

Impedanztomografie an plattierten Blechen

Dem Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Dortmund
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Martin Teiner

aus Hamm

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. M. Uhle
Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. W. Glauert
Tag der mündlichen Prüfung: 02. Juni 2010

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Assistent am Fachgebiet Messtechnik im Fachbereich Maschinenbau der Universität Dortmund. Allen, die hierzu beigetragen haben, gilt mein persönlicher Dank.

Ganz besonders möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Uhle bedanken, der mir den Freiraum gegeben hat, mich persönlich weiterzuentwickeln, und mich während der Durchführung dieser Arbeit betreut hat.

Für die Übernahme des Koreferats sowie seine kritische Durchsicht der Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Glauert.

Herrn Dr. rer. nat. Matthias Köhler von der Firma Wickeder Westfalenstahl danke ich für die anregenden Gespräche und die Bereitstellung der Messproben.

Meinen Dank möchte ich auch Herrn Wilhelm Cleves für die vielen persönlichen Gespräche und für die aufmunternden Worte in schweren Phasen aussprechen.

Bei meiner Familie, insbesondere meiner Frau Sandra Serio, bedanke ich mich für die aufgebrachte Unterstützung, Geduld und Nachsicht, die sie mir während dieser Zeit entgegengebracht haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Plattierverfahren	5
2.1	Sprengplattieren	5
2.2	Warmwalzplattieren	6
2.3	Kaltwalzplattieren	7
3	Zerstörungsfreie Schichtprüfverfahren	10
3.1	Ultraschallverfahren	10
3.1.1	Durchschallungsverfahren	12
3.1.2	Impuls-Echo-Verfahren	12
3.2	Radiographische Verfahren	14
3.2.1	Durchstrahlungsverfahren	15
3.2.2	Rückstreuverfahren	15
3.3	Elektromagnetische Prüfverfahren	17
3.3.1	Widerstandsmessung	18
3.3.2	Magnetisches Verfahren	18
3.3.3	Wirbelstromverfahren	20
4	Elektromagnetische Felder bei Gleichstrom	25
4.1	Das magnetische Feld im mehrschichtigen Leiter	25
4.2	Das Potentialfeld im stromdurchflossenen Körper	30
4.2.1	Idealer Potentialverlauf in einem Quader	30
4.2.2	Numerische Berechnung des Potentials	36
4.2.3	Wärmediffusion bei Haftungsfehlern in einer Plattierung	46
5	Elektromagnetische Wechselfelder	52
5.1	Wechselfeld in der unendlich ausgedehnten Ebene	52
5.2	Wechselfeld des unendlich langen Leiters	56
6	Messaufbau und Rekonstruktionsergebnisse	70
7	Zusammenfassung und Ausblick	79
A	Beispiele für Wirbelfelder in Plattierungen	81

Kapitel 1

Einleitung

In der Werkstofftechnik ist man bestrebt Werkstoffe zu entwickeln, die die anwendungsspezifisch sinnvollen Eigenschaften unterschiedlicher Materialien miteinander vereinen. Zugleich sollen diese jedoch kostengünstig in der Herstellung sein. Ein Verfahren, das in diesem Kontext bei Metallen Anwendung findet, ist das Plattieren von Werkstoffen. Dabei werden Metallkombinationen entsprechend den geforderten Eigenschaften ausgesucht und zu einem Verbund zusammengebracht. Die Gründe für den Einsatz dieser plattierten Metalle sind dabei sehr vielseitig. Zu nennen sind insbesondere die Reduzierung der Materialkosten durch die Kombination teurer und preiswerter Metalle, die Vereinfachung des Handhabungsaufwands beispielsweise bei Stanzoperationen oder die Veränderung der Materialeigenschaften, wie der Leitfähigkeit oder dem Wärmereflektionsvermögen. Während bei der Herstellung von Grobblechen Warmwalz- oder Sprengplattierungsprozesse ihren Einsatz finden, wird insbesondere bei Fein- und Feinstblechen dieser Verbund durch das Kaltwalzverfahren hergestellt. Durch Einbringen von Energie werden in der Berührungszone Umstrukturierungsprozesse auf atomarer Ebene initiiert, die zu einer untrennbaren metallischen Bindung führen. Somit ist der plattierte Werkstoff ein untrennbares, mehrschichtiges Blech, dessen einzelne Lagen aus den ursprünglichen Materialien bestehen. Die Kenngrößen der einzelnen Plattierpartner werden durch den Plattierprozess nicht verändert; die globalen Eigenschaften des Verbundes ergeben sich aus der jeweiligen Werkstoffkombination. Je nach Bedarf können die Anzahl der Lagen sowie die jeweiligen Schichtdicken variiert werden ([1]). Die Anwendungsgebiete sind somit sehr weit gefächert und reichen von der Münzprägung bis hin zu Haushaltswaren, wie zum Beispiel Töpfe und Pfannen ([2], [3]). Aber auch in den Technologiesektoren der Automobilindustrie und der Aviation kommen Komponenten aus plattierten Werkstoffen zum Einsatz ([4]).

In erster Linie sind Materialkombinationen zu finden, bei denen die geforderten Festigkeitseigenschaften durch den leistungsfähigen und preisgünstigen Grundwerkstoff Stahl sichergestellt werden, während geeignete Auflagematerialien spezielle physikalische, chemische oder mechanische Eigenschaften in den Verbund einbringen. Die sich daraus ergebenden Möglichkeiten wurden im chemischen Apparatebau schon vor Jahren erkannt ([5], [6], [7]) und demzufolge finden diese Werkstoffe besonders im Anlagenbau ihren Einsatz. Für derart sicherheitsrelevante Anwendungen ist es von Bedeutung, den

Herstellungsprozess zu überwachen, um die Qualität des Produkts bezüglich Toleranzen und Fehlern garantieren zu können. Zudem sollte diese Prüfung kostengünstig sein und den Werkstoff nicht beschädigen. Von der Vielzahl der Parameter, die für die Qualität und die Zuverlässigkeit des Werkstoffs von Bedeutung sind, wird der Fokus in dieser Arbeit auf der Bestimmung der Schichtdicken der einzelnen Blechlagen sowie dem Auffinden von Haftungsfehlern an den Grenzen der Metallschichten gelegt. Diesbezüglich werden in der Metallverarbeitung hauptsächlich Ultraschall-, radiographische und elektromagnetische Verfahren angewandt ([8]). Die Anwendung an plattierten Werkstoffen findet bislang jedoch nur eingeschränkt statt, da die Verfahren zumeist nur auf bestimmte Materialkombinationen ([9], [10]) bzw. geometrische Anordnungen ([11]) anwendbar sind. [12] hat sich insbesondere mit den auf Ultraschall basierenden Standardverfahren befasst und kommt zu dem Schluß, dass sich diese wegen der dünnen Auflagewerkstoffe der Plattierungen nicht mehr zuverlässig einsetzen lassen. Des Weiteren spielen der technische Aufwand ([13]) und die Sicherheitsanforderungen, wie z.B. im Falle der radiographischen Verfahren, eine wichtige Rolle.

Da die unterschiedlichen Plattierpartner häufig auch sehr unterschiedliche elektrische Leitfähigkeiten aufweisen, liegt der Gedanke nahe, diese zu nutzen, um das Blech im Sinne der Qualitätssicherung zu prüfen.

In den Bereichen der Medizin ([14], [15]) und der Geologie ([16], [17]), in denen es eher nicht-metallische Werkstoffkombinationen zu charakterisieren gilt, werden häufig Potential- oder Widerstandsmessungen durchgeführt, die es ermöglichen Rückschlüsse auf die innere Struktur zu ziehen. Dort ist insbesondere die elektrische Impedanztomografie ([18], [19]) ein gebräuchliches, bildgebendes Verfahren, mit dem selbst komplexe Strukturen aufgrund der frequenzabhängigen Widerstandsänderungen untersucht werden können. Aber auch in die Materialprüfung von zusammengesetzten Kunststoffen, wie z.B. in [20] beschrieben, ist diese Applikation vorgedrungen und wird zum Auffinden von Fehlstellen eingesetzt. Aufgrund des einfachen geometrischen Aufbaus eines plattierten Blechs ist der Grundgedanke der Impedanzspektroskopie, aus der die elektrische Impedanztomografie als Verfahren zur visuellen Darstellung hervorgegangen ist ([21]), von besonderem Interesse.

Bei der Herstellung von Rohren und Blechen ([22]), aber auch in den unterschiedlichen Verkehrsbereichen der Automobilindustrie ([23], [24]), der Luftfahrt ([25]) sowie dem Schienenverkehr ([26], [27]), hat sich das Wirbelstromverfahren bewährt und wird dort beispielsweise zur Lackdickenprüfung, zur Rissprüfung und zur Prüfung von Schweiß- und Nietverbindungen eingesetzt. Dieses Verfahren beruht auf der elektromagnetischen Kopplung einer erregenden Spule und des Probekörpers. Die Wechselwirkungen haben eine Änderung des magnetischen Flusses zur Folge, der mittels einer Messspule aufgenommen und als Mass für die weitere Auswertung genutzt wird.

Obwohl beide Verfahren auf der elektromagnetischen Wechselwirkung mit den spezifischen elektrischen Leitfähigkeiten des Prüfkörpers beruhen, werden unterschiedliche physikalische Größen genutzt, um das Messobjekt zu charakterisieren. Aufgründessen werden, im Hinblick auf Schichtdickenbestimmungen der einzelnen Materialschichten und Fehlerdetektion der Potentialverlauf und das magnetische Feld einer stromdurchflossenen Plattierung analysiert, um daraus potentielle Messverfahren zur Bestimmung der Schichtdicken und zum Auffinden von Haftungsfehlern abzuleiten.

Kapitel 2

Herstellungsverfahren für Plattierungen

In der Metallbearbeitung bezeichnet der Begriff des Plattierens das Aufbringen einer höherwertigen Metallschicht auf ein anderes Metall, wobei die Schichten zumeist wesentlich dicker sind als dies bei anderen Oberflächenveredelungsverfahren der Fall ist. Durch physikalische Einflüsse, wie z.B. Temperatur und Druck, soll dabei eine untrennbare Struktur in dem Gefüge entstehen. Je nach Material, Form oder Einsatzgebiet kommen verschiedenartige Verfahren zur Herstellung der Plattierungen zum Einsatz. Als Beispiele seien Gußplattieren, Schweißplattieren, Angießen (Ionenplattieren), Tauchen und das galvanische Verfahren des Elektroplattierens genannt.

In der Produktion von Grobblechen finden die Verfahren des Warmwalzens und des Sprengplattierens ihren Einsatz, während Fein- und Feinstbleche überwiegend durch das Kaltwalzverfahren hergestellt werden. Die nachfolgenden Untersuchungen und Betrachtungen beziehen sich hauptsächlich auf diese Blechtypen. Um einen Einblick in den Aufbau und die Struktur dieser Bleche zu bekommen, werden daher zunächst die Produktionstechniken, wie sie in [1], [28], [29], [30] und [31] beschrieben sind, erläutert.

2.1 Sprengplattieren

Beim Sprengplattieren werden Grundwerkstoff und Aufagewerkstoff vorbehandelt, um Verunreinigungen von der Oberfläche zu entfernen und dann in geringem Abstand zu einander positioniert. Auf die Platte des Aufagewerkstoffs wird eine Schicht aus pulverförmigem Sprengstoff aufgetragen und an einem Punkt gezündet. Durch die Detonation knickt der Aufagewerkstoff ab und wird zum Grundwerkstoff hin beschleunigt, während sich die Detonationsfront über der Platte ausbreitet. Dieser Vorgang ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Durch die hohe kinetische Aufschlagsenergie wird das Material aus den Oberflächen herausgerissen und aus der Kontaktfront herausgeschleudert. Der Winkel zwischen den Metallen stellt somit einen wichtigen Prozessparameter dar, denn bei geeigneter Wahl des Winkels werden durch den sich bildenden Materialstrahl (Jet) verbliebene Oxide und Verunreinigungen aus der Bindezone entfernt. Durch den hohen

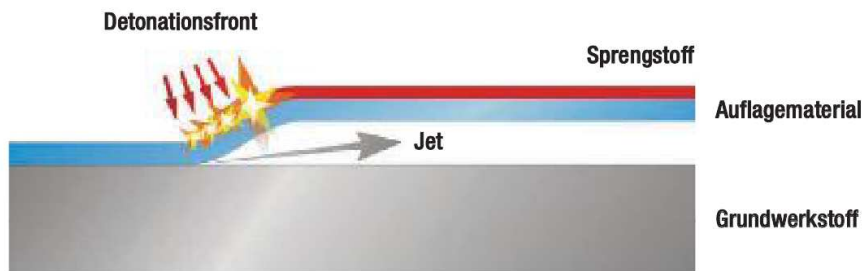


Abbildung 2.1: Verfahren des Sprengplattierens (Quelle: [1]).

Druck kommt es in den Oberflächenschichten zu Fließbewegungen, die ein wechselseitiges Aufstauen und ineinanderschieben der grenznahen Schichten zur Folge haben. Dies führt zu der wellenförmigen Bindezone, die in Abbildung 2.2 zu sehen ist. Da die metallischen Bindungen durch die Zuführung von kinetischer Energie aktiviert werden, findet ein Aufschmelzen der Materialien und der damit verbundenen Rekristallisation nur lokal statt. Dies stellt einen Vorteil des Verfahrens im Vergleich zu den thermisch aktivierenden Methoden des Warm- (Kapitel 2.2) und Kaltwalzens (Kapitel 2.3) dar, weil sich infolgedessen die meisten Materialkombinationen herstellen lassen. Mit Bezug auf die Abmessungen der Bleche ergeben sich durch den Prozess keine Einschränkungen der Breite und der Tiefe der Werkstoffe. Auch die Dicke des Grundwerkstoffs ist praktisch frei wählbar, allerdings begründen die auftretenden Kräfte, die auf den Auflagewerkstoff einwirken, Dicken, die allgemein zwischen 1mm und 15mm liegen. Das Sprengplattieren findet daher, wie das nachfolgende Verfahren des Warmwalzens, das Hauptanwendungsgebiet in der Herstellung von Grobblechen.

2.2 Warmwalzplattieren

Die Bindung des Grund- und des Auflagewerkstoffs erfolgt beim Warmwalzplattieren durch den Walzvorgang oberhalb der Rekristallisationsschwelle. Um bei diesem Vorgang eine qualitativ hochwertige Bindung zu gewährleisten, muss ein Walzpaket geschaffen werden, in dem die Kontaktflächen der Materialien frei von Zunder und Öl sind. Durch die meist stark differierenden Wärmeeigenschaften der Werkstoffe würde sich das gewalzte Paket, aufgrund der fehlenden Vor- und Rückzugkräfte beim Warmwalzen, verbiegen. Deshalb werden Walzpakete, wie in Abbildung 2.3 zu sehen, symmetrisch aufgebaut. Bei zweilagigen Verbunden ist das Walzpaket daher aus zwei Materialpaarungen zusammengesetzt, die durch eine nicht anhaftende Schicht voneinander getrennt sind. Das Paket wird an den Rändern gasdicht verschweißt und zur Vermeidung von neuen Oxidablagerungen durch Abpumpen der verbleibenden Luft evakuiert. Nach dem Evakuieren wird das Paket in einem Ofen auf eine von den Werkstoffen abhängige Temperatur gebracht und gewalzt. Dabei entstehen durch die Umformung und die Diffusionsvorgänge in den Materialien neue metallische Bindungen. Aufgrund des Rekristallisationsprozesses ist

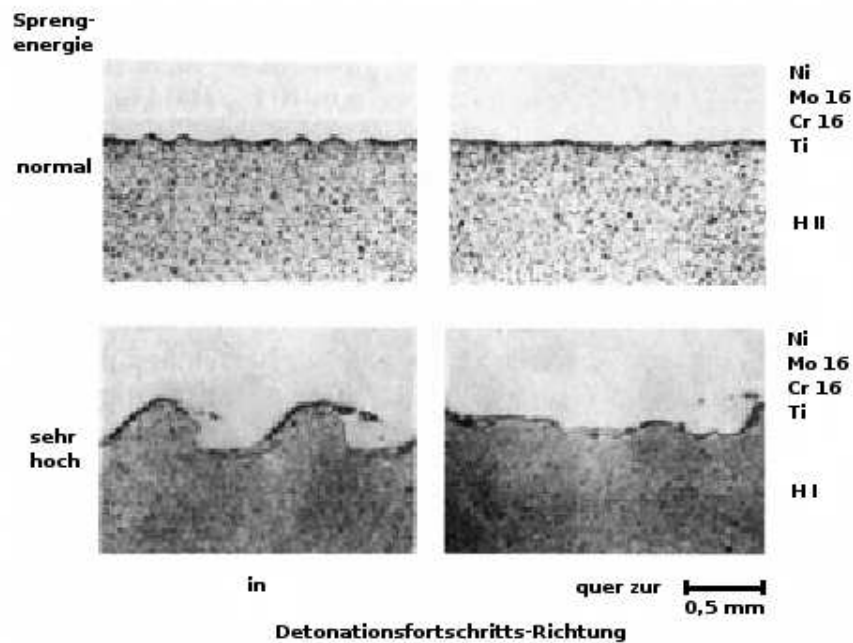


Abbildung 2.2: Bindezonen einer Sprengplattierung mit normaler (oben) und sehr hoher Sprengenergie (unten) (Quelle: [29]).

eine weiterführende Wärmebehandlung notwendig, durch die die gewünschten Gefügeeigenschaften eingestellt werden. Anschließend werden die verschweißten Ränder wieder aufgeschnitten und die Oberflächen zur Säuberung nachbearbeitet. Das Warmwalzplattieren wird überwiegend zur Herstellung von Grobblechen mit Dicken bis zu 150mm und teils darüber eingesetzt. Die Verbunde lassen sich aber auch zu Feinblechen und Bändern geringerer Dicken weiterverarbeiten, in denen die Dickenverhältnisse der einzelnen Lagen erhalten bleiben. Zudem weist die Bindungszone eines warmgewalzten Blechs, verglichen mit der wellenförmigen Bindungszone des sprengplattierten Blechs, eine ebene Grenzschicht auf, sodass sich die wellenförmige Bindungszone einer Sprengplattierung durch das anschließende Warmwalzen eibnen lässt, wie dies in Abbildung 2.4 gezeigt wird. Wegen der Erwärmung des Walzpakets beschränkt sich die Auswahl der Materialien allerdings auf Werkstoffe mit ähnlichem Schmelzpunkt und nicht zu unterschiedlichem Warmumformverhalten.

2.3 Kaltwalzplattieren

Während beim Warmwalzplattieren Umform- und Diffusionsvorgänge in einem Prozessschritt durchgeführt werden, laufen diese Vorgänge beim Kaltwalzplattieren getrennt voneinander ab. In einem ersten Walzprozess unterhalb der Rekristallisationstemperatur sind die Kern- und Auflagebänder einer hohen Dickenabnahme unterworfen und

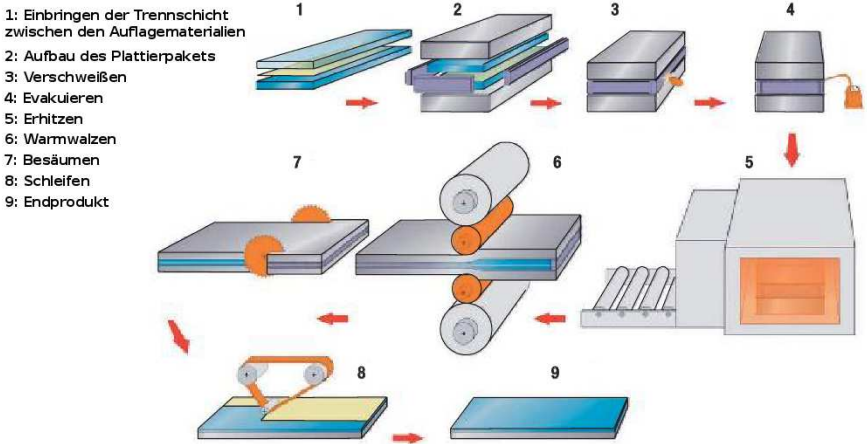


Abbildung 2.3: Herstellungsprozess einer warmgewalzten Plattierung (Quelle: [1]).

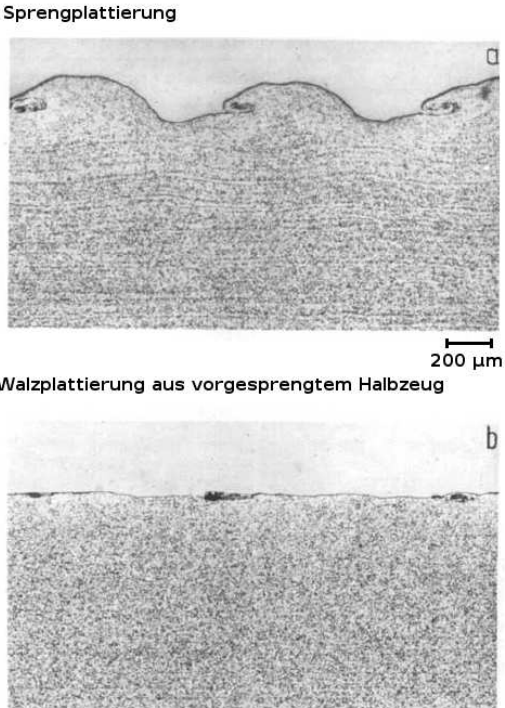


Abbildung 2.4: Bindezonen einer Sprengplattierung (oben) und einer Walzplattierung aus vorgesprengetem Halbzeug (Quelle: [32]).

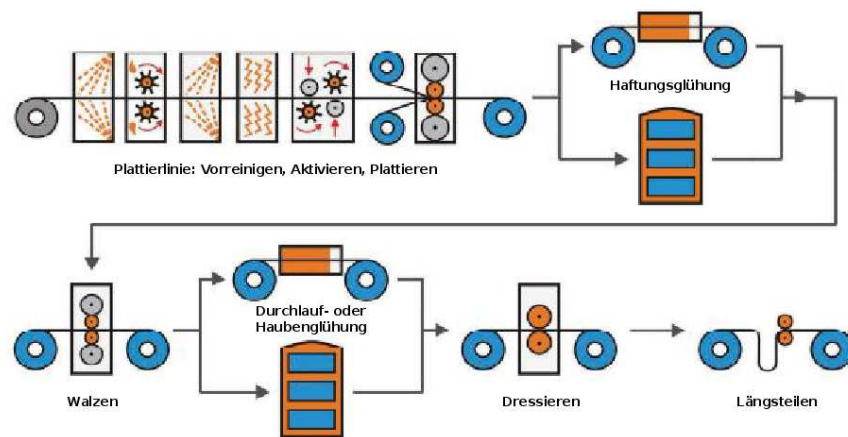


Abbildung 2.5: Prozesskette des Plattierens durch Kaltwalzen (Quelle: [1]).

haften aufgrund von Adhäsion aneinander. Durch das anschließende Haftungs- oder Diffusionsglühen wird die maximale Haftfestigkeit erreicht und das kaltverfestigte Material erhält durch die Rekristallisation sein ursprüngliches Umformpotential. In Abbildung 2.5 ist der Ablauf des Kaltwalzplattierens illustriert. Zunächst müssen die zu plattierenden Bänder gereinigt und durch Stahlbürsten aktiviert werden, um dann gemeinsam gewalzt zu werden. Die zu erzielenden Dickenabnahmen in diesem ersten Walzschritt liegen im Bereich von 30% bis 60% und führen somit zu einer erheblichen Längenänderung des plattierten Bandes, dessen hochaktive Oberflächen in der Bindeebene aneinanderhaften. Bei dem anschließenden Glühvorgang finden Umordnungsprozesse auf atomarer Ebene statt, sodass das Band zu einem untrennbaren Verbund umstrukturiert wird. Im darauffolgenden Zusammenspiel von Walzvorgang und Wärmebehandlung werden die Dicke des Bandes weiter reduziert und die Festigkeits- und Gefügeeigenschaften des Endprodukts eingestellt. Je nach Bedarf kann dieser Prozess wiederholt werden, bis der Materialverbund beim Dressieren mit einem geringen Umformgrad auf Endmaß gewalzt wird. Typische Blechdicken liegen in Bereichen von 0,05mm bis ca. 5mm. Wegen der getrennten Vorgänge von Umformung und Diffusionsglühen ist das Spektrum der miteinander kombinierbaren Materialien deutlich größer als jenes beim Warmwalzplattieren.

Kapitel 3

Zerstörungsfreie Verfahren zur Werkstoffprüfung an metallischen Schichten

Durch die immer weiter steigenden Ansprüche hinsichtlich der Qualität der Werkstoffe kommt es zur stetigen Weiterentwicklung der Prüftechnik und damit zu einer Vielzahl von Verfahren, die auf den unterschiedlichsten physikalischen Grundsätzen beruhen. Neben der Zuordnung der Verfahren zu den physikalischen Prinzipien wird eine grundlegende Klassifizierung durchgeführt. Dabei handelt es sich um die Unterscheidung zwischen zerstörenden und zerstörungsfreien Verfahren der Werkstoffprüfung ([33]). Um eine kontinuierliche Qualitätssicherung zu gewährleisten, ist gerade die zerstörungsfreie Prüftechnik von Interesse, deren grundlegende und allgemein etablierte Verfahren ([34], [35]) der Schichtmesstechnik und der Fehlerfindung nachfolgend vorgestellt werden.

3.1 Ultraschallverfahren

Bei der Ultraschallprüfung werden die Teilchen eines Festkörpers zu Schwingungen mit einer Frequenz von mehr als 20kHz angeregt. An der Kontaktstelle zum Festkörper wird mittels eines Prüfkopfes eine Welle, zumeist in mechanischer Form, eingepreßt. Diese setzt sich entsprechend dem Hookschen Gesetz durch eine elastische Verformung quasi ungehindert fort und breitet sich so in dem ganzen Körper aus. Dabei können sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen entstehen. Im Gegensatz zu Gasen und Flüssigkeiten, in denen wegen der fehlenden Scherkräfte keine Transversalwellen auftreten können, existieren in Festkörpern außerdem Oberflächenwellen und Plattenwellen. Letztere werden auch als Lambwellen bezeichnet und entstehen vorwiegend in Blechen, wenn die Wellenlänge in der Größenordnung der Blechdicke liegt ([36], [37], [38]). Da sich die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der diversen Wellenarten unterscheiden, kann man nicht allgemein von einer Ausbreitungsgeschwindigkeit sprechen, sondern muss die Schallge-

schwindigkeiten

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}$$

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1 + \mu)}}$$

$$c_O \approx 0,9 \cdot c_T$$

entsprechend differenzieren. Hierbei bedeuten:

- c_L = Longitudinalwellengeschwindigkeit
- c_T = Transversalwellengeschwindigkeit
- c_O = Oberflächenwellengeschwindigkeit
- E = Elastizitätsmodul
- ρ = Dichte
- μ = Poisson-Konstante.

Die Poisson-Konstante μ wird auch als Querkontraktionszahl bezeichnet und ist nach [39] definiert als das Verhältnis von Änderung des Durchmessers ϵ_{quer} zu Änderung der Länge $\epsilon_{\text{längs}}$. Als Gleichung ist dieser Zusammenhang gegeben durch

$$\mu = \frac{\epsilon_{\text{quer}}}{\epsilon_{\text{längs}}}. \quad (3.1)$$

Die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten gilt es zu berücksichtigen, da der Schallwellenwiderstand

$$Z = \rho \cdot c \quad (3.2)$$

von der Materialdichte ρ und der Schallgeschwindigkeit c abhängt. Da für die Ultraschallfrequenz die Beziehung

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (3.3)$$

gilt, in der die Wellenlänge λ und Frequenz f miteinander verknüpft werden, hat die eingeprägte Frequenz Einfluß auf das Auftreten von Plattenwellen.

In der Schichtmesstechnik sind gerade die Effekte an den Grenzflächen von Bedeutung, die durch den Reflektionsfaktor R und den Durchlaßfaktor D bestimmt werden. Diese Größen geben an, wieviel des einfallenden Schalldrucks reflektiert und wieviel in das andere Medium eingekoppelt wird. Für eine senkrecht auf die Grenzfläche einfallende Welle berechnen sich Faktoren gemäß den Gleichungen

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (3.4)$$

$$D = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}. \quad (3.5)$$

Basierend auf diesen Gesetzmäßigkeiten, arbeiten die Prinzipien des Durchschallungs- und des Impuls-Echo-Verfahrens.

3.1.1 Durchschallungsverfahren

Das Durchschallungsverfahren dient dazu Fehler im Werkstück nachzuweisen. Wie in Abbildung 3.1 werden dazu Schallsender und -empfänger gegenüberliegend an das Werkstück angebracht. Bei einem fehlerfreien Objekt wird das Messsignal mit maximaler Intensität empfangen. Risse oder Lunker, die sich im Inneren des Körpers befinden, führen wegen der unterschiedlichen Schallwiderstände zu Reflektionen, durch die das Signal am Empfänger gedämpft wird. Die Abschwächung des Signals ist ein Maß für die Größe des Fehlers, allerdings läßt dieses Verfahren keine Aussage über die Lage des Fehlers im Inneren zu.

3.1.2 Impuls-Echo-Verfahren

Das Impuls-Echo-Verfahren, auch Impuls-Reflektionsverfahren genannt, erlaubt es, den Prüfkopf sowohl als Sender und als Empfänger zu nutzen. Dazu muss der Schwinger im Impulsbetrieb arbeiten, indem er zunächst als Sender einen Ultraschallimpuls in den Messkörper einprägt, um danach im Empfangsbetrieb, die reflektierten Wellen aufnehmen zu können. Somit braucht die Messeinrichtung nur einseitig am Werkstück appliziert und kann zur Schichtdickenmessung und zur Fehlerfindung eingesetzt werden. Voraussetzung ist jedoch, dass die Schallgeschwindigkeit im Medium bekannt ist. So kann durch eine Laufzeitmessung über den Zusammenhang

$$d = \frac{c \cdot T_{mess}}{2} \quad (3.6)$$

auf die Schichtdicke geschlossen werden. Um die Genauigkeit bei kleinen Schichtdicken zu steigern, wird die Mehrfachecho-Methode verwendet, bei der mehrere Echos genutzt werden, um die Messzeit zu erhöhen. Als Messzeit wird die Zeit zwischen zwei beliebigen Echos i und $(i + n)$ gewählt, um die Schichtdicke nach

$$d = \frac{c \cdot (T_{i+n} - T_i)}{2n} \quad (3.7)$$

zu berechnen. Eine schematische Anordnung des Verfahrens und Bildschirmaufnahmen der zeitabhängigen Signale am Empfänger sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Wie in den diversen Grafiken ersichtlich ist, erlaubt dieses Verfahren die Schichtdickenbestimmung mittels einer Laufzeitmessung. Zugleich erhält man durch die Beobachtung weiterer Reflektionen aber auch Informationen über Fehlstellen innerhalb des Materials. Wird die Welle nicht nur abgelenkt, sondern auch reflektiert, so ist das Lokalisieren des Fehlers, wie bei der Dickenmessung, durch das Bestimmen der Laufzeit möglich. Das Ausmaß des Fehlers läßt sich anhand der Intensität der Reflektionen abschätzen. Bei größer werdenden Abmessungen der Fehlstelle wird die Intensität des Rückwandechos immer geringer. Dadurch ist ein Defekt selbst bei einer Streuung der Welle an der Fehlstelle noch detektierbar.

Das Auftreten der Reflektionen an den Fehlstellen beruht auf den unterschiedlichen Schallwellenwiderständen der Materialien. Bei plattierten Blechen treten daher an den

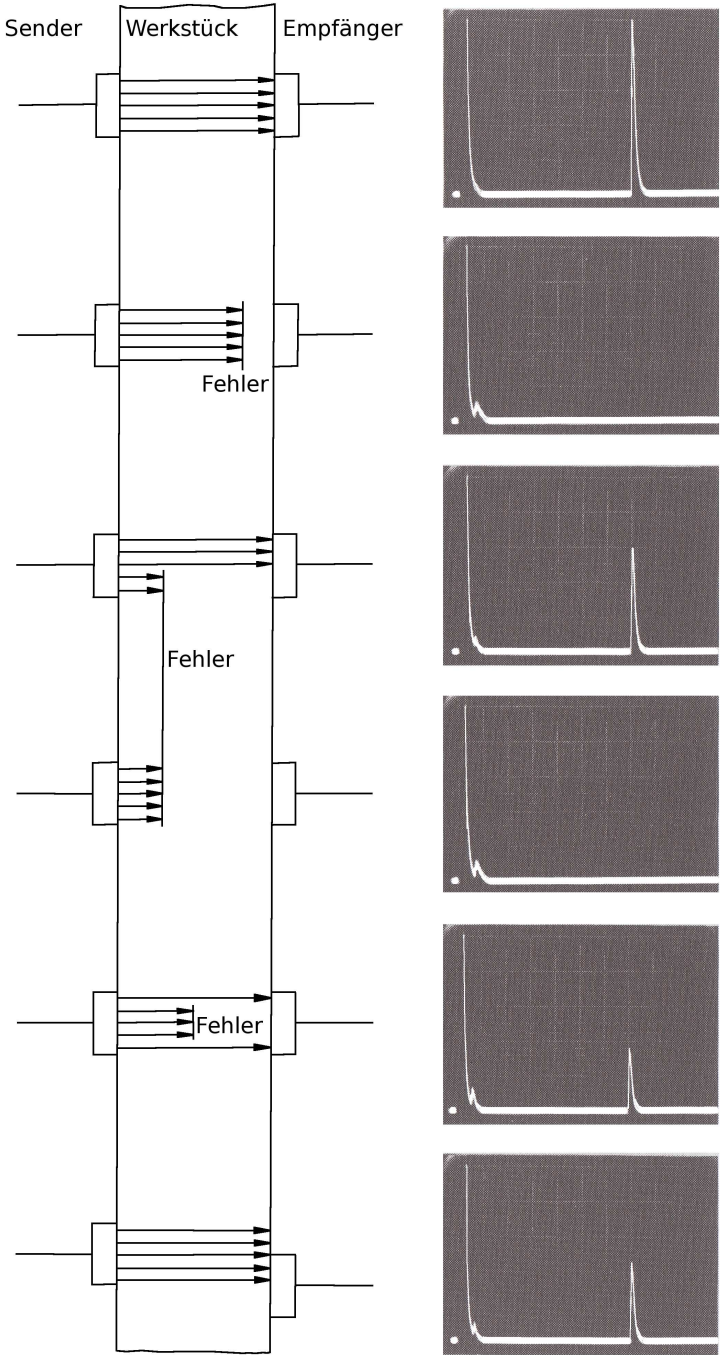


Abbildung 3.1: Durchschallungsverfahren nach [34].

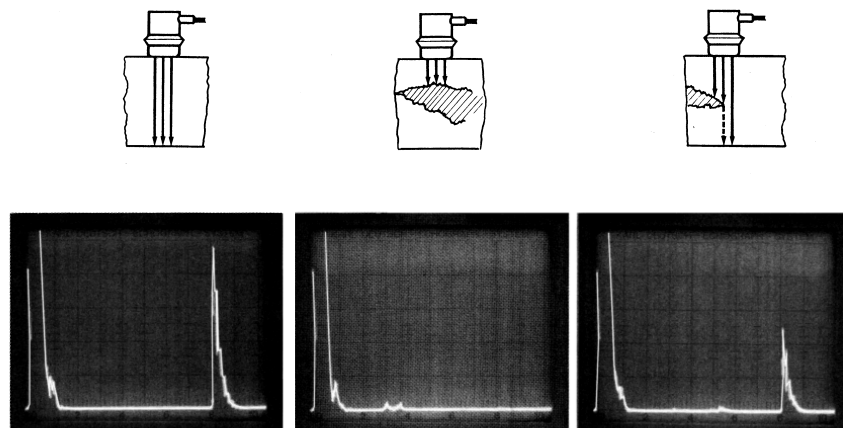


Abbildung 3.2: Impuls-Echo-Verfahren nach [34].

Grenzschichten Echos auf, deren Intensität durch den Reflektionsfaktor gegeben ist. Dies kann bei Plattierungen jedoch zu Problemen führen, da bei manchen Materialkombinationen der Reflektionsfaktor so niedrig ist, dass die Echos nicht mehr auszuwerten sind ([9]). Aber auch ein ausgeglichenes Maß von Reflektions- und Durchlaßfaktor birgt Schwierigkeiten in sich, da bei mehrlagigen Blechen viele, sich überlagernde Echos entstehen [12]. Allerdings finden neue, innovative Entwicklungen statt und so werden in [12] und [40] Algorithmen und Verfahren zur Schichtdickenbestimmung von zweilagigen Plattierungen und in [41] ein Verfahren zur Analyse oberflächennaher Fehler vorgestellt. Der Anwendungsschwerpunkt liegt jedoch in der Materialprüfung von einfachen Blechen ([42], [43], [44], [45]) oder der Charakterisierung von dielektrischen Materialien ([46], [47], [48]).

3.2 Radiographische Verfahren

Bei Messungen mit radiographischen Verfahren wird energiereiche, elektromagnetische Strahlung in Form von Röntgen-, γ - oder β -Strahlung verwendet, um anhand der Wechselwirkungen zwischen den Strahlungsquanten und den materialspezifischen und geometrischen Eigenschaften des Messobjekts Aussagen über die Dicke des Objekts und darin befindliche Fehlstellen machen zu können. Die zu bestimmende Schichtdicke wird mit einer Strahlungsquelle zusammengebracht, sodass die Strahlung auf das Messobjekt trifft. Das dabei zur Anwendung kommenden Verfahren nutzt die Absorption der Strahlung in der Materie und funktioniert nach dem Durchstrahlungsprinzip. Ein erheblicher Anteil der Energiequanten wird jedoch an der Gitteranordnung der Atome gestreut, sodass die Beobachtung dieser Streustrahlung bei dem Rückstreuverfahren Verwendung findet. Gemeinsam haben die radiographischen Verfahren jedoch, dass sie, bezogen auf andere zerstörungsfreie Messmethoden, sehr kostenintensiv sind und keine Haftungsfehler nachweisbar sind [35].

3.2.1 Durchstrahlungsverfahren

Beim Durchstrahlungsverfahren wird der Körper zwischen Strahlungsquelle und Strahlungsmesser (Zählrohr, Ionisationskammer) gebracht, sodass die zu vermessende Schicht in der Strahlungsebene liegt. Die Durchdringung eines Werkstoffs hängt von der Wellenlänge der Strahlung, der chemischen Zusammensetzung und der Dicke des Messobjekts ab. Diese Parameter gilt es aufeinander abzustimmen, damit die Schichtdicke ausreicht, um eine messbare Absorption hervorzurufen. Allerdings darf die Schwächung der Strahlung nicht zu groß sein, da man sonst kein verwertbares Ergebnis mehr erhält. Bei der Dickenmessung von Blechen kommen deshalb hauptsächlich Quellen der Röntgen- und der Gammastrahlung zum Einsatz. Mit der Röntgenstrahlung sind vornehmlich dünnere Schichten prüfbar, wobei die Durchdringungsfähigkeit mit der Wellenlänge zunimmt. Während Röntgenstrahlen bei dem Auftreffen energiereicher Elektronen auf Metallflächen entstehen und sich derartige Quellen deshalb relativ einfach fertigen lassen, sind γ -Strahlen ein Zerfallsprodukt radioaktiver Isotope. Diese benötigen zwar keine äußere Energiezufuhr, die Strahlungsintensität ist infolgedessen jedoch sehr gering. Dennoch sind aufgrund des höheren Energieinhalts der γ -Strahlung, im Vergleich zur Röntgenstrahlung, auch dickere Schichten prüfbar. Eine typische Durchstrahlungsanordnung nach [33] ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Die Abnahme der Strahlungsintensität wird durch das Schwächungsgesetz

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (3.8)$$

beschrieben. Die Strahlungsintensität jenseits der Quelle ist durch die Größe I gegeben und ihr Wert ist proportional zur Intensität der Quelle I_0 . Für die Strahlungsabnahme ist die e -Funktion verantwortlich, deren Exponenten sich aus dem Produkt eines Schwächungskoeffizienten μ und der Schichtdicke d zusammensetzt. Der Zusammenhang zwischen d und I ist demnach nicht-linear, sodass sich der in Abbildung 3.3 illustrierte Funktionsverlauf ergibt. Wegen der stark unterschiedlichen Dämpfungseigenschaften von Metallen und Nicht-Metallen, wird dieses Verfahren auch zum Auffinden von im Inneren liegenden Gasblasen, Lunkern und Rissen verwandt. Das Prinzip der Einflußnahme auf die gemessene Strahlung nach [49] ist in Bild 3.4 zu sehen.

3.2.2 Rückstreuverfahren

Gleichung 3.8 gibt ganz allgemein das Schwächungsgesetz für ionisierende Strahlung an. Um den in der Materie auftretenden Einfluß der einzelnen Effekte zu berücksichtigen, muss dieses Gesetz genauer betrachtet werden, denn der Schwächungskoeffizient μ setzt sich, wie in [33] beschrieben, als Summe der spezifischen Koeffizienten zusammen. Zur Absorption der Strahlung kommen drei weitere Effekte hinzu. Einer dieser Effekte ist die Streuung, bei der ein Energiequant beim Auftreffen auf die Materie in den gesamten Winkelbereich wieder austreten kann und somit diffus gestreut wird. Die anderen Anteile begründen sich durch die Teilchenpaarbildung und dem Compton-Effekt, sodass sich μ durch

$$\mu = \mu_{abs} + \mu_{str} + \mu_{paar} + \mu_{comp} \quad (3.9)$$

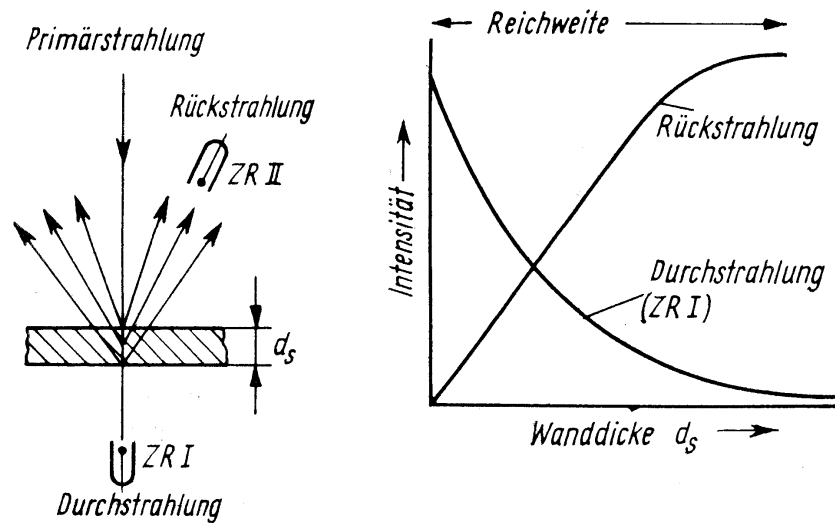


Abbildung 3.3: Prinzip des Durchstrahlungs- und des Rückstreuverfahrens (links) und Strahlungsintensitäts-Wanddicken-Diagramm (rechts) nach [33].

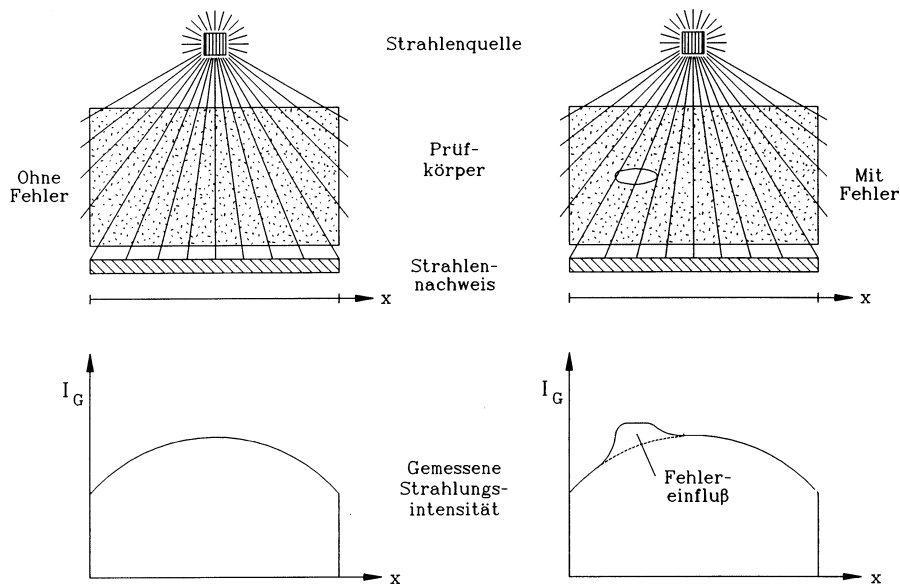


Abbildung 3.4: Gemessene Strahlungsintensität für einen fehlerfreien (links) und einen fehlerhaften (rechts) Prüfkörper (Quelle: [49]).

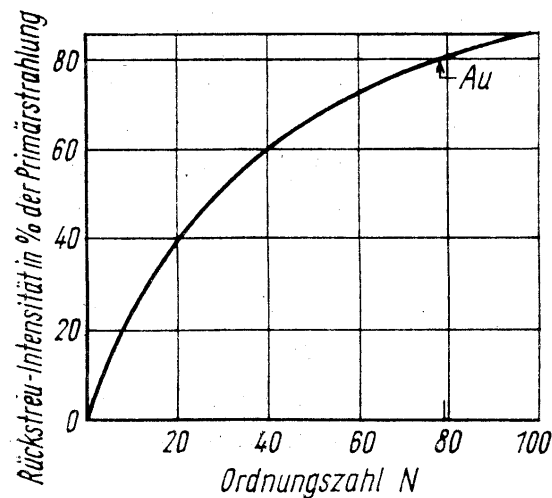


Abbildung 3.5: Abhängigkeit der Rückstreuintensität bezogen auf die Primärstrahlung von der Ordnungszahl des streuenden Stoffes (Quelle: [33]).

beschreiben lässt. Wie groß der Streuungsanteil ist, auf dem das Rückstreuverfahren basiert, wird deutlich, wenn man das Diagramm in Abbildung 3.5 betrachtet. Dort ist nach [50] der prozentuale Anteil der Rückstreuintensität mit Bezug auf die Primär- oder Quellenstrahlung in Abhängigkeit von der Ordnungszahl der bestrahlten Materie angegeben. Gegenüber dem Durchstrahlungsverfahren hat das Rückstreuverfahren den Vorteil, dass das Messobjekt, wie in Abbildung 3.3 gezeigt, nur von einer Seite zugänglich sein muss. Interessanter ist jedoch, dass es bei diesem Verfahren einen linearen Zusammenhang zwischen der gemessenen Intensität I und der Schichtdicke d gibt.

Im Vergleich mit anderen zerstörungsfreien Prüfverfahren bietet keines eine derartige Durchdringungsfähigkeit wie die Röntgentechnik. Das enorme Entwicklungspotenzial wurde auch in der Industrie gesehen und kommt dort vielseitig zur Anwendung. Die Applikationsvielfalt reicht von der Detektion von Poren, Lunkern oder Rissen, über die Prüfung der Qualität von Verbindungsstellen, bis hin zur Vermessung geometrischer Strukturen ([51], [52]). Im Hinblick auf Schichtdickenbestimmungen und Materialanalysen wird die Röntgenfluoreszenz, die eine Variante der Absorptionsmessung darstellt ([53]), eingesetzt. In einer Mehrschichtprüfung lassen sich jedoch nur sehr dünne Schichten vermessen, da die Signale in höheren Schichten vollständig absorbiert werden können.

3.3 Elektromagnetische Prüfverfahren

Obwohl elektrische und magnetische Felder häufig in einem engen Zusammenhang zueinander stehen und infolgedessen gemeinsam auftreten, beschränken sich die Applikationen nach 3.3.1 und 3.3.2 auf den rückwirkungsfreien Einfluß der jeweils elektrischen oder ma-

netischen Felder. Anders sieht dies bei dem Wirbelstromverfahren aus, das gerade den Effekt der materialspezifischen Rückwirkung ausnutzt. Während sich die elektrischen und magnetischen Verfahren in ihren Materialgleichungen unterscheiden, so ist ihnen die Verknüpfung über die Maxwellschen Gleichungen ([54]) doch gemeinsam.

3.3.1 Widerstandsmessung

Das Bestimmen der Dicke metallischer Schichten beruht auf der Messung des elektrischen Potentials bei einem vorgegebenem Strom. Um die bereits erwähnte elektromagnetische Kopplung möglichst gering zu halten, werden bei dieser Methode Gleichstromquellen oder Wechselstromquellen niedriger Frequenz eingesetzt. Typisch für dieses Verfahren ist die Anordnung mit vier Elektroden, von denen zwei für die Stromspeisung und zwei für die Potentialmessung bestimmt sind. Durch diese Aufteilung können Messfehler, die auf Kontaktwiderständen zwischen Prüfobjekt und Elektroden beruhen, minimiert werden. Dennoch muss die Probenoberfläche bei diesem Verfahren metallisch blank und feingeschliffen sein. Eine schematische Anordnung nach [55] ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Da sich der Strom jedoch räumlich ausbreitet, sind auch Anordnungen wie in [56] denkbar. Bezeichnet man die Schichtdicke mit d und den Abstand zwischen der stromführenden Elektrode und der nächstliegenden Messelektrode mit q , wie dies in der Grafik 3.6 zu sehen ist, so ergibt sich unter der Voraussetzung, dass $\frac{d}{q} \leq 0,5$ ist, laut [55] der folgende Ausdruck

$$\frac{2\pi q U}{\rho I} = \frac{q}{d} 2 \ln \left(\frac{q + p}{q} \right). \quad (3.10)$$

Bei genauerer Betrachtung der Gleichung wird deutlich, dass I und d proportional zueinander sind und dass ein linearer Zusammenhang zwischen Strom und Schichtdicke erzeugt werden kann, indem die Spannung U zwischen den Messelektroden konstant gehalten wird. Eine wesentliche Rolle für die Potentialmessung spielt jedoch der Abstand der Tastspitzen zum Rand. Genauere Untersuchungen zum Randeinfluss bei der Vierspitzenmethode sind in [57] nachzulesen. Es lässt sich jedoch sagen, dass erst für einen Abstand, der um ein Vielfaches größer ist als die Abstände zwischen den Elektroden, von Randeffekten abgesehen werden kann. Aufgrund der hohen elektrischen Leitfähigkeiten von Metallen sind die zu messenden Spannungen sehr gering, sodass die Vierspitzenmethode vornehmlich bei halbleitenden Materialien zum Einsatz kommt.

3.3.2 Magnetisches Verfahren

Bei diesem Prüfverfahren wird ein magnetischer Fluß durch das Prüfobjekt geführt, um dessen magnetische und geometrische Eigenschaften zur Bestimmung der Schichtdicke heranzuziehen. [58] unterscheidet bei diesem Verfahren zwar die Messung an ferro- und ferrimagnetischen Werkstoffen, die theoretischen Betrachtungen basieren jedoch in beiden Fällen auf dem ohmschen Gesetz des Magnetismus

$$\Theta = R_m \cdot \Phi, \quad (3.11)$$

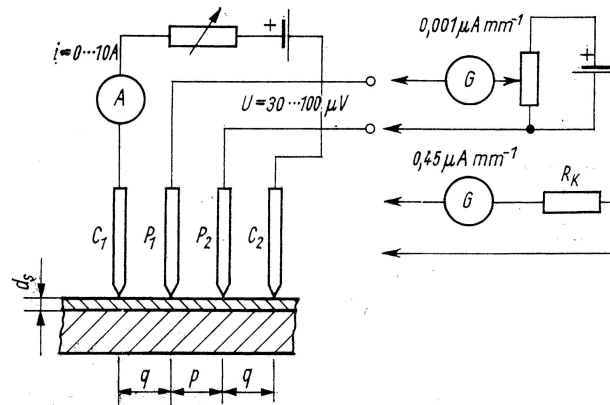


Abbildung 3.6: Vierspitzenmethode (Quelle: [33]).

das von Hopkinson hergeleitet wurde. Dieses Gesetz gilt jedoch nur für wirbelfreie magnetische Felder, sodass für diese Anwendung Einschränkungen auf niederfrequente Wechselfelder gelten. In Abbildung 3.7 ist die Verwendung eines Aufsatzjochs zur Schichtdickenbestimmung von Blechen dargestellt. Dieser Aufbau entspricht dem Transformatorprinzip, in dem primärseitig ein magnetischer Fluß erzeugt und sekundärseitig eine elektrische Spannung abgegriffen wird. Die magnetische Spannung Θ , die primärseitig angelegt wird, lässt sich als Produkt aus Stromstärke I und Windungszahl n_1 in der Form

$$\Theta = n_1 \cdot I \quad (3.12)$$

darstellen. Nach Gleichung 3.11 entspricht Θ dem Produkt aus magnetischem Widerstand R_m und magnetischem Fluß Φ , sodass sich in dem magnetischen Kreis der Fluß Φ ausbreitet. Auf der Sekundärseite ist nun die induzierte Spannung U_{ind} messbar, die über die Gleichung

$$U_{ind} = n_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.13)$$

mit der Flußänderung verknüpft ist. Um aus diesen Größen auf die Schichtdicke schließen zu können, bedarf es der Kenntnis über den Zusammenhang des magnetischen Widerstands R_m und der Schichtdicke. In Analogie zum elektrischen Widerstand ist dieser von der magnetischen Leitfähigkeit, der Permeabilität des Werkstoffs und den geometrischen Abmessungen abhängig. Da sich die Permeabilität aus einer konstanten μ_0 und einer materialspezifischen Größe μ_r zusammensetzt, gilt demnach für den Widerstand

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l}{b \cdot d}. \quad (3.14)$$

Sind drei der Parameter, spezifische Permeabilität μ_r , Länge des magnetischen Widerstandes l und die Breite des Widerstandes b bekannt, dann lässt sich die gesuchte Größe d anhand der Vorgaben und der Messungen ermitteln. Mit diesen theoretischen Betrachtungen und einem Blick in Abbildung 3.7 wird deutlich, dass es sich bei dem errechneten

Wert um einen Mittelwert über das betrachtete Gebiet handelt. Im Falle eines plattierten Blechs, das aus mehreren Lagen unterschiedlicher Materialien besteht, ist das Ergebnis allerdings nicht interpretierbar, denn das Verfahren lässt für diese Struktur das Differenzieren von Lufteinschlüssen, Schichtdickenänderungen und Änderungen der Permeabilität nicht zu.

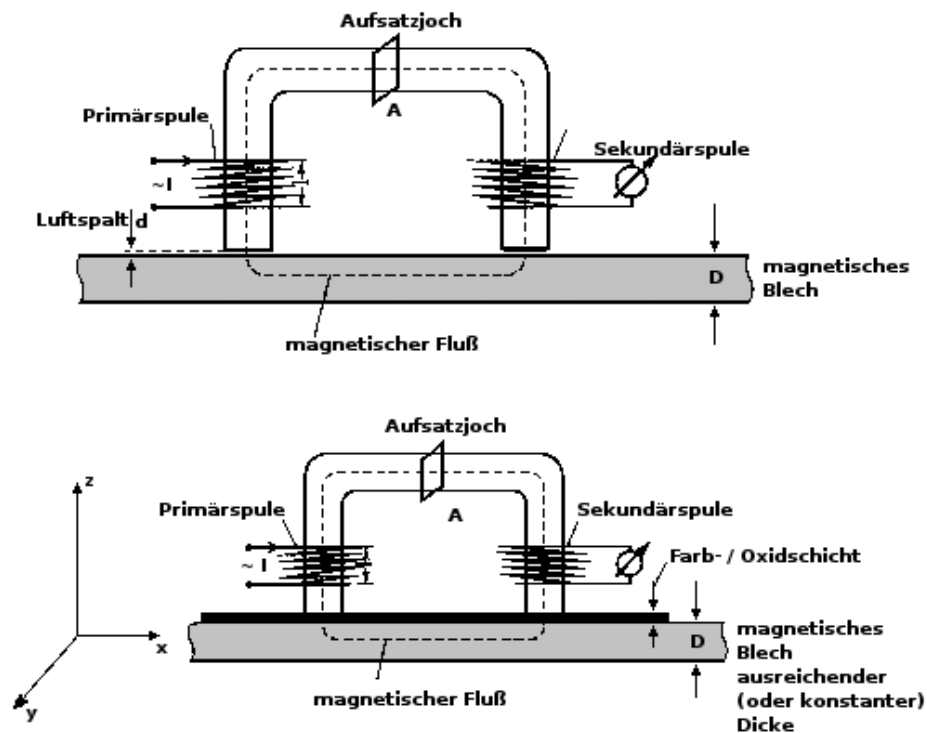


Abbildung 3.7: Dickenbestimmung bei ferro- und ferrimagnetischen Metallen nach [58]

3.3.3 Wirbelstromverfahren

Im Unterschied zu der oben beschriebenen Methode aus Kapitel 3.3.2, bei der Frequenzen um 100Hz eingesetzt werden, arbeiten die Wirbelstromverfahren im kHz- bis MHz-Bereich. Daraus resultieren materialspezifische Wirbelfelder im Prüfobjekt, wie sie in Abbildung 3.8 dargestellt sind. Die Wirbelfelder überlagern sich dem ursprünglichen Magnetfeld und führen infolgedessen zu einer Dämpfung der Messgröße. Mit dieser Dämpfung geht ein Verdrängungseffekt einher, bei dem das Magnetfeld aus dem Inneren des Objekts heraus an die Oberfläche gedrängt wird. Dieser sogenannte Skinneffekt beschränkt allerdings die maximal messbare Schichtdicke, da die Eindringtiefe des Feldes durch die Frequenz und die Materialeigenschaften begrenzt ist. Im allgemeinen wird die Skintiefe δ angegeben, bei der das Feld auf den Wert $1/e$ abgefallen ist. Obwohl diese

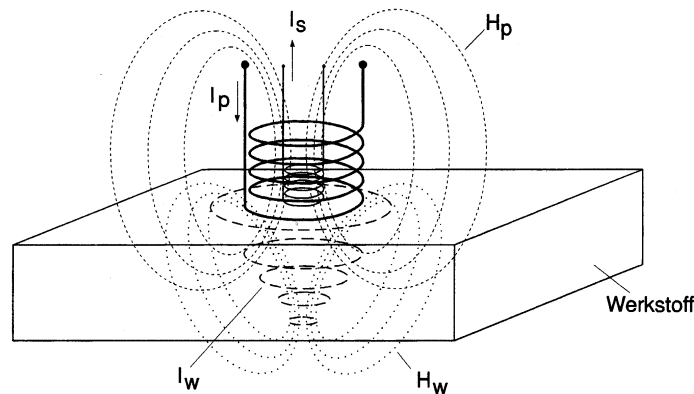


Abbildung 3.8: Entstehung von Wirbelströmen im Werkstoff nach [34] (I_p -Primärstrom, H_p -Primärfeld, I_s -Sekundärstrom, I_w -Wirbelstrom, H_w -Wirbelfeld).

Größe mit

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (3.15)$$

nur für den Fall eines unendlich ausgedehnten Leiters gilt, stellt sie dennoch einen guten Richtwert dar. In Abbildung 3.9 ist der frequenzabhängige Verlauf exemplarisch für einige Materialien dargestellt. Daraus geht hervor, dass das Eindringvermögen des Feldes mit steigender Frequenz und bei Werkstoffen mit höheren Leitfähigkeiten geringer ist. Wegen des nutzbaren Frequenzbereichs lassen sich daher nur dünnere Schichten vermessen. Durch die technischen Einschränkungen ergeben sich für das Wirbelstromverfahren und das Impuls-Echo-Verfahren aus Kapitel 3.1.2 die jeweiligen Anwendungsgebiete, die sich durch die Dicke der Schichten unterscheiden ([35]).

Die im Material auftretenden Wirbelströme haben eine Impedanzänderung in der Messspule zur Folge, wodurch die Auswertung der Messung in der Analyse des komplexen Impedanzverlaufs beruht. Dies ist durch das Differenzieren von Realteil und Imaginärteil möglich, sodass die Lage der Impedanz in der komplexen Ebene eine Charakterisierung des Prüfobjekts, entsprechend Abbildung 3.10, zulässt. Der nicht-lineare Impedanzverlauf offenbart jedoch, dass zur Schichtdickenbestimmung des Prüfobjekts eine Kalibrierkurve vorliegen muss, um die zu vermessende Schicht anhand dieser Referenz zu spezifizieren ([59]).

Neben der Messung von Schichtdicken ist dieses Verfahren auch zum Auffinden von oberflächennahen Fehlstellen geeignet. In Abbildung 3.11 ist das Verfahren mit den dazugehörigen Wirbelstromsignalen illustriert. Wird die Sonde über das Werkstück bewegt, dann ist die Impedanz konstant und die Lage in der Scheinwiderstandsebene bleibt erhalten. Eine Änderung der Materialbeschaffenheit durch Lunken, Risse oder Nuten führt jedoch zu einer Impedanzänderung und damit zu einem Signalausschlag auf dem Bildschirm. Die Stärke des Ausschlags entspricht der Größe des Fehlers, sodass sich durch

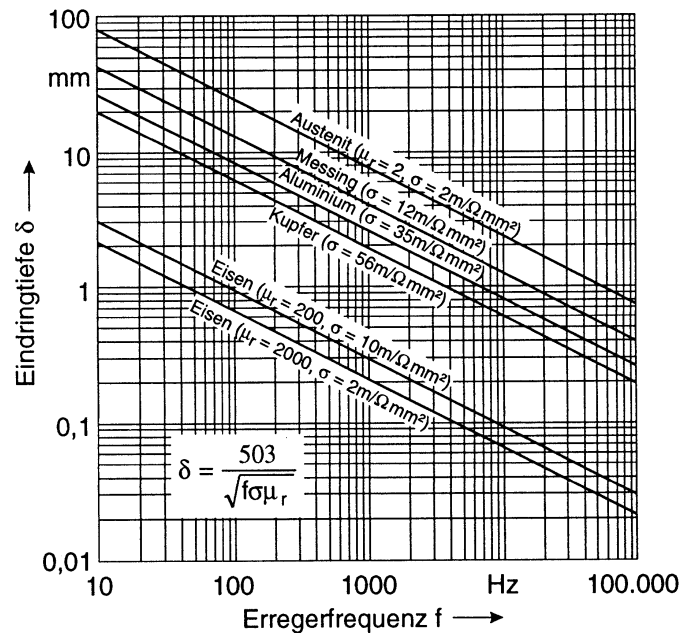


Abbildung 3.9: Eindringtiefe δ als Funktion der Prüffrequenz f (Quelle: [36]).

dieses Verfahren selbst die Ausmaße der Materialveränderungen deuten lassen. Bei dem in [60] gezeigten Verfahren wurde die Messspule durch einen magneto-resitiven Sensor ersetzt, durch den Messungen bei einer Frequenz von 108Hz möglich wurden.

Die Erkenntnisse und Neuerungen in den Wirbelstromverfahren unterliegen einem stetig fortschreitenden Entwicklungsprozess, der nicht zuletzt durch die Weiterentwicklung der Aufnahmesensorik gegeben ist ([61], [62], [63]). Daraus resultiert eine Vielzahl von geometrischen Anordnungen und Werkstoffkombinationen, die sich durch eine Variante der Wirbelstromtechnik analysieren lassen. Dies bezieht sich sowohl auf die Charakterisierung metallischer Grundstoffe mit dielektrischen Überzügen ([64], [65]) wie auch auf metallische Materialvariationen mit einem ferromagnetischen Werkstoff ([66], [67]). In [68] wird ein Verfahren zur Analyse mehrschichtiger metallischer Zylinder vorgetellt. Die Erfahrungen mit plattierten Blechen sind bislang allerdings noch sehr begrenzt.

Die Variationen der bekannten und etablierten Prüfverfahren sind sehr vielseitig und weisen interessante Ergebnisse auf. Die Analysefähigkeit wurde jedoch hauptsächlich an zweilagigen Werkstoffen mit besonderen Werkstoffeigenschaften nachgewiesen. Durch die Kombinationsvielfalt der Plattierungen ist das Spektrum allerdings sehr weit gefächert, sodass ein allgemeinerer Verfahrensansatz von Interesse ist.

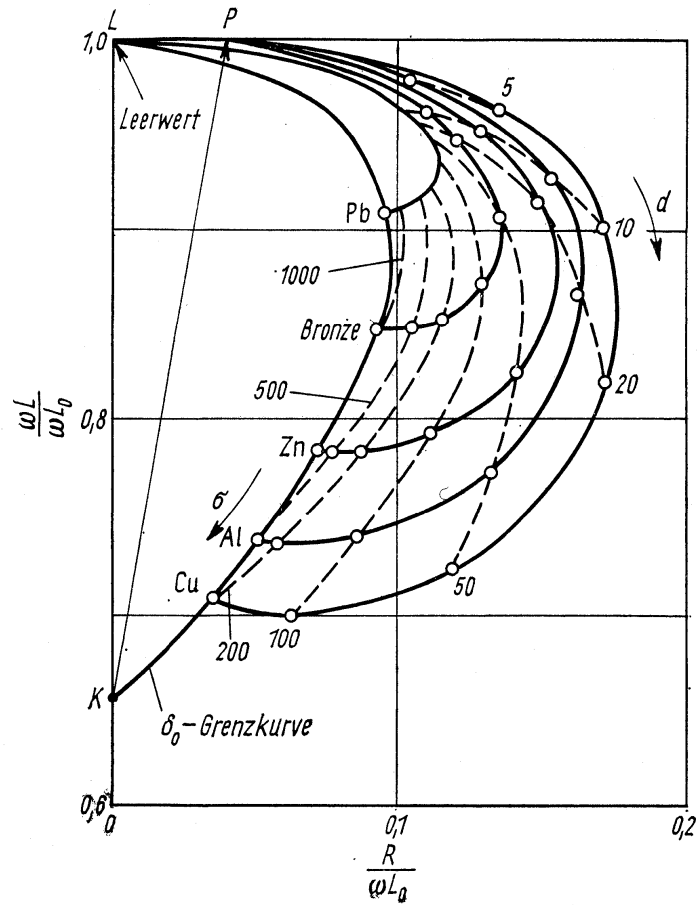


Abbildung 3.10: Scheinwiderstandsebene für Tastspulen ($f=60\text{kHz}$) mit Einfluß von Folien unterschiedlicher Dicke (in μm) und spezifischer elektrischer Leitfähigkeit (Quelle: [33]).

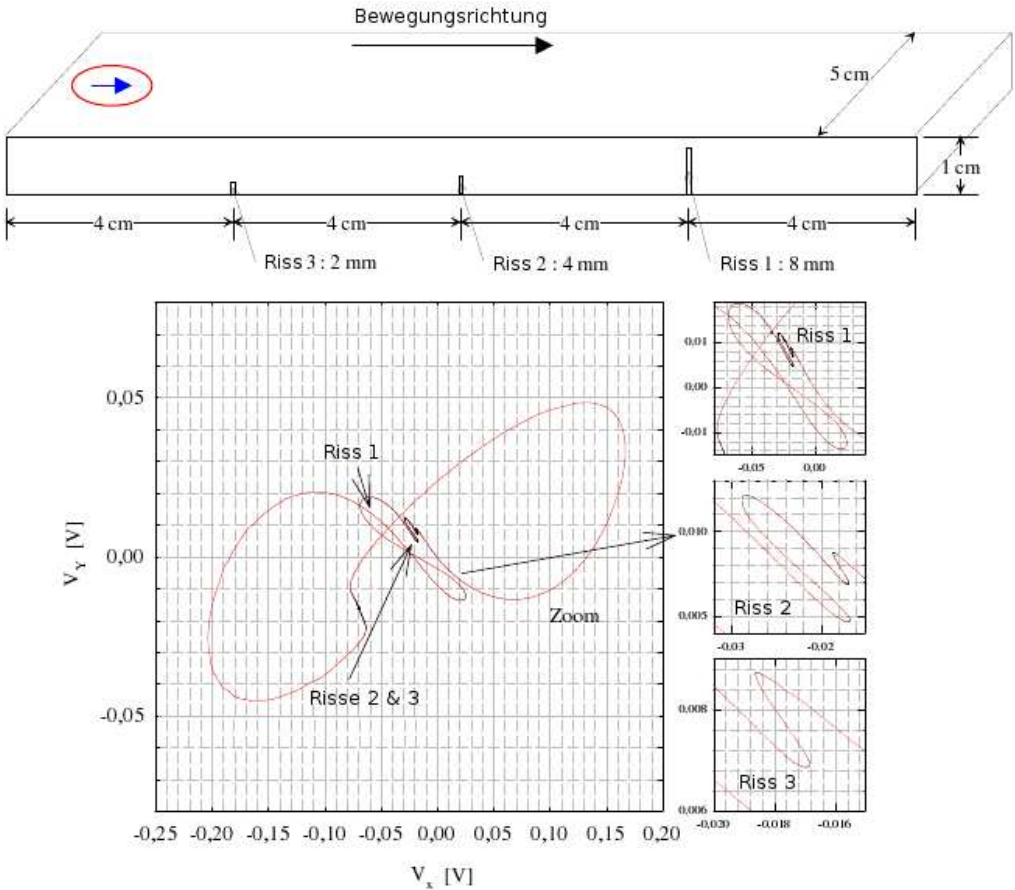


Abbildung 3.11: Aluminiumplatte mit Rissen unterschiedlicher Tiefe an der Unterseite (Kreis: Induktionsspule, Pfeil: Magnetfeldsensor) sowie die Messsignale, die über den Fehlstellen aufgenommen werden (Quelle: [60]).

Kapitel 4

Theoretische Betrachtungen des elektromagnetischen Feldes eines mit Gleichstrom durchflossenen Leiters

Da plattierte Bleche aus metallischen Grundwerkstoffen bestehen, zeichnen sie sich durch eine hervorragende Leitfähigkeit aus. Aus diesem Grund sind gerade elektromagnetische Verfahren mit einem recht geringen technischen Aufwand zu realisieren und lassen sich, wie in Kapitel 3.3 beschrieben, auf unterschiedliche Art und Weise einsetzen. Nun weisen die einzelnen Metalle zwar unterschiedliche Leitfähigkeiten auf, bei einer Schichtdickenbestimmung muss das angewendete Messverfahren jedoch im Stande sein, diese mit hinreichender Genauigkeit zu differenzieren. Die vorgestellten Prüfverfahren beruhen auf unterschiedlichen elektromagnetischen Effekten, sodass eine allgemeine Untersuchung der Feldverläufe durchgeführt wird. Daher wird für den Gleichstromfall das Potentialfeld, aber auch das magnetische Feld in nächster Umgebung eines mehrschichtigen Blechs untersucht.

4.1 Ausbreitung des magnetischen Feldes in einem mehrschichtigen Leiter bei Gleichstrom

Betrachtet man einen homogenen, kreisrunden und unendlich langen, stromdurchflossenen Leiter, so besitzt das magnetische Feld \vec{H} im und um den Leiter herum nur eine Komponente tangential zur Oberfläche. Die beschreibenden Gleichungen lassen sich aus der Maxwellschen Gleichung

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (4.1)$$

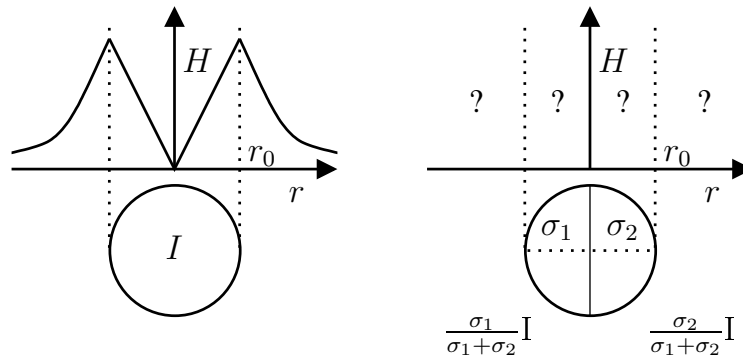


Abbildung 4.1: Magnetfeld in einem kreisrunden Leiter aus homogenem Material (links) und einem zweigeteilten, zylindrischen Leiter (rechts).

ermitteln und sind gegeben durch

$$H_\alpha = \frac{I}{2\pi r_0} \cdot \frac{r}{r_0} \quad \text{für } r < r_0 \quad (4.2)$$

sowie

$$H_\alpha = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{für } r \geq r_0. \quad (4.3)$$

Wie verändert sich das magnetische Feld jedoch, wenn der Leiter, wie in Abbildung 4.1 gezeigt, aus unterschiedlichen Materialien besteht, sodass sich die beiden Hälften des Kreisquerschnitts in ihren elektrischen Leitfähigkeiten stark unterscheiden? Obgleich das Potential in beiden Anordnungen in der Querschnittsfläche konstant ist und keinen Rückschluss auf die Zusammensetzung zulässt, so ist der Stromfluß entsprechend der Leitfähigkeiten nach Gleichung 4.11 sehr unterschiedlich. Im Leiter selbst muss sich daher auch ein veränderter Feldverlauf einstellen. Nun stellt sich jedoch die Frage, ob diese Verschiebungen auch noch an der Oberfläche und um den Leiter herum wahrnehmbar sind und ob diese Unterschiede Rückschlüsse auf die innere Struktur zulassen. Diese Fragestellung gilt gleichermaßen für einen quaderförmigen Körper, wie ein Blech, und wird daher auf dieses Objekt übertragen. Fließt ein konstanter Strom in Längsrichtung durch einen Körper, dessen Länge viel größer als Höhe oder Breite ist, so bildet sich in einem Abstand zu den Einspeisestellen ein gleichmäßig verteiltes Strömungsfeld aus. Somit ist der Strom in jedem infinitesimal kleinen Leiterstück durch dI gegeben. Dieser Strom erzeugt entsprechend Gleichung 4.3 in einem Punkt (x_0, y_0) das magnetische Feld dH , wie dies in Abbildung 4.2 zu sehen ist. Durch die Aufteilung des Feldes in x - und y -Komponenten ergeben sich die folgenden Darstellungen

$$dH_x = \frac{dI}{2\pi r} \cdot \sin \alpha \quad (4.4)$$

$$dH_y = \frac{dI}{2\pi r} \cdot \cos \alpha. \quad (4.5)$$

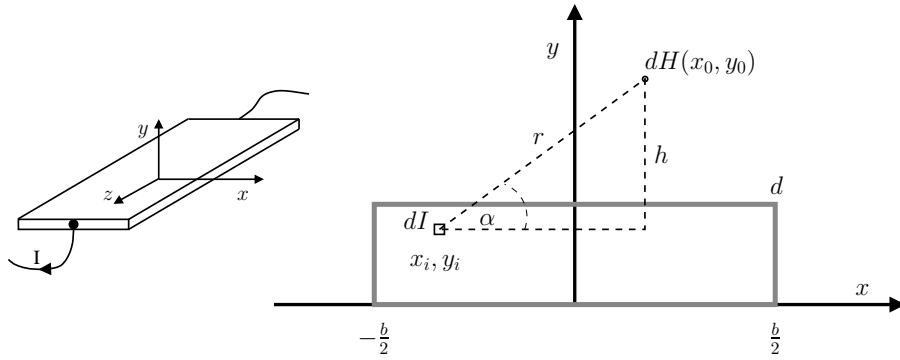


Abbildung 4.2: Geometrischer Zusammenhang zwischen einem Stromelement und dem magnetischen Feld im Querschnitt eines langen, rechteckigen Leiters.

Für die Komponente dH_x ergibt sich mit

$$r = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \quad (4.6)$$

und

$$\sin \alpha = \frac{h}{r} = \frac{y_0 - y_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} \quad (4.7)$$

der magnetische Feldanteil in x -Richtung zu

$$dH_x = \frac{dI}{2\pi} \cdot \frac{y_0 - y_i}{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}. \quad (4.8)$$

Um das gesamte Feld H_x bestimmen zu können, muss über die Querschnittsfläche des Leiters integriert werden. Durch den Zusammenhang

$$dI = \frac{I}{b \cdot d} dx_i dy_i \quad (4.9)$$

folgt daraus für die magnetische Feldstärke

$$\begin{aligned} H_x &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_0^d \frac{I}{2\pi \cdot b \cdot d} \cdot \frac{y_0 - y_i}{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} dx_i dy_i \\ &= \frac{I}{2\pi \cdot b \cdot d} \left(y_0 \arctan \frac{x_0 + \frac{b}{2}}{y_0} - (y_0 - d) \arctan \frac{x_0 + \frac{b}{2}}{y_0 - d} \right. \\ &\quad - y_0 \arctan \frac{x_0 - \frac{b}{2}}{y_0} + (y_0 - d) \arctan \frac{x_0 - \frac{b}{2}}{y_0 - d} \\ &\quad \left. + \frac{x_0 + \frac{b}{2}}{2} \ln \left| \frac{(x_0 + \frac{b}{2})^2 + y_0^2}{(x_0 + \frac{b}{2})^2 + (y_0 - d)^2} \right| - \frac{x_0 - \frac{b}{2}}{2} \ln \left| \frac{(x_0 - \frac{b}{2})^2 + y_0^2}{(x_0 - \frac{b}{2})^2 + (y_0 - d)^2} \right| \right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Um diese Anordnung auf ein symmetrisches Zweischichten-Objekt zu erweitern und so ein Modell eines plattierten Blechs zu erstellen, ist es ausreichend den Ausdruck $(y_0 - d)$ durch y_0 und die verbleibenden Koordinaten y_0 durch $(y_0 + d)$ zu substituieren. Der Vorgang entspricht der Verschiebung des zugefügten Leiters um die Höhe d nach unten. Durch das anschließende Superpositionieren dieser Gleichung mit Gleichung 4.10 ist die in Abbildung 4.3 gezeigte Anordnung entstanden ist. Wie in der Grafik zu sehen, wird für die Modellrechnung angenommen, dass das Blech eine Breite von $b = 0,1\text{m}$ aufweist und die Schichthöhe mit $d = 0,5\text{mm}$ gegeben ist. Die Berechnung der y -Komponente H_y des magnetischen Feldes lässt sich angelehnt an dem Rechenweg für H_x auf ähnliche Weise durchführen.

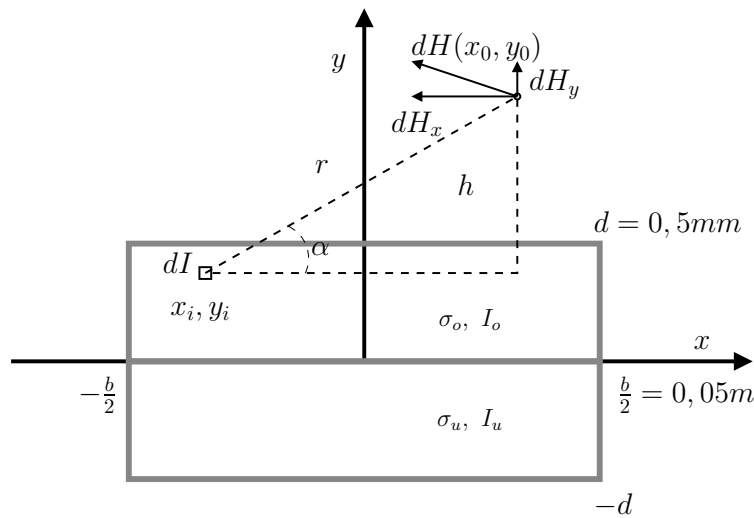


Abbildung 4.3: Geometrischer Zusammenhang zwischen einem Stromelement und dem magnetischen Feld im Querschnitt eines zweischichtigen Blechs.

Schon an Gleichung 4.3 ist zu erkennen, dass die Leitfähigkeit des Materials keinen Einfluß auf das Magnetfeld nimmt. Die Intensität des Feldes ist lediglich zur Stärke des eingepprägten Stromes proportional. Für einen vorgegebenen Stromfluß sind durch die Messung des Magnetfeldes somit keine Rückschlüsse auf die Leitfähigkeiten der Materialien möglich. Daher ist es zu Vergleichszwecken ausreichend, den Strom im jeweiligen Leiterelement vorzugeben. Die Gesamtstromstärke wird auf $I_G = 1\text{A}$ festgelegt. Wie in Abbildung 4.3 dargestellt, wird ein homogener Leiter mit einem zweischichtigen Werkstoff bei einem Leitfähigkeitsverhältnis von $\frac{I_o}{I_u} = \frac{9}{1}$ verglichen. Abbildung 4.4 zeigt das magnetische Feld des homogenen Leiters. In der linken Spalte ist die Komponente der x -Koordinate und in der rechten Spalte die Komponente der y -Koordinate zu sehen. Das Feld des plattierten Werkstoffs ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Auf den ersten Blick sind keine Unterschiede zwischen den Abbildungen zu erkennen und erst bei genauerer Betrachtung lassen sich Verlaufsabweichungen im Inneren der Leiter entdecken. Diese Differenzen werden in Abbildung 4.6 gesondert dargestellt. Dabei ist auffällig, dass die

Abweichung bei der x -Komponente vornehmlich im Leiterinneren zu finden sind, während das Feld der y -Komponente die deutlichsten Unterschiede am schmalseitigen Rand aufweist. Diese Differenzen sind nicht nur im Inneren des Werkstoffs sondern auch ausserhalb zu sehen. Insbesondere in der Verlängerung der schmalseitigen Aussenkante sind die Abweichungen selbst in einiger Entfernung zur Oberfläche noch vorhanden. Aufgrund des geringen Bereichs in denen diese Änderungen zu erwarten sind und den schwachen Ausprägungen, die sich trotz des enormen Leitfähigkeitsunterschieds einstellen, wird dieser Ansatz als mögliches Verfahren zur Schichtdickenbestimmung verworfen und für den Gleichstromfall nicht weiter betrachtet.

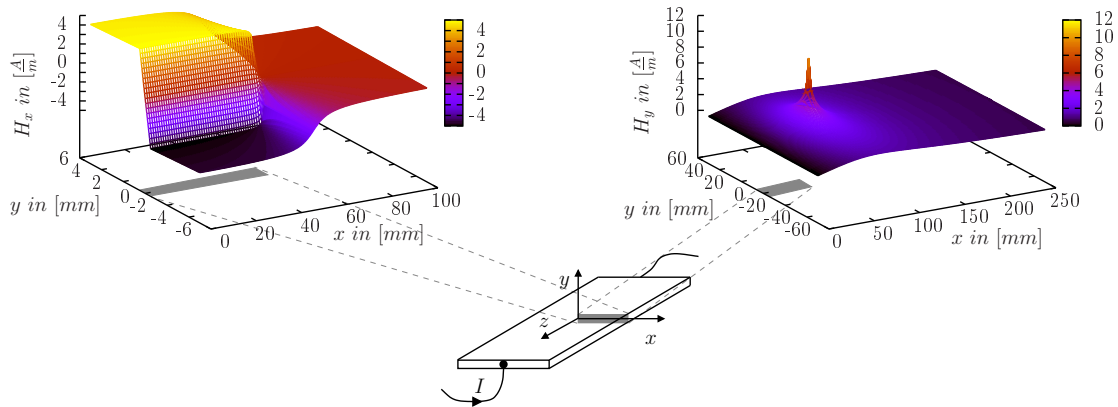


Abbildung 4.4: Magnetisches Feld eines homogenen Blechs getrennt in x -Komponente (links) und y -Komponente (rechts). Wegen der Symmetrie des Feldes ist nur eine Hälfte dargestellt.

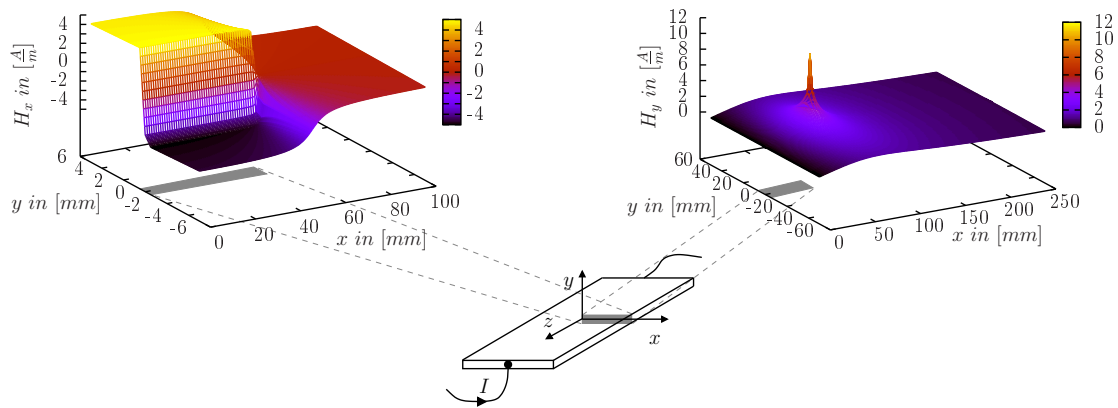


Abbildung 4.5: Magnetisches Feld einer zweischichtigen Plattierung getrennt in x -Komponente (links) und y -Komponente (rechts). Wegen der Symmetrie des Feldes ist nur eine Hälfte dargestellt.

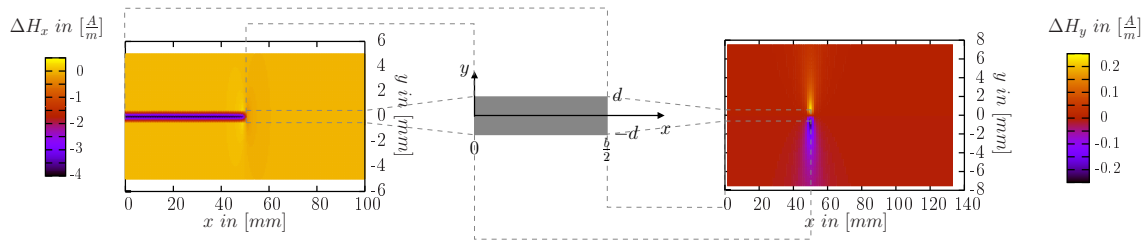


Abbildung 4.6: Abweichung des magnetischen Feldes einer zweischichtigen Plattierung bezogen auf das Feld eines homogenen Blechs. Wegen der Symmetrie des Feldes ist nur die rechte Symmetrieebene dargestellt, die in x -Komponente (links) und y -Komponente (rechts) aufgeteilt ist.

4.2 Das Potentialfeld im stromdurchflossenen Körper

Der Verlauf eines Potentialfeldes lässt sich durch die Maxwell'schen Gleichungen in Verbindung mit den Materialgleichungen beschreiben. Für metallische Leiter besteht zwischen Stromdichte \vec{J} , elektrischer Feldstärke \vec{E} und den materialspezifischen, elektrischen Leitfähigkeiten der Zusammenhang

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}. \quad (4.11)$$

Da die Feldstärke in einem wirbelfreien Feld als Gradient des Potentials φ nach

$$-\nabla\varphi = \vec{E} \quad (4.12)$$

darstellbar ist, soll nun der Einfluss eines eingepprägten Stromes auf den Potentialverlauf im Inneren und auf dem Rand eines Körpers untersucht werden. Mit der Gleichung

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

in Kombination mit 4.11 und 4.12 erhält man die Laplacegleichung

$$\Delta\varphi = 0, \quad (4.13)$$

die für den Potentialverlauf in einem wirbel- und quellenfreien Feld maßgebend ist. Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung, unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen, gibt Aufschluss über den Verlauf des Potentials im Körper selbst sowie auf dessen Rand und soll nachfolgend weiter untersucht werden.

4.2.1 Potentialverlauf in einem Quader bei punktförmiger Strom-einspeisung

Um den Potentialverlauf in einem Blech zu bestimmen, der sich bei punktförmiger Strom-einspeisung an Ober- und Unterseite eines Blechs ergibt, wird ein Quader Ω betrachtet,

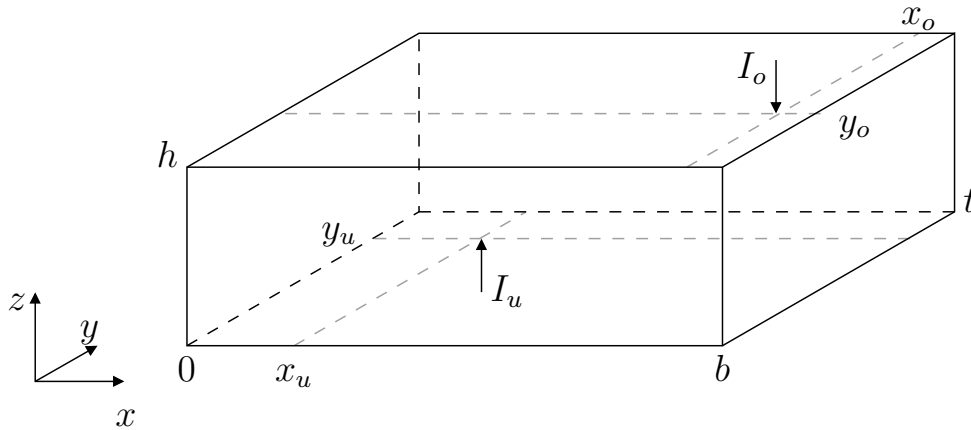


Abbildung 4.7: Quader der Abmessungen $(b \cdot h \cdot t)$ mit den Punkten (x_o, y_o) an der Ober- und (x_u, y_u) an der Unterseite.

wie in Abbildung 4.7 gezeigt. Die Speisepunkte auf dem Rand $\partial\Omega$ seien durch die Punkte (x_o, y_o) und (x_u, y_u) festgelegt, sodass sich das zu lösende Problem darstellt als

$$\Delta\varphi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{1}{\sigma} I_o \delta(x - x_o) \delta(y - y_o) \quad \text{auf } \partial\Omega_o \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} = -\frac{1}{\sigma} I_u \delta(x - x_u) \delta(y - y_u) \quad \text{auf } \partial\Omega_u \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega \setminus \{\partial\Omega_o, \partial\Omega_u\} \quad (4.17)$$

Anhand der Randbedingungen, die nur aus den Ableitungen in Normalenrichtung bestehen, ist ersichtlich, dass es sich um ein Neumann-Randwertproblem handelt. In [69] wurde die dreidimensionale Laplacegleichung für das Dirichlet-Problem über den Separationsansatz nach Bernoulli gelöst. Aufgrund der Analogie der Problemstellungen wird der gleiche Ansatz verfolgt. Somit lässt sich die Funktion φ durch ein Produkt darstellen, in dem die kartesischen Koordinaten x , y und z in einzelne Funktionen separiert werden. Dieses Produkt

$$\varphi = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$$

wird in 4.14 eingesetzt und anschließend durch φ dividiert, sodass folgende Gleichung entsteht:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2}{\partial x^2} X(x) + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2}{\partial y^2} Y(y) + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} Z(z) = 0. \quad (4.18)$$

Da jeder der Summanden nur von seiner jeweiligen Koordinate abhängt, ist diese Gleichung nur lösbar, wenn die einzelnen Summanden konstant sind und in ihrer Summe verschwinden. Infolgedessen kann die Partielle Differentialgleichung durch drei gewöhnliche Differentialgleichungen dargestellt werden, die über die Separationskonstanten k

und l miteinander verknüpft sind. Dies führt zu dem zu lösenden Gleichungssystem

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} X(x) = -k^2 X(x), \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} Y(y) = -l^2 Y(y), \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} Z(z) = (k^2 + l^2) Z(z). \quad (4.21)$$

Die Lösungsansätze dieser Differentialgleichungen sind bekannt und für φ lässt sich die allgemeine Lösung

$$\begin{aligned} \varphi &= X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \\ &= (A \cos(kx) + B \sin(kx)) \cdot (C \cos(ly) + D \sin(ly)) \\ &\quad \cdot (E \cosh(\sqrt{k^2 + l^2} z) + F \sinh(\sqrt{k^2 + l^2} z)) \end{aligned} \quad (4.22)$$

aufschreiben. Für den Fall $k \rightarrow 0$ würde der Ausdruck $X(x)$ in einen linearen Ansatz übergehen und man erhält

$$X(x) = \tilde{A} + \tilde{B}x \quad \text{für } k \rightarrow 0.$$

Da ein Neumann-Randwertproblem nur bis auf eine Konstante bestimmt ist und der Sonderfall der Linearität in der nachfolgenden Rechnung keinen Anteil zur Lösungsfindung beiträgt, wird der Ausdruck

$$\varphi_{\text{konstant}} = 0$$

gesetzt und im weiteren Verlauf der Rechnung nicht weiter berücksichtigt.

Die spezielle Lösung des Problems erhält man, indem man die Konstanten des Ansatzes 4.22 unter Berücksichtigung der Randbedingungen 4.15 bis 4.17 bestimmt. Durch das Bilden der Ableitungen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

erhält man die Koeffizienten

$$B = D = 0$$

sowie die Separationskonstanten

$$k = \frac{m \cdot \pi}{b} \quad \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.23)$$

und

$$l = \frac{n \cdot \pi}{t} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.24)$$

Die Werte für die Konstanten k und l in den Gleichungen 4.23 und 4.24 sind nicht eindeutig bestimmt, sondern liefern durch die ganzzahligen Werte für m und n unendlich viele Lösungsmöglichkeiten der Differentialgleichungen. Um die gesuchte Lösung vollständig beschreiben zu können, müssen diese möglichen Lösungen für die weitere Berechnung

im Ansatz berücksichtigt werden. Das hat zur Konsequenz, dass die Lösungsfunktion φ durch das Produkt der Summen wie folgt zu beschreiben ist

$$\varphi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_m C_n \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t}y\right) \cdot \left(E_{m,n} \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} z\right) + F_{m,n} \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} z\right) \right). \quad (4.25)$$

Um die Komplexität der Lösung gering zu halten, fließen die Randbedingungen an Ober- und Unterseite nicht direkt in die Rechnung ein, sondern werden in zwei Fällen unterschieden. Mit Hilfe des Superpositionsprinzips lassen sich die Randbedingungen 4.15 und 4.16 somit durch

$$1) \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{z=h} = \frac{1}{\sigma} I_0 \delta(x - x_o) \delta(y - y_o) \quad \text{und} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0 \quad (4.26)$$

$$2) \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{1}{\sigma} I_0 \delta(x - x_u) \delta(y - y_u) \quad \text{und} \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{z=h} = 0 \quad (4.27)$$

umschreiben. Im ersten Fall ergibt sich für $z = 0$ aus Gleichung 4.26 die Bedingung $F_{m,n} = 0$, sodass sich der erste Funktionsteil φ_1 vereinfacht zu

$$\varphi_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_m C_n E_{m,n} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t}y\right) \cdot \cosh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} z\right). \quad (4.28)$$

Mit der Substitution $\Gamma_{n,m} = \sqrt{k^2 + l^2} \cdot A_m C_n E_{m,n}$ gilt somit für die weitere Ableitung aus Gleichung 4.26

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\Big|_{z=h} &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \Gamma_{n,m} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b} \cdot x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} \cdot y\right) \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right) \\ &= \frac{1}{\sigma} I_0 \delta(x - x_o) \delta(y - y_o) \end{aligned}$$

Nun wird die Funktion gedanklich als doppelt-periodisch angesehen, was für die Lösung innerhalb des Quaders unbedeutend ist, da das außenliegende Gebiet nicht von Interesse ist. Die Periodizität bezieht sich auf die x - und y -Koordinaten, wobei den Periodendauern gerade die doppelten Quaderabmessungen entsprechen, nämlich $T_x = 2b$ beziehungsweise $T_y = 2t$. Unter der Annahme, dass die Funktion jeweils symmetrisch sei, lässt sich φ_1 nun in eine Fourierreihe entwickeln und man erhält

$$\begin{aligned} &\int_0^b \int_0^t \frac{1}{\sigma} I_0 \delta(x - x_o) \delta(y - y_o) \cdot \cos\left(\frac{m'\pi}{b}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n'\pi}{t}y\right) dy dx \\ &= \int_0^b \int_0^t \sum_{m,n=1}^{\infty} \Gamma_{n,m} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t}y\right) \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right) \\ &\quad \cdot \cos\left(\frac{m'\pi}{b}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n'\pi}{t}y\right) dy dx \quad (4.29) \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Orthogonalitätsrelationen ([70]) folgt

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma} I_0 \cdot \cos\left(\frac{m'\pi}{b} x_o\right) \cdot \cos\left(\frac{n'\pi}{t} y_o\right) \\ = \sum_{m,n=1}^{\infty} \Gamma_{n,m} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right) \cdot \frac{bt}{4} \cdot \delta_{m,m'} \cdot \delta_{n,n'} \end{aligned} \quad (4.30)$$

wobei $\delta_{i,i'}$ dem Kronecker-Symbol entspricht mit

$$\delta_{m,m'} = \begin{cases} 1 & \text{für } m = m' \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad \delta_{n,n'} = \begin{cases} 1 & \text{für } n = n' \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Daraus berechnet sich der Koeffizient $\Gamma_{m,n}$ mit der Substitution $i' \rightarrow i$ zu

$$\Gamma_{m,n} = \frac{4}{\sigma \cdot bt} I_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_o\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y_o\right) \cdot \frac{1}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right)} \quad (4.31)$$

und eingesetzt in Gleichung 4.28 resultiert als Lösung der Laplacegleichung für den ersten Fall

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2}} \frac{4}{\sigma \cdot bt} I_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_o\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y_o\right) \cdot \\ \cos\left(\frac{m\pi}{b} x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y\right) \cdot \frac{\cosh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} z\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right)}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Analog zur Berechnung von φ_1 kann die Funktion φ_2 bestimmt werden, die die Lösung der Differentialgleichung für den zweiten Fall mit den Randbedingungen 4.27 darstellt. Die Summe der beiden Funktionen φ_1 und φ_2 stellt die Gesamtfunktion φ wie folgt dar

$$\begin{aligned} \varphi = \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2}} \cdot \frac{4}{\sigma \cdot bt} I_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b} x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y\right) \\ \cdot \left(\cos\left(\frac{m\pi}{b} x_o\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y_o\right) \cdot \frac{\cosh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} z\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right)} \right. \\ \left. + \cos\left(\frac{m\pi}{b} x_u\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{t} y_u\right) \cdot \frac{\cosh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} (h - z)\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2} h\right)} \right). \end{aligned} \quad (4.33)$$

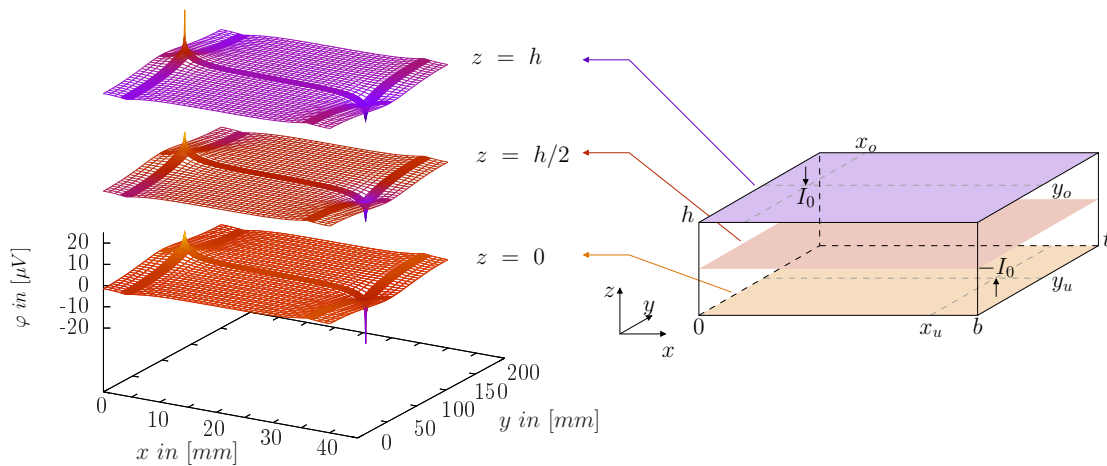


Abbildung 4.8: Potentialverlauf in der x - y -Ebene des Quaders. Im Diagramm ist der Verlauf an der Unterseite zu sehen. Darüberliegend sind die Verläufe in der Mitte und an der Oberseite des Quaders dargestellt.

Berechnet man den Potentialverlauf für eine Anordnung, wie sie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, und berücksichtigt die geometrischen Besonderheiten eines Blechs mit $b, t \gg h$, dann erhält man die in den Abbildungen 4.8 und 4.9 exemplarisch dargestellten Verläufe. Aufgrund der Periodizität, die zur Berechnung der Konstanten angenommen wurde, stimmt die gefundene, analytische Lösung nicht exakt mit dem real zu erwartenden Verlauf überein. Bei genauerer Betrachtung von Abbildung 4.8 sind an den Rändern auf der Höhe der Speisestellen Extrema zu sehen, denen kein tatsächlicher Verlauf entspricht. Die Lösung darf daher nur als Näherung des realen Verlaufs angesehen werden. Dennoch lässt sich feststellen, dass sich der Strom sehr schnell über dem Querschnitt (entsprechend der Y - Z -Ebene) ausbreitet und diese Ebene bereits in geringem Abstand von den Speisestellen eine Äquipotentialebene darstellt. In dem Gebiet zwischen den stromführenden Kontakten bildet sich demzufolge ein ohmscher Bereich aus, in dem ein linearer Anstieg des Potentials zu verzeichnen ist. Die Messung des ohmschen Widerstandes scheidet als Prinzip für ein Messverfahren jedoch aus, da zur Bestimmung von n Schichten auch n linear unabhängige Messungen nötig sind. Die geometrische Anordnung lässt dies jedoch nicht zu. Für die weitere Betrachtung ist daher der Potentialverlauf in nächster Umgebung zu den Kontakten von Interesse. Der analytische Aufwand ist schon bei diesem einfachen Aufbau sehr groß, sodass weitere Rechnungen zur Untersuchung des Einfluss von Schichtdickenänderungen und Haftungsfehlern mittels numerischer Verfahren durchgeführt werden. Ein Verfahren, das sich in diesem Zusammenhang bewährt hat, beruht auf der Methode der finiten Elemente.

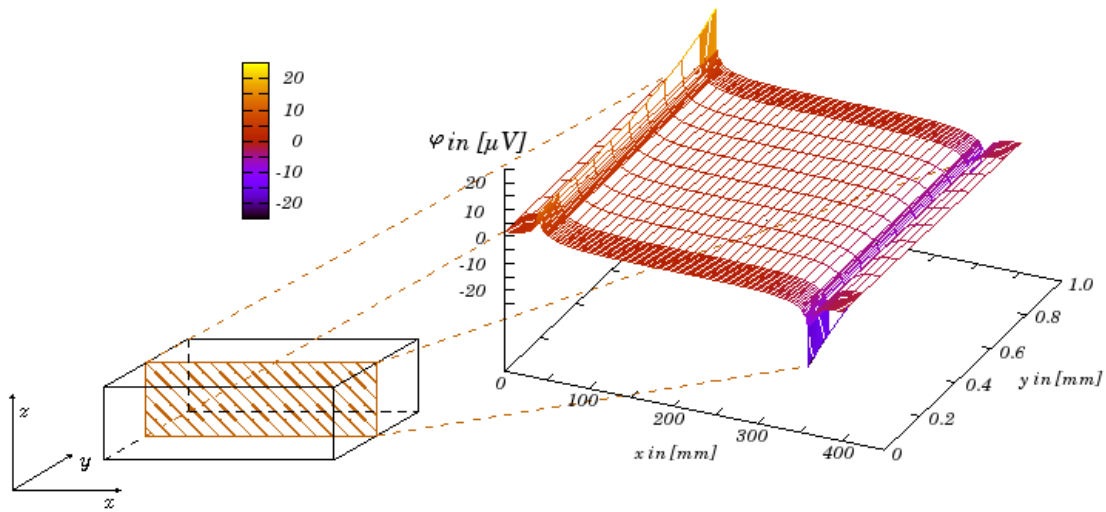


Abbildung 4.9: Potentialverlauf durch die Speisepunkte in der x - z -Ebene des Quaders.

4.2.2 Numerische Berechnung der Potentialverteilung mittels finiter Elemente

Durch die Methode der finiten Elemente lassen sich Differentialgleichungen lösen, die die physikalische Verteilung einer gesuchten Größe in einem vorgegebenen Gebiet beschreiben. Voraussetzung ist jedoch, dass es sich um eine Randwertaufgabe handelt und somit entweder die Größe selbst oder die Normalenableitung der Größe auf dem Rand des Gebiets bekannt sind. Wegen der vielfältigen Einsatzmöglichkeiten ist die Methode der finiten Elemente für den Einsatz in Physik und Technik von großer Bedeutung. Die Flexibilität des Verfahrens, die zu unterschiedlichen Entwicklungsmöglichkeiten der Elementgleichungen führt, erlaubt eine Klassifizierung diverser Ansätze. Grob werden darunter die direkte Methode (Kollokationsmethode), die Variationsrechnung nach Rayleigh-Ritz, das Verfahren der gewichteten Residuen, das insbesondere Galerkin zugeschrieben wird, und das Prinzip der Energiebalance ([71]) differenziert. Zur Berechnung von Potentialfeldern kommen die Verfahren der Variationsrechnung und die Methode der gewichteten Residuen zur Anwendung, die zu einer äquivalenten Darstellung der finiten Elemente führen ([72]). Ist in einem ebenen, endlich zusammenhängenden Gebiet Ω , das von einem stückweise stetig differenzierbaren Rand $\partial\Omega$ begrenzt wird, die Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x}(k_1(x, y) \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial u}{\partial y}(k_2(x, y) \frac{\partial u}{\partial y}) + \rho(x, y)u = f(x, y) \quad (4.34)$$

gesucht, so gilt es den Integralausdruck

$$I = \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \left(k_1(x, y) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + k_2(x, y) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right) - \frac{1}{2} \rho(x, y) u^2 + f(x, y) u \right) dx dy + \oint_{\partial\Omega} \left(\frac{1}{2} \alpha(s) u^2 - \gamma(s) u \right) ds \quad (4.35)$$

in Abhängigkeit von der gesuchten Funktion u extremal zu machen. Die Funktionen $k_i(x, y)$ sowie $\rho(x, y)$ und $f(x, y)$ sind durch die Differentialgleichung in dem betrachteten Gebiet gegeben. Weiterhin seien $\alpha(s)$ und $\gamma(s)$ gegebene Funktionen der Bogenlänge s auf dem Rand $\partial\Omega$. Dabei gilt es die gegebenen Bedingungen auf $\partial\Omega$ in Form einer Dirichletschen Randbedingung

$$u = \zeta(s) \quad (4.36)$$

oder einer natürlichen Randbedingung als allgemeine Cauchysche Randbedingung mit

$$k_1(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k_2(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} n_y + \alpha(s) u = \gamma(s) \quad (4.37)$$

zu berücksichtigen. In Gleichung 4.37 entsprechen den n_i die Richtungskosinus der äußeren Normalen n auf dem Rand $\partial\Omega$ ([73]). Für den Fall der Laplacegleichung 4.14 ergibt sich daraus das Variationsintegral

$$W = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma \cdot \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy - \int_{\partial\Omega} \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \cdot \varphi ds, \quad (4.38)$$

dessen Extremumsuche zur Minimierung der Energiefunktion äquivalent ist ([74]). Das dargestellte Problem bezieht sich auf einen zweidimensionalen Fall. Eine Verallgemeinerung auf drei Dimensionen ist möglich, wird jedoch aufgrund der steigenden Komplexität des Modells vermieden. Um den Bezug zum Quader aus Abbildung 4.7 herzustellen, wird die Modellebene in die x - z -Ebene gelegt und die Tiefe des Körpers in y -Richtung unendlich ausgedehnt. Aus dieser Modifikation resultiert eine neue Randbedingung, sodass die punktförmige Stromspeisung durch einen Linienstrom ersetzt wird. Daraus ergeben sich folgende Nebenbedingungen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{I_0}{\sigma \cdot l} \delta(x - x_o) \quad \text{auf } \partial\Omega_o \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{I_0}{\sigma \cdot l} \delta(x - x_u) \quad \text{auf } \partial\Omega_u \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega \setminus \{\partial\Omega_o, \partial\Omega_u\}, \quad (4.41)$$

die in Gleichung 4.38 berücksichtigt werden müssen. Da die Berechnung einer Lösungsfunktion für das gesamte Gebiet nur schwer möglich ist, wird das Gebiet in viele, kleine

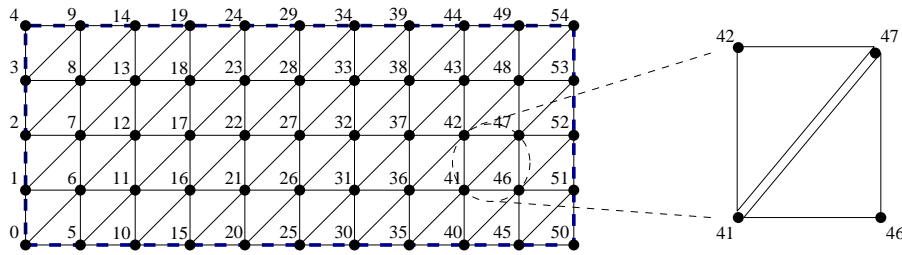


Abbildung 4.10: Gleichmäßige Vernetzung eines rechteckigen Modells mit Dreieckselementen

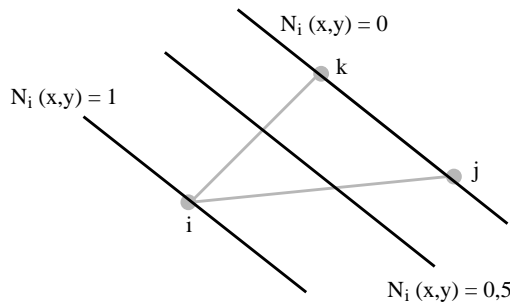


Abbildung 4.11: Formfunktion N_i innerhalb eines Dreieckselements

Elemente aufgeteilt, den finiten Elementen. Häufig werden Dreieckselemente verwendet, sodass sich für die rechteckige Modellebene die in Abbildung 4.10 beispielhaft gezeigte Struktur ergibt. In den Eckpunkten der Elemente, den sogenannten Knotenpunkten, werden später die Potentiale φ_i berechnet. Werte innerhalb eines Elements werden mit Hilfe der Funktionswerte an den Eckpunkten interpoliert, was durch die Superposition der mit einer Formfunktion gewichteten Potentiale geschieht. Das Potential φ_e lässt sich infolgedessen durch

$$\varphi_e(x, y) = N_1(x, y)\varphi_1 + N_2(x, y)\varphi_2 + N_3(x, y)\varphi_3 \tag{4.42}$$

in jedem Punkt des Elements bestimmen. In den Elementen erster Ordnung werden die Gewichtungsfunktionen N_i durch eine lineare Funktion ausgedrückt, mit der Eigenschaft, dass die Formfunktionen in den ihnen zugeordneten Knotenpunkten gleich eins sind, in den anderen Knotenpunkten jedoch den Wert Null annehmen. Diese Besonderheit wird in Abbildung 4.11 illustriert. Mit dem linearen Ansatz

$$\varphi_e(x, y) = C_\alpha + C_\beta x + C_\gamma y \tag{4.43}$$

lassen sich in den Knotenpunkten drei Gleichungen aufstellen, durch die die Koeffizienten C_α , C_β und C_γ als Funktion

$$C_\nu = f(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) \tag{4.44}$$

ermittelt werden können. Durch einen Koeffizientenvergleich stellt sich nunmehr die Formfunktion $N_1(x, y)$ wie folgt dar:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2\Delta A} ((x_1y_3 - x_3y_1) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y). \quad (4.45)$$

Die Funktionen N_2 und N_3 ergeben sich daraus durch zyklisches Vertauschen der Indizes. Das Zusammenführen der Gleichungen 4.42 und 4.38 resultiert in einer auf das Element bezogenen Energiefunktion W_e , die es für jedes Element zu minimieren gilt. Dies geschieht durch das Bilden der Ableitung als Funktion der Potentiale φ_i mit

$$\frac{\partial W_e}{\partial \varphi_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.46)$$

Daraus folgt ein Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} Y_{11}^e & Y_{12}^e & Y_{13}^e \\ Y_{21}^e & Y_{22}^e & Y_{23}^e \\ Y_{31}^e & Y_{32}^e & Y_{33}^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^e \\ I_2^e \\ I_3^e \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

das nach [75] als Widerstandsnetzwerk interpretiert werden kann. Die Leitwerte Y_{ij} lassen sich wie folgt berechnen

$$Y_{ij} = \frac{\sigma_e}{2\Delta A} (b_i b_j + c_i c_j) \quad \text{für } i \neq j \quad (4.48)$$

mit

$$b_1 = y_2 - y_3, \quad b_2 = y_3 - y_1, \quad b_3 = y_1 - y_2 \quad (4.49)$$

$$c_1 = x_3 - x_2, \quad c_2 = x_1 - x_3, \quad c_3 = x_2 - x_1, \quad (4.50)$$

wobei wegen der Symmetrie der Matrix

$$Y_{ij} = Y_{ji} \quad (4.51)$$

gilt und

$$Y_{ii} = -Y_{ij} - Y_{ik} \quad \text{mit } i \neq j \neq k \quad (4.52)$$

für die Elemente der Hauptdiagonalen. Das Randwertproblem lässt sich nun aus den Elementgleichungen zu einem Gesamtsystem zusammensetzen. Da die Potentiale φ_i in den N Knotenpunkten des Gebiets bestimmt werden, besteht das System aus N Gleichungen in der Form

$$\mathbf{Y}_{N,N} \cdot \varphi_N = \mathbf{I}_N. \quad (4.53)$$

Ein Neumann-Randwertproblem, wie es wegen der Bedingungen 4.39 bis 4.41 gegeben ist, kann jedoch nur bis auf eine Konstante bestimmt werden. Deshalb muss das Potential in einem Punkte festgelegt werden, sodass sich das Gleichungssystem 4.53 zu

$$\mathbf{Y}_{N-1,N-1} \cdot \varphi_{N-1} = \mathbf{I}_{N-1}. \quad (4.54)$$

reduziert. Bei der Leitwertmatrix $\mathbf{Y}_{N-1,N-1}$ handelt es sich um eine symmetrische Matrix von vollem Rang, die wegen der geringen Kopplung von Element zu Element nur schwachbesetzt ist. Die Potentiale φ_{N-1} lassen sich nun mit der Inversen der Leitwertmatrix $\mathbf{Y}_{N-1,N-1}$ entsprechend

$$\varphi_{N-1} = (\mathbf{Y}_{N-1,N-1})^{-1} \cdot \mathbf{I}_{N-1} \quad (4.55)$$

berechnen.

Wie in 4.2.1 gezeigt wurde, ist der Ausbreitungsbereich in der Nähe der Kontakte sehr schmal. Da der lineare ohmsche Bereich für eine Schichtdickenbestimmung jedoch nicht nutzbar ist, wird dieses Gebiet sehr klein gehalten, um den numerischen Rechenaufwand gering zu belassen und den Fokus in den Speisebereich zu legen. Der betrachtete Querschnitt in x - z -Richtung ist auf 5cm Breite und 1cm Höhe begrenzt. Die Stromkontakte sind 1mm breit und sind oberhalb des Querschnitts bei 1cm und unterhalb bei 4cm mit der Stahl-Kupferplattierung verbunden. Der geometrische Aufbau sowie der Potentialverlauf an Ober- und Unterseite der linken Elektrode sind in Abbildung 4.12(a) für eine Linienstromdichte $\frac{I}{l} = 1 \frac{A}{m}$ dargestellt. Durch die realen Abmessungen der Elektrode wird der Speisebereich auseinandergezogen und es ist ein Potentialberg zu sehen, der zwar breiter aber auch flacher verläuft als dies bei einem punktförmigen Kontakt der Fall ist. Links von der Elektrode ist das Potential, entsprechend der Gleichungen 4.12 und 4.11, konstant, da dort kein Strom fließt. Auf der rechten Seite ist der ohmsche Bereich zu sehen, in dem das Potential φ in Richtung der anderen Elektrode linear abfällt. Nun stellt sich die Frage, ob eine Schichtdickenbestimmung anhand des Potentialverlaufs an der Oberfläche möglich ist. Um dies weiter zu erörtern, sind in Abbildung 4.12(b) die Potentialverläufe für drei Stahl-Kupfer-Kombinationen aufgetragen, die sich bei einer identischen Gesamtdicke von 1mm in den Dickenverhältnissen unterscheiden. Illustriert sind die Potentiale an der Oberfläche von Stahl und Kupfer entsprechend den prozentualen Verhältnissen von 40/60 (unten), 50/50 (mitte) und 60/40 (oben). Durch den Balken in der Grafik werden die Elektrodenabmessungen deutlich gemacht, die offensichtlich den ortsbezogenen Messbereich an der Elektrodenseite stark einschränken. Als gemeinsamer Referenzpunkt ist der Mittelpunkt der Querschnittsfläche festgelegt, in dem das Potential jeweils 0V beträgt. Es ist zu erkennen, dass die Kombination mit einem höheren Stahl-Anteil, einem Material mit einer niedrigen spezifischen elektrischen Leitfähigkeit, einen stärkeren Potentialabfall zur Folge hat. Dies ist auch in nächster Umgebung zur Speiseelektrode zu sehen, sodass sich eine Schichtdickenanalyse auf dieses Gebiet beschränken würde. Allerdings sind die zu messenden Potentialdifferenzen sehr gering, selbst wenn diese durch einen größeren Speisestrom angehoben werden könnten. Fraglich ist jedoch weiterhin wie aus dem Potentialverlauf an der Oberfläche auf die Schichtdickenverteilung innerhalb des Prüfobjekts geschlossen werden kann. Mit Hilfe der Finiten Elemente Methode war es möglich, den Potentialverlauf in einem bekannten Gebiet zu berechnen. Diese Aufgabenstellung wird in der Literatur als Vorwärtsproblem beschrieben. Bei einer Schichtdickenbestimmung lassen sich die Potentiale an der Oberfläche allerdings durch Messungen bestimmen und der innere Aufbau des Körpers soll anhand der Messwerte bestimmt werden. Die Aufgabe hat sich damit geändert und wird allgemein als inverses

Problem bezeichnet ([76]). Lösungsverfahren zur Rekonstruktion der elektrischen Leitfähigkeiten innerhalb des Körpers sind bereits aus dem Bereich der Medizin ([77], [78], [79]) und der Geologie ([80]) bekannt. Die Verfahren basieren häufig auf einem Modell, bestehend aus finiten Elementen, dessen Struktur durch eine nichtlineare Optimierung iterativ berechnet und verbessert wird. Allerdings sind die zu messenden Potentiale bei diesen Applikationen wegen der geringeren Leitfähigkeiten der Materialien höher und die Messpunkte in gleichmäßigen Abständen über das Messobjekt verteilt.

Eine weitere Betrachtung gibt Aufschluss über die Störanfälligkeit dieses Prinzips. Analog zu dem in Kapitel 3.3.1 vorgestellten Verfahren der Vierspitzenmethode, muss eine sehr gute, elektrisch leitende Verbindung zwischen Elektrode und Prüfobjekt hergestellt werden. Kontaktwiderstände zwischen einer stromführenden Elektrode und der Oberfläche des Werkstücks beeinflussen die Ausbreitung des Stromes und damit auch den Potentialverlauf in nächster Umgebung zur unzureichenden Kontaktstelle. Um dies zu verdeutlichen, wird an der Verbindungsstelle eine $1\mu\text{m}$ dicke und 0.25mm breite Isolationsschicht eingefügt. Die Störstelle deckt demzufolge ein Viertel der Elektrode ab. Die Auswirkungen dieser Störung sind in Abbildung 4.13 dargestellt, in der das Potential an der kontaktierten Oberseite (links) und der Unterseite (rechts) gezeigt wird. Verglichen wird dort der ideale Verlauf mit zwei Berechnungen, für die die erwähnte Störstelle bis an die linke bzw. die rechte Außenkante der Elektrode reicht. An diesen Stellen sind die Störungen für die Spannungsmessungen im Umfeld der Kontaktstelle am größten. Neben einer Potentialänderung im stromfreien, linken Bereich der Elektrode verändert sich der Feldverlauf an dessen Kanten sehr stark. Die mittlere, sich stetig verändernde Funktion entspricht der idealen Kontaktierung. In den anderen Funktionen sind die erhöhten Kontaktwiderstände unterhalb des abknickenden Funktionsverlaufs zu lokalisieren, sodass der untere Graph der linksseitig befindlichen Isolationsschicht zu zuordnen ist. Da die rechtsseitige Störstelle zu einer stärkeren Veränderung des elektrischen Strömungsfeldes führt als dies bei der linksseitigen der Fall ist, resultiert darin ein Potentialanstieg, der in dem oberen Funktionsgraphen wiedergegeben wird.

Werden die gefundenen Erkenntnisse zusammengefaßt, folgt daraus die Aussage, dass Spannungsmessungen nur im Nahbereich um die stromspeisenden Elektroden herum verwertbar und dass diese Spannungen aufgrund der hohen elektrischen Leitfähigkeiten sehr gering sind. Unter der Berücksichtigung der Kontaktwiderstände zwischen Elektrode und Prüfkörper, die gerade in der nächsten Umgebung zur Elektrode zu Potentialverzerrungen und Messfehlern führen, bleibt nur der Schluß, dass ein derartiges Verfahren zur Schichtdickenbestimmung nicht sinnvoll ist. Dies muss für das Auffinden von Haftungsfehlern jedoch nicht gelten. Da die Haftungsfehler durch Lunker oder Verunreinigungen hervorgerufen werden, geht damit auch eine Erhöhung des lokalen Widerstandes einher. Wie in Abbildung 4.13 zu sehen ist, verändert sich der Potentialverlauf an der gegenüberliegenden Seite der Elektrode bereits bei geringen Störeinflüssen, sodass eine gut ausgebildete Bindezone von einem Haftungsfehler deutlich zu unterscheiden sein sollte. Für eine Anordnung, wie in Abbildung 4.14 dargestellt, in der die stromspeisenden Elektroden an der Oberseite und die Messelektroden an der Unterseite jeweils gegenüberliegend positioniert sind, stellen sich die angegebenen Differenzspannungen ein. Das plattierte Werkstück besteht aus zwei Schichten, Stahl und Kupfer, von je $0,5\text{mm}$ Di-

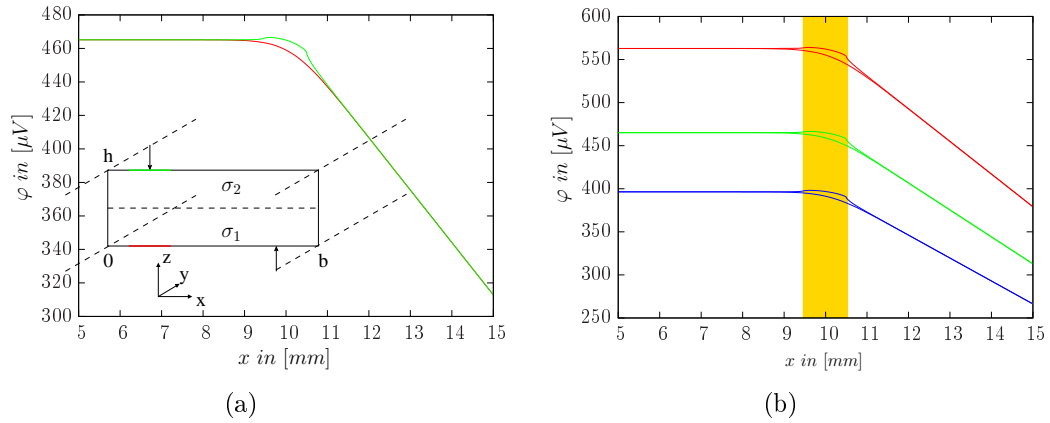


Abbildung 4.12: Links: Potentialverlauf an Ober- und Unterseite in nächster Umgebung zur stromführenden Elektrode. Rechts: Potentiale an der Oberfläche einer Stahl-Kupfer-Plattierung entsprechend den prozentualen Verhältnissen von 40/60 (unten), 50/50 (mitte) und 60/40 (oben).

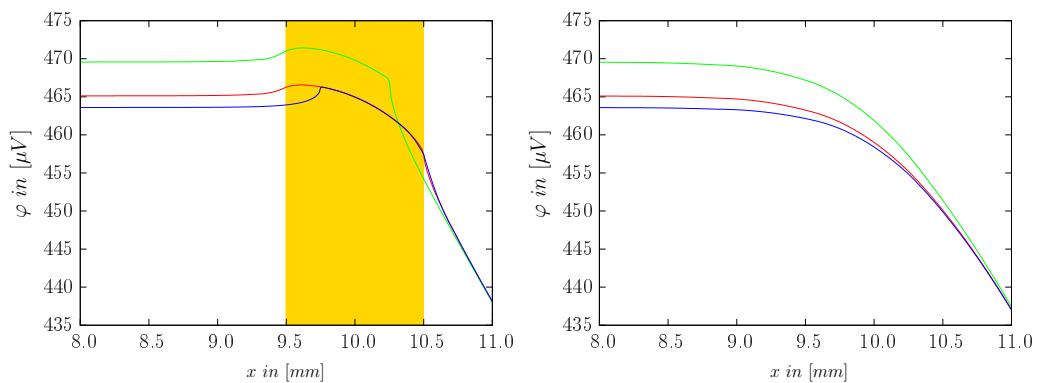


Abbildung 4.13: Potential an der kontaktierten Oberseite (links) und der Unterseite (rechts) unter Berücksichtigung eines Kontaktfehlers. Unterschieden werden: Fehlstelle links (unten), Fehlstelle rechts (oben) und als Referenz der fehlerfreie Fall (mittig).

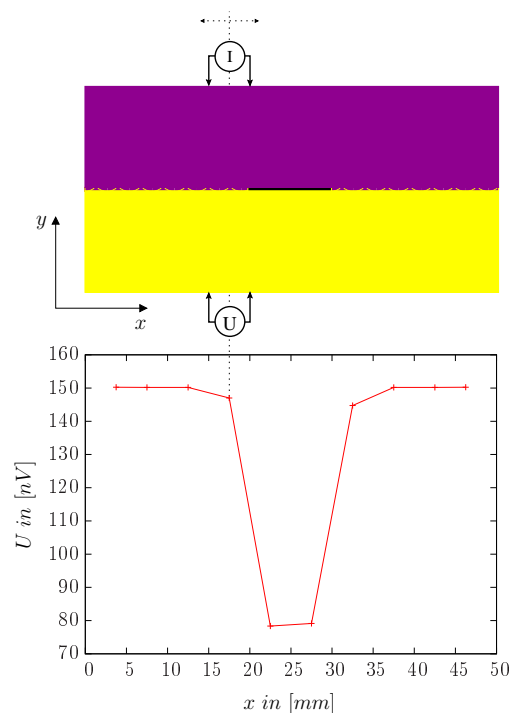


Abbildung 4.14: Schematischer Aufbau einer Anordnung zur Lokalisierung von Haftungsfehlern in einem zweischichtigen Blech (oben) mit den Differenzspannungen an der Oberfläche (unten).

cke. In der Bindezone befindet sich mittig eine 1cm breite Isolationsschicht, die einen Haftungsfehler simulieren soll. Die gemessenen Spannungen zeigen eine deutliche Wertänderung im Bereich des Fehlers, sodass dieser mit seinen Abmessungen grob sichtbar wird. An den Außenseiten bilden sich gleichbleibende Potentialdifferenzen aus. Die Fehlstelle wird detektierbar, da der Strom größtenteils oberhalb des Defekts und nur ein geringer Anteil unterhalb des Fehler fließt. Auf der Unterseite des Fehlers bildet sich ein gleichmäßiger Potentialabfall von der höheren zur niedrigeren Potentialfläche aus, der somit zu einer Spannungsänderung führt. Eine Variation des Elektrodenabstands resultiert in einem veränderten Spannungsverlauf, wie dies in Abbildung 4.15 für die Abstände 0,5cm (unten), 1cm (mitte) und 2cm (oben) zu sehen ist. Demzufolge ist ein Haftungsfehler besser zu lokalisieren, wenn der Elektrodenabstand kleiner als der Fehler ist. Dies wird gerade in dem oberen Graphen deutlich, da der Fehler nur sichtbar wird, wenn dieser in der Achse eines Strom-Spannungs-Elektrodenpaares liegt. Für die optimale Detektierbarkeit ergibt sich daraus, dass die Fehlstelle deutlich größer als der Elektrodenabstand sein muss und sich die Messanordnung mittig unter dem Fehler befindet. Eine Variation der Schichtdicken bei einer konstanten Gesamtschichtdicke resultiert in den in Tabelle 4.1 angegebenen Spannungen. Das Variieren der Schichtdicken hat eine Veränderung der Messspannungen zur Folge, was aufgrund der strukturellen Anordnung nicht verwunderlich ist. Auffällig ist jedoch, dass das Vertauschen der Elektrodenpaare

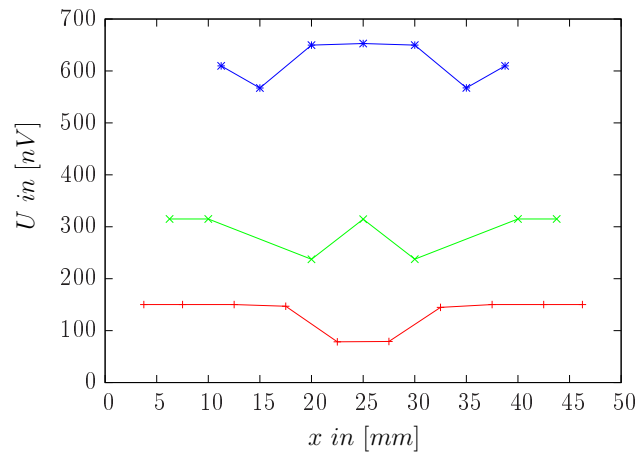


Abbildung 4.15: Differenzspannungsverläufe bei einer Variation des Elektrodenabstands (0,5cm (unten), 1cm (mitte) und 2cm (oben)).

prozentualer Kupfer-Stahl-Anteil	Spannung in [nV] (Stromeinspeisung oben, Spannungsmessung unten)
25 / 75	139.1
50 / 50	80.1
75 / 25	56.9

Tabelle 4.1: Messspannungen für eine Messanordnung nach Abbildung 4.16 mittig über einem Haftungsfehler.

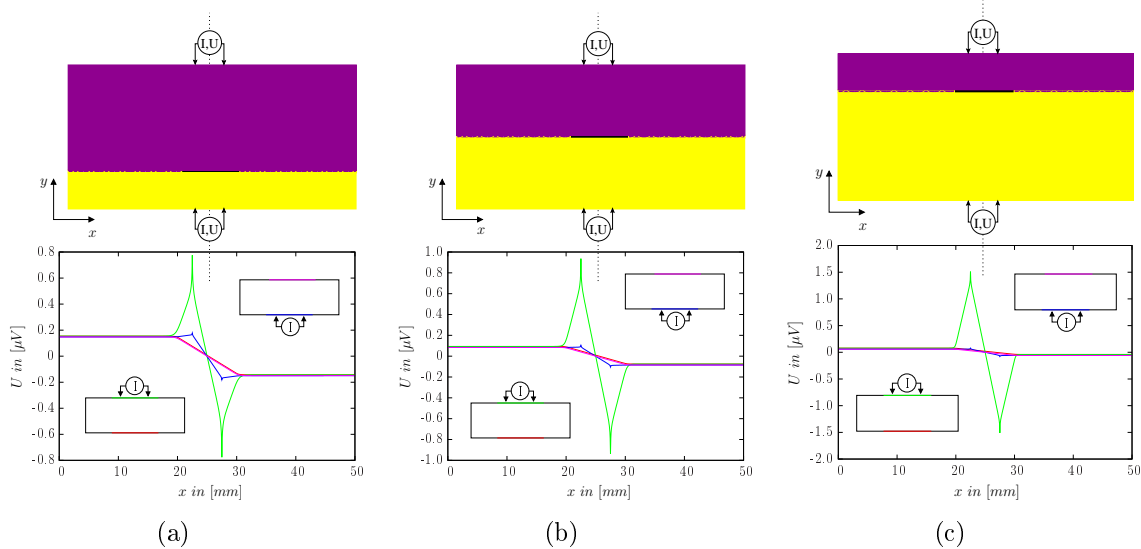


Abbildung 4.16: Potentialverläufe an der Oberfläche einer Kupfer-Stahl-Plattierung unterschiedlicher Dickenverhältnisse (links: 25/75, mittig: 50/50, rechts: 75/25). Die Verläufe sind für die Speise- und die Messeite dargestellt sowie für eine gedrehte Anordnung.

zu ähnlichen Spannungswerten führt. Die detaillierten Potentialverläufe sind in Abbildung 4.16 gegeben. Es ist ersichtlich, dass sich außerhalb der Messanordnung konstante Potentialflächen einstellen. Diese sind sowohl von der Position der speisenden Elektroden als auch von der betrachteten Oberfläche unabhängig. Da die Elektrodenspannung bei einem Haftungsfehler aus dem Gradienten der äußeren Potentialniveaus herrührt, hat die Nähe des Fehlers zu den Speiseelektroden keinen Einfluß auf die Messspannung. Zwischen den stromspeisenden Elektroden hängt der Potentialverlauf allerdings vom Material und den Dickenverhältnissen ab, sodass sich hier deutlich unterschiedliche Potentialverläufe ergeben. Unabhängig von der Lage der Haftungsfehler lassen sich diese in einem Durchgang nachweisen. Ein zweiter Durchlauf mit vertauschten Elektroden ist nicht notwendig. Allerdings lässt sich die Lage bei mehreren Schichten derart nicht lokalisieren. Zu diesem Zweck ist eine Modifikation der Anordnung notwendig. Da sich Haftungsfehler nur direkt unter den Elektroden nachweisen lassen, ist die Prüfung eines Blechs sehr aufwendig. Sinnvoller ist es, einen größeren Bereich möglichst berührungslos prüfen zu können. Verfahren, die dies ermöglichen und in anderen Bereichen Anwendung finden, sind die Thermografie ([81], [82], [83], [84], [85]) und die holographische Interferometrie ([86], [87], [88], [89]). Da die Herstellung von plattierten Blechen, wie in Kapitel 2 mit einer Temperaturerhöhung einhergeht, ist es naheliegend, ein thermographisches Verfahren mit in den Prozess einzubinden. Nachfolgend wird daher kurz auf die Wärmediffusion in einem fehlerhaften Blech eingegangen.

4.2.3 Auswirkung von Haftungsfehlern auf die Wärmediffusion in einem plattierten Blech

Die Wärmediffusion ist ein physikalisch wohlbekannter Vorgang, der in der Materialprüfung nach [91] häufig durch die Gleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.56)$$

beschrieben wird. Da im Material selbst keine Quellen vorhanden sind und die Wärme von außen zugeführt wird, ist diese Gleichung bereits von einem Quellterm befreit. In der orts- und zeitabhängigen Gleichung entsprechen T der Temperatur, λ der Wärmeleitfähigkeit, ρ der Dichte und C_p der spezifischen Wärmekapazität des Werkstoffs. In Analogie zu Kapitel 4.2.2 wird ein zweidimensionales Modell betrachtet, dessen Zusammensetzung der spezifischen Wärmeleitfähigkeiten in Abbildung 4.17 zu sehen ist. Im

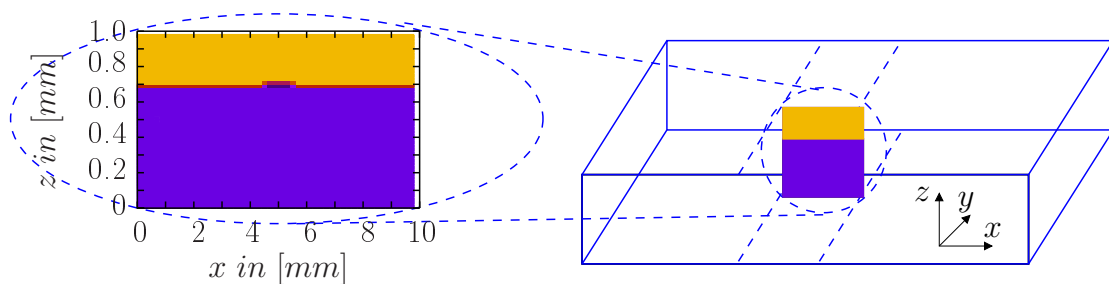


Abbildung 4.17: Schnittbild eines zweiseichtigen Blechs mit einem Haftungsfehler.

Schnittbild sind zwei Schichten dargestellt, an deren Übergang ein Lunker eingefügt wurde. Die obere Schicht besteht aus Kupfer mit einem Leitfähigkeitswert von $401 \frac{W}{m \cdot K}$, die untere aus Eisen mit $80 \frac{W}{m \cdot K}$ und der Lufteinschluß weist ein sehr niedriges λ von $0,026 \frac{W}{m \cdot K}$ auf ([92]). Das Objekt befindet sich zunächst bei Raumtemperatur in einem stationären Zustand und wird für $t > 0$ an der Oberseite einem Temperaturfeld von $T = 1000^\circ C$ ausgesetzt. Unter der Annahme, dass nur ein schmaler Streifen der Oberseite erwärmt wird, lassen sich die Seitenränder des Ausschnitts in x -Richtung durch Senken modellieren, die eine abfließende Wärmeströmung zur Folge haben. Der zeitabhängige Diffusionsvorgang wird mittels finiter Differenzen bestimmt. Über die Entwicklung in Taylorreihen lassen sich für die erste und zweite Ableitung einer Funktion nach [93] folgende Näherungen angeben

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}(x) - f_i(x)}{\Delta x} \quad (4.57)$$

$$(4.58)$$

sowie

$$\frac{\partial f^2}{\partial x^2} = \frac{-f_{i+2}(x) + 16f_{i+1}(x) - 30f_i(x) + 16f_{i-1}(x) - f_{i-2}(x)}{12(\Delta x)^2}, \quad (4.59)$$

$$(4.60)$$

wobei Δx der Maschenweite entspricht. Werden die Näherungen aus den Gleichungen 4.57 und 4.59 in die Differentialgleichung 4.56 eingesetzt, so resultiert daraus eine Näherung in expliziter Form

$$\begin{aligned} & \frac{-T_{i+2,j}^{(t)} + 16T_{i+1,j}^{(t)} - 30T_{i,j}^{(t)} + 16T_{i-1,j}^{(t)} - T_{i-2,j}^{(t)}}{12\Delta x^2} \\ & + \frac{-T_{i,j+2}^{(t)} + 16T_{i,j+1}^{(t)} - 30T_{i,j}^{(t)} + 16T_{i,j-1}^{(t)} - T_{i,j-2}^{(t)}}{12\Delta y^2} \\ & = c \frac{T_{i,j}^{(t+1)} - T_{i,j}^{(t)}}{\Delta t}, \quad (4.61) \end{aligned}$$

durch die sich die Temperatur $T_{i,j}^{(t+1)}$ berechnen lässt. Im Vergleich zur impliziten Form, die mit einer Matrixinversion einhergeht, ist die explizite Darstellung mit einem höheren Rechenaufwand verbunden, da für die Maschenweiten Δx , Δy und Δt das Stabilitätskriterium

$$\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \Delta t < \frac{1}{2}c \quad \text{mit } c = \left(\frac{\lambda}{\rho C_p} \right)^{-1} \quad (4.62)$$

einzuhalten ist. In Abbildungen 4.18, 4.19 und 4.20 sind die Simulationsergebnisse dreier unterschiedlicher Anordnungen zu sehen.

Die Modelle weisen eine identische Gesamtschichtdicke auf, die einzelnen Schichtdicken variieren jedoch, ebenso wie die Ausdehnung in der Breite. In der obersten Reihe sind die jeweiligen Zusammensetzungen und die im Material befindlichen Fehler zu sehen. Die Grafiken darunter zeigen Momentaufnahmen des Temperaturverlaufs zu den Zeiten 2ms, 5ms und 10ms. Mit steigendem Kupferanteil weisen die Temperaturverläufe im Inneren einen schnelleren Temperaturanstieg auf, wie dies in den Abbildungen 4.18 bis 4.20 deutlich wird. Auch der Wärmewiderstand der Fehlstelle ist zu erkennen. Hier gilt es jedoch zu berücksichtigen, dass der Fehler nur wahrnehmbar ist, wenn dies zu Temperaturveränderungen an der Unterseite des Modells führt. An dem Temperaturverhalten des Werkstücks in Abbildung 4.18 ist der Defekt demzufolge nicht detektierbar. Der Fehler ist zu schmal und liegt aufgrund der Schichtverhältnisse sehr weit oben. Durch den Diffusionsvorgang schließt sich die unterbrochene Ausbreitungsfront jedoch wieder, ohne dass an der Unterseite ein signifikanter Temperaturunterschied zu sehen ist. In den Abbildungen 4.19 und 4.20 ist dies nicht der Fall. Die breiteren Fehlstellen und der geringere Abstand zur Beobachtungsseite führen zu einem klar erkennbaren Temperaturgefälle, durch das sich auf eine innenliegende Fehlstelle schließen lässt. Prinzipiell sind also Fehlstellen in plattierten Blechen durch den Einsatz der Thermografie zu erkennen, wie dies auch in [94], [95] oder [96] in ähnlichen Anwendungen an metallischen Werkstoffen gezeigt wurde. Durch die höheren Wärmeleitfähigkeiten läuft der Diffusionsprozess

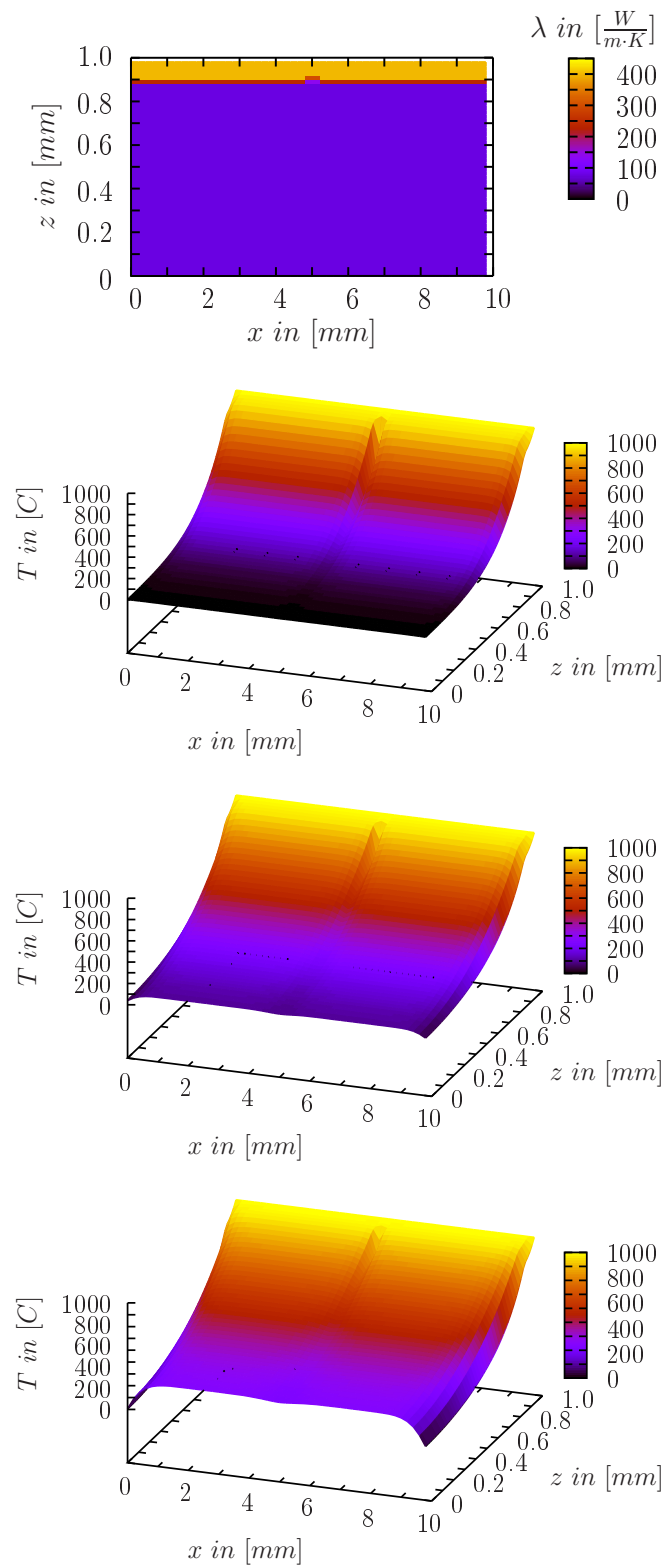


Abbildung 4.18: Momentaufnahmen des Temperaturverlaufs in einer zweischichtigen Anordnung mit Haftungsfehler. Das oberste Bild zeigt den strukturellen Aufbau, in dem die obere Schicht aus Kupfer und die untere Schicht aus Eisen besteht. Darunter sind in Abwärtsrichtung die Temperaturverläufe zu den Zeitpunkten 2ms, 5ms und 10ms dargestellt.

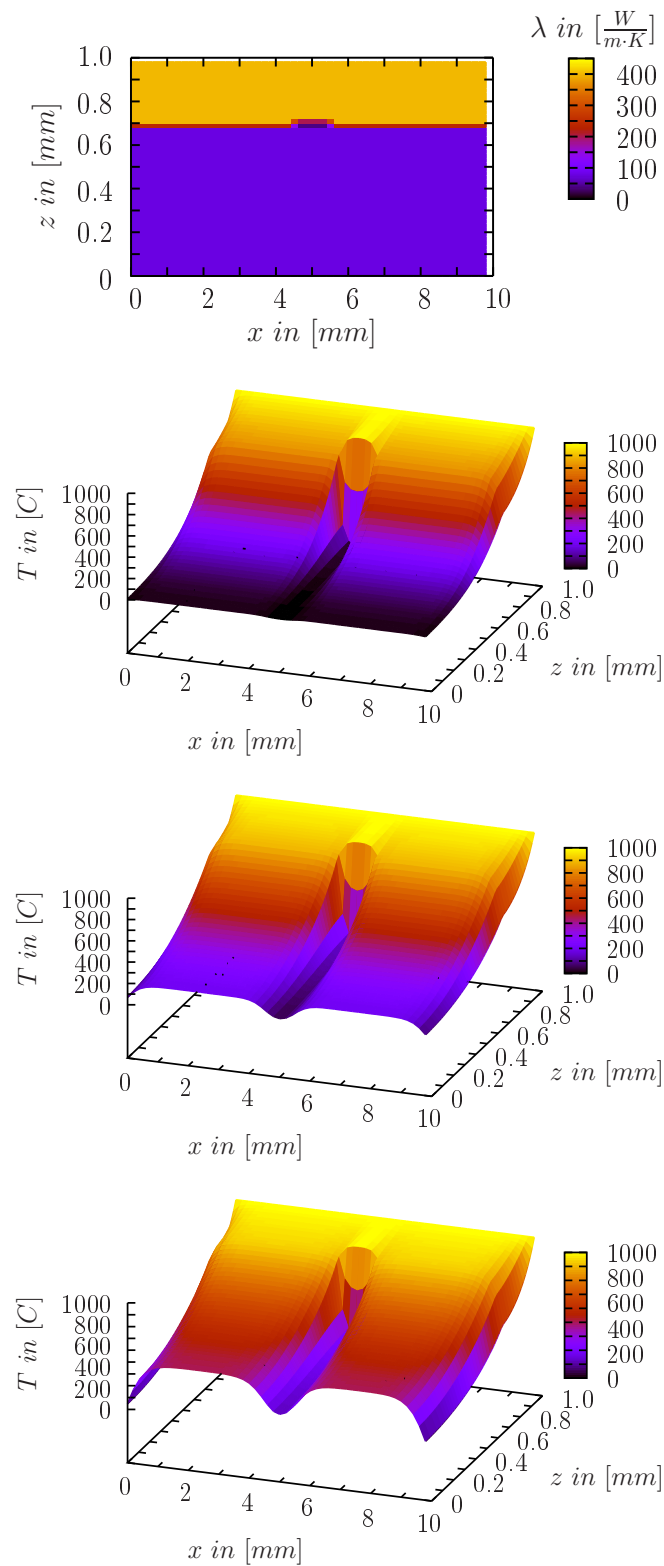


Abbildung 4.19: Momentaufnahmen des Temperaturverlaufs in einer zweischichtigen Anordnung mit Haftungsfehler. Das oberste Bild zeigt den strukturellen Aufbau, in dem die obere Schicht aus Kupfer und die untere Schicht aus Eisen besteht. Darunter sind in Abwärtsrichtung die Temperaturverläufe zu den Zeitpunkten 2ms, 5ms und 10ms dargestellt.

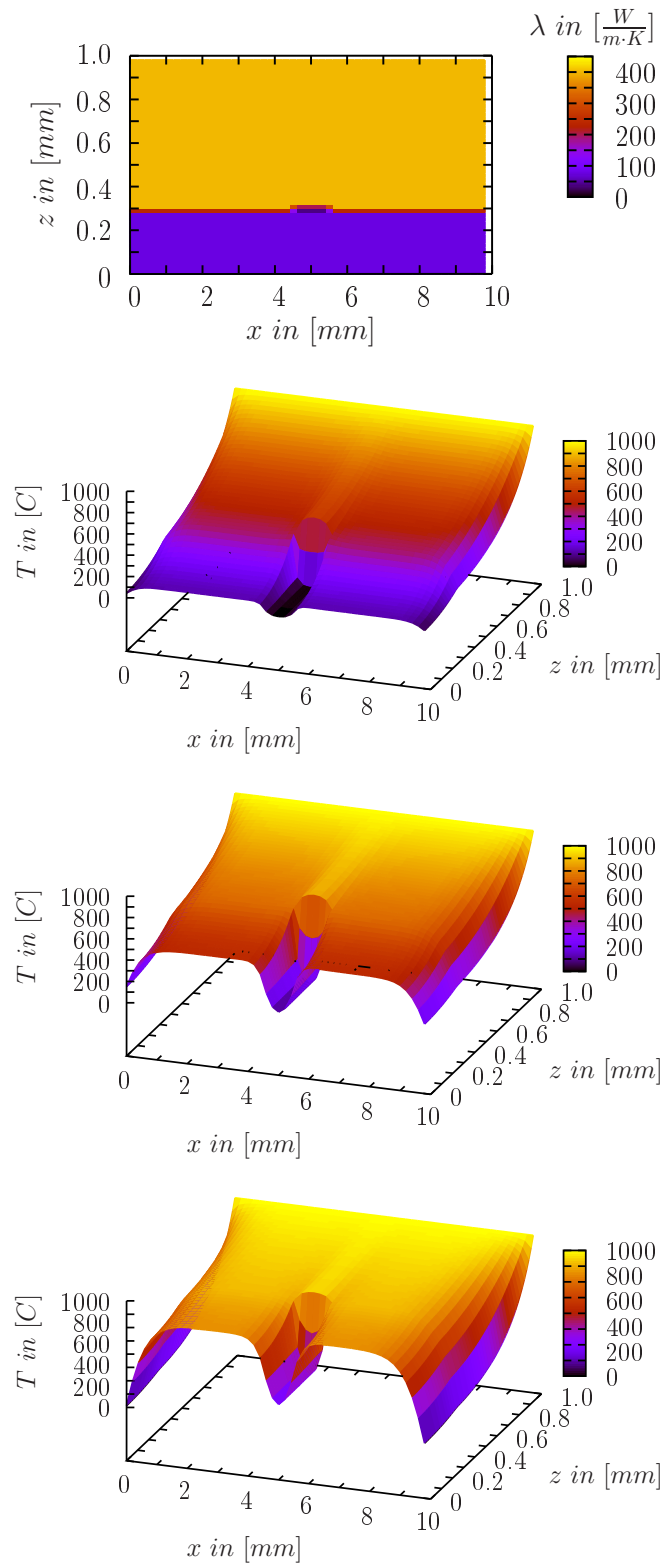


Abbildung 4.20: Momentaufnahmen des Temperaturverlaufs in einer zweischichtigen Anordnung mit Haftungsfehler. Das oberste Bild zeigt den strukturellen Aufbau, in dem die obere Schicht aus Kupfer und die untere Schicht aus Eisen besteht. Darunter sind in Abwärtsrichtung die Temperaturverläufe zu den Zeitpunkten 2ms, 5ms und 10ms dargestellt.

allerdings sehr schnell ab, was an den kurzen Zeitabständen zu sehen ist. Des Weiteren müssen die Temperaturunterschiede an der Oberfläche von der Aufnahmeapparatur zu erkennen sein. Es gilt daher zu klären, ob sich dieses Verfahren an Metallen technisch in den Fertigungsprozess einbinden lässt und welche Voraussetzungen gegeben sein müssen, um einen Defekt sichtbar zu machen. Diesbezügliche Untersuchungen zur Aufnahmeapparatur wurden bereits in [97] vorgestellt. Abschließend ergibt sich daraus nunmehr die Folgerung, dass thermographische Verfahren ein effektiveres Prinzip zur Fehlstellendetektion darbieten, als dies bei Potentialmessverfahren möglich ist. Die Vorteile sind nicht nur durch die vielfältigen Möglichkeiten der Wärmeeinkopplung gegeben, sondern auch durch die Möglichkeiten berührungslos zu messen und größere Flächen zu prüfen. Da das Plattieren von Werkstoffen stets mit einer Temperaturerhöhung einhergeht, gilt es ebenfalls zu berücksichtigen, dass die Wärmeeinkopplung durch einen Kühlvorgang ersetzt werden könnte, der einerseits den Einkopplungsaufwand verringert, andererseits aber auch energetisch günstiger sein wird. Inwiefern dieser Prozess die materialspezifischen Eigenschaften der Plattierung beeinflusst, muss dabei allerdings berücksichtigt werden. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt jedoch auf den elektromagnetischen Einflüssen, sodass der Einblick in die Thermografie an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt wird.

Bislang wurde nur das elektromagnetische Verhalten plattierter Bleche betrachtet, die von einem konstanten, zeitlich nicht veränderlichen Strom durchflossen wurden. Als Messgrößen wurden das elektrische Potential sowie das elektrische und das magnetische Feld herangezogen. Zur Bestimmung der Materialdicken oder zur Auffindung von Haftungsfehlern in den Bindungszonen der Bleche sind diese Größen jedoch nicht geeignet. Um den Ansatz des stromdurchflossenen Leiters weiter zu verfolgen und die Leitfähigkeitsunterschiede der Blechschichten zur Strukturanalyse zu nutzen, gilt es nun, den Wechselstromfall zu untersuchen. Bei dieser Betrachtung scheidet das Potential als Meßgröße jedoch aus, da der Verlauf des Potentials im Querschnitt des wechselstromdurchflossenen Leiters wie im Gleichstromfall konstant ist. Der Skineneffekt, der zu einer Verschiebung der elektromagnetischen Felder an die Oberfläche des Leiters führt, lässt sich durch die Überlagerung eines elektrischen Wirbelfeldes zu einem Gradientenfeld darstellen. Durch die Frequenzabhängigkeit des Wirbelfeldes nimmt der Verdrängungseffekt mit steigender Frequenz zu. Das Gradientenfeld und infolgedessen auch das Potentialfeld bleiben davon allerdings unberührt, wie [98] dies in einer Berechnung mittels finiter Elemente zeigt. Daher steht allein das magnetische Feld im Fokus der wechselstromabhängigen Untersuchung.

Kapitel 5

Theoretische Betrachtungen elektromagnetischer Effekte bei Wechselfeldern

Wie in Kapitel 4.1 gezeigt wurde, unterscheidet sich das magnetische Feld außerhalb des zweischichtigen Leiters im Gleichstromfall nur geringfügig von dem eines homogenen Körpers. Im Wechselstromfall überlagert sich dem elektrischen Gradientenfeld jedoch ein Wirbelstromfeld, das auch den Verlauf des magnetischen Feldes beeinflusst. In einigen Sonderfällen lässt sich dieser Verdrängungseffekt, der in der Literatur allgemein als Skin-Effekt bezeichnet wird, analytisch beschreiben. Die Anordnung, die der Geometrie eines Blechs am nächsten kommt, ist die stromdurchflossene, unendlich ausgedehnte Ebene.

5.1 Wechselfeld in der unendlich ausgedehnten Ebene

Nach [99] ergibt sich daraus die in Abbildung 5.1 gezeigte Anordnung. Die Ebene besitzt

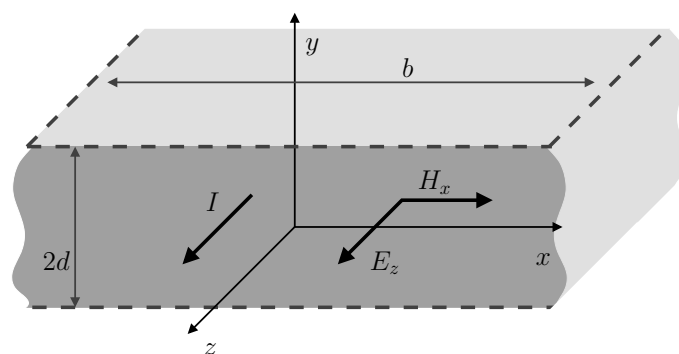


Abbildung 5.1: Stromdurchflossene Ebene.

nur in y -Richtung eine endliche Ausdehnung und wird in z -Richtung von einem sinusför-

migen Strom durchflossen. Wegen der unbegrenzten Ausdehnung der x -Komponente ist es sinnvoll, den Strom als Stromstärke pro Längeneinheit $\frac{I}{b}$ anzugeben. Gleichmaßen sind daraufberuhende Randeﬀekte vernachlässigbar und die Anordnung lässt sich auf einen Schnitt durch die x - y -Ebene reduzieren. Die bezeichnenden Gleichungen vereinfachen sich damit zu

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\partial H_x}{\partial y} = \sigma E_z \quad (5.1)$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} = j\omega\mu H_x. \quad (5.2)$$

Das Differenzieren von Gleichung 5.1 und das anschließende Einsetzen in Gleichung 5.2 führt zu folgender Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = j\omega\sigma\mu H_x = \gamma H_x. \quad (5.3)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten ist gegeben durch

$$H_x = K \cdot e^{\gamma_1 y} + L \cdot e^{\gamma_2 y} \quad (5.4)$$

mit

$$\gamma_{1,2} = \pm\sqrt{j\omega\sigma\mu} = \pm(1+j)\beta \quad (5.5)$$

und weiterhin

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}} = \frac{1}{\delta}. \quad (5.6)$$

Die Größe δ wird Eindringtiefe genannt und bezeichnet den Abstand von der Oberfläche, bei der das Feld vom Rand aus betrachtet auf $\frac{1}{e}$ abgefallen ist. Für ein mehrschichtiges Blech ist der Ansatz identisch. Für jede Materiallage lässt sich eine Differentialgleichung aufstellen, dessen Lösung durch 5.4 gegeben ist. Die Unterschiede ergeben sich erst bei der Bestimmung der Koeffizienten K_n und L_n , da an den Grenzflächen weitere Randbedingungen zu berücksichtigen sind. Für eine symmetrische Dreischicht-Anordnung, wie sie in Abbildung 5.2 zu sehen ist, ergeben sich somit innere und äußere Randbedingungen, durch die sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld beschrieben werden. Durch das Einsetzen von Gleichung 5.4 in Gleichung 5.1 berechnet sich das elektrische Feld zu

$$E_{z,n} = -\frac{\gamma_n}{\sigma_n} K \cdot e^{\gamma_n y} + \frac{\gamma_n}{\sigma_n} L \cdot e^{-\gamma_n y} \quad (5.7)$$

und für die elektrische Stromstärke ergibt sich demzufolge

$$J_{z,n} = -\gamma_n K \cdot e^{\gamma_n y} + \gamma_n L \cdot e^{-\gamma_n y}. \quad (5.8)$$

Die inneren Randbedingungen, die sich an den Kontaktflächen der Metalle für $|y| = \alpha \cdot d$ einstellen, sind gegeben durch

$$H_{x,3}(\alpha d) = H_{x,2}(\alpha d) \quad \text{und} \quad E_{z,3}(\alpha d) = E_{z,2}(\alpha d) \quad (5.9)$$

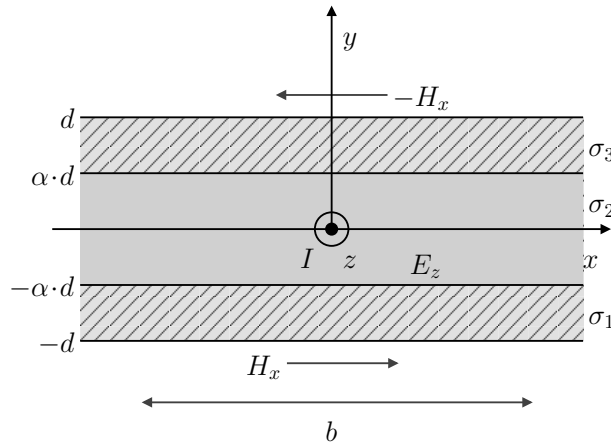


Abbildung 5.2: Mehrschichtige, stromdurchflossene Ebene.

beziehungsweise

$$H_{x,1}(-\alpha d) = H_{x,2}(-\alpha d) \quad \text{und} \quad E_{z,1}(-\alpha d) = E_{z,2}(-\alpha d). \quad (5.10)$$

An den äußeren Rändern lässt sich die Integralgleichung

$$\oint H ds = I \quad (5.11)$$

aufstellen. Die magnetische Feldstärke $H_0 = H_a(|y| = d)$ an der Oberfläche muss, aufgrund der punktsymmetrischen Begebenheiten den gleichen Betrag, jedoch ein unterschiedliches Vorzeichen besitzen. Dadurch vereinfacht sich Gleichung 5.11 weiter zu

$$H_a(d) - H_a(-d) = 2 \cdot H_0 = \frac{I}{b}. \quad (5.12)$$

Aus der Symmetriebedingung resultiert weiterhin, dass sich die Anzahl der zu bestimmenden Koeffizienten auf vier reduziert und für die Koeffizienten der äußeren Schichten gilt der Zusammenhang

$$K_a = K_3 = -L_1 \quad \text{und} \quad L_a = L_3 = -K_1. \quad (5.13)$$

Das Auflösen des Gleichungssystems führt zu den gesuchten Koeffizienten K_a , L_a sowie $K_i = K_2$ und $L_i = L_2$ mit

$$K_a = \frac{(e^{2\alpha d \gamma_i + d \gamma_a} + e^{d \gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}}{2((e^{2\alpha d \gamma_a} - e^{2d \gamma_a})e^{2\alpha d \gamma_i} + e^{2\alpha d \gamma_a} - e^{2d \gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}} \dots + (e^{2\alpha d \gamma_i + d \gamma_a} - e^{d \gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a} I \dots + ((-e^{2\alpha d \gamma_a} - e^{2d \gamma_a})e^{2\alpha d \gamma_i} + e^{2\alpha d \gamma_a} + e^{2d \gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a} \quad (5.14)$$

$$L_a = \frac{((e^{2\alpha d\gamma_i + 2\alpha d\gamma_a + d\gamma_a} + e^{2\alpha d\gamma_a + d\gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}}{2((e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}} \cdots$$

$$\cdots \frac{+(e^{2\alpha d\gamma_a + d\gamma_a} - e^{2\alpha d\gamma_i + 2\alpha d\gamma_a + d\gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a} I}{+((-e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} + e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a}} \quad (5.15)$$

$$K_i = \frac{e^{\alpha d\gamma_i + \alpha d\gamma_a + d\gamma_a}}{((e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}} \cdots$$

$$\cdots \frac{\cdot \frac{\gamma_a}{\sigma_a} I}{+((-e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} + e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a}} \quad (5.16)$$

$$L_i = \frac{e^{\alpha d\gamma_i + \alpha d\gamma_a + d\gamma_a}}{((e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_i}{\sigma_i}} \cdots$$

$$\cdots \frac{\cdot \frac{\gamma_a}{\sigma_a} I}{+((-e^{2\alpha d\gamma_a} - e^{2d\gamma_a})e^{2\alpha d\gamma_i} + e^{2\alpha d\gamma_a} + e^{2d\gamma_a}) \frac{\gamma_a}{\sigma_a}}. \quad (5.17)$$

Mittels der Gleichungen 5.4, 5.7 und 5.8 lassen sich die elektromagnetischen Felder sowie der Verlauf der elektrischen Stromdichte in dem in Abbildung 5.2 gezeigten Blech ermitteln. Um den Einfluss der Leitfähigkeiten und der Schichtdicken herauszustellen, werden Materialien nach [100] mit den spezifischen Leitfähigkeiten von $\sigma_a = 10 \frac{Sm}{mm^2}$ und $\sigma_i = 57 \frac{Sm}{mm^2}$ sowie der inverse Fall miteinander verglichen. Zudem wird der Teilungsfaktor α in dem Intervall $[0; 1]$ variiert, durch den sich unterschiedliche Schichtdickenverhältnisse erzeugen lassen. In Abbildung 5.3 sind der magnetische Feldverlauf und die elektrische Stromdichte für ein Blech mit einem Kern mit hoher Leitfähigkeit zu sehen. Aufgrund der Symmetrie der Anordnung zur x -Achse ist nur eine Halbebene dargestellt. Der Teilungsfaktor $\alpha = 0, 1$ und der besser leitende Kern sind in der Abbildung 5.5(a) sehr deutlich zu erkennen. In diesem Diagramm ist die Stromstärke gegen die positive y -Koordinate abgetragen. Wegen der geringen Kreisfrequenz von $\omega = 1 \frac{1}{s}$ sind die Wirbelfelder sehr gering, sodass der Verlauf dem des Gleichstromfalls entspricht. Aus den unterschiedlichen materialspezifischen Eigenschaften der Medien resultiert die Unstetigkeitsstelle, die sich an der Grenzfläche der beiden Materialien einstellt. Der Verlauf des dazugehörigen magnetischen Feldes ist im Diagramm 5.4(a) gezeigt. Das Feld steigt von der Mitte zum Rand linear an und entsprechend Gleichung 5.1 ist die Steigung des Feldverlaufs durch die Stromstärke gegeben. Am Rand nimmt das Feld den Wert $H_x(d) = 0,5 \frac{A}{m}$ an, der durch die Randbedingung 5.11 vorgegeben ist, und daher in allen Diagrammen, die das magnetische Feld darstellen, gleich ist. Durch die geringen Schichtdicken führt erst eine deutliche Erhöhung der Frequenz zu einem wahrnehmbaren Verdrängungseffekt. Obwohl die Kreisfrequenz bereits $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ beträgt, ist dieser in den Diagrammen 5.4(b) und 5.5(b) kaum sichtbar. Der Anstieg der Frequenz auf $\omega = 1.000.000 \frac{1}{s}$ führt jedoch dazu, dass die Stromdichte im Kern abnimmt und der Strom an die Oberfläche gedrängt wird, wie dies in Abbildung 5.5(c) zu sehen ist. Diesen Auswirkungen

ist auch das magnetische Feld unterworfen, dessen Verlauf in Abbildung 5.4(c) dargestellt ist. Um abschätzen zu können, ab welcher Frequenz der Einfluß der Wirbelfelder merklich zunimmt, ist in Abbildung 5.3(a) die Stromdichte an der Oberfläche $J_z(y = d)$ als Funktion der Kreisfrequenz ω aufgetragen. In diesem Diagramm ist zu sehen, dass die Stromdichte an der Oberfläche erst für Frequenzen in der Größenordnung von $10^5 \frac{1}{s}$ stark ansteigt. Zum Vergleich ist in Abbildung A.1 der Funktionsverlauf innerhalb eines Blechs gezeigt, das sich darin unterscheidet, dass der Kern aus dem Material mit der niedrigeren Leitfähigkeit besteht. Die Schichtenfolge wurde invertiert, das Teilungsverhältnis der Schichten und die Erregerfrequenzen wurden jedoch gleich gehalten. Der Verlauf der magnetischen Feldstärke in den Abbildungen A.2(a) bis A.2(c) weist deutliche Unterschiede zu den vorher betrachteten Diagrammen auf. So ist im Kern kaum eine Ausprägung des magnetischen Feldes zu erkennen. Auch die elektrische Stromdichte stellt sich in den Abbildungen A.3(a) bis A.3(c) anders dar und der Skineneffekt kommt bei dieser Anordnung stärker zum tragen, wie dies an den Skalierungen der y -Achsen ersichtlich wird. In weiteren Berechnungen wurde der Teilungsfaktor auf die Werte $\alpha = 0,5$ (Abbildungen A.4 bis A.6 und A.7 bis A.9) sowie $\alpha = 0,9$ (Abbildungen A.10 bis A.12 und A.13 bis A.15) gesetzt. Betrachtet man die einzelnen Diagramme, so lässt sich daraus schlussfolgern, dass die Schichtdicken, die spezifischen Materialeigenschaften und die Anordnung der Schichten große Auswirkungen auf den frequenzabhängigen Verlauf des magnetischen Feldes und der Stromdichte im Inneren des Körpers haben. Da diese Größen im Inneren jedoch nicht ohne Weiteres gemessen werden können, ist gerade der Verlauf des magnetischen Feldes außerhalb des Körpers von Interesse. Mit der unendlich ausgedehnten Ebene ist diese Untersuchung allerdings nicht möglich. Außerdem muss die räumliche Begrenzung in x -Richtung berücksichtigt werden. Als Beispiel sei die Stromschiene aus homogenem Material genannt, von der dieser Effekt schon bekannt ist und die u.a. in [101] und [102] genauer untersucht wurde. Obwohl es [103] gelungen ist, eine analytische Lösung des Problems für einen homogenen, rechteckförmigen Leiter aufzuzeigen, ist eine Erweiterung dieser Lösung auf ein mehrschichtiges Objekt aus Komplexitätsgründen nicht sinnvoll und würde zu keinem tiefergehenden Verständnis über die Vorgänge im Inneren der Körpers führen. Daher wird eine numerische Approximation ausgehend von den Erkenntnissen von [104] und [105] angestrebt.

5.2 Wechselfeld des unendlich langen, rechteckigen Leiters

Zur Bestimmung des Verdrängungseffekts in translatorischen Anordnungen wurde bereits 1922 die Mannebacksche Integralgleichung aufgestellt. Mittels dieser Gleichung ist es möglich, die Stromdichteverteilung in Anordnungen analytisch zu berechnen, dessen Ausdehnung in der stromführenden Richtung bis ins Unendliche ausgedehnt ist. Diese Integralgleichung wurde später in [105] als Basis genutzt, um ein numerisches Verfahren daraus zu entwickeln. Dabei wird der Leiter in viele kleine Teilleiter aufgeteilt, in denen eine näherungsweise konstante Stromdichteverteilung vorliegt. Das Ersetzen jedes

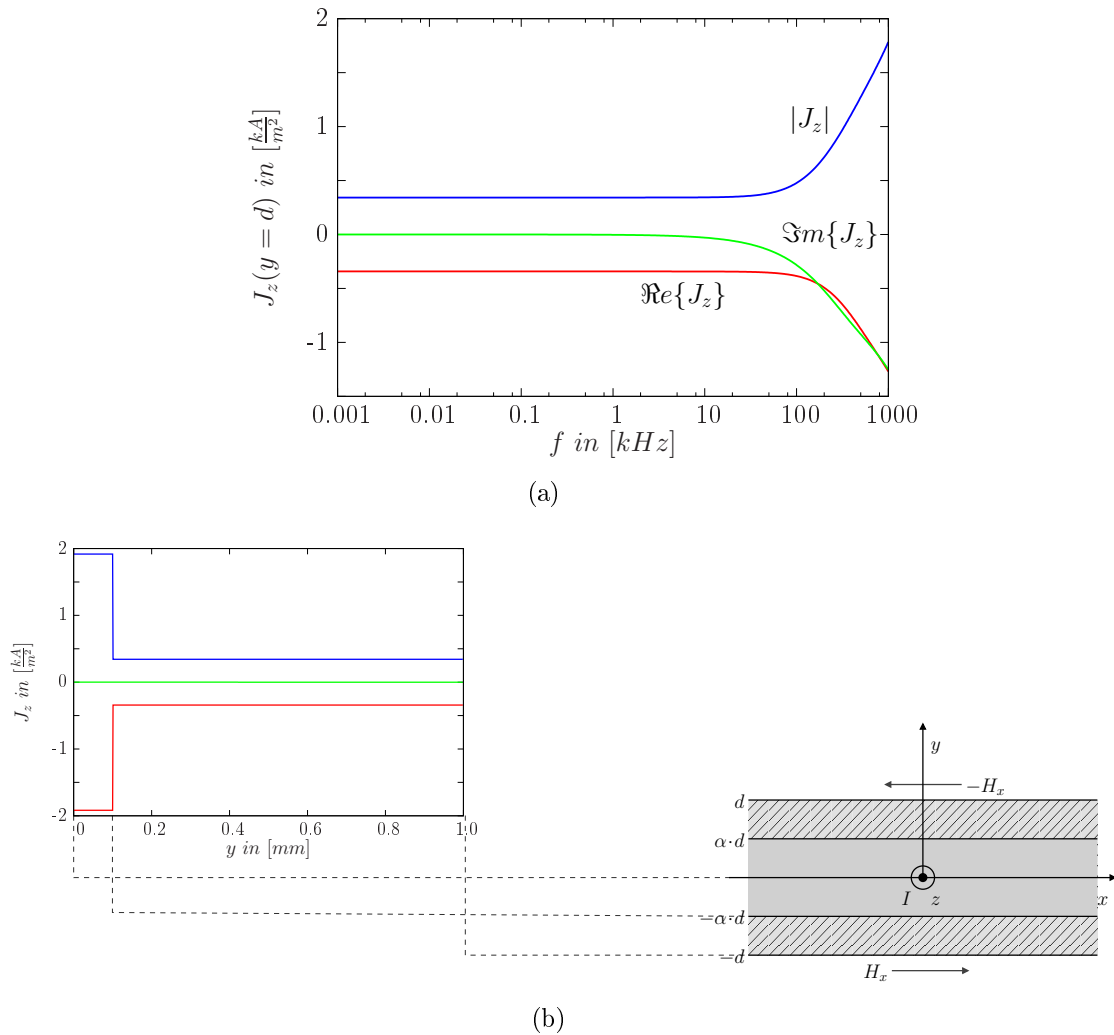
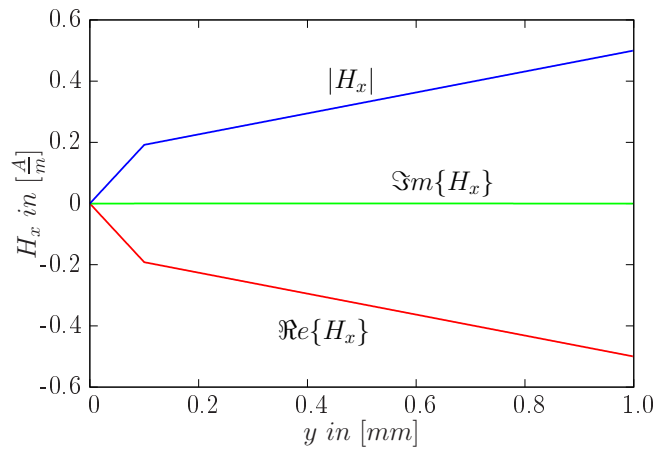
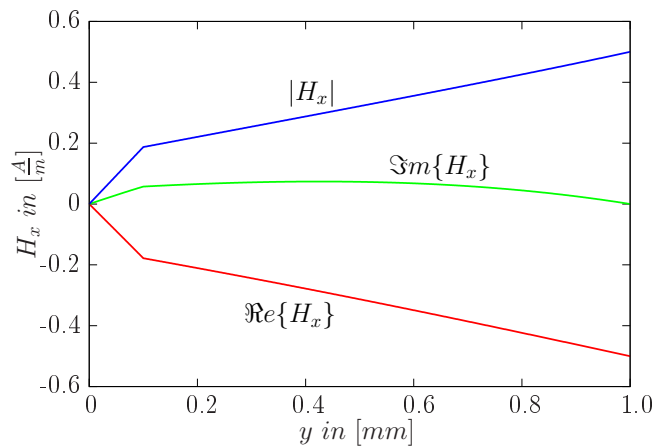


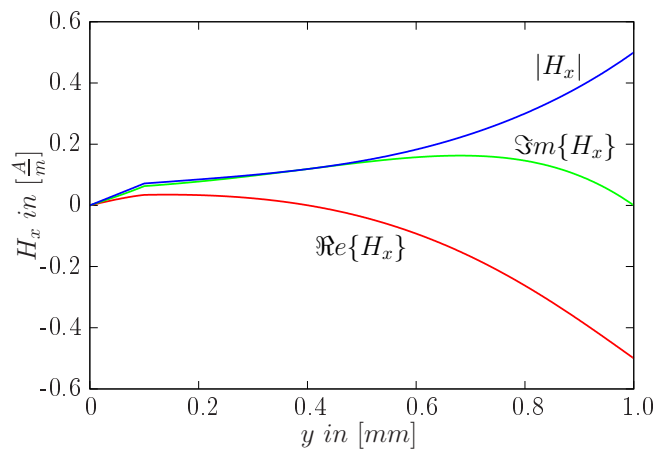
Abbildung 5.3: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,1 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

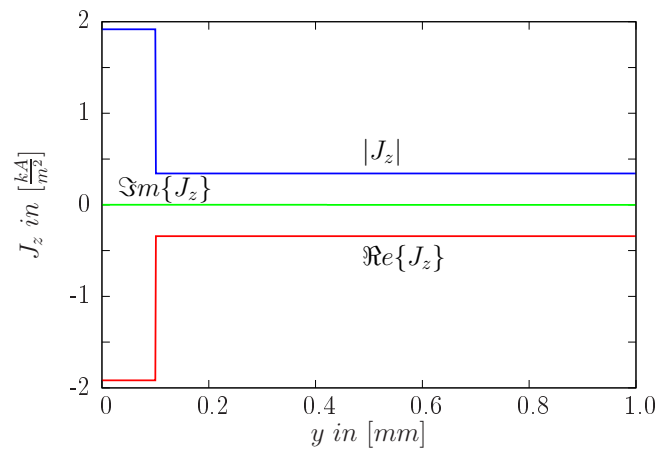


(b)

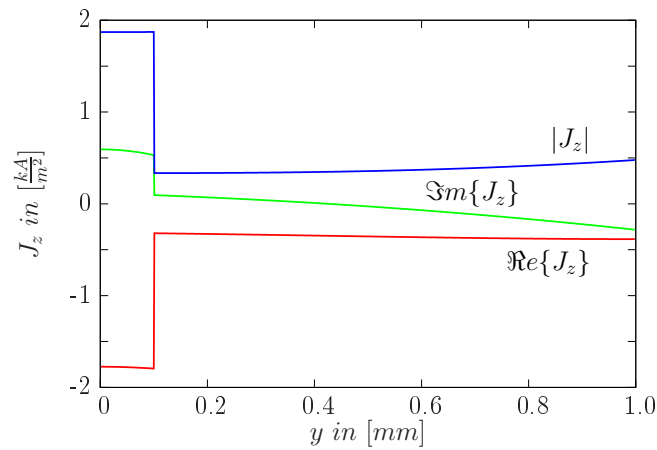


(c)

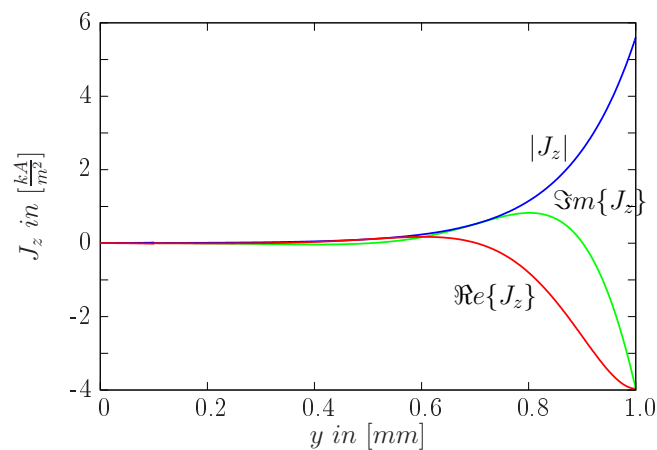
Abbildung 5.4: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung 5.3(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0, 1. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Aufbaumaterial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 5.5: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebauten, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung 5.3(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,1. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.

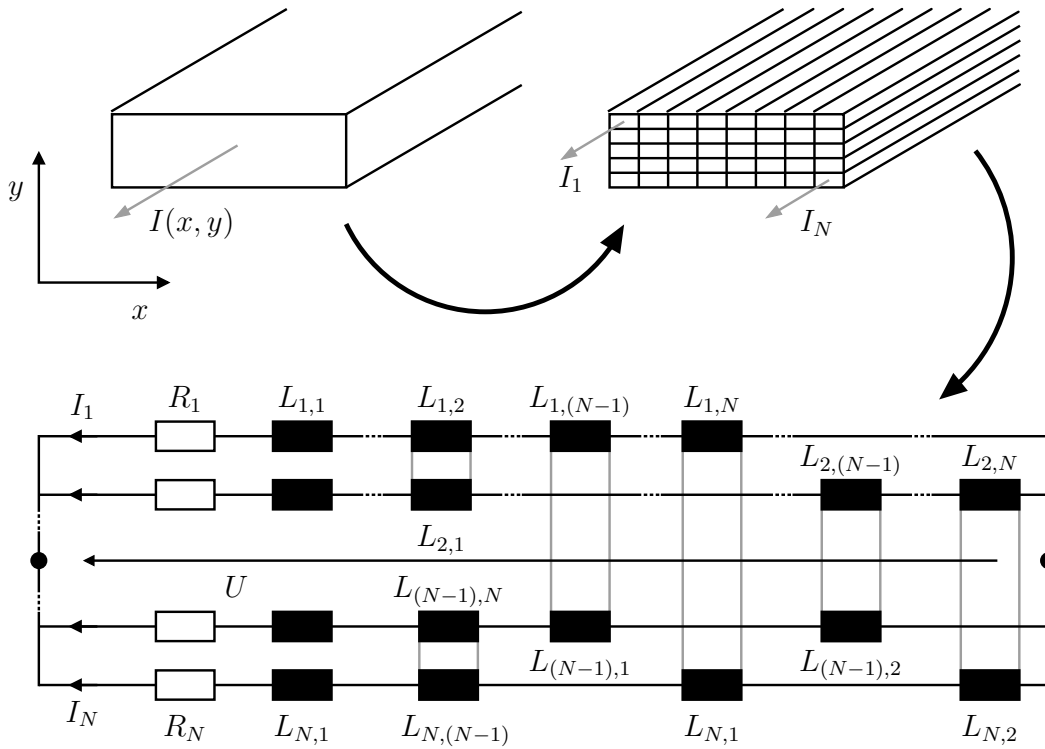


Abbildung 5.6: Schematischer Ablauf der Modellierung eines stromdurchflossenen Leiters nach dem Induktionskopplungsmodell.

Teilleiters durch die respektiven Widerstands- und Induktivitätsbelege resultiert in einem Widerstandsnetzwerk, wie dies in Abbildung 5.6 dargestellt ist. Das Bestimmen der Leiterströme erfolgt dann nach den aus der Elektrotechnik bekannten Methoden. Dieses Verfahren, das allgemein als Induktionskopplungsmodell bekannt ist, wurde ursprünglich in [104] über einen Lösungsansatz der Diffusionsgleichung hergeleitet. Beide Ansätze führen jedoch zu einem äquivalenten Ergebnis. Ausgangspunkt für die Herleitung dieses numerischen Algorithmus ist daher die Mannebacksche Integralgleichung

$$\rho_P \cdot J_P(x_P, y_P) = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \iint_A \frac{d}{dt} J_Q(x_Q, y_Q) \cdot \ln d_{PQ} \cdot dA + C. \quad (5.18)$$

Dabei stellt P den Punkt dar, in dem die Stromverteilung bestimmt werden soll und Q den Punkt, der als Ursache für die Wirkung in P betrachtet wird. Die indizierten Größen beziehen sich auf die Eigenschaften in den jeweiligen Punkten. So entsprechen ρ_P dem Widerstand im Punkt P , J_n der Stromdichte in dem respektiven Punkt mit den Koordinaten x_n und y_n und die Größe $d_{P,Q}$ dem Abstand zwischen den beiden Punkten P und Q . Wird der Leiter in kleinere Teilleiter unterteilt, so lässt sich die mittlere Stromstärke J_i in einem Leiterelement der Fläche A_i , das den Punkt P umgibt,

darstellen durch die Gleichung

$$\rho_i \cdot J_i = \frac{1}{A_i} \cdot \iint_{A_i} \left[\frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \iint_A \frac{d}{dt} J_Q(x_Q, y_Q) \cdot \ln d_{PQ} \cdot dA \right] dA_i + C. \quad (5.19)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Stromdichte in einem Leiterelement näherungsweise als konstant angesehen werden darf, lässt sich das Integral über die Gesamtfläche A in eine Summe von Integralen über die Flächen A_k der Teilleiter umschreiben. Somit stellt sich Gleichung 5.19 nun wie folgt dar

$$\rho_i \cdot J_i = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \sum_{k=1}^N \frac{dJ_k}{dt} \cdot \frac{1}{A_i} \cdot \iint_{A_i} \iint_{A_k} \ln d_{PQ} \cdot dA_k \cdot dA_i + C. \quad (5.20)$$

Um aus der Stromdichteverteilung auf die Ströme in den einzelnen Teilleitern schließen zu können, werden die Teilleiterströme I_n mittels der Gleichungen

$$I_i = J_i \cdot A_i \quad \text{und} \quad I_k = J_k \cdot A_k \quad (5.21)$$

eingeführt. Nun erkennt man den Ausdruck

$$\frac{\rho_i}{A_i} = \frac{\rho_i}{\Delta b_i \cdot \Delta h_i} = \frac{R_i}{l} = R'_i \quad (5.22)$$

als Widerstandsbelag, dessen Flächenelement A_i sich speziell für einen rechteckigen Querschnitt durch das Produkt aus Breite Δb_i und Höhe Δh_i des Teilleiters bestimmen lässt. Des Weiteren entspricht das Integral

$$\frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{A_i} \cdot \frac{1}{A_k} \cdot \iint_{A_i} \iint_{A_k} \ln d_{PQ} \cdot dA_k \cdot dA_i = \frac{L_{i,k}}{l} = L'_{i,k} \quad (5.23)$$

nach [106] einem Induktivitätsbelag. Diese Darstellung der Induktivität begründet sich auf dem von Maxwell ([54]) eingeführten mittleren geometrischen Abstand,

$$\ln g_{i,k} = \frac{1}{A_i} \cdot \frac{1}{A_k} \cdot \iint_{A_i} \iint_{A_k} \ln d_{PQ} \cdot dA_k \cdot dA_i, \quad (5.24)$$

für den in [107] Näherungen der gängigsten geometrischen Anordnungen angegeben werden. Eine analytische Lösung des mittleren geometrischen Abstands zweier rechteckförmiger Leiterelemente wurde in [108] vorgestellt, sodass Gleichung 5.24 mit der Darstellung

$$\ln g_{i,k} = -\frac{25}{12} - \frac{1}{24} \frac{1}{\Delta b_i \Delta h_i \Delta b_k \Delta h_k} \cdot \sum_{p=1}^4 \sum_{q=1}^4 (-1)^{p+q} K(R_p, S_q) \quad (5.25)$$

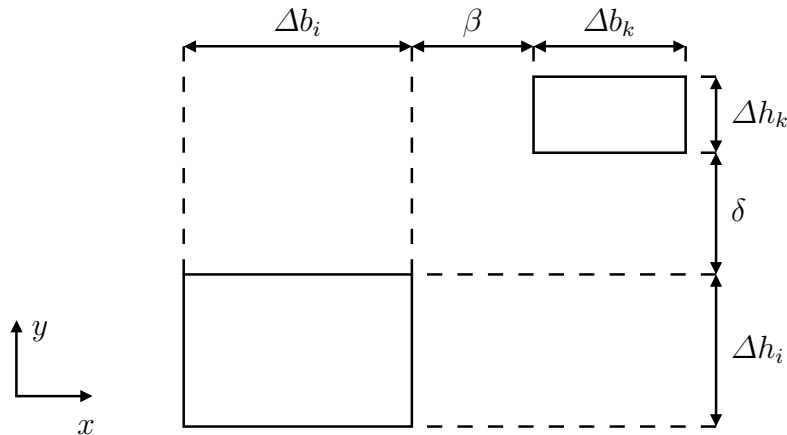


Abbildung 5.7: Abmessungen zweier rechteckiger Leiter und die Bestimmung der, auf die x - und y -Koordinaten bezogenen, Abstände.

mit

$$K(R_p, S, Q) = (R_p^4 - 6R_p^2 S_q^2 + S_q^4) \cdot \ln(R_p^2 + S_q^2)^{\frac{1}{2}} - 4R_p S_q^3 \arctan\left(\frac{R_p}{S_q}\right) - 4R_p^3 S_q \arctan\left(\frac{S_q}{R_p}\right) \quad (5.26)$$

und

$$R_1 = |\beta + \Delta b_i + \Delta b_k|; \quad R_2 = |\beta + \Delta b_k|; \quad R_3 = |\beta|; \quad R_4 = |\beta + \Delta b_i|; \quad (5.27)$$

$$S_1 = |\delta + \Delta h_i + \Delta h_k|; \quad S_2 = |\delta + \Delta h_k|; \quad S_3 = |\delta|; \quad S_4 = |\delta + \Delta h_i| \quad (5.28)$$

äquivalent ist. Die in den Gleichungen 5.25 bis 5.28 benutzten Größen der geometrischen Anordnung sind in Abbildung 5.7 illustriert. Mit diesen Impedanzbelägen erhält man die Gleichung

$$R'_i \cdot I_i = \sum_{k=1}^N L'_{i,k} \cdot \frac{dI_k}{dt} + C, \quad (5.29)$$

die sich nun leicht als Maschengleichung interpretieren lässt. Jeder Teilleiter kann demzufolge durch einen Zweig aus in Serie geschalteten Impedanzen dargestellt werden. Der Konstanten C lässt sich nunmehr der Begriff der Spannung zuordnen, die über diesen Zweig abfällt. Da die Spannung in der Querschnittsfläche des translatorischen Leiters gleich sein muss, dürfen die Endpunkte der Zweige miteinander verbunden werden und man erhält das in 5.6 gezeigte Netzwerk. Da im Gegensatz zu anderen numerischen Verfahren, wie zum Beispiel der Finiten-Elemente-Methode, keine Kenntnisse über Randbedingungen vorausgesetzt werden, wurde das Verfahren genutzt, um die Stromverteilung in diversen Anordnungen zu bestimmen. So wird in [109] selbst das Wirbelstromverfahren mit Hilfe des Induktionsmodells simuliert. Darüber hinaus lässt sich dieses Modell

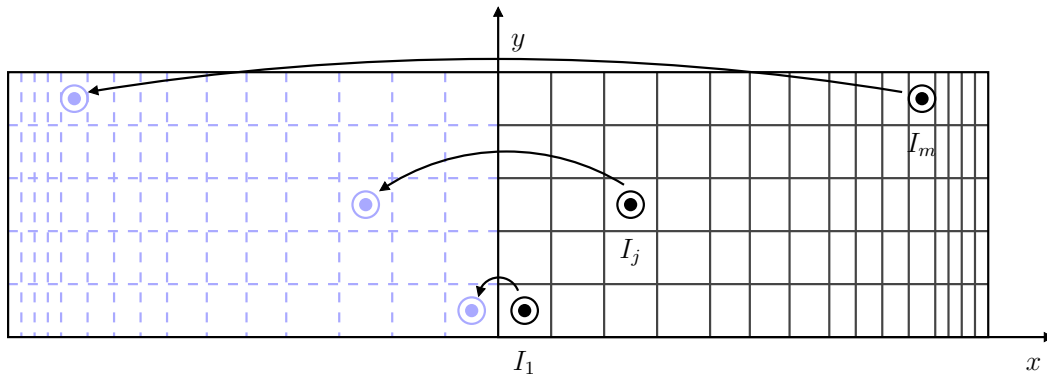


Abbildung 5.8: Darstellung der Spiegelung einzelner Teilleiter an der Symmetrieebene.

nicht nur im Frequenz- sondern auch im Zeitbereich anwenden, wie dies in [110] und [111] gezeigt wird. Im Folgenden soll jedoch nur der eingeschwungene Zustand bei einer harmonischen Anregung untersucht werden, sodass sich die Differentialgleichung durch die Darstellung in komplexer Schreibweise und durch das Ersetzen der Konstanten C durch die Spannung U vereinfacht zu

$$R'_i \cdot \underline{I}_i = \sum_{k=1}^N j\omega L'_{i,k} \cdot \underline{I}_k + \underline{U}. \quad (5.30)$$

Aufgrund der Symmetrie des Aufbaus stellt die y -Achse eine Symmetrieachse dar und die Teilleiterströme der rechten Halbebene lassen sich, wie in Abbildung 5.8 gezeigt, in die linke Halbebene hineinspiegeln. Daraus resultiert ein Gleichungssystem, das auf $N/2$ Gleichungen reduziert wurde, wobei N ein durch zwei teilbarer, ganzzahliger Wert ist. Die Kopplungsinduktivitäten der linken Halbebene müssen jedoch weiterhin berücksichtigt werden. Infolgedessen ergibt sich ein Gleichungssystem in folgender Form

$$R'_i \cdot \underline{I}_i = \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} (j\omega L'_{i,k} + j\omega L'^S_{i,k}) \cdot \underline{I}_k + \underline{U}, \quad (5.31)$$

in dem $L'^S_{i,k}$ den Kopplungsinduktivitätsbelag in der Symmetrieebene darstellt. Diese Gleichung enthält neben den $\frac{N}{2}$ Strömen auch die Spannung U als Unbekannte, sodass zum eindeutigen Bestimmen der Ströme neben den $\frac{N}{2}$ Maschengleichungen eine weitere Bedingung benötigt wird. Diese Bedingung ist durch eine Knotengleichung gegeben, da die Summe aller Teilleiterströme wieder den Gesamtstrom \underline{I}_{Gesamt} ergeben muss. Für eine Halbebene gilt somit

$$\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \underline{I}_k = \frac{1}{2} \underline{I}_{Gesamt}. \quad (5.32)$$

Damit ergibt sich für die unbekanntenen Größen in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \vdots \\ \underline{I}_{\frac{N}{2}} \\ \underline{U} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{1,1} & & & & & & 1 \\ & \ddots & & & & & 1 \\ & & \underline{Z}_{i,i} & & \underline{Z}_{i,k} & & 1 \\ & & & \ddots & & & 1 \\ & \underline{Z}_{i,k} & & & & & 1 \\ & & & & & \underline{Z}_{\frac{N}{2},\frac{N}{2}} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \underline{I}_{\text{Gesamt}} \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

$$\text{mit } \underline{Z}_{i,i} = -R'_{i,i} + j\omega L'_{i,i} + j\omega L'_{i,i}{}^S \quad \text{und} \quad \underline{Z}_{i,k} = \underline{Z}_{k,i} = j\omega L'_{i,k} + j\omega L'_{i,k}{}^S. \quad (5.34)$$

Da dieses numerische Verfahren unter der Voraussetzung eines näherungsweise konstanten Teilleiterstromes hergeleitet wurde, lässt sich nun wieder Gleichung 4.10 zur Berechnung der magnetischen Feldstärke heranziehen. Auf diese Weise kann das magnetische Feld, das von einem Teilleiter ausgeht, bestimmt werden. Durch die Überlagerung aller magnetischen Teilleiter-Felder lässt sich dann das resultierende Feld in einem beliebigen Punkte der Ebene bestimmen. Dieser Zusammenhang wird durch

$$\underline{H}(x, y) = \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \underline{H}_k(x, y, \underline{I}_k, x_k, x_{k+1}, y_k, y_{k+1}) + \underline{H}_k^s(x, y, \underline{I}_k, x_k^s, x_{k+1}^s, y_k^s, y_{k+1}^s) \quad (5.35)$$

wiedergegeben, wobei auch hier wieder der Einfluß der linken Halbebene berücksichtigt werden muss. Die indizierten x - und y -Koordinaten sind die Eckpunkte des Teilleiters, die die Größe des Leiterelements und dessen Lage definieren.

Aufgrund der deutlichen Unterschiede von Höhe und Breite eines Blechs, tritt der Stromverdrängungseffekt entlang der Breite bereits bei sehr niedrigen Frequenzen auf. Dies ist exemplarisch in Abbildung 5.9 zu sehen, in denen die Stromstärke über der Querschnittsfläche eines zweischichtigen Blechs aufgetragen ist. Bei gleicher Schichtdicke weichen die Leitfähigkeiten der beiden Schichten mit einem Verhältnis von $\frac{58}{6}$ stark voneinander ab. Demzufolge sind die auf ein Einheitselement bezogenen Stromstärken sehr unterschiedlich. Während der Strom am Rand des besser leitenden Mediums deutlich ansteigt, so ist dieser Effekt auch im anderen Medium zu erkennen, die Ströme sind jedoch im Gesamten deutlich kleiner. Wegen der Breite von 42cm wird der Strom schon bei Frequenzen von 1kHz und 10kHz (Abbildung 5.10) erkennbar an die Oberfläche gedrängt. Durch die geringe Höhe von 0,8mm kommt der Effekt in y -Richtung erst bei einer Frequenz um 100kHz zu tragen, wenn die Eindringtiefe δ nach Gleichung 5.6 in der Größenordnung der halben Blechhöhe liegt. Die daraus resultierenden magnetischen Felder sind für die Frequenzen 1kHz und 10kHz ebenfalls in den Abbildungen 5.9 und 5.10 zu sehen. Die Verteilung der Stromstärke sowie die magnetischen Feldverläufe bei 100kHz sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Bei der Betrachtung der x -Komponente der magnetischen Feldstärke fällt auf, dass der Ursprung des Feldes in den Bereich der besser leitenden Schicht hineinverlagert ist. Der Feldverlauf ist dabei durch einen hohen Gradienten im Medium höherer Leitfähigkeit und einem schwachen Gradienten im schlechter leitenden Werkstoff gekennzeichnet, wobei der Verlauf in letzterem mit steigender Frequenz verzerrt wird. An der y -Komponente der magnetischen Feldstärke sind

die beiden Schichten sehr gut zu erkennen. Bei stark differierenden Schichtdicken, wie dies bei Plattierungen häufig der Fall ist, wird die Unterscheidung jedoch schwieriger. Im weiteren Fokus liegt daher der Feldverlauf der x -Komponente des magnetischen Feldes, der in Abbildung 5.12 in die y - z -Ebene des dreidimensionalen Plots projiziert wurde. Bei gleichbleibenden Leitfähigkeiten geht der frequenzabhängige Verlauf der Projektionen in Abbildung 5.15(a) aus einem Schichtdickenverhältnis von $\frac{9}{1}$ hervor, in dem die Schichtdicke der Auflage auf die Dicke des Kernmaterials bezogen wird. Die Überlagerung dieser Projektionen zeigt die Felderhöhung in Randnähe, die mit dem Verdrängungseffekt einher geht. Bei niedrigen Frequenzen führt eine Frequenzerhöhung zu einem Anstieg der Maxima, der Verlauf selbst ändert sich jedoch kaum. Bei höheren Frequenzen sind dann auch Verzerrungen in der Höhe zu sehen, die dazu führen, dass sich an der Oberfläche des Blechs unterschiedliche Feldstärken einstellen. Die Maxima nehmen bei den jeweiligen Frequenzen allerdings andere Werte an, sodass sich beide Verläufe voneinander differenzieren lassen. Eine recht häufig auftretende Kombination mit Edelstahl als Grund- und Kupfer als Aufgewerkstoff, ist in Abbildung 5.13(a) dargestellt. Der Grundwerkstoff mit niedriger elektrischer Duktilität ist mit einer dünnenschichtigen und duktileren Auflage in einem Schichtdickenverhältnis von $\frac{1}{9}$ plattiert. An dem linear ansteigenden Feldverlauf ist zu sehen, dass der Skineneffekt in der Höhenausdehnung selbst bei einer anregenden Frequenz von 100kHz kaum wahrnehmbar ist. Allerdings nehmen die oberflächennahen Felder andere Werte an, sodass schon bei 1kHz Größenunterschiede zu erkennen sind, die mit steigender Frequenz weiter zunehmen. Die dargestellten Feldverläufe lassen sich sensorisch allerdings nicht erfassen, sodass das Aussenfeld mit in die Betrachtung einbezogen werden muss. Da die tangentielle Feldkomponente an der Grenzschicht einen stetigen Übergang aufweisen muss, sind die Feldstärkenunterschiede an den inneren Grenzflächen identisch mit den jeweiligen Feldgrößen an den Aussenflächen. Ausgehend von diesem Wert fällt das Feld zunächst sehr stark ab und schon in kurzer Entfernung sind die Unterschiede, die von den Oberflächen ausgehen, nicht mehr messbar. Dieser Verlauf ist auch in den Projektionen des Nahfelds der gezeigten Feldverläufe zu erkennen, die in den Abbildungen 5.13(b) bis 5.15(b) zu sehen sind. Der Bereich der für die Sensorik zur Verfügung steht, beschränkt sich somit auf die unmittelbare Nähe zur Oberfläche. Dennoch lassen sich die Verläufe zuordnen und ermöglichen so Rückschlüsse auf die vorliegenden Schichtdickenverhältnisse.

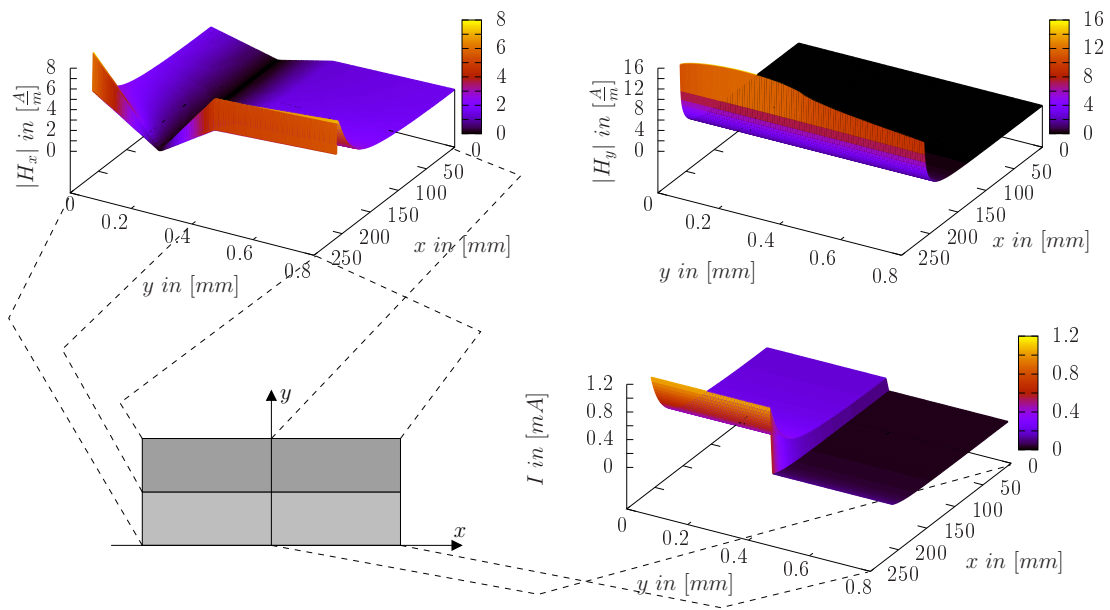


Abbildung 5.9: Darstellung des Verlaufs des Stromes bezogen auf ein Leiterelement (rechts unten) sowie der x -Komponente (links oben) und der y -Komponente (rechts oben) des magnetischen Feldes in einer zweischichtigen Plattierung. Die Edelstahl-Kupfer-Kombination weist gleiche Schichtdicken auf und wird von einem Strom mit einer Frequenz von 1kHz angeregt.

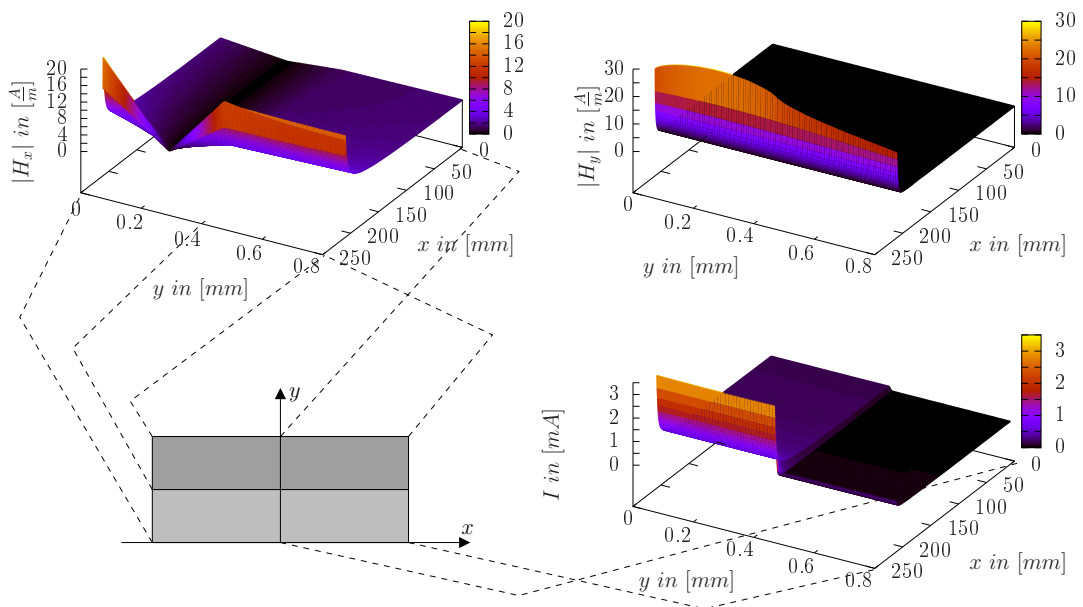


Abbildung 5.10: Darstellung des Verlaufs des Stromes bezogen auf ein Leiterelement (rechts unten) sowie der x -Komponente (links oben) und der y -Komponente (rechts oben) des magnetischen Feldes in einer zweischichtigen Plattierung. Die Edelstahl-Kupfer-Kombination weist gleiche Schichtdicken auf und wird von einem Strom mit einer Frequenz von 10kHz angeregt.

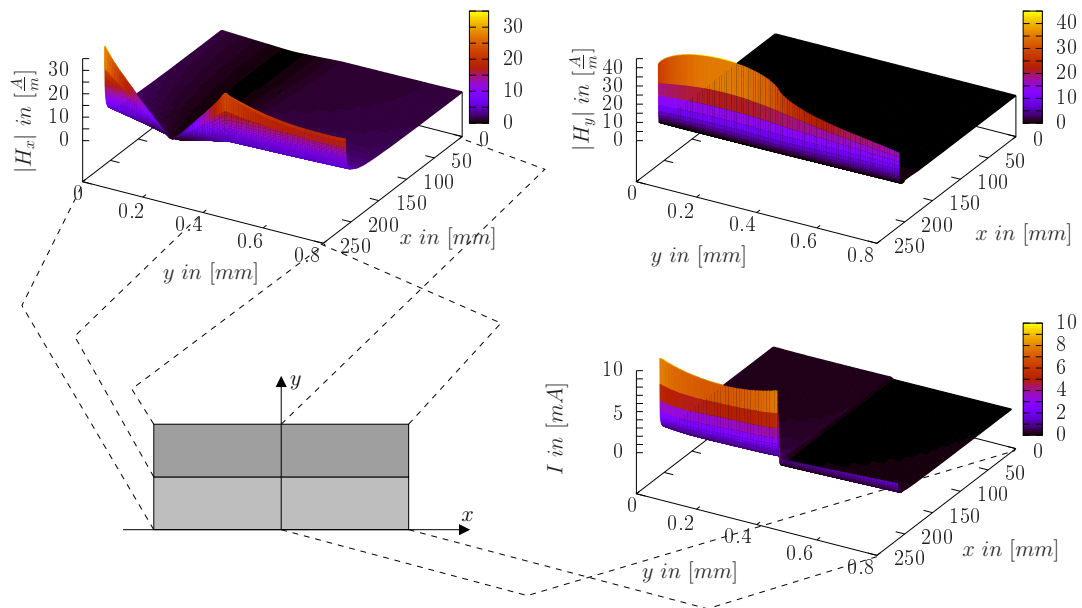


Abbildung 5.11: Darstellung des Verlaufs des Stromes bezogen auf ein Leiterelement (rechts unten) sowie der x -Komponente (links oben) und der y -Komponente (rechts oben) des magnetischen Feldes in einer zweischichtigen Plattierung. Die Edelstahl-Kupfer-Kombination weist gleiche Schichtdicken auf und wird von einem Strom mit einer Frequenz von 100kHz angeregt.

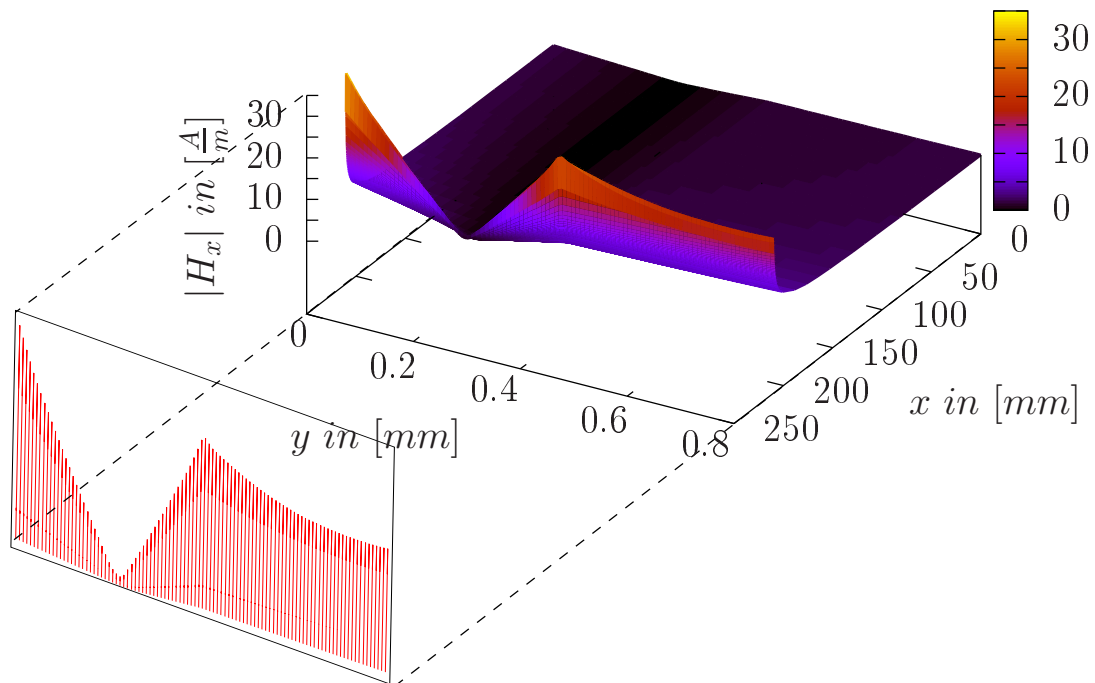


Abbildung 5.12: Projektion des dreidimensionalen Feldverlaufs in die y - z -Ebene.

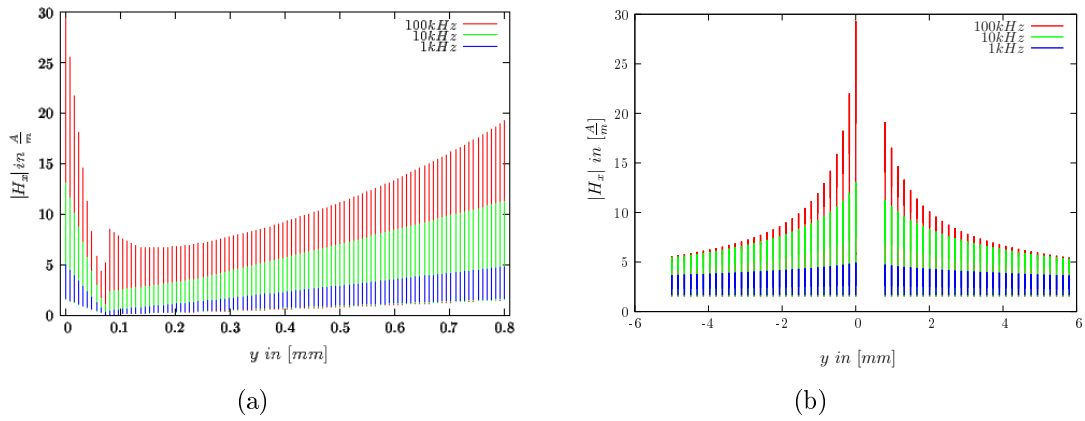


Abbildung 5.13: Darstellung der x -Komponente des magnetischen Feldes im Leiterinneren (links) und ausserhalb des Leiters (rechts) bei unterschiedlichen Frequenzen. Das Schichtdickenverhältnis von Auflage zu Kern des Edelstahl-Kupfer-Blechs beträgt $\frac{1}{9}$.

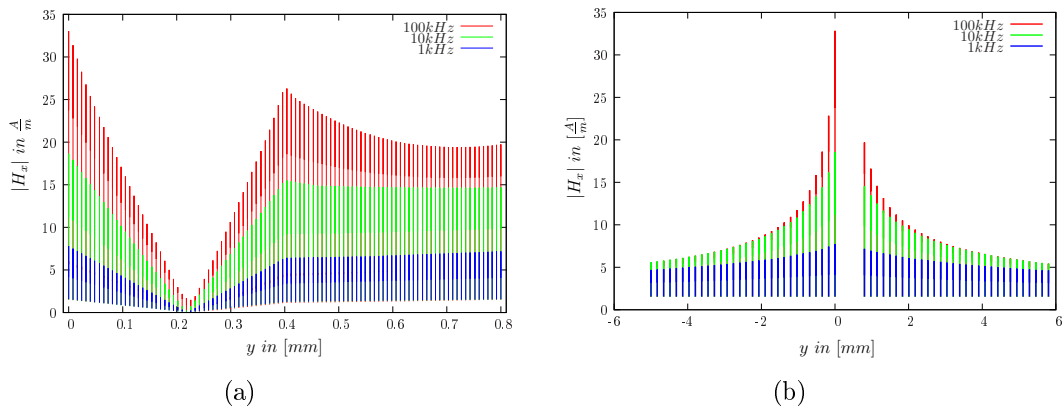


Abbildung 5.14: Darstellung der x -Komponente des magnetischen Feldes im Leiterinneren (links) und ausserhalb des Leiters (rechts) bei unterschiedlichen Frequenzen. Die Schichtdicken der Edelstahl-Kupfer-Plattierung weisen ein gleiches Verhältnis auf.

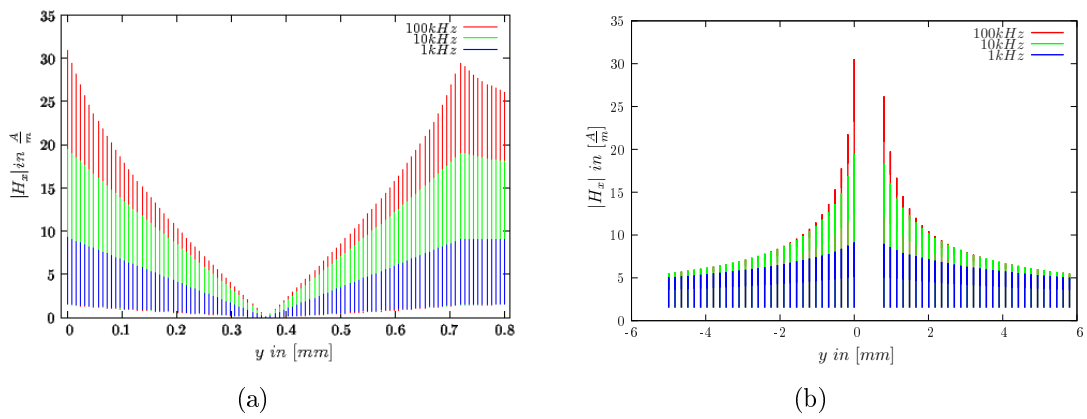


Abbildung 5.15: Darstellung der x -Komponente des magnetischen Feldes im Leiterinneren (links) und ausserhalb des Leiters (rechts) bei unterschiedlichen Frequenzen. Das Schichtdickenverhältnis von Auflage zu Kern des Edelstahl-Kupfer-Blechs beträgt $\frac{9}{1}$.

Kapitel 6

Messaufbau und Rekonstruktionsergebnisse

Die Herleitung der theoretischen Erkenntnisse wurde unter der Annahme eines unendlich langen Leiters und unter Vernachlässigung eines stromführenden Rückleiters geführt. Praktisch lassen sich diese Begebenheiten jedoch nicht umsetzen. Der Vorgabe des unendlich langen Blechs ist in hinreichender Näherung genüge getan, wenn die Länge der Probe um ein Vielfaches größer ist als die Abmessungen in Höhe oder Breite. Bei der Rückführung des physikalisch notwendigen Leiters hat [112] eine einfache Lösung des Problems gefunden. Der Rückleiter wird in einer symmetrischen Anordnung aus zwei Teilleitern ober- und unterhalb des Blechs zurückgeführt. Ein Bild des Aufbaus und eine schematische Darstellung werden in Abbildung 6.1 gezeigt. Durch diesen Aufbau fließt in beiden Rückleitern der gleiche Strom und das Feld an der Oberfläche des Blechs hebt sich nahezu auf. Um den parasitären Einfluß, der bei diesem Prinzip dennoch verbleibt, genauer einordnen zu können, wird eine Abschätzung des Messfehlers durchgeführt. Basierend auf Abbildung 6.2 ergibt sich somit für die x -Komponente des H -Feldes des oberen Rückleiters

$$H_{o,x} = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2}} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{y_o - y}{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2} \quad (6.1)$$

und für den unteren Rückleiter entsprechend

$$H_{u,x} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{y_u - y}{(x - x_u)^2 + (y - y_u)^2}. \quad (6.2)$$

Wegen der Symmetrie der Anordnung lassen sich diese Gleichungen mit $y_o = -y_u = h$ und $x_o = x_u = 0$ vereinfachen und man erhält für das resultierende magnetische Feld in x -Richtung die Gleichung

$$H_{r,x} = \frac{I}{4\pi} \cdot \left(\frac{h - y}{x^2 + (y - h)^2} - \frac{h + y}{x^2 + (y + h)^2} \right). \quad (6.3)$$

Um das Feld in Relation zu dem Feld des Probekörpers zu setzen, wird das magnetische Feld für den Gleichstromfall, mit Gleichung 5.12 als Näherung, in die Rechnung einbezogen. Betrachtet man weiterhin das Feld in der Mitte des Messobjekts, für das mit

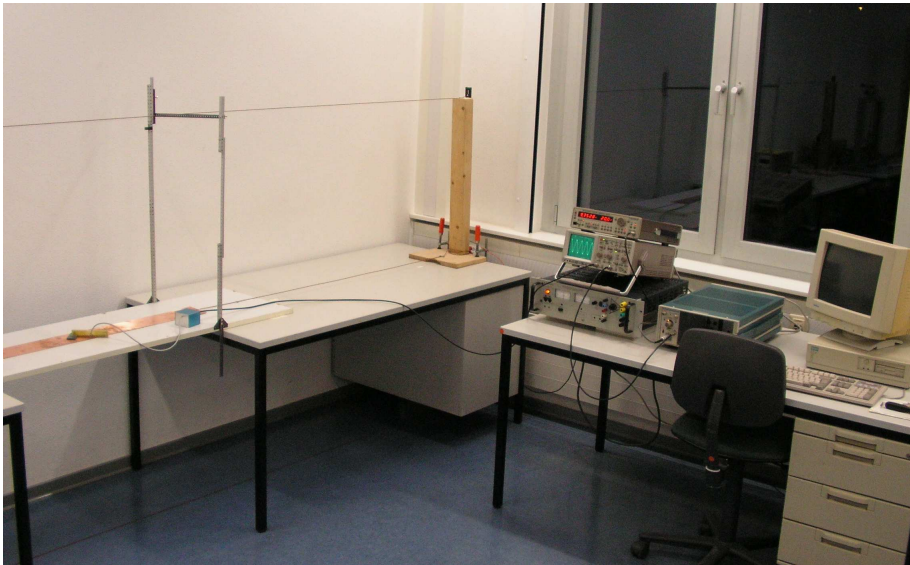
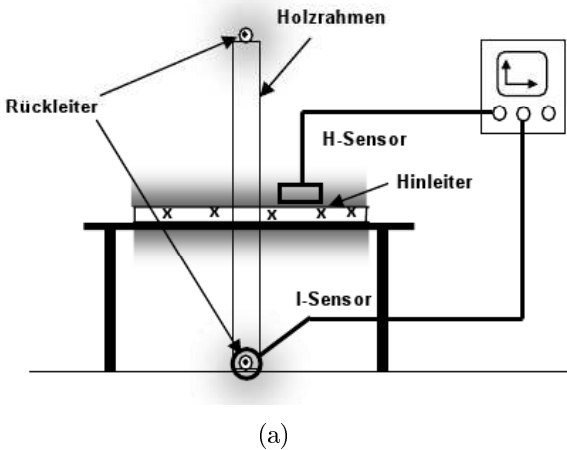


Abbildung 6.1: Messaufbau zur Messung der induzierten Spannung oberhalb eines rechteckigen Leiters. (Quelle 6.1(a): [112])

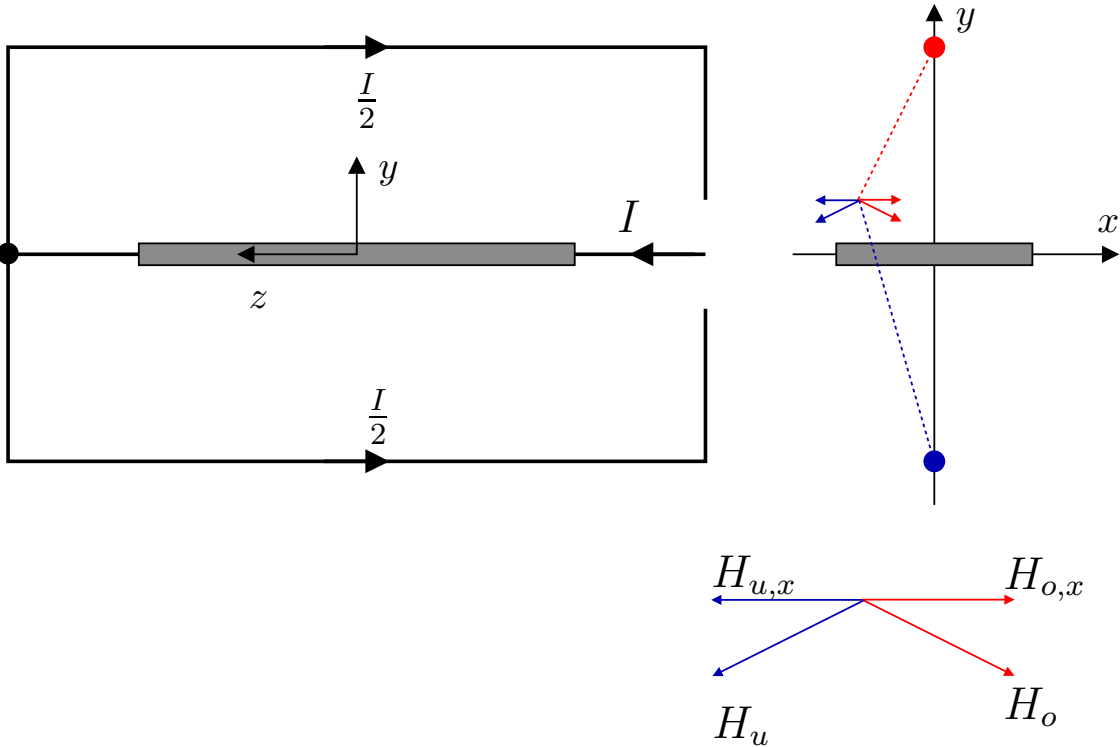


Abbildung 6.2: Schematische Darstellung des Stromflusses durch Blechprobe und Rückleiter sowie des parasitären, magnetischen Feldes des Rückleiters.

$x = 0$ der kleinstmögliche Abstand zu den Rückleitern gewählt wurde, so stellen diese Bedingungen den Worst-Case dar. Das Verhältnis der Feldstärken ist gegeben durch

$$\frac{H_{r,x}}{H_-} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{b \cdot y}{h^2 - y^2}, \quad (6.4)$$

wobei b der Breite des Blechs entspricht. Weil die zu bestimmenden Maxima aufgrund der Stromverdrängung sehr weit von der Mitte entfernt aufzufinden sind und der Betrag der Feldstärke einen deutlich höheren Wert aufweist, ist der Fehler in der praktischen Anwendung weitaus geringer. Für ein Blech von 10cm Breite und 0,4mm Höhe ist der Messfehler, der durch die Rückleiter bei einem 75cm großen Abstand zum Ursprung verursacht wird, geringer als 0,02%. Selbst bei einer Entfernung von 1cm liegt der Fehler gerade bei 0,6%, sodass das magnetische Feld des Rückleiters den Messwert kaum beeinflussen wird. In analoger Weise kann der Fehler bestimmt werden, der sich bei unterschiedlich starken Rückleiterströmen einstellt. Aber auch hier ergibt sich für die zuletzt genannten Abmessungen und einer Abweichung der Rückleiterströme von 20% nur ein Fehler 1%, sodass dieser Einfluß ebenfalls sehr gering ist.

Zum Erzeugen des harmonischen Stromflusses wird ein Leistungsverstärker eingesetzt, der von einem Sinusgenerator angeregt wird. Der Ausgang des Verstärkers ist, wie in Abbildung 6.3 zu sehen, mit einer Reihenschaltung aus Strommesswiderstand und Probekörper verbunden.

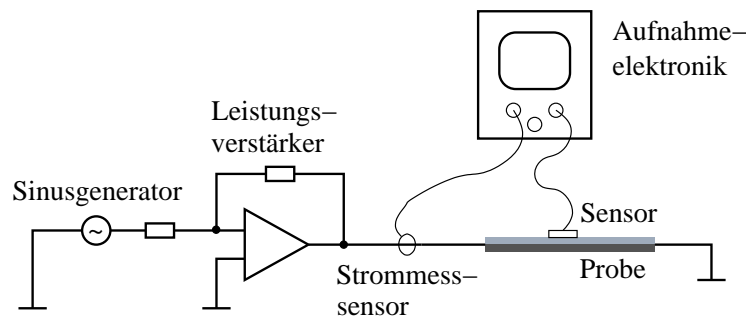


Abbildung 6.3: Schematischer Aufbau der Messschaltung.

Da die Detektierbarkeit des Skin效ekts je nach gegebener Stromstärke als ein Kompromiss aus der Breite des Probekörpers und des applizierten Frequenzbereichs zu sehen ist, kann die Stärke des magnetischen Feldes sehr stark variieren. Ein Überblick über die Vielfalt der Sensoren zur Magnetfeldmessung wird in [113] gegeben. Aufgrund des einfachen Aufbaus und der positiven Ergebnisse die in [112] geschildert werden, sind die Messungen mit einer Spule als Feldsensor durchgeführt worden.

Bei zunehmender Feldverdrängung sind die Änderungen am Rand des Blechs sehr groß. Um diese Feldänderungen möglichst genau erfassen zu können, sollte die Dicke der Spule sehr gering sein. Durch den in Abbildung 6.4 gezeigten spiralförmigen Aufbau ist es möglich die Spulendicke auf $120\mu\text{m}$ zu beschränken und dennoch eine gewisse Anzahl von Wicklungen in die Messebene zu bringen. In dieser speziellen Anordnung

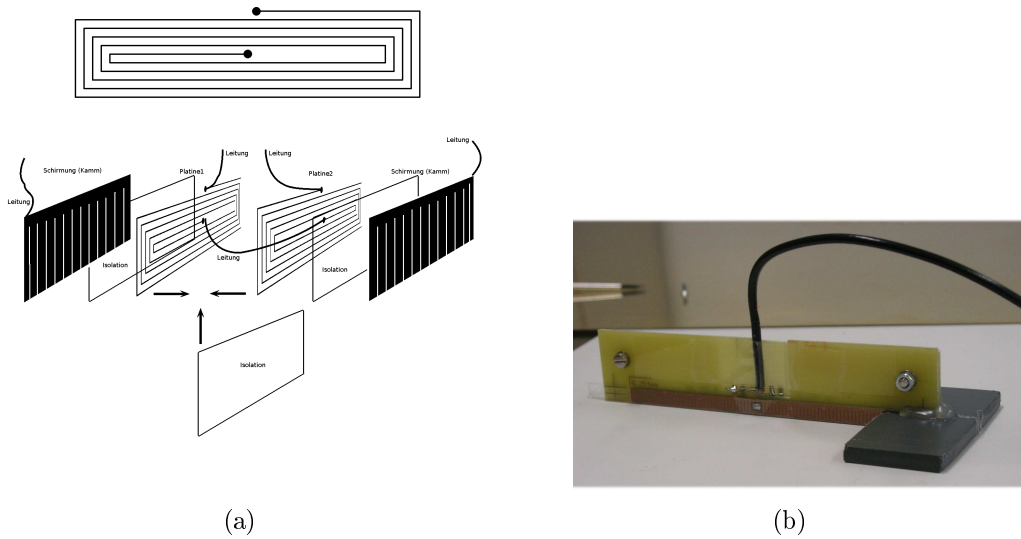


Abbildung 6.4: Konstruktionsskizze und technische Realisierung der Messspule.

wurde durch den geometrischen Aufbau festgesetzt, dass der Abstand zwischen zwei Leiterbahnen genau der Leiterbahnbreite d_L entsprechen soll. Weil mit der Spule jedoch nur die in ihr induzierte Spannung und keine Feldgrößen gemessen werden können, wird die Spannung U_{ind} als Referenzgröße festgelegt.

Um die Messwerte mit den Simulationsergebnissen vergleichen zu können, muss der Zusammenhang zwischen magnetischem Feld und Induktionsspannung hergeleitet werden. Die in der Spule induzierte Spannung lässt sich mit Hilfe der magnetischen Flussdichte B aus der Gleichung

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt} \int_A B \cdot dA \tag{6.5}$$

ermitteln. Zur Bestimmung des Flächenintegrals wird die spiralförmige Anordnung zunächst, wie in Abbildung 6.5 dargestellt, in Teilflächen zerlegt. Durch das Aufsummieren der Integrale über die Teilflächen lässt sich die induzierte Spannung entsprechend Gleichung

$$U_{ind} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \sum_{n=1}^N (b - (4n - 2)d_L) \cdot \left(\int_{(2n-1)d_L}^{(4N-2(n-1))d_L} H_x(y) dy + \int_{(2n-1)d_L}^{(4N-2(n-1)-2)d_L} H_x(y) dy \right) \tag{6.6}$$

bestimmen, wobei b der Breite der Spule entspricht und N die Anzahl der Flächen bezeichnet, die sich bei einer einfachen spiralförmigen Anordnung ergeben. Die aus dem Induktionskopplungsmodell gewonnene Feldverteilung lässt sich mit Hilfe der in [114] beschriebenen Formeln nach Newton-Cotes numerisch integrieren und führt durch einsetzen in Gleichung 6.6 zu der theoretisch zu messenden Spannung.

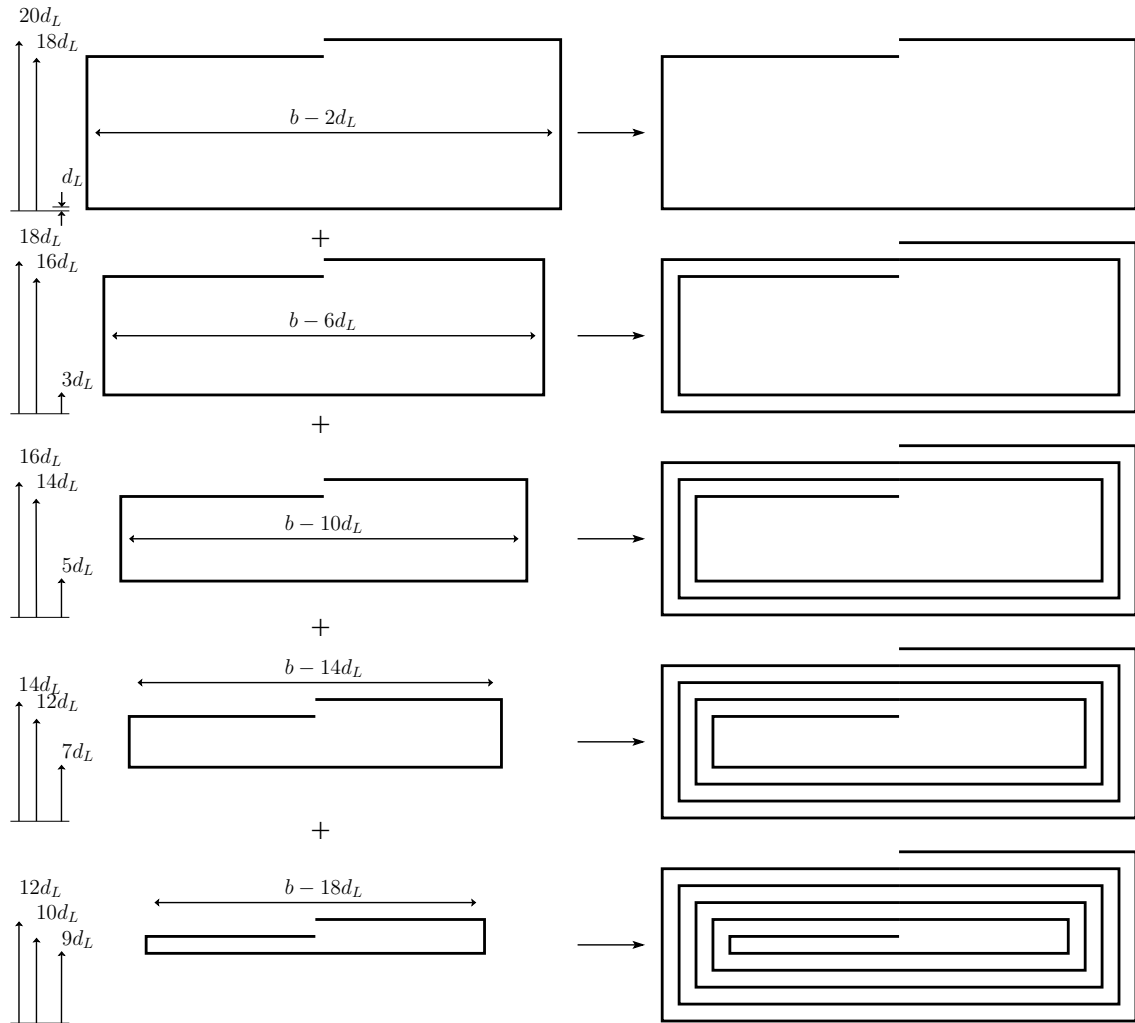


Abbildung 6.5: Zusammensetzung der einzelnen Spulenflächen von aussen nach innen bei einer Spulenhöhe h , der Spulenbreite b und der Leiterbahnbreite d_L (Unter der Annahme, dass der Abstand zur nächsten Leiterbahn ebenfalls d_L entspricht).

Gleichung 6.6 wurde durch eine Messung an einem kreisrunden Leiter verifiziert, dessen Feldverteilung auf einfache Weise analytisch berechenbar ist. Da die y -Komponente des magnetischen Feldes größere Werte annehmen kann als die zu bestimmende x -Komponente, ist der Fehlereinfluß der H_y -Komponente auf die induzierte Spannung selbst bei einem geringen Neigungswinkel der Spule nicht zu vernachlässigen. Dieser Fehler lässt sich eliminieren, indem die Messung des Maximums zweimal durchgeführt wird. Dabei wird die Spule bei der zweiten Messung um 180° gedreht und der endgültige Messwert stellt sich als Mittel der beiden Messungen dar.

Die Probe, die zur Messung herangezogen wurde, besteht aus einem nicht-magnetischen Edelstahlkern und einer aus Kupfer bestehenden Aufлагeschicht. Die spezifischen elektrischen Leitfähigkeiten der Grundwerkstoffe unterscheiden sich bei dieser Materialkombination sehr deutlich. Für den Edelstahlkern ist die Leitfähigkeit nach [115] und [116] mit $1,4 \frac{S}{m}$ gegeben. Für den aus Kupfer bestehenden Aufлагewerkstoff beträgt die Leitfähigkeit hingegen rund $57 \frac{S}{m}$ ([117]). Die Schichtdicken innerhalb der Plattierung weichen ebenfalls stark voneinander ab. Die Dicke des Aufлагewerkstoffs beträgt bei einer Gesamtdicke von 0,4mm gerade $35 \mu m$, sodass der Kupfereuflage ein Volumenanteil von weniger als 10% zugeschrieben werden kann. Trotz des stark differierenden Schichtdickenverhältnisses wirken sich die Unterschiede auf das oberflächennahe Magnetfeld aus. Der Verlauf der berechneten und der gemessenen Werte ist in Abbildung 6.6 als Funktion der applizierten Frequenz gegeben. Mit zunehmender Frequenz steigt auch das Verhältnis der Spannungsmaxima an, da der Strom in der Kupferschicht, bedingt durch die höhere elektrische Leitfähigkeit, einem größeren Verdrängungseffekt unterliegt als das Kernmaterial. Durch die asymmetrische Verschiebung ändert sich folglich auch der magnetische Feldverlauf, was sich in dem Anstieg des Verhältnisses der Spannungsmaxima widerspiegelt. Neben dem berechneten Verlauf sind auch die Kurven aufgetragen, die sich bei Abweichungen von $\pm 5 \mu m$ ergeben würden. Gerade durch diesen Vergleich wird deutlich, dass sich die gemessenen Werte dem berechneten Verlauf sehr gut zuordnen lassen.

Die simulierten Ergebnisse wurden als Vorwärtsproblem aus den geometrischen Abmessungen der Probe bestimmt. Zur Rekonstruktion der Schichtdicken gilt es jedoch das inverse Problem unter zu Hilfenahme nichtlinearer Optimierungsverfahren zu lösen. Diese Problemstellung ist unter anderem aus dem Gebiet der Impedanztomografie bekannt und vielfach beschrieben worden. In [118], [119] oder [120] werden unterschiedliche Ansätze des Problems vorgestellt, sodass an dieser Stelle nicht weiter auf die Anwendung eines entsprechenden Verfahrens eingegangen werden soll. Als weiterführende Literatur aus dem Bereich der Optimierungsverfahren sei des Weiteren auf [121], [122], [123], [124] oder [125] verwiesen.

Häufig werden auch Stähle mit weichmagnetischen Eigenschaften als Kernmaterial einer Plattierung eingesetzt. Obwohl das Induktionskopplungsmodell die Berechnung der Stromdichte und der elektromagnetischen Felder für Materialien mit variierenden magnetischen Permeabilitäten nicht erlaubt, soll die Anwendung dieses Verfahrens an diesen Materialkombinationen ebenfalls erörtert werden. Als Messobjekt dient dazu eine dreischichtige Plattierung mit weichmagnetischem Stahl als Kernmaterial und Kupfer als

Auflagenwerkstoff. Bei dem 42,1cm breiten und 0,8mm dicken Probekörper entfallen 3% bzw. 20% auf die Kupferlagen. Wird der speisende Strom so angepaßt, dass die Magnetisierungskurve im reversiblen Bereich bleibt, so ergibt sich, wie in [126] und [127] beschrieben ein linearer Zusammenhang zwischen der Flussdichte und dem magnetischem Feld. Die relative Permeabilität kann in diesem Anwendungsfall zwar als konstant angesehen werden, bleibt aber eine unbekannte Größe, was es bei einer möglichen Rekonstruktion zu berücksichtigen gilt. Der frequenzabhängige Verlauf der gemessenen Spannungsmaxima ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Bei einem Vergleich mit der zweischichtigen, nicht-magnetischen Probe, fällt der gegensätzliche Verlauf der Funktionen auf. Während das Spannungsverhältnis in Abbildung 6.6 mit der Frequenz ansteigt, so fällt es in Abbildung 6.7 ab und nähert sich dem Verhältnis eines symmetrisch aufgebauten Körpers an. Bei steigender Frequenz sind die Schichtdickenunterschiede der Kupferauflagen demzufolge nicht mehr zu erkennen. Im niedrigen Frequenzbereich ist die Stromdichte, wegen der höheren Leitfähigkeit der Auflagen, in Randnähe weitaus größer als im Kernmaterial. Die ungleiche Stromverteilung, die sich aus den unterschiedlichen Auflagedicken ergibt, resultiert daher in den stark differierenden Feldstärkeverläufen. Mit zunehmender Frequenz kommen die Permeabilität des Kerns sowie die duktilen Eigenschaften der Auflagen mehr und mehr zu tragen. Der Strom wird an die Oberfläche gedrängt, sodass der Einfluß der Dickenunterschiede geringer wird. Die Eindringtiefe in homogenes Kupfer beträgt, ausgehend von Gleichung 5.6, bei einer Frequenz von 100kHz $\delta = 210\mu\text{m}$ und dient als Abschätzung um den Effekt der Stromverdrängung zu verdeutlichen. Werden diesem Wert die Auflagendicken von $24\mu\text{m}$ bzw. $160\mu\text{m}$ gegenübergestellt, so wird die mit der Frequenz zunehmende Angleichung der Spannungsmaxima verständlich. Neben dem gegensätzlichen Verlauf ist auch das stärker ausgeprägte Spannungsverhältnis auffällig. Dies ist auf das magnetische Kernmaterial zurückzuführen und wäre bei Nicht-Eisenmetallen deutlich geringer ausgeprägt. Sowohl die Anzahl der Schichten wie auch die elektrischen und magnetischen Eigenschaften der Grundwerkstoffe geben dem frequenzabhängigen Verlauf des Magnetfeldes an der Oberfläche eines plattierten Blechs somit einen charakteristischen Verlauf.

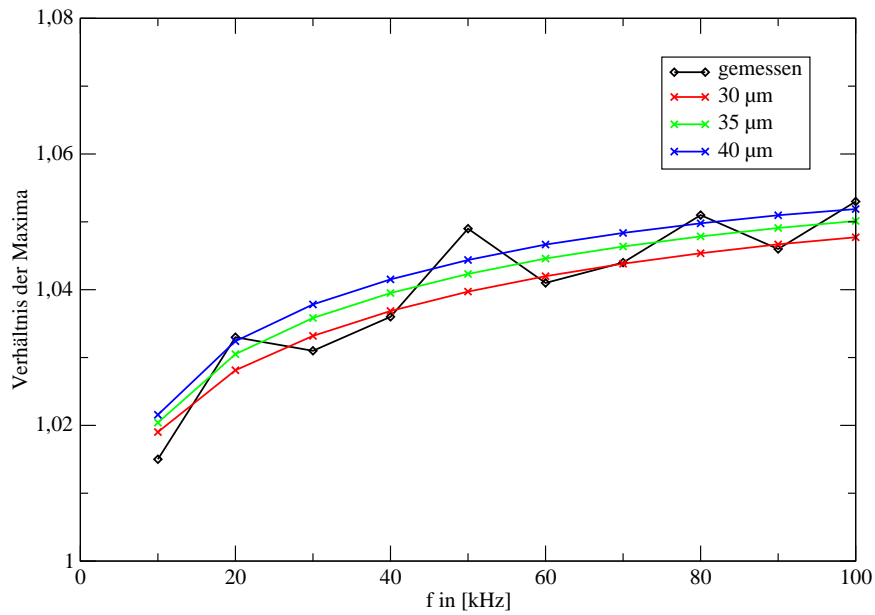


Abbildung 6.6: Frequenzabhängiger Verlauf der gemessenen Verhältnisse der Spannungsmaxima im Vergleich zu den berechneten Verläufen bei Auflagedicken von $30\mu\text{m}$, $35\mu\text{m}$ und $40\mu\text{m}$.

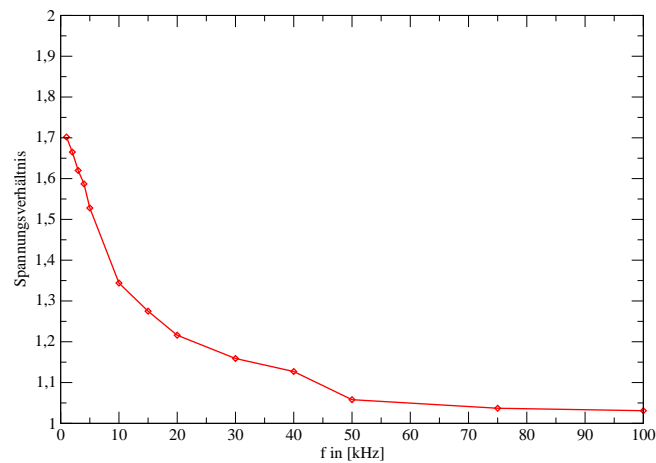


Abbildung 6.7: Gemessene Spannungsverhältnisse eines dreischichtigen Blechs mit weichmagnetischem Kern.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit untersucht die Möglichkeiten, mit Hilfe der Impedanztomografie Fehlstellen in plattierten Blechen zu lokalisieren, und die tatsächlichen Schichtdicken zu bestimmen. Die Impedanztomografie betrachtet bekanntlich die Ausbreitung elektromagnetischer Felder bei Einprägung definierter, auch zeitabhängiger, Ströme innerhalb einer Körpergeometrie, die durch die Form eines Blechs festgelegt war. Insbesondere interessiert die Frequenzabhängigkeit der Felddausbreitung.

Für den einfach anzuwendenden Gleichstromfall stellt sich heraus, dass sich charakteristische Feldverläufe nur in unmittelbarer Nähe der stromführenden Elektroden ausbilden, begründet durch die relativ zur Gesamtausdehnung sehr geringe Blechdicke. Da die Fehlerfindung innerhalb der Blechbindungszone einen zur Bindungszone senkrechten Feldverlauf nötig macht, sind in der Anwendung punktförmige Stromzuführungen auf opponierenden Blechseiten erforderlich. Dies ist eine Bedingung, die einen Einsatz in der Fertigungskontrolle allerdings sehr erschwert. Selbst bei stark unterschiedlicher Gleichstromverteilung im Inneren der Proben ist an der Oberfläche kein sinnvoll auswertbarer Effekt festzustellen. Naturgegeben lassen sich so Werkstoffe mit ähnlichen Permeabilitäten nicht unterscheiden und die relativ guten spezifischen Leitfähigkeiten führen zu extrem kleinen Potentialdifferenzen, deren Detektion eine Laborumgebung erfordert. Immerhin sind mit diesem Verfahren Defekte im Material durchaus lokalisierbar. Im Vergleich dazu scheint die in einem Exkurs betrachtete Thermografie gut als zerstörungsfreies Prüfverfahren eingesetzt werden zu können. Mit bildgebenden Verfahren kombiniert können damit leicht auch größere Flächen an vielen Werkstoffen schnell untersucht werden.

Bei der Betrachtung eingepprägter Wechselströme stellt sich heraus, dass hier die bekannte, frequenzabhängige Stromverdrängung sowie Kopplungseffekte zu detektierbaren Feldunterschieden auch an der Oberfläche der Untersuchungsobjekte führen. Die stark unterschiedlichen Abmessungen (Dicke zur Flächenausdehnung) lassen Verdrängungseffekte schon bei beherrschbar niedrigen Frequenzen auftreten mit dem Ergebnis asymmetrischer Feldverläufe an der Oberfläche der Prüflinge. Dabei wirken sich sowohl die unterschiedlichen Leitfähigkeiten der Plattierungen als auch ihre differierenden Permeabilitäten deutlich aus. Dazu durchgeführte experimentelle Untersuchungen untermauern das theoretisch gefundene Ergebnis am Beispiel eines zweischichtigen Materialverbundes.

Die über der variablen Frequenz gemessenen Felder erlaubten die Bestimmung der Materialstruktur. Im Gegensatz zum bekannten Wirbelstromverfahren hat die hier notwendige Stromeinprägung dabei den Vorteil, keine Messfehler durch zu geringe Eindringtiefe oder Randeffekte zu produzieren.

Die in dieser Arbeit betrachtete Impedanztomografie stellt damit im Einzelfall ein zusätzliches, zerstörungsfreies Prüfverfahren für den Laboreinsatz dar.

Anhang A

Beispiele für Wirbelfelder in symmetrisch aufgebauten Plattierungen

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen weitere Beispiele für die Verteilung der Wirbelfelder in symmetrisch aufgebauten Blechen. Sie stellen eine Ergänzung zu den Abbildungen aus Kapitel 5.1 dar.

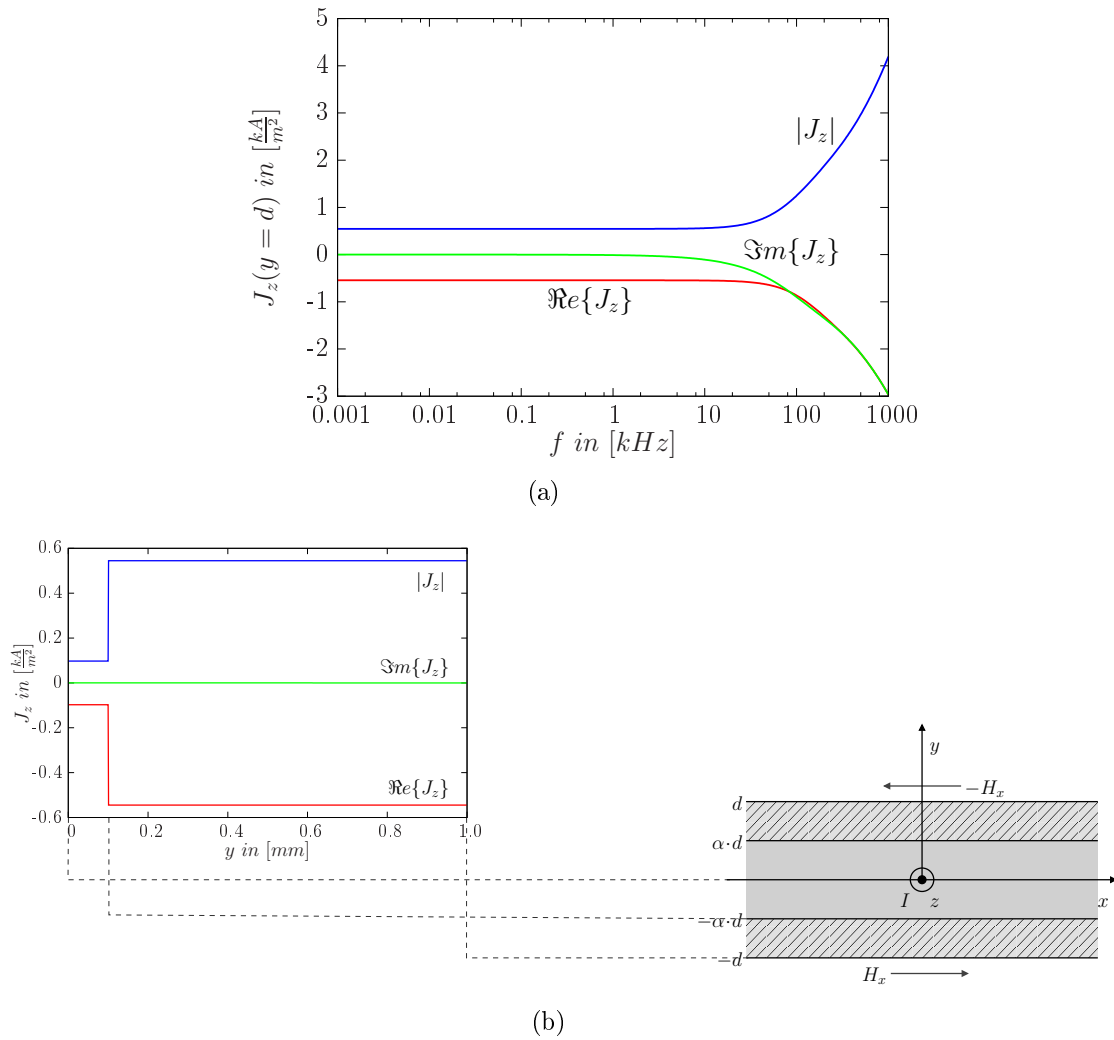
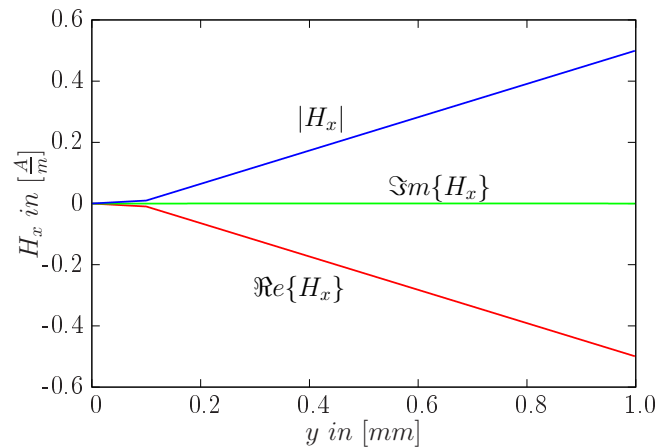
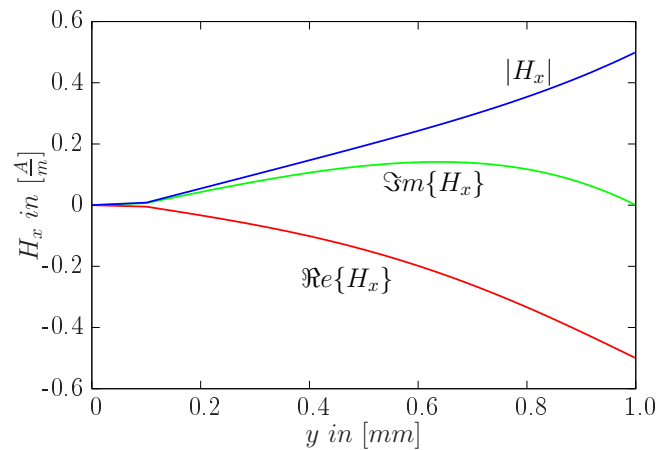


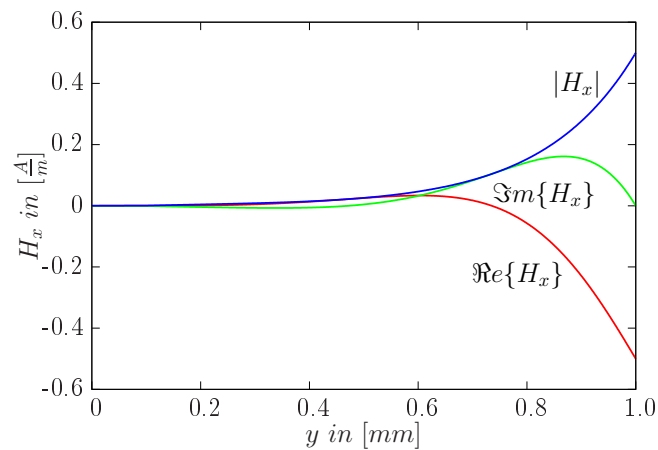
Abbildung A.1: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,1 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

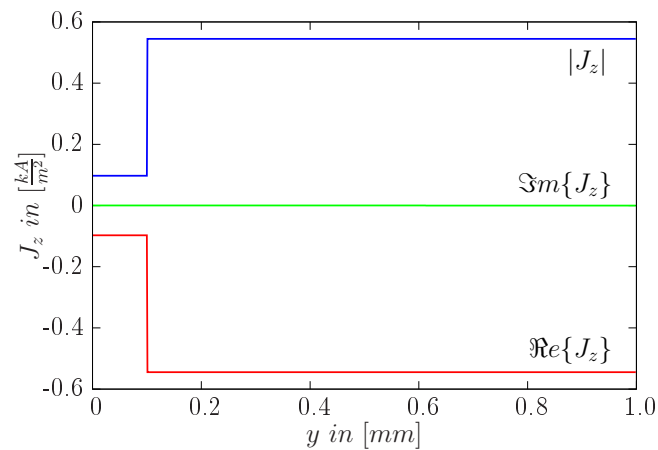


(b)

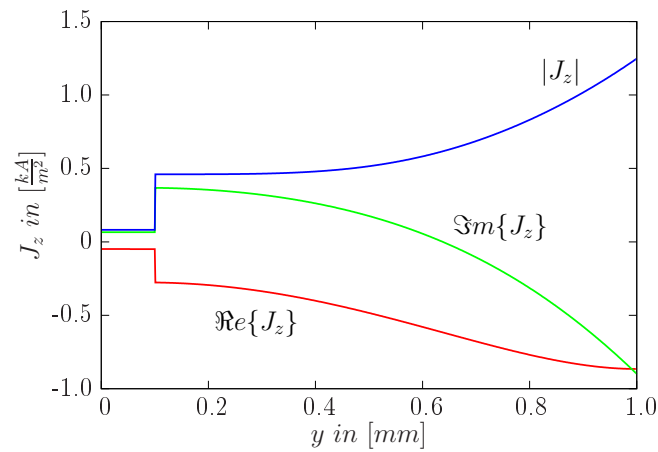


(c)

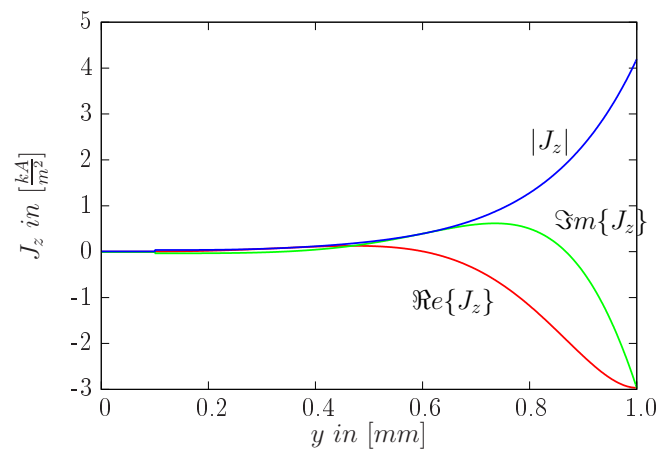
Abbildung A.2: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.1(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,1. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung A.3: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.1(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,1. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für den Kern und $56 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{\text{s}}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{\text{s}}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{\text{s}}$.

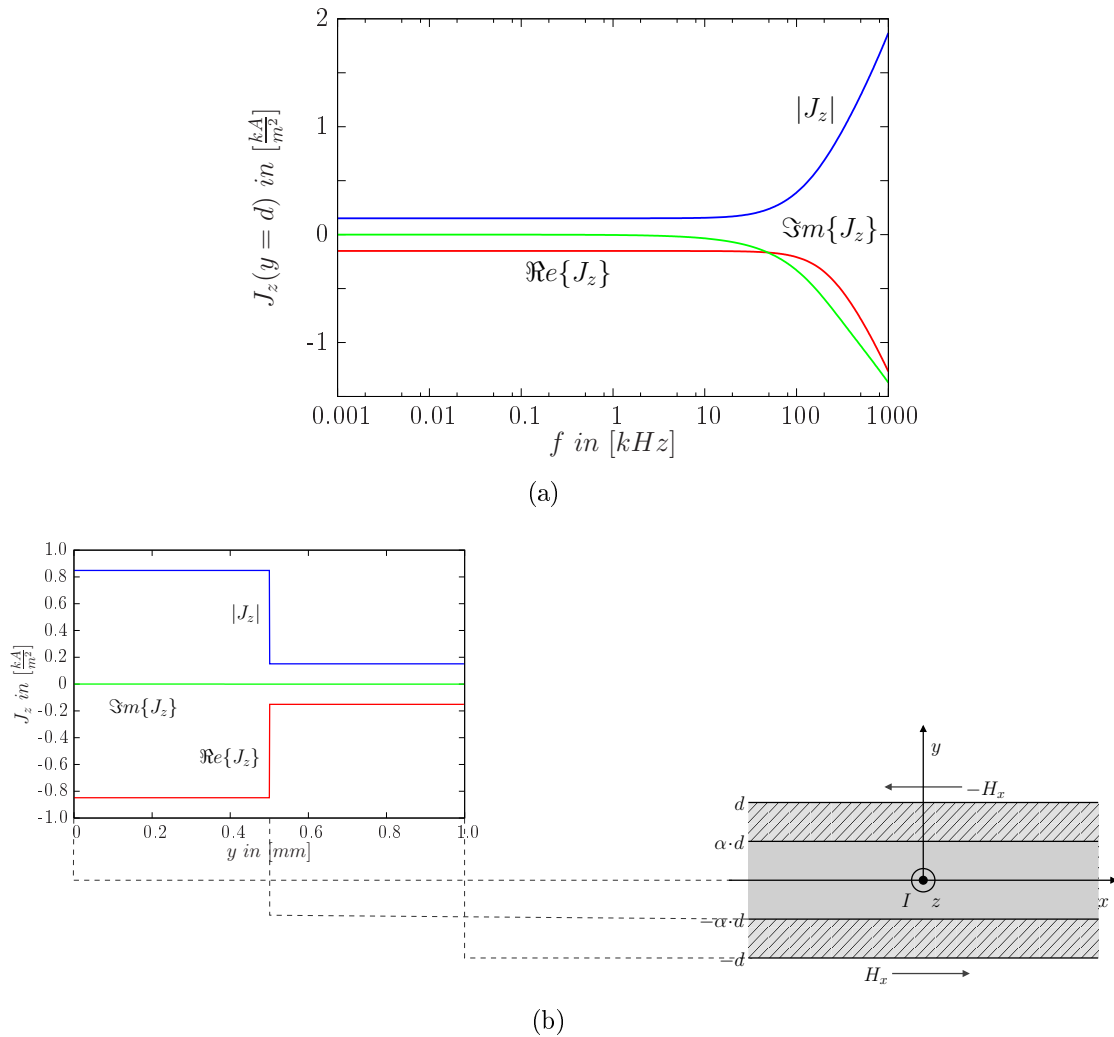
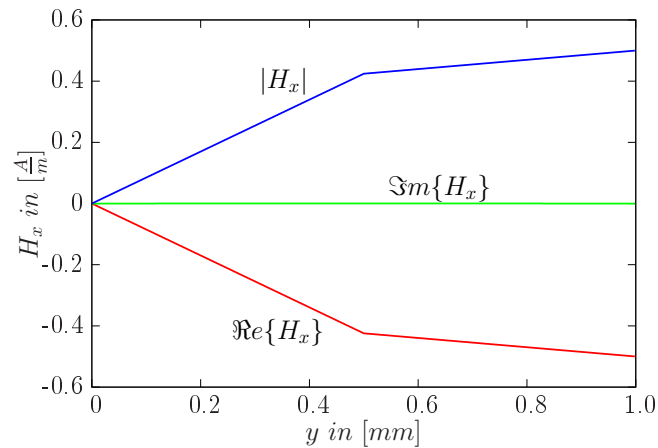
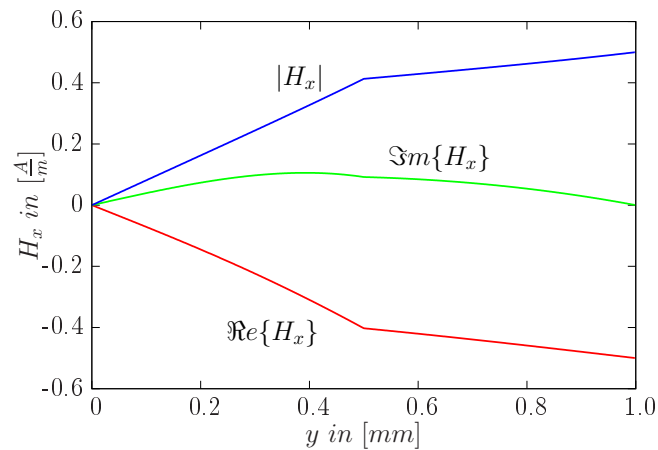


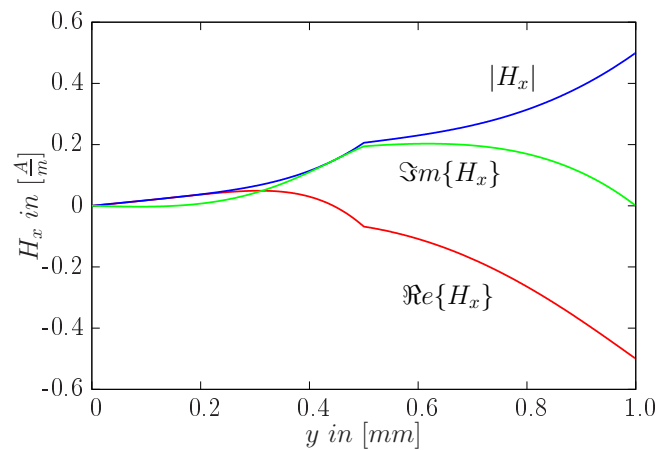
Abbildung A.4: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

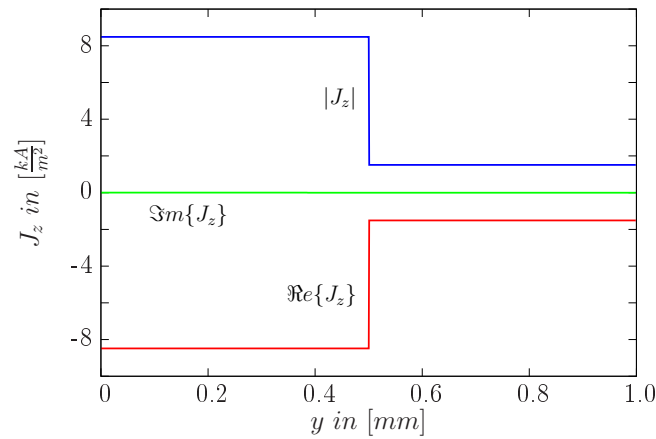


(b)

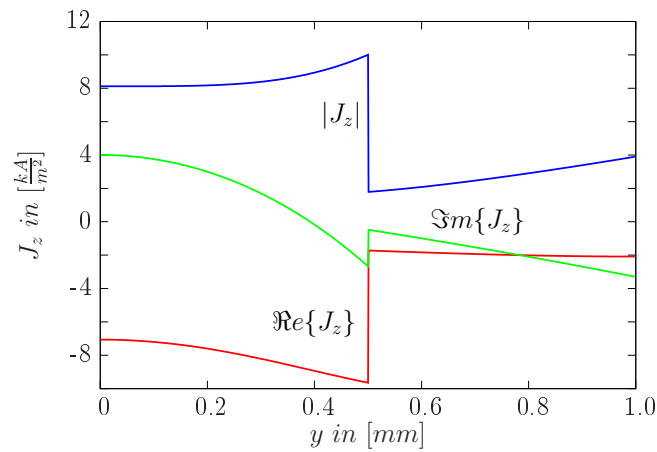


(c)

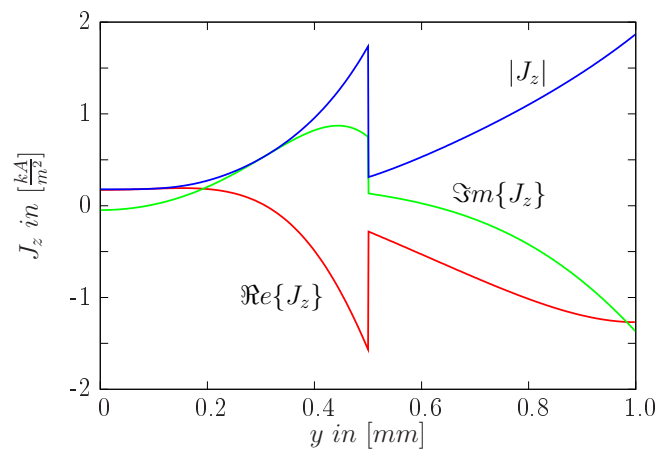
Abbildung A.5: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebauten, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.4(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für den Kern und $10 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung A.6: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung 5.3(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.

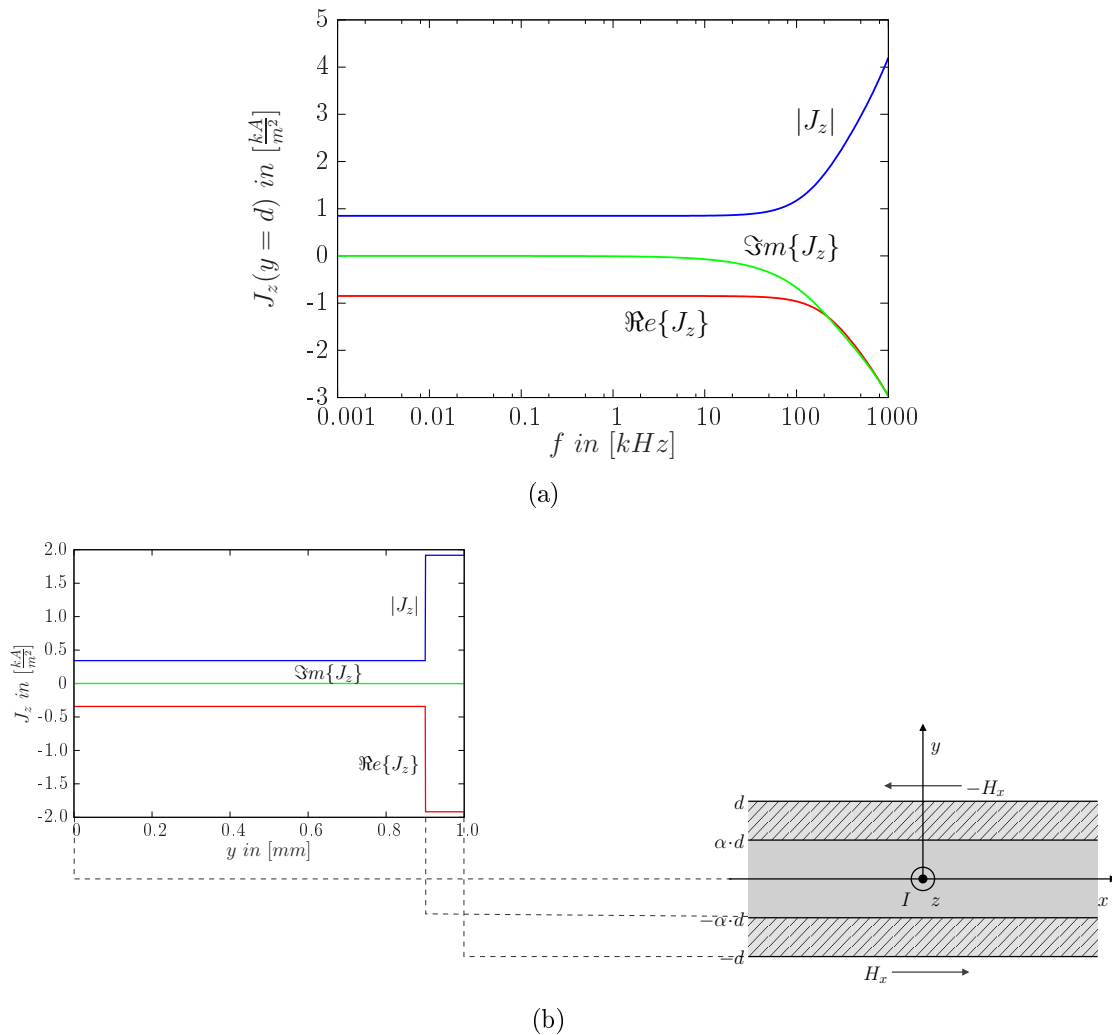
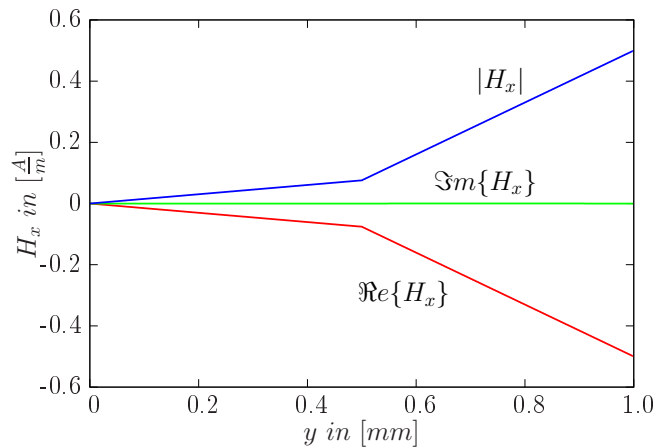
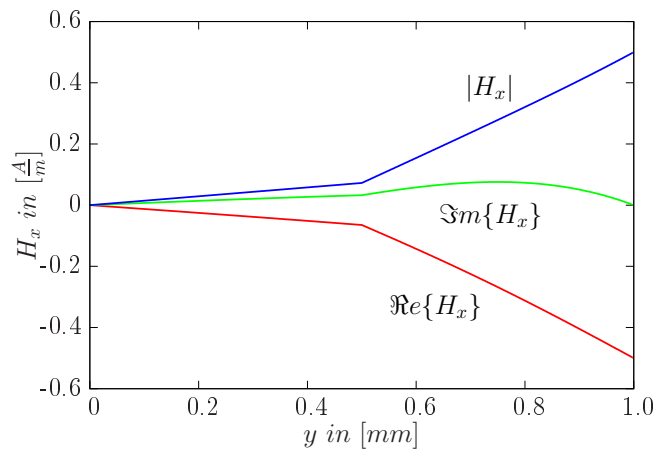


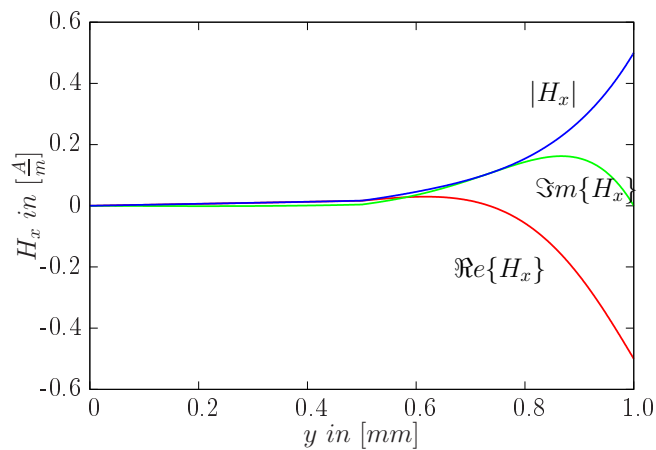
Abbildung A.7: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

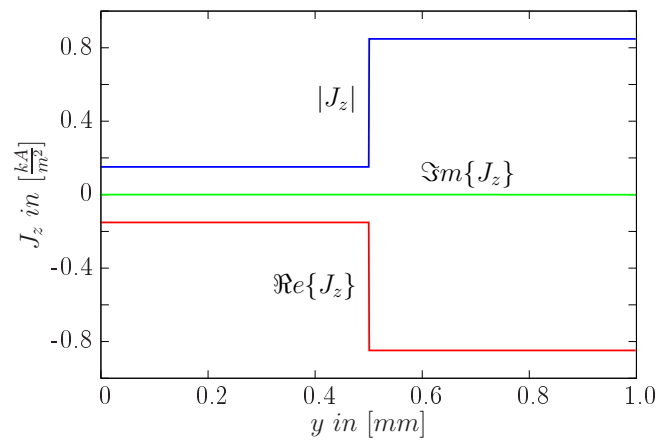


(b)

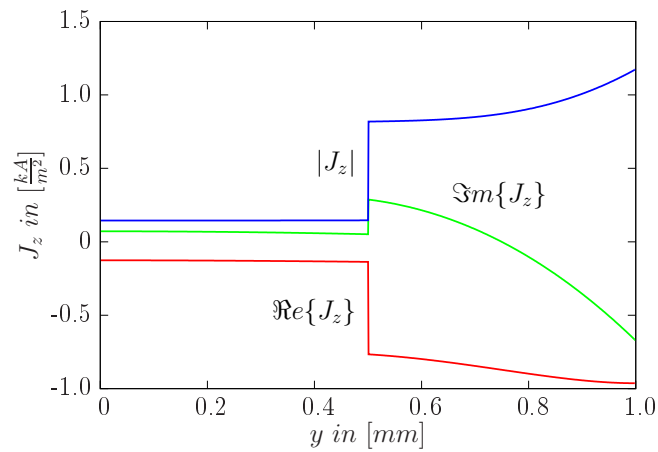


(c)

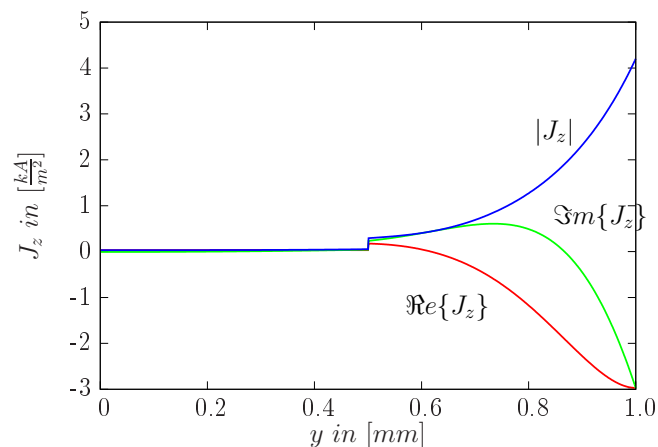
Abbildung A.8: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebauten, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.7(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung A.9: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.7(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,5. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.

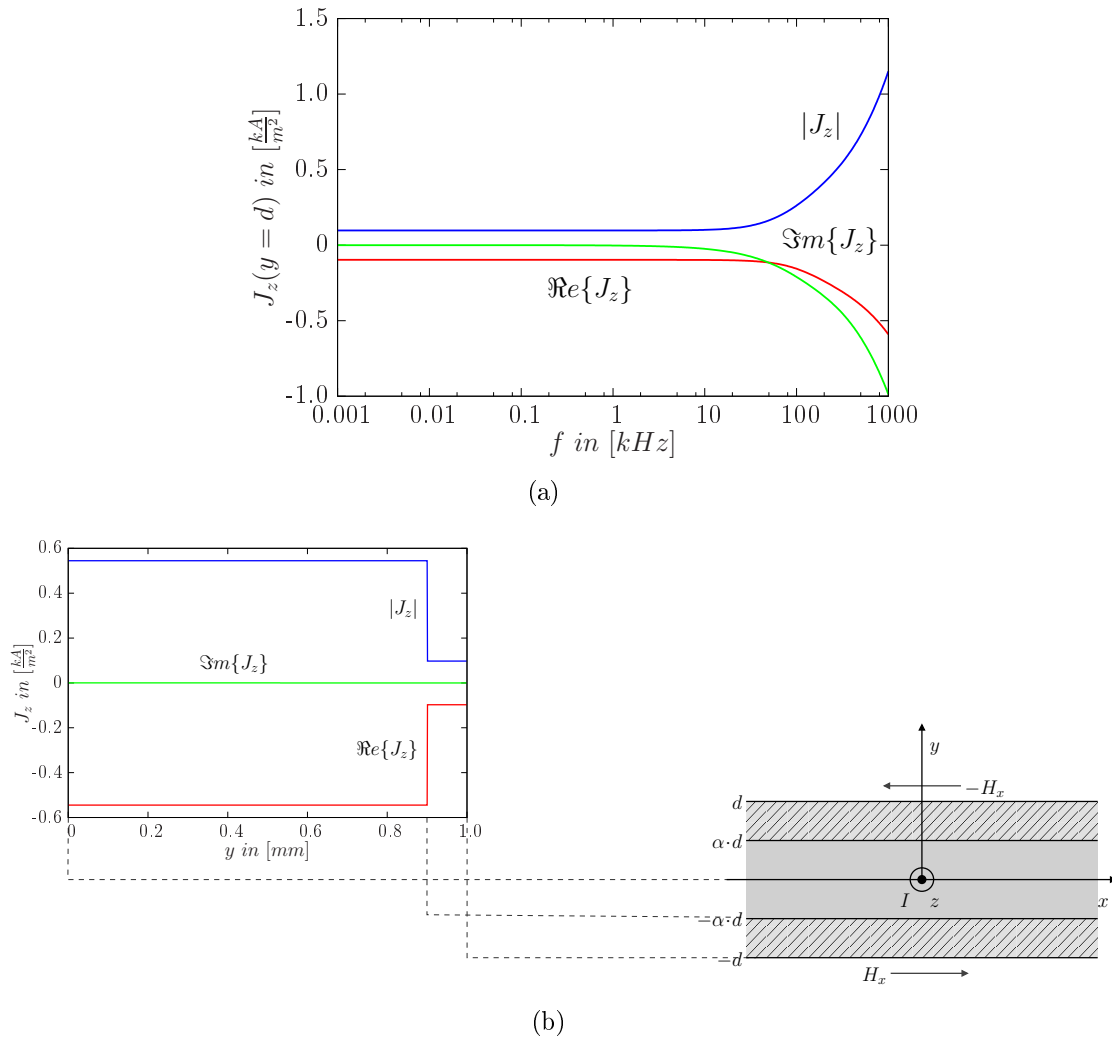
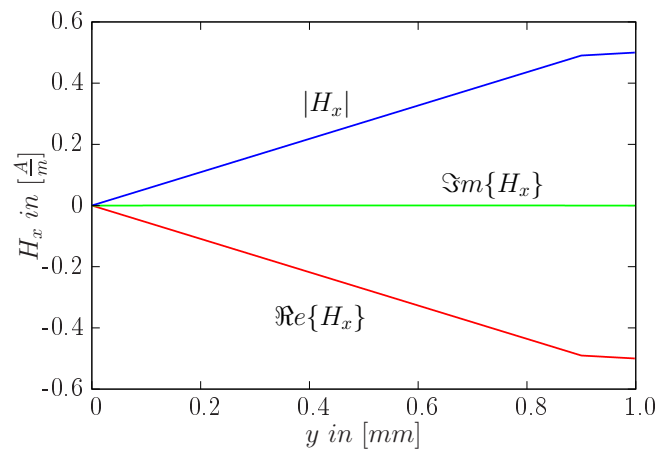
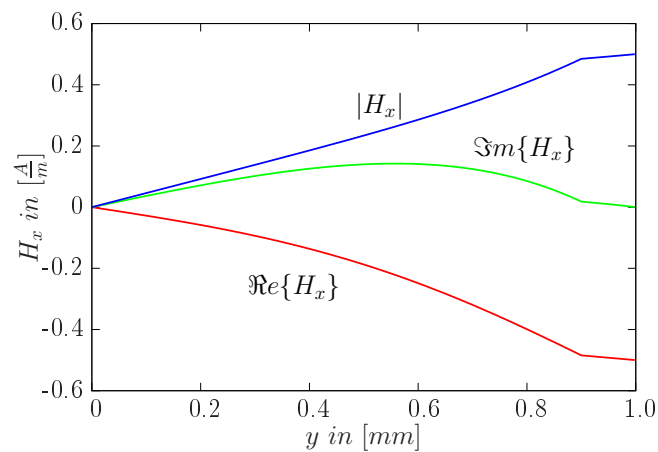


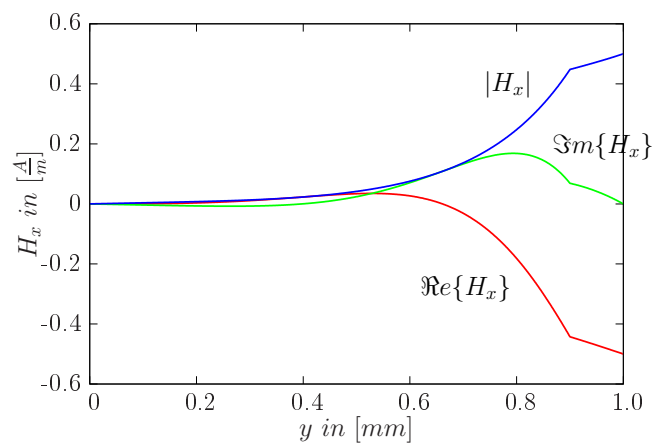
Abbildung A.10: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

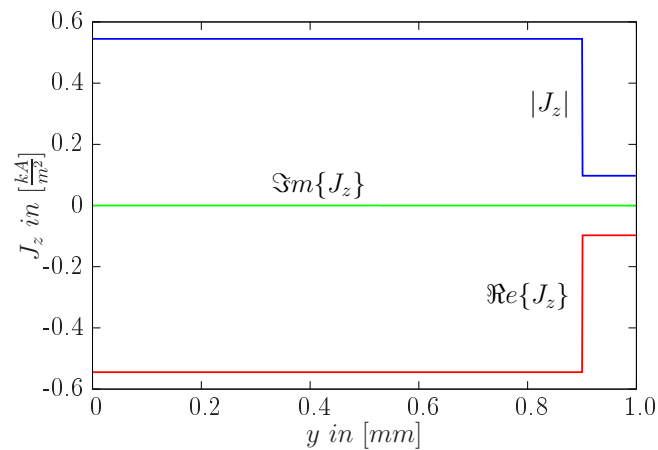


(b)

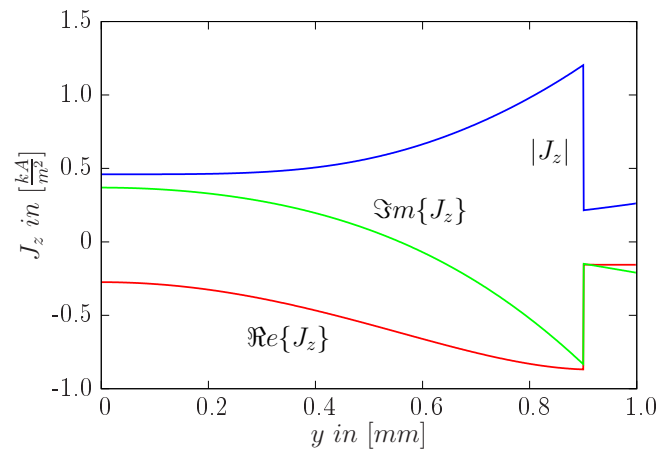


(c)

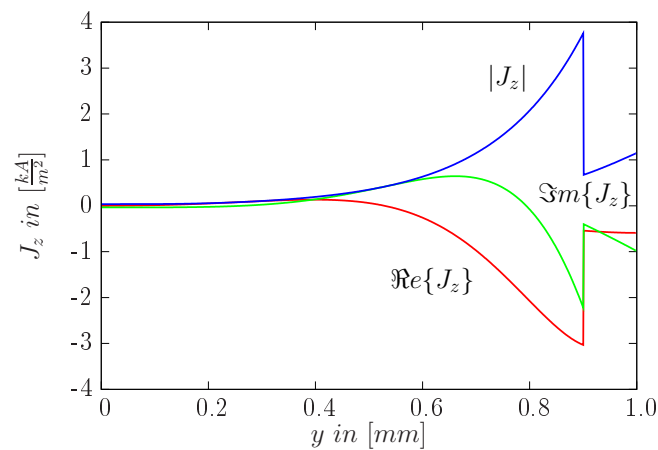
Abbildung A.11: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebauten, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.10(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{Sm}{mm^2}$ für den Kern und $10 \frac{Sm}{mm^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung A.12: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebauten, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung 5.3(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $56 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für den Kern und $10 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{\text{s}}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{\text{s}}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{\text{s}}$.

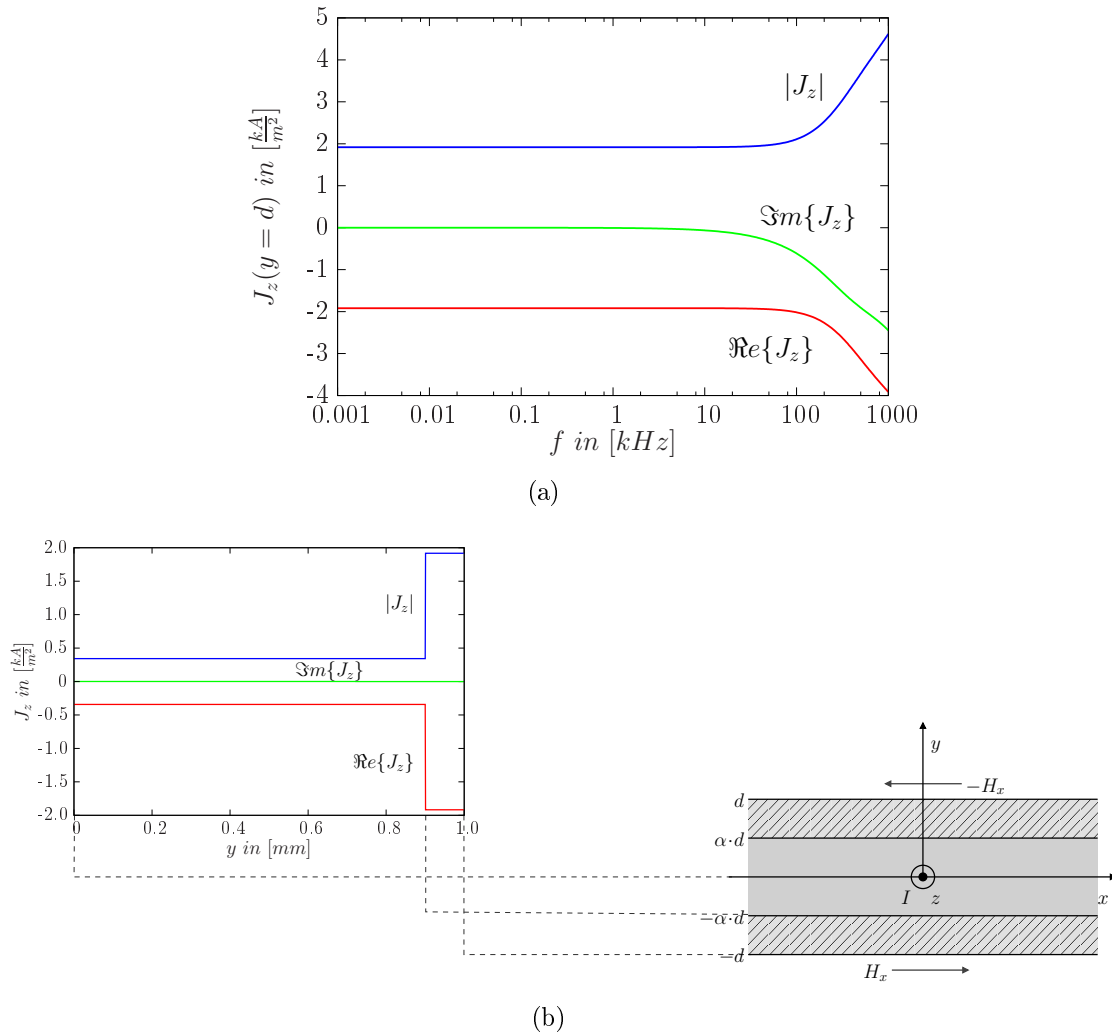
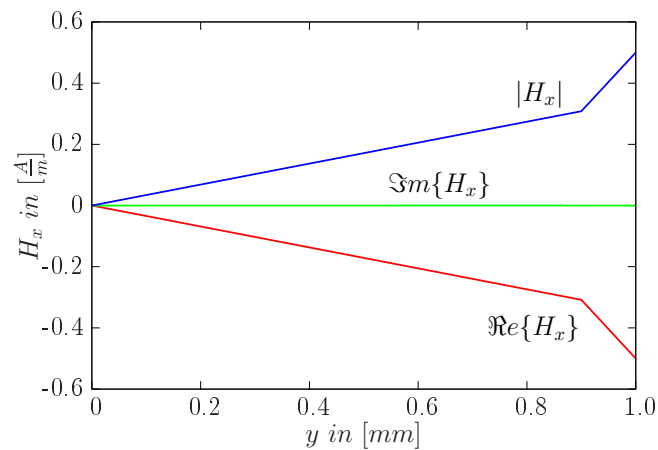
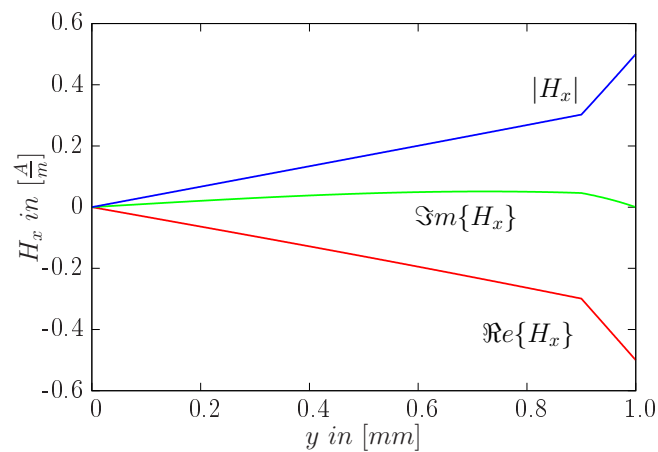


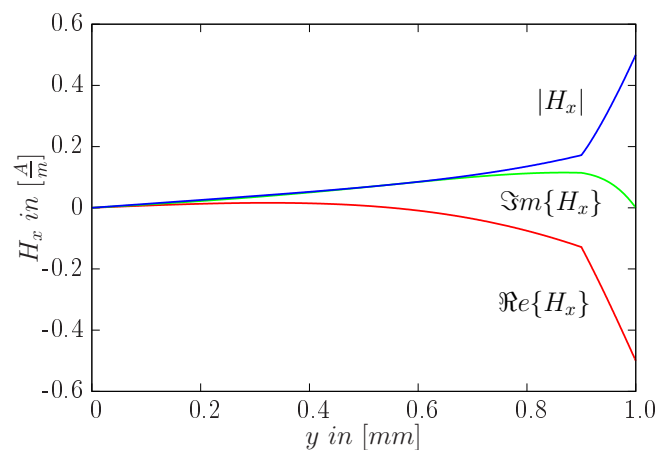
Abbildung A.13: Der Wert der Stromdichte $J_z(y)$ an der Oberfläche als Funktion der Frequenz f ist in Abbildung (a) für ein symmetrisch aufgebautes dreischichtiges Blech mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9 dargestellt. Abbildung (b) zeigt den geometrischen Aufbau der Blechs, sowie den Zusammenhang zum Diagramm, das den Verlauf der Stromdichte innerhalb der unteren Symmetrieebene zeigt.



(a)

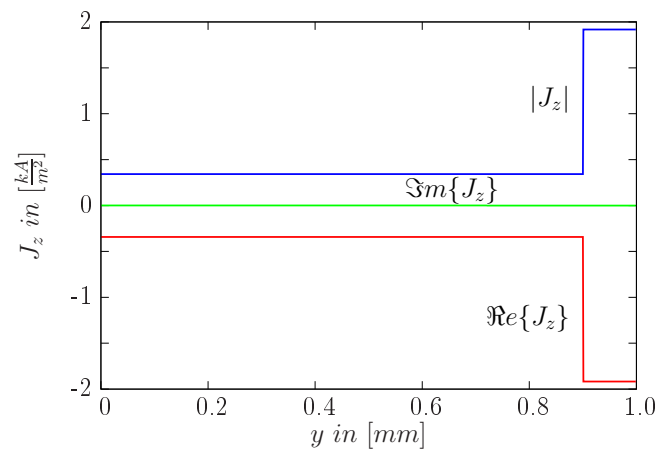


(b)

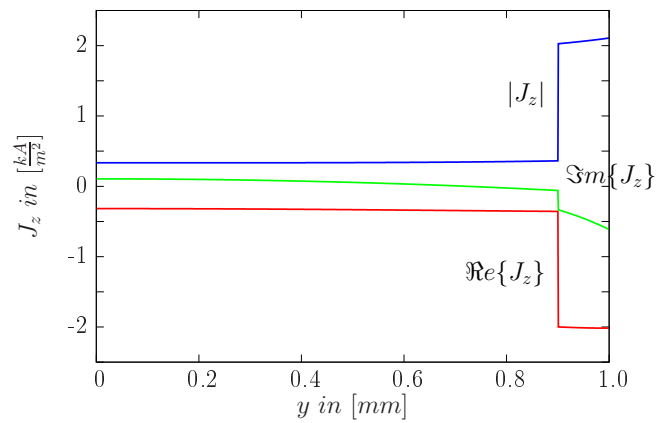


(c)

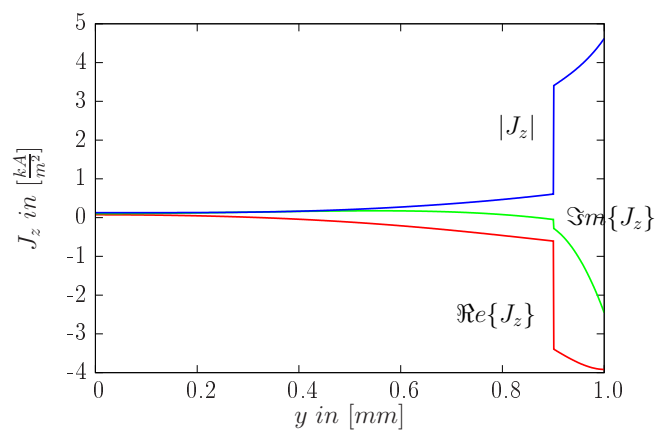
Abbildung A.14: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der magnetischen Feldstärke $H_x(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.13(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für den Kern und $56 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für das Auflagematerial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der magnetischen Feldstärke für $\omega = 1 \frac{1}{s}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{s}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{s}$.



(a)



(b)



(c)

Abbildung A.15: Verlauf des Betrags, des Real- und des Imaginärteils der elektrischen Stromdichte $J_z(y)$ in einem symmetrisch aufgebautem, dreischichtigen Blech entsprechend Abbildung A.13(b) mit einer Gesamtdicke von 2mm und einem Teilungsverhältnis von 0,9. Die Leitfähigkeiten der Werkstoffe betragen $10 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für den Kern und $56 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ für das Aufbaumaterial. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der elektrischen Stromdichte für $\omega = 1 \frac{1}{\text{s}}$, Abbildung (b) stellt den Verlauf für eine Kreisfrequenz $\omega = 100.000 \frac{1}{\text{s}}$ dar und Abbildung (c) für $\omega = 1000.000 \frac{1}{\text{s}}$.

Literaturverzeichnis

- [1] KÖHLER, Matthias: Merkblatt 383 - Plattiertes Stahlblech / Stahl-Informations-Zentrum. 2006. – Forschungsbericht. – ISSN 0175–2006
- [2] LANGHAMMER, H.-J.; JARGON, F.: Plattierung von Kohlenstoffstahl mit nichtrostendem Stahl / Bundesministerium für Forschung und Technologie. 1984 (BMFT-FB-T 84-030). – Forschungsbericht. – ISSN 0340–7608
- [3] LANGHAMMER, H.-J.; JARGON, F.: Neue Anwendungsmöglichkeiten für plattierte Werkstoffe durch verminderten Oberflächenveredelungsaufwand mit geeigneter Fügetechnik / Bundesministerium für Forschung und Technologie. 1984 (BMFT-FB-T 84-236). – Forschungsbericht. – ISSN 0340–7608
- [4] BERGMANN, Wolfgang: *Werkstofftechnik* 2. 3. Hanser Verlag, 2009
- [5] MÜSGEN, B.: Walzplattierte Grobbleche für den Apparatebau. In: *Zeitschrift für Werkstofftechnik* 6 (1975), Nr. 6, S. 181–216
- [6] KÖCHER, R.: Sprengplattierte Stahlbleche mit Auflagewerkstoffen aus NE-Metallen und hochkorrosionsbeständigen Werkstoffen für Apparate und Anlagen der Chemischen Industrie. In: *Werkstoffe und Korrosion* 28 (1977), S. 166–173
- [7] MALINA-ALTZINGER, U.; ORNIG, H.; SCHIMBÖCK, R.: Hot rolled clad plates for application in flue gas desulfurization (FGD)-systems. In: *Werkstoffe und Korrosion* 43 (1992), S. 280–283
- [8] KLEIN, Martin: *Einführung in die DIN-Normen*. 11. B. G. Teubner, 1993
- [9] LANDWEHR, REINHARD; THODEN, BERND: Dickenmessungen mit Ultraschall zur Überwachung von plattierten Apparaten. In: *Praxis-Forum "Labor- und Miniplantentechnik"*- *Chemie Ingenieur Technik* Bd. 9, 1998, S. 1191–1192
- [10] SU, CHING-CHAU; TAI, CHENG-CHI: Hidden Flaws Measurement of Thin Titanium-Aluminium Bonded Plates using Ultrasonic Techniques. In: *16th World Conference on Nondestructive Testing* (2004)
- [11] LAI, YU-AN; YANG, CHE-HUA: Characterization of Material Properties in Multilayered Tubes. In: *Asia-Pacific Conference on NDT* 12 (2006)

- [12] CHEN, C.H.;WU, XIAOJUN: The Application of EM Algorithm to Thickness Estimation of Thin Layer Materials. In: *4th International Workshop on Ultrasonic and Advanced Methods for Nondestructive Testing and Material Characterization* (2006)
- [13] NISHIWAKI, N.;HORI, S.;LEE, H.-S.;KOTARI, Y.;YOSHIDA, K.;MINEO, K.: Thickness Measurement Of Thin Layer Using An Ultrasonic Technique. In: *Proceedings of Fifth Far-East Conference on Nondestructive Testing (FENDT-99)* (1999), S. 251–258
- [14] CHENEY, MARGARET;ISAACSON, DAVID;NEWELL, DAVID: Electrical Impedance Tomography. In: *SIAM Review* 41 (1999), Nr. 1, S. 85–101
- [15] ZLOCHIVER, S.;FREIMARK, D.;ARAD, M.;ADUNSKY, A.;ABBOUD, S.: Parametric EIT for monitoring cardiac stroke volume. In: *Physiological Measurement* 27 (2006), S. 139–146
- [16] NICOLLIN, FLORENCE;GIBERT, DOMINIQUE;BEAUDUCEL, FRANÇOIS: Electrical tomography of La Soufrière of Guadeloupe Volcano: Field experiments, 1D inversion and qualitative interpretation. In: *Earth and Planetary Science Letters* 244 (2006), S. 709–724
- [17] LEUCCI, G.: Geophysical investigations to study the physical-mechanical characteristics of the rock in a coastal environment: the cliff of Roca (Lecce, Italy). In: *Journal of Geophysics and Engineering* 4 (2007), S. 462–475
- [18] SOUPIUOS, M.;LOUPASAKIS, C.;VALLIANTOS, F.: Reconstructing former urban environments by combining geophysical electrical methods and geotechnical investigations-an example from Chania, Greece. In: *Journal of Geophysics and Engineering* 5 (2008), S. 186–194
- [19] TOSSAVAINEN, O.-P.;VAUHKONEN, M.;HEIKKINEN, L. M.;SAVOLAINEN, T.: Estimating shapes and free surfaces with electrical impedance tomography. In: *Measurement Science and Technology* 15 (2004), S. 1402–1411
- [20] LU, MING-HUI;FU, DE-YONG;LI, QING;CHEN, YI-FANG: Thin multi-layer plate testing with Ultrasonic Feature Scan Imaging. In: *17th World Conference on Nondestructive Testing* (2008)
- [21] BRILL, U.;SAUER, D. U.: Technische Mitteilungen - Impedanzspektroskopie / Haus der Technik. 2006. – Forschungsbericht. – ISSN 0040–1439
- [22] WOLTER, B.;BUCHHOLTZ, O.-W.;HOFMANN, U.;MEILLAND, P.;KERN, R.;SCHNEIDER, E.: Zerstörungsfreie Bestimmung von Qualitätsmerkmalen bei der Grobblechfertigung. In: *DGZfP - Jahrestagung 2005* Berichtsband 94-CD Vortrag 41 (2005)

- [23] RÜHE, S.;DILZ, K.;THOMAS, H.-M.;ZÖSCH, A.: Untersuchungen an lasergeschweißten Blechverbindungen mit Wirbelstrom. In: *DACH - Jahrestagung 2004* (2004)
- [24] RENSING, LUDGER;NEHRING, JÜRGEN;SAND, JÜRGEN: Advanced Eddy Current Testing on Cams and Camshafts. In: *ECNDT 2006* (2006)
- [25] MOOK, GERHARD;SIMONIN, JOURI;FEIST, WOLF DIETER;HINKEN, JOHANN H.;WROBEL, HERBERT;PERRIN, GERALDINE: Detection and Characterization of Magnetic Anomalies in Gas Turbine Disks. In: *ECNDT 2006* (2006)
- [26] POHL, RAINER;KRULL, RONALD;RÜHE, SVEN: Einsatz der Wirbelstromprüfung zur Detektion von Head Checks an Fahrkanten von Schienen. In: *ZfP-Zeitung* 81 (Oktober 2002)
- [27] KRULL, R.;HINTZE, H.;THOMAS, H.-M.;RÜHE, S.;NÖLLEN, D.: Erfahrungen beim Einsatz der Wirbelstromprüfung im Schienenprüfzug 2 der DB Netz AG. In: *DGZfP - Jahrestagung 2005* Berichtsband 94-CD Vortrag 12 (2005)
- [28] KNAUSCHNER, Alfred: *Oberflächenveredeln und Plattieren von Metallen*. 2. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1982
- [29] HORN, ELMAR-MANFRED;KORKHAUS, JÜRGEN;MATTERN, PAUL: Plattieren - eine kostengünstige Alternative für den Einsatz metallischer Werkstoffe in der Chemietechnik. In: *Chem. Ing. Tech.* 63 (1991), Nr. 10, S. 977–985
- [30] SCHIMBÖCK, R.;MALINA-ALTZINGER, U.;ORNIG, H.;HORN, E.-M.;MATTERN, R.;PFAHLHUBER, M.: Walzplattierung WStE 355/NiMo 28 (Alloy B-2): Eine preisgünstige Werkstoffkombination für die Chemietechnik. In: *Werkstoffe und Korrosion* 44 (1993), S. 335–341
- [31] CLAUS, H.;STÖCKEL, D.;PRÜMMER, R.: Einsatz des Explosivschweißens zur Herstellung von Edelmetallplattierungen. In: *Z. Werkstofftechnik* 10 (1979), S. 191–200
- [32] PIRCHER, H.;PENNEKAMP, R.;SUSSEK, G.: Plattiertes Grobblech mit Titan-Auflage. In: *Z. Werkstofftechnik* 13 (1982), S. 371–376
- [33] NITZSCHE, Karl: *Schichtmeßtechnik*. 1. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1974
- [34] STEEB, Siegfried: *Zerstörungsfreie Werkstück- und Werkstoffprüfung*. 3. Expert Verlag, 2005
- [35] HULL, BARRY;JOHN, VERNON: *Non-destructive testing*. Macmillan Education Ltd, 1998

- [36] MATTHIES, Klaus: *Dickenmessung mit Ultraschall*. 2. überarbeitete. Verlag für Schweißen und verwandte Verfahren, 1998
- [37] SEIDEL, Wolfgang: *Werkstofftechnik*. 6., neu bearbeitete. Hanser, 2005
- [38] BLUMENAUER, Horst: *Werkstoffprüfung*. 6., stark überarbeitete und erweiterte. Dt. Verlag für Grundstoffindustrie, 1994
- [39] HORNBOGEN, Erhard: *Werkstoffe*. 6., neubearbeitete und erweiterte. Springer-Lehrbuch, 1994
- [40] YOSHIDA, MASASHI;KUNIFUSA, SHIGERU;ASANO, TETSUO: Measurement of the Thickness of Double-layered Plates using Electromagnetic Acoustic Resonance. In: *Journal of the Japanese Society for Non-Destructive Testing* 54 (2005), S. 311–317
- [41] TESSARO, U.;ERHARD, A.;BREKOW, G.;MLETZKO, U.: Charakterisierung oberflächennaher Fehler an plattierten Komponenten mittels Gruppenstrahlertechnik. In: *DGZfP-ZfP in Forschung, Entwicklung und Anwendung* (2002)
- [42] SCHMITZ, V.;MÜLLER, W.;STAUDT, J.;SCHÄFER, G.;CHAKHLOV, S.: Untersuchung von Grobblechen mit einer auf 3D-SAFT beruhenden mobilen Ultraschall-Scan-Einheit MUSE. In: *DACH - ZfP in Forschung, Entwicklung und Anwendung* (2004)
- [43] WESTKÄMPER, G.;KROOS, J.;STOLZENBERG, M.: Zerstörungsfreie Online-Prüfungen als Qualitätssichernde Maßnahmen bei der Produktion von Feinblech. In: *DACH - ZfP in Forschung, Entwicklung und Anwendung* (2004)
- [44] LIU, ZHENQING: Lamb Wave Analysis of Acousto-Ultrasonic Signals in Plate. In: *15th World Conference on Nondestructive Testing* (2000)
- [45] YOSHIDA, MASASHI;ASANO, TETSUO: A New Method to Measure the Oxide Layer Thickness on Steels Using Electromagnetic Acoustic Resonance. In: *Journal of Nondestructive Evaluation* 22 (2003), Nr. 1
- [46] DELENIV, ANATOLI N.;GEVORGIAN, SPARTAK: Open Resonator Technique for Measuring Multilayered Dielectric Plates. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 53 (2005), Nr. 9, S. 2908–2916
- [47] GACHAGAN, ANTHONY;HAYWARD, GORDON;MCNAB, ALISTAR;REYNOLDS, PAUL;PIERCE, S. GARETH;PHILP, WAYNE R.;CULSHAW, BRIAN: Generation and Reception of Ultrasonic Guided Waves in Composite Plates Using Conformable Piezoelectric Transmitters and Optical-Fiber Detectors. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* 46 (1999), S. 1
- [48] SCHULTE, K.;KUPKE, M.;SCHÜLER, R.;JOSHI, S. B.: Ermittlung der Schädigung in CFK-Platten durch systematische Aufzeichnung der elektrischen Leitfähigkeit. In: *DGZfP - ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung* 75 (2001)

- [49] STEGEMANN, Dieter: *Zerstörungsfreie Prüfverfahren - Radiografie und Radioskopie*. B. G. Teubner, 1995
- [50] HART, H.: Die kontinuierliche Dickenmessung mit Hilfe von Strahlung beim Walzen. In: *Metallkunde* 51 (1960), Nr. 2, S. 120
- [51] ZABLER, ERICH;ROSENBERGER, MARIANNE;BERGMANN, RALF B.: Röntgen-Computertomografie in der industriellen Fertigung (Kraftfahrzeug-Zulieferer) - Anwendungen und Entwicklungsziele. In: *DGZfP-ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung* (2003)
- [52] PASCENTE, JOSEPH E.: New Portable Pipe Wall Thickness Measuring Technique. In: *15th World Conference on Nondestructive Testing* (2000)
- [53] SEGEBADE, CHRISTIAN;GÜHRS, ERIK;ZWEIGLER, PETER: Die berührungsfreie Dickenmessung und Analyse sehr dünner Schichten mit nuklidangeregter Röntgenfluoreszenz. In: *DGZfP-ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung* (2002)
- [54] MAXWELL, James C.: *A treatise on electricity and magnetism*. 3. Dover Publ., 1970
- [55] BUCHANAN: The Measurement of Wall Thickness of Metal, from one side only by the Direct Current Conduction Method. In: *Nondest. test.* H1 (1958), S. 31–35
- [56] HESSE, EGBERT: A Four-Point Probe Method with Increased Accuracy for the Local Determination of the Thickness of Thin, Electrically Conducting Layers. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 31 (1982), Nr. 3, S. 166–174
- [57] MÜLLER, E.: *Handbuch der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung, Q. Dickenkontrolle*. Oldenburg Verlag
- [58] FUHRMANN, Ernst: *Einführung in die Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung, Band 2*. Expert Verlag, 2003
- [59] WEISSBACH, Wolfgang: *Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung*. 15., überarbeitete und erweiterte. Vieweg, 2004
- [60] HAMIA, R.;CORDIER, C.;SAEZ, S.;DOLABDJIAN, C.: Etat de l'art du developement des controles non destructifs par des methodes electromagnetiques a l'aide de magnetometre a haute sensibilite. In: *Confédération française pour les essais non destructifs 2008* (2008)
- [61] MOOK, GERHARD;HESSE, OLAF;UCHANIN, VALENTIN: Deep Penetrating Eddy Currents and Probes. In: *ECNDT* (2006)
- [62] ZIELKE, REINER;CROSTACK, HORST-ARTUR;SCHOON, HARALD;HERGT, RUDOLF: Erprobung magnetooptischer Sensoren für die Wirbelstromprüfung. In: *DGZfP-Jahrestagung 2002* (2002)

- [63] ZIELKE, REINER;CROSTACK, HORST-ARTUR;SCHOON, HARALD;LORENZ, ANDREAS: Magnetooptische Wirbelstromprüfsysteme. In: *DGZfP-Jahrestagung 2003* (2003)
- [64] VAN DEN BOS, BAREND;SAHLEN, STEFAN;ANDERSSON, JOAKIM: Automatic Scanning with Multi-frequency Eddy Current on Multilayered Structures. In: *15th World Conference on Nondestructive Testing* (2000)
- [65] SHATERNIKOV, VIKTOR E.;KLYUEV, SERGEI V.: Multiparameter eddy-current NDT method for quality control of thinsheet, multilayer products and coatings. In: *17th World Conference on Nondestructive Testing* (2008)
- [66] DONG, SHIYUN;XU, BINSHI;LIN, JUNMING: A Novel NDT Method for Measuring Thickness of Brush-Electroplated Nickel Coating on Ferrous Metal Surface. In: *17th World Conference on Nondestructive Testing* (2008)
- [67] YANG, HUNG-CHI;TAI, CHENG-CHI: Pulsed eddy-current measurement of a conducting coating on a magnetic metal plate. In: *Measurement Science and Technologie* 13 (2002), S. 1259–1265
- [68] GRIMBERG, R.;RADU, E.;SAVIN, E.;CHIFAN, S.: The calculation of the electromagnetic field created by an arbitrary current distribution placed in the proximity of a multi-layer conductive cylinder; application to thickness determination for metallic coatings on wires. In: *J. Phys. D: Appl. Phys.* 32 (1999), S. 832–840
- [69] LEHNER, Günther: *Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker*. 4., korr. und erw. Springer, 2004
- [70] SMIRNOV, Vladimir I.: *Lehrgang der höheren Mathematik*. Bd. 1-5. 5. durchges. VEB, Verlag der Wissenschaft, 1968
- [71] SCHWAB, Adolf J.: *Begriffswelt der Feldtheorie*. 6., unveränderte. Springer Verlag, 2002
- [72] DAVIES, Alan J.: *The finite element method - a first approach*. Clarendon Press, 1980
- [73] SCHWARZ, Hans R.: *Methode der finiten Elemente*. 3., neubearbeitete. B. G. Teubner, 1991
- [74] SILVESTER, P. P;FERRARI, RONALD L.: *Finite elements for electrical engineers*. Cambridge Univ. Press, 1983
- [75] MURAI, TADAKUNI;KAGAWA, YUKIO: Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Element Model. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* BME-32 (1985), Nr. 3, S. 177–184

- [76] BORCEA, LILIANA;GRAY, GENETHA ANNE;ZHANG, YIN: Variationally constrained numerical solution of electrical impedance tomography. In: *Inverse Problems* 19 (2003), S. 1159–1184
- [77] KAO, TZU-JEN;ISAACSON, D.;NEWELL, J. C.;SAULNIER, G. J.: A 3D reconstruction algorithm for EIT using a handheld probe for breast cancer detection. In: *Physiological Measurement* 27 (2006), S. 1–11. <http://dx.doi.org/10.1088/0967-3334/27/5/S01>. – DOI 10.1088/0967-3334/27/5/S01
- [78] LISTON, A. D.;BAYFORD, R. H.;TIDSWELL, A. T.;HOLDER, D. S.: A multi-shell algorithm to reconstruct EIT images. In: *Physiological Measurement* 23 (2002), S. 105–119
- [79] LI, Jianhua: *Multifrequente Impedanztomografie zur Darstellung der elektrischen Impedanzverteilung im menschlichen Thorax*, Universität Stuttgart, Diss., 2000
- [80] MOLYNEUX, JOHN E.;WITTEN, ALAN: Impedance tomography: imaging algorithms for geophysical applications. In: *Inverse Problems* 10 (1994), S. 655–667
- [81] ZOECKE, C.;STOESSEL, R.;LANGMEIER, A.;VOILLAUME, H.;BARBEAU, P.: Analyse d'images thermographiques de structures en matériau composite. In: *Confédération française pour les essais non destructifs 2008* (2008)
- [82] MEOLA, CAROSENÀ;CARLOMAGNO, GIOVANNI M.: Recent advances in the use of infrared thermography. In: *Measurement Science and Technology* 15 (2004), S. 27–58
- [83] QUEK, SUNG;ALMOND, DARRYL;NELSON, LUKE;BARDEN, TIM: A novel and robust thermal wave signal reconstruction technique for defect detection in lock-in thermography. In: *Measurement Science and Technology* 16 (2005), S. 1223–1233
- [84] MAIERHOFER, CH.;BRINK, A.;RÖLLIG, M.;WIGGENHAUSER, H.: Anwendung der Impuls-Thermografie als quantitatives zerstörungsfreies Prüfverfahren im Bauwesen. In: *DGZfP-Jahrestagung 2002* (2002)
- [85] ZWESCHPER, TH.;DILLENZ, A.;MOSER, R.: Ultraschallangeregte Thermografie in der industriellen Anwendung. In: *DACH - Jahrestagung 2004* (2004)
- [86] BIMBERG, Dieter: *Messtechniken mit Lasern*. Expert Verlag, 1993
- [87] BAULAIGE, P.;AUBERT, D.;BLANCHER, H.;OCCELI, R.;MOYNAULT, J. M.: Holographic study of non destructive thermal stress in multielectric films coated for 10,6 μm . In: *J. Optics* 25 (1994), Nr. 6, S. 225–229
- [88] ACKERMANN, GERHARD K;EICHLER, JÜRGEN: *Holography*. Wiley-VCH, 2007

- [89] NEUMANN, Walther: *Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen*. Bd. Nr.2619/Fachgruppe Maschinenbau/Verfahrenstechnik: *Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung mittels holografischer Interferometrie*. Westdeutscher Verlag, 1977
- [90] SCHUSTER, Volker: *Untersuchungen zur verbesserten Fehlerbeschreibung mit der akustischen Holografie*, Dortmund, Diss., 1996
- [91] MALDAGUE, Xavier P.: *Nondestructive evaluation of materials by infrared thermography*. Springer Verlag, 1993
- [92] TIPLER, Paul A.: *Physik*. korrigierter Nachdruck der 1. Spektrum, 1995
- [93] MARSAL, Dietrich: *Finite Differenzen und Elemente*. Springer Verlag, 1989
- [94] RIEGERT, G.;ZWESCHPER, TH.;DILLENZ, A.;BUSSE, G.: Wirbelstromangeregte Lockin-Thermografie - Prinzip und Anwendungen. In: *DACH - Jahrestagung 2004* (2004)
- [95] BAUMANN, J.;BILGRAM, R.;CARL, V.;HIERL, T.;NETZELMANN, U.;SCHUBACH, H. R.;ZENZINGER, G.: Aktive thermographische Prüfmethoden zur Absicherung von Hochleistungsfertigungsverfahren - erste Ergebnisse. In: *DGZfP-Jahrestagung 2003* (2003)
- [96] ZETTNER, J.;SPELLENBERG, B.;HIERL, TH.: Wärmefluss-Prüfung zur Qualitätssicherung von Schweißverbindungen in der Automobilindustrie. In: *DGZfP-Thermografie-Kolloquium* Berichtsband 86-CD Vortrag 7 (2003)
- [97] GAUSSORGUES, G.: *Infrared Thermography*. Chapman and Hall, 1994
- [98] MUSA, SARHAN M.;SADIKU, MATTHEW N. O.: Quasi-static Analysis of Shielded Microstrip Lines. In: *Proceedings of the COMSOL Users Conference*, 2006
- [99] SCHUNK, H.: *Stromverdrängung*. Hüthig, 1975
- [100] PINTAT, Theo: *Werkstofftabellen der Metalle*. 8., neu bearbeitete. Alfred Kröner, 2000
- [101] ANTONINI, GIULIO;ORLANDI, ANTONIO;PAUL, CLAYTON R.: Internal Impedance of Conductors of Rectangular Cross Section. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 47 (1999), JULY, Nr. 7, S. 979–985
- [102] WANG, Yaw-Juen: Analysis of the Skin Effect for Calculating Frequency-Dependent Impedance of the TRTS Power Rail. In: *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)* 23 (1999), Nr. 3, S. 419–428
- [103] JAKUBIUK, KAZIMIERZ;ZIMNY, PAWEL: Skineffect in rectangular conductors. In: *J. Phys. A: Math. Gen.* 9 (1976), Nr. 4, S. 669–676

- [104] SILVESTER, P.: Modal Network Theory of Skin Effect in Flat Conductors. In: *Proceedings of the IEEE* 54 (1966), Nr. 9, S. 1147–1151
- [105] SEUBERT, Tillmann: *Wirbelstromberechnung an elektrischen Stromschienensystemen*, Kaiserslautern, Diss., 1991
- [106] BRÜDERLINK, R.: *Induktivität und Kapazität der Starkstrom-Freileitungen*. Verlag G. Braun, 1954
- [107] OEDING, DIETRICH;FESER, KURT: Mittlere geometrische Abstände von rechteckigen Leitern. In: *ETZ-A* 86 (1965), Nr. 16, S. 525–533
- [108] HIGGINS, THOMAS JAMES: Formulas for the Geometric Mean Distances of Rectangular Areas and of Line Segments. In: *Journal of Applied Physics* 14 (1943), S. 188–195
- [109] SABLİK, MARTIN J.;BEISSNER, ROBERT E.;CHOY, ATHENE: An Alternative Numerical Approach for Computing Eddy Currents: Case of the Double-Layered Plate. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 20 (1984), Nr. 3, S. 500–506
- [110] GIACOLETTO, Lawrence J.: Frequency- and Time-Domain Analysis of Skin Effects. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 32 (1996), Nr. 1, S. 220–229
- [111] JOHNSON, M. J.;BOWLER, J. R.: Inversion of Transient Eddy-Current Signals for the Determination of Conducting Plate Parameters. In: *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* 14A (1995), S. 849–856
- [112] ROJAS-COTO, J. A.;STADTLER, T;TER HASEBORG, J. L.: Messung schwacher niederfrequenter Magnetfelder. In: *Messverfahren der EMV*, 2003
- [113] GÖPEL, WOLFGANG;BOLL, R.;OVERSHOTT, K. J.: *Sensors - A Comprehensive Survey*. Bd. 5: *Magnetic Sensors*. VCH, 1989
- [114] ABRAMOWITZ, M;STEGUN, I. A.: *Handbook of Mathematical Functions*. 9. Dover Publ., 1972
- [115] SA, Lamineries M.: *Stahl 1.4301*. URL: http://www.matthey.ch/fileadmin/user_upload/downloads/fichetechnique/DE/1.4301.pdf, Stand: Nov. 2009
- [116] EDELSTAHLWERKE, Deutsche: *1.4301*. URL:http://dew.edelstahl-e.com/upload/binarydata_ewkinterd4cms/57/38/00/00/00/00/3857/1.4301.pdf, Stand: Nov. 2009
- [117] KUPFERINSTITUT, Deutsches: *Cu-HCP*. URL:http://www.kupferinstitut.de/front_frame/frameset.php3-client=1&lang=1&idcat=232&parent=13, Stand: Nov. 2009

- [118] KIM, YONG JUNG; KWON, OHIN; SEO, JIN KEUN: Uniqueness and convergence of conductivity image reconstruction in magnetic resonance electrical impedance tomography. In: *Inverse Problems* 19 (2003), S. 1213–1225
- [119] TIAN, HAIYAN; HE, WEI; SAITO, YOSHIFURU: A Study of Reconstruction Algorithm for Electrical Impedance Tomography. In: *Applications of Electromagnetic Phenomena in Electrical and Mechanical Systems* 2 (2002)
- [120] WANG, M.: Inverse solutions for electrical impedance tomography based on conjugate gradients. In: *Measurement Science and Technology* 13 (2002), S. 101–117
- [121] ALT, Walter: *Nichtlineare Optimierung*. 1. Vieweg, 2002
- [122] BAZARAA, MOKHTAR S; SHERALI, HANIF D; SHETTY, CHITHARANJAN M.: *Nonlinear programming*. 3. Wiley-Interscience, 2006
- [123] RUSZCZYNSKI, Andrzej P.: *Nonlinear optimization*. Princeton Univ. Press, 2006
- [124] SPELLUCCI, Peter: *Numerische Verfahren der nichtlinearen Optimierung*. Birkhäuser, 1993
- [125] PERESSINI, ANTHONY L; SULLIVAN, FRANCIS E; UHL, JOHN JERRY: *The mathematics of nonlinear programming*. Springer, 1988
- [126] KÜPFMÜLLER, K.; KOHN, GERHARD; MATHIS, WOLFGANG: *Theoretische Elektrotechnik und Elektronik*. 15., korr., von W. Mathis bearb. Springer, 2000
- [127] HESSE, S; SCHNELL, G.: *Sensoren für die Prozess- und Fabrikautomation: Funktion - Ausführung - Anwendung*. 3., vollst. überarb. Vieweg, 2004

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Martin Teiner
Geburtsdatum: 20. September 1974
Geburtsort: Hamm
Staatsangehörigkeit: deutsch
Familienstand: verheiratet

Berufliche Erfahrungen

seit 11/2008 European Excavator Design Center GmbH & Co. KG
Caterpillar - Wheel Excavator Product Group
Tätigkeitsfeld im Bereich der Simulation von Hydrauliksystemen sowie der Implementierung von RPAC-Anwendungen

07/2002 – 06/2008 Technische Universität Dortmund
Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Messtechnik
Entwicklung messtechnischer Verfahren zum Auffinden von Fehlstellen und zur Schichtdickenbestimmung innerhalb plattierter Werkstoffe

Ausbildung

08/2000 – 04/2002 Weiterführung des Hauptstudiums an der Universität Dortmund
Abschluß : Diplom-Ingenieur Elektrotechnik

09/1998 – 07/2000 Auslandsstudium am Institut Supérieur d'Electronique du Nord (ISEN) in Lille (Frankreich)
Abschluß : Diplôme d'ingénieur de l'ISEN

04/1998 – 08/1998 Beginn des Hauptstudiums an der Universität Dortmund

10/1995 – 03/1998 Grundstudium an der Fakultät für Elektrotechnik der Universität Dortmund
Abschluß : Vordiplom

06/1994 Abitur am Galilei-Gymnasium in Hamm

Wehrdienst

07/1994 – 06/1995 Stabskompanie des 1. Korps in Münster