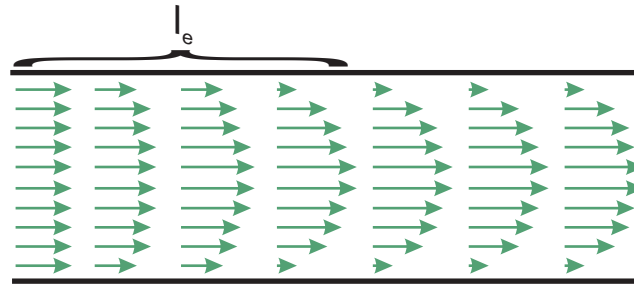


Abbildung 2.2: Skizze des sich entwickelnden laminaren Geschwindigkeitsprofils im Einlaufbereich.

Seitenverhältnis $a$	1	2	4	8	$\infty$ (parall. Platten)
Einlaufängenfaktor $f = l_e / (Re d_h)$	0,0656	0,051	0,0294	0,01876	0,01176
Druckverlust- erhöhung $k_l$	1,552	1,383	1,076	0,879	0,686

Tabelle 2.1: Einlaufänge  $l_e$  und Druckverlust im Einlaufbereich für laminare Rechteckkanalströmung nach Ward-Smith (1980).

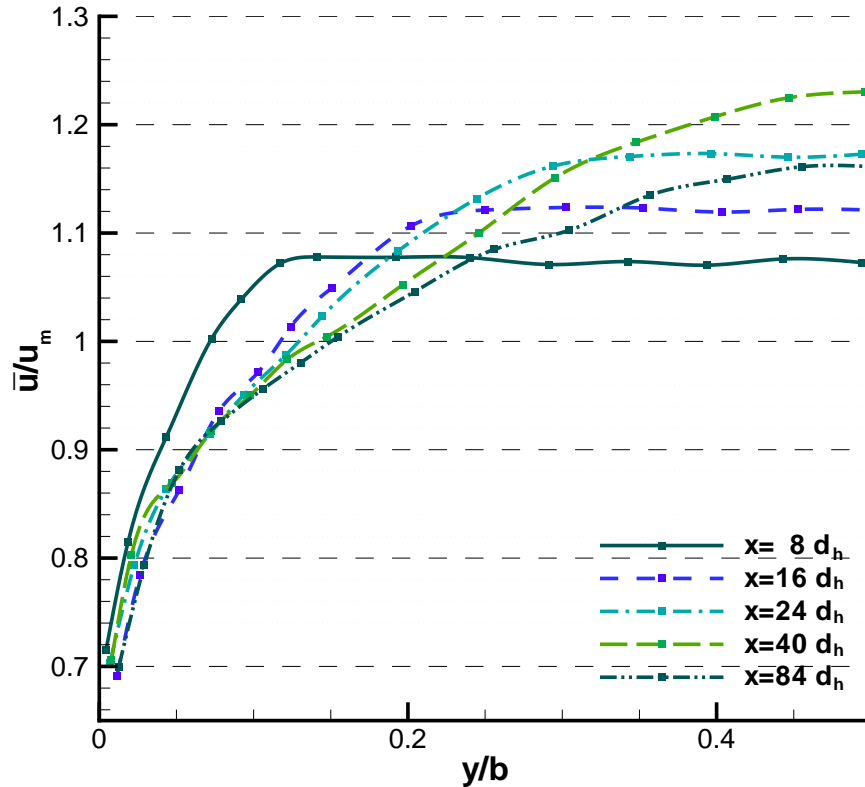


Abbildung 2.3: Normierte Geschwindigkeitsprofile der turbulenten Kanalströmung im Einlauf eines quadratischen Kanals bei  $Re = 250000$ , Messung von Gessner und Emery (1981) in der Kanalmittenebene.

### 2.1.2 Druckverlust

Bei Strömung viskoser Fluide in einem Kanal oder Rohr ergeben sich Dissipationsverluste aufgrund der Reibung in den Wandgrenzschichten, der Reibung zwischen verschiedenen schnell strömenden Fluidteilchen und aufgrund von Wirbelbildung. Diese Dissipationsverluste äußern sich als Druckverlust  $\Delta p$  (Druckdifferenz am Kanal- bzw. Rohrende im Vergleich zu einer idealen reibungsfreien Strömung) (Bohl (2002)). Der Begriff Druckverlust bezieht sich daher im weiteren auf Druckunterschiede, die ihre Ursache in Dissipationsverlusten haben. Nach Prandtl (2001) muss  $\Delta p$  in einem durchströmten Kanal der Länge  $l$  den Schubspannungen  $\tau_w$  an der Wand das Gleichgewicht halten. Für eine Querschnittsfläche  $A$  und einen benetzten Querschnittsumfang  $U$  gilt deshalb

$$\Delta p A = \tau_w l U \quad (2.24)$$

mit der mittleren Wandschubspannung  $\tau_w = \lambda \rho u_m^2 / 2$ .  $\rho$  ist die Dichte,  $\lambda$  der Druckverlustbeiwert. Für laminare Strömung ist  $\lambda$  vom Kanalseitenverhältnis, für turbulente Strömung von der Wandrauigkeit abhängig. Unter Anwendung der Gleichungen (2.24) und (2.2) ergibt sich für den Druckverlust

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d_h} \frac{\rho u_m^2}{2} . \quad (2.25)$$

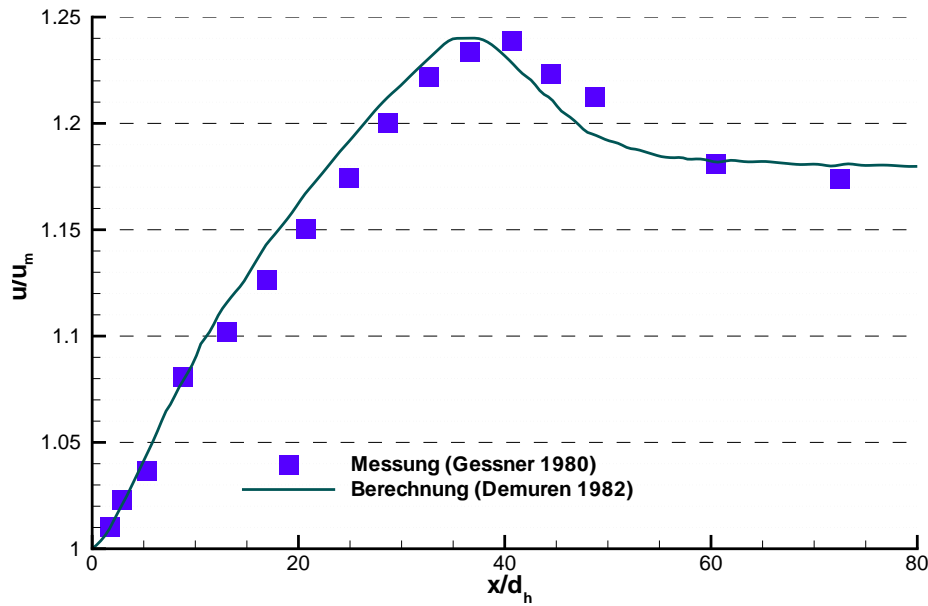


Abbildung 2.4: Verlauf der normierten und zeitgemittelten Mittengeschwindigkeit im Einlauf eines quadratischen Kanals bei  $Re = 250000$ , Messung von Gessner und Emery (1981), numerische Berechnung von Demuren und Rodi (1984).

Unter Verwendung des Hagen-Poiseuilleschen Gesetzes für laminare Rohrströmung (Prandtl (2001)) und der Reynolds-Zahl erhält man für Kreisrohre als Druckverlustbeiwert

$$\lambda_l = \frac{64}{Re} . \quad (2.26)$$

Da das Konzept des hydraulischen Durchmessers  $d_h$  für laminare Strömung keine Gültigkeit hat (Zierep (1997)), weichen Beziehungen für rechteckige Kanäle von Gl. 2.26 ab und werden in Abschnitt 2.4.3 gegeben. Für turbulente Strömungen ( $Re < 80000$ ) bei glatten Wänden gilt die empirische Korrelation von Blasius (1913) mit

$$\lambda_t = \frac{0,3164}{Re^{3/4}} , \quad (2.27)$$

bzw. die implizierte Darstellung von Prandtl ( $Re < 10^6$ )

$$\frac{1}{\lambda_t} = 2 \lg \left( Re \sqrt{\lambda} \right) - 0,8 . \quad (2.28)$$

Auf den Einfluss der Wandrauigkeit auf den Druckverlust wird in Abschnitt 2.3.3 eingegangen.

Nikuradse (1930) führte umfangreiche Untersuchungen zu Strömungen in Kanälen verschiedener Querschnitte und Rauigkeiten durch. Nach ihm benannt ist das Diagramm (Abbildung 2.5), welches die charakteristischen dimensionslosen Größen Reynolds-Zahl  $Re$  und Druckverlustbeiwert  $\lambda$  logarithmisch aufträgt. Die in dieser Arbeit aufgeführten Ergebnisse zum Druckverlust sind durchweg in dieser logarithmischen Form dargestellt.

Abbildung 2.5 zeigt die theoretischen  $\lambda$ -Werte für Strömung im Kreisrohr und für Rechteckkanäle verschiedener Seitenverhältnisse  $a$  in Form von Linien. Zudem sind Messwerte für Rechteckkanäle nach Schiller (1923) eingetragen. Es ergibt sich im laminaren Bereich

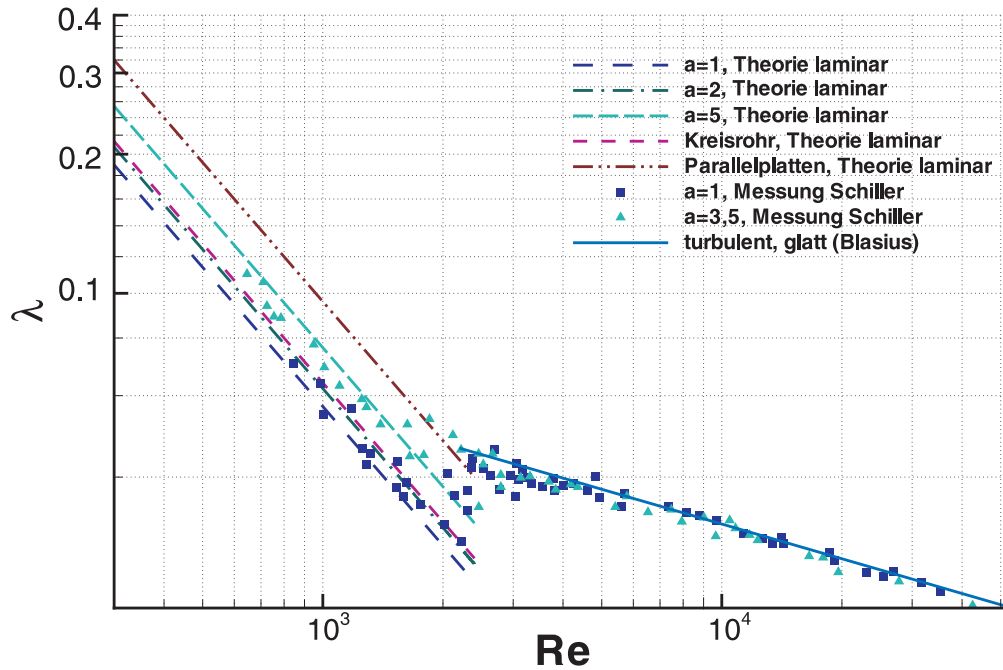


Abbildung 2.5: Nikuradse-Diagramm für verschiedene Seitenverhältnisse  $a$ , Messungen von Schiller (1923).

eine Abhängigkeit des  $\lambda$ -Wertes vom Seitenverhältnis  $a$ . Nach der Transition zu turbulenter Strömung gilt unabhängig von  $a$  sowohl für Kreisrohr als auch Rechteckkanal die empirische Korrelation nach Blasius (Gleichung (2.27)) für glatte Rohre bzw. Kanäle (für Reynolds-Zahlen  $Re < 80000$ ).

### Einlauf- und Ein-/Austrittseffekte

Die Gleichungen zur Druckverlustkorrelation ((2.26) - (2.28)) gelten für vollständig eingelaufene Strömung (Abschnitt 2.1.1). Sie berücksichtigen weder höhere Druckdifferenzen aufgrund des sich ausbildenden laminaren bzw. turbulenten Geschwindigkeitsprofils im Einlaufbereich der Strömung noch Druckdifferenzen durch den Ein-/Austritt in den Kanal.

Die sich bei der Strömung durch einen Kanal ergebende Druckdifferenz  $\Delta p_t$  ist in Abbildung 2.6 verdeutlicht. Er setzt sich aus

$$\Delta p_t = \Delta p_e + \Delta p_l + \Delta p_s + \Delta p_a \quad (2.29)$$

zusammen.  $\Delta p_e$  repräsentiert die Druckdifferenz bei Eintritt in den Kanal,  $\Delta p_l$  die Druckdifferenz im Einlaufbereich,  $\Delta p_s$  den Druckverlust der eingelaufenen Strömung und  $\Delta p_a$  die Druckdifferenz beim Austritt aus dem Kanal.



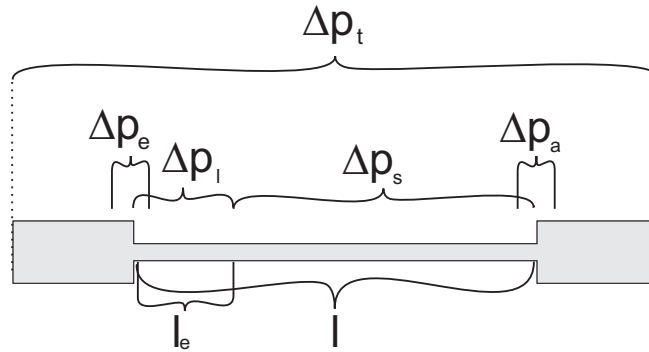


Abbildung 2.6: Druckdifferenz bei Durchströmen eines Kanals.

### Druckdifferenz im Einlaufbereich $\Delta p_l$

Für die sich entwickelnde laminare Strömung ergibt sich aufgrund des sich umformenden Geschwindigkeitsprofils im Einlaufbereich  $l_e$  eine erhöhte Druckdifferenz. Ausgehend vom hypothetischen Druckverlust der eingelaufenen Strömung (Gleichung (2.25)) erhält man nach Ward-Smith (1980) für den Einlaufbereich  $l_e$  für die Druckdifferenz

$$\Delta p_l = \left( \frac{\lambda_l l_e}{d_h} + k_l \right) \frac{\rho}{2} u_m^2. \quad (2.30)$$

Der Faktor  $k_l$  erfasst die Erhöhung gegenüber dem Druckverlust der eingelaufenen Strömung. Der Faktor  $k_l$  ist abhängig von der Kanalgeometrie, er nimmt mit größer werdendem Seitenverhältnis  $a$  ab. Werte für  $k_l$  sind in Tabelle 2.1 aufgeführt. Durch Einsetzen der Tabellenwerte ergibt sich im Vergleich zur eingelaufenen Strömung eine Erhöhung um

$$\frac{\Delta p_l}{\Delta p_s} = 1 + \frac{k_l d_h}{\lambda_l l_e} \simeq 1,9 \dots 2,2. \quad (2.31)$$

Hierbei wird deutlich, dass für Kanallängen  $l$ , die nicht deutlich größer als die Einlaufänge  $l_e$  sind, die Druckdifferenz  $\Delta p_t$  über den Gesamtkanal von der Druckdifferenz  $\Delta p_l$  der sich entwickelnden Strömung dominiert wird und daher nicht mit der Korrelation für eingelaufene Strömung (Gleichung (2.25)) bestimmt werden kann. Um dies zu veranschaulichen, ist die Abhängigkeit

$$\frac{\Delta p_{l+s}}{\Delta p_s} = 1 + \frac{k_l d_h}{\lambda_l l} \quad (2.32)$$

von der Kanallänge  $l/d_h$  in Abbildung 2.7 für eine Reynolds-Zahl  $Re = 1000$  aufgetragen.  $\Delta p_{l+s}$  entspricht der Druckdifferenz in einem Kanals der Länge  $l$  bei Berücksichtigung der Druckdifferenz im Einlauf,  $\Delta p_s$  entspricht dem Druckverlust für die vollständig eingelaufene Kanalströmung der Länge  $l$ .

Für turbulente Strömung ergibt sich im Einlaufbereich ebenfalls ein höhere Druckdifferenz. Für turbulente Rohrströmung bei  $Re > 25000$  ergeben Untersuchungen von Filippov (1958) als Abschätzung

$$\frac{\Delta p_{l+s}}{\Delta p_s} = 1 + 4,7 \frac{d}{l}. \quad (2.33)$$

Gleichung (2.33) ist allerdings aufgrund der abweichenden Reynolds-Zahlen und der Rechteckgeometrie nur bedingt auf die Untersuchungen dieser Arbeit übertragbar.

### Druckdifferenz durch Querschnittsänderung bei Kanalein-/austritt

Bohl (2002) schätzt die verlustbehaftete Druckdifferenz einer sprunghaften, scharfkantigen Verengung über den Staudruck gemäß

$$\Delta p_e = \zeta \frac{\rho}{2} u_m^2 \quad (2.34)$$

ab. Der Widerstandsbeiwert  $\zeta$  ist abhängig von der Strömungsform, der Reynolds-Zahl und dem Flächenverhältnis der Verengung. Gemäß VDI-Wärmeatlas (2002) gilt für laminare Strömung  $\zeta_{lam} \leq 1,08$ , für turbulente Strömung  $\zeta_{turb} \leq 0,55$ .

Für eine plötzliche Querschnittserweiterung ergeben sich ein Druckrückgewinn sowie Impulsverluste aufgrund der Strahlexpansion. Für diese Impulsverluste ergibt sich als Abschätzung (VDI-Wärmeatlas (2002))

$$\Delta p_a = \zeta \frac{\rho}{2} u_m^2 \quad (2.35)$$

mit  $\zeta = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$ . Hierin sind  $A_1$  und  $A_2$  die Querschnittsflächen vor und nach der Expansion. Experimentelle Werte für diese Verluste sind allerdings etwa 5 % (turbulente Strömung) bzw. 33 % (laminare Strömung) niedriger als in der Abschätzung (2.35).

In Abbildung 2.7 ist die normierte Abweichung der Druckdifferenz  $\Delta p_t$  vom Druckverlust  $\Delta p_s$  der eingelaufenen Strömung als Funktion der Kanallänge  $l$  eingezeichnet. Es zeigt sich, dass für diesen Fall bei einer Kanallänge von 100  $d_h$  über ein Drittel der Druckdifferenz  $\Delta p_t$  durch Eintritts-, Einlauf- und Austrittseffekte verursacht wird.

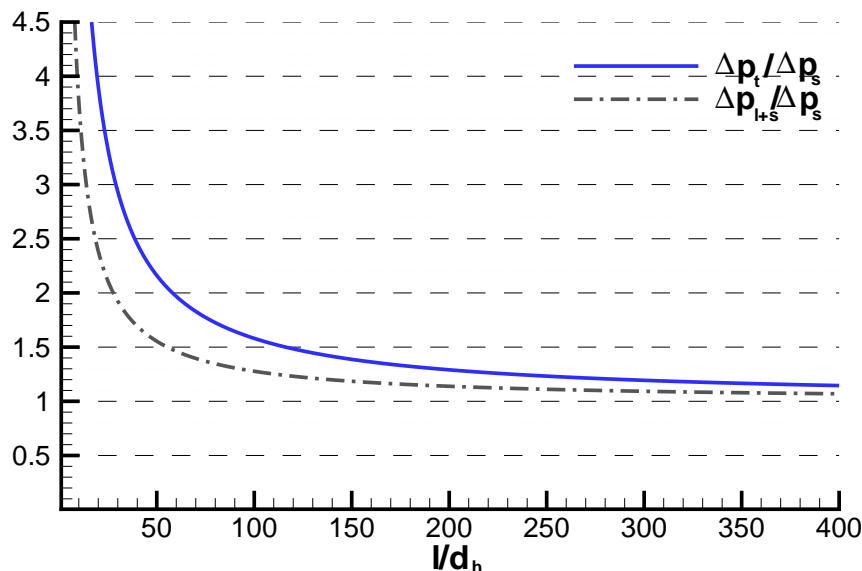


Abbildung 2.7: Abweichen der Druckdifferenz bei Berücksichtigung von Einlauf- und Ein-/Austrittseffekten für  $Re = 1000$ .

## 2.2 Transition der Strömung

Die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung bei Erreichen der kritischen Reynolds-Zahl  $Re_k$  ist ein Stabilitätsproblem (Prandtl (2001)). Bereits die laminare Strömung ist kleinen Störungen ausgesetzt, welche jedoch durch Effekte wie die Viskosität gedämpft werden. Bei großen Reynolds-Zahlen reicht die dämpfende Wirkung etwa der Viskosität nicht mehr aus, die Störungen werden angefacht und die Transition beginnt.

Experimentelle Untersuchungen zur Transition einer Poiseuille-Strömung in einem Parallelplattenkanal wurden von Nishioka et al. (1975) durchgeführt. Sie zeigen, dass der Transitionsprozess im Parallelplattenkanal (wie auch der Transitionsvorgang einer Plattengrenzschichtströmung) zunächst mit kleinen zweidimensionalen Störungen in Wellenform beginnt und sich anschließend in folge einer Sekundärinstabilität mit dreidimensionalen Störungen und der Ausbildung von Turbulenzstrukturen fortsetzt. Numerische Untersuchungen hierzu finden sich beispielsweise in Kleiser (1985), Bayly und Orszag (1988), Gilbert (1988) oder Zang und Krist (1989). Kleiser und Gilbert geben die aufeinander folgenden Stadien der Transition im Parallelplattenkanal wie folgt an:

1.  $2D$ -Tollmien-Schlichting-Wellen überlagern die laminare Strömung.
2. Aufgrund einer Sekundärinstabilität werden  $3D$ -Störungen angefacht und transitionelle Strukturen wie  $\Lambda$ -Wirbelstrukturen und „Berg- und Talstrukturen“ (lokale Maxima bzw. Minima der Geschwindigkeitsfluktuation in Hauptströmungsrichtung) erzeugt.
3. Es treten mit kleiner werdenden Abständen Spikes (kurze Geschwindigkeitseinbrüche) auf, dreidimensionale Scherschichten wachsen an, die  $\Lambda$ -Strukturen zerfallen.
4. Es bilden sich Turbulenzflecken.
5. Die vollturbulente Strömung bildet sich aus.

Treten die unter Punkt 2 genannten  $\Lambda$ -Wirbelstrukturen mit der Frequenz der Tollmien-Schlichting-Wellen auf, wird der Transitionsvorgang nach Klebanoff et al. (1962)  $K$ -Typ oder harmonischer Typ genannt.

Die Störungen, die die Strömung instabil werden lassen und damit die Transition einleiten, können viele Ursachen haben: Einflüsse durch Profilausbildung im Einlaufbereich der Strömung, Schwingungen des Kanals, vorhandene Restwirbel, Art des Kanaleintritts, Wandrauigkeit oder thermisch bedingte Fluktuationen sind im Detail schwer quantifizierbar, können aber als Einzelstörgröße oder in Wechselwirkung miteinander Instabilität verursachen. Eine theoretische Stabilitätsanalyse für die Transition einer Kanalströmung ist zwar möglich, doch ist diese oft nicht mit experimentellen Ergebnissen in Einklang zu bringen (Yoshimura und Tatsumi (1990)). Beispielsweise ergibt die lineare Stabilitätsanalyse der Rohrströmung, dass diese auch für große Reynolds-Zahlen gegenüber Störungen stabil ist. Ursache für diesen Widerspruch ist, dass die lineare Stabilitätsanalyse nur von kleinen Störungen ausgeht und Terme höherer Ordnung vernachlässigt.

### Untersuchung der Transition

Sowohl durch numerische Simulationen (z.B. Gilbert (1988)) als auch durch experimentelle Untersuchungen transitioneller Strömungen (z.B. Wygnanski und Champagne (1973)) kann

der Strömungszustand bewertet werden. Ein typisches Merkmal ist das Auftreten turbulenter Bereiche innerhalb der laminaren Strömung. Diese treten bei niedrigeren Reynolds-Zahlen als einzelne Turbulenzflecken oder bei höheren Reynolds-Zahlen als Turbulenzballen auf, welche sich über mehrere hundert Kanalweiten erstrecken können. Aufgrund des wechselhaften (intermittierenden) Auftretens laminarer und turbulenter Geschwindigkeitsanteile ergeben sich wechselnde Amplituden der Geschwindigkeiten. Während großer Geschwindigkeitsfluktuation tritt gleichzeitig ein Einbruch der mittleren Geschwindigkeit ein (turbulente Phase).

Zur Untersuchung des Transitionsbereichs ist es daher sinnvoll, Informationen über die mittlere Geschwindigkeit und die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen zu erhalten. Diese wurden erstmals in den dreißiger Jahren mittels Hitzdrahtsonden (Reichardt (1938)) gemessen. Auf die Untersuchungsergebnisse für Kanalströmungen wird in Abschnitt 2.5 eingegangen.

### 2.2.1 Turbulente Messgrößen

Je nach verwendeter Messmethode für die Geschwindigkeit (vgl. Abschnitt 3.3.1) erhält man Informationen über das zeitliche Verhalten der Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$  und  $w$  in  $x$ ,  $y$  und  $z$ -Richtung. Wenige Messmethoden sind in der Lage, Information in allen drei Raumrichtungen zugleich zu bestimmen. Die zeitliche und örtliche Auflösung der Verfahren ist weiterhin beschränkt, sodass insbesondere hohe Frequenzen und kleine Strukturen der Turbulenz nicht immer aufgelöst werden. Gängige Verfahren wie die Laser Doppler Anemometrie (LDA) ermöglichen hochfrequente Messreihen, liefern aber nur Einzelvektoren in einem Messvolumen. Verfahren wie die Particle Image Velocimetry (PIV) ermöglichen die Auswertung eines kompletten Geschwindigkeitsfelds zu einem Zeitpunkt, erreichen dafür aber nicht die hohe zeitliche Auflösung der LDA. Durch die Messtechnik bedingte Einschränkungen sind daher für die Bewertung der turbulenten Messgrößen zu beachten.

Die im Folgenden aufgeführten Größen in turbulenten Strömungen werden alle aus Geschwindigkeitsfeldmessungen abgeleitet. Die Gleichungen sind teilweise nur für die  $u$ -Komponente der Geschwindigkeit aufgeführt, gelten aber analog für die  $v$ - und  $w$ -Komponenten.

#### Zeitgemittelte Strömungsgeschwindigkeit

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (2.36)$$

Aus zeitlich aufgelösten Messungen des Geschwindigkeitsfelds  $u_i(x, y, z)$  können durch zeitliche Mittelung zeitgemittelte Geschwindigkeitsfelder oder zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile der Strömung angegeben werden (Abbildung 2.8). Der Index  $i$  gibt hier die Abtastung in der Zeit wieder, es stehen  $n$  Abtastungen zur Verfügung. Die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung kann etwa anhand der Verformung des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils untersucht werden. Wie in Abbildung 2.1 skizziert, weist das zeitgemittelte turbulente Geschwindigkeitsprofil höhere Gradienten an der Kanalwand auf. Die mit der querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  im Kanal normierte Maximalgeschwindigkeit  $\hat{u}$  hingegen ist aufgrund des fülligeren turbulenten Profils geringer als bei laminarer Strömung (Tabelle 2.2). Die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung kann daher auch über das Abweichen der im Kanalzentrum gemessenen und zeitgemittelten Geschwindigkeit  $\hat{u}$  vom Wert  $\hat{u}_l$  des laminaren Geschwindigkeitsprofils (Gleichung (2.59)) bei gleichem Volumenstrom  $\dot{V}$  verfolgt werden, das heißt anhand von

$$\Delta u_{rel} = 1 - \frac{\hat{u}}{\hat{u}_l} . \quad (2.37)$$

Hierbei ist zu beachten, dass bei großen Kanalseitenverhältnissen die Abweichungen geringer ausfallen als bei kleinen Seitenverhältnissen (siehe Tabelle 2.2). Zudem treten Verformungen des Geschwindigkeitsprofils bereits vor dem ersten Auftreten von Turbulenz auf (Wynanski und Champagne (1973)). Die Änderung der Geschwindigkeitsprofile dient daher als zusätzliche Untersuchungsmethode für die Transition neben der Schwankungsgrößen  $u'$ ,  $v'$  und  $w'$ . Die lokale Messung von  $\Delta u_{rel}$  entlang des Kanals kann auch zur Bestimmung der Einlaufänge  $l_e$  der Strömung herangezogen werden (vgl. Abschnitt 2.1.1).

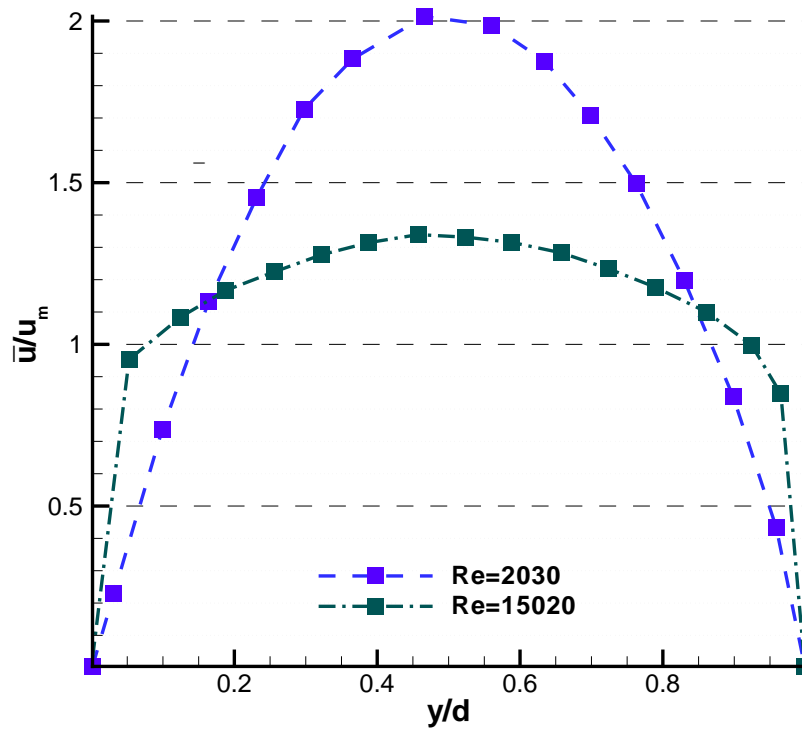


Abbildung 2.8: Laminare und turbulente normierte Geschwindigkeitsprofile einer Rohrströmung nach Messungen von Ünsal und Durst (2006).

### Streuung der Geschwindigkeitsmesswerte

$$\sigma^2 = \overline{u'^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{u} - u_i)^2 \quad (2.38)$$

Die Streuung der Geschwindigkeitsmesswerte  $u_i$  gibt ein Maß für die zeitliche Schwankung der Geschwindigkeit an.

### Standardabweichung der Geschwindigkeitsmesswerte

$$\sigma = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (2.39)$$

Die Standardabweichung, auch als RMS-Wert bezeichnet, stellt ein alternatives Maß für die zeitlichen Schwankungen dar. In dieser Arbeit wird ausschließlich der RMS-Wert zur Charakterisierung der Schwankungen herangezogen.

### Turbulenzgrad / Turbulenzintensität

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} (u'^2 + v'^2 + w'^2)}}{\bar{u}}, \quad (2.40)$$

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} (u'^2 + v'^2)}}{\bar{u}} \quad (2.41)$$

Der Turbulenzgrad normiert die Schwankungen  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  der drei Geschwindigkeitskomponenten mit der zeitgemittelten Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung (Gleichung (2.40)). Werden messtechnisch nur 2D-Geschwindigkeitsfelder erfasst, findet Gleichung (2.41) Verwendung. Wird nur eine Schwankungskomponente betrachtet, spricht man anstelle von Turbulenzgrad von Turbulenzintensität. Sie ist definiert gemäß

$$Ti_x = \frac{\sqrt{u'^2}}{\bar{u}}. \quad (2.42)$$

In der Literatur erfolgt die Normierung in den Gleichungen (2.40)-(2.41) mit der zeitgemittelten lokalen Geschwindigkeit  $\bar{u}$ , der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$ , der mittleren Geschwindigkeit der Gesamtströmung über den Kanalquerschnitt  $u_m$  oder der zeitgemittelten Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$ . In dieser Arbeit werden Turbulenzgrade und Turbulenzintensitäten - wenn nicht anderes angegeben - immer mit der zeitgemittelten Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$  normiert.

Turbulenzgrade und -intensitäten als Maß der Schwankungen eignen sich gut zur Ermittlung des Transitionsbereichs: In Abbildung 2.9 finden sich von Ünsal und Durst (2006) mittels Hitzdrahtsonden ermittelte Turbulenzintensitäten im Transitionsbereich von laminarer zu turbulenter Rohrströmung in Rohrmitte. Der laminare Bereich der Messungen ist hierbei durch Turbulenzintensitätswerte von  $Ti_x = \sqrt{u'^2}/\bar{u} \simeq 0,2\%$  gekennzeichnet. Bei  $Re_k \simeq 13000$  beginnt der Transitionsbereich, indem  $Ti_x$  aufgrund der Intermittenz zwischen laminarer und turbulenter Strömung ansteigt. Nach Erreichen einer vollständig turbulenten Strömung sinkt die Turbulenzintensität auf  $Ti_x \simeq 3,5\%$ . Hier endet der Transitionsbereich. Die Verteilung der Turbulenzintensität über die Kanalhöhe  $h$  ist exemplarisch in Abbildung 2.10 nach Messungen von Kreplin und Eckelmann (1979) bei einer Reynolds-Zahl  $Re = 7700$  aufgeführt. Die Position  $z = 0$  entspricht in der Abbildung der Kanalwand,  $z = 0,5 h$  der Kanalmitte. Die Aufnahme der Messwerte erfolgte in der Kanalmittenebene  $y = 0,5 b$ . Deutlich zu erkennen ist der starke Anstieg der Turbulenzintensitäten der  $u$ - und  $v$ -Geschwindigkeiten zur Kanalwand hin. Die Turbulenzintensität der  $w$ -Geschwindigkeit sinkt in Wandnähe ab, da Schwankungsbewegungen normal zur Wand durch diese gedämpft werden. Außerhalb des wandnahen Bereichs ist die Turbulenzintensität der Hauptströmungsrichtung etwas größer als die der  $v$ - und  $w$ -Geschwindigkeit. Die Turbulenzintensität der  $v$  und  $w$ -Komponente ist erwartungsgemäß im Kanalinneren identisch.

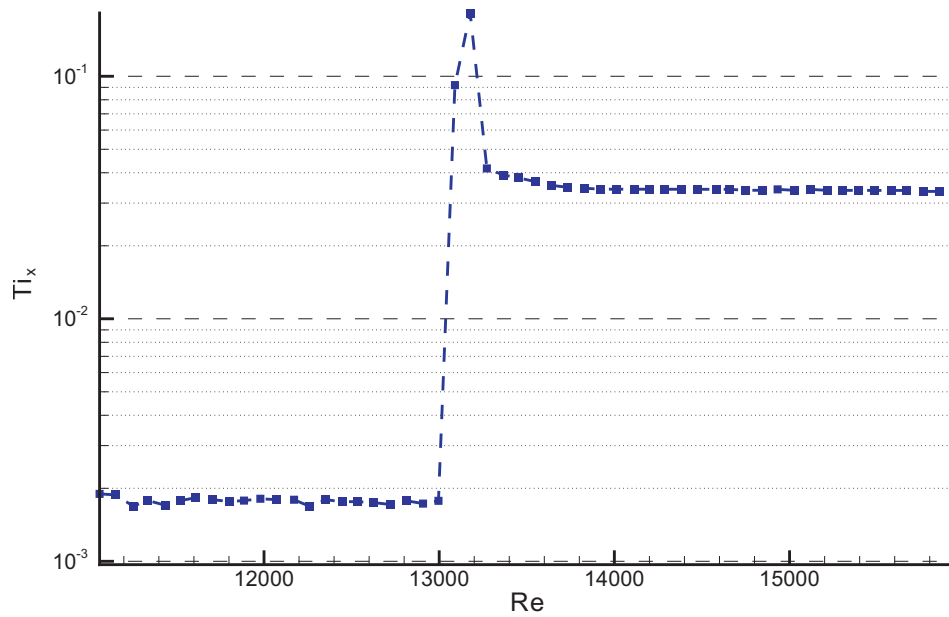


Abbildung 2.9: Gemessene Turbulenzintensität in Rohrmittle im Transitionbereich nach Ünsal und Durst (2006).

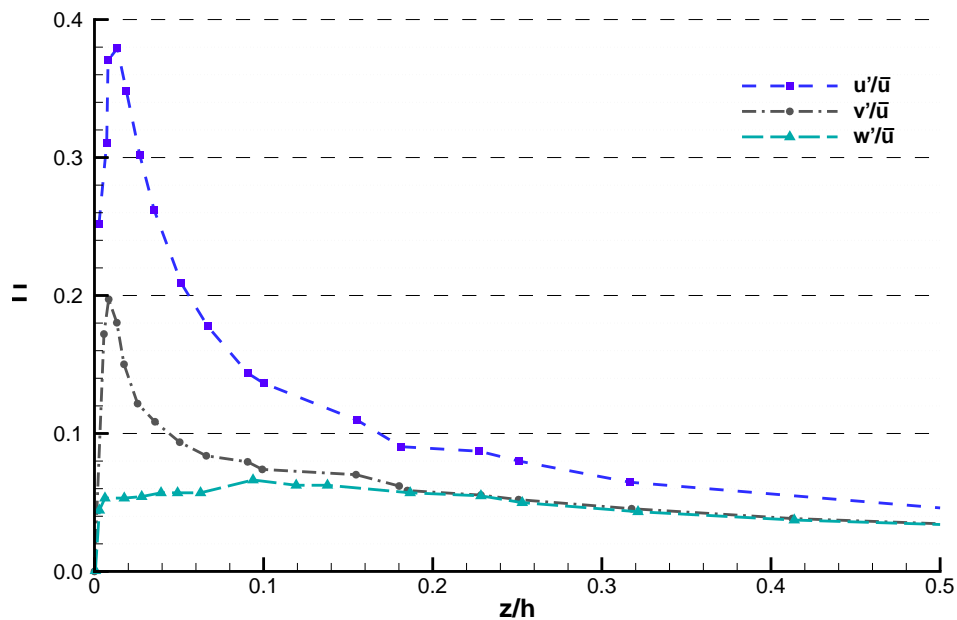


Abbildung 2.10: Von Kreplin und Eckelmann (1979) mittels Hitzdraht gemessene Turbulenzintensitäten in einem Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 4$ .

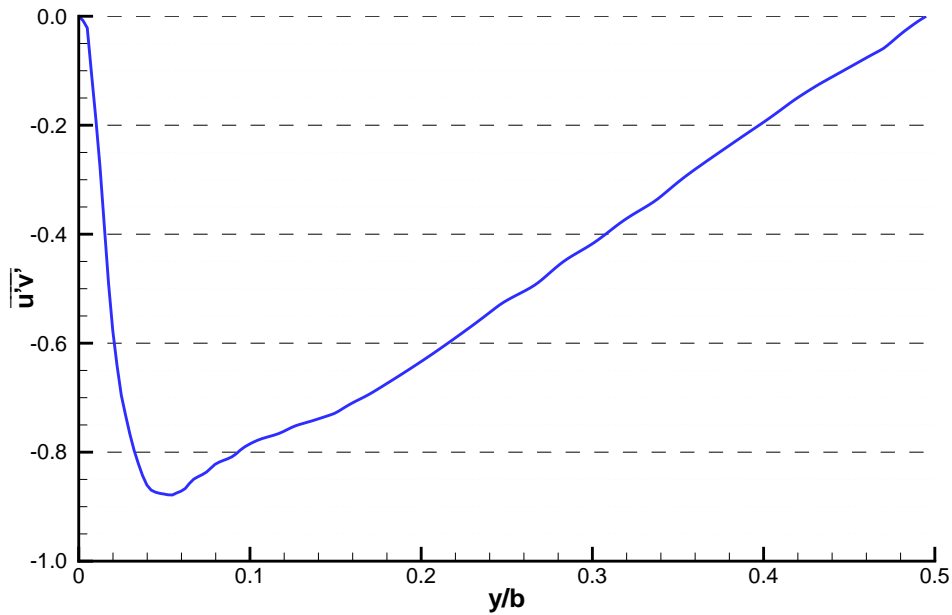


Abbildung 2.11: Reynolds-Spannung  $\overline{u'v'}$  in einem Kanal quadratischen Querschnitts über Kanalbreite  $b$  bei halber Kanalhöhe  $h$ , DNS-Simulation von Huser und Biringen (1993).

### Turbulente Reynolds-Spannungen

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [(\bar{u} - u_i)(\bar{v} - v_i)] \quad (2.43)$$

Aus der Korrelation von Geschwindigkeiten in verschiedenen Raumrichtungen am selben Ort und zur selben Zeit erhält man die turbulenten Schubspannungen. Die turbulente Schubspannung  $\tau = \sigma_{xy}$  ergibt sich aus den Gleichungen (2.14) und (2.43) mit der Dichte  $\rho$  zu

$$\tau_{xy} = -\rho \overline{u'v'} . \quad (2.44)$$

In Abbildung 2.11 sind aus direkten numerischen Simulationen (DNS) von Huser und Biringen (1993) berechnete Werte für  $\overline{u'v'}$  über die halbe Kanalbreite  $b$  bei halber Kanalhöhe  $z = 0,5 h$  aufgetragen.

### Turbulente kinetische Energie

Eine weitere für die Turbulenzmodellierung bedeutsame Größe ist die kinetische Energie der turbulenten Schwankungen

$$k_t = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) . \quad (2.45)$$

In Abbildung 2.12 ist der Verlauf von  $k_t$  in einem Rechteckkanal mit Seitenverhältnis  $a = 8$  über die halbe Kanalhöhe  $h$  bei  $Re = 5800$  aufgetragen. Gezeigt sind sowohl numerische als auch experimentelle (Laser Doppler Anemometrie) Ergebnisse von Rokni et al. (1998).



In Richtung Kanalwand ergibt sich ein Anstieg der turbulenten kinetischen Energie, in direkter Wandnähe sinkt die turbulente kinetische Energie auf Null.

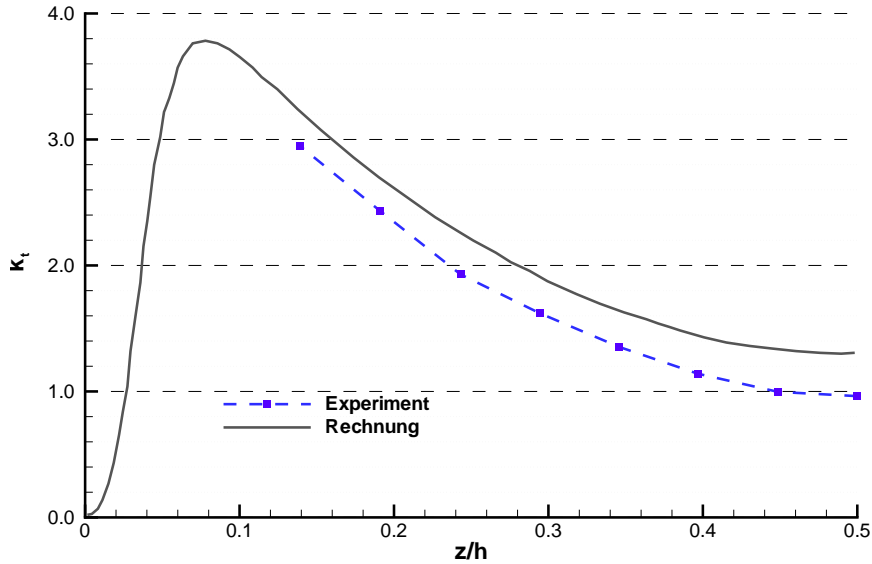


Abbildung 2.12: Turbulente kinetische Energie  $k_t$  in einem Rechteckkanal (Seitenverhältnis  $a = 8$ ) nach Rokni et al. (1998).

### Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF)

Über die Wahrscheinlichkeitsdichte lässt sich die Verteilung der lokalen Geschwindigkeit darstellen. Exemplarisch sind in Abbildung 2.13 Hitzdrahtmessungen von Eckelmann (1974) in einem Rechteckkanal mit Seitenverhältnis  $a = 5$  aufgeführt. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeit  $P$  für die Geschwindigkeit  $u$  an verschiedenen Positionen im Kanalquerschnitt bei  $Re_h = 8200$  im Kanalzentrum. Die Verteilung der Geschwindigkeit in einer turbulenten Strömung folgt in der Regel der Gaußschen Normalverteilung

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(u - \bar{u})^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (2.46)$$

### Intermittenz

Der Bereich, in welchem laminare und turbulente Strömung wechselweise auftreten, wird auch als Intermittenzbereich bezeichnet. Bewertet wird er mit dem Intermittenzfaktor  $\gamma$ , welcher die Wahrscheinlichkeit angibt, dass an einer festen Stelle eine turbulente Strömung vorliegt. Für vollturbulente Gebiete wird demnach  $\gamma = 1$ . Der Intermittenzfaktor  $\gamma$  wird über den zeitlichen Anteil  $t_{turb}$  turbulenter Strömung an der Gesamtzeit  $t_{ges}$  bestimmt, das heißt gemäß

$$\gamma = \frac{t_{turb}}{t_{ges}}. \quad (2.47)$$

In Abbildung 2.14 finden sich Messergebnisse zur Intermittenz einer transitionellen Rohrströmung, aufgetragen ist  $\gamma$  über der Reynolds-Zahl. Man erkennt einen Anstieg des In-

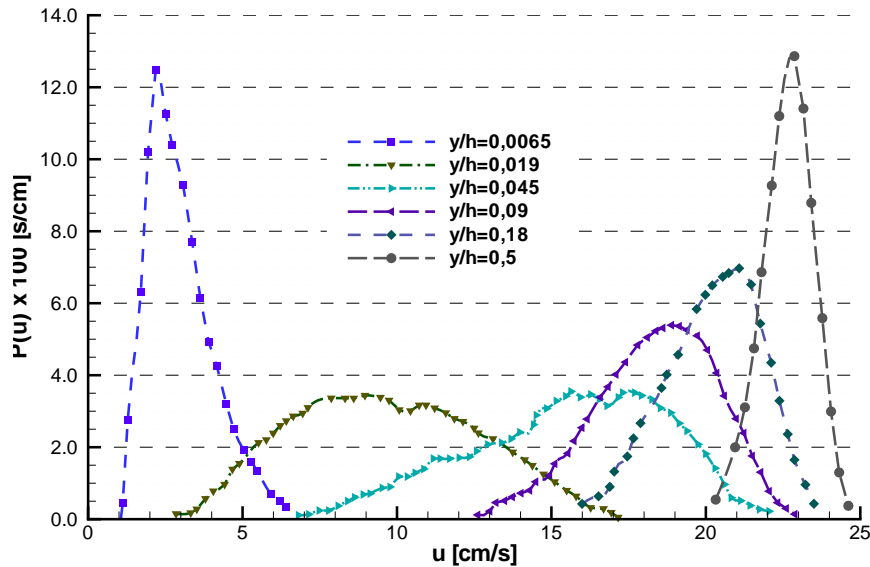


Abbildung 2.13: Mittels Hitzdrahtanemometrie von Eckelmann (1974) ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (PDF) einer turbulenten Kanalströmung an verschiedenen lateralen Positionen ( $R_h = 8200$ ).

termittenzfaktors  $\gamma$  vom Wert Null auf den Wert Eins über den Transitionsbereich. Eine intermittierende Strömung hat auch Auswirkung auf die axiale Turbulenzintensität im Transitionsbereich. In Abbildung 2.9 ist im Transitionsbereich ein deutlicher Anstieg der Turbulenzintensität mit einem Maximum aufgrund des Wechsels zwischen laminarer und turbulenter Strömung in Rohrmitte zu beobachten.

### 2.3 Einfluss von Rauigkeit

Der Einfluss der Wandrauigkeit  $k$  auf die Strömung hängt davon ab, inwieweit sich die Rauigkeit innerhalb der viskosen Unterschicht der Strömung befindet. Generell führt jegliche Rauigkeit, sowohl in laminarer als auch in turbulenter Strömung, zu einer erhöhten Dissipation und damit etwa zu einem höheren Druckverlust (vgl. Gloss et al. (2007)). Die folgende Einteilung liefert somit eine Abschätzung über die Stärke des Einflusses. Nach Bohl (2002) wird zwischen drei Bereichen für den Rauigkeitseinfluss bei turbulenter Rohrströmung unterschieden:

**Hydraulisch glatt:** Alle Rauigkeitselemente befinden sich deutlich innerhalb der viskosen Unterschicht. Dies gilt in guter Näherung für

$$Re \frac{k}{d} < 65 . \quad (2.48)$$

Es ergibt sich kaum eine Auswirkung der Oberflächenrauigkeit auf die Strömung.

**Übergangsbereich:** Einige Rauigkeitselemente ragen aus der viskosen Unterschicht hervor. Dies gilt näherungsweise für den Bereich

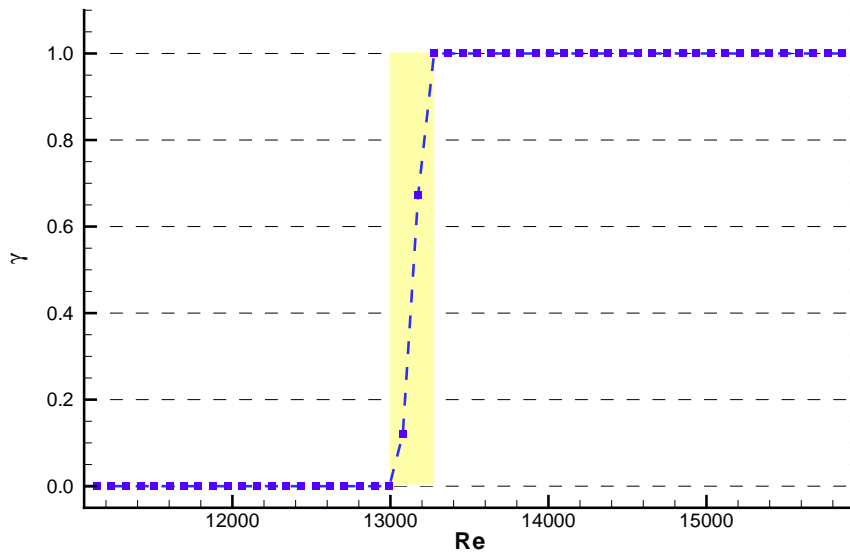


Abbildung 2.14: Von Ünsal und Durst (2006) gemessener Intermittenzfaktor einer transitionellen Rohrströmung.

$$65 < Re \frac{k}{d} < 1300 . \quad (2.49)$$

**Hydraulisch rau:** Die Rauigkeitselemente ragen aus der viskosen Unterschicht heraus. Dies gilt für

$$Re \frac{k}{d} > 1300 . \quad (2.50)$$

Die Rauigkeit  $k$  wird nach Nikuradse (1933) als Sandrauigkeit bezeichnet.  $k$  entspricht hierbei dem Durchmesser flächig aneinander liegender Kugeln gleichen Durchmessers (den gefilterten Sandkörnern). Da diese homogene Anordnung ein vereinfachtes Rauigkeitsmodell darstellt, entsprechen Angaben zur Rauigkeit  $k$  in der Realität oft einer äquivalenten Sandrauigkeit. Im Gegensatz zu den Versuchen Nikuradeses ist die tatsächliche Höhe und Anordnung der Rauigkeitselemente selten homogen. Zur Abgrenzung wird daher für reale Rauigkeit der Begriff der technischen Rauigkeit verwendet. Die messtechnische Bestimmung dieser statistisch gleichförmigen Rauigkeit (vgl. Abschnitt 3.1.3) erfolgt über das Abtasten der Oberfläche mit einem mechanischen oder optischen Messverfahren.

### 2.3.1 Transition

Nach Schlichting und Gersten (2006) findet bei ausreichend rauen Wänden die laminar/turbulente Transition früher statt. Ursache hierfür sind durch Rauigkeit verursachte zusätzliche Störungen großer Amplituden. Dies verringert nach der nichtlinearen Stabilitätstheorie die kritische Reynolds-Zahl, der Transitionsbereich verschiebt sich zu niedrigeren Werten der Reynolds-Zahl.

Für flächenhafte Rauigkeit, wie sie in gefrästen Kanälen auftritt, wird als kritischer Wert für die Rauigkeit  $k$ , ab welcher es zu einem starken Absinken der kritischen Reynolds-Zahl

$Re_k$  kommt, die Grenze

$$Re \frac{k}{d} = 120 \quad (2.51)$$

gegeben.

Idelchik (1986) führt für  $k/d > 0,7\%$  die Preger-Samoilenko-Korrelation zur Bestimmung der kritischen Reynolds-Zahl in Abhängigkeit von der relativen Rauigkeit auf. Diese Korrelation ist für die Transition der Rohrströmung gültig. Idelchik unterscheidet zwischen drei Werten  $Re_0 < Re_1 < Re_2$  für die Reynolds-Zahl im Transitionsbereich.  $Re_0$  steht für die Reynolds-Zahl, bei welcher es im Nikuradse-Diagramm (Abbildung 2.5) zu ersten Abweichungen von der theoretischen Kurve im laminaren Bereich kommt: Es werden dort höhere Werte des Druckverlustbeiwert  $\lambda$  gefunden. Diese untere Transitions-grenze wird mit

$$Re_0 \simeq 754 \exp\left(\frac{0,0065 k}{d_h}\right) \quad (2.52)$$

abgeschätzt. Nach Überschreiten von  $Re_0$  sinkt  $\lambda$  bis zu einem Minimum ab. Die Reynolds-Zahl, bei welchem das Minimum von  $\lambda$  erreicht ist, wird als

$$Re_1 \simeq 1160 \left(\frac{k}{d_h}\right)^{-0,11} \quad (2.53)$$

abgeschätzt. Nach Überschreiten von  $Re_1$  kommt es zu einem Anstieg von  $\lambda$  bis zu einem lokalen Maximum. Dieses Maximum liegt nach der Abschätzung bei

$$Re_2 \simeq 2090 \left(\frac{k}{d_h}\right)^{-0,0635} \quad (2.54)$$

Die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung erfolgt nach Idelchik zwischen  $Re_1$  und  $Re_2$ .

### 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung

Nach Bohl (2002) sind die Geschwindigkeitsprofile turbulenter Strömung in rauen Kanälen in Wandnähe mit zunehmender Rauigkeit weniger steil als bei glatten Wänden. Die Geschwindigkeitsverteilung kann ebenfalls über ein Potenzgesetz (Gleichung (2.17)) abgeschätzt werden. Es ergeben sich je nach Rauigkeit niedrigere Exponenten  $n$ . Mit zunehmender Rauigkeit wird das zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofil daher in der Kanalmitte weniger flach. Die Abhängigkeit des Exponenten  $n$  von der Rauigkeit und der Reynolds-Zahl kann unter Verwendung des Druckverlustbeiwerts  $\lambda$  gemäß

$$n \simeq \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (2.55)$$

abgeschätzt werden.

### 2.3.3 Druckverlust

Der turbulente Druckverlustbeiwert  $\lambda_t$  wird bei hydraulisch rauen Wänden für hohe Reynolds-Zahlen unabhängig von der Reynolds-Zahl (Bohl (2002)).  $\lambda_t$  hängt in diesem Fall nur von der relativen Rauigkeit  $k/d$  ab. Nach Moody gilt für vollturbulente Strömung die Formel

$$\lambda_t = 0,005 + 0,15 \left( \frac{k}{d} \right)^{\frac{1}{3}} . \quad (2.56)$$

Für den Übergangsbereich von hydraulisch glatten zu hydraulisch rauen Rohren ist  $\lambda_t$  sowohl von  $k/d$  als auch von  $Re$  abhängig. Für diesen Fall gilt nach Bohl (2002) die Beziehung von Prandtl und Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = -2 \lg \left[ \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda_t}} + \frac{k}{d} 0,269 \right] . \quad (2.57)$$

Wie in Abbildung 2.15 ersichtlich, geht Gleichung (2.57) für große Werte von  $Re$  und  $k/d$  in Gleichung (2.56) über. Für niedrige Werte von  $Re$  und  $k/d$  nähert sich Gleichung (2.57) der für glatte Wände gültigen Korrelation nach Blasius (Gleichung (2.27)).

Im Fall hydraulisch glatter Wände (vgl. Gleichung (2.48)) verbleibt kein Einfluss der Rauigkeit auf den Druckverlust, da sich die Rauigkeitselemente vollständig innerhalb der viskosen Unterschicht befinden. Dies wird auch in Abbildung 2.15 für Kurven mit  $k/d \leq 0,1\%$  deutlich.

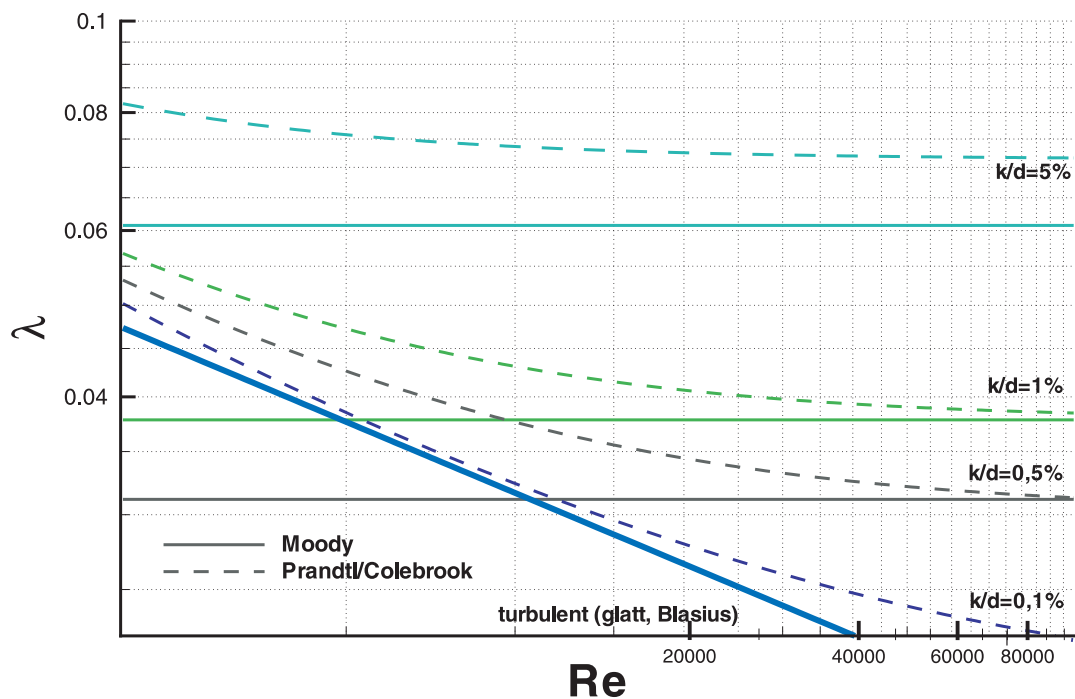


Abbildung 2.15: Nikuradse-Diagramm für den turbulenten Druckverlust glatter und rauer Kanäle.

## 2.4 Einfluss des Seitenverhältnisses rechteckiger Kanäle

Das Seitenverhältnis eines rechteckigen Kanals ergibt sich aus der Kanalbreite  $b$  und der Kanalhöhe  $h$  als

$$a = \frac{b}{h} \quad (2.58)$$

mit  $b > h$ . Wie im Folgenden aufgeführt, beeinflusst  $a$  die Druckverlustkorrelation und das Geschwindigkeitsprofil der laminaren Strömung und die Transition zur turbulenten Strömung.

### 2.4.1 Geschwindigkeitsprofil

Das in Abschnitt 2.1.1 gezeigte parabolische Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Rohrströmung ähnelt dem laminaren Geschwindigkeitsprofil in der Kanalmittenebene  $z = 0$  bei Rechteckkanälen mit kleinem Seitenverhältnis  $a$ . Nach Ward-Smith (1980) ergibt sich das Geschwindigkeitsfeld laminarer Strömung im Rechteckkanal aus der Reihenlösung

$$u = -\frac{1}{2} \frac{dp}{\mu dx} \left[ \left( \frac{b}{2} \right)^2 - y^2 - \frac{8}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{N_n^3} \frac{\cosh N_n z}{\cosh N_n \frac{h}{2}} \cos N_n y \right] \quad (2.59)$$

mit

$$N_n = \frac{(2n+1)\pi}{b} \quad (2.60)$$

und  $-b/2 \leq y \leq b/2$ ,  $-h/2 \leq z \leq h/2$ . Die Lösungen für das Geschwindigkeitsprofil in der Kanalmittenebene  $z = 0$  zeigen für kleine Seitenverhältnisse ( $a = 1$ ,  $a = 2$ ) ein nahezu parabolisches Verhalten, für große Seitenverhältnisse ( $a = 5$ ) hingegen ergibt sich ein flaches Profil in der Kanalmittenebene. In Abbildung 2.16 sind diese Profile längs der breiteren Kanalachse aufgetragen ( $y^* = h$ ). In Abbildung 2.17 ist die Geschwindigkeitsverteilung laminarer Kanalströmung für verschiedene Seitenverhältnisse räumlich dargestellt.

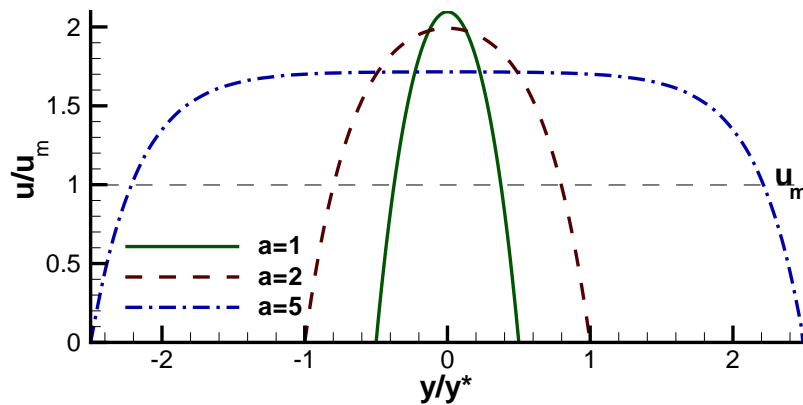


Abbildung 2.16: Laminare Geschwindigkeitsprofil in halber Kanalhöhe ( $z = 0$ ) für verschiedene Seitenverhältnisse  $a$  aufgetragen über der breiteren Kanalseite.

Entsprechend ändert sich das Verhältnis von maximaler Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum und querschnittsgemittelter Geschwindigkeit  $u_m$ . In Tabelle 2.2 ist  $\hat{u}/u_m$  für verschiedene Seitenverhältnisse gelistet. Die laminaren Werte sind mit Gleichung (2.59) berechnet. Die Angaben für turbulente Strömung beziehen sich auf zeitgemittelte Geschwindigkeiten und sind mit den in Abschnitt 2.1.1 aufgeführten Beziehungen berechnet. Das turbulente Geschwindigkeitsfeld in Kanälen hängt von der Reynolds-Zahl und der Wandrauigkeit ab. Aus diesem Grund ergibt sich für  $\hat{u}/u_m$  ein Bereich.

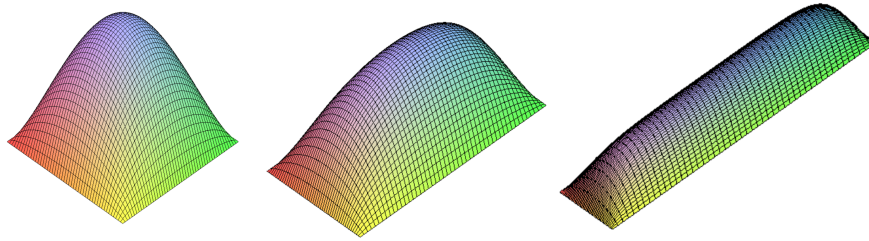


Abbildung 2.17: 3D-Darstellung des laminaren Geschwindigkeitsprofils für die Seitenverhältnisse  $a = 1$ ,  $a = 2$  und  $a = 5$ .

Seitenverhältnis $a$	1	2	5	$\infty$ (parallele Platten)
$\hat{u}/u_m$ (laminare Strömung)	2,1	1,99	1,71	1,49
$\hat{u}/u_m$ (turbulente Strömung)	$\simeq 1,18 \dots 1,25$			

Tabelle 2.2: Verhältnis der Maximalgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis.

### 2.4.2 Transition

Zum Einfluss des Seitenverhältnisses  $a$  auf die Stabilität und damit auf die Transition von laminarer zu turbulenter Kanalströmung gibt es in der Literatur mehrere Untersuchungen von Hanks und Ruo (1966), Yoshimura und Tatsumi (1990), Dean (1978) und Obot (1988). Es zeigt sich, dass bei der Stabilitätsbetrachtung zwei Situationen unterschieden werden müssen:

**Zweidimensionale** Strömungen ergeben sich für Kanäle mit großem Seitenverhältnis ( $a \gtrsim 7$ ). Nach Untersuchungen der linearen Stabilitätsanalyse sind diese linear instabil. Sie unterscheiden sich hierdurch von der Rohrströmung, aber auch von der Kanalströmung mit kleinem Seitenverhältnis. Eine Strömung zwischen parallelen Platten und eine Kanalströmung mit ausreichend großem Seitenverhältnis  $a$  wird daher durch zweidimensionale Störungen - etwa Tollmien-Schlichting-Wellen - instabil. Die Transition kann in diesem Fall bereits von Störungen kleiner Amplitude eingeleitet werden und nicht vom Kanaleintritt beeinflusst sein. Der Transitionsbereich ist deutlich größer als für dreidimensionale Strömungen.

**Dreidimensionale** Strömungen ergeben sich für Rechteckkanäle nicht zu großer Seitenverhältnisse ( $a \lesssim 7$ ) und für Rohrströmungen. Diese sind nach der linearen Stabilitätsanalyse stabil. Die Transition wird hier durch dreidimensionale Störungen größerer Amplitude verursacht. Diese Störungen ergeben sich beispielsweise durch den Kanaleintritt, durch die Sekundärströmung in den Kanalecken oder durch die Wandrauigkeit. Die Transition ist daher sehr individuell von den Beschaffenheiten des jeweiligen Kanals und des experimentellen Aufbaus abhängig. Eine vollständige Stabilitätsanalyse ist, da die nicht-linearen Gleichungsanteile berücksichtigt werden müssen, sehr aufwendig.

Experimentell ist es nicht möglich, nicht-lineare Instabilitäten durch ideale Eintrittsbedingungen und glatte Wände vollständig zu verhindern. Durch besonders glatte Wände und optimierte Kanaleintritte kann allerdings die Instabilität der Kreisrohrströmung von  $Re_k = 2300$  auf bis zu  $Re_k = 40000 \dots 100000$  verzögert werden. Umgekehrt können auch ausreichend große Störungen durch Wandrauigkeit oder durch den Kanaleintritt bei der Parallelplattenströmung zur Transition aufgrund nicht-linearer Instabilität führen, bevor der Transitionvorgang durch lineare Instabilität verursacht wird.

Seitenverhältnis $a$	1	2,04	2,36	2,92	3,92	> 10
$Re_k$	2060	1900	1960	2085	2315	2800

Tabelle 2.3: Kritische Reynolds-Zahlen nach Berechnung von Hanks und Ruo (1966).

### Theoretische und experimentelle Untersuchungen in der Literatur

Yoshimura und Tatsumi (1990) führen eine lineare Stabilitätsanalyse zum Einfluss des Seitenverhältnisses  $a$  auf die Stabilität einer laminaren Rechteckkanalströmung durch. Da nur der Einfluss linearer Instabilitäten betrachtet wird, sind die Ergebnisse nur bedingt mit Experimenten vergleichbar. Es ergibt sich, dass für Seitenverhältnisse  $a < 3,2$  die Strömung, ähnlich der Kreisrohrströmung, stabil gegenüber  $2D$ -Störungen bleibt. Für Werte  $a > 3,2$  wird die Strömung für  $2D$ -Störungen hingegen instabil. Ihr Stabilitätsverhalten ähnelt nun der linear instabilen Parallelplattenströmung (Oertel Jr. und Delfs (1996)). Mit zunehmendem Seitenverhältnis  $a$  nimmt die kritische Reynolds-Zahl bis auf den für die Parallelplattenströmung gültigen Wert von  $Re = 5772$  ab. Eine Übereinstimmung der Ergebnisse dieser analytischen Stabilitätsuntersuchung mit experimentellen Untersuchungen ist allerdings nicht gegeben. Dies hängt mit den relativ großen Störungsamplituden im Experiment zusammen.

Einen anderen Ansatz verfolgen Hanks und Ruo (1966), welche einen dimensionslosen Parameter aus Wirbelstärke und Schubspannung für die Berechnung von  $Re_k$  in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis anwenden. Überschreitet dieser Parameter lokal an mindestens einer Position einen bestimmten Wert, kommt es nach Angaben des Autors zur Transition. Tabelle 2.3 zeigt berechnete Werte für  $Re_k$  für verschiedene Seitenverhältnisse. Die Autoren führen einige mit den Berechnungen übereinstimmende experimentelle Ergebnisse auf.

Dean (1978) vergleicht experimentelle Ergebnisse zum Druckverlust für die Transition in flachen Rechteckkanälen. Nach Beobachtung des Autors können ab einem Kanalseitenverhältnis von  $a > 7$  die Strömungen als zweidimensional ähnlich einer Parallelplattenströmung betrachtet werden. Der Transitionsbereich ist dann für Seitenverhältnisse  $7 \leq a \leq 169$  unabhängig von Eintrittsbedingungen und beginnt mit dem Erreichen einer Reynolds-Zahl von  $Re_h \simeq 1300$  (Reynolds-Zahl  $Re_h$  gebildet mit der Kanalhöhe  $h$  als charakteristischer Größe, vergleiche Gleichung (2.4)) beziehungsweise von  $Re \simeq 2600$  (Reynolds-Zahl  $Re$  gebildet mit dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$ , vergleiche Gleichung (2.3)). Dies ergibt sich daraus, dass die zweidimensionale Parallelplattenströmung - anders als die Rohrströmung - nicht durch große Störungen am Kanaleintritt instabil wird und daher die Transition nicht durch glatte Kanaleinläufe verzögert werden kann. Der Transitionsbereich bis zur vollständig turbulenten Strömung erstreckt sich bis  $Re_h \simeq 10^4$ . Diese Spanne ist deutlich größer als bei der Rohrströmung, welche bereits bei  $Re = 3000$  vollturbulent sein kann. Für kleine Seitenverhältnisse  $a < 7$  muss die Strömung hingegen dreidimensional betrachtet werden, da Sekundärströmungen in den Kanalecken bis in die Kanalmitte hineinreichen und dadurch die Transition beeinflussen. Die Transition beginnt nach Dean im Bereich der Kanalecken.

Von Obot (1988) wird eine kritische Betrachtung des Konzepts des hydraulischen Durchmessers gegeben. Für Rechteckkanäle beobachtet der Autor in einem Literaturüberblick ein Ansteigen der kritischen Reynolds-Zahl  $Re_k$  für größer werdende Seitenverhältnisse  $a$ . Dies liegt nach Obot an Unzulänglichkeiten durch die Verwendung des hydraulischen Durchmessers  $d_h$ . Für jede Kanalgeometrie gibt es einen kritischen Druck und eine kritische Geschwindigkeit, bei welchen es zur Transition kommt. Die dimensionslosen Parameter



sind für die Geschwindigkeit die Reynolds-Zahl  $Re$  und für den Druck der Druckverlustbeiwert  $\lambda$ . Sowohl  $Re$  als auch  $\lambda$  werden mit  $d_h$  gebildet, obwohl sich bei gleichem  $d_h$  die Querschnittsflächen und damit auch die Massenflüsse  $\dot{m}$  bei nicht kreisförmigem Querschnitt von denen bei kreisförmigem Querschnitt unterscheiden. Nach Obot verwundert es daher nicht, dass die mit  $d_h$  gebildete kritische Reynolds-Zahl  $Re_k$  vom Seitenverhältnis  $a$  abhängt und mit steigendem  $a$  wächst, da erst für höhere Werte derselbe kritische Massenfluss  $\dot{m}_k$  erreicht wird. Obot schlägt daher, ähnlich wie auch Jones Jr. (1976), eine Neuskalierung von  $Re$  gemäß

$$Re_* = Re \frac{Re_{k,o}}{Re_k} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_k} Re_{k,o} \quad (2.61)$$

vor, um die unterschiedlichen Massenflüsse in verschiedenen Querschnitten zu berücksichtigen.  $Re_{k,o}$  steht hierbei für die kritische Reynolds-Zahl der Rohrströmung ( $\simeq 2300$ ).

Jones Jr. (1976) schlägt vor, die Reynolds-Zahl statt mit den hydraulischen Durchmesser mit einem sogenannten laminaren äquivalenten Durchmesser zu bilden. Für rechteckigen Kanalquerschnitt ergibt sich das reskalierte  $Re_*$  über den Geometriefaktor  $c$  (Gleichung (2.66)). Jones Jr. führt die Reskalierung nicht mittels der kritischen Reynolds-Zahlen durch sondern ersetzt in Gleichung (2.61)  $Re_{k,o}$  nach Gleichung (2.26) durch  $64/\lambda_l$  und  $Re_k$  entsprechend (2.64) durch  $c/\lambda_l$ . Daraus ergibt sich für  $Re_*$  der Zusammenhang

$$Re_* = Re \frac{64}{c} . \quad (2.62)$$

Für den Druckverlustbeiwert  $\lambda$  wird von Obot ebenfalls eine entsprechende Skalierung über den kritischen Druck und den kritischen Massenfluss vorgeschlagen. Durch diese Neuskalierung erhält Obot für die betrachteten Experimente für alle Seitenverhältnisse einen einheitlichen Verlauf des Druckverlustbeiwerts  $\lambda$  über der Reynolds-Zahl.

### 2.4.3 Druckverlustkorrelation für rechteckige Kanäle

Für den Druckverlust einer Strömung in einem rechteckigen Kanal gilt nach Bohl (2002), unter Verwendung des hydraulischen Durchmessers  $d_h$ , die in 2.1.2 eingeführte Gleichung

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d_h} \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 . \quad (2.63)$$

#### Laminare Strömung

Der Druckverlustbeiwert  $\lambda$  ist für laminare Strömung von der Reynolds-Zahl  $Re$  abhängig. Zusätzlich hängt sein Wert vom Kanalseitenverhältnis  $a$  ab und unterscheidet sich daher vom Wert  $64/Re$  für den kreisförmigen Querschnitt:

$$\lambda_l = \frac{c}{Re} . \quad (2.64)$$

Die Abweichung von der für Kreisrohre gültigen Korrelation ergibt sich, da das Konzept des hydraulischen Durchmessers  $d_h$  für laminare Strömungen nach Zierp und Bühler (1991) keine Gültigkeit hat. Herwig (2002) begründet dies mit der nicht-universellen Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe, die sich im Gegensatz zum Kreisrohr in Rechteckkanälen für laminare Strömung ergibt. Werte für den Geometriefaktor  $c$  können entweder Diagrammen in der Literatur entnommen (VDI-Gesellschaft (2002)), oder aus der Gleichung für den Volumenstrom  $\dot{V}$  in Rechteckkanälen (Ward-Smith (1980))

Seitenverhältnis $a$	1	2	5	$\infty$ (Parallelplatte)
$c$ (laminare Strömung)	56,9	62,19	76,28	96

Tabelle 2.4: Geometriefaktoren für  $\lambda_l$  in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis  $a$ .

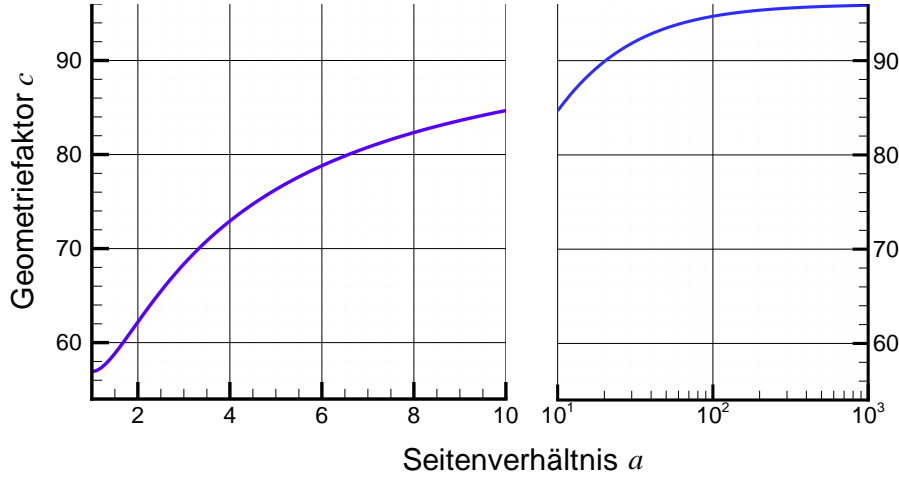


Abbildung 2.18: Geometriefaktor  $c$  des laminaren Druckverlustbeiwerts  $\lambda_l$  in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis  $a$ .

$$\dot{V} = u_m h b - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \left[ \frac{2}{3} a \left( \frac{b}{2} \right)^3 - \frac{16}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh N_n \frac{a}{2}}{N_n^5} \right], \quad (2.65)$$

ermittelt werden.  $N_n$  wird entsprechend Gleichung (2.60) berechnet. Unter Zuhilfenahme der Gleichungen (2.25), (2.3) und (2.64) erhält man den Geometriefaktor  $c$  in Abhängigkeit von Kanalbreite  $b$  und -höhe  $h$ :

$$c = -96 a^3 \pi^5 (a + b)^{-2} \left( -a \pi^5 + 192 b \sum_{n=0}^{\infty} \tanh \left( \frac{(2n+1)\pi a}{2b} \right) (2n+1)^{-5} \right)^{-1}. \quad (2.66)$$

In der Literatur wird  $c$  auch als Poiseuille-Zahl bezeichnet. In Abbildung 2.18 ist der Geometriefaktor  $c$  als Funktion des Seitenverhältnisses aufgetragen.

### Turbulente Strömung

Für turbulente Strömung ergibt sich nach Dean (1978) für glatte Rechteckkanäle ein Druckverlustbeiwert  $\lambda_t$ , der mit dem von Blasius (1913) ermittelten Wert für turbulente Strömung in glatten Kreisrohren (2.27) nahezu übereinstimmt. Selbige Aussage gibt auch Nikuradse (1930). Herwig (2002) nennt als Grund für die gute Übereinstimmung mit der Druckverlustkorrelation für Kreisrohre, dass im Gegensatz zur laminaren Strömung bei turbulenter Strömung im Rechteckkanal eine weitgehend universelle Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe vorliegt. Die Charakterisierung verschiedener Kanalgeometrien über den hydraulischen Durchmesser liefert daher mit Abweichungen um 2 % deutlich bessere

Übereinstimmung als für laminare Strömung. Nach Rotta (1972) wird der Reibungswiderstand turbulenter Kanalströmung in der praktischen Berechnung oft zu niedrig angegeben, da zusätzliche Reibungseffekte durch Sekundärströmungen in den Kanalecken vernachlässigt werden. Ward-Smith (1980) gibt für Rechteckkanäle ebenfalls eine generelle Übereinstimmung mit der Blasius-Formel an, verweist allerdings auch auf Messergebnisse, die etwa 10 % höhere Werte für  $\lambda_t$  aufgrund von Sekundärströmung in den Kanalecken zeigen. Idelchik (1986) gibt für den turbulenten Druckverlustbeiwert  $\lambda_t$  eine schwache Abhängigkeit vom Kanalseitenverhältnis  $a$  an. Nach Idelchik erhöht sich beispielsweise  $\lambda_t$  um 6 % bei einem Seitenverhältnis  $a = 5$ , und um 5 % bei  $a = 2$  gegenüber den Werten des Kreisrohrs. Für  $a = 1$  ergibt sich keine Abweichung.

Im Nikuradse-Diagramm in Abbildung 2.5 sind theoretische Werte und Messungen von Schiller (1923) für Rechteckkanäle verschiedener Seitenverhältnisse sowohl für laminare als auch turbulente Strömung aufgeführt.

## 2.5 Untersuchungen zur Kanalströmung in der Literatur

Im Folgenden wird exemplarisch auf einige numerische und experimentelle Untersuchungen zu transitioneller und turbulenter Kanalströmung genauer eingegangen. Ziel ist es, Ergebnisse aus makroskopischen Kanälen aufzuzeigen, welche in Kapitel 4.2 mit den Messungen in Mikrokanälen verglichen werden können. Die zitierten Veröffentlichungen betrachten jeweils örtlich und zeitlich aufgelöste Geschwindigkeiten in der Strömung.

### 2.5.1 Messverfahren

Bei den für die Geschwindigkeitsmessung verwendeten Verfahren handelt es sich um die Hitzdrahtanemometrie (HDA), die Laser Doppler Anemometrie (LDA) und die Particle Image Velocimetry (PIV). Historisch bedingt findet in älteren Veröffentlichungen bevorzugt die Hitzdrahtanemometrie Anwendung. Die Particle Image Velocimetry hingegen steht erst in jüngeren Arbeiten zur Verfügung. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Bei der **Hitzdrahtmessung** erfolgt die Messung mittels eines dünnen Drahts, welcher temperaturabhängig seinen Widerstand ändert. Je nach Strömungsgeschwindigkeit am Ort des Drahts ändert sich die Wärmeabfuhr vom Draht, so dass die Strömungsgeschwindigkeit mit der Widerstandsänderung des Drahts korreliert werden kann. Der Betrieb erfolgt entweder bei konstantem Strom und entsprechender temperatur- und damit strömungsabhängiger Widerstandsänderung oder bei konstanter Temperatur unter Verwendung einer Wheatstone'schen Brückenschaltung. Vorteilhaft ist die technisch einfache Realisierung und die hohe zeitliche Auflösung. Nachteilig ist der invasive Eingriff in die Strömung durch das Einbringen der Messsonde in den Kanal. Für kleine Kanalabmessungen, die vergleichbar mit den Abmessungen der Messsonde sind, wird die Strömung durch die Sonde gestört. Zudem ergeben sich thermische Effekte wie beispielsweise Viskositätsänderungen aufgrund der Wärmeabgabe der Sonde. Über eine geeignete Anordnung mehrerer Drähte ist die Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten möglich.

Bei der **Laser Doppler Anemometrie** wird die Strömungsgeschwindigkeit aus der Frequenzverschiebung, welche sich durch den Doppler-Effekt (Durst et al. (1976)) ergibt, bestimmt. Hierzu wird ein Laserstrahl in zwei Teilbündel zerlegt. Beide Teilbündel werden fokussiert und im Schnittpunkt ergibt sich das Messvolumen. Passiert ein Partikel in der

Strömung das Messvolumen, ergibt sich für dessen Streulichtwelle eine Frequenzverschiebung gegenüber dem ursprünglichem Laserstrahl. Diese Frequenzverschiebung korreliert mit der Strömungsgeschwindigkeit. Vorteile sind die hohe zeitliche Auflösung und die geringere Störung der Strömung, da nur Partikel mit Durchmessern im  $\mu\text{m}$ -Bereich zugefügt werden. Nachteilig ist die optische Zugänglichkeit des Kanals. Die örtliche Auflösung ist durch das Schnittvolumen der beiden Laserbündel (Durchmesser  $\gtrsim 10 \mu\text{m}$ ) bestimmt, sodass die Anwendung von LDA für Mikroströmungen problematisch ist.

Liefern die beiden genannten Verfahren pro Messung immer nur einzelne lokale Geschwindigkeitsvektoren, so ist es mit der **Particle Image Velocimetry** möglich, ein vollständiges Geschwindigkeitsfeld in einer zweidimensionalen Messebene zu bestimmen. Hierzu werden jeweils mit einer Kamera bei einem Zeitabstand  $dt$  zwei Bilder einer mit Partikeln beladenen Strömung aufgenommen. Anhand des Zeitabstands  $dt$  und des Versatzes der Partikel in den beiden Bildern können Geschwindigkeitsvektoren berechnet werden. Die Belichtung der einzelnen Doppelbilder erfolgt in der Regel mit einem Laser bei kurzer Pulslänge, sodass auch bei hohen Geschwindigkeiten scharfe Aufnahme der Partikel entstehen. Der Messbereich ergibt sich aus einem optisch aufgespannten Lichtschnitt der Laserstrahlen in der Strömung. Innerhalb dieses Lichtschnitts wird das  $2D$ -Geschwindigkeitsfeld bestimmt. Eine genauere Beschreibung des PIV-Verfahrens unter Berücksichtigung der Anpassung zur Messung in Mikrokanälen findet sich in Abschnitt 3.3.1. Nachteil des Verfahrens im Vergleich zu HDA und LDA ist die deutlich schlechtere zeitliche Auflösung, die weniger vom Zeitabstand  $dt$  der Doppelbilder aber entscheidend von der Wiederholrate der Doppelbilder abhängt.

Bei den aufgeführten **numerischen Ergebnissen** handelt es sich entweder um direkte numerische Simulationen (DNS) oder um Rechnungen mit Turbulenzmodellen (RANS).

Tabelle 2.6 gibt einen Überblick über Veröffentlichungen zu transitionellen und turbulenten Kanalströmungen. Sie beinhaltet die eingesetzten experimentellen oder numerischen Verfahren, die untersuchte Kanalgeometrie und den Reynolds-Zahlbereich. Die erhaltenen Ergebnisse, wie beispielsweise Turbulenzintensitäten, die für den Vergleich mit dieser Arbeit interessant sind, sind ebenfalls aufgeführt. Bei den in der Tabelle angegebenen Abkürzungen handelt es sich um:

- zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile ( $\bar{u}$ ),
- Profile der Turbulenzintensität der Hauptströmungsrichtung ( $Ti_x$ ),
- Turbulenzintensität der Hauptströmungsrichtung im Kanalzentrum ( $Ti_m$ ),
- Profile der turbulenten kinetischen Energie ( $k_t$ ),
- Profile der Reynolds-Schubspannung ( $\overline{u'v'}$ ),
- Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung ( $PDF$ ),
- Profile der Wirbelstärke ( $\omega$ ),
- Wirbelviskosität ( $\nu_t$ ),
- Schiefe ( $S$ ) und
- Kurtosis ( $F$ ).

### 2.5.2 Lokale Untersuchungen zur Transition ( $Re = \textit{konstant}$ )

Lokale Untersuchungen beziehen sich auf Berechnung und Messung des Geschwindigkeitsfelds entlang eines Kanals bei konstanter Reynolds-Zahl. Die Reynolds-Zahl ist so groß, dass die Strömung innerhalb des Kanals turbulent wird. Ziel ist die Ermittlung der lokalen Position der Transition zur Turbulenz. Eine Untersuchung der Strömungsstruktur zeigt zunächst einzelne Turbulenzflecken innerhalb der laminaren Strömung, im weiteren Verlauf entlang des Kanals bilden sich Turbulenzballen.

Umfangreiche Messungen zur Transition in einem Kreisrohr sind von Wygnanski und Champagne (1973) mittels Hitzdrahtanemometrie durchgeführt worden. Schwerpunkt dieser Untersuchungen ist der Einfluss verschiedener Eintrittsbedingungen auf die intermittierende Strömung, in welcher Teilgebiete turbulenter Strömung innerhalb der laminaren Strömung auftreten. Wygnanski und Champagne unterscheiden zwischen zwei Beobachtungen: Bei niedrigerer Reynolds-Zahl ( $Re = 2000 \dots 2700$ ) auftretende turbulente und relaminisierende Bereiche in Nähe des Rohreintritts werden als „puffs“ bezeichnet und bewegen sich langsamer als mit der querschnittsgemittelten Geschwindigkeit  $u_m$ . „Puffs“ werden durch große Störungen am Eintritt verursacht. Bei größerer Reynolds-Zahl werden turbulente Bereiche beobachtet, die sich über mehrere 100 hydraulische Durchmesser erstrecken. Sie werden als „slugs“ bezeichnet. Die Messungen ergeben, dass „slugs“ im Gegensatz zu „puffs“ nicht am Kanaleintritt auftreten, sondern erst im Einlaufbereich infolge von kleinen Störungen durch Instabilitäten innerhalb der Grenzschicht entstehen.

Melling und Whitelaw (1976) untersuchen experimentell mittels LDA die Strömung entlang eines Kanals mit quadratischem Querschnitt. Die Messungen in Abbildung 2.21 zeigen den Einlaufbereich der sich entwickelnden, turbulenten Strömung bei einer Reynolds-Zahl von  $Re = 80000$  im Kanalzentrum. Aufgetragen sind die Turbulenzintensität  $Ti_m = \sqrt{u'^2}/u_m$  und das Verhältnis der zeitgemittelten Mittengeschwindigkeit und der querschnittsgemittelten Geschwindigkeit  $\hat{u}/u_m$ . Die Turbulenzintensität beträgt am Eintritt  $Ti_m \simeq 1\%$ , das Geschwindigkeitsverhältnis  $\hat{u}/u_m \simeq 1,08$ . Wie in der Abbildung erkennbar, erreicht die Mittengeschwindigkeit nach etwa  $x \simeq 25 d_h$  ein Maximum und fällt nach einer Lauflänge  $x \simeq 35 d_h$  aufgrund des gleichmäßigen turbulenten Geschwindigkeitsprofils wieder etwas ab. Ein vollständig entwickeltes turbulentes Profil wird innerhalb des Messbereichs nicht erreicht (vgl. auch Abbildung 2.4). Der Anstieg von  $Ti_m$  aufgrund entstehender turbulenter Strukturen beginnt erst nach  $x \simeq 20 d_h$  und ist nach  $x \simeq 33 d_h$  mit Werten von  $Ti_m \simeq 4\%$  abgeschlossen.

Die Berechnungen von Demuren und Rodi (1984) zeigen die Profile der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  in der Kanalmittelebene  $z = h/2$  des quadratischen Kanals (Abbildung 2.20) bei einer Reynolds-Zahl  $Re = 250000$ . Die verschiedenen Kurven sind an verschiedenen Positionen ( $x/d_h$ ) längs des Kanals gegeben. Hierbei ist deutlich erkennbar, dass zunächst in Wandnähe ( $y = 0$ ) turbulente kinetische Energie erzeugt wird und erst nach  $x = 40 d_h$  die Kanalmitte ( $y = 0,5 h$ ) erreicht.

### 2.5.3 Entwicklung des Geschwindigkeitsprofils

Eine vollständigere Betrachtung der Geschwindigkeitsprofile entlang eines Kanals findet sich in den Abbildungen 2.3 und 2.4. Diese Ergebnisse beziehen sich auf Hitzdrahtmessungen von Gessner und Emerey (1981) und auf Berechnungen von Demuren und Rodi (1984) für einen quadratischen Kanal bei  $Re = 250000$ . Abbildung 2.3 zeigt normierte zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile in der Kanalmittelebene ( $z = h/2$ ). Die Kurven sind an verschiedenen Positionen  $x$  längs des Kanals gegeben. Abbildung 2.4 zeigt die normierte Geschwindigkeit  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) entlang des Kanals.

Nach Kanaleintritt ( $x = 0$ ) ergeben die Untersuchungen ein flaches Geschwindigkeitsprofil über dem Querschnitt. Mit zunehmender Lauflänge bilden sich an den Kanalwänden die Grenzschichten aus. Dies hat eine Beschleunigung der Geschwindigkeiten im Kanalzentrum und ein Abfallen der Geschwindigkeiten in Wandnähe zur Folge. Nach einer Lauflänge von  $x = 35 d_h$  zeigt sich ein Maximalwert der zeitgemittelten Mittengeschwindigkeit von  $\hat{u}/u_m \simeq 1,24$ . Nach dieser Lauflänge erkennen wir aufgrund der sich ausbildenden Turbulenz einen gegenläufiger Effekt, die Geschwindigkeiten im Kanalzentrum werden durch den turbulenten Queraustausch wieder kleiner. Die Geschwindigkeit im Kanalzentrum sinkt bis zu einer Lauflänge  $x = 60 d_h$  auf einen konstanten Wert von  $\hat{u}/u_m \simeq 1,17$  ab. Das in Abbildung 2.3 gezeigte zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofil für die vollständig eingelaufene Strömung ( $x = 84 d_h$ ) liegt über den kompletten Kanalquerschnitt unter den Profilen bei  $x = 24 d_h$  und  $x = 40 d_h$ . Dieses Ergebnis erscheint zunächst widersprüchlich in Bezug auf die Kontinuität, ist aber darin begründet, dass die gezeigten Profile in der Kanalmittelebene gemessen sind. Im Fall der vollständig eingelaufenen turbulenten Strömung ( $x = 84 d_h$ ) finden sich in den Kanalecken wesentlich höhere Geschwindigkeiten als bei der sich entwickelnden Strömung, etwa bei  $x = 40 d_h$ .

#### 2.5.4 Untersuchungen zur Transition ( $Re \neq \text{konstant}$ )

Neben der Bestimmung der lokalen Transition wird untersucht, bei welcher Reynolds-Zahl die Transition zu turbulenter Strömung stattfindet. Hierzu werden Untersuchungen an einer Stelle im Kanal durchgeführt, an welcher die Strömung eingelaufen ist. Die Reynolds-Zahl wird variiert und die turbulenten Größen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl werden diskutiert.

In Abschnitt 2.2.1 sind wir bereits auf Hitzdrahtmessung zur Transition in einer Rohrströmung von Ünsal und Durst (2006) eingegangen. Abbildung 2.8 zeigt das laminare und das turbulente Geschwindigkeitsprofil der Rohrströmung. In Abbildung 2.9 ist die Turbulenzintensität in Hauptströmungsrichtung  $Ti_m = \sqrt{u'^2}/\bar{u}$  in Rohrmitte über die Reynolds-Zahl aufgetragen. Durch die Minimierung von Störungen bleibt die Strömung bis  $Re = 13000$  laminar bei konstanter gemessenen Turbulenzintensität  $Ti_m \simeq 0,2\%$ . Im Transitionsbereich kommt es aufgrund intermittierender Strömung zu einem Anstieg der Turbulenzintensität, parallel steigt der Intermittenzfaktor  $\gamma$  an (Abbildung 2.14). Mit Abschluss der Transition und Erreichen der vollständig turbulenten Strömung bei  $Re = 13200$  sinkt die Turbulenzintensität auf konstant  $Ti_m \simeq 3,4\%$ . Diese detaillierte Messung über einen weiten Bereich von Reynolds-Zahlen grenzt die Bereiche laminarer, transitioneller und turbulenter Strömung deutlich voneinander ab.

#### 2.5.5 Untersuchung der turbulenten Strömung

Ist die Transition abgeschlossen, ergeben sich die folgenden Ergebnisse für die turbulente Kanalströmung. Die Profile der normierten Turbulenzintensitäten in der Mittelebene ( $y = b/2$ ) eines Kanals sind in Abbildung 2.10 nach Hitzdrahtmessungen von Kreplin und Eckelmann (1979) bei einem Seitenverhältnis  $a = 4$  und  $Re_h = 7700$  aufgetragen. Die Turbulenzintensität in Hauptströmungsrichtung ist deutlich größer als die Turbulenzintensitäten  $Ti_y$  und  $Ti_z$ . Die Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  und  $Ti_y$  zeigen einen starken Anstieg in Wandnähe, dem Ort der größten Turbulenzproduktion. In Richtung Kanalmitte sinken die Werte der Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  und  $Ti_y$  kontinuierlich ab, da in der Kanalmitte keine Turbulenzproduktion stattfindet. Das Profil von  $Ti_z$  zeigt keinen Anstieg in Wandnähe, da Schwankungen normal zur Wand nicht möglich sind. In Richtung Kanalmitte fallen

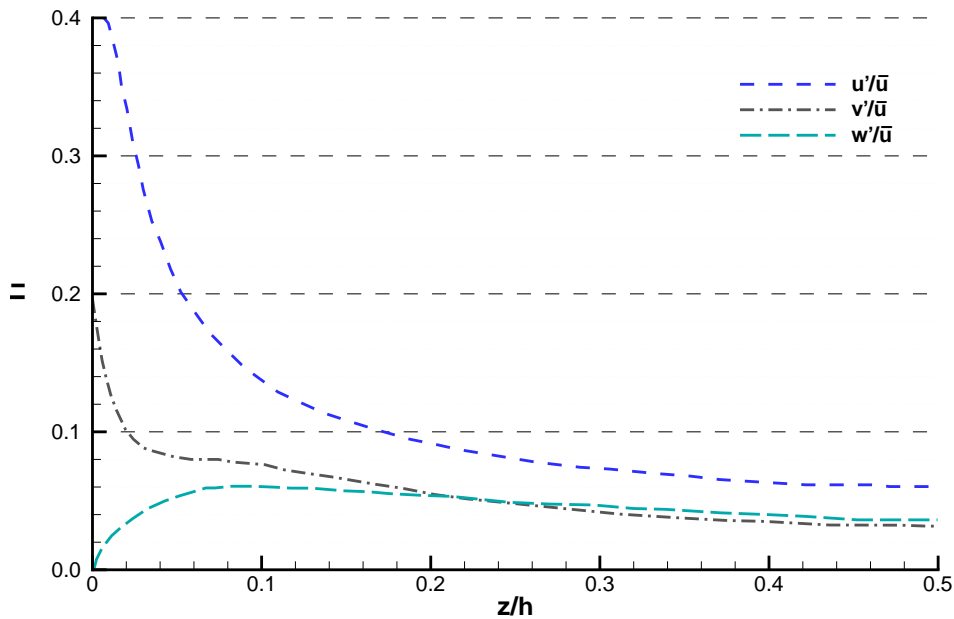


Abbildung 2.19: Turbulenzintensitäten einer Spaltströmung, DNS-Rechnung von Gilbert (1988).

die Profile von  $Ti_y$  und  $Ti_z$  zusammen, sodass im wandfernen Bereich von gleich starken Schwankungen in  $y$ - und  $z$ -Richtung ausgegangen werden kann.

Die numerische Simulation einer Kanalströmung von Gilbert (1988) bei  $Re_h = 3773$  in Abbildung 2.19 zeigt ähnliche Profile der Turbulenzintensitäten  $Ti_x$ ,  $Ti_y$  und  $Ti_z$ . Aus der Simulation ergibt sich ebenfalls, dass  $Ti_x = \sqrt{u'^2}/\bar{u}$  (im Kanalzentrum) in etwa doppelt so groß wie  $Ti_y$  und  $Ti_z$  sind.  $Ti_y$  und  $Ti_z$  liegen außerhalb des Wandbereichs ebenfalls auf gleichem Niveau. Für Geschwindigkeitsmessverfahren, die nur die Schwankungsgrößen  $u'$  und  $v'$  erfassen, kann daher im wandfernen Bereich  $\overline{v'^2} \simeq \overline{w'^2}$  gesetzt werden.

Das Profil für  $\overline{u'v'}$  im Kanalquerschnitt in der Kanalmittebene  $z = h/2$  zeigt in Abbildung 2.11 für  $Re = 13200$  den Verlauf der Reynolds-Schubspannung ( $-\rho \overline{u'v'}$ , vgl. Gleichung (2.14)). Der Kanal hat einen quadratischen Querschnitt, die Ergebnisse sind aus DNS-Rechnungen von Huser und Biringen (1993). In Wandnähe dominieren viskose Kräfte,  $\overline{u'v'}$  verschwindet deshalb. Außerhalb der viskosen Unterschicht hat  $\overline{u'v'}$  ein Minimum und steigt dann linear bis zur Kanalmitte auf  $\overline{u'v'} = 0$ .

Das in Abbildung 2.12 aufgetragene Profil der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  nach Messungen und Rechnung von Rokni et al. (1998) in einem Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 8$  bei  $Re_h = 5800$  zeigt in Kanalmitte ein Minimum, da in Kanalmitte keine Turbulenzproduktion stattfindet. Zur Kanalwand hin steigt  $k_t$  aufgrund der höheren Turbulenzproduktion entsprechend an.

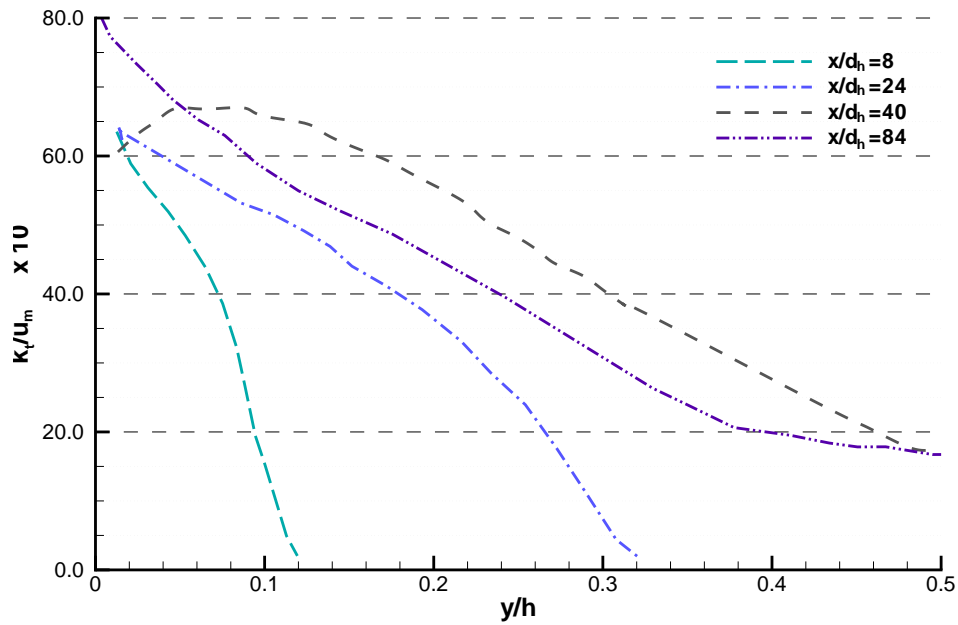


Abbildung 2.20: Lokale Berechnungen der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  von Demuren und Rodi (1984).

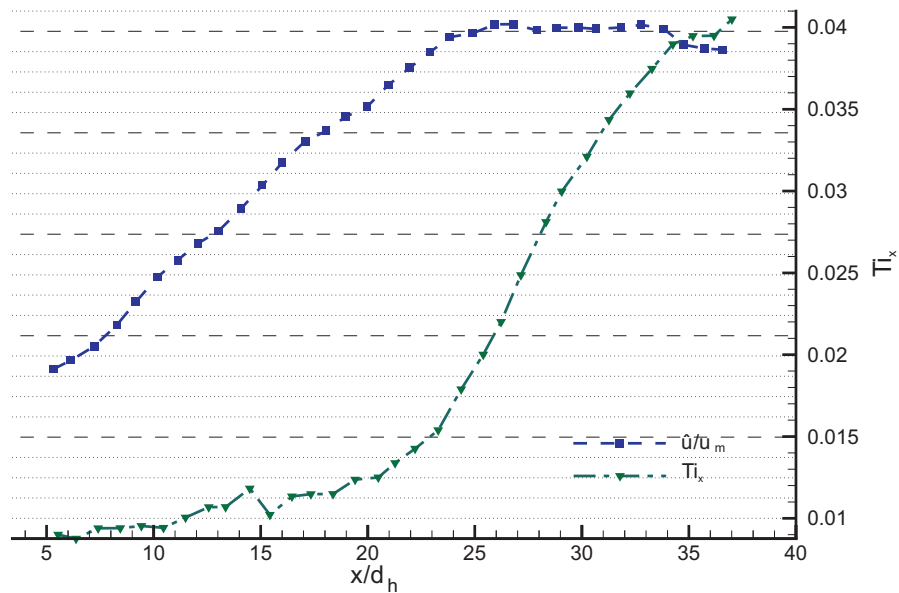


Abbildung 2.21: Lokale Messung von Melling und Whitelaw (1976) von  $\hat{u}/u_m$  und  $T_{i_m}$  einer sich entwickelnden turbulenten Strömung bei  $Re = 80000$  für einen quadratischen Kanal.



## 2 Theorie und Messungen für Makrokanäle

Autor	Seitenverhältnis $a$	$Re$	Ergebnisse	Methode
Melling und Whitelaw (1976)	1	> 12000	$Ti_m \simeq 1\%$ (Einlauf), $Ti_m \simeq 4\%$ (eingelaufen), $\overline{u'v'}$	experimentell: LDA
Huser und Biringen (1993)	1	13200	$\bar{u}$ , $Ti_m \simeq 8,5\%$ , $\overline{u'v'}$ , $\bar{\omega}$	numerisch: DNS
Gessner und Jones (1965), Gessner und Emerey (1981)	1, 2	15000 - 75000	$\bar{u}$ , $\overline{u'v'}$ , $S$ , Untersuchung von Sekundärströmung	experimentell: Hitzdraht
Demuren und Rodi (1984)	1, 5	15000 - 250000	$\bar{u}$ , $\overline{u'v'}$ , $k_t$	numerisch: k- $\epsilon$
Kreplin und Eckelmann (1979)	4	7700	$Ti_m \simeq 5\%$ , $S$ , $F$ , $PDF$	experimentell: Hitzdraht
Eckelmann (1974)	5	5600-8200	$Ti$ , $\overline{u'v'}$ , $S$ , $F$ , $PDF$	experimentell: Hitzdraht
Islam et al. (2002)	5	1400– 50000	$\bar{u}$ , $k_t$ , Rillenrauheit	experimentell: PIV
Kastrinakis und Eckelmann (1983)	7	25000	$Ti_m = 8\%$ , $\overline{u'v'}$ , $S$ , $F$	experimentell: Hitzdraht
Rokni et al. (1998)	8	5800	$\bar{u}$ , $Ti_m = 10\%$ , $k_t$	experimentell: LDA, numerisch: k- $\epsilon$
Hussain und Reynolds (1975)	12	13800, 23200, 32300	$\bar{u}$ , $Ti_m = 4\%$ , $\nu_t$	experimentell: Hitzdraht
Kleiser (1985)	$\infty$		$\bar{u}$ , $Ti$ (Transition)	numerisch: DNS
Gilbert (1988)	$\infty$	$Re_h =$ 3773	$\bar{u}$ , $Ti$ (Transition)	numerisch: DNS
Kim et al. (1987)	$\infty$	$Re_h =$ 6600	$\bar{u}$ , $Ti_m = 7\%$ , $\overline{u'v'}$ , $S$ , $F$ , $\nu_t$ , $\omega$	numerisch: DNS
Yoshimura und Tatsumi (1990)	beliebig	laminar	Stabilitätsuntersuchung für $Re_k$ in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses	lineare Stabilitätsunter- suchung
Wynanski und Champagne (1973)	Rohr	transitionell	$Ti_m = 6\%$ , $\overline{u'v'}$ , lokale Messungen	experimentell: Hitzdraht
Ünsal und Durst (2006)	Rohr	100 – 17000	$\bar{u}$ , $Ti_m = 0,2 - 3,5\%$ ,	experimentell: Hitzdraht
Westerweel et al. (1996)	Rohr	5300	$\bar{u}$ , $Ti_m = 4,7\%$ , $\overline{u'v'}$ , $S$	experimentell: PIV

Tabelle 2.6: Literaturübersicht numerischer und experimenteller Untersuchungen transito-  
neller und turbulenter Kanalströmung verschiedener Seitenverhältnisse.

## 3 Experimentelle Technik

Im Folgenden werden der experimentelle Aufbau und die verwendeten Messtechniken für Druckdifferenz und Geschwindigkeitsfeld erläutert. Zudem wird auf die Vorgehensweise zur Auswertung der Messdaten eingegangen. Für die Messverfahren wird schließlich eine Fehlerbetrachtung durchgeführt.

### 3.1 Experimenteller Aufbau

Um verschiedene Kanalgeometrien untersuchen zu können, ist der Versuchsstand so konzipiert, dass ein einfacher Austausch der zu untersuchenden Mikrokanäle möglich ist. Zunächst wird der Messaufbau vorgestellt, anschließend die einzelnen untersuchten Kanalstrukturen.

#### 3.1.1 Teststrecke

Eine schematische Darstellung des Messaufbaus findet sich in Abbildung 3.1. Um bei den Untersuchungen in den Bereich turbulenter Mikroströmungen zu gelangen, müssen hohe Geschwindigkeiten von mehreren  $10 \text{ m/s}$  bei entsprechenden Druckdifferenzen bis zu  $\Delta p = 20 \text{ bar}$  im Mikrokanal erreicht werden. Dies wird durch das Verwenden von Helium (reaktionsträge, schlecht löslich in Wasser) als Antriebsgas für das Testmedium Wasser erreicht. Mit einem an eine Heliumflasche mit  $200 \text{ bar}$  Druck angeschlossenen Druckminderer kann ein konstanter Heliumdruck von  $p = 0 \dots 20 \text{ bar}$  eingestellt werden. Dieser Druck treibt die Testflüssigkeit (deionisiertes, gefiltertes, entgastes Wasser) aus ihrem Vorratsbehälter in einen metallischen Montageblock. An diesen Montageblock sind die für die Messung verwendeten Sensoren angeschlossen. Das Wasser verlässt den Montageblock an seiner Oberseite und fließt in die (waagrecht) montierte Teststruktur. Nach Durchfluss durch die Teststruktur tritt das Wasser wieder in den Montageblock ein. Nach Verlassen des Montageblocks wird der zeitlich aufgelöste Massendurchfluss  $\dot{m}$  des Wassers über eine Waage aus  $m(t)$  ermittelt. Folgende Messgrößen werden innerhalb des Montageblocks aufgenommen: Zwei *PT100* Temperatursensoren im Montageblock messen die Wassertemperatur ( $T_1$ ) vor und ( $T_2$ ) nach Durchlaufen der montierten Teststruktur. Ebenfalls vor dem Eintritt des Wassers in die Teststruktur bzw. nach seiner Rückkehr in den Montageblock wird die Druckdifferenz  $\Delta p_t$  mit einer Differenzdruckmessdose gemessen. Um die Messung bei konstanten Stoffwerten (kinematische Viskosität  $\nu$ , Dichte  $\rho$ ) durchzuführen, wird das Wasser im Vorratsbehälter und der metallische Montageblock durch einen Thermostat geregelten Wasserkreislauf auf konstanter Temperatur gehalten. Zur Geschwindigkeitsmessung in der Mikroströmung ist oberhalb des Kanals ein Mikroskop montiert.

Der Versuchsaufbau ermöglicht einen einfachen Austausch der untersuchten Kanalstruktur. Hierfür wird der zu untersuchende Mikrokanal in die Oberseite eines  $7 \times 3,7 \times 1 \text{ cm}^3$  großen Edelstahlblocks gefräst. Vor und hinter dem eigentlichen Mikrokanal befinden sich größere Kanalquerschnitte (Abbildungen 3.2, 3.3) und an deren Ende die Anschlussbohrungen zur Unterseite des Metallblocks. Die Teststruktur wird auf dem Versuchsstand montiert und durch die Anschlussbohrungen mit der Testflüssigkeit durchströmt. Nach oben wird die gefräste Struktur über eine aufgeschraubte Deckplatte abgedichtet. Werden

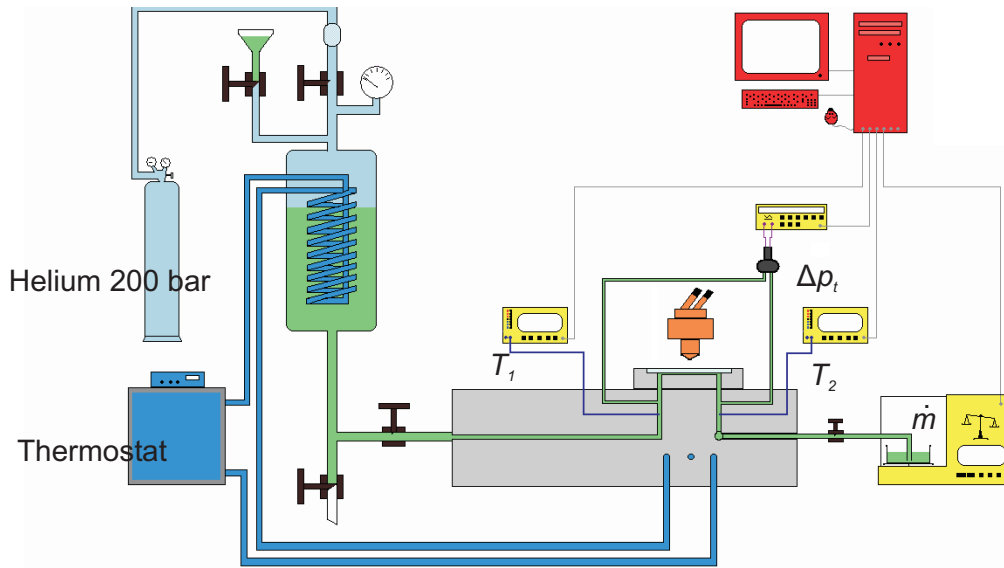


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Teststrecke.

Druckmessungen durchgeführt, wird eine Deckplatte aus Edelstahl verwendet. Für Geschwindigkeitsmessungen muss der Kanal optisch zugänglich sein, sodass in diesem Fall die Deckelung mit einer Plexiglasplatte erfolgt. Die Deckelung ist so konzipiert, dass außerhalb des Bereichs des Mikrokanals ein Teil des Deckels tiefer gefräst ist, so dass die eigentliche Abdichtung des Kanals nur über einen  $2\text{ mm}$  breiten Steg erfolgt. Für die Geschwindigkeitsmessung befindet sich oberhalb der Plexiglasplatte zusätzlich eine  $3\text{ mm}$  dicke Edelstahlplatte mit einem  $4\text{ mm}$  breiten Sichtschlitz im Bereich des Mikrokanals. Die so strukturierten Deckelplatten ermöglichen eine vollständige Abdichtung der Kanäle auch bei hohen Drücken.

### 3.1.2 Teststrukturen

Die Herstellung der untersuchten Mikrokanäle erfolgt am Institut für Mikroverfahrenstechnik (IMVT) am Forschungszentrum Karlsruhe mittels Mikrofräsen. Um den Einfluss des Kanalseitenverhältnisses  $a$  zu untersuchen, werden Strukturen mit den Seitenverhältnissen 1, 2 und 5 gefertigt. Die Kanalbreiten  $b$  und -höhen  $h$  werden dabei so gewählt, dass sich für alle Strukturen ein einheitlicher hydraulischer Durchmesser  $d_h$  (Gleichung (2.2)) ergibt. Der typische Kanalquerschnitt der am IMVT hergestellten Mikrowärmeübertragerwürfel beträgt  $200\text{ }\mu\text{m} \times 100\text{ }\mu\text{m}$ . Mit diesen Werten ergibt sich der hydraulische Durchmesser als  $d_h = 133\text{ }\mu\text{m}$  und daraus die Abmessungen der anderen Kanäle (Tabelle 3.1). Jeder Kanal wird in zwei Ausfertigungen hergestellt, einmal mit einer Länge von  $l_k = 18\text{ mm}$  und einmal mit einer Länge von  $l_l = 27\text{ mm}$  (Abbildung 3.3). Für die Untersuchung des Einflusses der Oberflächenrauheit wird ein zusätzliches Kanalpaar mit dem Seitenverhältnis  $a = 5$  gefertigt. Dieses Paar wird mittels Sandstrahlung stark aufgeraut. Abbildung 3.4 zeigt aus der Rauigkeitsmessung der Kanäle bestimmte 3D-Profile eines nicht zusätzlich aufgerauten und eines aufgerauten Mikrokanals. Im weiteren Text werden die sandgestrahlten Kanäle als „rau“ bzw. „aufgeraut“ bezeichnet. Fehlt dieses Attribut, sind die nicht zusätzlich aufgerauten „normalen“ Kanäle gemeint. Deren deutlich kleinere Rauigkeiten ergeben sich aufgrund der Fräsfertigung. Die Ein- und Austrittsplenen der Teststrukturen (Abbildungen 3.2 und 3.3) haben mit einer Breite von  $2\text{ mm}$  und einer Tiefe von  $1\text{ mm}$  einen wesentlich

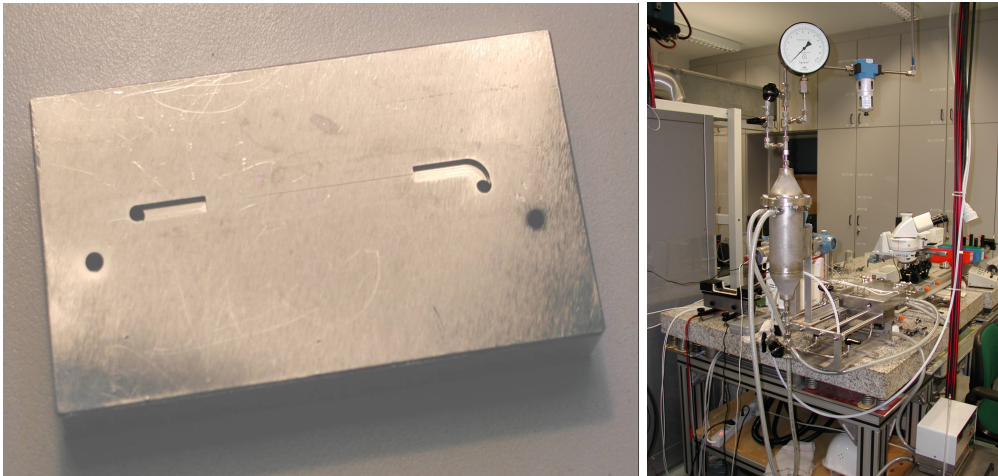


Abbildung 3.2: Teststruktur und Versuchsstand.

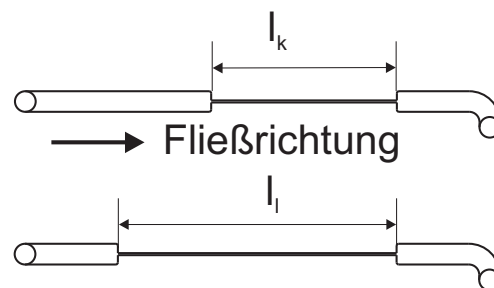


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der langen und kurzen Kanalstrukturen.

größeren Querschnitt als die zu untersuchenden Mikrokanäle. Durch diesen großen Querschnitt werden Druckverluste außerhalb des Mikrokanals minimiert. Für die Untersuchung ist es sinnvoll, Strukturen mit scharfkantigen Übergängen bei Ein- und Austritt in/aus dem Mikrokanal zu verwenden, da dies der realen Konfiguration eines Mikrowärmeübertragerwürfels entspricht.

### 3.1.3 Geometriebestimmung und Rauigkeitsmessung

Für die Genauigkeit der Messungen ist es essentiell, die Geometriedaten der Kanäle exakt zu kennen, da diese sowohl in die Bestimmung der Reynolds-Zahl  $Re$  (Gleichung (2.3)) als auch des Druckverlustbeiwerts  $\lambda$  (Gleichung (2.25)) eingehen. Die für die Kanäle ermittel-

Seitenverhältnis $a$	1	2	5
Breite $b$	133 $\mu m$	200 $\mu m$	400 $\mu m$
Höhe $h$	133 $\mu m$	100 $\mu m$	80 $\mu m$
hydraulischer Durchmesser $d_h$	133 $\mu m$	133 $\mu m$	133 $\mu m$

Tabelle 3.1: Vorgegebene Geometriedaten der Mikrokanäle.

### 3 Experimentelle Technik

ten Geometriedaten weichen aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten geringfügig von den Vorgaben in Tabelle 3.1 ab und sind in Tabelle 3.2 aufgeführt.

Kanal- geome- trie	Länge $l$ [mm]	Höhe $h$ [ $\mu\text{m}$ ]	Breite $b$ [ $\mu\text{m}$ ]	hydrau- lischer Durch- messer $d_h$ [ $\mu\text{m}$ ]	mittlere Rautie- fen $R_z, \overline{R_z}$ [ $\mu\text{m}$ ]	mittlere Rauig- keiten $R_a, \overline{R_a}$ [ $\mu\text{m}$ ]	relative Rau- igkeit $\frac{k_{tech}}{d_h}$	Geome- triefak- tor $c$
$a = 1$ , kurz	18	129,2	120,9	124,9	0,8 , 2,6	0,18 , 0,56	0,019	57
$a = 1$ , lang	26,7	129,3	123,4	126,6	0,8 , 2,6	0,16 , 0,55	0,019	56,9
$a = 2$ , kurz	18	102	202	135,5	0,9 , 2,4	0,13 , 0,42	0,013	62,1
$a = 2$ , lang	27	104,5	201,5	137,6	0,8 , 2,4	0,11 , 0,41	0,013	61,7
$a = 5$ , kurz	18	77,7	392,8	129,8	0,7 , 2	0,16 , 0,31	0,01	76,4
$a = 5$ , lang	26,7	88,3	392	144,1	0,8 , 2,1	0,15 , 0,32	0,01	74,5
$a = 5$ , kurz, rau	18	$\simeq 84,8$	$\simeq 363,8$	$\simeq 127,4$	19,9 , 10,6	2,6 , 1,39	0,05	74
$a = 5$ , lang, rau	27	$\simeq 86,3$	$\simeq 357$	$\simeq 126,9$	20 , 10,8	3,23 , 1,7	0,06	73,4

Tabelle 3.2: Geometriedaten der untersuchten Mikrokanäle.

#### Rauigkeit

Die Angabe der Kanalrauigkeiten erfolgt über die mittlere Rautiefe  $R_z$  und die mittlere Rauigkeit  $R_a$  (*DIN EN ISO 4278*). Für die Bestimmung von  $R_z$  wird der Messbereich in mehrere gleichgroße Einzelbereiche eingeteilt, für welche die Höhendifferenz zwischen maximaler Erhebung und Vertiefung bestimmt wird.  $R_z$  ergibt sich als Mittelwert der bestimmten Höhendifferenzen. Die mittlere Rauigkeit  $R_a$  hingegen gibt den mittleren Abstand der Erhebungen und Vertiefungen von einer Mittellinie an. Die Mittellinie ist so gewählt, dass die Summe der Abweichung von der Mittellinie minimiert ist.

Für  $R_a$  und die technische Rauigkeit  $k_{tech}$  gilt nach Schlichting und Gersten (2006) der Zusammenhang

$$k_{tech} \simeq 4,3 R_a . \quad (3.1)$$

Die Bestimmung der Rauigkeitswerte und Kanaltiefen der Einzelkanäle erfolgt messtechnisch mittels chromatischer Aberration mit Weißlicht. Hierbei wird Weißlicht mittels eines Messkopfs mit stark wellenlängenabhängiger Brennweite auf die zu untersuchende Oberfläche fokussiert. Das Spektrum des an der Oberfläche gestreuten Lichts weist ein charakteristisches Maximum auf, aus dessen Wellenlänge die Höhe der untersuchten Stelle bestimmt werden kann. Die Messgenauigkeit des Verfahrens ist besser als 10 nm. In Abbil-

### 3 Experimentelle Technik

Abbildung 3.5 zeigt den Rauigkeitsverlauf über die Kanallänge exemplarisch für den kurzen Kanal, Seitenverhältnis  $a = 1$  in Kanalmitte aufgetragen.

Für die Bestimmung der Seitenwandrauigkeit wird exemplarisch ein Kanal zersägt und die Seitenwandrauigkeit als  $R_{z, Wand} = 3,47 \mu m$  und  $R_{a, Wand} = 0,89 \mu m$  bestimmt. Für die Untersuchungen wird aufgrund der gleichen Fertigungsverfahren von einer weitgehenden Übereinstimmung der Seitenwandrauigkeit aller Kanäle ausgegangen. Für die Druckdifferenzmessungen werden die Kanäle mit einer Edelstahlplatte abgedichtet. Die Rauigkeiten dieser Deckplatte betragen  $R_{z, Platte} = 2,73 \mu m$  und  $R_{a, Platte} = 0,23 \mu m$ .

Tabelle 3.2 beinhaltet die Geometriedaten der acht Einzelkanäle. Die angegebenen gemittelten Rautiefen  $\overline{R_z}$  und Rauigkeiten  $\overline{R_a}$  setzen sich hierbei aus dem Kanalseitenverhältnis  $a$ , den am Kanalboden gemessenen Rauigkeiten ( $R_z, R_a$ ) und der Seitenwand- und Deckplattenrauigkeit entsprechend den Gleichungen

$$\overline{R_z} = \frac{a (R_z + R_{z,Platte}) + 2 R_{z,Wand}}{2 + 2 a} \quad (3.2)$$

und

$$\overline{R_a} = \frac{a (R_a + R_{a,Platte}) + 2 R_{a,Wand}}{2 + 2 a} \quad (3.3)$$

zusammen. Für die Deckplattenrauigkeit wird der Wert der Metallplatte verwendet. Bei Deckelung mit Plexiglas ergeben sich entsprechend niedrigere Werte für  $\overline{R_z}$  und  $\overline{R_a}$ . Die angegebenen relativen Rauigkeiten sind entsprechend Gleichung (3.1) mit  $\overline{R_a}$  berechnet. Der in der Tabelle aufgeführte Wert  $c$  ist der Geometriefaktor des laminaren Druckverlustbeiwerts  $\lambda_l$  für Rechteckkanäle (vgl. Abschnitt 2.4.3, Gleichung (2.66)).

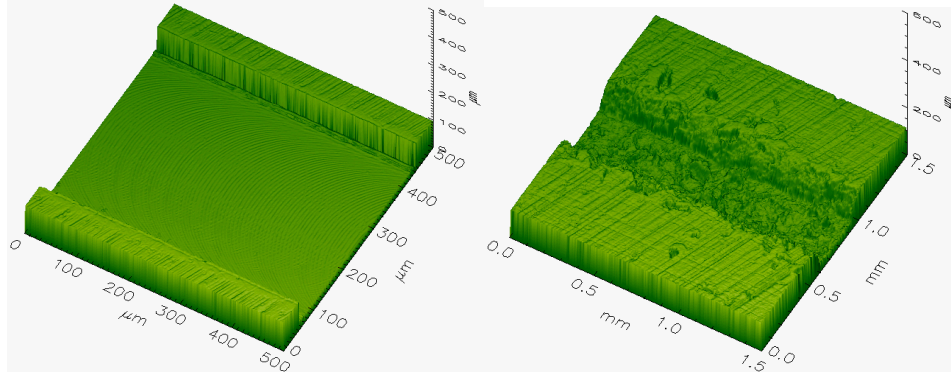


Abbildung 3.4: 3D-Darstellung der Kanäle mit Seitenverhältnis  $a = 5$  aus Rauigkeitsmessung, links: nicht zusätzlich aufgeraut, rechts: mit Sandstrahlen aufgeraut.

### 3 Experimentelle Technik

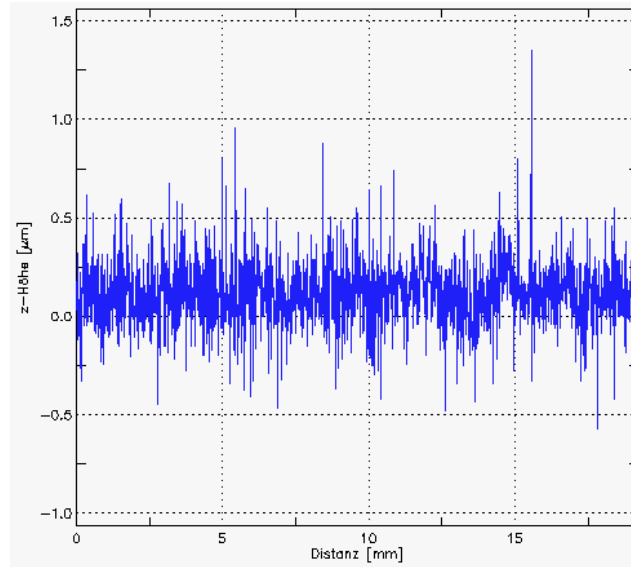


Abbildung 3.5: Rauigkeitsverlauf entlang des kurzen Kanals mit Seitenverhältnis  $a = 1$  in Kanalmitte über der Kanallänge.

#### Tiefenmessung

Die Bestimmung der Kanaltiefen erfolgt ebenfalls über chromatische Aberration. Die in Tabelle 3.2 aufgeführten Messwerte zur Kanaltiefe entsprechen dem Mittelwert aus Tiefenmesswerten entlang des Kanals (Abbildung 3.6, Anhang 7.3). Die Tiefe ergibt sich hierbei aus der Höhendifferenz zwischen den Kanalseitenwänden (rote, blaue Linie) und dem Kanalboden in Kanalmitte (grüne Linie). Für alle untersuchten Kanalstrukturen ergibt sich ein linearer Verlauf der Kanaltiefe. Allerdings variiert die Kanaltiefe zwischen Kanalbeginn ( $h_1$ ) und Kanalende ( $h_2$ ) aufgrund nicht exakter Ausrichtung zum Fräswerkzeug während der Fertigung geringfügig, sodass sich eine Tiefendifferenz  $\Delta h_{1-2} = h_1 - h_2$  ergibt (Tabelle 3.3). Die Fehler der in Tabelle 3.2 aufgeführten Mittelwerte  $h = (h_1 + h_2) / 2$  der Tiefenmessung wird als  $\Delta h \simeq \pm 1 \mu\text{m}$  angenommen. Weitere Daten zur Tiefenmessung finden sich im Anhang 7.3.

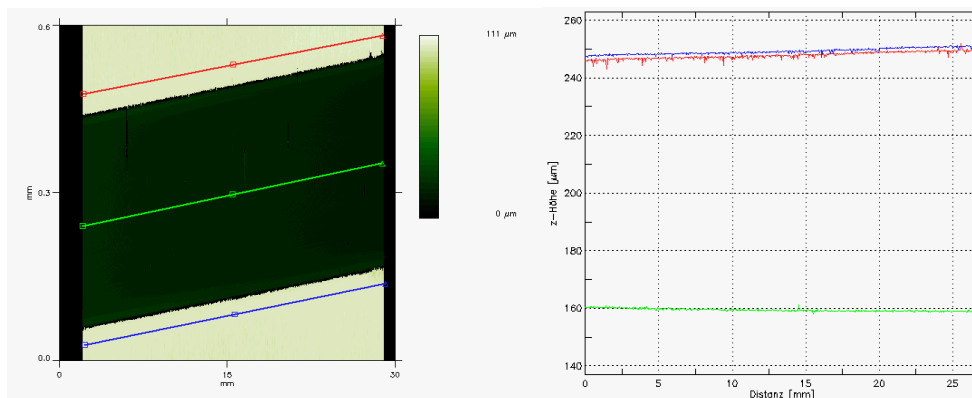


Abbildung 3.6: Messung der Kanaltiefe entlang des langen Kanals, Seitenverhältnis  $a = 5$ .

	langer Kanal			kurzer Kanal		
Seitenverhältnis $a$	$h_1$ [ $\mu m$ ]	$h_2$ [ $\mu m$ ]	$\Delta h_{1-2}$ [ $\mu m$ ]	$h_1$ [ $\mu m$ ]	$h_2$ [ $\mu m$ ]	$\Delta h_{1-2}$ [ $\mu m$ ]
1	128	131,86	-3,86	127,1	131,25	-4,16
2	107,75	101,22	6,53	104,69	99,22	5,47
5	85,94	90,63	-4,69	76,56	78,9	-2,34

Tabelle 3.3: Unterschiede der Kanaltiefen  $\Delta h$  entlang der Kanäle.

	langer Kanal			kurzer Kanal		
Seitenverhältnis	1	2	5	1	2	5
Kantensteilheit $\alpha$	$< 92^\circ$	$< 90,8^\circ$	$< 90,8^\circ$	$< 91,7^\circ$	$< 91,6^\circ$	$< 91,2^\circ$

Tabelle 3.4: Kantensteilheit  $\alpha$  der Kanäle.

### Breitenmessung

Die Breitenmessung der Kanäle erfolgt unter einem Lichtmikroskop bei 20-facher Vergrößerung mittels einer Präzisionsmessuhr. Die Kanalbreite wird jeweils anhand der Oberkante der Kanäle über Messpunkte mit jeweils 1 mm Abstand bestimmt. Die entsprechenden Mittelwerte sind ebenfalls in Tabelle 3.2 aufgeführt. Für die Bestimmung der mittleren Kanalbreite wird ein Fehler von  $\Delta b = \pm 1 \mu m$  angenommen.

Aus den Messungen zur Kanaltiefe über den Kanalquerschnitt werden Werte für die Kantensteilheit ermittelt (Anhang 7.3 und Tabelle 3.4). Die gefrästen Kanäle sind mit einem messbaren Wandwinkel von  $\alpha \lesssim 92^\circ$  nahezu rechtwinklig. Das Messverfahren liefert allerdings in unmittelbarer Wandnähe gestörte Messdaten und wird von Unregelmäßigkeiten der Seitenwand beeinflusst. Es ist daher davon auszugehen, dass die Übereinstimmung vom  $\alpha$  mit der rechtwinkligen Kanalgeometrie in Wirklichkeit besser ist als die gefundene Obergrenze von  $\alpha \lesssim 92^\circ$ .

Für die sandgestrahlten Kanäle ist dies nicht der Fall. Für diese Kanäle ergibt sich die in Abbildung 3.7 gezeigte Rundung der Oberkanten. Für die Geometriebestimmung der aufgerauten Kanäle wird die Kanalbreite an der Oberseite ( $b_1$ ), am Ende der Rundung ( $b_2$ ) und am Kanalboden ( $b_3$ ) gemessen und die mittlere Breite über den Zusammenhang

$$b = \frac{b_1 + 3(b_2 + b_3)}{7} \quad (3.4)$$

gewichtet abgeschätzt (Abbildung 3.7). Der hydraulische Durchmesser dieser Kanäle wird nach Bohl (2002) über den Zusammenhang  $d_h = 4 A/U$  abgeschätzt. Die Geometriedaten der aufgerauten Kanäle stellen aufgrund der ungleichförmigen Einwirkung der Sandstrahlung entlang des Kanals (und der daraus resultierenden Charakterisierungsschwierigkeiten) nur Näherungswerte dar.



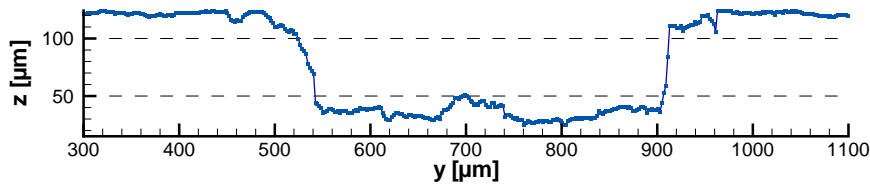


Abbildung 3.7: Querschnittsprofil des Kanals mit Seitenverhältnis  $a = 5$ , lang, mit Sandstrahlen aufgeraut.

### 3.2 Messung der Druckdifferenz (integral)

Die Aufnahme der Druckdifferenz zwischen Ein- und Austritt der Teststruktur erfolgt mit einem Druckmessumformer für Differenzdrücke der Firma *Rosemount* der Serie *3051S*. Die Druckmessdose ist für den Bereich  $0 - 20 \text{ bar}$  kalibriert, sie verfügt über eine  $20 \text{ mA}$  Schnittstelle und ist über einen  $500 \Omega$  Präzisionswiderstand an ein digitales Multimeter (DMM) *Prema 6031 (Integrating Digital Multimeter)* angeschlossen. Der Vergleich der angezeigten Werte im Display der Druckmessdose und die gemessene Spannung  $U$  ergeben folgende Kennlinien für  $p(U)$ :

$$p = 2,498 U - 4,995 . \quad (3.5)$$

Die Anbindung des DMM an den Messrechner erfolgt über eine parallele Schnittstelle. Messaufnahmen sind im Abstand von  $d_t = 1 \text{ s}$  möglich. Die Differenzdruckmessdose hat laut Prüfprotokoll eine Abweichung von  $\Delta p/p = -0,036 \% \dots 0,007 \%$ . Das DMM arbeitet mit einer Genauigkeit von  $0,0008 \%$  des Messwertes. Der ermittelte Steigungskoeffizient (Gleichung 3.5) weicht um  $0,06 \%$  vom Wert des vom Hersteller gelieferten Prüfprotokolls ab. Die wahrscheinliche Ursache hierfür ist eine geringe Ungenauigkeit des  $500 \Omega$  Messwiderstands. Für eine konservative Abschätzung des Fehlereinflusses wird daher mit  $\Delta p/p = \pm 0,06 \%$  gerechnet.

#### Massenstrommessung

Die Massenstrombestimmung erfolgt mittels zeitaufgelöster Präzisionswägung mit dem Waagenmodell *LE2202S* von *Satorius*. Der Wägebereich der Waage geht bis  $2,2 \text{ kg}$  bei einem Messfehler von  $\Delta m = \pm 0,01 \text{ g}$ . Die Anbindung an den Messrechner erfolgt über eine serielle Schnittstelle. Messaufnahmen sind im Abstand von  $d_t = 2 \text{ s}$  möglich. In der Messung wird die Verdunstungsrate berücksichtigt und der ermittelte Massenstrom  $\dot{m}$  entsprechend korrigiert.

#### Temperaturmessung

Die Temperaturmessung erfolgt mittels zweier *Pt100* Messwiderstände. Diese temperatursensiblen Widerstände sind zur Auswertung an zwei Präzisionsmessgeräte *Kelvimat Typ 4323* angeschlossen. Die Anbindung an den Messrechner erfolgt über serielle Schnittstellen. Der theoretische Messfehler der beiden *Pt100* beträgt  $\pm 0,01^\circ \text{K}$ . Aufgrund des Aufwands einer  $1/100^\circ \text{K}$  genauen Kontrollmessung wird der Fehler mit  $\Delta T < \pm 0,1^\circ \text{K}$  konservativ abgeschätzt.

#### Messwertaufnahme

Vor Beginn der Messwertaufnahme erfolgt über die Druckmessdose die Entlüftung des Systems, um Verfälschung durch Luftblasen innerhalb der Strömung zu verhindern. Die Messwerte werden von einem PC mit der Software *LabView* mit einem für den Versuch geschriebenen Messprogramm erfasst und in einer Datei zur Weiterverarbeitung abgelegt. Es werden nur zeitlich konstante Messwerte bei eingelaufener Strömung aufgenommen. Hierzu werden die letzten zehn Messwerte der drei Eingangsgrößen  $\Delta p$ ,  $\dot{m}$  und  $T$  verglichen. Mit folgenden Kriterien wird festgelegt, ob die Messwerte als zeitlich konstant betrachtet werden können:

- die maximale Abweichung der letzten zehn Messwerte aller Messgrößen ist kleiner als 1%,
- die maximale Abweichung der letzten zehn Messwerte ist kleiner als 0,01 *bar* für die Druckmessung, kleiner als 0,01 *g/s* für die Massenstrommessung und kleiner als 0,01  $^{\circ}K$  für die Temperaturmessung.

Die Messwertbewertung bereits während der Aufnahme verhindert die Aufnahme fehlerhafter Daten. Für die spätere Auswertung ist daher keine manuelle Entfernung fehlerhafter Daten erforderlich.

Die Zeitintervalle zwischen den Messwertaufnahmen betragen  $dt = 1\text{ s}$  für die Druck- und Temperaturmessung. Um die Genauigkeit der Massenstrommessung bei niedrigen Geschwindigkeiten zu erhöhen, wird der Messzeitabstand  $dt_{\dot{m}}$  für die Wägung der Strömungsgeschwindigkeit angepasst. Hierbei erhöht sich  $dt_{\dot{m}}$  automatisch, wenn sich aus den oben aufgeführten Kriterien kein konstanter Massenstrom  $\dot{m}$  ergibt. Ergeben sich konstante Werte für  $\dot{m}$ , wird  $dt_{\dot{m}}$  entsprechend verringert.

Die Aufnahme einer Messreihe gliedert sich in folgende Schritte:

- Reinigen von 1,5 *l* DI-Wasser mit einem 0,2  $\mu m$  Partikelfilter,
- Entgasen des gereinigten DI-Wassers im Exikator (ca. 20 *min*),
- Einfüllen in den Flüssigkeitsbehälter,
- Temperierung der Flüssigkeit und des Testblocks über Thermostat,
- Entlüften der Druckmessdose bis sich keine Luftblasen im System befinden,
- Aufnahme der Messreihe, nach Aufnahme eines Messpunktes schrittweise Erhöhung des Drucks bis 20 *bar*.

#### Skalierung

Im Folgenden werden aus den Messgrößen  $\dot{m}$  (Massenstrom),  $\Delta p$  (Druckdifferenz),  $T$  (Temperatur) und der Kanalgeometrie (Kanalbreite  $b$ , Kanalhöhe  $h$ ) die dimensionslosen Größen  $\lambda$  (Druckverlustbeiwert) und  $Re$  (Reynolds-Zahl) gebildet.

Mit dem nach Gleichung (2.2) gebildeten hydraulischen Durchmesser  $d_h$ , der kinematischen Viskosität von Wasser (Koster (1980))

$$\nu = f(T) = 1,679 \cdot 10^{-6} e^{-2,5589 \cdot 10^{-2} T}, \quad (3.6)$$

der Dichte von Wasser (Koster (1980))

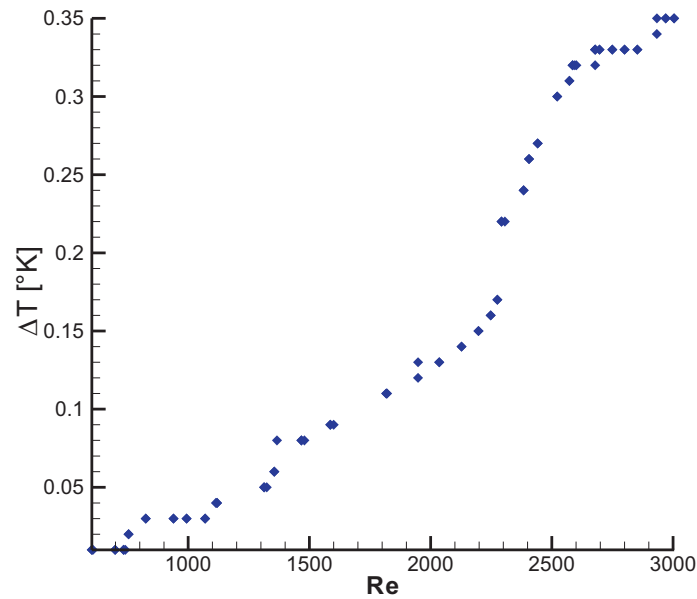


Abbildung 3.8: Temperaturdifferenz zwischen Kanalein- und austritt in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl.

$$\rho = f(T) = 1002,7547 e^{-2,2436 \cdot 10^{-4} T} \quad (3.7)$$

und der querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit

$$u_m = \frac{\dot{m}}{\rho b h} \quad (3.8)$$

ergeben sich für die Bestimmung der Reynolds-Zahl nach Gleichung (2.3) und des Druckverlustbeiwerts  $\lambda$  nach Gleichung (2.25) die Zusammenhänge

$$\lambda = \Delta p \frac{2 d_h}{\rho u^2 l} = \frac{\Delta p 4 b^3 h^3}{(b+h) \dot{m}^2 l} \quad (3.9)$$

und

$$Re = \frac{u_m d_h}{\nu} = \frac{2 \dot{m}}{(b+h) \nu \rho} \quad (3.10)$$

Die Druckabhängigkeit der Stoffwerte  $\nu$  und  $\rho$  ist im Messbereich  $p < 20 \text{ bar}$  sehr schwach und muss daher nicht berücksichtigt werden.

Für die Berechnung der temperaturabhängigen Stoffwerte (Gleichungen (3.6) und (3.7)) wird der Mittelwert der Temperaturen  $T_1$  am Eintritt in den Kanal und  $T_2$  am Austritt aus dem Kanal gemäß

$$T = \frac{T_1 - T_2}{2} \quad (3.11)$$

verwendet. Die Verwendung der mittleren Temperatur für die Stoffeigenschaften erweist sich nach Simulationen von Xu et al. (2003) als gerechtfertigte Vereinfachung. Durch viskose Dissipation ergibt sich zwar eine Aufwärmung des Fluids beim Durchfließen des Kanals und dadurch ein Temperaturunterschied innerhalb der Strömung, der geringfügige Änderungen der Stoffwerte (Viskosität, Dichte) verursacht. Allerdings wird der Messaufbau

über einen Kreislauf mit Thermostat auf konstanter Temperatur gehalten. Zudem sorgt die gute Wärmeleitfähigkeit der metallischen Kanäle und das große Oberflächen- zu Volumenverhältnis in Mikrokanälen für einen schnellen Wärmeausgleich. In Abbildung 3.8 ist die Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_1 - T_2$  zwischen Kanalein- und austritt in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl aufgetragen. Selbst für große Reynolds-Zahlen ergibt sich eine Temperaturdifferenz zwischen Ein- und Austritt von  $\Delta T < 0,35^\circ K$ . Die Änderung der Viskosität beträgt nach Gleichung (3.6) demnach weniger als 1 %, die Änderung der Fluidichte ist noch geringer. Für die Auswertung wird daher mit konstanten Stoffwerten entlang des Kanals gerechnet.

#### 3.2.1 Druckverlust für eingelaufene Mikroströmung

Wie in Abschnitt 1.2 und 2.1.2 aufgeführt, ergeben sich bei der Messung der Druckdifferenz über die komplette Kanalstruktur zusätzliche Druckdifferenzen aufgrund von Einlauf- und Eintritts-/Austrittseffekten. Die gemessene Druckdifferenz über die komplette Kanalstruktur weicht daher von dem Druckverlust der eingelaufenen Strömung ab. Im Folgenden wird gezeigt, wie aus den Messungen in einem langen und in einem kurzen Kanal ein korrigierter Druckverlust für die eingelaufene Strömung im Mikrokanal ermittelt werden kann. Die Vorgehensweise hierfür ist in Abbildung 3.9 schematisch dargestellt. Gemessen werden jeweils die Druckdifferenz über der Gesamtstruktur  $\Delta p_{t,l}$  für einen langen Kanal der Länge  $l_l$  und  $\Delta p_{t,k}$  für einen kurzen Kanal der Länge  $l_k$ . Diese Druckdifferenzen setzen sich nach Gleichung (2.29) aus der Druckdifferenz aufgrund der Änderung des Querschnitts am Eintritt  $\Delta p_e$ , dem erhöhten Druckverlust der sich entwickelnden Strömung  $\Delta p_l$ , dem Druckverlust der eingelaufenen Strömung  $\Delta p_{s,l}$  (langer Kanal) bzw.  $\Delta p_{s,k}$  (kurzer Kanal) und der Druckdifferenz aufgrund der Änderung des Querschnitts am Austritt  $\Delta p_a$  zusammen. Die Werte  $\Delta p_e$ ,  $\Delta p_l$  und  $\Delta p_a$  sind hierbei aufgrund des gleichen Kanalquerschnitts für den kurzen und langen Kanal identisch. Notieren wir Gleichung (2.29) für beide Kanäle unterschiedlicher Länge und bilden die Differenz beider Gleichungen, ergibt sich

$$\Delta p_{t,l} - \Delta p_{t,k} = \Delta p_{l-k} . \quad (3.12)$$

Mit  $\Delta p_{l-k} = \Delta p_{s,l} - \Delta p_{s,k}$  ist der Druckverlust einer eingelaufenen Strömung in einem Mikrokanal der Differenzlänge  $l_s = l_l - l_k$  bezeichnet. Diese Vorgehensweise erfordert, dass die Strömung in allen Fällen nach einer maximalen Länge von  $l_k$  vollständig eingelaufen ist. Nach den Gleichungen (2.22) und (2.23) ist dies für alle Kanalstrukturen für den untersuchten Reynolds-Zahlbereich der Fall.

### 3 Experimentelle Technik

Messgröße	Genauigkeit
Druckdifferenz $\Delta p$	$\Delta p\% = \pm 0,06\%$
Massenstrom $\dot{m}$	$\Delta \dot{m} = \pm 0,0005 \text{ g/s}$
Temperatur $T$	$\Delta T = \pm 0,1 \text{ }^\circ\text{K}$
Viskosität $\nu(T)$	$\Delta \nu = \pm 0,883 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Dichte $\rho(T)$	$\Delta \rho = \pm 0,0224 \text{ kg/m}^3$
Kanalbreite $b$	$\Delta b = \pm 1 \text{ } \mu\text{m}$
Kanalhöhe $h$	$\Delta h = \pm 1 \text{ } \mu\text{m}$
Kanallänge $l$	$\Delta l = \pm 100 \text{ } \mu\text{m}$

Tabelle 3.5: Absolute und relative Messfehler der verschiedenen Größen.

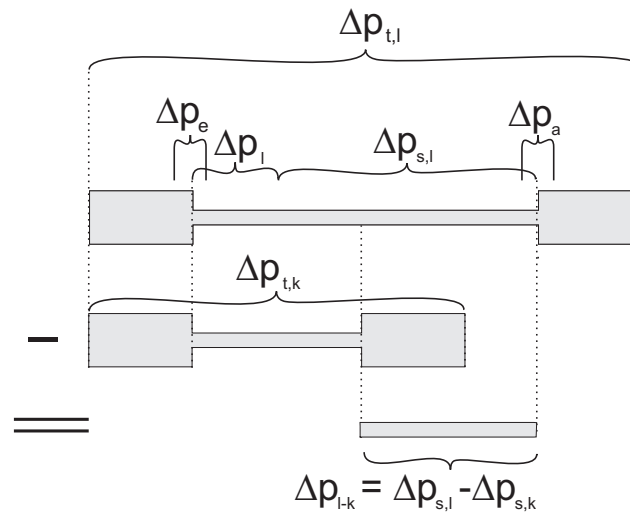


Abbildung 3.9: Herleitung des Druckverlusts für eingelaufene Mikroströmung.

Die Druckverluste  $\Delta p_{s,l}$  und  $\Delta p_{s,k}$  eines Kanalpaars sind nach Gleichung (3.9) den Druckverlustbeiwerten  $\lambda_{lk}$  (langer Kanal) und  $\lambda_{kk}$  (kurzer Kanal) zugeordnet. Durch Einsetzen von Gleichung (3.9) in Gleichung (3.12) erhält man nach Umformung mit

$$\lambda_s = \frac{\lambda_{lk} l_l - \lambda_{kk} l_k}{l_l - l_k} \quad (3.13)$$

aus den Messwerten den Druckverlustbeiwert  $\lambda_s$  der eingelaufenen Mikroströmung.

#### 3.2.2 Fehlerrechnung für die Druckdifferenzmessung

Die Fehlerrechnung zur Druckdifferenzmessung erfolgt mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz (Papula (1997)). In Tabelle 3.5 sind die Messfehler für die einzelnen Größen aufgeführt. Die Angabe zu  $\dot{m}$  ergibt sich aus dem Messfehler der Waage und einem zeitlichen Messabstand der Massenstrommessung von  $dt_{\dot{m}} = 20 \text{ s}$ . Aus den direkten Messgrößen  $\Delta p$ ,  $\dot{m}$ ,  $T$ ,  $b$  und  $h$  wird der Fehler der indirekten Größen  $\Delta Re$  und  $\Delta \lambda$  bestimmt als

### 3 Experimentelle Technik

$$\Delta Re^2 = 4 \frac{\Delta \dot{m}^2}{(b+h)^2 \nu^2 \rho^2} + 4 \frac{\dot{m}^2 \Delta b^2}{(b+h)^4 \nu^2 \rho^2} + 4 \frac{\dot{m}^2 \Delta h^2}{(b+h)^4 \nu^2 \rho^2} + 4 \frac{\dot{m}^2 \Delta \nu^2}{(b+h)^2 \nu^4 \rho^2} + 4 \frac{\dot{m}^2 \Delta \rho^2}{(b+h)^2 \nu^2 \rho^4} \quad (3.14)$$

und

$$\Delta \lambda^2 = 16 \frac{b^6 h^{62} \Delta p \rho^2}{l^2 (b+h)^2 \dot{m}^4} + 16 \frac{b^6 h^6 p^2 \Delta \rho^2}{l^2 (b+h)^2 \dot{m}^4} + \left( 12 \frac{b^2 h^3 \rho p}{l(b+h) \dot{m}^2} - 4 \frac{b^3 h^3 \rho p}{l(b+h)^2 \dot{m}^2} \right)^2 \Delta b^2 + \left( 12 \frac{b^3 h^2 \rho p}{l(b+h) \dot{m}^2} - 4 \frac{b^3 h^3 \rho p}{l(b+h)^2 \dot{m}^2} \right)^2 \Delta h^2 + 16 \frac{b^6 h^6 \rho^2 p^2 \Delta l^2}{l^4 (b+h)^2 \dot{m}^4} + 64 \frac{b^6 h^6 \rho^2 p^2 \Delta \dot{m}^2}{l^2 (b+h)^2 \dot{m}^6} \quad (3.15)$$

Für den Druckverlustbeiwert  $\lambda_s$  nach Gleichung (3.13) ergibt sich aus den Fehlern des kurzen Kanals  $\Delta \lambda_{kk}$  und den des langen Kanals  $\Delta \lambda_{lk}$  nach Gleichung (3.15) der Fehler für eingelaufene Strömung zu

$$\Delta \lambda_s^2 = \frac{l_l^2 \Delta \lambda_{lk}^2}{(l_l - l_k)^2} + \frac{l_k^2 \Delta \lambda_{kk}^2}{(l_l - l_k)^2} \quad (3.16)$$

Unter Verwendung der in Tabelle 3.5 aufgeführten Genauigkeiten werden die Fehler  $\Delta Re$  und  $\Delta \lambda$  für die einzelnen Kanäle als Funktion von  $Re$  und  $\lambda$  berechnet.

Für das Seitenverhältnis  $a = 1$  ergeben sich die Fehler:

$$\Delta Re = (18,12 + 0,0000348 Re^2)^{0,5} \quad (3.17)$$

$$\Delta \lambda = \left( 0,0007207 \lambda^2 + 72,5 \frac{\lambda^2}{Re^2} \right)^{0,5} \quad (3.18)$$

Für das Seitenverhältnis  $a = 2$  ergeben sich die Fehler:

$$\Delta Re = (14,25 + 0,00002975 Re^2)^{0,5} \quad (3.19)$$

$$\Delta \lambda = \left( 0,0008613 \lambda^2 + 57,0 \frac{\lambda^2}{Re^2} \right)^{0,5} \quad (3.20)$$

Für das Seitenverhältnis  $a = 5$  ergeben sich die Fehler:

$$\Delta Re = (5,566 + 0,00001521 Re^2)^{0,5} \quad (3.21)$$

$$\Delta \lambda = \left( 0,001315 \lambda^2 + 22,26 \frac{\lambda^2}{Re^2} \right)^{0,5} \quad (3.22)$$

In Tabelle 3.6 sind gemäß Gleichung 3.17 - 3.22 die relativen Fehler im untersuchten Messbereich aufgeführt.

relativer Fehler	$\Delta Re/Re$	$\Delta \lambda/\lambda$	$\Delta \lambda_s/\lambda_s$
$a = 1$	1,1 ... 1,6 %	2,5 ... 3,5 %	11 ... 16 %
$a = 2$	1,1 ... 1,3 %	2,5 ... 3,2 %	11,6 ... 15,5 %
$a = 5$	0,4 ... 0,9 %	3,6 ... 3,9 %	15,3 ... 20,25 %

Tabelle 3.6: Relative Fehler von  $Re$ ,  $\lambda$  und  $\lambda_s$  für die einzelnen Kanäle.

### 3.3 Messung des Geschwindigkeitsfelds (lokal)

Im Folgenden wird auf das Verfahren zur Bestimmung der Geschwindigkeitsfeldern in den Mikrokanälen eingegangen.

#### 3.3.1 Micro-Particle-Image-Velocimetry ( $\mu$ PIV)

Die Micro-Particle-Image-Velocimetry ( $\mu$ PIV) ist eine Anpassung des im makroskopischen Bereich seit Mitte der achtziger Jahre (Adrian (2005)) etablierten lasermetrischen PIV-Messverfahrens zur störungsfreien Bestimmung von Geschwindigkeitsfeldern in Mikrokanälen. Mit  $\mu$ PIV haben erstmals Santiago et al. (1998) erfolgreich Geschwindigkeitsfelder in Strömungen mit querschnittsgemittelten Geschwindigkeiten von  $u_m \sim 100 \mu\text{m/s}$  bei einer lateralen Auflösung von  $6,9 \times 6,9 \times 1,5 \mu\text{m}^3$  gemessen. Mittlerweile ist die Anwendung der PIV-Messmethode für Mikrokanäle weiter optimiert (Meinhart et al. (1999)) und ermöglicht die Messungen von Geschwindigkeiten von mehreren  $\text{m/s}$ . Dies macht die  $\mu$ PIV-Methode für die Untersuchung turbulenter Mikroströmungen relevant. Da mit dem  $\mu$ PIV-Verfahren in Mikrokanälen die Messung kompletter Geschwindigkeitsfelder zu einem Zeitpunkt realisiert wird, ergeben sich umfangreiche Auswertemöglichkeiten bezüglich der räumlichen Verteilung zeitgemittelter turbulenter Messgrößen, wie sie entsprechend für PIV-Messungen in makroskopischen Kanälen (Westerweel et al. (1996), Adrian et al. (2000), Saarenrinen et al. (2001), Islam et al. (2002)) möglich sind. Einschränkend ist zu erwähnen, dass die zeitliche Auflösung für turbulente Schwankungen nicht ausreichend ist.

Andere in Mikrokanälen erprobte Verfahren zur Geschwindigkeitsmessung sind in Sinton (2004) aufgeführt. Allerdings bieten Messmethoden wie die Flow-Tagging-Velocimetry (Lempert und Harris (2000)), die vom zeitlichen Verhalten der Anregung der verwendeten Farbstoffe und ihrer Diffusion abhängen, zu schlechte räumliche und zeitliche Auflösung, um sie zur Untersuchungen turbulenter Mikroströmungen einsetzen zu können. Auch das LDA-Messverfahren ist in Mikrokanälen zum einen wegen der schlechten optischen Zugänglichkeit der Kanäle und zum anderen wegen des relativen großen Messvolumen nur bedingt anwendbar. Die  $\mu$ PIV-Methode ist daher für turbulente Geschwindigkeitsfelder in Mikrokanälen die am besten geeignete Messmethode.

#### Messaufbau

Der typische Aufbau eines  $\mu$ PIV-Messsystems (Nguyen und Wereley (2006)) ist in Abbildung 3.10 skizziert. Er setzt sich zusammen aus:

- der partikelmarkierten Strömung in einem Mikrokanal,
- einem Mikroskop mit einem Filterwürfel,
- einer CCD-Messkamera für die Aufnahme der Doppelbilder,

### 3 Experimentelle Technik

- einem Doppel-Laser mit Strahlaufweitung für die Beleuchtung der Strömung.

Für die Markierung der Strömung werden fluoreszierende Mikropartikel verwendet, die der Strömung folgen und diese hierdurch repräsentieren. Die Dichte der Partikel ist an die Dichte des Fluids angepasst. Die Fluoreszenzpartikel werden über grünes Laserlicht (Wellenlänge  $\lambda_a = 532 \text{ nm}$ ) angeregt und emittieren rotes Licht ( $\lambda_e = 612 \text{ nm}$ ). Für die Anregung der Partikel werden zwei Nd:YAG Laser verwendet. Die Bestimmung der Geschwindigkeit erfolgt bei PIV über den Versatz der Partikel zwischen zwei Messbildern, die im zeitlichen Abstand  $dt$  aufgenommen werden. Um möglichst geringe Messabstände  $dt$  zwischen den Bildern zu ermöglichen, ist die zweite Lasereinheit erforderlich. Die Nd-YAG Laser geben Pulse einer Länge von  $\simeq 5 \text{ ns}$  im Infrarotbereich ( $\lambda_a = 1064 \text{ nm}$ ) mit einer Energie von etwa  $3 \text{ mJ}$  ab. Die kurze Pulsdauer ermöglicht auch für hohe Geschwindigkeiten scharfe Aufnahmen der Partikel. Über einen Frequenzverdoppler wird die Wellenlänge des emittierten Laserlichts auf  $\lambda_a = 532 \text{ nm}$  in den Bereich sichtbaren Lichts erniedrigt. Der grüne Laserstrahl tritt über eine Strahlaufweitung in das Mikroskop ein. Durch das Objektiv des Mikroskops erfolgt die koaxiale Beleuchtung des Mikrokanals über die komplette Kanalhöhe  $h$ . Diese Volumenbeleuchtung unterscheidet sich von der für makroskopische PIV-Messungen üblichen Verwendung eines Laserlichtschnitts, der die Messebene definiert. Die Volumenbeleuchtung hat ein starkes Hintergrundrauschen und ein niedrigeres Signal-zu-Rauschverhältnis zur Folge. Dies hängt mit dem schwachen Streulicht der kleinen Partikel und mit der Anwesenheit unscharf abgebildeter Partikel zusammen. Um das Signal-zu-Rauschverhältnis anzuheben, kommen Farbfilter innerhalb des Mikroskops zur Anwendung. Zunächst sorgt ein Grünfilter beim Eintritt des Laserstrahls dafür, dass ausschließlich grünes Licht für die Anregung der Fluoreszenzpartikel zum Kanal gelangt. Das von den Partikeln emittierte rote Licht trifft nach Durchgang durch einen halbdurchlässigen Spiegel auf einen entsprechenden Rot-Filter, der grünes Streulicht blockiert und nur das von den Partikeln emittierte Licht zur Messkamera durchlässt. Dieses Filterverfahren reduziert das Hintergrundrauschen, um in volumenbeleuchteten Mikrokanälen ausreichend detaillierte Aufnahme der Fluoreszenzpartikel zu ermöglichen.

Wie erwähnt, erfolgt bei  $\mu$ PIV die Beleuchtung des Kanals über die komplette Kanaltiefe. Der Bereich um die Schärfenebene, aus dem Partikel in die Auswertung eingehen, hängt damit maßgeblich vom verwendeten Mikroskopobjektiv und vom Partikeldurchmesser  $d_p$  ab. Die so genannte Korrelationstiefe  $\delta_z$  gibt diesen Bereich innerhalb des Kanals an. Er setzt sich zusammen aus der Tiefenschärfe des Objektivs und einem zusätzlichen Bereich unscharfer Partikel, die sich dennoch ausreichend vom Hintergrundrauschen abheben. Eine Abschätzung für  $\delta_z$  findet sich in Gleichung (3.25).

#### Messauswertung

Für die Bestimmung der Geschwindigkeit werden Doppelbilder der partikelmarkierten Strömung aufgenommen. Die Beleuchtung des ersten Bildes erfolgt mit dem ersten Laser, die Beleuchtung des zweiten Bildes erfolgt mit dem zweiten Laser. Zwischen den beiden Aufnahmen liegt der Zeitabstand  $dt$ , in welchem sich die Partikel weiterbewegt haben. Zur Bestimmung des Geschwindigkeitsfelds werden Bild 1 und 2 in sogenannte Abfragefenster (Abbildung 3.12 und 3.11) mit einer Breite und Länge von  $w$  Pixeln unterteilt. Über die Kreuzkorrelation (Gleichung 3.23) dieser Fenster wird ein Verschiebungsvektor bestimmt. Die Position  $(x, y)$  des Maximums der Kreuzkorrelationsfunktion

$$K(x, y) = \sum_{j=1}^w \sum_{i=1}^w f(i, j) g(i+x, j+y) \quad (3.23)$$



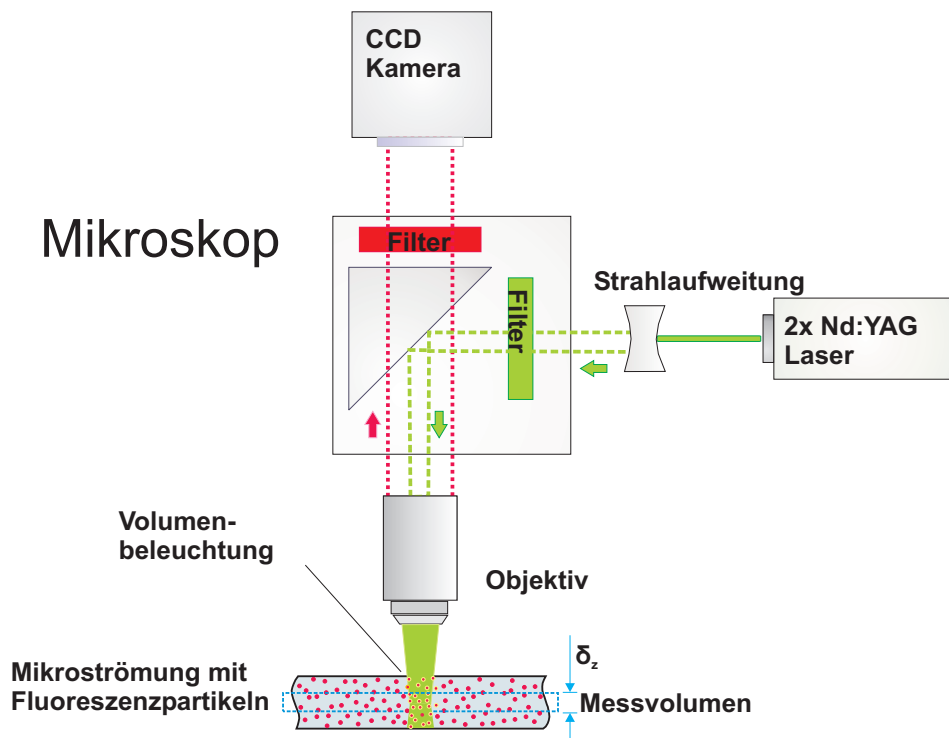


Abbildung 3.10:  $\mu$ PIV Messaufbau.

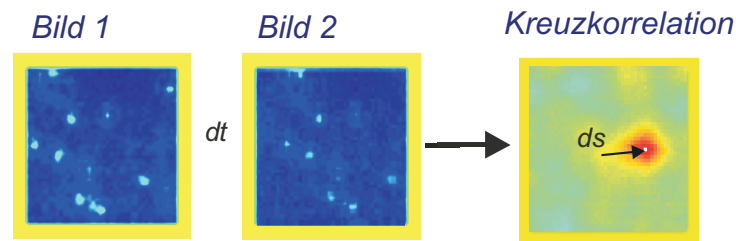


Abbildung 3.11: Kreuzkorrelation von zwei Abfragefenstern für die Vektorbestimmung bei PIV-Messungen.

entspricht dabei dem mittleren Verschiebungsvektor  $\vec{ds}$  der Partikel. Anschaulich entspricht dieses Vorgehen einem Verschieben des Abfragefensters des zweiten Bildes über dem Abfragefenster des ersten Bildes, bis eine bestmögliche Übereinstimmung der beiden Bilder erreicht wird. Über die bekannte geometrische Skalierung und über den bekannten Zeitabstand  $dt$  zwischen den Doppelbildern wird für jedes Abfragefenster der entsprechende Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  bestimmt.

Die minimale Fenstergröße ergibt sich aus der Dichte der Partikel in der Strömung. Für eine hinreichend genaue Bestimmung der Geschwindigkeitsvektoren sind 5...10 Partikel innerhalb des Abfragefensters erforderlich (Keane und Adrian (1992)). Eine Erhöhung der lateralen Messauflösung erfordert daher stets eine Erhöhung der Partikeldichte in der Strömung.

### PIV bei hoher Geschwindigkeit

Zwischen den beiden Bildern bewegen sich die Partikel mit der Strömung. Entsprechend hat ein Teil der Partikel, der sich im ersten Bild noch innerhalb eines Abfragefensters befunden hat, dieses im zweiten Bild verlassen. Ist der Anteil der zwischen den Bildaufnahmen verlorenen Partikel (engl.: „loss of pairs“) zu groß, können aus der Kreuzkorrelationsfunktion keine korrekten Geschwindigkeitsvektoren bestimmt werden. Keane und Adrian (1990) geben den maximal erlaubten Partikelversatz als ein Drittel der Abfragefensterbreite  $w$  an. Für die Untersuchungen in dieser Arbeit ergeben sich sehr hohe Geschwindigkeiten von mehr als  $30 \text{ m/s}$ . Die Kamera des verwendeten Messsystems erlaubt es nicht, den zeitlichen Abstand zwischen den Doppelbildern entsprechend zu reduzieren. Der von der Kamerahardware vorgegebene minimale zeitliche Abstand der Doppelbilder beträgt  $dt = 1 \mu\text{s}$ . Aus dem in Gleichung (3.27) aufgeführten Abbildungsmaßstab ergibt sich für  $dt = 1 \mu\text{s}$  ein Partikelversatz von bis zu  $|\vec{ds}| \simeq 100 \text{ Pixel}$  zwischen zwei Doppelbildern. Um für diesen Partikelversatz genaue Geschwindigkeiten bestimmen zu können, müssten sehr große Fenster verwendet werden. Dies reduziert die räumliche Auflösung der Messungen erheblich.

Um dennoch Geschwindigkeitsfelder bei hoher Strömungsgeschwindigkeit und bei hoher örtlicher Auflösung messen zu können, wird mit einem Versatz der Abfragefenster im zweiten Bild gearbeitet. Dies erfolgt zum einen durch die Vorgabe einer konstanten Verschiebung, um welchen die Abfragefenster des zweiten Bildes in Strömungsrichtung verschoben werden. Zum anderen erfolgt dies automatisiert über mehrere Auswertedurchgänge:

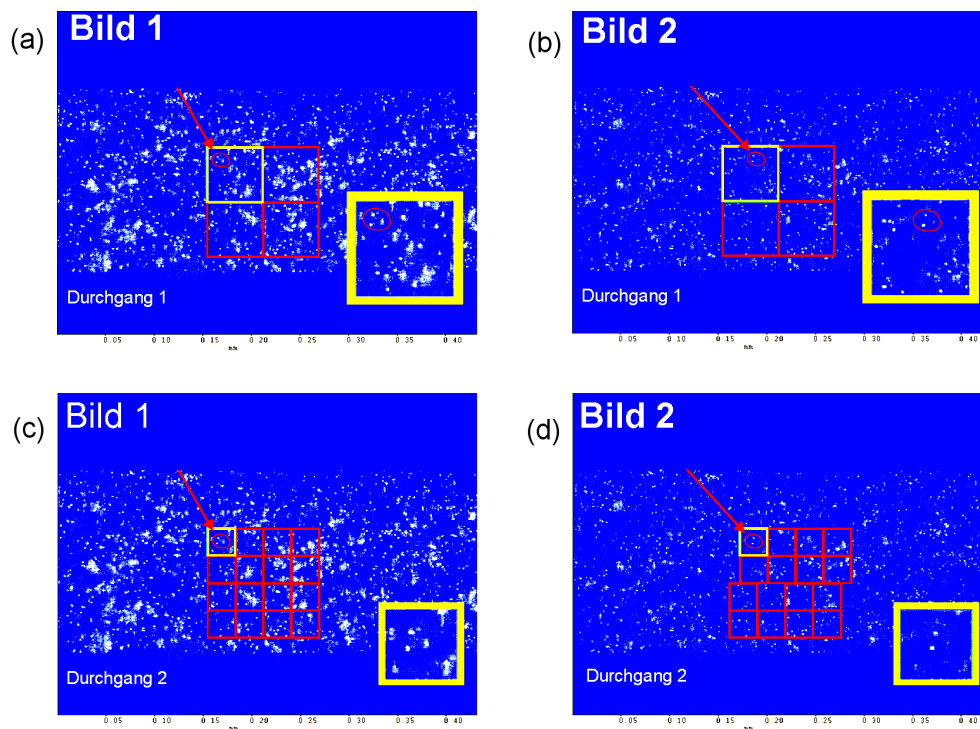


Abbildung 3.12: Fensterversatz bei hohen Geschwindigkeiten.

Zunächst erfolgt eine Auswertung mit großen Fenstern (Abbildung 3.12 a, b). Dies gewährleistet, dass in beiden Bildern eine ausreichende Anzahl übereinstimmender Partikel im Abfragefenster vorhanden sind. Anhand dieser großen Fenster werden die Verschiebungsvektoren bei schlechter örtlicher Auflösung geschätzt. In einem zweiten Durchgang wird eine Auswertung mit kleineren Fenstern (Abbildung 3.12 c, d) durchgeführt, um die

örtliche Auflösung zu erhöhen. Um zu gewährleisten, dass ausreichend viele identische Partikel in den Abfragefenstern der beiden Bilder vorhanden sind, werden im zweiten Bild die Abfragefenster entsprechend der ersten Schätzung der Verschiebungsvektoren verschoben (Abbildung 3.12, d). Dieses Mehrfachauswerteverfahren mit kleiner werdenden Fenstern ermöglicht es, auch für hohe Geschwindigkeiten eine hohe örtliche Auflösung sicherzustellen.

#### Örtliche und zeitliche Auflösung der Geschwindigkeitsfeldmessung

Die in der Auswertung bestimmten Geschwindigkeitsvektoren beziehen sich auf ein Messvolumen, das sich aus der Fensterbreite  $w$  und der Korrelationstiefe  $\delta_z$  als  $V = \delta_z w^2$  ergibt. Für die Messungen wird als kleinste Fenstergröße  $w = 64 \text{ Pixel}$  gewählt. Um die örtliche Auflösung zu verbessern, überlappen sich zusätzlich die gewählten Abfragefenster um 75 %. Anhand des in Gleichung (3.27) angegebenen Abbildungsmaßstabs ergibt sich die örtliche Auflösung als Abstand der Geschwindigkeitsvektoren gemäß

$$\frac{64 \text{ Pixel}}{4} 0,3207 \mu\text{m} = 5,13 \mu\text{m} . \quad (3.24)$$

Dem Nyquist-Kriterium (Raffel et al. (1998)) entsprechend hat der kleinste auflösbare Wirbel demnach einen Durchmesser von  $10,3 \mu\text{m}$ . Allerdings muss beachtet werden, dass durch das Überlappen der Abfragefenster sich zwar der Abstand der Vektoren verringert, der einzelne ermittelte Vektor entsteht jedoch durch Mittelung über die Fenstergröße ( $20,52 \mu\text{m} \times 20,52 \mu\text{m}$ ).

Die Größe des kleinsten in der turbulenten Strömung auftretenden Wirbels ist durch die Kolmogoroff-Länge  $\eta$  gegeben. Nach Gleichung (2.8) kann für die untersuchten Mikroströmungen im Bereich  $Re \simeq 2000 \dots 4000$  die Kolmogoroff-Länge als  $\eta \simeq 0,2 \dots 0,44 \mu\text{m}$  abgeschätzt werden. Die örtliche Auflösung der Messungen reicht demnach nicht zur Auflösung der kleinsten turbulenten Strukturen aus.

Die Aufnahme eines Doppelbilds erfolgt alle  $0,5$  Sekunden, die Abtastrate der Messung liegt daher bei  $f_s = 2 \text{ Hz}$ . Dem Nyquist-Kriterium entsprechend ist die größte mit der Messung auflösbare Frequenz damit  $f_l = 1 \text{ Hz}$ . Eine Abschätzung des Zeitmaßstabs der Turbulenz nach Gleichung (2.6) liefert unter Verwendung der Abschätzung  $\eta \simeq 0,26 \dots 0,44 \mu\text{m}$  und Gleichung (2.5) einen Wert von  $t_t \simeq 0,07 \dots 0,2 \mu\text{s}$ , was turbulenten Frequenzen im Bereich  $f_t = 5 \dots 14 \text{ MHz}$  entspricht. Auch der von Herwig (2002) für turbulente Strömung als kleinste charakteristische Zeit angegebene Wert von  $t_t \sim 0,1 \text{ ms}$  würde Frequenzen von  $f_t \sim 10 \text{ kHz}$  entsprechen. Für eine vollständige Untersuchung des zeitlichen Verhaltens der Turbulenz reicht die zeitliche Auflösung des Messsystems daher bei weitem nicht aus. Eine exakte Untersuchung der räumlichen und zeitlichen Feinstruktur der Turbulenz ist mit der Auflösung des Messverfahrens eindeutig nicht möglich. Die Messungen beschränken sich deshalb auf Untersuchungen zeitgemittelter Geschwindigkeiten und Schwankungsgrößen, sowie auf die (zeitgemittelten) turbulenten Korrelationen.

#### Korrelationstiefe

Theoretische Überlegungen und experimentelle Untersuchung zur Korrelationstiefe  $\delta_z$ , aus welcher sich die Dicke der Messebene der Geschwindigkeitsfeldmessung für  $\mu\text{PIV}$ -Messungen ergibt, finden sich u. a. in Olsen und Adrian (2000), Meinhart et al. (2000) und Bourdon et al. (2004). Meinhart et al. (2000) schätzen die Korrelationstiefe  $\delta_z$  über die Formel

$$\delta_z \simeq \frac{3 n \lambda_e}{NA^2} + \frac{2,16 d_p}{\tan \Theta} + d_p \quad (3.25)$$

### 3 Experimentelle Technik

ab.  $n$  ist der Brechungsindex des Mediums zwischen Objektiv und Mikrokanal,  $\lambda_e$  die Wellenlänge des emittierten Lichts,  $NA$  die numerische Apertur des Objektivs und  $d_p$  der Durchmesser der verwendeten Partikel. Der Abbildungswinkel entspricht etwa  $\Theta \simeq NA/n$ . Spätere experimentelle Untersuchungen der Autoren (Stone et al. (2003)) zur Überprüfung von Gleichung (3.25) ergeben, dass die experimentell ermittelten Werte für  $\delta_z$  oft erheblich von den theoretischen Werten abweichen. Die gefundenen Abweichungen betragen bis zu +130 % zu den theoretischen Werten, sodass die Autoren zu der Schlussfolgerung kommen, dass moderne Objektive zu komplex sind, um die Korrelationstiefe über eine einfache Formel zu bestimmen. Gleichung (3.25) und ähnliche Berechnung von Olsen und Adrian (2000) können daher nach Stone et al. (2003) nur der Bestimmung der Größenordnung der Korrelationstiefe dienen. Für das in dieser Arbeit verwendete Objektiv mit einer numerischen Apertur  $NA = 0,4$ , Partikeln mit einem Durchmesser von  $d_p = 860 \text{ nm}$ , einer Emissionwellenlänge von  $\lambda_e = 612 \text{ nm}$  und einem Brechungsindex in Luft von  $n \simeq 1$  ergibt sich nach Gleichung (3.25) für die Korrelationstiefe eine Abschätzung von  $\delta_z \sim 17 \text{ }\mu\text{m}$ .

Die Korrelationstiefe kann sich auf die mit  $\mu\text{PIV}$  gemessenen Geschwindigkeiten auswirken, da die Geschwindigkeitsvektoren immer über ein Messvolumen  $V = \delta_z w^2$  gemittelt sind. Für die Geschwindigkeitsprofile im Kanal bedeutet dies, dass etwa bei Messung in halber Kanalhöhe ( $z = h/2$ ) aufgrund der Korrelationstiefe auch langsamere Strömungsbereiche innerhalb der Korrelationstiefe ( $h - \delta_z/2 \leq z \leq h + \delta_z/2$ ) eingehen. Daraus resultiert, dass sich für laminare Strömung in Kanalmitte kleinere Geschwindigkeitsmesswerte ergeben als lokal in der Mitte vorliegen. Entsprechend ergeben sich in Nähe des Kanalbodens und des Kanaldeckels in den Messungen höhere Geschwindigkeitswerte, da hier Bereiche höherer Geschwindigkeiten in die Mittelung eingehen. Ähnliche Abweichungen kommen im übrigen durch Mittelung über das Abfragefenster (mit Fensterbreite  $w$ ) zustande. Je größer die Korrelationstiefe und die Fenstergröße, desto größer wird dieser Fehler infolge der Mittelung. Beim Vergleich der gemessenen Geschwindigkeitsfelder bei laminarer Strömung mit den lokalen Werten der analytischen Lösung nach Gleichung (2.59) ergeben sich daher Abweichungen. Für einen besseren Vergleich bietet es sich an, die analytische Lösung über das Messvolumen  $V$  gemäß

$$u_{mv} = \frac{\int_{x-\frac{w}{2}}^{x+\frac{w}{2}} \int_{y-\frac{w}{2}}^{y+\frac{w}{2}} \int_{z-\frac{\delta_z}{2}}^{z+\frac{\delta_z}{2}} u \, dx \, dy \, dz}{\delta_z w^2} \quad (3.26)$$

zu mitteln.

Für die Messungen dieser Arbeit ergeben sich im Bereich laminarer Strömungen ( $1000 < Re < 1600$ ) in Kanalzentrum Abweichungen der gemessenen Geschwindigkeiten von den analytisch bestimmten Geschwindigkeiten von  $\Delta u_{rel} \simeq 11 \text{ }\%$  ( $a = 1, a = 2$ ) und  $\Delta u_{rel} \simeq 14,5 \text{ }\%$  ( $a = 5$ ), vgl. Abschnitt 4.2.1.  $\Delta u_{rel}$  ist hierbei entsprechend Gleichung (2.37) gebildet. Die größeren Abweichungen für  $a = 5$  sind plausibel, da hier innerhalb des Messvolumens aufgrund der kleinen Kanalhöhe  $h$  größere Geschwindigkeitsgradienten auftreten als für die Seitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 2$  (Abbildung 2.17). Vergleicht man die Ergebnisse der messvolumengemittelten analytischen Lösung nach Gleichung (3.26) mit den Ergebnissen der lokalen analytischen Lösung nach Gleichung (2.59) für die Geschwindigkeit im Kanalzentrum, so ergeben sich in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen ebenfalls Abweichungen von  $11 \text{ }\%$  ( $a = 1, a = 2$ ) bzw.  $14,8 \text{ }\%$  ( $a = 5$ ). Zudem muss beachtet werden, dass im untersuchten Reynolds-Zahlbereich auch bei makroskopischer laminarer Strömung vor Beginn der Transition Abweichungen von der analytischen Geschwindigkeitsverteilung (2.59) auftreten (Wyganski und Champagne (1973)).

### Bestimmung der Schwankungen

Zur Vorbereitung der Messreihen wird zunächst die Anzahl  $n$  der erforderlichen Messwerte für die Bestimmung der mittleren lokalen Geschwindigkeitsschwankungen festgelegt. Nach Gleichung (2.39) ergeben sich diese aus der Standardabweichung  $\sigma$  der Einzelmesswerte. Hierzu wird eine Messreihe einer laminaren Strömung bei  $Re = 639$  und einer turbulenten Strömung bei  $Re = 3072$  aufgenommen und die Standardabweichung wird für  $u$  und  $v$  im Kanalzentrum bestimmt (Abbildung 3.13). Für laminare Strömung ergeben sich nach  $n \simeq 30$  Messaufnahmen konstante Werte für die Standardabweichungen von  $u$  und  $v$ . Für turbulente Strömung werden nach  $n \simeq 50$  Messaufnahmen konstante Werte für die Standardabweichung erreicht. Für die Messungen wird deshalb im Transitionsbereich im Bereich turbulenter Strömung die Anzahl der Messwerte mit  $n = 100$  und im Bereich laminarer Strömung mit  $n = 50$  festgelegt.

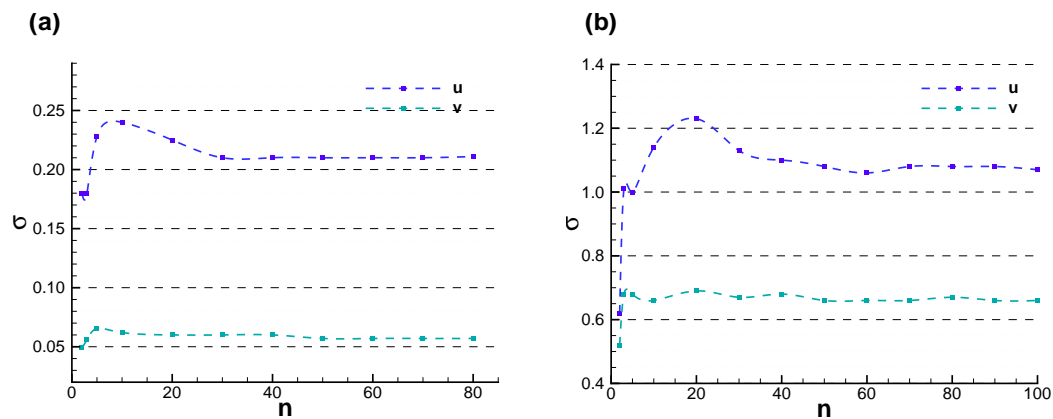


Abbildung 3.13: Standardabweichungen der Geschwindigkeitsmesswerte für  $u$  und  $v$  bei  $n$  Messwerten, Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ , (a): laminare Strömung ( $Re = 639$ ), (b): turbulente Strömung ( $Re = 3072$ ).

### Parameter der $\mu$ PIV-Messungen

Die  $\mu$ PIV-Messungen werden mit einem für Mikrokanäle angepassten PIV-System der Firma *LaVision* durchgeführt. Das System besteht aus

- einer Lasereinheit *Solo PIV* von *Newwave*, welche zwei Nd:YAG Laser in einem Gehäuse beinhaltet,
- einem Mikroskop *DMLM Head* von *Leica* mit Fluoreszenzfilterwürfel *N.21*,
- einem 20-fach Objektiv mit einer numerischen Apertur von  $NA = 0,4$ , Modell *NPLAN L* von *Leica* mit einem großen Arbeitsabstand von  $10,8 \text{ mm}$ ,
- einer CCD-Messkamera *Imager Intense* von *LaVision/PCO*, Auflösung  $1376 \times 1040 \text{ Pixel}$ , minimaler Messabstand für die Aufnahme der Doppelbilder:  $dt = 1 \mu\text{s}$ , intensitätsverstärkt im Wellenlängenbereich  $\lambda_e \simeq 600$  der Fluoreszenzpartikel),
- einem PC zu Messbildaufnahme mit einer Zeitablaufsteuerung (PTU) zur Lasersteuerung und Kamerabildaufnahme mit der PIV Software *Davis 6* von *LaVision*.

### 3 Experimentelle Technik

Die Vergrößerung  $M = 20$  des Objektivs ist so gewählt, dass für alle Kanäle die komplette Kanalbreite von der CCD-Kamera erfasst werden kann. Für diese Vergrößerung und die verwendete Kamera ergibt sich ein Abbildungsmaßstab von

$$1 \text{ Pixel} = 0,3207 \mu\text{m} . \quad (3.27)$$

Die Markierung der Strömung erfolgt mit fluoreszierenden Mikropartikeln der Firma *Duke Scientific*. Der Durchmesser dieser Polystyrolkugeln beträgt  $d_p = 860 \text{ nm}$ . Die Partikel werden von grünem Licht im Bereich  $\lambda_a \simeq 530 \text{ nm}$  optimal angeregt und emittieren rotes im Wellenlängenbereich  $\lambda_e \simeq 610 \text{ nm}$ . Die Partikelgröße gewährleistet eine ausreichende Intensität des emittierten Fluoreszenzlichts und eine ausreichende Auflösung der Partikel bei der Abbildung auf die Messkamera. Die Dichte der Partikel ist mit  $\rho = 1,05 \text{ g/cm}^3$  an die Dichte von Wasser angepasst. Eine gleichmäßige Verteilung der Partikel innerhalb des Fluids ist aufgrund der geringen Sinkgeschwindigkeit der Partikel in Wasser ( $\simeq 90 \mu\text{m/h}$ ) gewährleistet. Nguyen und Wereley (2006) schätzen die Reaktionszeit der Partikel innerhalb der Strömung für diese Partikelgröße als  $t_p = d_p^2 / (18 \nu) = 46 \text{ ns}$  ab. Diese Reaktionszeit ist deutlich kleiner als die Zeitskala der untersuchten Flüssigkeitsströmung (vgl. Abschnitt 3.3.1), die Partikel können der Strömung daher unmittelbar folgen und eignen sich deshalb zur Messung der Fluidgeschwindigkeit. Um Probleme durch Ablagerung und Verklumpung von Partikeln zu minimieren, wird eine geringe Partikeldichte gewählt. Die Partikeldichte wird so gewählt, dass sich im Mittel in einem  $64 \times 64 \text{ Pixeln}$  großen Abfragefenster der Empfehlung von Keane und Adrian (1992) folgend 7,5 Partikeln befinden. Die Partikeldichte ergibt sich entsprechend aus dem Messvolumen von  $V \simeq 7282 \mu\text{m}^3$  und dem Volumen der Partikel in einem Fenster von  $V_p = 2,5 \mu\text{m}^3$  als  $V_p/V = 0,034 \%$ .

Die Auswertung der Messdaten erfolgt mit *Davis 7.1* von *LaVision* parallelisiert auf bis zu zehn Rechnern. In einer Parameterstudie hat sich die folgende Vorgehensweise für die PIV-Auswertung als sinnvoll erwiesen: Zunächst erfolgt eine lokale Normalisierung der aufgenommenen Messbilder, um Schwankungen in der Laserintensität auszugleichen. Hierzu wird jedes Pixel mit dem Mittelwert der Fläche des umgebenden Quadrats mit Seitenlänge  $30 \text{ Pixel}$  normiert. Anschließend erfolgen vier PIV-Auswertedurchgänge für jedes Doppelbild. Zunächst wird in einem ersten Durchlauf eine Auswertung mit  $128 \times 128 \text{ Pixeln}$  großen Abfragefenstern bei einem Überlappen von 75 % durchgeführt. Für diese Auswertung wird eine feste Verschiebung der Abfragefenster des zweiten Bildes um  $40 \text{ Pixel}$  in Hauptströmungsrichtung vorgegeben. Dies ist erforderlich, da sich bei hohen Geschwindigkeiten ein Versatz der Partikel von  $ds = 60 \dots 100 \text{ Pixeln}$  ergibt. In einem zweiten Durchgang werden, wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, die Abfragefenster des zweiten Bildes entsprechend der Vektoren aus dem ersten Durchlauf in Strömungsrichtung verschoben und erneut eine Auswertung mit  $128 \times 128 \text{ Pixeln}$  großen Abfragefenstern durchgeführt. Diese Auswertung dient der Erhöhung der Genauigkeit der Vektoren, da nun deutlich mehr übereinstimmende Partikel in die Korrelationsfunktion eingehen. In einem dritten Auswertedurchgang werden die Abfragefenstergrößen auf  $64 \times 64 \text{ Pixel}$  reduziert, um die laterale Auflösung zu erhöhen. Auch hier erfolgt ein Versatz der Abfragefenster des zweiten Bildes entsprechend der im vorherigen Durchgang ermittelten Vektoren. Der vierte PIV-Auswertedurchgang erfolgt bei einer Abfragefenstergröße von  $64 \times 64 \text{ Pixeln}$  und einem Überlappen der Abfragefenster von 75 % und dient der Erhöhung der lateralen Auflösung.

Die Güte der ermittelten Vektoren wird von der Software *Davis* über den so genannten *q-Faktor* angegeben. Dieser ergibt sich aus dem Verhältnis zwischen erstem Maximum der Korrelationsfunktion nach Gleichung (3.23) und dem zweitem Maximum. Für die weitere Auswertung werden nur Vektoren akzeptiert, die einen *q-Faktor* größer als 1,5 aufweisen.

Dies verhindert eine Verfälschung der Ergebnisse durch fehlerhafte Vektoren.

Für die Auswertung der Messungen in den aufgerauten Kanälen wird eine Sonderbehandlung vor der PIV-Auswertung notwendig. Aufgrund der hohen Kanalrauigkeit ergibt sich Partikelablagerung an den Kanalwänden. Diese Ablagerung hat eine Verschlechterung des Signal-zu-Rauschverhältnisses zur Folge. Um dennoch PIV-Auswertung mit den Messbildern der aufgerauten Kanäle durchführen zu können, werden weniger Messreihen hintereinander durchgeführt und die Kanäle öfter gereinigt. Zum anderen wird vor der PIV-Auswertung eine Bildkorrektur durchgeführt. Bei diesem Verfahren („*subtract sliding minimum over time*“) wird jeweils von einem Messbild der Mittelwert der letzten zehn Messbilder abgezogen. Diese Vorgehensweise reduziert Helligkeitswerte, die aufgrund von Partikelablagerungen im Kanal entstehen. Da nur die letzten zehn Bilder in die Bildaufbereitung eingehen und nicht der Mittelwert der kompletten Messreihe, wird gewährleistet, dass Änderungen der Partikelablagerung in der Bildkorrektur berücksichtigt werden. Für dieses Verfahren werden für die Messreihen in den aufgerauten Kanälen zehn zusätzliche Messbilder aufgenommen.

Für die weitere Darstellung der Messergebnisse werden aus den  $n$  gemessenen Geschwindigkeitsfeldern die zeitlichen Mittelwerte der Geschwindigkeit ( $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ), die mittleren Schwankungsgrößen ( $\overline{u'}$ ,  $\overline{v'}$ ), die Reynolds-Schubspannungen ( $-\rho \overline{u'v'}$ ) und die turbulente kinetische Energie ( $k_t$ ) berechnet. Fehlerhafte Vektoren, die sich beispielsweise durch Partikelverklumpung, Partikelablagerung am Kanalrand oder unzureichende Partikeldichte innerhalb eines Abfragefensters ergeben, sollen dabei nicht in die Auswertung eingehen. Trotz sorgsamer Messdurchführung ergeben sich vereinzelt falsche Vektoren, die offensichtlich unphysikalisch sind und daher die statistische Auswertung verfälschen. Aus diesem Grund werden für die statistische Auswertung nur Vektoren berücksichtigt, deren Abweichungen vom Mittelwert der  $n$  ermittelten Geschwindigkeitsfelder geringer als der dreifache Wert der Standardabweichung an dieser Position ist. Für die Weiterverarbeitung der Messwerte kann über ein Skript auch eine Mittelung der Messwerte in  $x$ -Richtung durchgeführt werden, und eine Überprüfung auf fehlerhafte Vektoren wird hier nochmals durchgeführt. Die Ergebnisse der verschiedenen Mittelungen werden zur Weiterverarbeitung jeweils unter Angabe der ermittelten Reynolds-Zahl in eine externe Datei geschrieben.

#### Messwertaufnahme

Die Messvorbereitung gliedert sich in folgende Punkte:

- Montage des Kanals mit Plexiglasdeckel,
- Dichtigkeitstest bis 20 *bar* mit gefiltertem DI-Wasser,
- Entgasen der Partikellösung im Exikator,
- Einfüllen der Partikellösung in den Flüssigkeitsvorratsbehälter,
- Temperierung der Flüssigkeit und des Testblocks mit dem Thermostat,
- Testmessungen des Geschwindigkeitsfelds für die Feinjustage des Mikroskops auf die Kanalmittebene ( $z = h/2$ ),
- Durchführung der Messreihen.

Die Aufnahme der Messreihen finden je nach Untersuchungsbereich entlang des Kanals (Einlaufzone) oder in Nähe des Kanalaustritts (eingelaufene Strömung) statt. Die Bestimmung der Reynolds-Zahl erfolgt, wie in der Untersuchung zum Druckverlust (vgl. Abschnitt

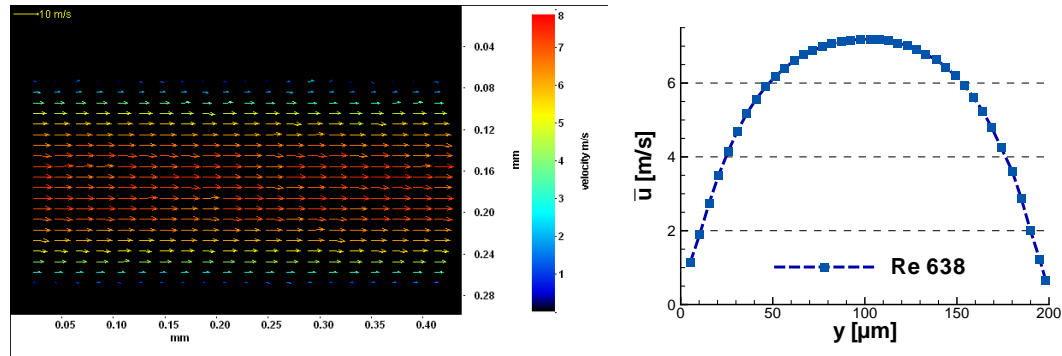


Abbildung 3.14: Geschwindigkeitsfeld einer laminaren Strömung und gemitteltetes Profil, Seitenverhältnis  $a = 2$ ,  $Re = 638$ .

3.2, Gleichung (3.10)), über die Messung des Massenstroms  $\dot{m}$  mittels Präzisionswägung und über die Messung der mittleren Fluidtemperatur  $T$  zur Bestimmung der temperaturabhängigen Fluideigenschaften. Eine Messreihe wird aufgenommen, sobald die Standardabweichung der letzten fünf bestimmen Reynolds-Zahlen kleiner als 1 % ist und die Strömung daher als stationär betrachtet werden kann. Im Reynolds-Zahlbereich laminarer Strömung ( $Re < 1200$ ) werden jeweils  $n = 50$  Messwerte pro Messreihe aufgenommen. Für  $Re > 1200$  werden jeweils  $n = 100$  Messwerte aufgenommen, um verlässliche Mittelwerte für die turbulenten Schwankungen zu erhalten. Eine Ausnahme bilden die Messungen in den aufgerauten Kanälen. Hier werden jeweils  $n = 110$  Doppelbilder aufgenommen. Für die Untersuchung des Transitionsbereichs werden jeweils etwa 50 Messreihen pro Kanalgeometrie durchgeführt.

### 3.3.2 Bestimmung zeitgemittelter Profile

Abbildung 3.14<sup>1</sup> zeigt auf der linken Seite das aus einer Einzelmessung erhaltene Geschwindigkeitsfeld einer laminaren Strömung im Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 2$ , für eine Messung in der Kanalmittelebene  $z = h/2$ . Auf der rechten Seite der Abbildung ist das zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofil gezeigt, welches sich als Mittelwert aus  $n = 50$  gemessenen Geschwindigkeitsfeldern ergibt.

Abbildung 3.15 zeigt entsprechend auf der linken Seite das aus einer Einzelmessung erhaltene Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung im Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 2$ , für eine Messung in der Kanalmittelebene  $z = h/2$ . Die Geschwindigkeitsvektoren der turbulenten Strömung sind aufgrund der turbulenten Schwankungen unregelmäßiger als die Geschwindigkeitsvektoren der laminaren Strömung in Abbildung 3.14. Auf der rechten Seite der Abbildung ist das zeitgemittelte turbulente Geschwindigkeitsprofil aus  $n = 100$  gemessenen Geschwindigkeitsfeldern dargestellt.

Die Bestimmung der auf der rechten Seite der Abbildungen 3.14 und 3.15 gezeigten zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofile erfolgt automatisiert über ein Auswerteskript innerhalb der PIV-Software *Davis 7*. Zunächst wird aus den  $n = 50 \dots 100$  Geschwindigkeitsfeldern einer Messreihe ein zeitgemitteltetes Geschwindigkeitsfeld berechnet. Anschließend erfolgt eine räumliche Mittelung der Vektoren in  $x$ -Richtung. Dies ist für Messungen im Bereich eingelaufener stationärer Strömung legitim. Im Einlaufbereich der Strömung mit Gradienten in der  $x$ -Richtung muss allerdings bei der Diskussion der Ergebnisse berück-

<sup>1</sup>Die Anzahl der Vektoren ist in der Abbildung reduziert, um die Übersichtlichkeit der Darstellung zu verbessern.



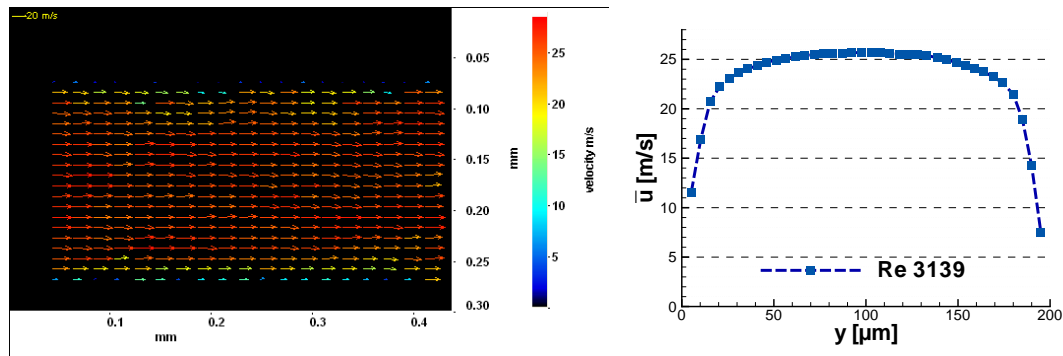


Abbildung 3.15: Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung und gemittelttes Profil, Seitenverhältnis  $a = 2$ ,  $Re = 3139$ .

sichtigt werden, dass eine räumliche Mittelung über  $\simeq 0,4 \text{ mm}$  in  $x$ -Richtung des Messbereichs vorliegt (für  $a = 5 \simeq 0,3 \text{ mm}$ ). Die gemittelten Geschwindigkeitsfelder werden zudem unter Angabe der aktuellen Reynolds-Zahl (vgl. Abschnitt 3.3.1) zur Weiterverarbeitung abgespeichert.

### 3.3.3 Bestimmung der Geschwindigkeitsfluktuation

Die Bestimmung der Geschwindigkeitsfluktuationen und der davon abgeleiteten Größen erfolgt aus der Standardabweichung (Gleichung (2.39)) für jede Vektorposition der  $n = 50 \dots 100$  gemessenen Geschwindigkeitsfeldern. Anschließend erfolgt analog eine Mittelung in  $x$ -Richtung und eine automatische Abspeicherung unter Angabe der Reynolds-Zahl.

### 3.3.4 Intermittierende Strömung und Bestimmung des Intermittenzfaktors

Der Intermittenzfaktor (vgl. Abschnitt 2.2.1) gibt den zeitlichen Anteil turbulenter Strömung an der Gesamtzeit an. In Abbildung 3.16 ist exemplarisch der Geschwindigkeitsverlauf im Kanalzentrum über der Zeit für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 2$  für eine intermittierende Strömung bei  $Re = 2213$  aufgetragen. Wie in der Abbildung dargestellt, schwanken die Geschwindigkeiten erheblich. Es ergeben sich Intervalle mit  $\bar{u} \simeq 22 \text{ m/s}$  für laminare Strömung und Intervalle mit  $\bar{u} \simeq 16 \dots 19 \text{ m/s}$  für turbulente Strömung.

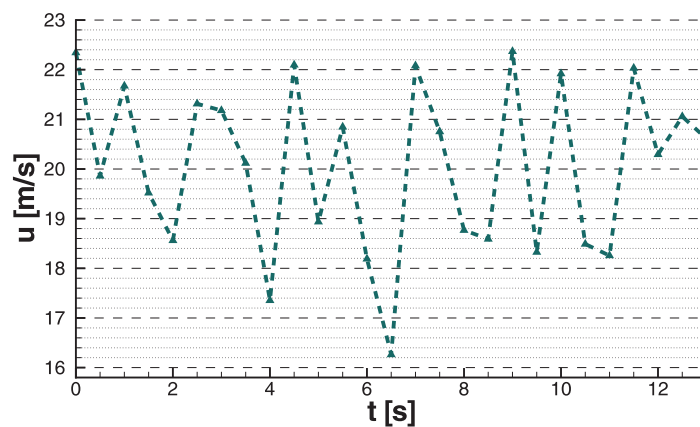


Abbildung 3.16: Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit  $u$  im Kanalzentrum einer intermittierenden Strömung für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 2$ ,  $Re = 2113$ .

### 3 Experimentelle Technik

In Abbildung 3.17 sind die momentanen Abweichungen von laminarer und turbulenter Strömung von der jeweiligen zeitgemittelten Strömung in Form von Störungsstromlinien visualisiert. Hierzu wird von dem momentanen Geschwindigkeitsfeld der zeitliche Mittelwert aus 100 Geschwindigkeitsfeldern abgezogen. Die in Abbildung 3.17 dargestellten Störungsstromlinien werden als Tangenten der Vektoren dieses Geschwindigkeitsfelds berechnet. In der Darstellung auf der linken Seite in Abbildung 3.17 ist der für laminare Strömung in geraden Kanälen wandparallele Verlauf der Stromlinien zu erkennen. Dies bedeutet, dass die Abweichungen im wesentlichen längs des Kanals gerichtet sind. Auf der rechten Seite sind für dieselbe Reynolds-Zahl die Störungsstromlinien für ein turbulentes Intervall aufgetragen. Hier ergeben sich die für turbulente Strömungen typischen Wirbelstrukturen, welche sowohl wandparallele als auch wandnormale Abweichungen merklicher Amplitude beinhalten.

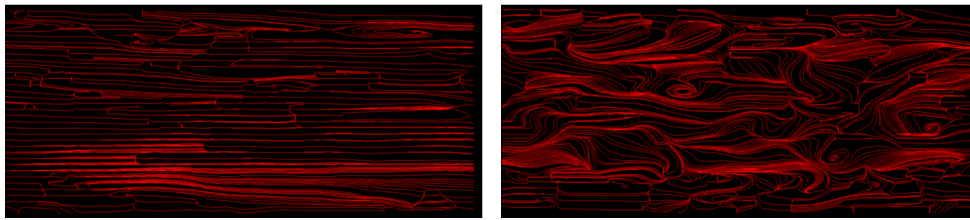


Abbildung 3.17: Störungsstromliniendarstellung laminarer und turbulenter Intervalle einer intermittierenden Strömung für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 2$ ,  $Re = 2113$ .

Interessanter als die Darstellung in Abbildung 3.17 ist die Bestimmung des Intermittenzfaktors  $\gamma$  (Gleichung (2.47)) für die bei einer Reynolds-Zahl realisierte Messreihe. Die Bestimmung von  $\gamma$  erfolgt in den Untersuchungen aus  $n = 50$  (laminare Strömung) und  $n = 100$  (transitionelle und turbulente Strömung) Geschwindigkeitsfeldern anhand der  $v$ -Komponente der Geschwindigkeitsvektoren im Kanalzentrum. Im Intervall laminarer Strömung ist der Betrag der  $v$ -Komponente aufgrund der geringen Fluktuation sehr klein. Treten innerhalb einer Messreihe Intervalle mit turbulenter Strömung auf, ergeben sich aufgrund der turbulenten Querschwankungen Beträge für die  $v$ -Komponente im Bereich  $|v| \simeq 0 \dots 2 \text{ m/s}$ . Der zeitliche Mittelwert der Geschwindigkeit in  $y$ -Richtung ist  $\bar{v} \simeq 0$ , nach Gleichung 2.9 sind für diesen Fall Geschwindigkeit und Schwankung identisch ( $v = v'$ ). Um nun  $\gamma$  in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl  $Re$  zu bestimmen, wird nicht der stark schwankende Wert von  $v$  an einer Position betrachtet, sondern der räumliche Mittelwert des Betrags der  $v$ -Komponente im Kanalzentrum  $\langle |v| \rangle$ . Ein Geschwindigkeitsfeld wird dann als turbulent gewertet, wenn sich ein räumlicher Mittelwert ergibt, der signifikant größer ist als der räumliche Mittelwerte bei laminarer Strömung. Anhand der Messungen erweist sich  $\langle |v| \rangle > 0,5 \text{ m/s}$  als sinnvolle Grenze. Der Intermittenzfaktor ergibt sich dann aus der Anzahl  $n_t$  der Geschwindigkeitsfelder, für die turbulente Strömung festgestellt wird, und aus der Gesamtzahl  $n$  der Geschwindigkeitsfelder als

$$\gamma = \frac{n_t}{n} . \quad (3.28)$$

Im Bereich laminarer Strömung ergeben sich entsprechend Werte von  $\gamma \simeq 0$ . Im Bereich transitioneller Strömung treten sowohl Intervalle laminarer und turbulenter Strömung wechselweise auf, es ergeben sich daher Werte  $0 < \gamma < 1$ . Bei turbulenter Strömung ist  $\gamma \simeq 1$ . Die Intermittenzauswertung erfolgt automatisiert über ein Skript, welches aus der Messreihe bei einer Reynolds-Zahl den Intermittenzfaktor berechnet und zur Weiterverarbeitung abspeichert.

### 3.3.5 Genauigkeit der PIV-Messung

Die Genauigkeit bei der Bestimmung des Partikelversatzes beträgt nach Raffel et al. (1998)

$$\Delta ds = \frac{1}{10} \text{ Pixel} . \quad (3.29)$$

Voraussetzung hierfür ist, dass ein Partikel bei Abbildung auf den CCD-Chip der Kamera durch mindestens 2 *Pixel* aufgelöst wird. Dies ist nach Gleichung (3.27) für die Fluoreszenzpartikel mit einem Durchmesser von  $d_p = 860 \text{ nm}$  sichergestellt. Anhand des einheitlichen zeitlichen Abstands von  $dt = 1 \mu\text{s}$  bei der Aufnahme der Doppelbilder und der Skalierung des Messsystems nach Gleichung (3.27), ergibt sich eine Ungenauigkeit für die berechneten Geschwindigkeiten von  $\Delta u = \Delta v = \pm 0,03207 \text{ m/s}$ . Der relative Fehler hängt von der lokalen Geschwindigkeit und damit von der Position der Reynolds-Zahl ab. Zusätzlich muss die Genauigkeit der Messdatenerfassungskarte (PTU) und der zeitlichen Steuerung der Laserpulse beachtet werden, deren Fehler liegt nach Herstellerangaben bei  $\Delta dt \simeq 13 \text{ ns}$ . Dies entspricht einem relativen Fehler des Zeitabstands von  $\Delta |dt|/dt = 1,3 \%$ .

Um die Messgenauigkeit in dieser Arbeit zu bewerten, wird der größte und der kleinste Messfehler abgeschätzt. Der größte Messfehler tritt dann auf, wenn der Partikelversatz am kleinsten ist. Dies ist für Messungen bei niedriger Reynolds-Zahl im Randbereich der Kanäle der Fall. In die Auswertungen gehen Messungen für Reynolds-Zahlen  $Re \gtrsim 1000$  ein. Die bei einer Reynolds-Zahl von  $Re \simeq 1000$  ermittelten wandnächsten Geschwindigkeiten liegen bei  $u \simeq 2 \text{ m/s}$ . Unter Berücksichtigung der erwähnten Messungenauigkeiten ergibt sich hieraus der maximale relative Messfehler zu

$$\frac{\Delta u}{u} \simeq 2,9 \%. \quad (3.30)$$

Für Messungen im Kanalzentrum ergibt sich entsprechend bei  $Re \simeq 1000$  bei Geschwindigkeiten von  $u \simeq 13 \text{ m/s}$  ein relativer Messfehler von

$$\frac{\Delta u}{u} \simeq 1,5 \%. \quad (3.31)$$

Die kleinste Messfehler tritt dann auf, wenn der Partikelversatz innerhalb der Strömung am größten ist. Dies ist für Messungen bei hoher Reynolds-Zahl in Kanalzentrum der Fall. Die höchste Reynolds-Zahl, bei der Messungen durchgeführt werden, liegt bei  $Re \simeq 4000$ , die Geschwindigkeit in Kanalzentrum erreichen dann  $u \simeq 33 \text{ m/s}$ . Hieraus ergibt sich der minimale relative Fehler

$$\Delta u/u \simeq 1,4 \%. \quad (3.32)$$

$\Delta v$  wird für die eingelaufene Kanalströmung mit  $v = 0$  als

$$\Delta v/v \simeq \pm 0,03207 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.33)$$

abgeschätzt.

Für die Bestimmung der zeitgemittelten Geschwindigkeit  $\bar{u}$  (Gleichung (2.36)) spielt die Messungenauigkeit keine wesentliche Rolle, da sich durch die große Zahl der Messwerte die Messabweichungen im Mittel aufheben, solange es sich um statistische (Gauß-verteilte) Fehler handelt. Für die aus der Standardabweichung (Gleichung (2.39)) bestimmten Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  und  $Ti_y$  ist die Messungenauigkeit allerdings von Bedeutung, da  $\Delta u$  und  $\Delta v$  unmittelbar die Standardabweichung erhöhen.

### Auswirkung des Aufbaus auf Messabweichungen

Aufbaubedingt befindet sich das Mikroskop oberhalb des Kanals. Damit entspricht der Aufbau nicht typischen  $\mu$ PIV-Versuchsaufbauten. Diese arbeiten bevorzugt mit invertierten Mikroskopen, bei denen das zu untersuchende Objekt bewegt wird und das Mikroskop unterhalb des Objekts fest fixiert ist. Dieses Fixieren des Mikroskops verhindert Verfälschung der PIV-Messungen, welche sich aus Eigenschwingungen des Mikroskops ergeben und sich vor allem bei niedrigen Geschwindigkeiten auswirken. In dieser Arbeit ist es nicht möglich, mit einem invertierten, fest fixierten Mikroskop zu arbeiten. Die hohen Drücke in den Kanälen erfordern massive metallische Zuleitungen, massive Deckelung und die Fixierung der Teststrukturen auf dem Montageblock. Zusätzlich ist es erforderlich, das Mikroskop entlang des Kanals zu bewegen. Im Folgenden wird überprüft, wie sich leichte Schwingungen des Messaufbaus auf die Messergebnisse auswirken. Hierzu werden PIV-Auswertungen für fest fixierte Partikel auf einem Objektträger durchgeführt. Ermittelte Verschiebungsvektoren entsprechen dann der Schwankung des Aufbaus in der Zeit. Um die mittlere Schwankung des Aufbaus zu bestimmen, werden hundert Bilder der fixierten Partikel aufgenommen und über die Kreuzkorrelationsfunktion zweier aufeinander folgender Bilder die relative Verschiebung des Mikroskops zu den fest fixierten Partikeln bestimmt. Aus 100 aufgenommenen Bildern ergibt sich als mittlere Verschiebung  $dx = (\sum_1^n |dx_n|) / n = 0,118 \text{ Pixel}$  in  $x$ -Richtung und  $dy = (\sum_1^n |dy_n|) / n = 0,202 \text{ Pixel}$  in  $y$ -Richtung. Diese mittleren Verschiebungen liegen nur geringfügig über dem Messfehler der PIV-Auswertung von  $\Delta ds = 0,1 \text{ Pixel}$  (Gleichung (3.29)). Über die Skalierung des Aufbaus (Gleichung (3.27)) ergibt sich damit eine mittlere Verschiebung von  $dx = 0,38 \mu\text{m}$  bzw.  $dy = 0,65 \mu\text{m}$ . Der Einfluss dieser Schwingung auf die Turbulenzintensität  $Ti_x$  (Gleichung (2.42)), normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$ , wird für laminare Strömung für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 1$  abgeschätzt. Über die laminare Geschwindigkeitsverteilung in Rechteckkanälen (Gleichung (2.59)) wird in halber Kanalhöhe ( $z = h/2$ ) die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta u = u_1 - u_2$  bestimmt.  $u_1$  ist gemäß Gleichung (2.59) die Geschwindigkeit an der Position  $y = y^* - dy/2$  und  $u_2$  die Geschwindigkeit an der Position  $y = y^* + dy/2$ .  $\Delta u$  stellt daher den Fehler der Geschwindigkeit aufgrund der Eigenschwingung des Messaufbaus bei laminarer Strömung dar. In Abbildung 3.18 ist  $\Delta u$  normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$  aufgetragen. In dieser Darstellung entspricht  $\Delta u / \hat{u}$  der Turbulenzintensität  $Ti_x$ , wie sie auch bei der Darstellung der Messdaten zur Anwendung kommt (vgl. Abschnitt 2.2.1).

Wie sich in den Messergebnissen (Abschnitt 4.2.2) zeigt, ergibt sich in  $x$ -Richtung eine Turbulenzintensität im Kanalquerschnitt von  $Ti_x \simeq 2 \%$  für laminare Strömung. In Abbildung 3.18 ist die durch den Messaufbau verursachte scheinbare Turbulenzintensität der laminaren Strömung für den größten Teil des Kanals viel kleiner als die gemessene Turbulenzintensität der laminaren Strömung (Abbildung 4.14). Zur Wand hin steigt diese scheinbare Turbulenzintensität in Abbildung 3.18 an und erreicht in Wandnähe in etwa die Turbulenzintensität, die sich in der Messung bei laminarer Strömung ergibt. Der Einfluss des Messaufbaus auf die Turbulenzintensitäten ist demnach gering.

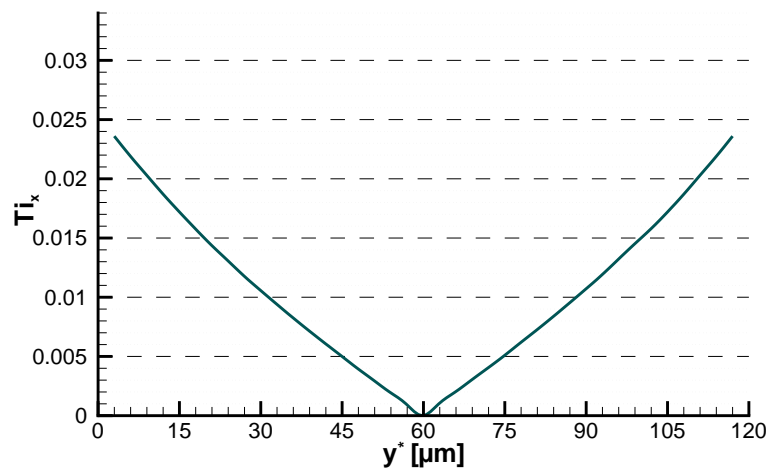


Abbildung 3.18: Auswirkung der Schwingung des Messaufbaus auf  $Ti_x$ .

## 4 Ergebnisse

Im Folgenden sind die Ergebnisse zur Druckdifferenz- und Geschwindigkeitsmessung aufgeführt. Die Aufstellung beginnt mit den Druckdifferenzmessungen und daraus abgeleiteten Druckverlustkorrelationen für die eingelaufene Mikroströmung. Im Anschluss folgen Ergebnisse der Geschwindigkeitsmessungen am Kanalende bei variierender Reynolds-Zahl. Der dritte Teil befasst sich mit den Ergebnissen zu Geschwindigkeitsfeldmessungen entlang der Hauptströmungsrichtung der Kanäle.

### 4.1 Druckverlust (integral)

Die Messung des Druckabfalls erfolgt wie in Abschnitt 3.2 beschrieben über die Aufnahme der Druckdifferenz über die komplette Teststruktur.

#### 4.1.1 Druckdifferenzmessungen für nicht eingelaufene Strömung

Für die Messung der Druckdifferenz über die kompletten Kanalstruktur ergeben sich die folgenden Nikuradse-Diagramme. Die Abbildungen 4.1 - 4.4 beinhalten zusätzliche Druckdifferenzen durch den Einlauf der Strömung im Kanal und durch den Ein- und Austritt in den Kanal und weichen daher von der abgeleiteten Korrelation der eingelaufenen Kanalströmung ab. Die den Diagrammen zugrunde liegenden Messdaten sind in Anhang 7.1 aufgeführt. Auf eine ausführliche Diskussion der Diagramme 4.1 - 4.4 kann verzichtet werden, da sie lediglich als Rohdaten aufzufassen sind.

#### 4.1.2 Druckverlust für eingelaufene Strömung

Die durch Differenzbildung von langem und kurzem Kanal um Einlauf- und Ein- und Austrittseffekte korrigierten Messwerte (Abschnitt 2.1.2) finden sich in den Abbildungen 4.5-4.7. Zusätzlich eingezeichnet sind die theoretischen Kurven für den laminaren Bereich nach Gleichung (2.25), für den turbulenten Bereich nach der empirischen Blasius-Korrelation für glatte Wände (Gleichung (2.27)) und der Korrelation nach Prandtl und Colebrook bei Wandrauigkeit (Gleichung (2.57)) unter Verwendung der Rauigkeiten in Tabelle 3.2. Für das durch Sandstrahlung aufgeraute Kanalpaar mit Seitenverhältnis  $a = 5$  ist es nicht sinnvoll, abgeleitete Korrelationen zu bilden. Die beiden Kanäle unterscheiden sich durch das Sandstrahlen zu sehr in ihren Rauigkeiten und ihrer Geometrie. Dies zeigt sich durch die höheren und auch inkonsistenten Werte des gemessenen Druckverlustbeiwerts  $\lambda$  für den langen Kanal und kurzen Kanal in Abbildung 4.4. Theoretisch müssten sich für  $\lambda$  niedrigere Werte im langen Kanal ergeben. Die Abweichung erklärt sich daraus, dass die Kanalgeometrie längs des Kanals zu inhomogen ist (Abbildung 3.7) und daher mit den verwendeten Methoden nicht ausreichend charakterisiert wird.

Für die Bestimmung der Korrelation der eingelaufenen Strömung ist es erforderlich, jeweils aus den Messwerten eines Kanals eine Regression  $\lambda(Re)$  zu bestimmen. Hierdurch werden erforderliche Zwischenwerte interpoliert und eine geschlossene Darstellung wird möglich. Dies ermöglicht dann die Differenzbildung von kurzem und langem Kanal. Für

## 4 Ergebnisse

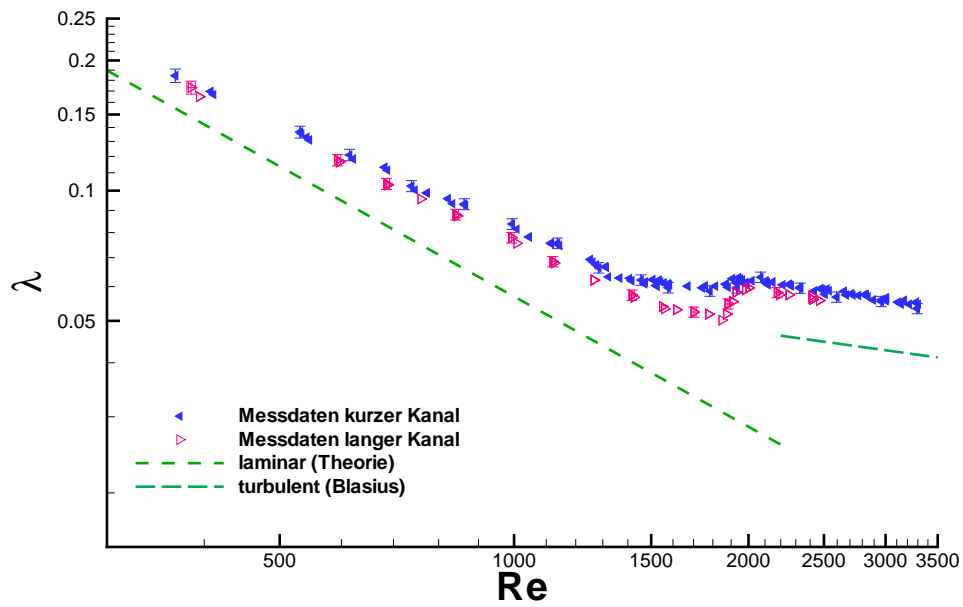


Abbildung 4.1: Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

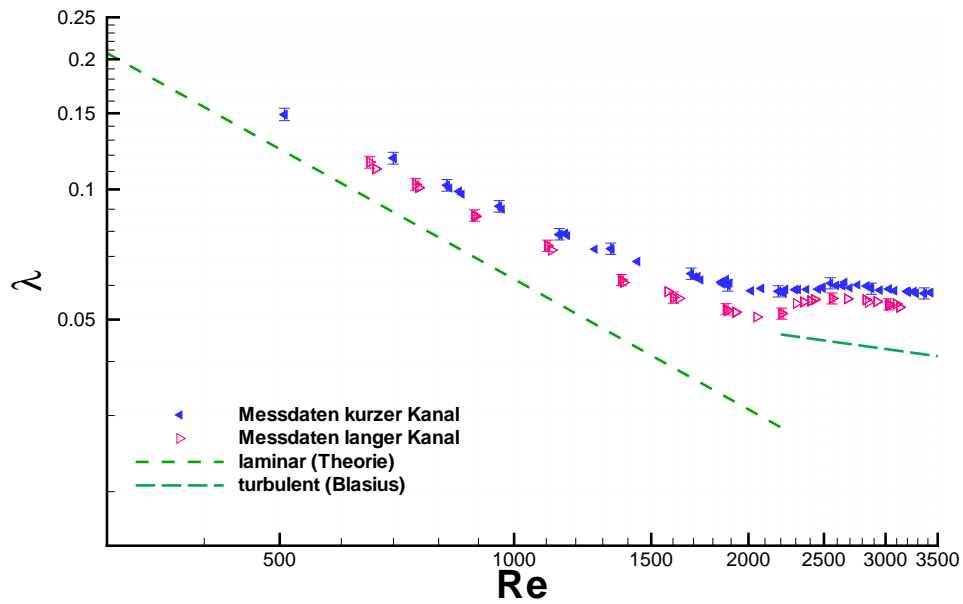


Abbildung 4.2: Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

## 4 Ergebnisse

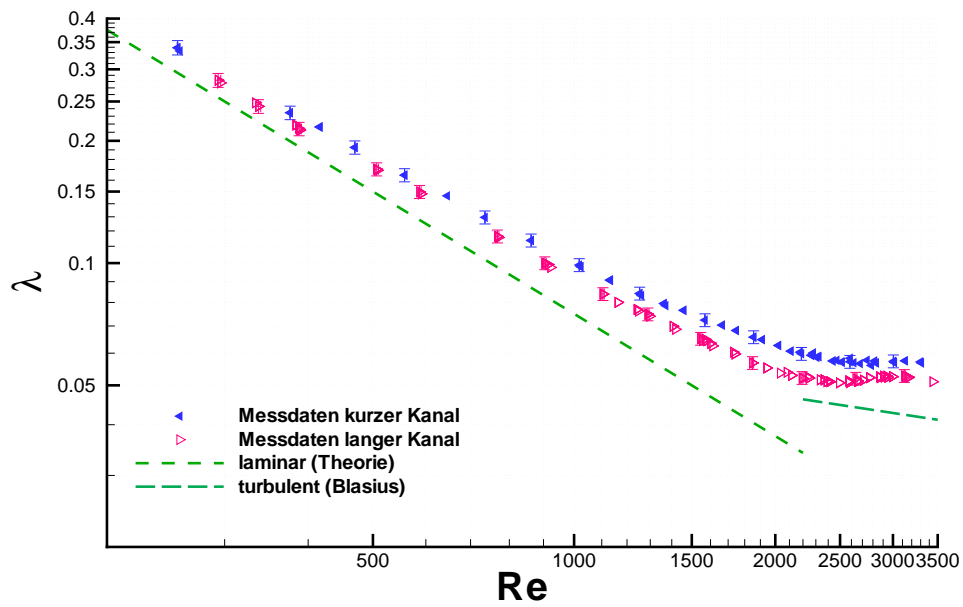


Abbildung 4.3: Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

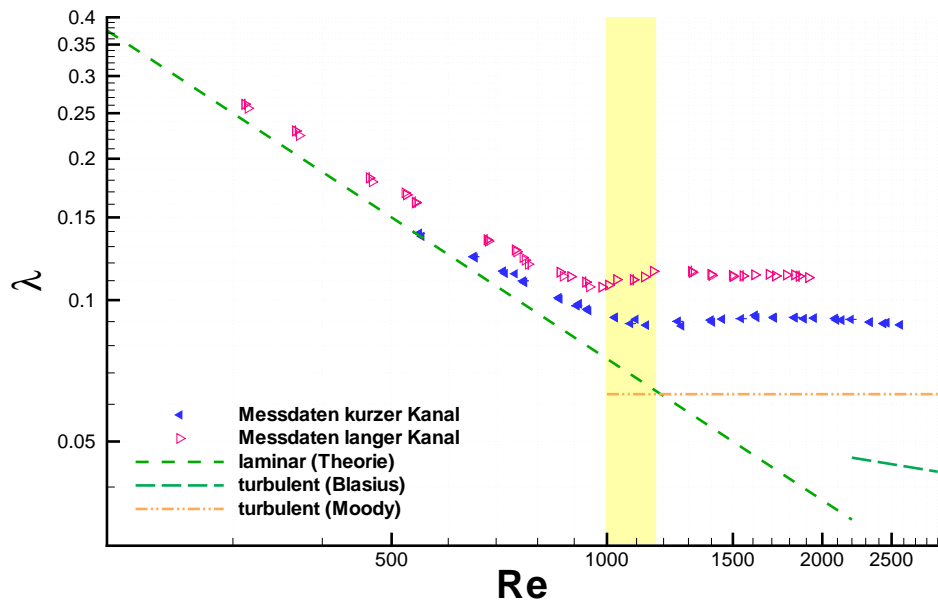


Abbildung 4.4: Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, aufgerauter Kanal, Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .



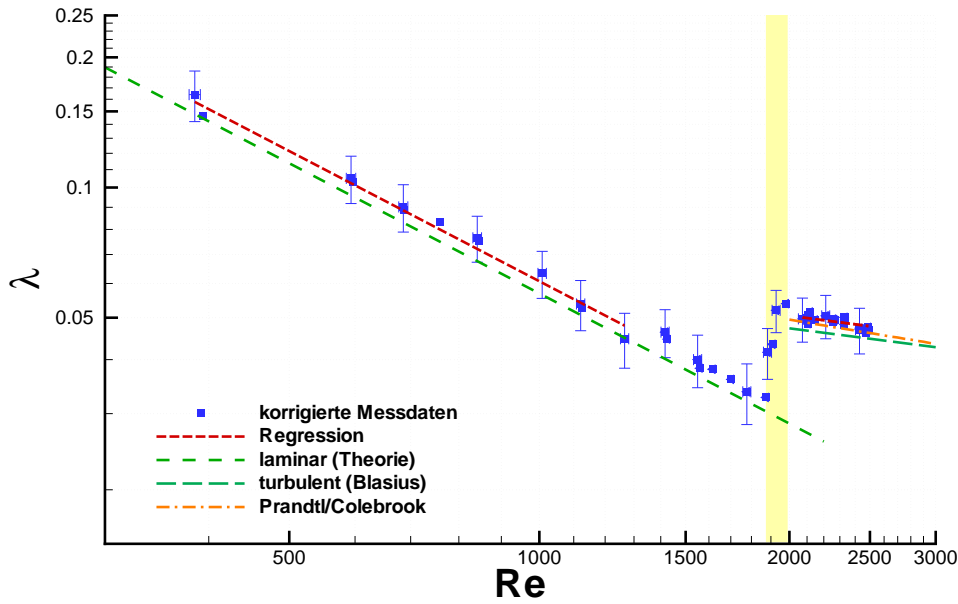


Abbildung 4.5: Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

eine genaue Annäherung an die Messdaten werden die im Anhang 7.2 aufgeführten polynomischen Regressionen höherer Ordnung gebildet. Die Übereinstimmung zwischen Regression und Datenpunkten ist für alle gebildeten Funktionen mit einem Bestimmtheitsmaß von  $R^2 > 0,99$  möglich.

### Druckverlustkorrelation

Aus der abgeleiteten Daten entsprechend Gleichung (3.13) werden wiederum Korrelationen für den laminaren und turbulenten Bereich gebildet. Für den laminaren Bereich wird eine Regressionskurve gebildet, die dem Zusammenhang

$$\lambda_l = \frac{c_e}{Re} \quad (4.1)$$

folgt. Diese Vorgabe entspricht dem Verlauf der Druckverlustkorrelation, wie er für laminare makroskopische Kanalströmung bekannt ist (Abschnitt 2.4.3). Für den turbulenten Bereich wird eine Regressionskurve entsprechend der empirischen Korrelation für glatte Kanäle nach Blasius (Gleichung (2.27)) gebildet, die der Form

$$\lambda_t = \frac{c_e}{Re^{\frac{1}{4}}} \quad (4.2)$$

entspricht. Die erhaltenen Regressionen sind in Tabelle 4.1 aufgeführt und in den entsprechenden Diagrammen rot eingezeichnet. Sie stellen die Korrelation für den Druckverlust der eingelaufenen Mikroströmung dar. Die theoretischen Geometriefaktoren  $c_t$  (Gleichung (2.66)) für makroskopische Kanäle sowie die relative Abweichung von experimentellem Geometriefaktor  $c_e$  und theoretischem Geometriefaktor  $c_t$ <sup>1</sup>  $\Delta c = (c_e - c_t) / c_t$  sind ebenfalls in Tabelle 4.1 aufgeführt. Die entsprechende theoretische Druckverlustkorrelation ergibt sich

<sup>1</sup>Die in der Tabelle aufgeführten Werte für den theoretischen Geometriefaktor  $c_t$  stimmen nicht exakt mit den Werten aus Tabelle 2.4 überein, da  $c_t$  in Tabelle 4.1 entsprechend der realen vermessenen

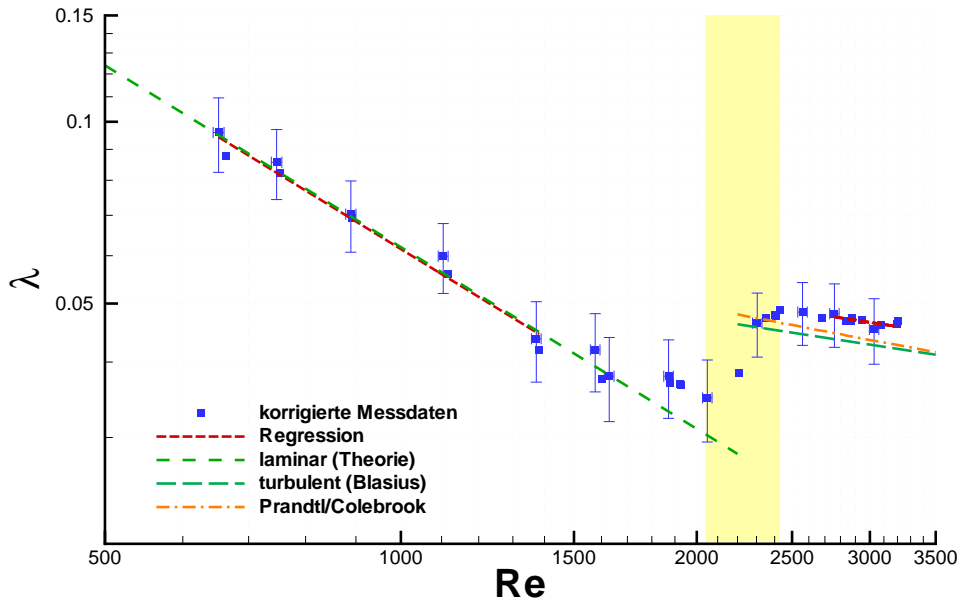


Abbildung 4.6: Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

Seitenverhältnis $a$	laminar				turbulent			
	$c_e$	$c_t$	$\Delta c$	$\chi^2$	$c_e$	$c_t$	$\Delta c$	$\chi^2$
1	60,07	56,95	5%	$2,84 \cdot 10^{-5}$	0,338	0,3164	6,8%	$2,94 \cdot 10^{-5}$
2	61,54	61,9	0,4%	$1,09 \cdot 10^{-5}$	0,344	0,3164	8,7%	$5,85 \cdot 10^{-6}$
5	73,33	75,4	2,7%	$5,85 \cdot 10^{-5}$	0,321	0,3164	1,5%	$7,32 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.1: Druckverlustkorrelation für eingelaufene Mikroströmung.

durch Einsetzen von  $c_t$  anstelle von  $c_e$  in den Gleichungen (4.1) und (4.2). Die Abweichung der Regression von den Werten der eingelaufenen Strömungen wird als  $\chi^2$  (Summe der Quadrate der Abweichungen) angegeben.

### 4.1.3 Bewertung des Transitionsbereichs

Für die Bewertung der Transition anhand des Nikuradse-Diagramms schlägt Idelchik (1986) (Abschnitt 2.3.1) für raue Kanäle die Einteilung des Transitionsbereichs anhand dreier Reynolds-Zahlen  $Re_0$ ,  $Re_1$  und  $Re_2$  vor. Die Werte für  $Re_0$ ,  $Re_1$  und  $Re_2$  sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Für die Seitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 5$  ist  $Re_0$  nicht aufgeführt, da im Kurvenverlauf keine vorzeitige Abweichung vom theoretischen laminaren Kurvenverlauf erkennbar ist. Da für die aufgerauten Kanäle mit Seitenverhältnis  $a = 5$  keine Korrelation für die eingelaufene Strömung gebildet wird, werden für diese Kanäle die Transitionsbereiche aus den Rohdaten in Abbildung 4.4 bestimmt. Diese Rohdaten beinhalten noch Ein-, Austritts- und Einlaufeffekte.

Kanalgeometrie aus Tabelle 3.2 als Mittelwert der  $c_t$ -Werte der langen und kurzen Kanalstrukturen gebildet wird.

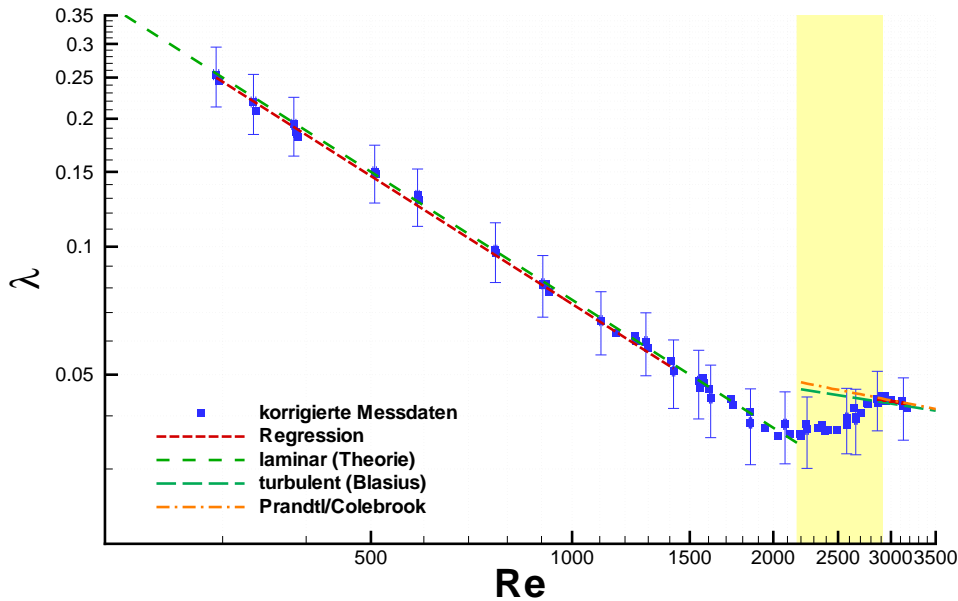


Abbildung 4.7: Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

Seitenverhältnis $a$	$Re_0$	$Re_1$	$Re_2$
1	–	1873	1981
2	1879	2049	2432
5	–	2196	2995
5, rau	–	$\simeq 1000$	$\simeq 1150$

Tabelle 4.2: Transitionsbereiche aus den Druckverlustkorrelationen.

## 4.2 Geschwindigkeitsfeld am Kanalende

Die im Folgenden aufgeführten Ergebnisse der zweidimensionalen Geschwindigkeitsmessung beziehen sich auf eine eingelaufene Strömung kurz vor dem Kanalaustritt. Die Messbereich ist die Kanalmittenebene ( $z = h/2$ ).  $u$  ist die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung,  $v$  die Geschwindigkeit normal zur Hauptströmungsrichtung. Die  $y$ -Koordinate gibt die Position im Kanal der Breite  $b$  an. Da für jedes Kanalseitenverhältnis die Kanäle in zweifacher Ausführung vorliegen (lang und kurz, Abschnitt 3.2.1), werden die Messungen sowohl in den langen als auch in den kurzen Kanälen durchgeführt. In den Auswertungen sind die Messwerte der jeweiligen Kanallänge gekennzeichnet. Eine Abhängigkeit der Messwerte von der Kanallänge ist nicht erkennbar. Dies bestätigt die Erwartung, dass in allen Fällen eine eingelaufene Strömung am Kanalende vorliegt.

### 4.2.1 Zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile

Gemessene zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile für  $\bar{u}$  über den Kanalquerschnitt sind für die verschiedenen Seitenverhältnisse in den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.11 und 4.12 aufgetragen. Eingezeichnet sind jeweils charakteristische (zeitgemittelte) Geschwindigkeitsprofile der laminaren Kanalströmung, der Strömung im Transitionsbereich und der turbulenten

## 4 Ergebnisse

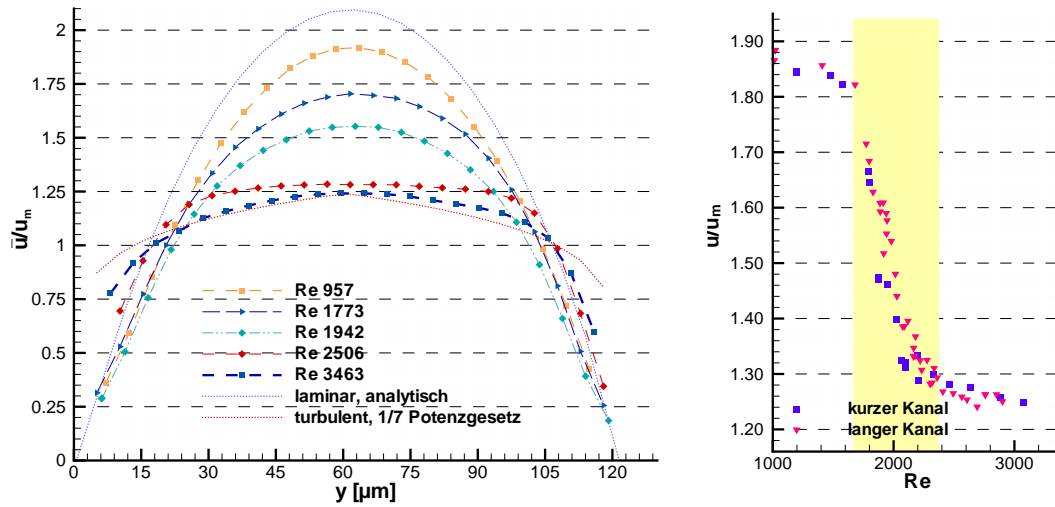


Abbildung 4.8: Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile  $\bar{u}/u_m$  über den Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

Strömung. Um die Profile innerhalb eines Diagramms miteinander vergleichen zu können, sind die Messwerte jeweils mit der aus der Massenstrommessung bestimmten querschnittsgemittelten Geschwindigkeit  $u_m$  normiert. Ebenfalls eingezeichnet sind die theoretische Geschwindigkeitsverteilung der ungestörten laminaren Strömung entsprechend Gleichung (2.59) und - soweit sinnvoll - die Geschwindigkeitsverteilung nach dem 1/7-Potenzgesetz für die turbulente Strömung (Gleichung (2.17)). Die Profile zeigen bei ausgewählten Reynolds-Zahlen die Umformung des Geschwindigkeitsfelds bei der Transition zur turbulenten Strömung. Der Verlauf der normierten Mittengeschwindigkeit  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum, aufgetragen über die Reynolds-Zahl, findet sich ebenfalls in den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.11 und 4.12. Schließlich ist die relative Abweichung  $\Delta u_{rel}$  (Gleichung (2.37)) vom theoretischen Wert der ungestörten laminaren Strömung im Kanalzentrum in den Abbildungen 4.10 und 4.13 gegeben.

## 4 Ergebnisse

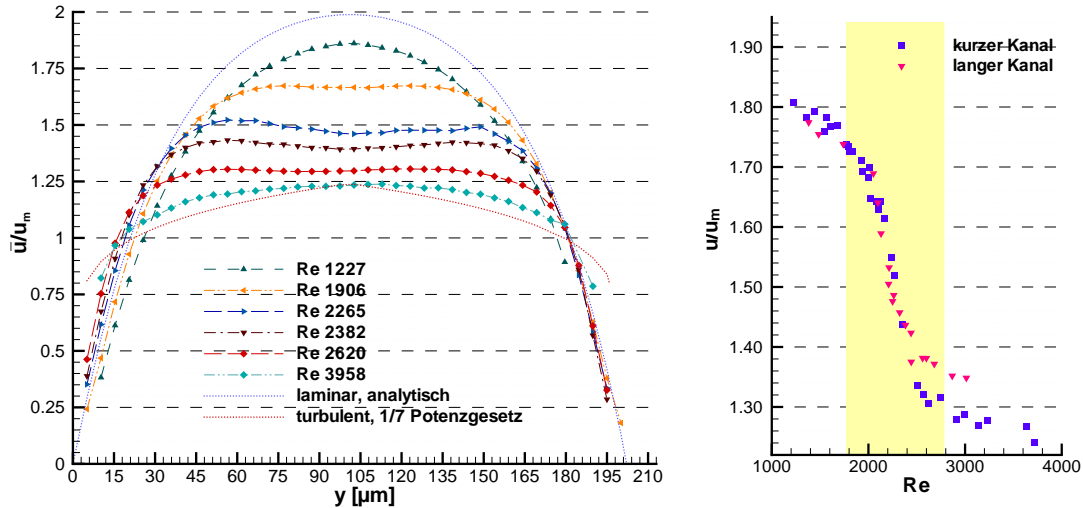


Abbildung 4.9: Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile  $\bar{u}/u_m$  über den Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

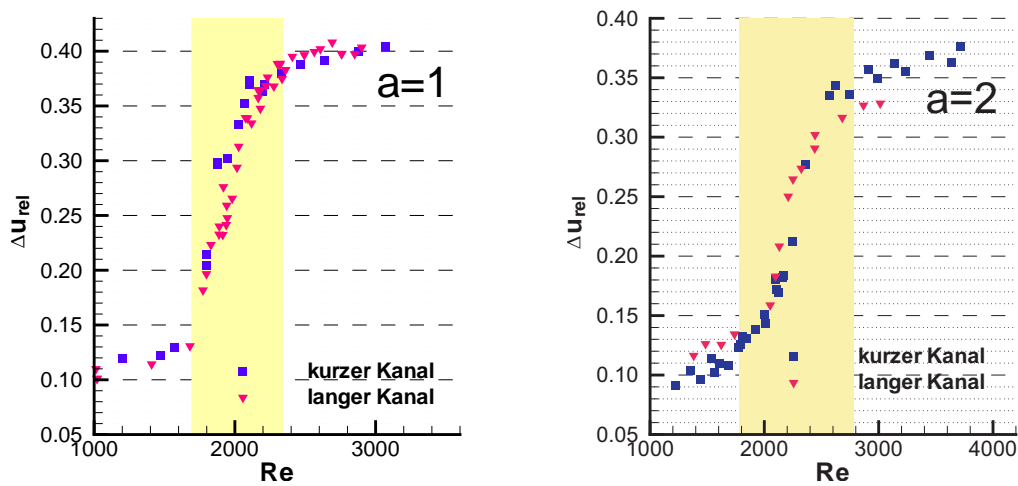


Abbildung 4.10: Relative Abweichung  $\Delta u_{rel}$  von der laminaren Strömung im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 2$ .

## 4 Ergebnisse

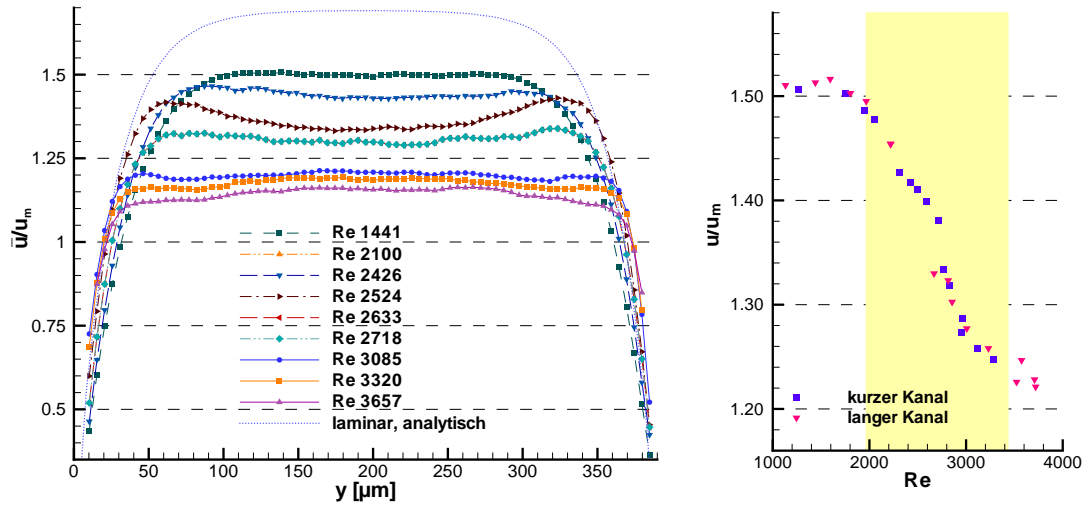


Abbildung 4.11: Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile  $\bar{u}/u_m$  über den Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

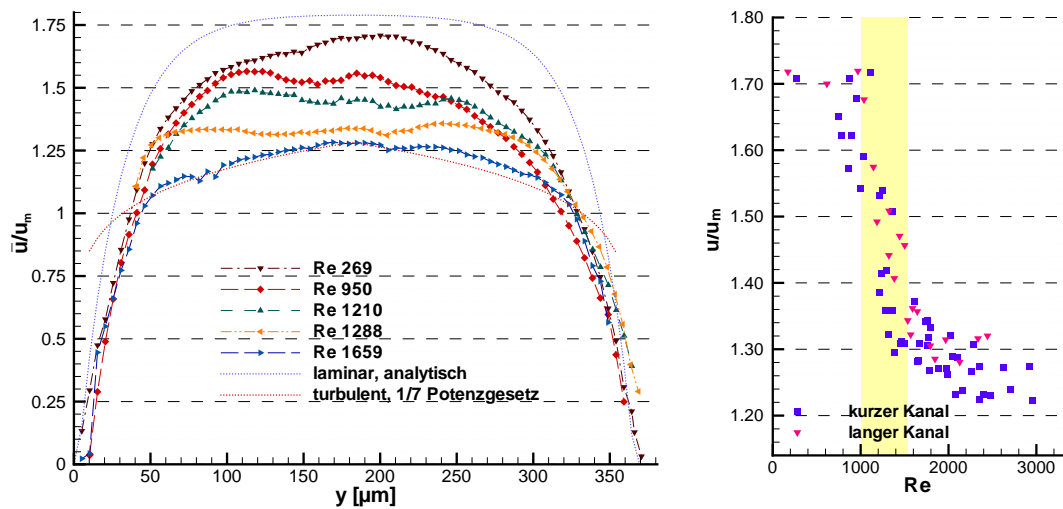


Abbildung 4.12: Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile  $\bar{u}/u_m$  über Kanalbreite ( $z = h/2$ ) und  $\hat{u}/u_m$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im aufgerauten Kanal.

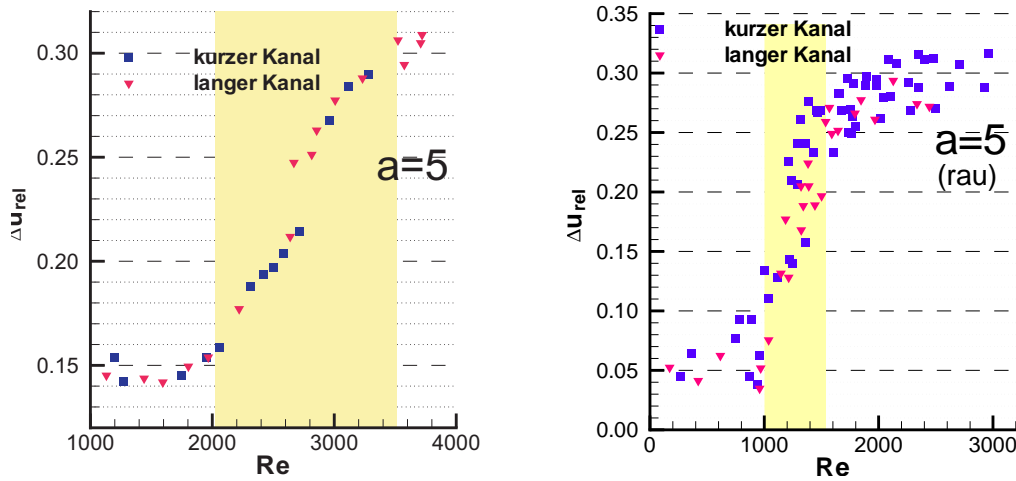


Abbildung 4.13: Relative Abweichung  $\Delta u_{rel}$  von der laminaren Strömung im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ , normaler und aufgerauten Kanal.

#### 4.2.2 Fluktuation der Geschwindigkeitswerte am Kanalende

Im Folgenden sind die Messergebnisse zur Streuung der  $u$ - und  $v$ -Geschwindigkeit (Gleichungen (2.39)) aufgeführt. In den Abbildungen 4.14, 4.16, 4.19 und 4.21 ist jeweils das Profil der mit der zeitgemittelten Geschwindigkeit im Kanalzentrum normierten Turbulenzintensität  $Ti_x = \sqrt{u'^2}/\hat{u}$  der Hauptströmungsrichtung über dem Kanal aufgetragen. Wie bei den zeitgemittelten Geschwindigkeiten sind auch hier charakteristische Profile im Bereich laminarer, transitioneller und turbulenter Strömung, d.h. bei verschiedenen Reynolds-Zahlen, aufgetragen. Die Abbildungen 4.15, 4.17, 4.20 und 4.22 enthalten entsprechende Profile der Turbulenzintensität  $Ti_y = \sqrt{v'^2}/\hat{u}$  der Geschwindigkeit normal zur Hauptströmungsrichtung. Der Verlauf der Turbulenzintensitäten im Kanalzentrum in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl ist in den Abbildungen 4.18 und 4.23 aufgetragen. Diese Ergebnisse für die kurzen und die langen Kanäle sind weitestgehend gleich. Der aus  $u'$  und  $v'$  gebildete Turbulenzgrad  $Tu$  (Gleichung (2.41)) ist nicht explizit aufgeführt. Stattdessen erfolgt eine Darstellung der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  in Abschnitt 4.2.4.

#### 4 Ergebnisse

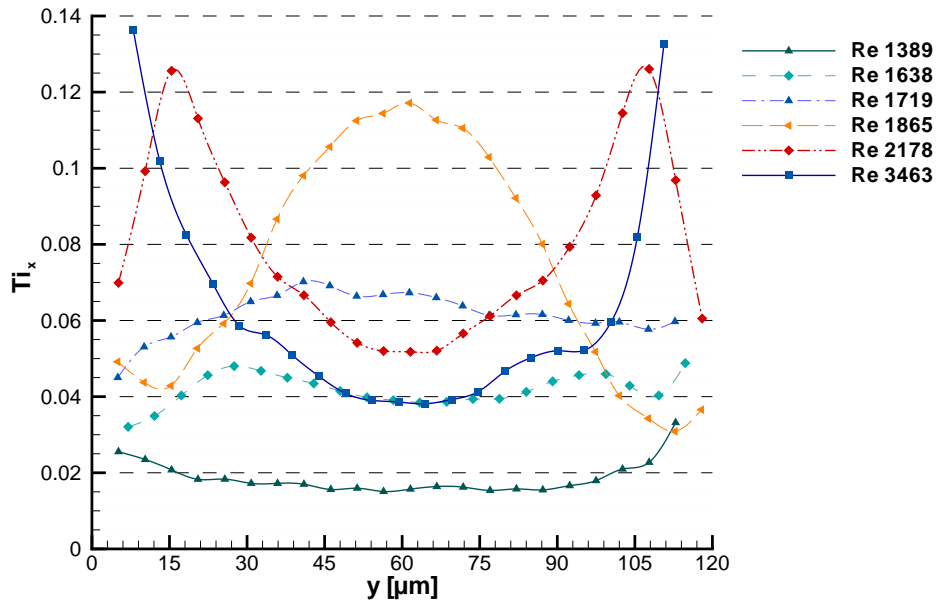


Abbildung 4.14: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

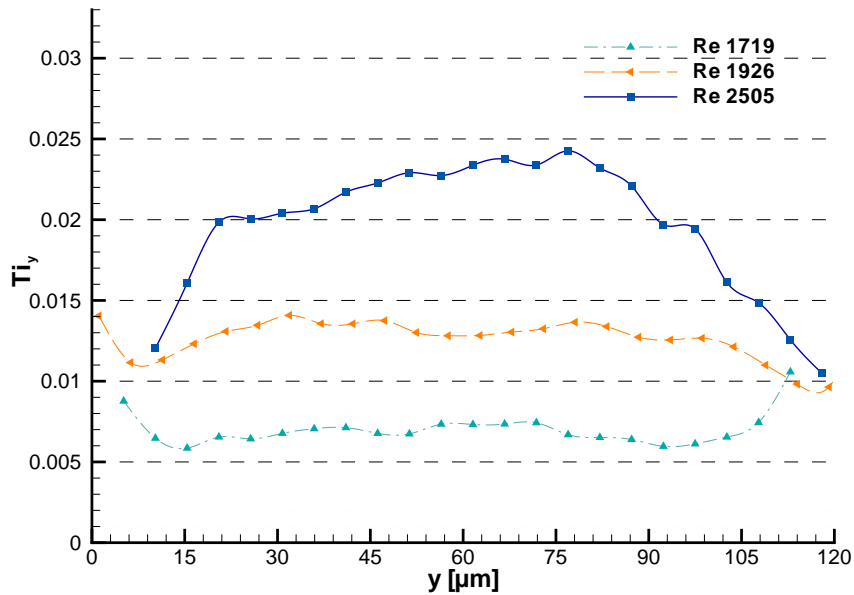


Abbildung 4.15: Turbulenzintensität  $Ti_y$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .



## 4 Ergebnisse

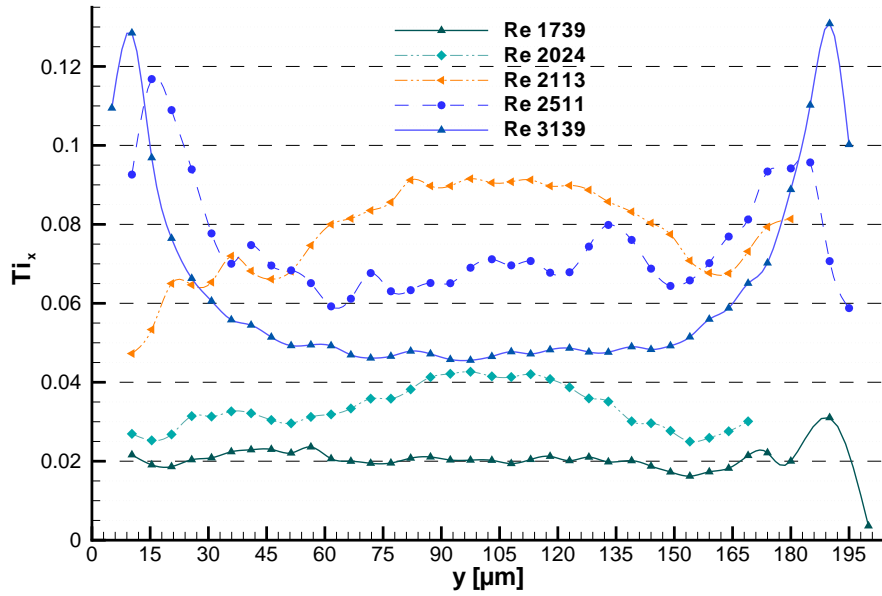


Abbildung 4.16: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

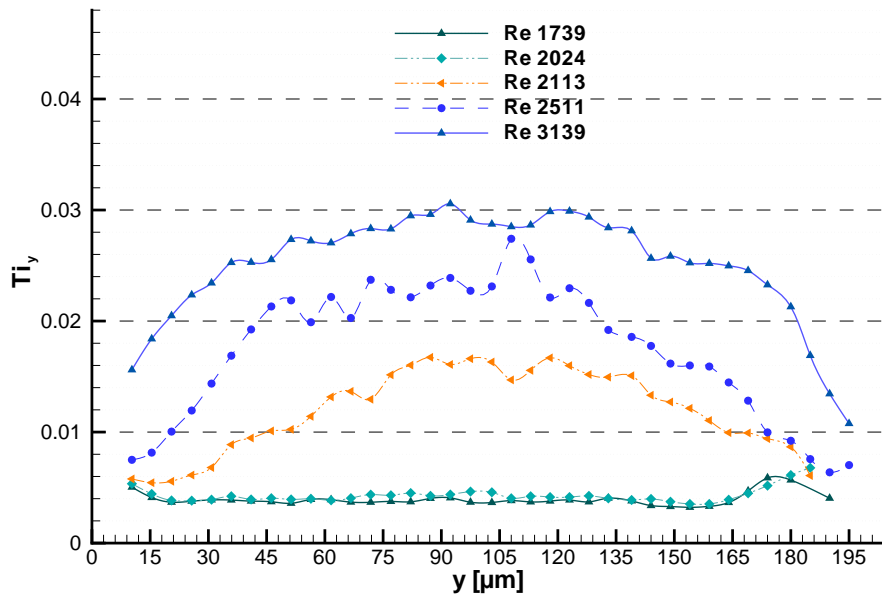


Abbildung 4.17: Turbulenzintensität  $Ti_y$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

## 4 Ergebnisse

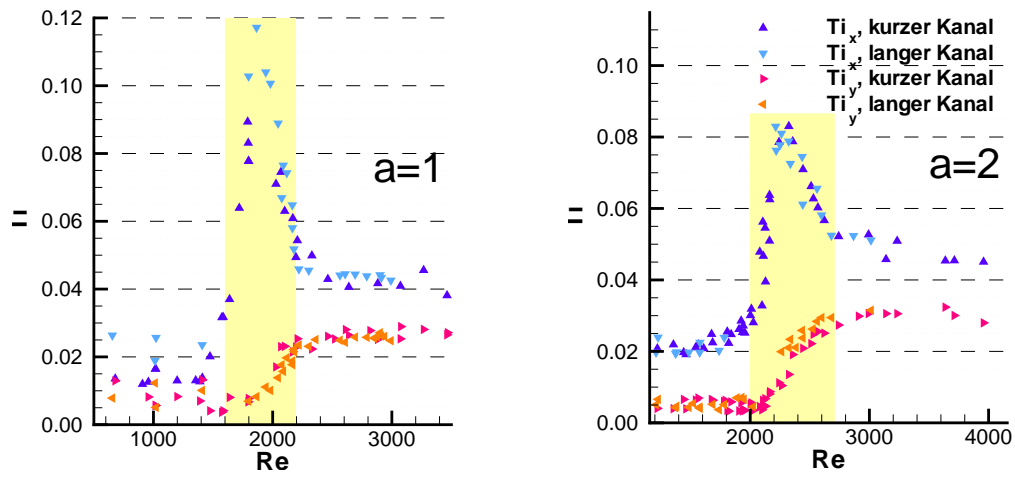


Abbildung 4.18: Turbulenzintensität  $Ti$  normiert mit Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 2$ .

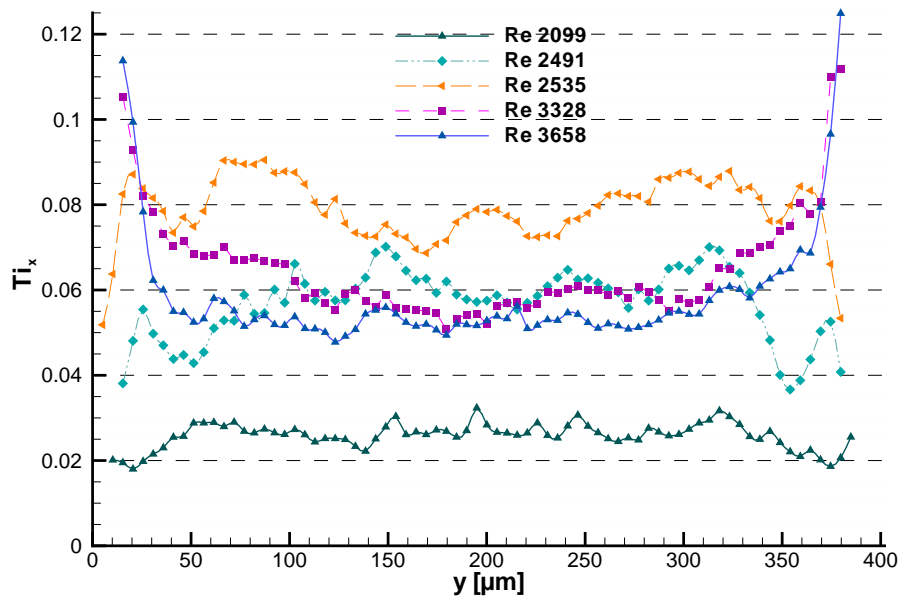


Abbildung 4.19: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

## 4 Ergebnisse

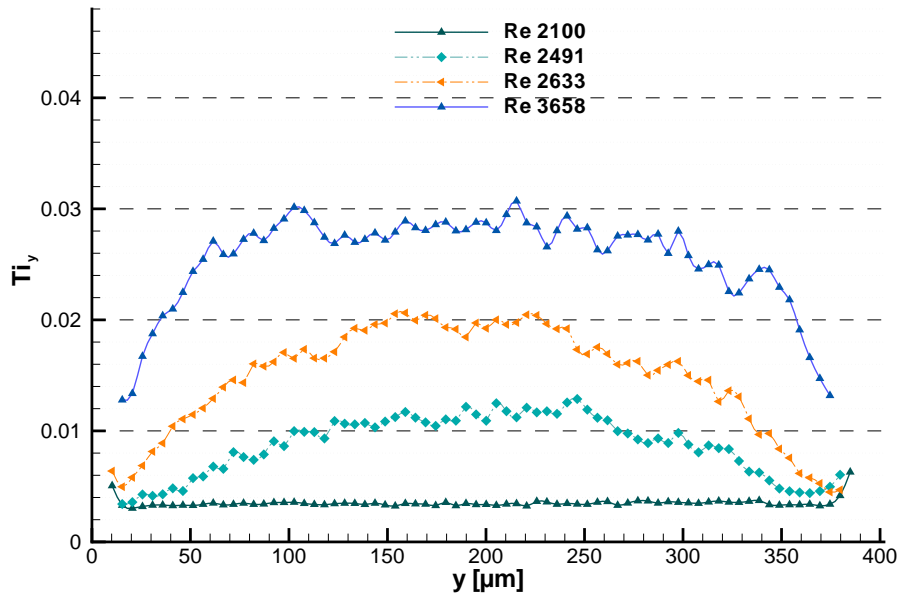


Abbildung 4.20: Turbulenzintensität  $Ti_y$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

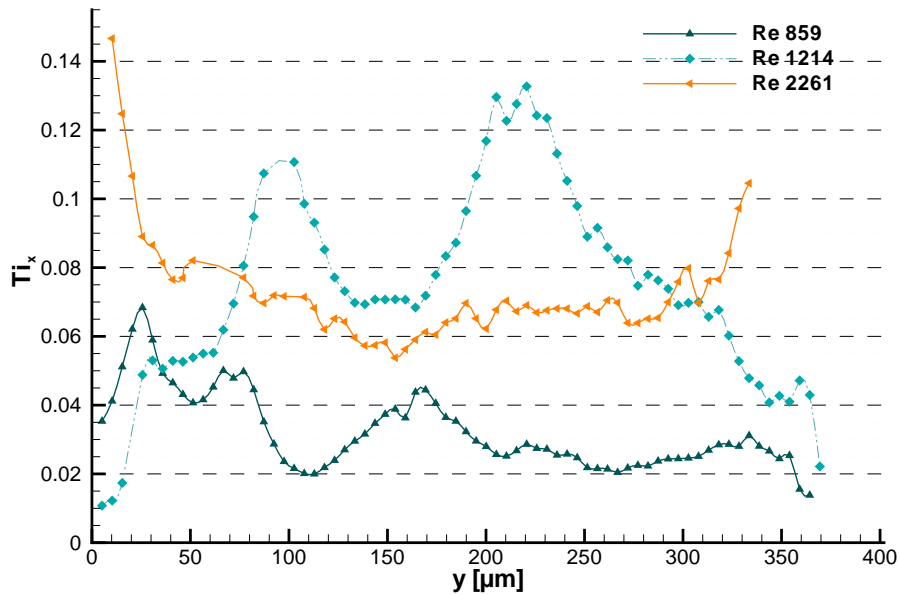


Abbildung 4.21: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im aufgerauten Kanal.

#### 4 Ergebnisse

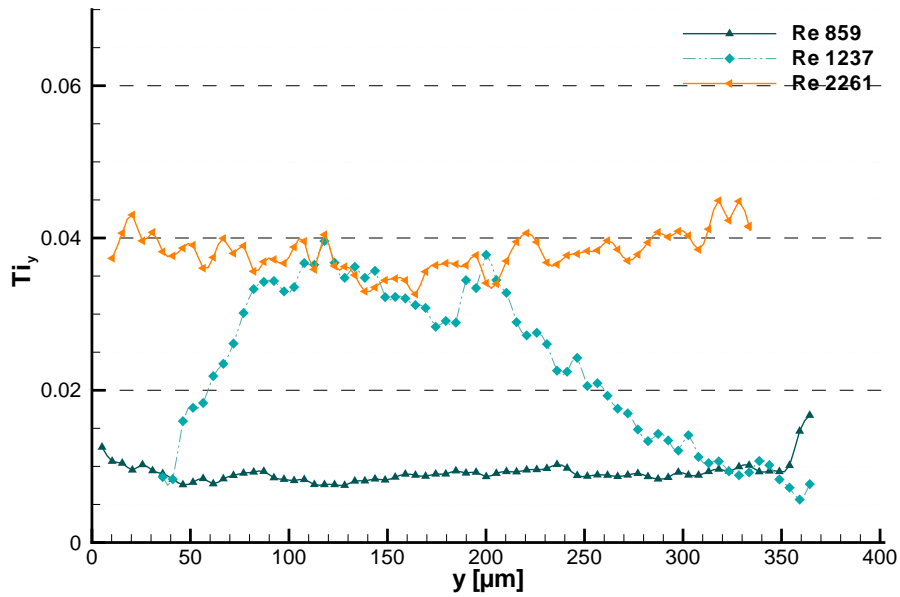


Abbildung 4.22: Turbulenzintensität  $Ti_y$  normiert mit der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im aufgerauten Kanal.

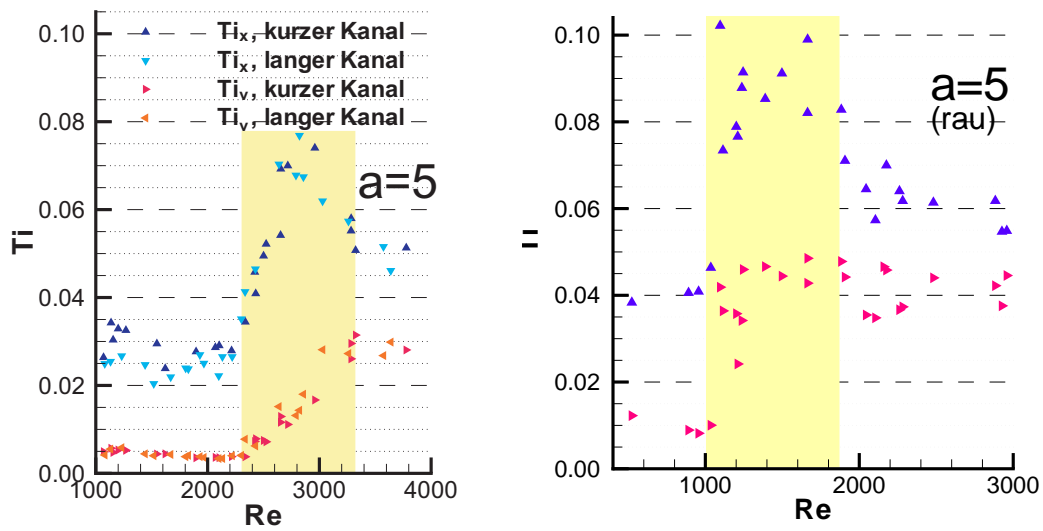


Abbildung 4.23: Turbulenzintensität  $Ti$  normiert mit Geschwindigkeit  $\hat{u}$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im normalen und aufgerauten Kanal.

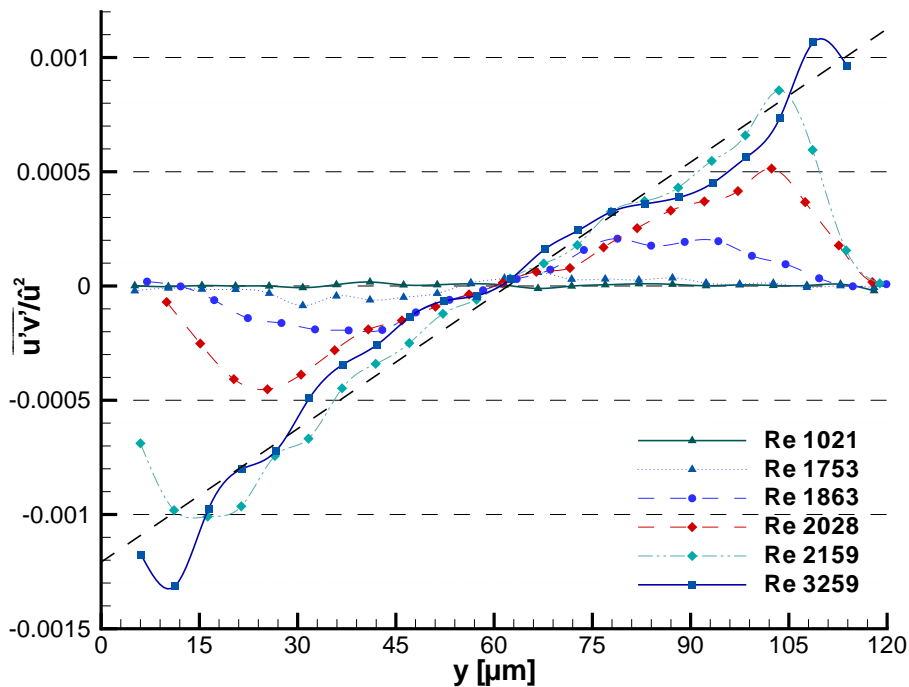


Abbildung 4.24: Normierte Reynolds-Schubspannungen  $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$  über Kanal in der Mitten-ebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

#### 4.2.3 Turbulente Reynolds-Schubspannung am Kanalende

Die Profile der Reynolds-Schubspannungen im Mikrokanal (Gleichung (2.14)) für verschiedene Reynolds-Zahlen im Bereich laminarer, transitioneller und turbulenter Strömung sind in den Abbildungen 4.24, 4.25, 4.26 und 4.27 aufgeführt. In den Abbildungen ist gestrichelt jeweils eine Regressionsgerade der Messwerte bei der höchsten Reynolds-Zahl eingetragen, um den für die Reynolds-Schubspannung typischen linearen Verlauf mit Nulldurchgang in Kanalmitte anzudeuten. Mit größer werdendem Seitenverhältnis  $a$  nimmt die Qualität der Messwerte deutlich ab, dennoch bleibt der charakteristische Verlauf der Reynolds-Schubspannungen erkennbar.

#### 4.2.4 Turbulente kinetische Energie am Kanalende

Die Profile der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  für verschiedene Reynolds-Zahlen finden sich in den Abbildungen 4.28, 4.29, 4.30 und 4.31. Die turbulente kinetische Energie ergibt sich nach Gleichung (2.45) aus den Schwankungen der drei Raumrichtungen. Da durch die Messungen nur  $2D$ -Geschwindigkeitsfelder bestimmt werden, wird  $w' = 0$  gesetzt. Zwar kann in einem quadratischen Kanal  $w' \sim v'$  erwartet werden; ein solcher Ansatz ist für ein Seitenverhältnis  $a \neq 1$  sicherlich nicht sinnvoll. Die Abbildungen zeigen deshalb nur eine Näherung der turbulenten kinetischen Energie. In den Abbildungen ist zudem  $k_t$  mit  $\hat{u}^2$  normiert über der Reynolds-Zahl aufgetragen.

#### 4 Ergebnisse

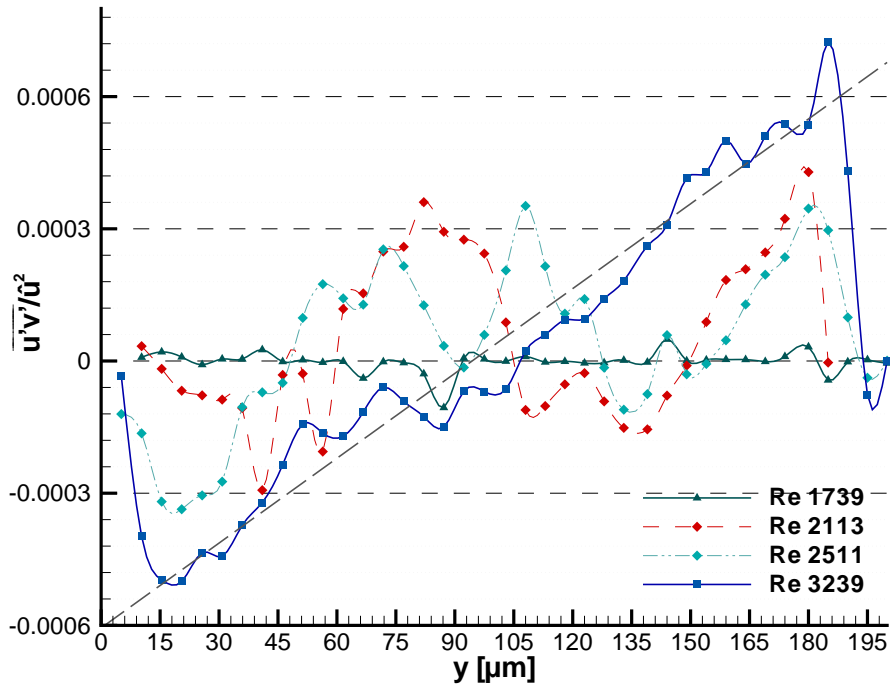


Abbildung 4.25: Normierte Reynolds-Schubspannungen  $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$  über Kanal in der Mitten-ebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

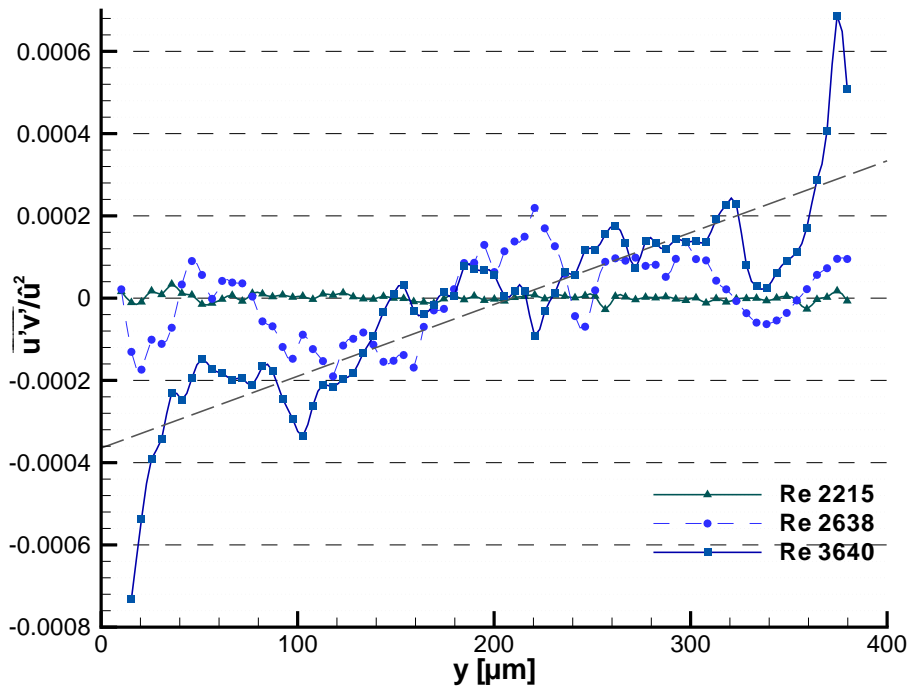


Abbildung 4.26: Normierte Reynolds-Schubspannungen  $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$  über Kanal in der Mitten-ebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

4 Ergebnisse

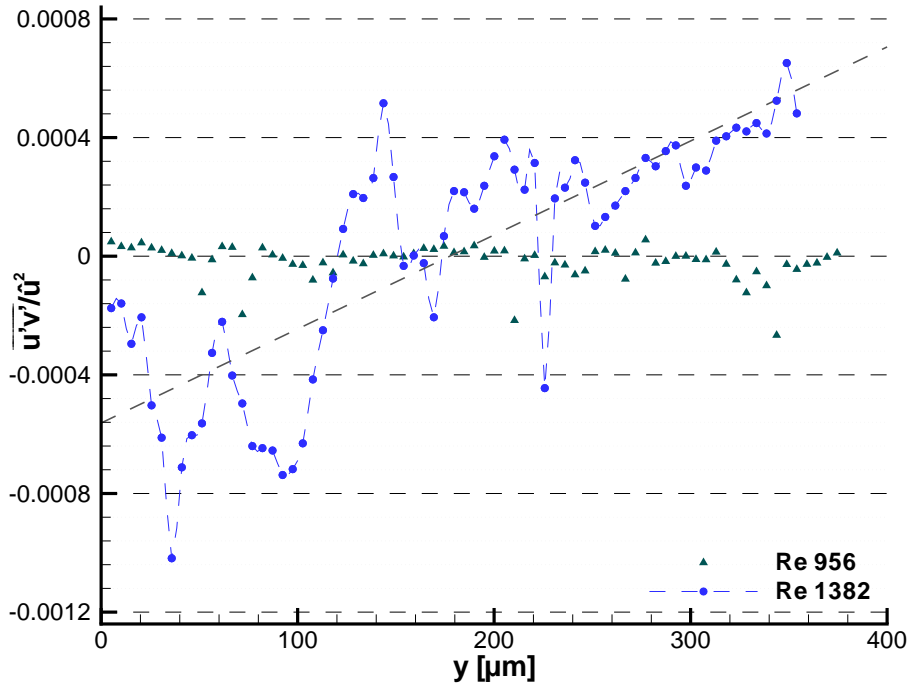


Abbildung 4.27: Normierte Reynolds-Schubspannungen  $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$  über Kanal in der Mitten-ebene  $z = h/2$  für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im aufgerauten Kanal.

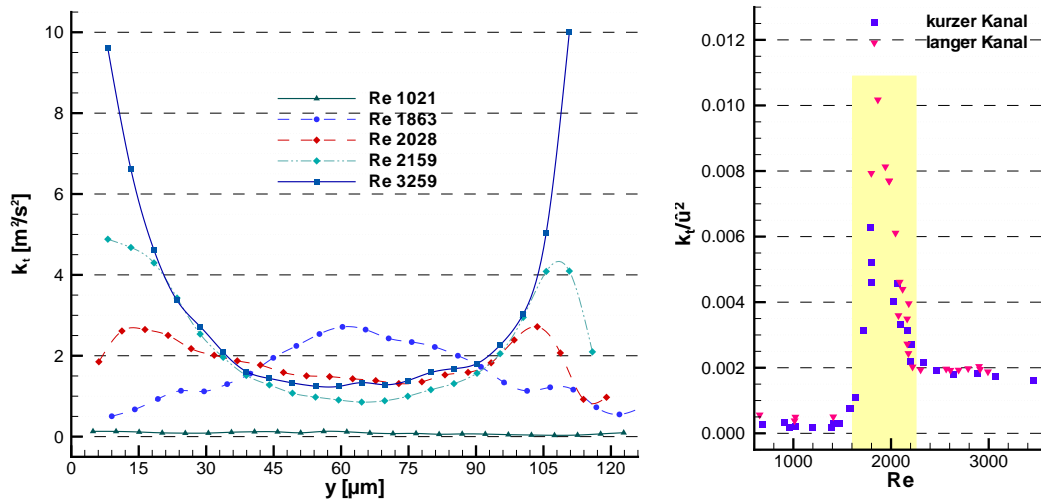


Abbildung 4.28: Turbulente kinetische Energie  $k_t$  über dem Kanal in der Mitten-ebene  $z = h/2$  und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

## 4 Ergebnisse

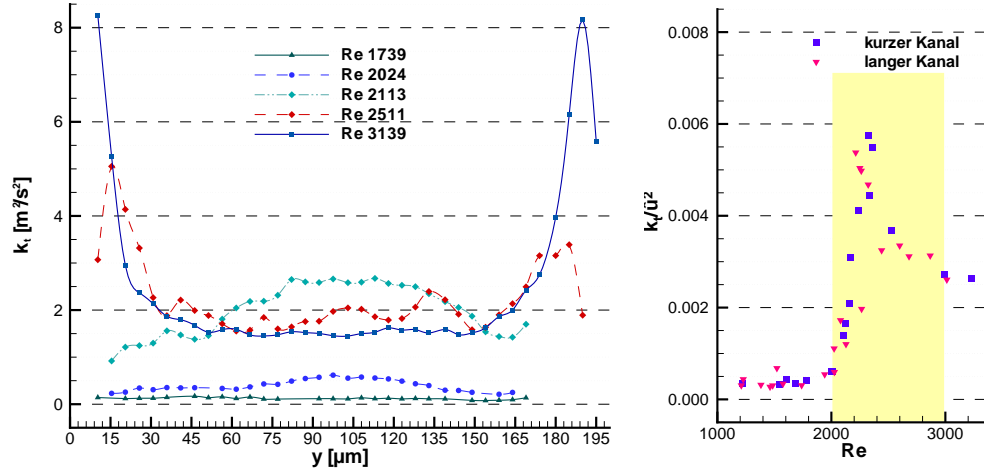


Abbildung 4.29: Turbulente kinetische Energie  $k_t$  über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

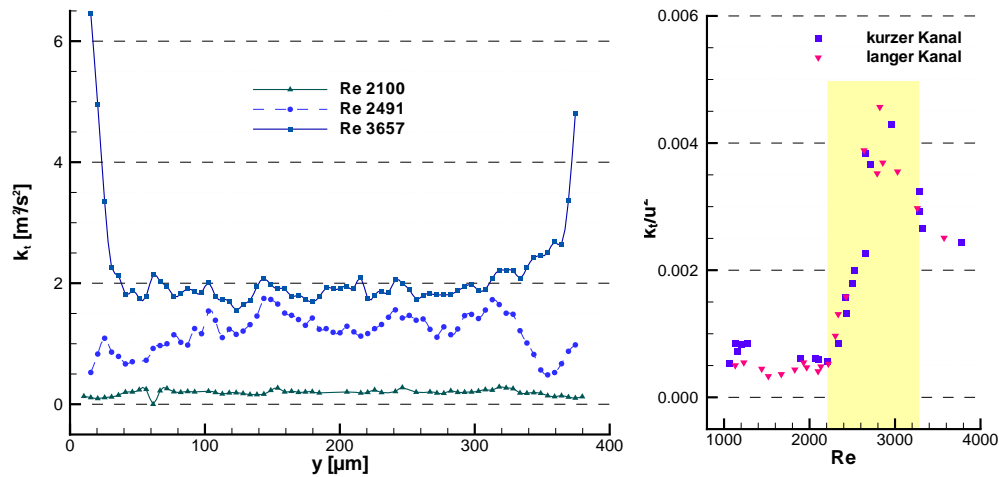


Abbildung 4.30: Turbulente kinetische Energie  $k_t$  über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .



## 4 Ergebnisse

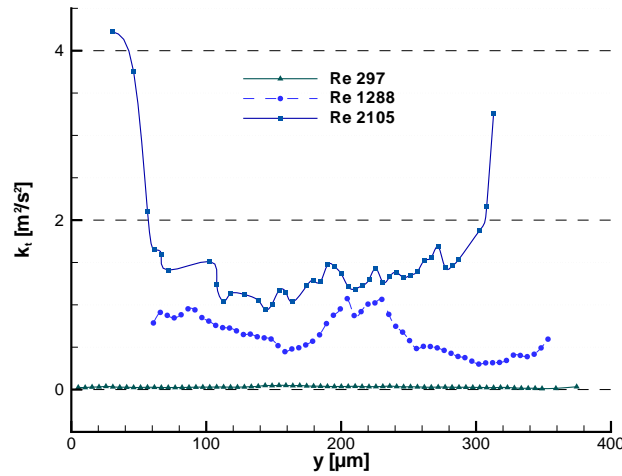


Abbildung 4.31: Turbulente kinetische Energie  $k_t$  über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  und im Kanalzentrum ( $y = b/2$ ,  $z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im aufgerauten Kanal.

### 4.2.5 Intermittenzfaktor der Strömung am Kanalende

In den Abbildungen 4.32 und 4.33 sind die Intermittenzfaktoren  $\gamma$  (Gleichung (2.47)) für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$ ,  $a = 2$  und  $a = 5$  als Funktion der Reynolds-Zahl aufgeführt. Die Bestimmung des Intermittenzfaktors  $\gamma$  erfolgt wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben. Für laminare Strömung ergibt sich erwartungsgemäß  $\gamma \simeq 0$ , für turbulente Strömung  $\gamma \simeq 1$ .

### 4.2.6 Transitionsbereich

Anhand der verschiedenen Ergebnisse der Geschwindigkeitsmessungen lässt sich der Transitionsbereich angeben. Tabelle 4.3 führt die Grenzen des Transitionsbereichs in Form der zugehörigen Reynolds-Zahlen auf. Als Kriterien dienen (a) die Verformung des Geschwindigkeitsprofils im Kanalzentrum (Abbildungen 4.10, 4.13), (b) die Zunahme der Turbulenzintensität (Abbildungen 4.18, 4.23), (c) der Anstieg des Intermittenzfaktors (Abbildungen 4.32, 4.33) und (d) der Verlauf der Druckverlustkorrelation (Abbildungen 4.4 - 4.7).

Für die Festlegung des Transitionsbereichs ist die Turbulenzintensität, als primäres Turbulenzmerkmal, die geeignetste Größe. Die Profilveränderung  $\Delta u_{rel}$  beginnt bereits vor dem ersten Auftreten von turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen (Wynanski und Champagne (1973)). Dieses Verhalten zeigt sich deutlich anhand der Grenzen für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 2$  und  $a = 5$  in Tabelle 4.3. Bei der Bestimmung des Intermittenzfaktors  $\gamma$  wird jeweils ein Geschwindigkeitsfeld als laminar oder turbulent gewertet, was zu einer Ungenauigkeit bei der Abgrenzung des Transitionsbereichs führt. Der Druckverlustbeiwert  $\lambda$  schließlich beruht auf integralen Messungen über den Gesamtkanal, die zur Korrektur von Einlauf- und Ein- und Austrittseffekten aus den Ergebnissen zweier Kanäle unterschiedlicher Länge abgeleitet sind. In diesen Kanälen können laminare und turbulente

4 Ergebnisse

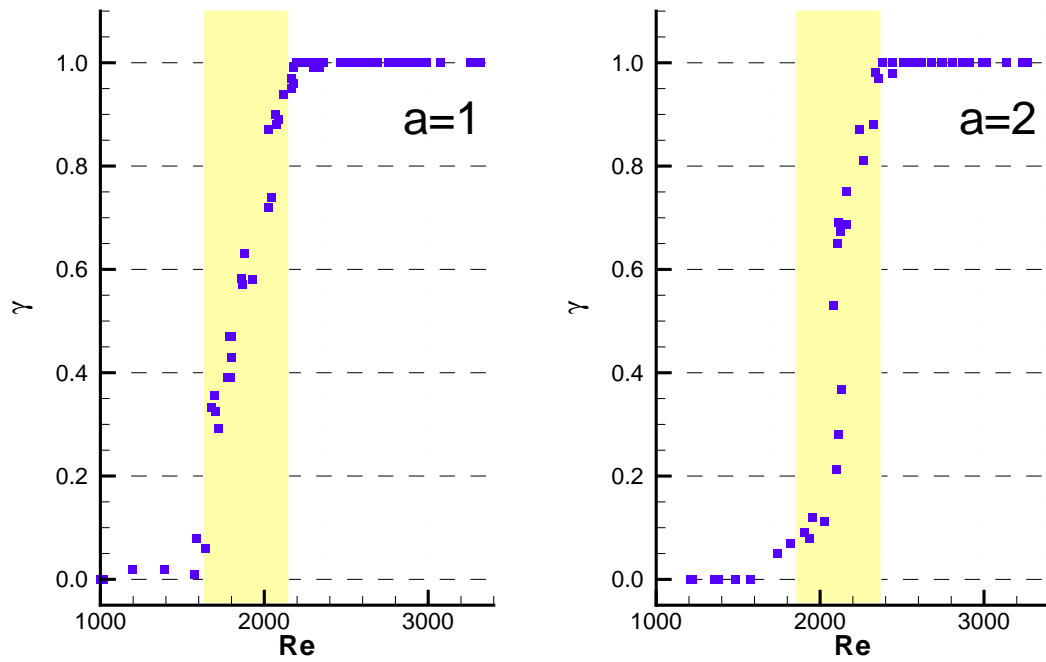


Abbildung 4.32: Intermittenzfaktor  $\gamma$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 2$ .

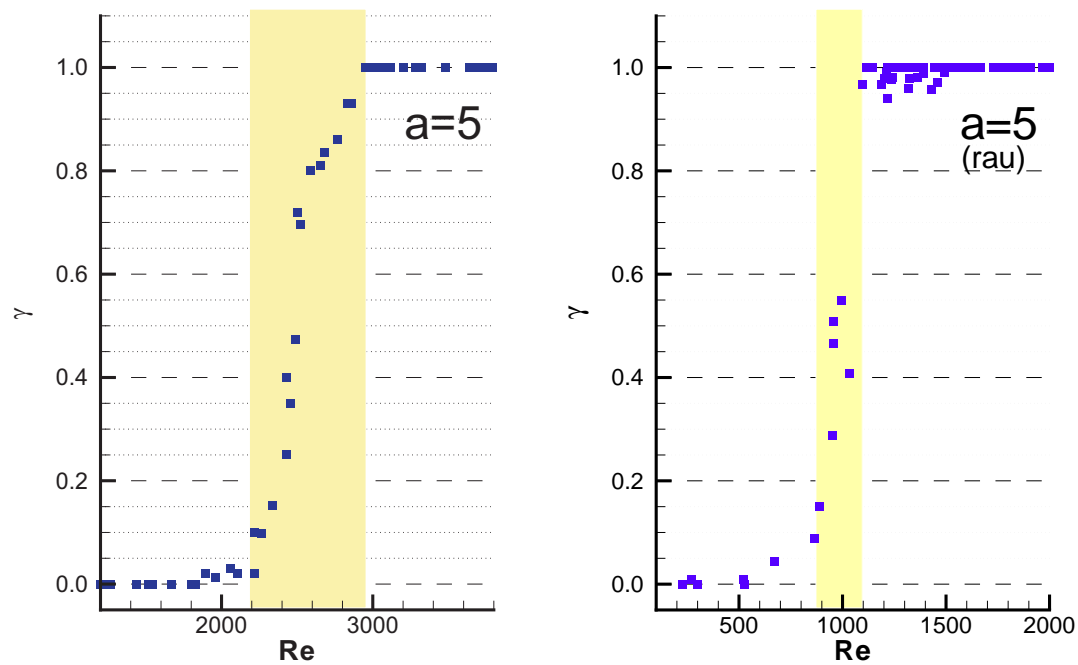


Abbildung 4.33: Intermittenzfaktor  $\gamma$  im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für das Kanalseitenverhältnis  $a = 5$  im normalen und aufgerauten Kanal.

## 4 Ergebnisse

Bereiche längs der Kanalachse gleichzeitig auftreten. Insofern kann der Druckverlustbeiwert  $\lambda$  nur integrale Informationen längs der Kanäle beinhalten. Eine lokale Bewertung des Strömungszustands anhand von  $\lambda$  ist deshalb nicht möglich. Eine weiterführende Bewertung der Ergebnisse für den Transitionsbereich findet sich im Diskussionskapitel (Abschnitt 5.3).

<b>Seitenverhältnis <math>a</math></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>5, rau</b>
<b>Profil <math>\Delta u_{rel}</math></b>	1700 – 2400	1800 – 2800	2000 – 3400	$\simeq$ 1000 – 1500
<b>Turbulenzintensität</b>	1600 – 2200	2000 – 2700	2300 – 3300	$\simeq$ 1000 – 1100 ... 1950
<b>Intermittenzfaktor <math>\gamma</math></b>	1600 – 2200	1900 – 2400	2200 – 2950	$\simeq$ 900 – 1100
<b>Druckverlustbeiwert <math>\lambda</math></b>	1870 – 1981	2049 – 2432	2200 – 3000	$\simeq$ 1000 – 1150

Tabelle 4.3: Reynolds-Zahlbereich für die Transition aus den Messungen.

## 4 Ergebnisse

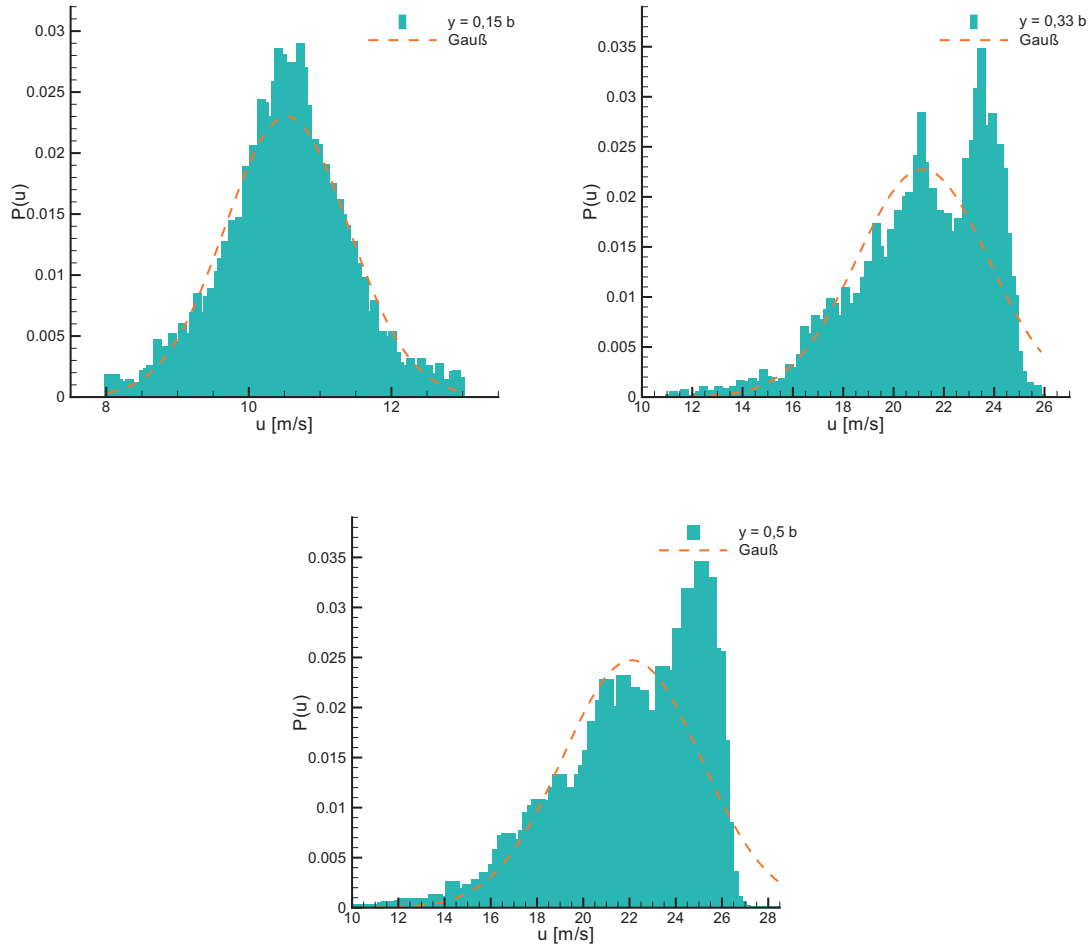


Abbildung 4.34: Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei  $Re = 1865$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

### 4.2.7 Wahrscheinlichkeitsdichte am Kanalende

Die intermittierende Strömung mit ihrem charakteristischen Wechsel zwischen laminarer und turbulenter Strömung wird mithilfe der Wahrscheinlichkeitsdichte der Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung untersucht. In den Abbildungen 4.34, 4.36 und 4.38 sind die Wahrscheinlichkeitsdichten für intermittierende Strömung im Transitionsbereich aufgeführt.

Dargestellt ist jeweils die Wahrscheinlichkeitsdichte aus Messungen in der Kanalmittelebene  $z = h/2$  an verschiedenen Positionen  $y$ . Im wandnahen Bereich ( $y = 0,15 b$ ) folgt die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Gaußschen Normalverteilung (Gleichung (2.46)), in Kanalmitte ( $y = 0,5 b$ ) hingegen ist die Geschwindigkeit nicht gaußverteilt. Der intermittierende Charakter der Strömung wird besonders in den Abbildungen 4.34 und 4.36 für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$  (Position  $y = 0,33 b \simeq 45 \mu m$ ) und  $a = 2$  (Position  $y = 0,2 \dots 0,26 b \simeq 40 \dots 50 \mu m$ ) in den Wahrscheinlichkeitsdichten der Geschwindigkeit deutlich. Hier ergeben sich jeweils zwei charakteristische Maxima in der Wahrscheinlichkeitsdichte: ein Maximum für die langsame turbulente Geschwindigkeit und eines für die schnelle laminare Geschwindigkeit. Ist die Strömung nach Abschluss der Transition voll-

## 4 Ergebnisse

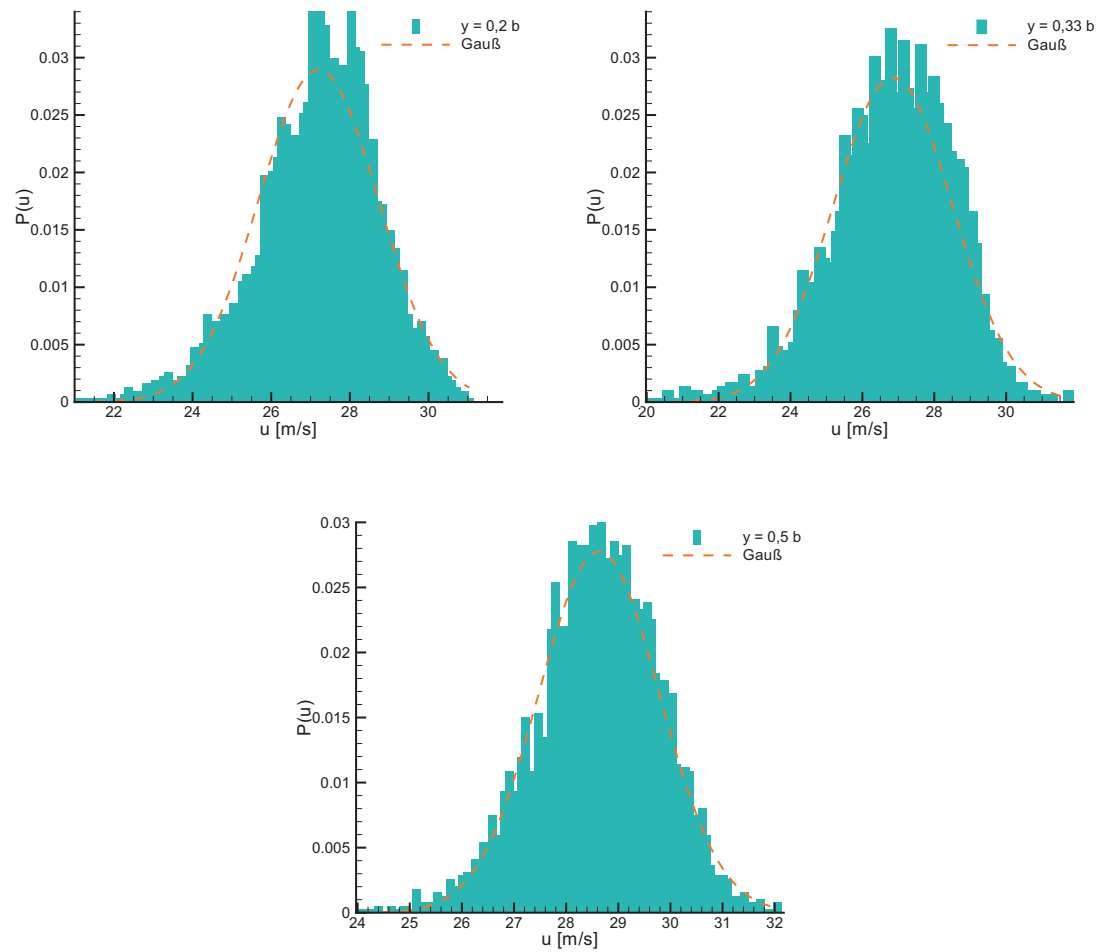


Abbildung 4.35: Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei  $Re = 3463$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

ständig turbulent, ergeben sich Gaußsche Normalverteilungen der Geschwindigkeit (Abbildungen 4.35, 4.37, 4.39 und 4.40).

## 4 Ergebnisse

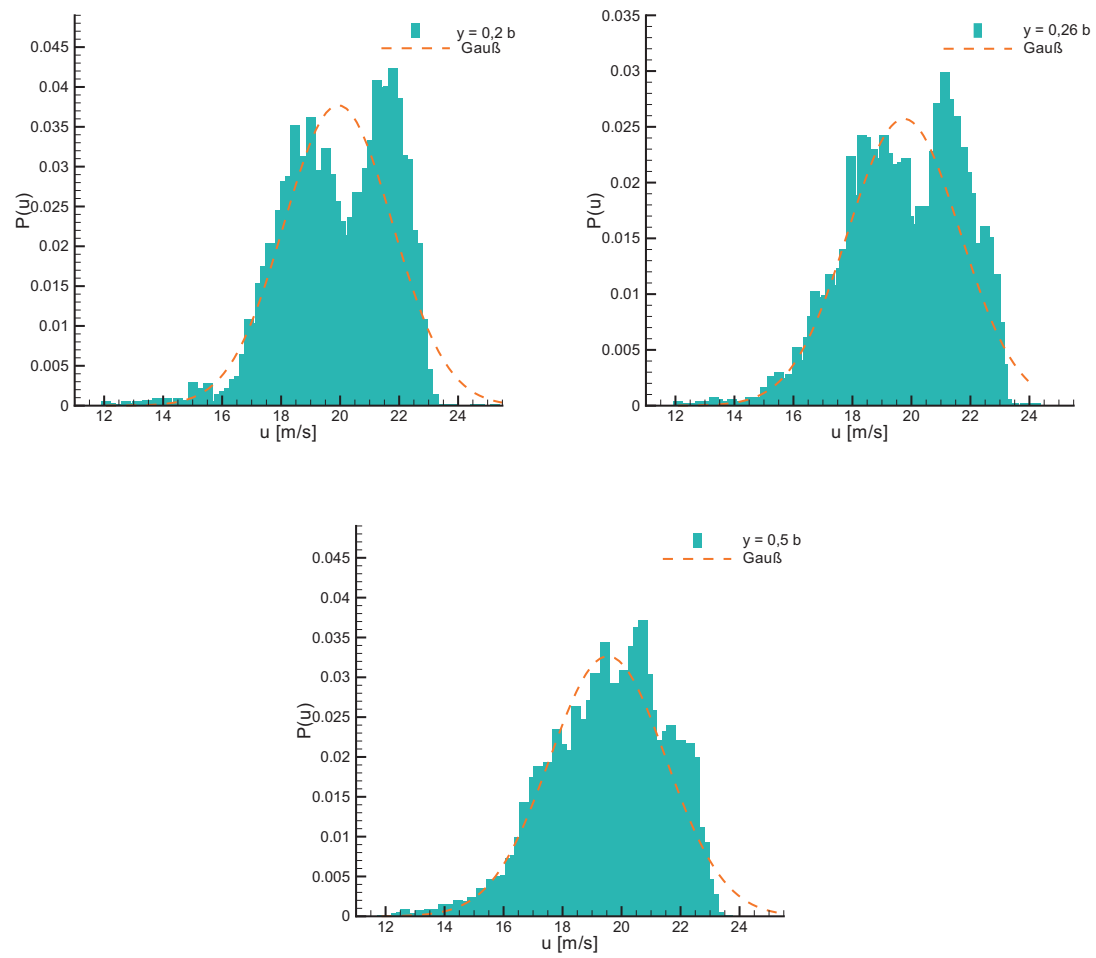


Abbildung 4.36: Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei  $Re = 2113$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

## 4 Ergebnisse

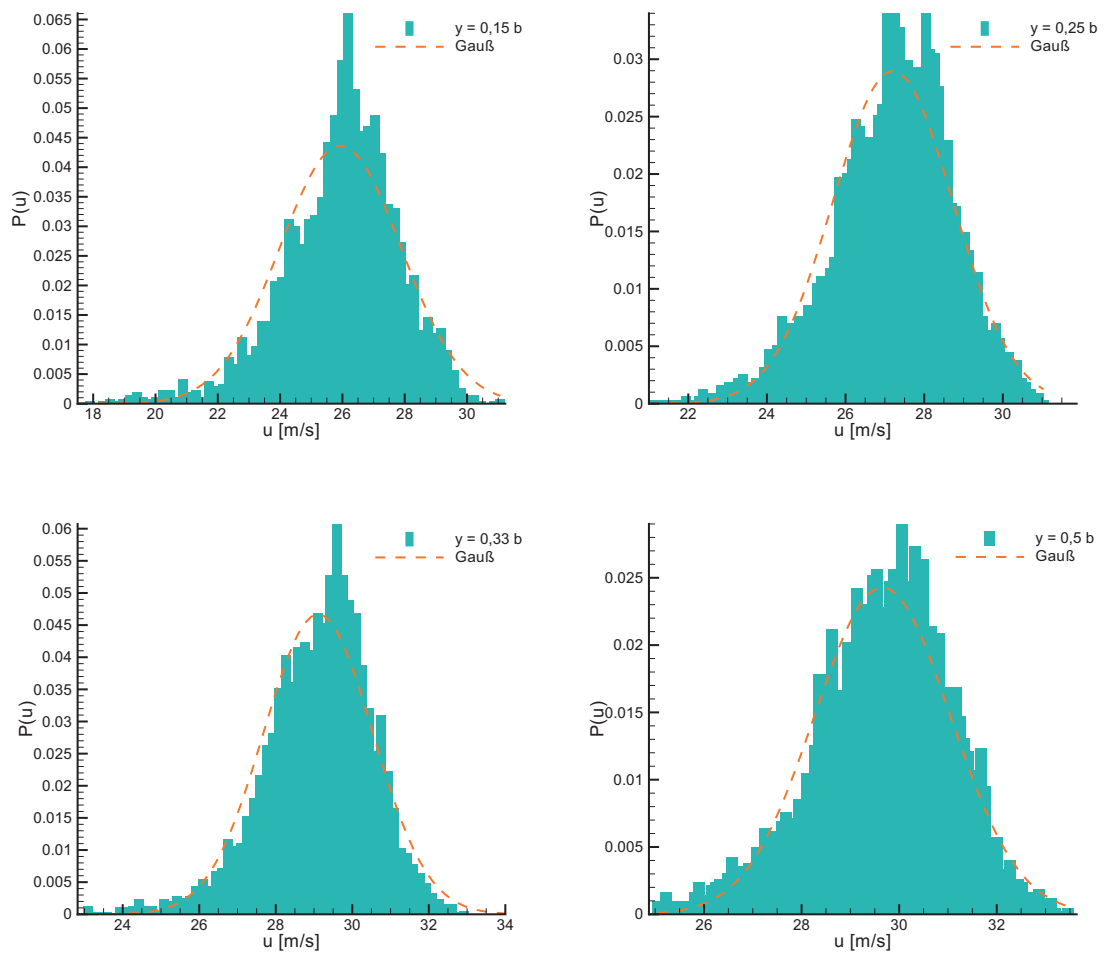


Abbildung 4.37: Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei  $Re = 3716$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

## 4 Ergebnisse

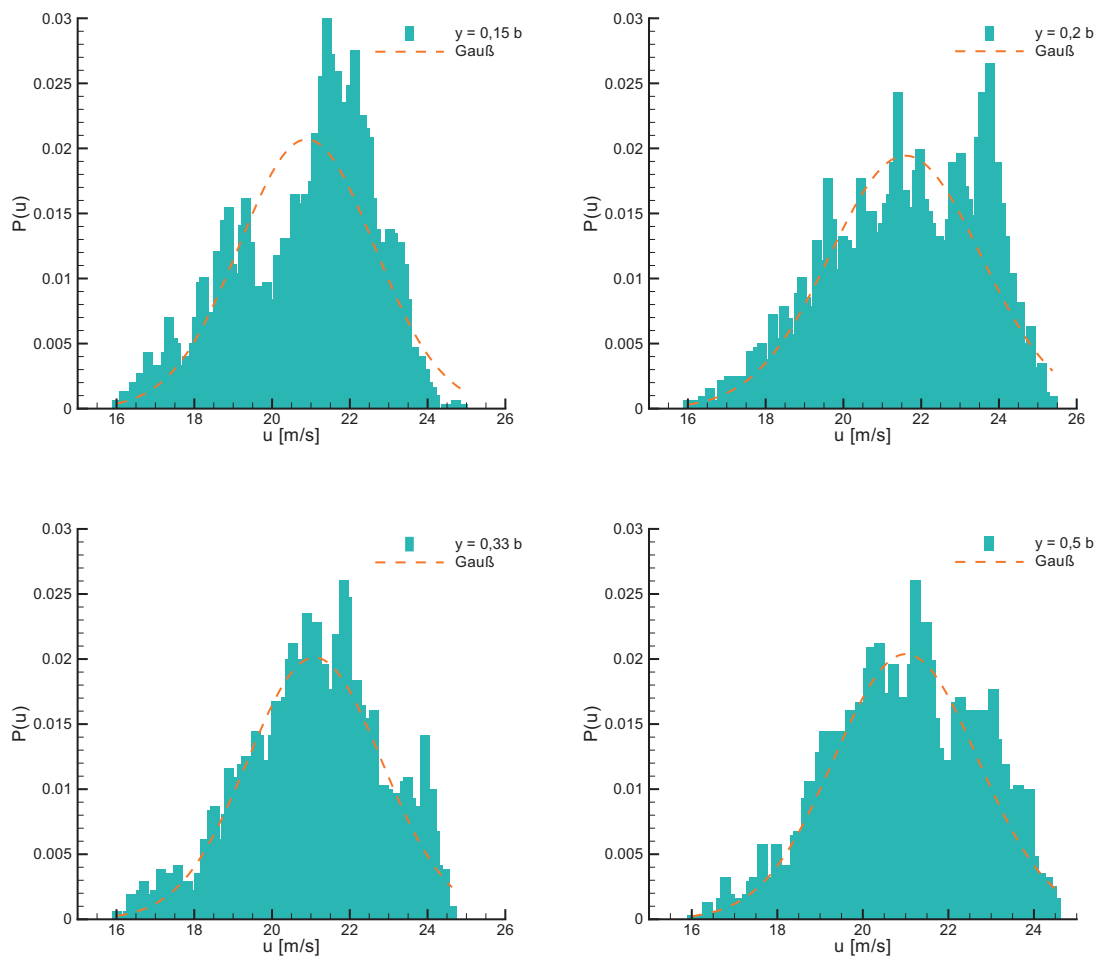


Abbildung 4.38: Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei  $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .



## 4 Ergebnisse

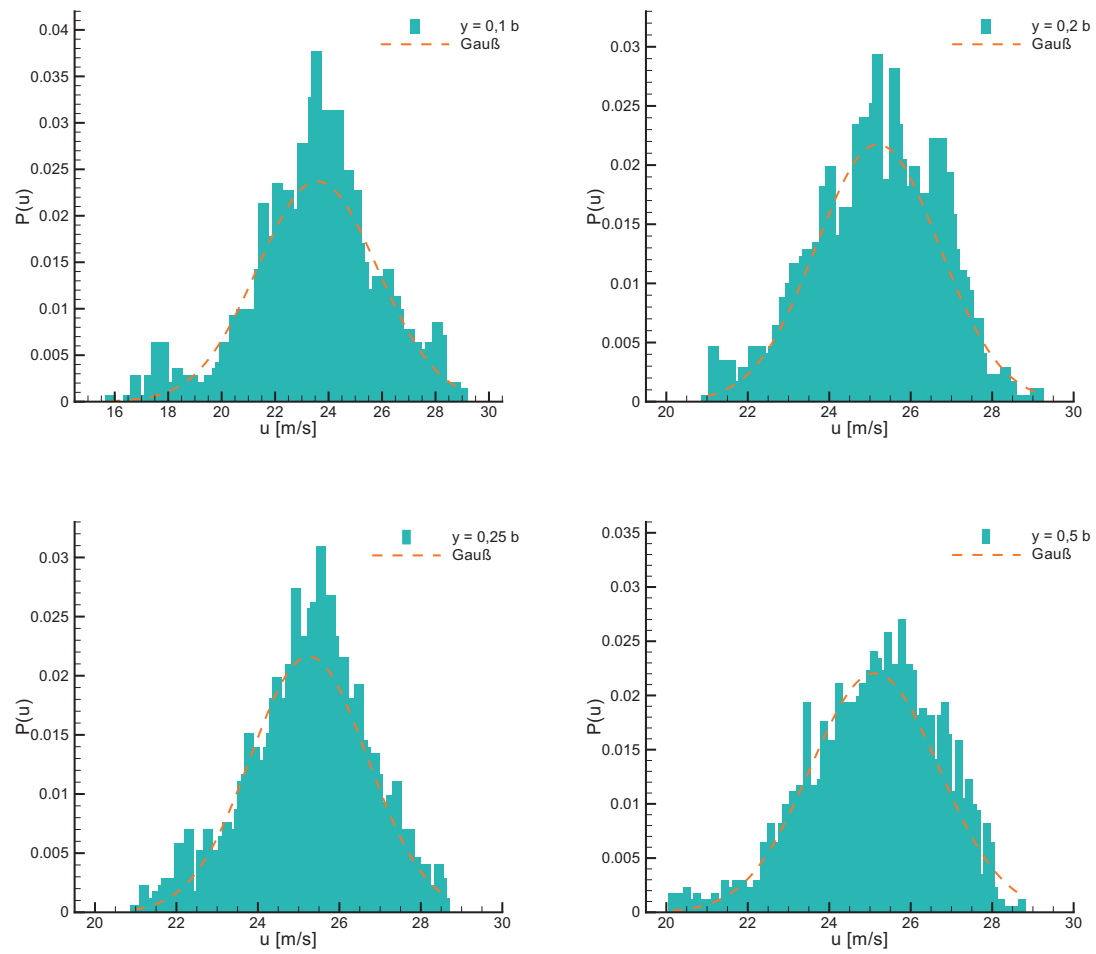


Abbildung 4.39: Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei  $Re = 3776$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .

## 4 Ergebnisse

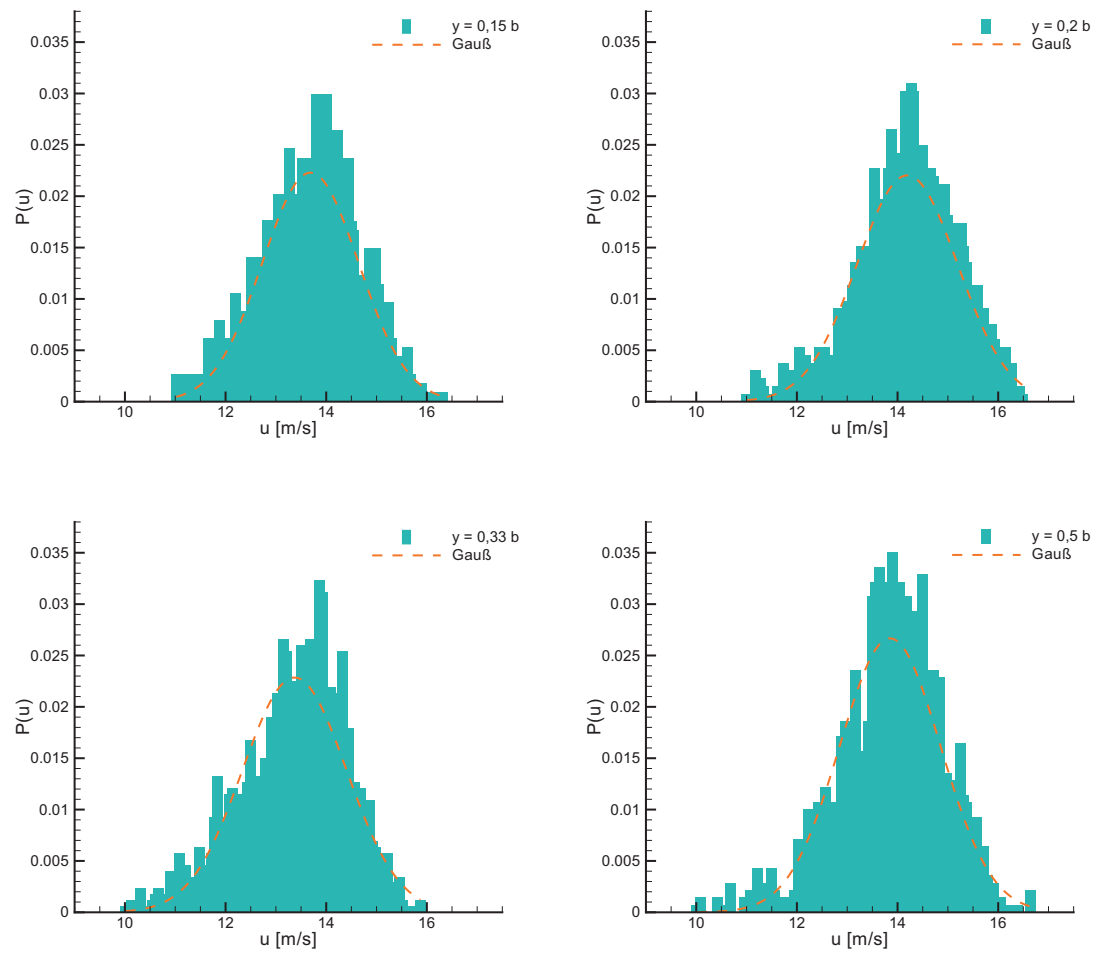


Abbildung 4.40: Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei  $Re = 1778$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ , aufgerauter Kanal.

### 4.3 Geschwindigkeitsfeld entlang des Kanals

Nachfolgend sind, analog zu den Geschwindigkeitsmessungen am Kanalende, Messungen entlang der Kanäle bei konstanter Reynolds-Zahl aufgeführt. Der Messbereich ist jeweils die Kanalmittelebene  $z = h/2$ . Aufgeführt sind nur die Messungen in den normalen Kanälen. Die Daten in den sandgestrahlten rauen Kanälen lassen eine entsprechende Auswertung nicht zu.

#### 4.3.1 Einlaufänge aus gemittelten Geschwindigkeitsprofilen

Zur Bestimmung der Einlaufänge der laminaren und turbulenten Strömung wird die Entwicklung des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils entlang des Kanals untersucht. In den Abbildungen 4.41 und 4.42 sind exemplarisch die zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofile für eine laminare Strömung ( $Re = 1097$ ) und für eine turbulente Strömung ( $Re = 2564$ ) an verschiedenen Positionen entlang des Kanals mit dem Seitenverhältnis  $a = 1$  aufgetragen. In Abbildung 4.42 beginnt die  $y$ -Achse mit 0,8 statt 0.

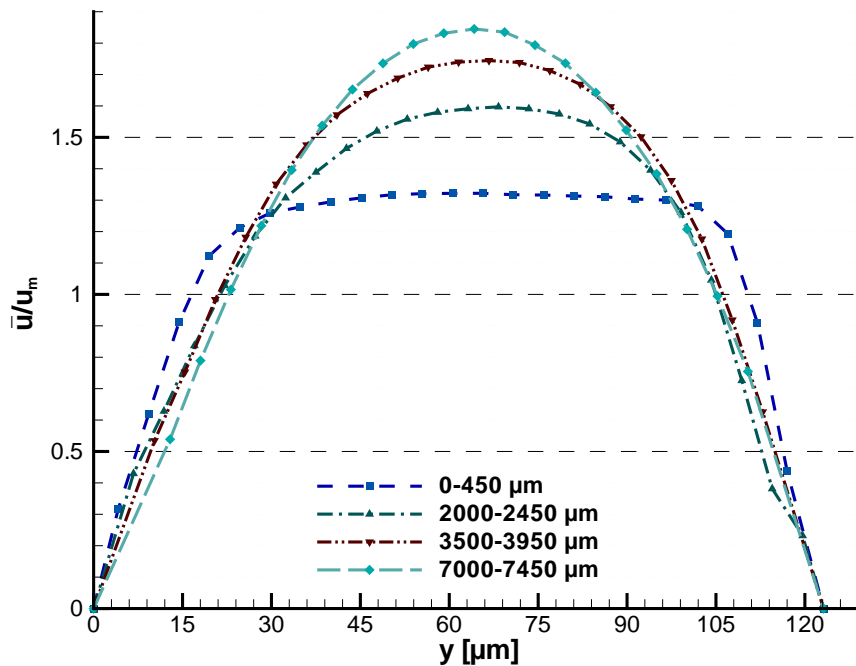


Abbildung 4.41: Normierte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittelebene  $z = h/2$  an verschiedenen axialen Positionen bei  $Re = 1097$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

In Abbildung 4.43 finden sich entsprechend laminare Geschwindigkeitsprofile für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 2$  bei  $Re = 1352$ . Der Messbereich ist jeweils die Kanalmittelebene  $z = h/2$ , die Werte sind in  $x$ -Richtung über etwa  $450 \mu m$  gemittelt. Für die laminaren Strömungen in Abbildung 4.41 und 4.43 ist deutlich das sich entwickelnde Geschwindigkeitsprofil zu erkennen. Für die turbulente Strömung in Abbildung 4.42 sind die Unterschiede der Profile deutlich geringer. Um sie dennoch darstellen zu können, ist in Abbildung 4.42 der Beginn der  $y$ -Achse von 0 auf 0,8 verschoben. Wie sich zeigt, erreicht das mittlere Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Strömung nach einer Lauflänge von  $x \simeq 2000 \mu m$  die höchsten Geschwindigkeiten auf der Kanalachse. Sowohl am Kanalein-

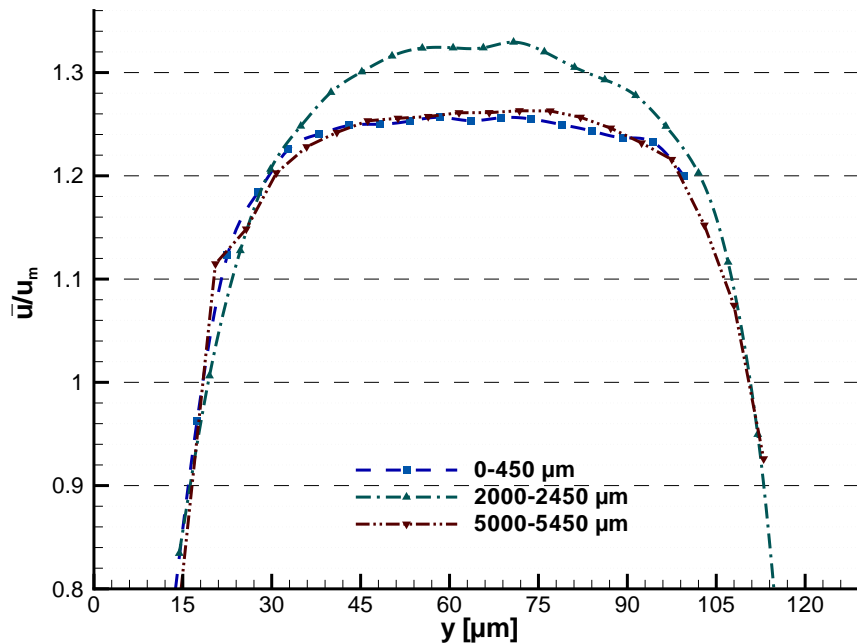


Abbildung 4.42: Zeitgemittelte und normierte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  an verschiedenen axialen Positionen bei  $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

tritt ( $x = 0$ ) als auch nach Ausbildung der turbulenten Strömung ( $x = 5000 \mu m$ ) sind die Geschwindigkeiten niedriger. Die Geschwindigkeiten im Bereich der Kanalecken müssen bei  $x = 0$ ,  $x = 5000 \mu m$  entsprechend größer sein (Abschnitt 2.5.3).

In Abbildung 4.44 ist die gemessene Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = b/2$ ,  $z = h/2$ ), normiert mit der querschnittsgemittelten Geschwindigkeit, für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 1$  aufgetragen. Für eine Strömung bei  $Re = 1097$  zeigt sich ein Anstieg der Geschwindigkeit im Kanalzentrum aufgrund des sich ausbildenden Geschwindigkeitsprofils. Nach einer Lauflänge von  $x \simeq 60 d_h$  ist die Profilausbildung abgeschlossen, die Geschwindigkeit im Kanalzentrum bleibt konstant. Für eine Strömung bei  $Re = 2564$  kommt es bis etwa  $x = 15 d_h$  zum einem Anstieg der Geschwindigkeit im Kanalzentrum. Anschließend sinkt die Geschwindigkeit bis  $x \simeq 32 d_h$  wieder ab.

Für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 1$  wird der Zusammenhang zwischen Einlaufänge  $l_e$  und Reynolds-Zahl detailliert untersucht. Ergebnisse für die experimentellen laminaren Einlaufängen  $l_{e,e}$  sind mit den theoretischen Einlaufängen  $l_{e,t}$  (Gleichung (2.22)) in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Ebenfalls in der Tabelle aufgeführt ist die relative Abweichung der experimentellen Einlaufänge  $l_{e,e}$  vom theoretischen Wert  $l_{e,t}$  gemäß  $\Delta l_e = (l_{e,t} - l_{e,e})/l_{e,t}$ . Für turbulente Strömung wird die Einlaufänge nach Gleichung (2.23) unabhängig von der Reynolds-Zahl. Die experimentellen Ergebnisse für die turbulente Einlaufänge sind in Tabelle 4.5 dem theoretischen Ergebnis gegenübergestellt.

#### 4 Ergebnisse

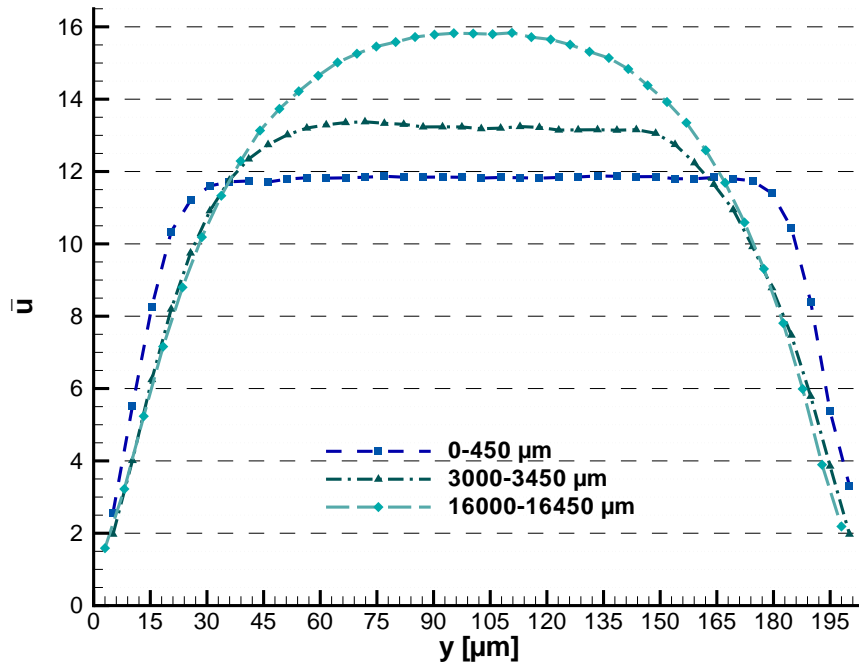


Abbildung 4.43: Zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  an verschiedenen axialen Positionen bei  $Re = 1352$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

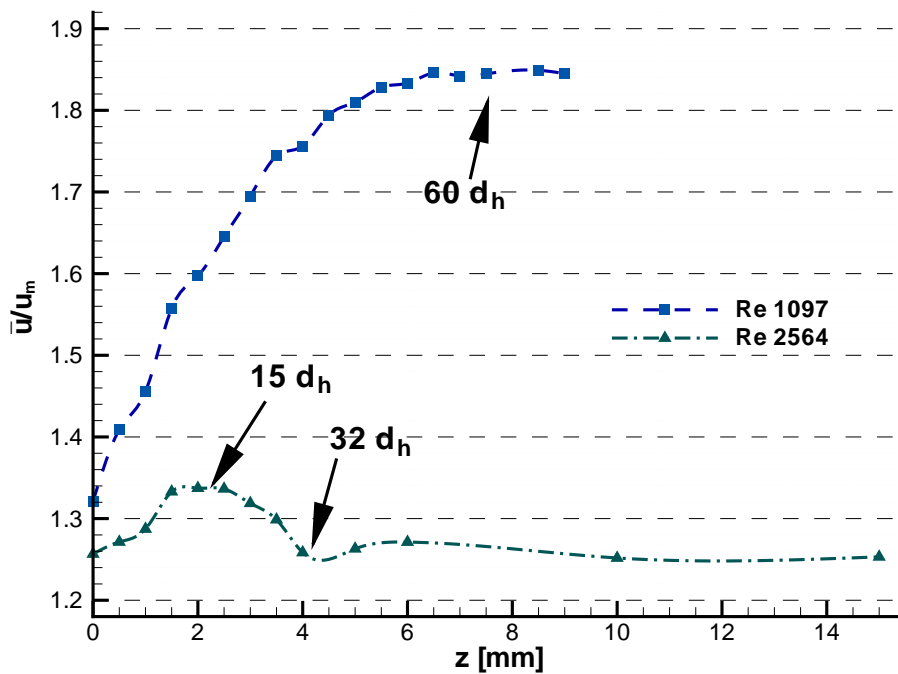


Abbildung 4.44: Normierte mittlere Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = b/2$ ,  $z = h/2$ ) entlang des Kanals bei  $Re = 1097$  und  $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

## 4 Ergebnisse

Seiten- verhältnis $a$	Reynolds- Zahl $Re$	Experiment $l_{e,e}/d_h$	Theorie $l_{e,t}/d_h$	$\Delta l_e$ [%]
1	779	44	51	13,7%
1	1097	60	71	15,5%
1	1137	64	74,6	14,2%

Tabelle 4.4: Laminare Einlaufängen  $l_e$ .

Seiten- verhältnis $a$	Reynolds- Zahl $Re$	Experiment $l_{e,e}/d_h$	Theorie $l_{e,t}/d_h$	$\Delta l_e$ [%]
1	2564	32	23	-40%

Tabelle 4.5: Gemessene turbulente Einlaufänge und theoretischer Wert  $l_{e,t}$  für Kreisrohre nach (2.23).

### 4.3.2 Fluktuation der Geschwindigkeit

Um die lokale Transition zu turbulenter Strömung zu charakterisieren, wird die Turbulenzintensität  $Ti$  an verschiedenen Stellen im Kanal bei konstanter Reynolds-Zahl bestimmt. Abbildung 4.45 zeigt die Profile der mit der Maximalgeschwindigkeit  $\hat{u}$  normierten Turbulenzintensität  $Ti_x$  der Hauptströmungsrichtung über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  an verschiedenen Positionen  $x$ . Ähnlich wie bei der Betrachtung der Transition am Kanalende bei variiertem Reynolds-Zahl, zeigt sich auch hier bei der lokalen Transition zu turbulenter Strömung im Bereich  $x = 2500 \mu\text{m} - 2950 \mu\text{m}$  ein Anstieg von  $Ti_x$  auf höhere Werte im Kanalzentrum und ein anschließendes Absinken nach Ausbildung der turbulenten Strömung im Bereich  $x = 5000 \mu\text{m} - 5450 \mu\text{m}$  auf konstante Werte von  $Ti_x = 4\%$ .

In den Abbildungen 4.46, 4.47 und 4.48 ist die Turbulenzintensität  $Ti_x$  im Kanalzentrum über  $x$  für die Kanäle mit den Seitenverhältnissen  $a = 1, 2, 5$  aufgetragen.

Für alle Seitenverhältnisse zeigt sich eine signifikante Position kurz nach Eintritt in den Kanal bei  $x \simeq 7,5 \dots 19 d_h$ , an welcher  $Ti_x$  ein Maximum hat. Anschließend sinkt  $Ti_x$  aufgrund der sich ausbildenden turbulenten Strömung auf konstante Werte. In Abbildung 4.46 ist zusätzlich  $Ti_x$  für eine intermittierende Strömung bei  $Re = 1918$  eingetragen. Es zeigt sich, dass für diese Strömung der Maximalwert von  $Ti_x$  weiter stromab bei  $x = 75 d_h$  erreicht wird und  $Ti_x$  anschließend auf hohem Niveau verbleibt. Die Strömung bleibt in diesem Fall bis zum Kanalende intermittierend.

#### 4 Ergebnisse

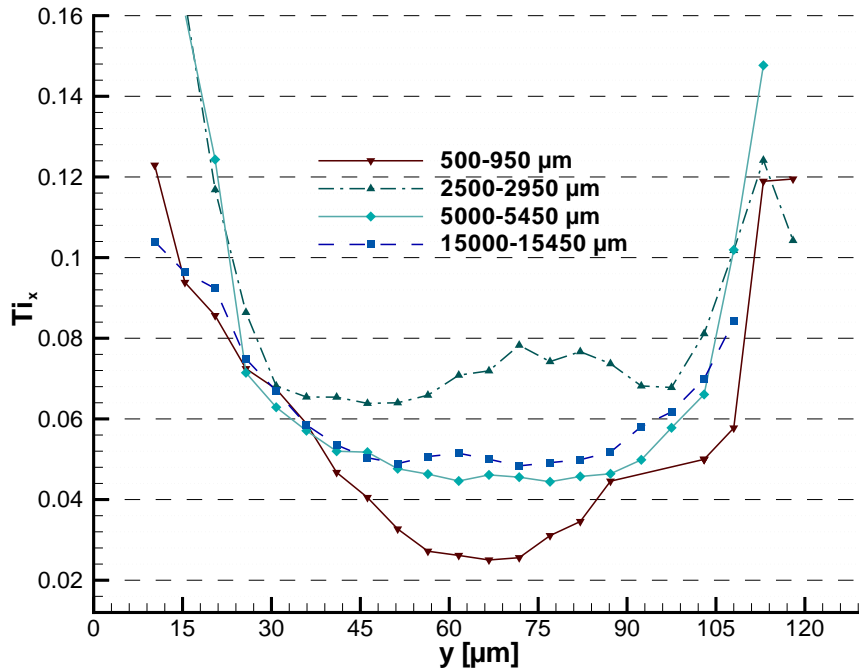


Abbildung 4.45: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit maximaler Geschwindigkeit  $\hat{u}$  über dem Kanal in der Mittenebene  $z = h/2$  für  $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

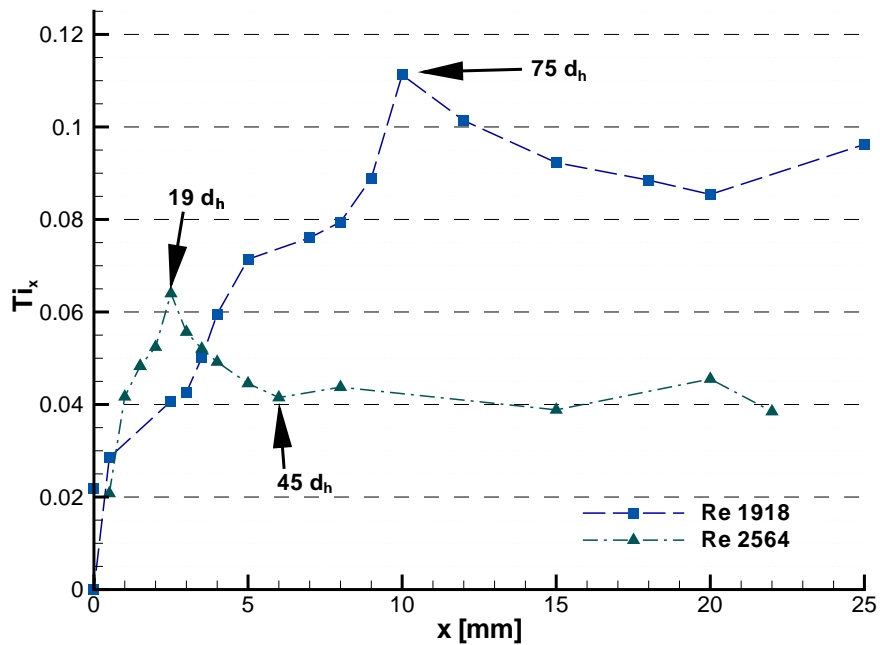


Abbildung 4.46: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}$ ,  $z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals,  $Re = 1918$ ,  $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 1$ .

## 4 Ergebnisse

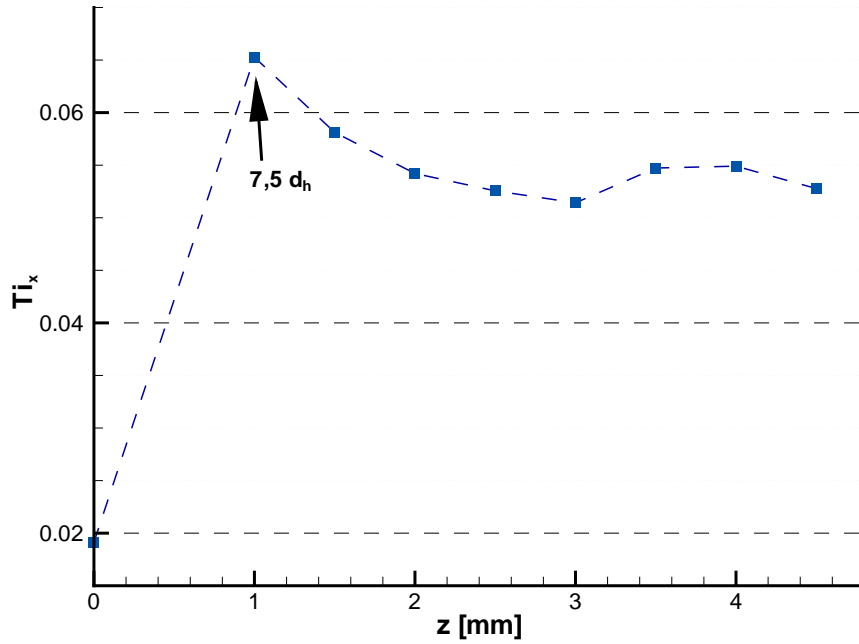


Abbildung 4.47: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}$ ,  $z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals,  $Re = 2738$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 2$ .

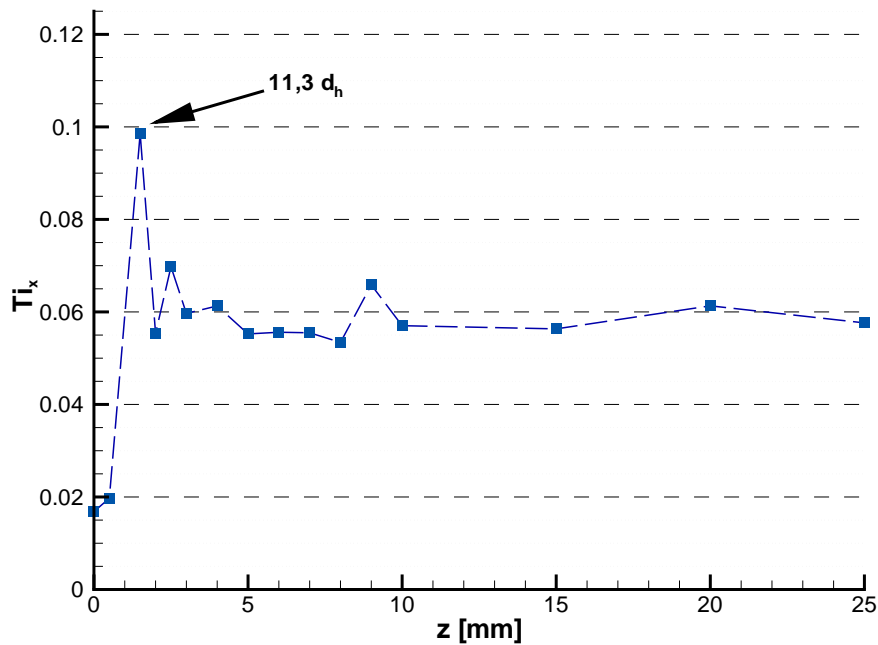


Abbildung 4.48: Turbulenzintensität  $Ti_x$  normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}$ ,  $z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals,  $Re = 3287$ , Kanalseitenverhältnis  $a = 5$ .



## 4 Ergebnisse

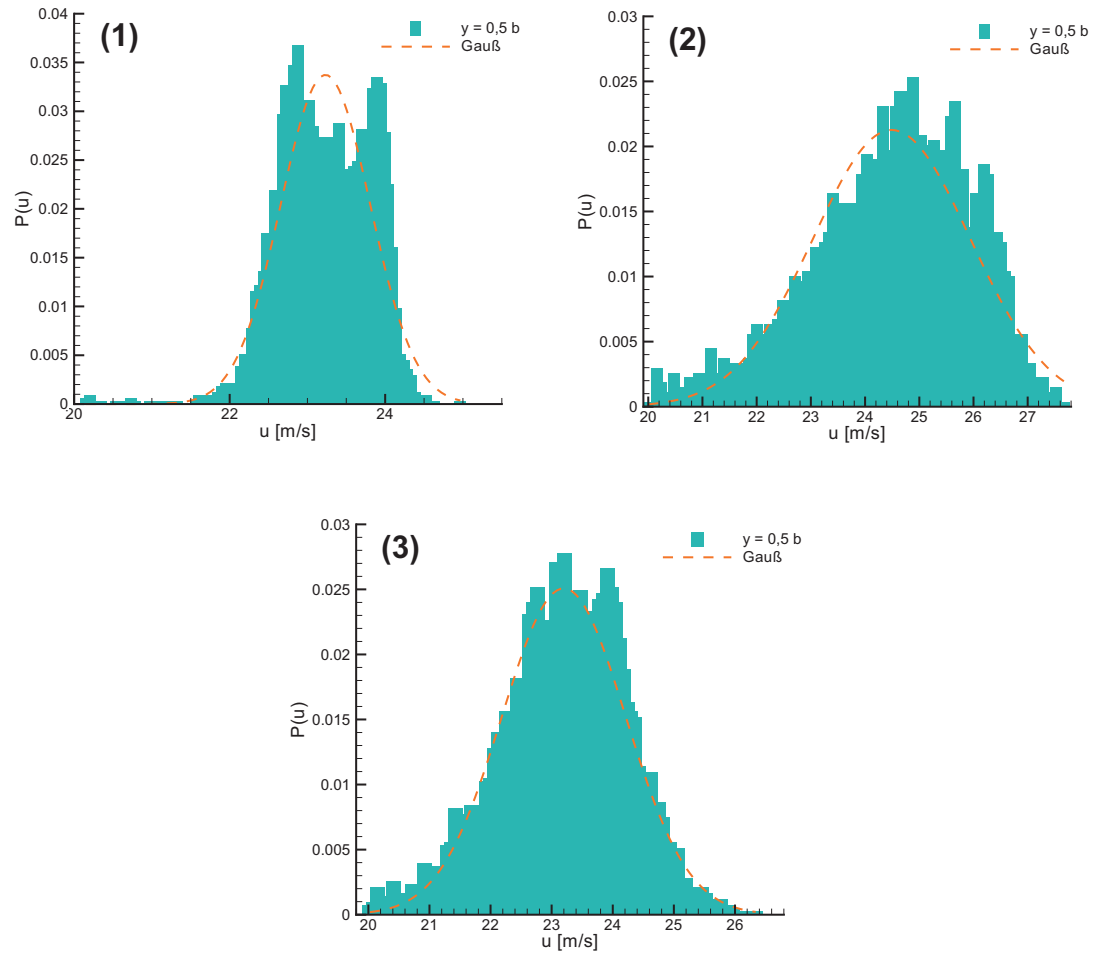


Abbildung 4.49: Lokale Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei  $Re = 2564$  bei (1)  $x = 500 - 950 \mu m$ , (2)  $x = 2000 - 2450 \mu m$ , (3)  $x = 5000 - 5450 \mu m$ , Seitenverhältnis  $a = 1$ .

### 4.3.3 Lokale Wahrscheinlichkeitsdichten

In Abbildung 4.49 ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung im Kanalzentrum ( $y = b/2$ ,  $z = h/2$ ) für das Kanalseitenverhältnis  $a = 1$  bei  $Re = 2564$  an verschiedenen Kanalpositionen aufgetragen. Für die Position  $x = 500 - 950 \mu m$ , kurz nach Kanaleintritt, ergeben sich zwei Maxima aufgrund der hier bereits ausgeprägten Intermittenz. Für die Position  $x = 2000 - 2450 \mu m$  ist die Turbulenzintensität  $Ti_x$  angestiegen (Abbildung 4.46), entsprechend ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsdichte mit Werten zwischen  $u = 20 \dots 28$  m/s eine größere Spanne. An der Position  $x = 5000 - 5450 \mu m$  hat sich die turbulente Strömung ausgebildet, die Wahrscheinlichkeitsdichte der Geschwindigkeit in Kanalmitte folgt hier in guter Näherung der Gaußschen Normalverteilungsfunktion.

## 5 Diskussion

Nun werden die Messergebnisse der Druckdifferenz- und Geschwindigkeitsmessungen diskutiert und mit Ergebnissen für Mikrokanäle und makroskopische Kanäle in der Literatur verglichen.

### 5.1 Druckverlustkorrelation

Zunächst wird auf die Druckdifferenzuntersuchungen in den Mikrokanälen der Seitenverhältnisse  $a = 1$ ,  $a = 2$  und  $a = 5$  eingegangen. Die Druckdifferenzmessungen in den Kanälen unterschiedlicher Länge in den Abbildungen 4.1, 4.2, 4.3 zeigen systematisch einen größeren Druckverlustbeiwert für den jeweils kurzen Kanal. Dies erklärt sich aus den zusätzlichen Druckdifferenzen für den Kanaleintritt, den Kanalaustritt und die Einlaufstrecke, die sich aufgrund der Normierung mit der Kanallänge (vgl. Gleichung 3.9) für den kurzen Kanal stärker auf den Druckverlustbeiwert auswirken als für den langen Kanal. Um diese Effekte zu eliminieren, erfolgt eine Differenzbildung, sodass der Druckverlustbeiwert der dissipativen Verluste für die eingelaufene Strömung erhalten wird. Die Druckverlustkorrelationen für die vollständig eingelaufene Mikroströmung (Abbildungen 4.5, 4.6, 4.7) zeigen im Bereich laminarer Strömung gute Übereinstimmung innerhalb der Messgenauigkeit mit entsprechenden Druckverlustkorrelationen für makroskopische Kanäle. Die maximale Abweichung von der theoretischen Druckverlustkorrelation mit  $\Delta c = 5\%$  befindet sich innerhalb der Messungenauigkeit von  $11 \dots 20\%$  (vgl. Abschnitt 3.2.2). Die Transition zur turbulenten Strömung zeigt sich in einer Änderung des Verhaltens der Druckverlustkorrelation für wachsende Reynolds-Zahlen. Der Transitionsbereich ist hierbei von der Kanalgeometrie abhängig und verschiebt sich für größere werdende Seitenverhältnisse zu größeren Werten der Reynolds-Zahl (vgl. Abschnitt 5.3.1). Der Messbereich für turbulente Strömungen ist auf  $Re < 4000$  begrenzt, da der Messaufbau für einen Maximaldruck von  $p = 20 \text{ bar}$  ausgelegt ist. Innerhalb dieses Bereichs liegt der Druckverlust der turbulenten Strömung bei Berücksichtigung der Messungenauigkeit sowohl im Bereich der empirischen Korrelation nach Blasius für glatte Wände (Gleichung (2.27)) als auch der Korrelation für raue Wände nach Prandtl und Colebrook (Gleichung (2.57)). Für eine Aussage, welcher der beiden Korrelationen die Druckverlustkorrelation für die turbulente Mikroströmung bei höheren Reynolds-Zahlen folgt, ist der Messbereich zu eng. Eine Aussage zum Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf die turbulente Druckverlustkorrelation kann anhand der Messergebnisse dieser Kanäle daher nicht gegeben werden. Allerdings zeigt sich, dass die Druckverlustkorrelation im turbulenten Bereich um  $1,5 \dots 8,7\%$  größere Werte liefert als die Korrelationen von Blasius und von Prandtl und Colebrook. Diese systematische Abweichung liegt im Bereich der Messungenauigkeit. Sie kann durch die Eckenwirbel der Sekundärströmungen verursacht sein, die bei turbulenter Strömung in Rechteckkanälen auftritt (vgl. Abschnitt 2.4.3). Dies erklärt die geringere Abweichung ( $\Delta c = 1,5\%$ ) für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 5$ , bei welchem die Eckenwirbel weniger weit in die Kanalmitte hinein reichen. Eine weitere Erklärung für das geringere Abweichen ist der aus der Rauigkeit der vier Kanalseitenflächen gebildete flächengewichtete Mittelwert  $\overline{R_a}$  (Gleichung (3.3)), der für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 5$  etwas geringere Werte annimmt als für die

anderen Kanäle (Tabelle 3.2).

Im Gegensatz zu den in der Einleitung gezeigten Versuchsergebnissen von Peng und Peterson (1996) und Mala und Li (1999) in Abbildung 1.2, die ebenfalls mit Wasser in ähnlichen Kanalgeometrien durchgeführt wurden, ergeben sich für die Messungen in dieser Arbeit keine Unterschiede zu der Druckverlustkorrelation für rechteckige makroskopische Kanäle (Abbildung 2.5). In der Literatur auf „Mikroeffekte“ zurückgeführte Abweichungen von der makroskopischen Druckverlustkorrelation sind bei unseren Untersuchungen nicht aufgetreten. Für die untersuchten Kanäle gelten daher die gleichen Gesetzmäßigkeiten für die Bestimmung des Druckverlusts (Gleichung (2.64), (2.27), (2.57)), die auch für makroskopische Kanäle mit den entsprechenden Seitenverhältnissen gültig sind.

Für die Kanäle mit den Seitenverhältnis  $a = 5$ , deren Oberflächenrauigkeit mit Sandstrahlen stark erhöht wurde, kann aufgrund der unterschiedlichen Geometrie keine Druckverlustkorrelation für eingelaufene Strömung abgeleitet werden. Es zeigt sich allerdings am Verlauf der Messdaten (Abbildung 4.4), dass es bereits bei Reynolds-Zahlen  $Re \simeq 1000$  zu einer Änderung der Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl kommt. Dies signalisiert die Transition zu turbulenter Strömung. Ähnliche Beobachtungen finden sich bei Kandlikar und Schmitt (2005). In den dort untersuchten Mikro- und Minikanälen ( $d_h = 325 \mu\text{m} - 1819 \mu\text{m}$ ) wird durch eine regelmäßige sägezahnförmige Oberflächenstrukturierung eine künstliche mittlere Rauigkeit (vgl. Abschnitt 3.1.3) von  $R_a \simeq 17 \mu\text{m}$  erzeugt. Bei den sich ergebenden relativen Rauigkeiten  $R_a/d_h \simeq 7 \dots 11\%$  erfolgt ebenfalls eine frühere Transition bei  $Re < 1000$ .

## 5.2 Geschwindigkeitsmessungen

Die Untersuchungen des Geschwindigkeitsfelds am Kanalende betrachten zum einen zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsprofile als Mittelwert aus  $n = 50 \dots 100$  Einzelmessungen. Zum anderen werden aus den Einzelmessungen turbulente Schwankungsgrößen ermittelt, die sich aus der Standardabweichung der  $n$  Einzelmesswerte ergeben.

### 5.2.1 Messungen am Kanalende

#### Entwicklung des mittleren Geschwindigkeitsprofils

Die Messergebnisse zu den zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofilen am Kanalende in den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.11, 4.12 zeigen eine Umformung von einem laminaren zu einem fülligen turbulenten Profil, wie sie auch in makroskopischen Strömungen stattfindet (vgl. Abbildung 19). Für die Kanäle mit Seitenverhältnis  $a = 5$  (Abbildung 4.11, 4.12) ist diese Profilverformung weniger stark ausgeprägt, da für diese Kanäle bereits das laminare Profil über der langen Kanalseite flacher erscheint.

In allen Abbildungen weichen die gemessenen Profile der laminaren Strömung von der theoretischen Geschwindigkeitsverteilung für laminare Strömung nach Gleichung (2.59) um  $\Delta u_{rel} = 10 \dots 13 \%$  ab. Ursache hierfür kann zu einem die Verformung der laminaren Geschwindigkeitsprofile vor dem Auftreten erster Anzeichen von Turbulenz sein. Dieser Effekt wird von Wygnanski und Champagne (1973) bei Geschwindigkeitsmessungen in Rohrströmungen beobachtet. In den Messungen von Wygnanski und Champagne ergeben sich bereits bei einer Reynolds-Zahl  $Re = Re_0/2$  Abweichungen von  $\Delta u_{rel} \simeq 8 \%$  (bei  $Re = Re_0$  beginnt die Transition). Für Reynolds-Zahlen  $Re = 0,9 Re_0$  berichten Wygnanski und Champagne von einer Abweichung von  $\Delta u_{rel} \simeq 20 \%$ , ohne dass Merkmale beginnender Turbulenz in Form eines Anstiegs der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Strömung auftreten. Zum anderen können niedrige Messwerte des Geschwindigkeitsprofils

in der Mittenebene  $z = h/2$  durch das Messverfahren selbst bedingt sein. Die Geschwindigkeitsvektoren sind raumgemittelt über ein Messvolumen, welches sich aus der Größe des Abfragefensters und der Korrelationstiefe  $\delta_z$  ergibt (vgl. Abschnitt 3.3.1). Durch die Mittelung über  $\delta_z$  gehen daher auch (niedrigere) Messwerte außerhalb der eigentlichen Messebene ein. Dies erklärt die höheren Werte  $\Delta u_{rel} = 14\%$  für die Kanäle mit dem Seitenverhältnis  $a = 5$ , da für diese die Geschwindigkeitsgradienten innerhalb der Korrelationstiefe größer sind (Abbildung 2.17).

Für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 2$  und  $a = 5$  ergeben sich im Transitionsbereich in den Abbildungen 4.9 und 4.11 Geschwindigkeitsprofile, die in Kanalmitte ein lokales Minimum aufweisen ( $a = 2$ :  $Re = 2265, 2382$  und  $a = 5$ :  $Re = 2524$ ). Die Abnahme der zeitgemittelten Geschwindigkeit in Kanalmitte kann aus der räumlichen Verteilung der Intermittenz erklärt werden. In der Kanalmitte tritt in verstärktem Maß ein intermittentes Verhalten auf, wie sich etwa aus den Profilen der Turbulenzintensität in Abbildung 4.16 ( $Re = 2113$ ) und Abbildung 4.19 ( $Re = 2535$ ) ableiten lässt. Es herrscht damit in Kanalmitte für längere Zeiten eine turbulente Strömung vor, welche durch kleinere axiale Geschwindigkeiten charakterisiert ist. Die zeitliche Mittelung liefert demnach niedrigere Werte in Kanalmitte. Entsprechende Geschwindigkeitsprofile mit Wendepunkten werden beispielsweise auch von Gilbert (1988) in der Simulation der Transition einer ebenen Kanalströmung gefunden.

Nach der Transition zur turbulenten Strömung bildet sich das vollturbulente Geschwindigkeitsprofil aus. In den Abbildungen 4.8, 4.9 und 4.12 ist gestrichelt zum Vergleich das Geschwindigkeitsprofil nach dem 1/7-Potenzgesetz (Gleichung (2.17)) eingezeichnet. Für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 1$  folgt das Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Strömung dem 1/7-Potenzgesetz relativ gut. Im wandnahen Bereich weichen die Messwerte etwas ab, was vermutlich durch das über das Messvolumen mittelnde PIV-Verfahren bedingt ist. Für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 2$  fällt der Vergleich mit dem 1/7-Potenzgesetz schlechter aus, für den Kanal mit dem Seitenverhältnis  $a = 5$  ist keine Übereinstimmung vorhanden. Dies überrascht nicht, da das 1/7-Potenzgesetz für Rohrströmung gültig ist und den Einfluss des Kanalseitenverhältnisses nicht berücksichtigt.

### Entwicklung der Geschwindigkeit im Kanalzentrum über der Reynolds-Zahl

Die Änderung des Geschwindigkeitsprofils während der Transition kann durch die Geschwindigkeit im Kanalzentrum bei verschiedenen Reynolds-Zahlen charakterisiert werden. In den Abbildungen 4.8, 4.9, 4.11 und 4.12 ist die Geschwindigkeit im Kanalzentrum normiert mit der mittleren Geschwindigkeit im Kanal  $\hat{u}/u_m$  über der Reynolds-Zahl  $Re$  aufgetragen. Die Abbildungen 4.10 und 4.13 zeigen denselben Sachverhalt als relative Abweichung  $\Delta u_{rel}$  vom theoretischen Wert der laminaren Rechteckkanalströmung (Gleichung (2.37)). Die Abbildungen zeigen deutlich für die untersuchten Seitenverhältnisse den Reynolds-Zahlbereich, in welchem die Profilverformung stattfindet. Damit eröffnet sich eine erste Möglichkeit den Transitionsbereich anzugeben. Nach Ausbildung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils nimmt die normierte Geschwindigkeit im Kanalzentrum in etwa konstante Werte von  $\hat{u}/u_m \simeq 1,22 \dots 1,25$  an. Dieser Wert entspricht gut dem von Rogni et al. (1998) angegebenen Wert von  $\hat{u}/u_m \simeq 1,25$  für turbulente Strömung in einem makroskopischen Kanal mit quadratischem Querschnitt.

### Turbulente Messgrößen

Da erste Änderungen des Geschwindigkeitsprofils bereits vor dem Anwachsen der Geschwindigkeitsfluktuationen auftreten, sind für die Festlegung des Transitionsbereichs aus

den Schwankungsgrößen  $u'$  und  $v'$  bestimmte Messgrößen besser geeignet. Im Ergebniskapitel sind in Abschnitt 4.2.2) die Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  der Hauptströmungsrichtung und  $Ti_y$  dargestellt.

### Profile der Turbulenzintensitäten

In den Abbildungen 4.14, 4.16, 4.19 und 4.21 sind die Profile von  $Ti_x$  in der Kanalmitteebene  $z = h/2$  aufgetragen. Die Turbulenzintensität  $Ti_x$  wird hierbei nicht entsprechend Gleichung (2.42) normiert. Vielmehr ist es sinnvoll mit der zeitgemittelten Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$  zu normieren. Aufgetragen in den Abbildungen sind jeweils Profile für Reynolds-Zahlen im laminaren, transitionellen und turbulenten Bereich. Im Bereich laminarer Strömung ergibt sich im Kanal ein konstanter Wert von  $Ti_x \simeq 2\%$ . Mit Einsetzen der Intermitenz erhöht sich die Turbulenzintensität  $Ti_x$  zunächst (künstlich) in der Kanalmitte. Die Profile weisen für die Seitenverhältnisse  $a = 1, 2$  ein ausgeprägtes Maximum in Kanalmitte bei den entsprechenden Reynolds-Zahlen auf (vgl. Abb. 4.14, 4.16), für  $a = 5$  zeigen die Messwerte ebenfalls einen Anstieg von  $Ti_x$ , ein deutliches Maximum in Kanalmitte ergibt sich allerdings nicht. Die Ursache für diesen (künstlichen) Anstieg von  $Ti_x$  ist in der Intermitenz zwischen Intervallen mit entsprechend unterschiedlichen axialen Geschwindigkeiten laminarer und turbulenter Strömung zu suchen. Dies bedingt eine höhere Standardabweichung der Messungen und damit höhere Werte für  $Ti_x$ , verstärkt in der Kanalmitte. Dieser Anstieg von  $Ti_x$  in Kanalmitte auf Werte  $Ti_x \simeq 10\%$  finden sich auch in der Simulation der Transition einer ebenen Kanalströmung von Gilbert (1988). Der intermittierende Charakter der Strömung wird im übrigen auch in der Wahrscheinlichkeitsdichte der Geschwindigkeit in den Abbildungen 4.34, 4.36 und 4.38 deutlich. Diese weisen im Transitionsbereich ( $Re = 1865, 2113, 2535$ ) für alle Seitenverhältnisse meist eine bimodale Verteilung auf.

Mit Erreichen des turbulenten Zustands verschwindet die Intermitenz und wir finden charakteristisch andere Profile von  $Ti_x$ . Für alle Seitenverhältnisse hat  $Ti_x$  nun im Kanalzentrum ein Minimum (vgl. Abb. 4.14, 4.16, 4.19) und zu den Wänden hin steigt die Turbulenzintensität  $Ti_x$  deutlich an, gefolgt von einem steilen Abfall in unmittelbarer Wandnähe. Die Dicke dieser viskosen Unterschicht nimmt mit wachsendem  $Re$  ab, sodass sie nicht in allen Fällen durch die PIV-Messtechnik aufgelöst werden kann. Die Profile von  $Ti_x$ , insbesondere die Details in Wandnähe, befinden sich in Übereinstimmung mit entsprechenden experimentellen (vgl. Abb. 2.10) und numerischen (vgl. Abb. 2.19) Untersuchungen in makroskopischen Kanälen der Literatur.

Die Profile der Turbulenzintensität  $Ti_y$  normal zur Hauptströmungsrichtung sind in den Abbildungen 4.15, 4.17, 4.20 und 4.22 dargestellt. Die Normierung von  $Ti_y$  erfolgt ebenfalls mit der axialen Geschwindigkeit im Kanalzentrum  $\hat{u}$ . Für  $Ti_y$  ergibt sich bei laminarer Strömung im Kanal ein konstanter Wert von  $Ti_y < 0,7\%$ , bzw.  $Ti_y \simeq 1\%$  im aufgerauten Kanal. Mit dem Anwachsen der Reynolds-Zahl steigen die Werte von  $Ti_y$  kontinuierlich an, bis bei turbulenter Strömung  $Ti_y \simeq 3\%$  (aufgerauter Kanal  $4\%$ ) erreicht werden. Die Profile weisen in Kanalmitte etwas höhere Werte auf, ein markantes Anwachsen durch die Intermitenz tritt hingegen für  $Ti_y$  nicht auf.

### Entwicklung der Turbulenzintensitäten

Zur Analyse des Transitionsbereichs sind in den Abbildungen 4.18 und 4.23 die Werte der Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  und  $Ti_y$  im Kanalzentrum als Funktion der Reynolds-Zahl aufgetragen. Für  $Ti_x$  ergibt sich für die Kanäle mit dem Seitenverhältnis  $a = 1, 2, 5$  mit Beginn der Transition ein markantes Ansteigen bis zu einem Maximum gefolgt von einem

Abfall auf einen (konstanten) Wert bei turbulenter Strömung. Das Maximum im Transitionsbereich ist, wie oben diskutiert, durch die Intermittenz verursacht. In der Literatur bei Ünsal und Durst (2006) finden sich ähnliche Beobachtungen für ein makroskopisches Rohr (vgl. Abb. 2.14). Der Anstieg von  $Ti_y$  mit wachsender Reynolds-Zahl hingegen erfolgt von einem (konstanten) Wert bei laminarer Strömung stufenartig auf einen (konstanten) Wert bei turbulenter Strömung. Dies belegt erneut, dass sich die Intermittenz auf  $Ti_y$  weniger stark auswirkt. Die Ergebnisse für den aufgerauten Kanal mit  $a = 5$  in Abbildung 4.23 zeigen einerseits größere Werte von  $Ti_x$  und  $Ti_y$  im gesamten Bereich. Andererseits ist aber trotz einer starken Streuung der Messwerte qualitativ das gleiche Verhalten für  $Ti_x$  und  $Ti_y$  zu erkennen.

### Vergleich der ermittelten Turbulenzintensitäten

Die Werte von  $Ti_x$  im laminaren Bereich stimmen einerseits mit  $Ti_x \simeq 2\%$  gut mit Werten von Li et al. (2005), ebenfalls gemessen in Mikrokanälen, überein. Andererseits finden Ünsal und Durst (2006) für ein makroskopisches Rohr deutlich geringere Werte für  $Ti_x \simeq 0,2\%$  im laminaren Bereich. Die Fehlerbetrachtung in Abschnitt 3.3.5 ergibt in Kanalmitte  $\Delta u < 1,5\%$  und in Wandnähe  $\Delta u < 2,9\%$ , wobei beide Fehler auf die jeweilige lokale Geschwindigkeit bezogen sind. Weil einerseits diese Messfehler keinen dynamischen Charakter haben und andererseits die Größe der Messfehler zur Erklärung nicht ausreicht, können wir davon ausgehen, dass die ermittelten Werte für  $Ti_x$  und  $Ti_y$  nicht auf Messungenauigkeiten zurückzuführen sind. Es ist somit naheliegend diese Fluktuationen der laminaren Strömung der Wandrauigkeit zuzuschreiben. Die relative Wandrauigkeit in Mikrokanälen ist in der Regel durch die kleinen Abmessungen deutlich größer als in makroskopischen Kanälen.

Nach Abschluss der Transition ergeben sich im turbulenten Bereich Werte von  $Ti_x \simeq 5\%$ . Dieser Bereich stimmt mit vergleichbaren Untersuchungsergebnissen von Wagnowski und Champagne (1973), Hussain und Reynolds (1975), Melling und Whitelaw (1976), Kreplin und Eckelmann (1979), Westerweel et al. (1996), Ünsal und Durst (2006) für turbulent durchströmte makroskopische Kanäle bzw. makroskopische Rohre (Tabelle 2.6) überein.

### Turbulente kinetische Energie

In den Abbildungen 4.28, 4.29, 4.30 und 4.31 sind Profile der turbulenten kinetischen Energie  $k_t$  über dem Kanalquerschnitt aufgetragen. Zudem ist der Wert von  $k_t$  im Kanalzentrum als Funktion der Reynolds-Zahl dargestellt. Die Profile von  $k_t$  bei turbulenten Strömungen entsprechen den Profilen, wie sie in vergleichbaren Messungen in makroskopischen Kanälen (vgl. Abb. 2.12) erhalten werden. Charakteristisch ist hier der Anstieg von  $k_t$  in Wandnähe, wobei der zwangsläufige Abfall auf  $k_t = 0$  direkt an der Wand nicht immer messtechnisch aufgelöst werden kann. Da die turbulente kinetische Energie  $k_t$  aus  $\overline{u'}$  und  $\overline{v'}$  gemäß Gleichung (2.45) berechnet wird, zeigt ihr Wert im Kanalzentrum ebenfalls ein charakteristisches Maximum im Transitionsbereich, ähnlich wie es für  $Ti_x$  gefunden wird.

### Intermittenzfaktor

In den Abbildungen 4.32 und 4.33 ist der Intermittenzfaktor der Strömung im Kanalzentrum als Funktion der Reynolds-Zahl angegeben. Im Bereich laminarer Strömung treten keine turbulenten Intervalle auf, die Werte für den Intermittenzfaktor sind entsprechend  $\gamma \simeq 0$ . Mit der Transition treten vermehrt Intervalle turbulenter Strömung in den Kanälen auf. Entsprechend steigt der Intermittenzfaktor im Transitionsbereich an. Schließen sich

die einzelnen Intervalle turbulenter Strömung zu einer vollturbulenten Strömung, erreicht der Intermittenzfaktor einen konstanten Wert  $\gamma \simeq 1$ . Die sich aus  $\gamma$  ergebenden Transitionsbereiche (Tabelle 4.3) entsprechen weitgehend den Transitionsbereichen aus den Turbulenzintensitäten.

Zusammenfassend kann anhand der Schwankungsgrößen sowohl in Form der Turbulenzintensitäten, der turbulenten kinetischen Energie als auch des Intermittenzfaktor  $\gamma$  für alle untersuchten Mikrokanäle die Reynolds-Zahl für den Beginn der Transition und die Reynolds-Zahl für den Abschluss der Transition zuverlässig bestimmt werden.

### Turbulente Reynolds-Schubspannung

Eine weitere aus den Schwankungen  $u'$  und  $v'$  abgeleitete Größe ist die turbulente Reynolds-Schubspannung  $\tau_{xy} = -\rho \overline{u'v'}$  (Gleichung (2.44)). In den Abbildungen 4.24 - 4.27 sind die Profile von  $\tau_{xy}$  in der Kanalmittelebene  $z = h/2$  für verschiedene Reynolds-Zahlen in normierter Form aufgetragen. Für laminare Strömung ergibt sich in allen Fällen ein konstanter Wert von  $\overline{u'v'} \simeq 0$  im Kanal. Bei Erhöhung der Reynolds-Zahl bildet sich dann ein lineares Profil mit Nulldurchgang im Kanalzentrum aus, wobei die Steigung mit wachsendem  $Re$  zunimmt. In Wandnähe fällt  $\overline{u'v'}$  dann wieder auf  $\overline{u'v'} = 0$  ab. Die Schicht, innerhalb welcher dieser Abfall erfolgt, wird mit zunehmendem  $Re$  dünner. Aus diesem Grund ist sie insbesondere für große  $Re$  nicht in allen Fällen messtechnisch erfasst worden. Am deutlichsten sind diese Eigenschaften für das Seitenverhältnis  $a = 1$  in Abbildung 4.24 zu erkennen. In den anderen Fällen, insbesondere auch beim aufgerauten Kanal, sind die Werte etwas durch eine Streuung der Daten weniger deutlich.

### 5.2.2 Messungen im Einlaufbereich

In Abschnitt 4.3 sind Ergebnisse in der Einlaufzone der Kanäle aufgeführt. Zunächst wird auf zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile (Abbildungen 4.41, 4.42, 4.43) in der Einlaufzone und die Entwicklung der Geschwindigkeit im Kanalzentrum (Abbildung 4.44) eingegangen. Die Entwicklung des laminaren Profils entlang des Kanals findet sich in Abbildung 4.41 für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 1$ . Eingezeichnet sind jeweils zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile in der Kanalmittelebene  $z = h/2$  an verschiedenen  $x$ -Positionen. Die Einzelprofile, aus denen das zeitgemittelte Profil gebildet wird, ergeben sich jeweils aus einer räumlicher Mittelung der gemessenen Geschwindigkeiten in  $x$ -Richtung über eine Strecke von  $450 \mu\text{m}$  (in  $x$ ). Aus diesem Grund sind die Geschwindigkeitsprofile am Kanaleintritt ( $x = 0$ ) nicht pfropfenförmig, sondern weisen aufgrund der Mittelung (in  $x$ ) bereits endliche Gradienten an der Wand auf. Wie in makroskopischen Kanälen bildet sich mit zunehmender Lauflänge das laminare Geschwindigkeitsprofil aus. Der Verlauf der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ist für eine laminare Strömung in Abbildung 4.44 aufgeführt. Die aus den Messungen bestimmte Einlaufängen laminarer und turbulenter Strömung finden sich in den Tabellen 4.4 und 4.5. Für laminare Strömung im Kanal mit  $a = 1$  erscheinen die Einlaufängen kürzer als dies aus der Korrelation (Gleichung (2.22)) für makroskopische Kanäle berechnet werden kann. Hier ist allerdings zu berücksichtigen, dass die laminare Strömung in unseren Mikrokanälen bereits durch Rauigkeit deutlich größere Fluktuationen zeigt. Zudem hängt die Einlaufänge auch bei makroskopischen Kanälen empfindlich von der genauen Geometrie des Eintrittsbereichs ab. Es verwundert deshalb nicht, dass der Einlauf in Mikrokanälen schneller abgeschlossen ist. In der Abbildung 4.44 ist auch der Verlauf der Geschwindigkeit im Kanalzentrum für eine turbulente Strömung bei  $Re = 2564$  eingetragen. Dieser Verlauf stimmt qualitativ mit den entsprechenden Ergebnissen von Demuren

und Rodi (1984) in einer makroskopischen Kanalströmung (vgl. Abbildung 2.4) überein. Der Vergleich zwischen der experimentell gefundenen Einlauflänge im Mikrokanal und der aus der Korrelation (Gleichung (2.23)) berechneten zeigt eine deutlich größere turbulente Einlauflänge im Mikrokanal (vgl. Tabelle 4.5). Die Ursache hierfür bleibt zunächst unklar.

Die Entwicklung der turbulenten Strömung in der Einlaufzone wird weiter mithilfe der Turbulenzintensitäten  $Ti_x$  untersucht. In den Abbildungen 4.46 - 4.48 ist der lokale Wert von  $Ti_x$  längs der Kanalachse dargestellt. Der Verlauf von  $Ti_x$  zeigt in allen Fällen nach Kanaleintritt einen Anstieg auf Werte  $Ti_x \simeq 6 \dots 10 \%$ , gefolgt von einem Abfall auf einen konstanten Wert von  $Ti_x \simeq 4 \dots 5 \%$ . In Abbildung 4.45 ist das Profil von  $Ti_x$  in der Kanalmittelebene  $z = h/2$  für den Kanal mit Seitenverhältnis  $a = 1$  aufgetragen. Wie sich zeigt, ist etwa für  $Re = 2564$  der Verlauf von  $Ti_x$  im Kanalzentrum (Abbildung 4.46) mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum (Abbildung 4.44) korreliert. Ist  $Ti_x$  gering, bilden sich an den Wänden Grenzschichten aus, die Geschwindigkeit im Kanalzentrum steigt bis zum Maximum bei  $x = 15 d_h$  an. Im selben Bereich steigt auch  $Ti_x$  an und erreicht bei  $x = 19 d_h$  sein Maximum. Die Ausbildung des turbulenten Profils ist bei  $x = 45 d_h$  mit Erreichen von konstanten Werten für  $Ti_x$  abgeschlossen. Entsprechend sinkt die Geschwindigkeit im Kanalzentrum und ändert sich ab  $x = 32 d_h$  nicht mehr.

### 5.3 Laminar - turbulente Transition

Die in den verschiedenen Untersuchungen gefundenen Transitionsbereiche sind für die einzelnen Seitenverhältnisse bereits in Tabelle 4.3 zusammengefasst. In Abbildung 5.1 sind die Grenzen der Transition, bestimmt aus der Turbulenzintensität  $Ti_x$ , in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis aufgetragen. Wie deutlich erkennbar ist, verschiebt sich der Transitionsbeginn mit wachsendem Seitenverhältnis  $a$  zu höheren Reynolds-Zahlen. Zugleich weitet sich der Transitionsbereich mit Anstieg des Seitenverhältnisses. Für den aufgerauten Kanal ergibt sich die Transition zu turbulenter Strömung bei deutlich niedrigeren Reynolds-Zahlen ( $1000 \lesssim Re \lesssim 1100$ ).

#### 5.3.1 Einfluss des Seitenverhältnisses

Wachsende Seitenverhältnisse  $a$  wirken sich gemäß Abbildung 5.1 offensichtlich stabilisierend auf die Strömung aus. Im folgenden werden Ursachen hierfür diskutiert und Vorschläge für eine (reskalierte) Reynolds-Zahl aufgeführt, welche das Seitenverhältnis berücksichtigt.

Zunächst darf nicht verwundern, dass die laminare Strömung im Rechteckkanal - und deshalb auch ihre Stabilität - vom Seitenverhältnis  $a$  abhängt. In Kapitel 2 wird dies u.a. am Druckverlust oder der Einlauflänge deutlich, die beide von  $a$  abhängen. Dies hängt damit zusammen, dass das Konzept des hydraulischen Durchmessers  $d_h$  für laminare Strömung nicht anwendbar ist (vgl. Zierep (1997) u.a.). Die Verwendung der mit dem hydraulischen Durchmesser gebildeten Reynolds-Zahl  $Re$  ist somit im laminaren Bereich fraglich. Real kommt es trotz konstantem  $d_h$  mit Zunahme von  $a = b/h$  zu einer Zunahme der Kanalbreite  $b$ . Dies hat Auswirkungen auf die Eckenwirbel der Sekundärströmung, die nicht mehr bis ins Kanalzentrum reichen (Dean (1978)). Zudem werden etwa Geschwindigkeitsstörungen in der  $z$ -Richtung stärker gedämpft.

Bei Verwendung der Reynolds-Zahl gemäß Gleichung 2.3 finden auch andere Autoren, dass sich die Transition zu höheren  $Re$  verschiebt. Beispiele sind die theoretischen und experimentellen Untersuchungen für makroskopische Kanäle von Hanks und Ruo (1966), Jones Jr. (1976) oder Obot (1988)). In Abschnitt 2.4.2 wird explizit auf die von Hanks und Ruo (1966) durchgeführten Berechnungen kritischer Reynolds-Zahlen verschiedener



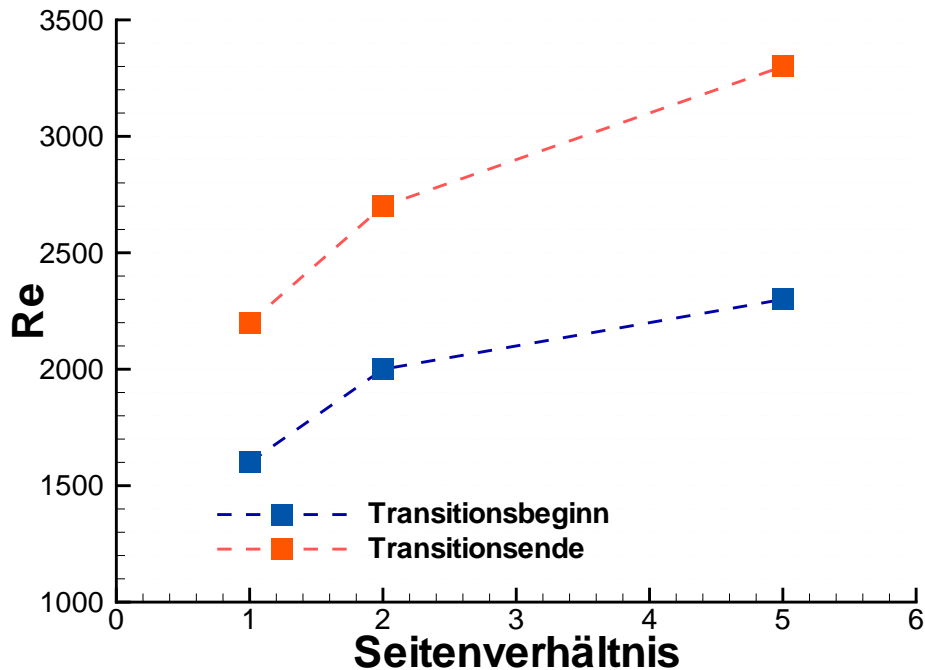


Abbildung 5.1: Grenzen der Transition in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis  $a$ .

Kanalseitenverhältnisse eingegangen. Die Ergebnisse in Tabelle 2.3 entsprechen in guter Näherung den Reynolds-Zahlen, die in dieser Arbeit für den Beginn der Transition in Mikrokanälen gefunden werden.

### Reskalierung der Reynolds-Zahl

Die in dieser Arbeit verwendete Reynolds-Zahl  $Re$  ist generell mit dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$  gebildet. In der Literatur werden für Kanalströmung auch Reynolds-Zahlen  $Re_h$  verwendet, die mit der Kanalhöhe  $h$  gebildet werden (Gleichung (2.4)). In Tabelle 5.1 sind die Grenzen des Transitionsbereichs sowohl mit  $Re$  als auch mit  $Re_h$  angegeben. Es zeigt sich, dass sowohl die obere und die untere Grenze des Transitionsbereichs als auch seine Breite nur noch wenig vom Seitenverhältnis  $a$  abhängen. Zweifellos ist für  $a \rightarrow \infty$ , d.h. bei einem Spalt, die Reynolds-Zahl mit  $h$  zu bilden. Insbesondere für  $a \sim 1$ , wenn beide Kanalseiten ähnliche Länge haben, kann nicht erwartet werden, dass das Seitenverhältnis keinen Einfluss hat. Dementsprechend ist  $Re_h$  im Bereich kleiner Seitenverhältnisse wenig aussagekräftig.

Obot (1988) und Jones Jr. (1976) haben weitere Vorschläge zu einer Reskalierung der Reynolds-Zahl im Fall rechteckiger (makroskopischer) Kanäle gemacht. Diese sind bereits in Abschnitt 2.4.2 diskutiert. Nach Gleichung (2.62) ist hierbei ein Geometriefaktor gemäß Tabelle 3.2 zu verwenden, um die reskalierte Reynolds-Zahl  $Re_*$  zu berechnen. Für unsere Experimente ergeben sich Grenzen des Transitionsbereichs entsprechend der letzten Spalte in Tabelle 5.1. Es zeigt sich, dass der Transitionsbeginn bei höheren  $Re_*$  auftritt, wobei die Abhängigkeit vom Seitenverhältnis wiederum schwach erscheint. Weiterhin ist auch die Breite des Transitionsbereichs, gemessen in  $Re_*$ , nur schwach von  $a$  abhängig.

Morini (2004) übernimmt die Vorschläge von Obot (1988) und Jones Jr. (1976) zur Reskalierung und überträgt diese auf die mit  $d_h$  gebildeten Gleichungen (2.53, 2.54) von

Seitenverhältnis $a$	$Re$	$Re_h$	$Re_*$
1	$1600 < Re < 2200$	$1600 < Re_h < 2200$	$1800 < Re_* < 2470$
2	$2000 < Re < 2700$	$1503 < Re_h < 2030$	$2064 < Re_* < 2790$
5	$2300 < Re < 3300$	$1383 < Re_h < 1983$	$1962 < Re_* < 2816$

Tabelle 5.1: (Reskalierte) Reynolds-Zahlen für den Transitionsbereich:  $Re_h$  gebildet mit der Kanalhöhe  $h$ ,  $Re_*$  reskaliert nach Obot (1988).

Seitenverhältnis $a$	$Re_1$	$Re_2$
1	1587	2384
2	1812	2667
5	2256	3281

Tabelle 5.2: Reynolds-Zahlen an den Grenzen des Transitionsbereichs für rechteckige Mikrokanäle unterschiedlicher Seitenverhältnisse nach Morini (2004).

Idelchik (1986) zur Bestimmung der Grenzen der laminar-turbulenten Transition. Bei Berücksichtigung der Rauigkeit der untersuchten Kanäle ergeben sich für den Transitionsbeginn ( $Re_1$ ) und Transitionsabschluss ( $Re_2$ ) die in Tabelle 5.2 aufgeführten Werte. Die Übereinstimmung mit den gemessenen Werten für  $Re$  (Tabelle 5.1) für den Transitionsbereich ist recht gut.

### 5.3.2 Einfluss der Oberflächenrauigkeit

Nach Gleichung (2.51) kommt es ab einer ausreichend hohen relativen Rauigkeit  $k/d_h$  zur Transition zu turbulenter Strömung bei deutlich niedrigeren Reynolds-Zahlen. Nach Tabelle 3.2 beträgt die relative Rauigkeit der Kanäle etwa  $k/d_h \simeq 1 \dots 2 \%$ . Für diese Werte ergibt sich nach Gleichung (2.51) keine Transition bei niedrigeren Reynolds-Zahlen. Für die erhöhte relative Rauigkeit der sandgestrahlten Kanäle von  $k/d_h \simeq 5 \dots 6 \%$  ergibt sich nach Gleichung (2.51) ein Rauigkeitseinfluss ab einer Reynolds-Zahl  $Re \gtrsim 2000$ . Nimmt man für die Berechnung der relativen Rauigkeit die Kanalhöhe  $h$  als Bezugsgröße, so sollte sich für den Kanal mit  $a = 5$  bereits für  $Re \gtrsim 1200$  ein Einfluss der Rauigkeit auf die Transition zeigen. Die in Tabelle 3.2 aufgeführten relativen Rauigkeiten sind mittlere Rauigkeiten, die sich aus den Kanalwänden, Boden und Deckelplatte ergeben. Bei einzelner Betrachtung des relativ rauen Kanalbodens ergibt sich ein Rauigkeitseinfluss auf die Transition bereits bei  $Re \gtrsim 700$ . Zudem muss beachtet werden, dass die unregelmäßige Rauigkeit der sandgestrahlten Kanäle zahlreiche Einzelerhebungen aufweist, die deutlich über dem Wert der mittleren Rauigkeit liegen. Sie unterscheidet sich dadurch von der homogenen Sandkornrauigkeit nach Nikuradse (vgl. Abschnitt 2.3), da bei bereits niedrigeren Reynolds-Zahlen einzelne Rauigkeitselemente die viskose Unterschicht durchdringen. Der sowohl in der Druckdifferenzmessung als auch in den Geschwindigkeitsmessungen festgestellte frühe Transitionsbeginn ( $Re \simeq 1000$ ) der sandgestrahlten Mikrokanäle überrascht daher nicht.

Idelchik (1986) gibt nach den Gleichungen (2.53) und (2.54) den Transitionsbereich für Strömungen in makroskopischen Rohren in Abhängigkeit von der relativen Rauigkeit an. Die mit den Gleichungen berechneten Reynolds-Zahlen  $Re_1$ ,  $Re_2$  sind allerdings deutlich größer als die entsprechenden experimentellen Werte. Die für Rohre geltende Korrelation von Idelchik scheint deshalb für unsere aufgerauten Mikrokanäle nicht anwendbar zu sein.

## 5 *Diskussion*

Ist eine frühe Transition zur turbulenten Strömung bei niedrigerer Reynolds-Zahl in der Anwendung von Mikrokanälen gewünscht, um beispielsweise den Wärmeübergang zu verbessern, so ist dies nach den Ergebnissen dieser Arbeit durch entsprechende Aufrauung der Kanäle jedoch leicht möglich.

## 6 Zusammenfassung

Zur Auslegung von Mikrowärmetauschern und Mikroreaktoren sind exakte Kenntnisse der Druckverlustkorrelation in Mikrokanälen und der laminar-turbulenten Transition unabdingbar. Untersuchungen in der Literatur hierzu zeigen widersprüchliche Ergebnisse. In dieser Arbeit werden deshalb experimentelle Untersuchungen zur laminaren, transitionellen und turbulenten Strömung in rechteckigen Mikrokanälen durchgeführt. Die Mikrokanäle sind in Edelstahl gefräst und besitzen einen einheitlichen hydraulischen Durchmesser von  $d_h \simeq 133 \mu\text{m}$ . Die betrachteten Seitenverhältnisse sind 1 : 1, 1 : 2 und 1 : 5, die mittlere Rautiefe der Kanäle beträgt  $\overline{R_z} \simeq 2 \mu\text{m}$ , bei den zusätzlich aufgerauten Kanälen  $\overline{R_z} \simeq 10 \mu\text{m}$ . Die Messungen unterteilen sich in integrale Messungen der Druckdifferenz und in lokale Messungen des Geschwindigkeitsfelds in der Einlaufzone und am Kanalende. Die Messungen zur Druckdifferenz in den Kanälen werden so geführt, dass der Druckverlust einer vollständig eingelaufenen Mikroströmung erhalten wird. Hierzu werden integrale Messungen in jeweils zwei Kanälen unterschiedlicher Länge und gleichen Querschnitts ausgeführt. Druckdifferenzen aufgrund der Querschnittsänderung am Kanalein- und austritt und aufgrund der Profilausbildung im Einlauf sind in jeweils beiden Kanälen präsent und können so eliminiert werden. Die Untersuchungen zum Geschwindigkeitsfeld werden mit der  $\mu\text{PIV}$ -Methode durchgeführt. Zum einen wird am Kanalende bei verschiedenen Reynolds-Zahlen die Transition von laminarer zu turbulenter Strömung anhand von Profilen zeitgemittelter Größen und Profilen der Turbulenzgrößen untersucht. Zum anderen wird bei konstanter Reynolds-Zahl innerhalb der Einlaufzone gemessen, um die laminare und turbulente Einlauflänge sowie die sich ausbildende Strömung zu charakterisieren. Neben den Profilen der zeitgemittelten axialen Geschwindigkeit, werden im einzelnen die Profile der Turbulenzintensitäten, der Reynolds-Schubspannung, der turbulenten kinetischen Energie sowie ein Intermittenzfaktor abgeleitet.

Anders als frühere Veröffentlichungen zeigen die Ergebnisse dieser Arbeit keine nennenswerte Abweichung des Verhaltens der Strömung in Mikrokanälen von Strömungen in (konventionellen) makroskopischen Kanälen:

- Die Druckverlustkorrelationen stimmen für alle Seitenverhältnisse, im Rahmen der Messgenauigkeit, sehr gut mit den entsprechenden Druckverlustkorrelationen für eingelaufene laminare und turbulente Strömung in makroskopischen Kanälen überein.
- Der Transitionsbereich, abgeleitet aus der Druckverlustkorrelation oder dem Geschwindigkeitsfeld, stimmt für alle Seitenverhältnisse, im Rahmen der Messgenauigkeit, gut mit dem Transitionsbereich überein, der für makroskopische Kanäle bekannt ist.

Die laminar-turbulente Transition in den Mikrokanälen kann wie folgt charakterisiert werden: Bei allen Seitenverhältnissen erfolgt ein markanter Anstieg der Turbulenzintensitäten zu Beginn der Transition. Innerhalb des Transitionsbereichs kommt es zu einem zeitlich wechselhaften Auftreten von laminaren und turbulenten Intervallen, einer sogenannten Intermittenz. Nach Abschluss der Transition wird ein turbulenter Strömungszustand erreicht, mit konstanten Werten der Turbulenzintensität. Der Transitionsbereich hängt in seinen

## 6 Zusammenfassung

Grenzen und in seiner Weite vom Seitenverhältnis  $a$  ab. Wird die Reynolds-Zahl mit dem hydraulischen Durchmesser  $d_h$  gebildet, so ergeben sich die folgenden Transitionsbereiche:

Seitenverhältnis  $a = 1$ , Transitionsbereich  $1600 \lesssim Re \lesssim 2200$ ,

Seitenverhältnis  $a = 2$ , Transitionsbereich  $2000 \lesssim Re \lesssim 2700$ ,

Seitenverhältnis  $a = 5$ , Transitionsbereich  $2300 \lesssim Re \lesssim 3300$ .

Es ist erkennbar, dass sich für größer werdendes Seitenverhältnis die Transition zu größeren Reynolds-Zahlen verschiebt und die Weite des Transitionsbereichs zunimmt. Dieses Verhalten wird auch bei makroskopischen Kanälen beobachtet. Diese Abhängigkeit vom Seitenverhältnis  $a$  darf letztlich nicht überraschen, weil das Konzept des hydraulischen Durchmessers für eine laminare Strömung keine Gültigkeit besitzt. Die Untersuchungen im aufgerauten Kanal (Seitenverhältnis  $a = 5$ ) zeigen eine deutlich frühere Transition ab  $Re \simeq 1000$ . Die Untersuchungen in der Einlaufzone der Strömung zeigen ähnliche Einlaufängen, wie sie für entsprechende laminare und turbulente Strömungen in makroskopischen Kanälen gefunden werden. Auch die Entwicklung der Turbulenzintensität in der Einlaufzone der turbulenten Strömung entspricht in guter Näherung den Beobachtungen in makroskopischen Kanälen.

Zusammenfassend ergeben sich weder aus den Untersuchungen zum Druckverlust noch zum Geschwindigkeitsfeld Anhaltspunkte dafür, dass sich Mikroströmungen im laminaren, transitionellen oder turbulenten Bereich in irgendeiner Weise von entsprechenden Strömungen in makroskopischen Kanälen unterscheiden. Diese Aussage ist gültig sowohl in der Einlaufzone als auch in der Zone eingelaufener Strömung. Für die Auslegung von Mikrowärmeübertragern können daher nach Erkenntnissen dieser Arbeit dieselben Korrelationen für den Druckverlust und die laminar-turbulente Transition verwendet werden, die für makroskopische Kanäle Anwendung finden.

# 7 Messdaten

## 7.1 Druckdifferenzmessung

Die folgend aufgeführten Messdaten sind in die Bestimmung der Druckverlustkorrelation (Druckdifferenz über Gesamtstruktur  $\Delta p_t$ , mittlerer Massenstrom  $\dot{m}$ , Temperaturen am Kanaleintritt  $T_1$  und Kanalaustritt  $T_2$ ) in Abschnitt 4.1.1 eingegangen.

**Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 1$ , kurz**

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
0,904	0,0405	24,91	24,91
0,956	0,0439	26,26	26,23
1,341	0,0578	25,8	25,69
1,388	0,0593	25,33	25,29
1,389	0,0593	25,33	25,29
1,55	0,0657	26,21	26,25
1,551	0,0657	26,21	26,25
1,838	0,0746	25,74	25,63
1,839	0,0746	25,74	25,63
1,84	0,0746	25,74	25,63
1,894	0,0797	26,24	26,24
2,121	0,085	25,07	25,14
2,304	0,0913	25,33	25,29
2,426	0,094	25,69	25,57
2,896	0,1117	26,26	26,23
3,006	0,1115	24,91	24,92
3,297	0,1212	25,63	25,53
3,297	0,1217	25,63	25,52
3,511	0,1259	25,08	25,12
3,844	0,1398	25,6	25,51
3,874	0,1382	25,32	25,3
3,877	0,1382	25,32	25,3
3,891	0,1401	26,18	26,23
4,362	0,1531	25,57	25,49
4,364	0,1531	25,57	25,49
4,745	0,1613	25,3	25,29
4,976	0,1671	25,3	25,3
5,153	0,168	25,53	25,47
5,275	0,1726	25,32	25,31
5,277	0,1726	25,32	25,31
5,279	0,1726	25,32	25,31
5,404	0,1728	25,3	25,3

7 Messdaten

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
5,405	0,1728	25,31	25,3
6,635	0,1953	25,32	25,32
6,681	0,192	25,48	25,44
7,512	0,204	25,45	25,44
7,723	0,2063	26,21	26,24
8,154	0,2101	26,15	26,23
8,339	0,2139	25,42	25,43
8,517	0,2122	25,08	25,15
8,566	0,218	25,3	25,34
8,627	0,217	24,93	24,97
8,926	0,2203	25,4	25,43
9,314	0,2261	26,17	26,26
9,817	0,229	24,94	25
10,025	0,2345	25,36	25,46
10,494	0,2438	25,37	25,43
10,55	0,2426	26,13	26,24
11,033	0,2497	26,14	26,27
11,175	0,2494	24,94	25,04
11,439	0,256	25,35	25,43
12,25	0,266	25,34	25,44
12,417	0,2665	26,12	26,26
12,82	0,2719	25,33	25,44
12,821	0,2719	25,33	25,44
12,844	0,27	26,11	26,26
13,129	0,273	24,95	25,07
13,131	0,273	24,95	25,07
13,133	0,273	24,95	25,07
13,542	0,2814	25,33	25,45
14,454	0,2915	26,09	26,27
14,482	0,2918	25,32	25,46
14,871	0,2928	24,95	25,1
15,532	0,3022	25,32	25,47
15,534	0,3022	25,32	25,47
15,568	0,3018	26,08	26,27
15,57	0,3018	26,08	26,27
16,531	0,316	25,31	25,48
16,616	0,3139	24,96	25,14
16,617	0,3139	24,96	25,14
16,724	0,3177	26,03	26,31
17,221	0,3225	25,31	25,49
17,222	0,3225	25,31	25,49
17,773	0,3281	25,31	25,5
18,359	0,3375	26	26,3
18,36	0,3315	24,96	25,17
18,36	0,3375	26	26,3
18,933	0,3409	25,3	25,52
19,973	0,3515	25,3	25,53

7 Messdaten

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
20,112	0,3495	24,98	25,25
20,33	0,354	25,97	26,31
20,488	0,3562	25,3	25,54
20,489	0,3562	25,3	25,54

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 1$ , lang

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,559	0,0465	21,97	21,99
1,558	0,0465	25,8	25,69
2,516	0,0717	26,21	26,25
2,965	0,0829	26,21	26,25
2,963	0,0829	25,74	25,63
3,387	0,0933	25,74	25,63
3,834	0,1027	25,33	25,29
4,712	0,1224	25,69	25,57
5,29	0,1367	24,91	24,92
5,291	0,1367	25,63	25,52
6,111	0,1538	25,08	25,12
7,056	0,1731	25,32	25,3
7,056	0,1731	26,18	26,23
7,944	0,1893	25,57	25,49
8,493	0,194	25,3	25,3
8,494	0,194	25,53	25,47
9,291	0,2051	25,32	25,31
10,014	0,2178	25,32	25,31
10,487	0,2242	25,31	25,3
11,124	0,2247	25,32	25,32
11,843	0,23	25,48	25,44
12,321	0,2301	25,45	25,44
13,201	0,234	25,42	25,43
14,13	0,2397	25,08	25,15
14,566	0,2433	24,93	24,97
14,567	0,2433	25,4	25,43
16,773	0,265	26,17	26,26
17,736	0,2731	25,37	25,43
17,737	0,2731	26,13	26,24
19,877	0,2911	26,14	26,27
20,144	0,2934	24,94	25,04
19,876	0,2911	25,34	25,44
20,514	0,2961	25,33	25,44



7 Messdaten

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 2$ , kurz

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,099	0,0685	24,71	24,76
1,1	0,0685	24,71	24,75
1,101	0,0685	24,71	24,75
1,662	0,0948	24,7	24,73
1,664	0,0948	24,7	24,73
1,666	0,0948	24,7	24,73
1,862	0,1085	25,82	25,85
2,054	0,1158	24,69	24,71
2,407	0,1305	24,69	24,69
2,409	0,1305	24,69	24,7
2,787	0,15	25,84	25,84
2,789	0,15	25,84	25,84
3,076	0,1582	24,69	24,69
3,078	0,1582	24,69	24,69
3,177	0,1685	25,85	25,84
3,717	0,1805	24,69	24,69
3,719	0,1805	24,69	24,69
3,721	0,1805	24,69	24,69
3,82	0,1896	25,89	25,87
3,822	0,1896	25,89	25,87
5,026	0,2276	25,9	25,88
5,029	0,2276	25,9	25,88
5,235	0,2304	24,68	24,7
5,238	0,2304	24,68	24,7
5,726	0,2452	25,92	25,91
5,984	0,2497	24,59	24,62
6,278	0,2538	24,58	24,62
6,28	0,2538	24,58	24,62
6,839	0,2731	24,55	24,62
7,367	0,2837	24,54	24,62
7,641	0,2894	25,94	25,92
8,021	0,2948	24,53	24,62
8,327	0,302	25,96	25,94
8,45	0,3044	24,52	24,62
9,099	0,3125	24,5	24,63
9,573	0,3228	24,49	24,63
9,87	0,326	25,98	25,99
10,268	0,3326	24,49	24,64
10,82	0,3398	26	26,03
11,282	0,3439	24,62	24,89
11,728	0,3547	25,68	25,84
12,084	0,3583	24,46	24,66
13,266	0,3746	24,45	24,67
13,27	0,3783	25,67	25,87
13,271	0,3783	25,67	25,87

7 Messdaten

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
13,794	0,3828	24,6	24,85
13,828	0,3861	25,67	25,87
15,019	0,4047	25,67	25,9
15,638	0,4102	24,42	24,69
16,16	0,4216	25,68	25,93
17,005	0,4327	24,61	24,88
17,007	0,4327	24,61	24,88
17,628	0,4421	25,7	25,95
17,923	0,4427	24,4	24,7
19,383	0,4626	24,62	24,92
19,549	0,4684	25,73	25,99
20,499	0,4761	24,63	24,95
20,597	0,4785	24,38	24,73

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 2$ , lang

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,98	0,0879	25,11	25,12
2,2	0,0982	26,1	26,01
2,77	0,1197	25,12	25,13
2,91	0,124	26,04	25,96
3,634	0,1504	25,11	25,14
4,679	0,186	25,11	25,16
4,68	0,186	25,11	25,16
5,657	0,2139	26,22	26,15
5,798	0,2156	25,1	25,17
7,315	0,2519	26,27	26,23
7,443	0,2519	25,09	25,19
8,55	0,2757	25,1	25,22
10,087	0,2966	25,14	25,25
11,561	0,3093	25,18	25,3
12,074	0,3137	26,3	26,36
12,129	0,3157	25,25	25,36
12,13	0,3157	25,25	25,36
13,078	0,3249	25,29	25,41
14,559	0,3454	25,35	25,47
15,848	0,36	25,4	25,53
17,567	0,38	25,43	25,57
17,569	0,38	25,43	25,57
17,57	0,38	25,43	25,57
18,527	0,3906	25,46	25,61
18,529	0,3906	25,46	25,61
18,697	0,3941	26,34	26,5
18,7	0,3941	26,34	26,5
20,485	0,4122	25,51	25,68

7 Messdaten

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 5$ , kurz

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
0,743	0,0547	24,08	24,04
0,746	0,0547	24,08	24,04
1,12	0,0796	24,08	24,04
1,267	0,0885	24,1	24,05
1,489	0,1014	23,4	23,39
1,791	0,1209	23,42	23,4
2,132	0,1394	23,45	23,42
2,446	0,1607	23,47	23,44
2,935	0,1847	23,59	23,53
3,549	0,2192	23,63	23,56
3,55	0,2192	23,63	23,56
4,019	0,2437	23,68	23,6
4,02	0,2437	23,68	23,6
4,559	0,2708	23,73	23,64
5,07	0,2939	23,81	23,71
5,56	0,3153	23,91	23,81
6,075	0,3352	23,97	23,86
6,64	0,3588	23,99	23,89
7,069	0,3737	24,06	23,97
7,662	0,3957	24,1	24
7,99	0,4064	24,15	24,06
8,623	0,428	24,19	24,12
9,08	0,4441	24,22	24,15
9,597	0,4613	24,27	24,21
10,156	0,479	24,32	24,28
10,258	0,484	24,54	24,6
10,262	0,484	24,54	24,6
10,266	0,484	24,54	24,6
10,633	0,4922	24,22	24,25
11,428	0,5141	24,22	24,28
11,563	0,5203	24,59	24,65
12,075	0,5308	24,25	24,31
12,077	0,5308	24,25	24,31
12,552	0,5439	24,61	24,68
13,023	0,5531	24,29	24,37
13,301	0,5613	24,63	24,71
14,208	0,5791	24,64	24,73
14,21	0,5801	24,64	24,73
15,126	0,5969	24,33	24,45
17,11	0,6321	24,43	24,57
18,467	0,6588	24,54	24,71
20,321	0,6899	24,61	24,81

7 Messdaten

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 5$ , lang

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,26	0,0872	22,73	22,7
1,708	0,1141	22,77	22,74
1,853	0,1263	24,39	24,44
2,676	0,1728	22,81	22,78
3,181	0,2029	22,85	22,82
3,982	0,2474	22,88	22,83
4,475	0,2793	24,32	24,43
4,61	0,2795	22,9	22,84
5,364	0,3174	22,93	22,85
5,692	0,3362	24,59	24,67
6,045	0,348	22,95	22,86
6,282	0,36	23,02	22,92
7,015	0,3871	22,97	22,86
7,592	0,4124	23,06	22,92
9,015	0,4648	23,08	22,91
10,141	0,4992	23,11	22,92
10,393	0,5098	24,26	24,48
10,844	0,5219	23,13	22,92
11,453	0,5383	23,16	22,93
12,14	0,5534	23,18	22,93
12,225	0,5549	24,28	24,52
13,007	0,5718	23,2	22,94
13,831	0,5861	23,37	23,03
13,832	0,5861	23,37	23,03
13,868	0,5915	23,23	22,94
14,278	0,5939	24,38	24,63
14,507	0,6045	23,29	22,96
15,82	0,6223	24,44	24,71
16,5	0,6385	23,31	22,94
16,953	0,6432	23,42	23,02
17,361	0,6519	23,42	22,98
18,081	0,6656	23,33	22,92
18,238	0,67	24,47	24,78
18,239	0,67	24,47	24,78
20,088	0,704	23,37	22,92

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $a = 5$ , kurz, rau

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,387	0,1166	25,54	25,55
1,388	0,1166	25,54	25,55
1,759	0,1384	25,53	25,54
1,761	0,1384	25,53	25,54
1,763	0,1384	25,53	25,54

7 Messdaten

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,984	0,1527	25,47	25,49
1,987	0,1527	25,47	25,49
2,133	0,1583	25,3	25,32
2,171	0,1627	25,3	25,32
2,173	0,1627	25,3	25,32
2,552	0,1844	24,93	25,06
2,755	0,1945	24,96	25,07
2,757	0,1945	24,96	25,07
2,78	0,1948	25,3	25,32
2,782	0,1948	25,3	25,33
2,833	0,2	25,42	25,47
2,835	0,2	25,42	25,47
2,838	0,2	25,42	25,47
3,275	0,2187	25,29	25,33
3,277	0,2187	25,29	25,33
3,279	0,2187	25,29	25,33
3,515	0,2275	25,28	25,32
3,715	0,237	25,28	25,33
3,843	0,2459	25,33	25,44
4,809	0,2704	25,28	25,42
4,811	0,2704	25,28	25,42
5,988	0,2989	25,22	25,4
5,99	0,2989	25,22	25,4
5,992	0,2989	25,23	25,4
6,494	0,3095	25,17	25,37
7,363	0,3274	25,14	25,36
8,192	0,3456	25,09	25,33
9,171	0,3654	25,03	25,3
10,51	0,3913	24,96	25,27
11,109	0,4024	24,93	25,25
11,111	0,4024	24,92	25,25
11,913	0,4184	24,87	25,22
13,649	0,449	24,82	25,2
14,141	0,4564	24,78	25,18
14,142	0,4564	24,78	25,17
15,093	0,4724	24,75	25,16
16,875	0,5016	24,68	25,12
18,316	0,5235	24,65	25,1
18,765	0,5287	24,65	25,1
20,245	0,5516	24,64	25,11

Druckdifferenzmessungen Kanal Seitenverhältnis  $\alpha = 5$ , lang, rau

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,266	0,0665	25,47	25,46
1,539	0,0784	25,48	25,47
1,541	0,0784	25,48	25,47

7 Messdaten

Druckdifferenz $\Delta p_t$ [bar]	Massenstrom $\dot{m}$ [g/s]	$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]
1,543	0,0784	25,48	25,47
1,961	0,099	25,5	25,49
2,295	0,1101	25,49	25,48
2,297	0,1101	25,49	25,49
2,349	0,1139	25,4	25,45
2,351	0,1139	25,4	25,45
2,354	0,1139	25,4	25,45
3,106	0,1442	25,4	25,45
3,108	0,1442	25,4	25,45
3,11	0,1442	25,4	25,45
3,525	0,1576	25,51	25,52
3,526	0,1576	25,51	25,52
3,587	0,164	25,41	25,45
3,589	0,164	25,41	25,45
3,592	0,1623	25,4	25,45
4,235	0,1834	25,41	25,46
4,437	0,1879	25,42	25,47
4,438	0,1876	25,42	25,47
4,762	0,1996	25,38	25,47
4,765	0,1996	25,38	25,47
5,159	0,2079	25,37	25,46
5,161	0,2079	25,37	25,46
5,44	0,2119	25,37	25,46
5,442	0,2119	25,37	25,46
5,889	0,2189	25,36	25,45
6,55	0,2301	25,35	25,45
6,553	0,2282	25,35	25,45
6,555	0,2282	25,35	25,45
7,139	0,2393	25,34	25,45
7,776	0,2484	25,33	25,45
7,779	0,2484	25,33	25,45
9,933	0,2775	25,3	25,46
11,102	0,2964	25,3	25,47
12,663	0,3164	25,29	25,49
13,538	0,3281	25,29	25,5
14,667	0,3409	25,28	25,52
16,128	0,3578	25,28	25,54
16,67	0,3635	25,27	25,54
17,969	0,3776	25,27	25,56
17,97	0,3776	25,27	25,56
18,94	0,3877	25,27	25,57
19,359	0,3923	25,27	25,58
20,412	0,4027	25,28	25,61

## 7.2 Regressionen der Druckdifferenzmessung

Für den laminaren, transitionellen und turbulenten Bereich werden aus den Messwerten Regressionkurven für die  $\lambda$ -Werte des kurzen Kanals (Index  $kk$ ) bestimmt.

Für den Bereich laminarer Strömung ergeben sich folgende Regressionskurven:

Seitenverhältnis  $a = 1$ , Bereich  $Re < 1200$ :

$$\lambda_{kk} = 4,435 \cdot 10^{-8} Re^2 - 0,0001277 Re + 0,1514 + 5,9718 Re^{-1} + 7888,6667 Re^{-2}$$

Seitenverhältnis  $a = 2$ , Bereich  $Re < 1440$ :

$$\lambda_{kk} = -1,1457 \cdot 10^{-7} Re^2 + 0,000465 Re - 0,6547 + 482,3334 Re^{-1} - 90992,2845 Re^{-2}$$

Seitenverhältnis  $a = 5$ , Bereich  $Re < 1470$ :

$$\lambda_{kk} = 2,232 \cdot 10^{-8} Re^2 - 6,2973 \cdot 10^{-5} Re + 7,8742 \cdot 10^{-2} + 59,3344 Re^{-1} + 2,7232 \cdot 10^3 Re^{-2}$$

Für den Transitionsbereich ergeben sich folgende Regressionskurven:

Seitenverhältnis  $a = 1$ , Bereich  $1200 < Re < 2000$ :

$$\lambda_{kk} = -1,1146 \cdot 10^{-7} Re^2 + 0,0006884 Re - 1,4497 + 1361,087 Re^{-1} - 401490,648 Re^{-2}$$

Seitenverhältnis  $a = 2$ , Bereich  $1440 < Re < 2700$ :

$$\lambda_{kk} = -1,0809 \cdot 10^{-7} Re^2 + 0,0009274 Re - 2,839 + 3890,7851 Re^{-1} - 1879494,0277 Re^{-2}$$

## 7 Messdaten

Seitenverhältnis  $a = 5$ , Bereich  $1450 < Re < 2800$ :

$$\begin{aligned}\lambda_{kk} = & 8,2828 \cdot 10^{-9} Re^2 - 3,5523 \cdot 10^{-5} Re \\ & + 6,0438 \cdot 10^{-2} + 1,0229 \cdot 10^2 Re^{-1} - \\ & 4,2752 \cdot 10^4 Re^{-2}\end{aligned}$$

Für den Bereich turbulenter Strömung werden für die Kanalseitenverhältnisse  $a = 1$  und  $a = 2$  die Regressionen anstelle des kurzen für den langen Kanal (Index  $lk$ ) gebildet:

Seitenverhältnis  $a = 1$ , Bereich  $Re > 2000$ :

$$\lambda_{lk} = -7,302 \cdot 10^{-2} + 5,6603 \cdot 10^2 Re^{-1} - 6,1202 \cdot 10^5 Re^{-2}$$

Seitenverhältnis  $a = 2$ , Bereich  $Re > 2700$ :

$$\lambda_{lk} = 0,139 - 540,0364 Re^{-1} + 859455,0367 Re^{-2}$$

Seitenverhältnis  $a = 5$ , Bereich  $Re > 2800$ :

$$\begin{aligned}\lambda_{kk} = & -6,8842 \cdot 10^{-4} Re + 6,3477 - 1,912 \cdot 10^{-4} Re^{-1} + \\ & 1,933 \cdot 10^7 Re^{-2}\end{aligned}$$



## 7.3 Kanalgeometrie

### Kanalquerschnitte

Abbildung 7.1 zeigt über chromatische Aberration gemessene Querschnittsprofile der Kanäle.

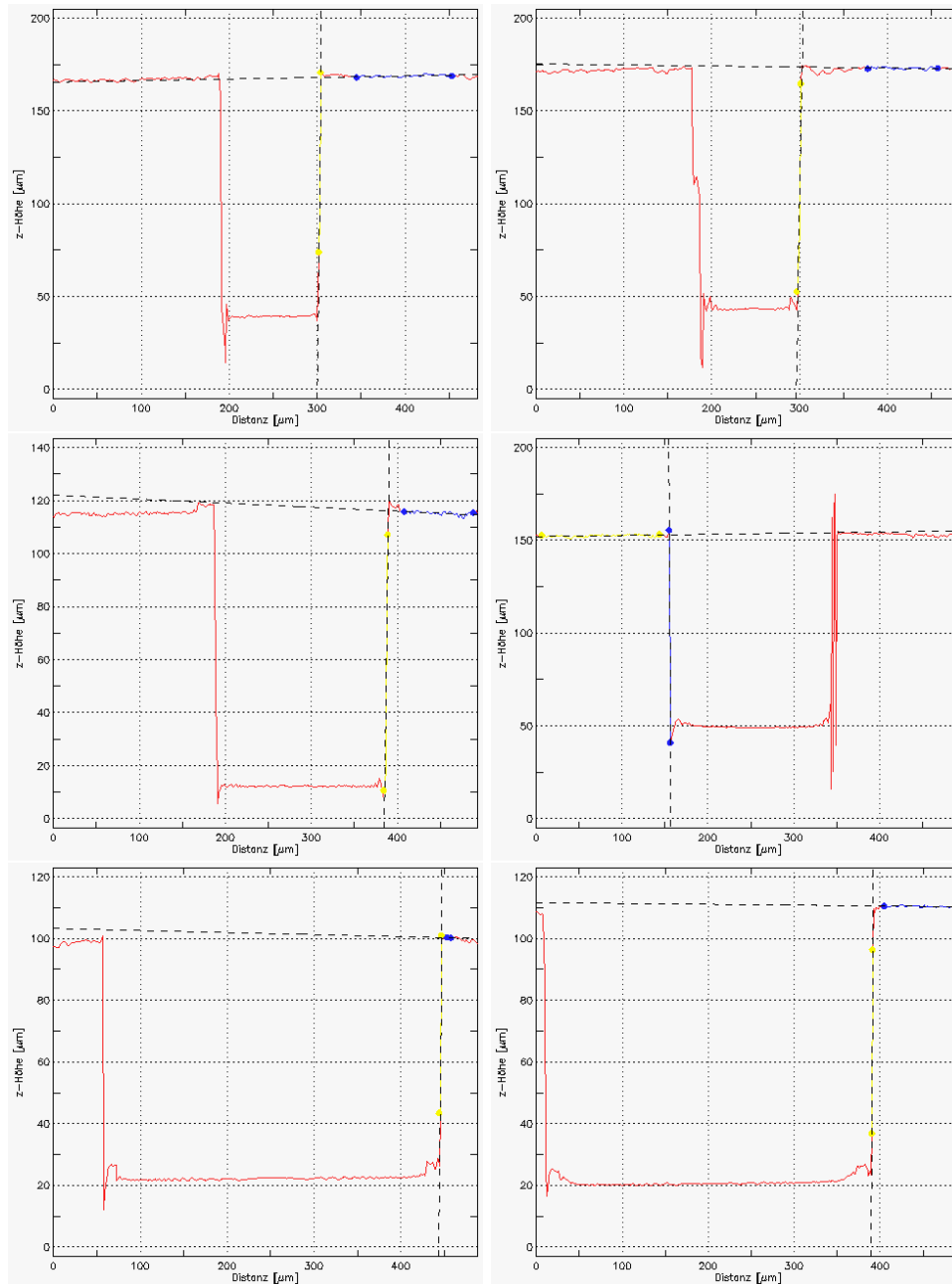


Abbildung 7.1: Kanalquerschnitte der Kanäle mit  $a = 1$  (kurz),  $a = 1$  (lang),  $a = 2$  (kurz),  $a = 2$  (lang),  $a = 5$  (kurz) und  $a = 5$  (lang).

## Kanaltiefe

Die Abbildung 7.2 zeigt den Verlauf des Kanalbodens zu den Seitenwänden (Abschnitt 3.1.3, Abbildung 3.6). Aus diesen Messungen ergibt sich die mittlere Kanaltiefe  $h$  und die Änderung der Kanaltiefe entlang des Kanals.

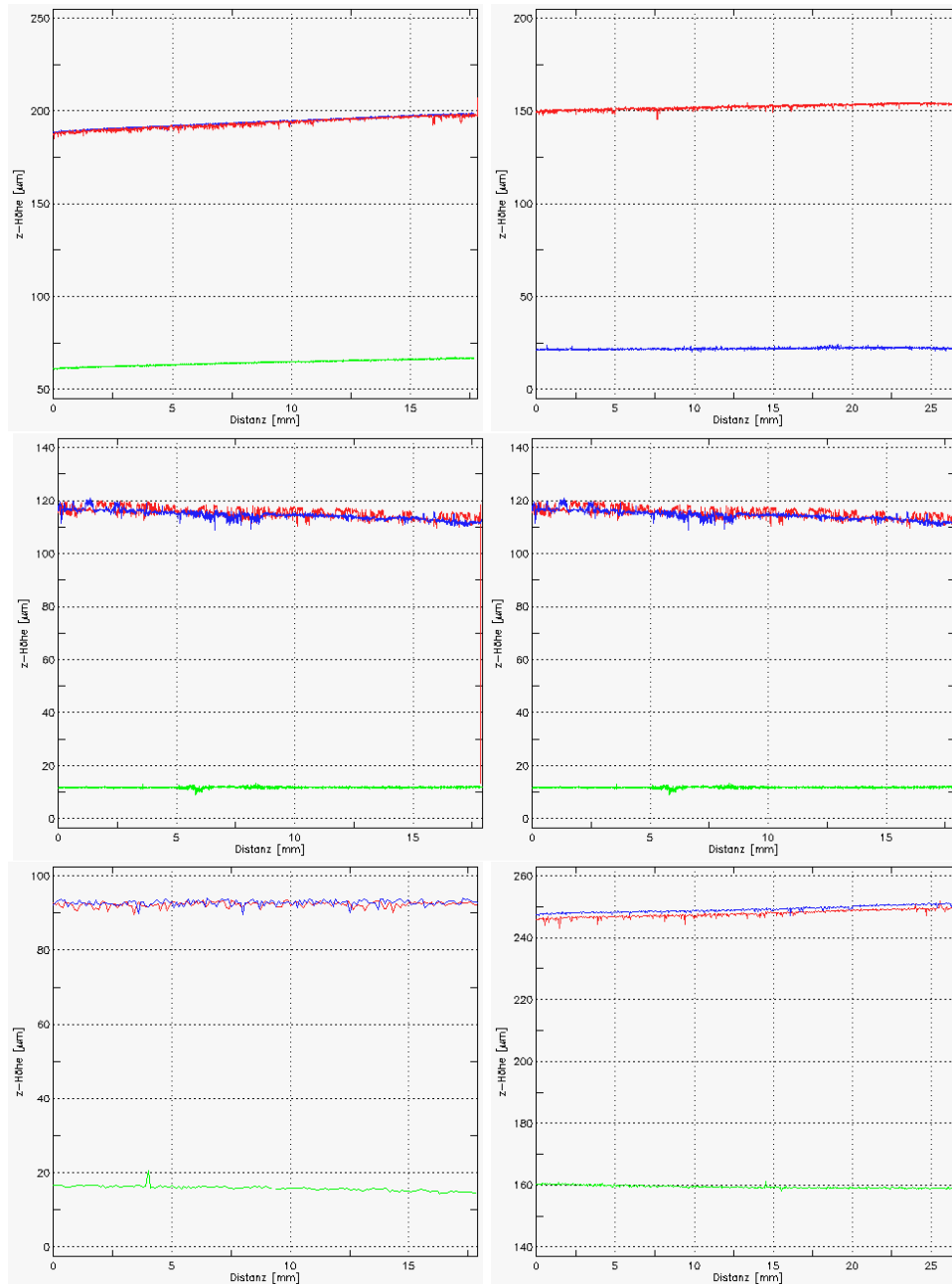


Abbildung 7.2: Kanaltiefe über Kanallänge, Kanalseitenverhältnis  $a = 1$  (kurz),  $a = 1$  (lang),  $a = 2$  (kurz),  $a = 2$  (lang),  $a = 5$  (kurz) und  $a = 5$  (lang).

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kreuzstrommikrowärmeübertrager und schematischer Aufbau, entnommen aus Schubert (2003). . . . .	1
1.2	Zwei exemplarische Messungen zum Druckverlust in Mikrokanälen aus der Literatur (Peng und Peterson (1996), Mala und Li (1999)). . . . .	3
2.1	Skizze des laminaren (links) und zeitgemittelten turbulenten (rechts) Geschwindigkeitsprofils einer Rohrströmung. . . . .	9
2.2	Skizze des sich entwickelnden laminaren Geschwindigkeitsprofils im Einlaufbereich. . . . .	11
2.3	Normierte Geschwindigkeitsprofile der turbulenten Kanalströmung im Einlauf eines quadratischen Kanals bei $Re = 250000$ , Messung von Gessner und Emerey (1981) in der Kanalmittelebene. . . . .	12
2.4	Verlauf der normierten und zeitgemittelten Mittengeschwindigkeit im Einlauf eines quadratischen Kanals bei $Re = 250000$ , Messung von Gessner und Emerey (1981), numerische Berechnung von Demuren und Rodi (1984). . . . .	13
2.5	Nikuradse-Diagramm für verschiedene Seitenverhältnisse $a$ , Messungen von Schiller (1923). . . . .	14
2.6	Druckdifferenz bei Durchströmen eines Kanals. . . . .	15
2.7	Abweichen der Druckdifferenz bei Berücksichtigung von Einlauf- und Ein-/Austrittseffekten für $Re = 1000$ . . . . .	16
2.8	Laminare und turbulente normierte Geschwindigkeitsprofile einer Rohrströmung nach Messungen von Ünsal und Durst (2006). . . . .	19
2.9	Gemessene Turbulenzintensität in Rohrmitte im Transitionbereich nach Ünsal und Durst (2006). . . . .	21
2.10	Von Kreplin und Eckelmann (1979) mittels Hitzdraht gemessene Turbulenzintensitäten in einem Kanal mit Seitenverhältnis $a = 4$ . . . . .	21
2.11	Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ in einem Kanal quadratischen Querschnitts über Kanalbreite $b$ bei halber Kanalhöhe $h$ , DNS-Simulation von Huser und Biringen (1993). . . . .	22
2.12	Turbulente kinetische Energie $k_t$ in einem Rechteckkanal (Seitenverhältnis $a = 8$ ) nach Rokni et al. (1998). . . . .	23
2.13	Mittels Hitzdrahtanemometrie von Eckelmann (1974) ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (PDF) einer turbulenten Kanalströmung an verschiedenen lateralen Positionen ( $R_h = 8200$ ). . . . .	24
2.14	Von Ünsal und Durst (2006) gemessener Intermittenzfaktor einer transitionellen Rohrströmung. . . . .	25
2.15	Nikuradse-Diagramm für den turbulenten Druckverlust glatter und rauer Kanäle. . . . .	27
2.16	Laminare Geschwindigkeitsprofil in halber Kanalhöhe ( $z = 0$ ) für verschiedene Seitenverhältnisse $a$ aufgetragen über der breiteren Kanalseite. . . . .	28
2.17	3D-Darstellung des laminaren Geschwindigkeitsprofils für die Seitenverhältnisse $a = 1$ , $a = 2$ und $a = 5$ . . . . .	29

## Abbildungsverzeichnis

2.18	Geometriefaktor $c$ des laminaren Druckverlustbeiwerts $\lambda_l$ in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis $a$ . . . . .	32
2.19	Turbulenzintensitäten einer Spaltströmung, DNS-Rechnung von Gilbert (1988). . . . .	37
2.20	Lokale Berechnungen der turbulenten kinetischen Energie $k_t$ von Demuren und Rodi (1984). . . . .	38
2.21	Lokale Messung von Melling und Whitelaw (1976) von $\hat{u}/u_m$ und $Ti_m$ einer sich entwickelnden turbulenten Strömung bei $Re = 80000$ für einen quadratischen Kanal. . . . .	38
3.1	Schematische Darstellung der Teststrecke. . . . .	41
3.2	Teststruktur und Versuchsstand. . . . .	42
3.3	Schematische Darstellung der langen und kurzen Kanalstrukturen. . . . .	42
3.4	3D-Darstellung der Kanäle mit Seitenverhältnis $a = 5$ aus Rauigkeitsmessung, links: nicht zusätzlich aufgeraut, rechts: mit Sandstrahlen aufgeraut. . . . .	44
3.5	Rauigkeitsverlauf entlang des kurzen Kanals mit Seitenverhältnis $a = 1$ in Kanalmitte über der Kanallänge. . . . .	45
3.6	Messung der Kanaltiefe entlang des langen Kanals, Seitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	45
3.7	Querschnittsprofil des Kanals mit Seitenverhältnis $a = 5$ , lang, mit Sandstrahlen aufgeraut. . . . .	47
3.8	Temperaturdifferenz zwischen Kanalein- und austritt in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl. . . . .	49
3.9	Herleitung des Druckverlusts für eingelaufene Mikroströmung. . . . .	51
3.10	$\mu$ PIV Messaufbau. . . . .	55
3.11	Kreuzkorrelation von zwei Abfragefenstern für die Vektorbestimmung bei PIV-Messungen. . . . .	55
3.12	Fensterversatz bei hohen Geschwindigkeiten. . . . .	56
3.13	Standardabweichungen der Geschwindigkeitsmesswerte für $u$ und $v$ bei $n$ Messwerten, Kanalseitenverhältnis $a = 2$ , (a): laminare Strömung ( $Re = 639$ ), (b): turbulente Strömung ( $Re = 3072$ ). . . . .	59
3.14	Geschwindigkeitsfeld einer laminaren Strömung und gemittelttes Profil, Seitenverhältnis $a = 2$ , $Re = 638$ . . . . .	62
3.15	Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung und gemittelttes Profil, Seitenverhältnis $a = 2$ , $Re = 3139$ . . . . .	63
3.16	Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit $u$ im Kanalzentrum einer intermittierenden Strömung für den Kanal mit Seitenverhältnis $a = 2$ , $Re = 2113$ . . . . .	63
3.17	Störungsstromliniendarstellung laminarer und turbulenter Intervalle einer intermittierenden Strömung für den Kanal mit Seitenverhältnis $a = 2$ , $Re = 2113$ . . . . .	64
3.18	Auswirkung der Schwingung des Messaufbaus auf $Ti_x$ . . . . .	67
4.1	Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	69
4.2	Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	69
4.3	Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	70
4.4	Nicht korrigiertes Nikuradse-Diagramm der Einzelkanäle, aufgerauter Kanal, Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	70
4.5	Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	71

## Abbildungsverzeichnis

4.6	Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	72
4.7	Nikuradse-Diagramm für die vollständig eingelaufene Mikroströmung, Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	73
4.8	Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile $\bar{u}/u_m$ über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und $\hat{u}/u_m$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	74
4.9	Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile $\bar{u}/u_m$ über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und $\hat{u}/u_m$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	75
4.10	Relative Abweichung $\Delta u_{rel}$ von der laminaren Strömung im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für die Kanalseitenverhältnisse $a = 1$ und $a = 2$ . . . . .	75
4.11	Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile $\bar{u}/u_m$ über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und $\hat{u}/u_m$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	76
4.12	Normierte gemittelte Geschwindigkeitsprofile $\bar{u}/u_m$ über Kanalbreite ( $z = h/2$ ) und $\hat{u}/u_m$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im aufgerauten Kanal. . . . .	76
4.13	Relative Abweichung $\Delta u_{rel}$ von der laminaren Strömung im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ , normaler und aufgerauten Kanal. . . . .	77
4.14	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	78
4.15	Turbulenzintensität $Ti_y$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	78
4.16	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	79
4.17	Turbulenzintensität $Ti_y$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	79
4.18	Turbulenzintensität $Ti$ normiert mit Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für die Kanalseitenverhältnisse $a = 1$ und $a = 2$ . . . . .	80
4.19	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	80
4.20	Turbulenzintensität $Ti_y$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	81
4.21	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im aufgerauten Kanal. . . . .	81
4.22	Turbulenzintensität $Ti_y$ normiert mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im aufgerauten Kanal. . . . .	82

## Abbildungsverzeichnis

4.23	Turbulenzintensität $T_i$ normiert mit Geschwindigkeit $\hat{u}$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im normalen und aufgerauten Kanal. . . . .	82
4.24	Normierte Reynolds-Schubspannungen $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$ über Kanal in der Mitten-ebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	83
4.25	Normierte Reynolds-Schubspannungen $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$ über Kanal in der Mitten-ebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	84
4.26	Normierte Reynolds-Schubspannungen $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$ über Kanal in der Mitten-ebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	84
4.27	Normierte Reynolds-Schubspannungen $\overline{u'v'}/\hat{u}^2$ über Kanal in der Mitten-ebene $z = h/2$ für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im aufgerauten Kanal. . . . .	85
4.28	Turbulente kinetische Energie $k_t$ über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	85
4.29	Turbulente kinetische Energie $k_t$ über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	86
4.30	Turbulente kinetische Energie $k_t$ über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	86
4.31	Turbulente kinetische Energie $k_t$ über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ und im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) über der Reynolds-Zahl für ein Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im aufgerauten Kanal. . . . .	87
4.32	Intermittenzfaktor $\gamma$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für die Kanalseitenverhältnisse $a = 1$ und $a = 2$ . . . . .	88
4.33	Intermittenzfaktor $\gamma$ im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) für das Kanalseitenverhältnis $a = 5$ im normalen und aufgerauten Kanal. . . . .	88
4.34	Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei $Re = 1865$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	90
4.35	Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei $Re = 3463$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	91
4.36	Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei $Re = 2113$ , Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	92
4.37	Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei $Re = 3716$ , Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	93
4.38	Wahrscheinlichkeitsdichten einer intermittierenden Strömung bei $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	94
4.39	Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei $Re = 3776$ , Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	95
4.40	Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei $Re = 1778$ , Kanalseitenverhältnis $a = 5$ , aufgerauter Kanal. . . . .	96
4.41	Normierte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ an verschiedenen axialen Positionen bei $Re = 1097$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	97
4.42	Zeitgemittelte und normierte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ an verschiedenen axialen Positionen bei $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	98

## Abbildungsverzeichnis

4.43	Zeitgemittelte Geschwindigkeitsprofile über den Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ an verschiedenen axialen Positionen bei $Re = 1352$ , Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	99
4.44	Normierte mittlere Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = b/2, z = h/2$ ) entlang des Kanals bei $Re = 1097$ und $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	99
4.45	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit maximaler Geschwindigkeit $\hat{u}$ über dem Kanal in der Mittenebene $z = h/2$ für $Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	101
4.46	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals, $Re = 1918, Re = 2564$ , Kanalseitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	101
4.47	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals, $Re = 2738$ , Kanalseitenverhältnis $a = 2$ . . . . .	102
4.48	Turbulenzintensität $Ti_x$ normiert mit der Geschwindigkeit im Kanalzentrum ( $y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2}$ ) entlang des Kanals, $Re = 3287$ , Kanalseitenverhältnis $a = 5$ . . . . .	102
4.49	Lokale Wahrscheinlichkeitsdichten einer turbulenten Strömung bei $Re = 2564$ bei (1) $x = 500 - 950 \mu m$ , (2) $x = 2000 - 2450 \mu m$ , (3) $x = 5000 - 5450 \mu m$ , Seitenverhältnis $a = 1$ . . . . .	103
5.1	Grenzen der Transition in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis $a$ . . . . .	111
7.1	Kanalquerschnitte der Kanäle mit $a = 1$ (kurz), $a = 1$ (lang), $a = 2$ (kurz), $a = 2$ (lang), $a = 5$ (kurz) und $a = 5$ (lang). . . . .	127
7.2	Kanaltiefe über Kanallänge, Kanalseitenverhältnis $a = 1$ (kurz), $a = 1$ (lang), $a = 2$ (kurz), $a = 2$ (lang), $a = 5$ (kurz) und $a = 5$ (lang). . . . .	128

# Tabellenverzeichnis

1.1	Exemplarischer Vergleich zwischen Mikrokanal und makroskopischem Kanal.	2
2.1	Einlaufänge $l_e$ und Druckverlust im Einlaufbereich für laminare Rechteckkanalströmung nach Ward-Smith (1980).	11
2.2	Verhältnis der Maximalgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis.	29
2.3	Kritische Reynolds-Zahlen nach Berechnung von Hanks und Ruo (1966).	30
2.4	Geometriefaktoren für $\lambda_l$ in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis $a$ .	32
2.6	Literaturübersicht numerischer und experimenteller Untersuchungen transitioneller und turbulenter Kanalströmung verschiedener Seitenverhältnisse.	39
3.1	Vorgegebene Geometriedaten der Mikrokanäle.	42
3.2	Geometriedaten der untersuchten Mikrokanäle.	43
3.3	Unterschiede der Kanaltiefen $\Delta h$ entlang der Kanäle.	46
3.4	Kantensteilheit $\alpha$ der Kanäle.	46
3.5	Absolute und relative Messfehler der verschiedenen Größen.	51
3.6	Relative Fehler von $Re$ , $\lambda$ und $\lambda_s$ für die einzelnen Kanäle.	53
4.1	Druckverlustkorrelation für eingelaufene Mikroströmung.	72
4.2	Transitionsbereiche aus den Druckverlustkorrelationen.	73
4.3	Reynolds-Zahlbereich für die Transition aus den Messungen.	89
4.4	Laminare Einlaufängen $l_e$ .	100
4.5	Gemessene turbulente Einlaufängen und theoretischer Wert $l_{e,t}$ für Kreisrohre nach (2.23).	100
5.1	(Reskalierte) Reynolds-Zahlen für den Transitionsbereich: $Re_h$ gebildet mit der Kanalhöhe $h$ , $Re_*$ reskaliert nach Obot (1988).	112
5.2	Reynolds-Zahlen an den Grenzen des Transitionsbereichs für rechteckige Mikrokanäle unterschiedlicher Seitenverhältnisse nach Morini (2004).	112



# Literaturverzeichnis

- Adrian, R. J.: 2005, Twenty years of particle image velocimetry, *Experiments in Fluids* **39**(2), 159–169.
- Adrian, R. J., Christensen, K. T. und Liu, Z. C.: 2000, Analysis and interpretation of instantaneous turbulent velocity fields, *Experiments in Fluids* **29**, 275–290.
- Bayly, B. J. und Orszag, S. A.: 1988, Instability mechanisms in shear-flow transition, *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **20**, 359–391.
- Blasius, H.: 1913, Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten, *Forsch. Ar. Ing.-Wes., Berlin* **131**.
- Bohl, W.: 2002, *Technische Strömungslehre*, Vogel Buchverlag, Würzburg.
- Bourdon, C. J., Olsen, M. G. und Gorby, A. D.: 2004, Validation of an analytical solution for depth of correlation in microscopic particle image velocimetry, *Measurement Science And Technology* **15**, 318–327.
- Brutin, D. und Tadriss, L.: 2003, Experimental friction factor of a liquid flow in microtubes, *Physics of Fluids* **15**(3), 653–661.
- Brutin, D., Topin, F. und Tadriss, L.: 2003, Transient method for the liquid laminar flow friction factor in microtubes, *AIChE Journal* **49**(11), 2759–2767.
- Choi, S., Karniadakis, G. und Trimmer, W.: 1991, Fluid flow and heat transfer in microtubes, *Micromechanical Sensors, Actuators and Systems* **32**, 123.
- Dean, R. B.: 1978, Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow, *Journal of Fluids Engineering* **100**.
- Demuren, A. O. und Rodi, W.: 1984, Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts, *Journal of Fluid Mechanics* **140**, 189–222.
- Durst, F., Melling, A. und Whitelaw, J.: 1976, *Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry*, Academic Press, London.
- Eckelmann, H.: 1974, The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics* **65**(03), 439–459.
- Filippov, G. V.: 1958, On turbulent flow in the entrance length of a straight tube of circular cross-section, *Sov. Phys.-Dokl.* **3**, 1681–1686.
- Gessner, F. B. und Jones, J. B.: 1965, On some aspects of fully-developed turbulent flow in rectangular channels, *Journal of Fluid Mechanics* **23**, 689–713.
- Gessner, F. und Emerey, A.: 1981, The numerical prediction of developing turbulent flow in rectangular ducts., *Journal of Fluids Engineering* **103**, 445.

## Literaturverzeichnis

- Gilbert, N.: 1988, *Numerische Simulation der Transition von der laminaren in die turbulente Kanalströmung*, Dissertation, Universität Karlsruhe.
- Gloss, D., Köcke, I. und Herwig, H.: 2007, Micro channel roughness effects: A close-up view, Proc. Int. Conf. Nano-, Micro-, Minichannels (ICNMM2007), no. 30034, Puebla, Mexico.
- Hanks, R. W. und Ruo, H. C.: 1966, Laminar-turbulent transition in ducts of rectangular cross section, *Industrial And Engineering Chemistry Fundamentals* **5**, 558–568.
- Herwig, H.: 2002, *Strömungsmechanik*, Springer.
- Hetsroni, G., Mosyak, A., Pogrebnyak, E. und Yarin, L.: 2005, Fluid flow in micro-channels, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **48**, 1982–1998.
- Hrnjak, P. und Xiao, T.: 2005, Single-phase pressure-drop in microchannels, *ECI International Conference on Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale*.
- Huser, A. und Biringen, S.: 1993, Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct, *Journal of Fluid Mechanics* **257**, 65–95.
- Hussain, A. und Reynolds, W.: 1975, Measurements in fully developed turbulent channel flow, *Journal of Fluids Engineering* **92**, 568–580.
- Idelchik, I. E.: 1986, *Handbook of Hydraulic Resistance*, Hemisphere Publ. Co.
- Islam, S. M., Haga, K., Kaminaga, M., Hino, R. und Monde, M.: 2002, Experimental analysis of turbulent flow structure in a fully developed rib-roughened rectangular channel with PIV, *Experiments in Fluids* **33**(2), 296–306.
- Jones Jr., D. C.: 1976, An improvement in the calculation of turbulent friction in rectangular ducts, *ASME Transactions Journal of Fluids Engineering* **98**, 173–180.
- Judy, J., Maynes, D. und Webb, B. W.: 2002, Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **45**(17), 3477–3489.
- Kandlikar, S. G. M. und Schmitt, D.: 2005, Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in minichannels, *Physics of Fluids* **17**(10).
- Kastrinakis, E. G. und Eckelmann, H.: 1983, Measurement of streamwise vorticity fluctuations in a turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics* **137**, 165–186.
- Keane, R. und Adrian, R.: 1992, Theory of cross-correlation analysis of PIV images, *Journal of Applied Scientific Research* **49**, 191–215.
- Keane, R. D. und Adrian, R. J.: 1990, Optimization of particle image velocimeters. I. Double pulsed systems, *Measurements Science and Technology* **1**, 1202–1215.
- Kim, J., Moin, P. und Moser, R.: 1987, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics* **177**, 133–166.
- Klebanoff, P. S., Tidstrom, P. S. und Sargent, L. M.: 1962, The three-dimensional nature of boundary-layer instability, *Journal of Fluid Mechanics* **12**, 1–34.

- Kleiser, L.: 1985, Three-dimensional processes in laminar-turbulent transition, *Nonlinear dynamics of transcritical flows; Proceedings of the International Colloquium, Bonn, West Germany, March 26, 1984 (A86-18052 06-34)*. Berlin and New York, Springer-Verlag, 1985, p. 123-154., pp. 123–154.
- Kohl, M. J., Abdel-Khalik, S., Jeter, S. M. und Sadowski, D. L.: 2005, An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **48**, 1518–1533.
- Koo, J. und Kleinstreuer, C.: 2003, Liquid flow in microchannels: experimental observations and computational analyses of microfluidics effects, *J. Micromech. Microeng.* **13**, 568–579.
- Koster, J. N.: 1980, *Freie Konvektion in vertikalen Spalten*, Dissertation, Universität Karlsruhe.
- Kreplin, H. und Eckelmann, H.: 1979, Behaviour of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent flow, *Physics of Fluids* **22**.
- Lempert, W. R. und Harris, S. R.: 2000, Flow tagging velocimetry using caged dye photo-activated fluorophores, *Measurement Science And Technology* **11**, 1251–1258.
- Li, H., Ewoldt, R. und Olsen, M. G.: 2005, Turbulent and transitional velocity measurements in a rectangular microchannel using microscopic particle image velocimetry, *Experimental Thermal and Fluid Science* **29**(4), 435–446.
- Li, H. und Olsen, M. G.: 2006a, Aspect ratio effects on turbulent and transitional flow in rectangular microchannels as measured with microPIV, *Journal of Fluids Engineering* **128**(2), 30–315.
- Li, H. und Olsen, M. G.: 2006b, Examination of large-scale structures in turbulent microchannel flow, *Experiments in Fluids* **40**(5), 733–743.
- Li, H. und Olsen, M. G.: 2006c, MicroPIV measurements of turbulent flow in square microchannels with hydraulic diameters from 200 $\mu\text{m}$  to 640 $\mu\text{m}$ , *International Journal of Heat And Fluid Flow* **27**(1), 12–134.
- Mala, G. M. und Li, D.: 1999, Flow characteristics of water in microtubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **20**, 142–148.
- McComas, S. T.: 1967, Hydrodynamic entrance lengths for ducts of arbitrary cross section, *Trans. ASME Ser. D* **89**, 847–850.
- Meinhart, C. D., Wereley, S. T. und Gray, M. H. B.: 2000, Volume illumination for two-dimensional particle image velocimetry, *Measurement Science And Technology* **11**, 809–814.
- Meinhart, C. D., Wereley, S. T. und Santiago, J. G.: 1999, PIV measurements of a microchannel, *Experiments in Fluids* **27**, 414–419.
- Melling, A. und Whitelaw, J. H.: 1976, Turbulent flow in a rectangular duct, *Journal of Fluid Mechanics* **78 part 2**, 289–315.
- Morini, G. L.: 2004, Laminar-to-turbulent flow transition in micro-channels, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering* **8**(1), 15–30.

## Literaturverzeichnis

- Morini, G. L., Lorenzini, M., Colin, S. und Geoffroy, S.: 2007, Experimental analysis of pressure drop and laminar to turbulent transition for gas flows in smooth microtubes, *Heat Transfer Engineering* **28**(8-9), 670–679.
- Nguyen, N.-T. und Wereley, S. T.: 2006, *Fundamentals And Applications of Microfluidics*, 2. Auflage, Artech House Publishers, Boston, London.
- Nikuradse, J.: 1930, Turbulente Strömung in nicht kreisförmigen Röhren, *Ingenieur-Archiv* **1** pp. 306–332.
- Nikuradse, J.: 1933, Strömungsgesetze in rauhen Röhren, *Forsch. Arb., Ing.-Wes.* **Heft 361**.
- Nishioka, M., Iid A, S. und Ichikawa., Y.: 1975, An experimental investigation of the stability of plane poiseuille flow, *Journal of Fluid Mechanics* **72**, 731–751.
- Obot, N.: 1988, Determination of incompressible flow friction in smooth circular and noncircular passages. A generalized approach including validation of the century old hydraulic diameter concept, *Journal of Fluids Engineering* **110**, 431–440.
- Oertel jr., H. und Böhle, M.: 1999, *Strömungsmechanik*, 2. Auflage, Vieweg, Braunschweig / Wiesbaden.
- Oertel Jr., H. und Delfs, J.: 1996, *Strömungsmechanische Instabilitäten*, Springer, Berlin Heidelberg.
- Olsen, M. G. und Adrian, R. J.: 2000, Out-of-focus effects on particle image visibility and correlation in microscopic particle image velocimetry, *Experiments in Fluids* **29**(7), 166–174.
- Papula, L.: 1997, *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3*, Vol. 3, 2. Auflage, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden.
- Park, H., Pak, J., Son, S., Lim, G. und Song, I.: 2003, Fabrication of a microchannel integrated with inner sensors and the analysis of its laminar flow characteristics, *Sensors and Actuators A: Physical* **103**(3), 317–329.
- Peng, X. F. und Peterson, G. P.: 1996, Convective heat transfer and friction for water flow in micro-channel structures, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **39**, 2599–2608.
- Peng, X. und Wang, B.: 1998, Forced convection and boiling, pp. 371–390.
- Pfund, D., Rector, D. und Shekarriz, A.: 2000, Pressure drop measurements in a microchannel, *Fluid Mechanics and Transport Phenomena* **46**(8), 1496–1507.
- Prandtl, L.: 2001, *Prandtl-Führer durch die Strömungslehre*, Vieweg Verlag, Braunschweig.
- Raffel, M., Willert, C. E. M. und Kompenhans, J.: 1998, *Particle Image Velocimetry*, Springer, Berlin, Heidelberg.
- Reichardt, H.: 1938, Messungen turbulenter Schwankungen, *Die Naturwissenschaften* **26**(24).
- Reichardt, H.: 1952, Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen, *Zeitschrift für angewandte Mathematik* **7**, 208–219.

## Literaturverzeichnis

- Rokni, M., Olsson, C.-O. und Sundén, B.: 1998, Numerical and experimental investigation of turbulent flow in a rectangular duct, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **28**(2), 225 – 242.
- Rotta, J. C.: 1972, *Turbulente Strömungen*, Teubner, Stuttgart.
- Saarenrinen, P., Piirto, M. und Eloranta, H.: 2001, Experiences of turbulence measurements with PIV, *Measurement Science And Technology* **12**, 1904–1910.
- Santiago, J. G., Wereley, S. T., Meinhart, C. D., Beebe, D. und Adrian, R. J.: 1998, A particle image velocimetry system for microfluidics, *Experiments in Fluids* **25**, 316–319.
- Schiller, L.: 1923, Über den Strömungswiderstand von Rohren verschiedenen Querschnitts und Rauheitsgrades, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* **1**, 2–12.
- Schlichting, H. und Gersten, K.: 2006, *Grenzschichttheorie, 10. überarbeitete Auflage*, Verlag G. Braun, Karlsruhe.
- Schubert, K.: 2003, Metallische Mikrostrukturapparate - neue Wege in der Verfahrenstechnik, *Forschungszentrum Karlsruhe Nachrichten, Mikrotechnik* **2-3**, 119–127.
- Sharp, K. V. und Adrian, R. J.: 2004, Transition from laminar to turbulent flow in liquid filled microtubes, *Experiments in Fluids* **36**, 741–747.
- Sinton, D.: 2004, Microscale flow visualization, *Microfluid Nanofluid* **1**, 2–21.
- Stone, S., Meinhart, C. D., Trethewey, D. C. und Wereley, S. T.: 2003, Out of plane spatial resolution of volume illumination PIV using a compound lens system, *5th International Symposium on Particle Image Velocimetry Busan, Korea, September 22-24, 2003*.
- Ünsal, B. und Durst, F.: 2006, Forced laminar-to-turbulent transition of pipe flows, *Journal of Fluid Mechanics* **560**(8), 449–464.
- VDI-Gesellschaft: 2002, *VDI-Wärmeatlas*, 9. Auflage, Springer, Berlin Heidelberg.
- Ward-Smith, A. J.: 1980, *Internal Fluid Flow*, Clarendon Press, Oxford.
- Westerweel, J., Draad, A. A., van der Hoeven, J. f. T. und Oord, I. v.: 1996, Measurement of fully-developed turbulent pipe flow with digital particle image velocimetry, *Experiments in Fluids* **20**, 165–177.
- Wibel, W. und Ehrhard, P.: 2006, Experiments on liquid pressure-drop in rectangular microchannels, subject to nonunity aspect ratio and finite roughness, Proc. Int. Conf. Nano-, Micro-, Minichannels (ICNMM2006), no. 96116, Limerick, Ireland.
- Wu, P. und Little, W.: 1983, Measurements of friction factors for the flow of gases in very fine channels used for microminiature joule-thomson refrigerators, *Cryogenics* **23**, 273.
- Wyganski, I. J. und Champagne, F. H.: 1973, On transition in a pipe. part 1. the origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug, *Journal of Fluid Mechanics* **59**, 281–335.
- Xu, B., Ooi, K. T., Mavriplis, C. und Zaghoul, M. E.: 2003, Evaluation of viscous dissipation in liquid flow in microchannels, *J. Micromech. Microeng.* **13**, 53–57.
- Yoshimura, T. und Tatsumi, T.: 1990, Stability of the laminar flow in a rectangular duct, *Journal of Fluid Mechanics* **212**(437-449).

## *Literaturverzeichnis*

- Zang, T. A. und Krist, S. E.: 1989, Numerical experiments on stability and transition in plane channel flow, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* **1**, 41–64.
- Zierep, J.: 1997, *Grundzüge der Strömungslehre*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Zierep, J. und Bühler, H.: 1991, *Strömungsmechanik*, Springer-Verlag, Berlin.

## **Lebenslauf**

Name: Wolf Wibel  
Geburtsdatum: 1.3.1977  
Geburtsort: Konstanz

### **Berufliche Tätigkeit**

- seit 5/2007 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mikroverfahrenstechnik (IMVT)  
/ Forschungszentrum Karlsruhe, Produktentwicklung und Industriekooperationen für thermische Mikroverfahrenstechnik
- 2003-2007 Experimentelle fluiddynamische Untersuchung laminarer, transitioneller und turbulenter Strömung in Mikrokanälen als Promotionsarbeit am Institut für Kern- und Energietechnik (IKET) / Forschungszentrum Karlsruhe

### **Studium**

- 1997-2002 Mikrosystemtechnik an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg am IMTEK  
(Institut für Mikrosystemtechnik)  
Abschluss: Dipl.-Ing.

### **Zivildienst**

- 1996-1997 Zivildienst in der Hauptgeschäftsstelle des Schwarzwaldvereins in Freiburg im Naturschutzbereich

### **Schulbildung**

- 1983-1987 Besuch der Emil-Thoma-Grundschule in Freiburg
- 1987-1996 Besuch des Berthold-Gymnasiums in Freiburg  
Abschluss: Abitur