

Zusammenfassung der Dissertation
A-Optimalität für den Vergleich mit einer Kontrolle bei Crossover-Designs
von Sabine Mersmann

Die konkrete und detaillierte Planung von Experimenten zur effizienten Datengewinnung nimmt eine zentrale Rolle innerhalb der modernen Statistik ein. Durch die Verwendung effizienter Versuchspläne lassen sich Kosten- und Zeitaufwand eines Experiments bei gleichzeitiger Steigerung der Datenqualität verringern. Leider stellt sich die Konstruktion effizienter Designs für komplexe Blockmodelle als schwierige Aufgabe dar. Da kleine Änderungen am Design zu nicht-stetigen Änderungen im Wert der standardmäßig verwendeten Optimalitätskriterien führen, ist aus mathematischer Sicht hier die Lösung eines diskreten Optimierungsproblems notwendig. Eine erstmals von Kushner (1997) vorgestellte Methode überträgt dieses diskrete Optimierungsproblem in ein stetiges, konvexes Minimierungsproblem und leitet daraus eine potentiell scharfe Schranke für das zugrundeliegende Optimalitätskriterium ab.

In der vorliegenden Dissertation überprüfen wir die Übertragbarkeit des Kushner-Ansatzes auf komplexe Modelle am Beispiel eines Crossover-Modells mit Carryover-Effekten für den Vergleich mit einer Kontrolle, sowie einer zirkulären Version dieses Modells. Bei Verwendung dieser Modelle sind die aus dem Kushner-Ansatz resultierenden Funktionen jedoch nicht länger konvex. Dies führt zu Problemen bei der analytischen Lösung des nun nicht mehr konvexen Minimierungsproblems. Für das nicht-zirkuläre Modell gelingt uns daher lediglich für Designs mit $p = 3$ Perioden und $t \geq 3$ Testbehandlungen die analytische Bestimmung dieses globalen Minimums. Die resultierende Schranke l^* ist potentiell scharf und für alle t besser als der Wert einer bereits bekannten, naiven Schranke aus dem einfachen Blockmodell. Für $p \geq 4$ Perioden scheitert die Bestimmung des globalen Minimums an der komplexen Gestalt der zu untersuchenden Funktionen. Hier ist uns nur die Bestimmung eines Punktes auf der Maximumfunktion für beliebige $p \geq 4$ und $t \geq p - 1$ möglich. Dieser Wert liefert jedoch in jedem Fall eine Schranke l^* für den A_{tc} -Wert, die noch immer eine deutliche Verbesserung gegenüber der naiven Schranke aus dem einfachen Blockmodell darstellt. Mit Hilfe der ermittelten Schranken können wir nun beispielsweise die hohe Effizienz der von Hedayat und Yang (2005) vorgestellten Designs nachweisen.

Im Falle zirkulärer Modelle stellt sich die Situation sehr ähnlich dar. Für viele Kombinationen von t und p können wir scharfe Schranken für das A_{tc} -Kriterium bestimmen, bei einigen anderen ist dies aufgrund der komplexen Gestalt der zu untersuchenden Funktionen nicht möglich. Gegenüber dem nicht-zirkulären Modell können wir allerdings für einige wenige Kombinationen von p und t sogar Konstruktionsvorschläge für optimale Designs auf Basis der durch die Kushner-Methode gewonnenen Erkenntnisse liefern.

1. Kushner, H. B. (1997). Optimal repeated measurements designs: The linear optimality equations. *Annals of Statistics*, 25(6):2328-2344.
2. Hedayat, A. S. und M. Yang (2005). Optimal and efficient crossover designs for comparing test treatments with a control. *Annals of Statistics*, 33(2):915-943.