

# **Empirische Entwicklung von Prognosemodellen für die Auslegung von Rollenfördermodulen**

Von der Fakultät Maschinenbau der  
Technischen Universität Dortmund  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

## **Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Dorothee Wieczorek**

aus Gelsenkirchen

Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Künne  
Mitberichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernd Kuhlenkötter  
Mündliche Prüfung: 19. Juli 2011

## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet Maschinenelemente der Technischen Universität Dortmund. Die behandelte Thematik ergab sich aus meinen Arbeiten im Rahmen des Forschungsprojektes „Anforderungs- und instandhaltungsgerechtes Werkstoff- und Geometriedesign für Materialflusssysteme der Produktionstechnik“, einem Teilprojekt des DFG-Sonderforschungsbereiches SFB 696 „Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen – Logistics on Demand“.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Künne, dem Leiter des Fachgebietes Maschinenelemente, für die ausgezeichnete fachliche und persönliche Unterstützung. Er hat mich seit dem Beginn meiner Tätigkeit als studentische Hilfskraft unterstützt und gefördert, und so entscheidend zu meiner fachlichen und auch persönlichen Entwicklung beigetragen.

Der Prüfungskommission, d. h. Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Brümmer, Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Kuhlenkötter und Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Clausen, möchte ich für die sehr faire Behandlung und die angenehme Atmosphäre während des gesamten Prüfungsverfahrens danken. Mein besonderer Dank gilt hier Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Kuhlenkötter für die Übernahme des Zweit-Gutachtens und die aufmerksame Durchsicht meiner Arbeit.

Zudem möchte ich mich bei den studentischen Hilfskräften und Studienarbeitern für die großartige Zusammenarbeit bedanken. Sie haben bei der Generierung der Inhalte eine sehr wertvolle Hilfe geleistet und somit das mit meiner Arbeit in Verbindung stehende Forschungsprojekt mit einem hohen Maß an Leistungsbereitschaft vorangetrieben. Für die Unterstützung im experimentellen Bereich, insbesondere beim Aufbau der Versuchsanlage, danke ich Herrn D. Tertel und Herrn R. Wiegandt. Sie haben damit einen wichtigen Beitrag zum Gelingen meiner Arbeit erbracht.

Eine große Unterstützung stellten darüber hinaus alle Kolleginnen und Kollegen dar, die für wertvolle fachliche Diskussionen zur Verfügung standen und sich stets sehr hilfsbereit gezeigt haben. Sie haben darüber hinaus ein Arbeitsklima geschaffen, das mir für eine gute und erfolgreiche wissenschaftliche Arbeit die notwendige Motivation gegeben hat. Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Bürokollegen Herrn J. Eggert für die gute berufliche Zusammenarbeit und das freundschaftliche Verhältnis.

Weiterhin möchte ich mich bei Ina bedanken, die während der Zeit meines Studiums und der Promotion zu einer ganz besonderen Freundin geworden ist. Ihre Freundschaft hat mir sowohl Rückhalt als auch Ansporn gegeben. Desweiteren möchte ich ihr sowie Katrin, Julia und Tina für die vielen lustigen Abende danken, die mir eine gerngesehene Abwechslung zum Berufsalltag waren.

Ganz besonders herzlich möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die immer an mich geglaubt hat und mich in der gesamten Zeit ermutigt hat. Meinen Eltern danke ich darüber hinaus, dass ich stets auf ihre Unterstützung vertrauen kann und dass sie mir diesen beruflichen Werdegang ermöglicht und mich stets nach allen Kräften gefördert haben.

Abschließend möchte ich mich bei meinem Lebensgefährten Sven bedanken, der durch den Verzicht auf viele gemeinsame Stunden, mit sehr viel Geduld und Rücksicht diese Arbeit unterstützt und für den nötigen Rückhalt gesorgt hat.

Dortmund, im August 2011

Dorothee Wiczorek

## Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>EINLEITUNG.....</b>                                    | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>STAND DER TECHNIK.....</b>                             | <b>2</b>  |
| 2.1      | Intralogistik.....  | 2         |
| 2.2      | Ziele und Funktionen der Intralogistik .....              | 4         |
| 2.3      | Systematik der Fördermittel .....                         | 4         |
| 2.4      | Stetigförderer .....                                      | 7         |
| 2.5      | Rollenförderer.....                                       | 9         |
| 2.5.1    | Gesamtanlage.....   | 9         |
| 2.5.2    | Rollenfördergerade .....                                  | 10        |
| 2.5.3    | Rollenförderkurve .....                                   | 11        |
| 2.6      | Einrichtungen beim Rollenförderer .....                   | 11        |
| 2.6.1    | Ein- und Ausschleuser .....                               | 11        |
| 2.6.2    | Transfermodul.....  | 12        |
| 2.6.3    | Abschieber .....  | 12        |
| 2.6.4    | Hubstation .....  | 13        |
| 2.6.5    | Staurollenförderer .....                                  | 13        |
| 2.6.6    | Gesamtsystem .....  | 13        |
| 2.7      | Fördertechnische mechanische Komponenten .....            | 14        |
| 2.7.1    | Profil .....  | 14        |
| 2.7.2    | Tragrolle.....  | 15        |
| 2.8      | Transport-, Lager- und Ladehilfsmittel .....              | 16        |
| 2.9      | Berechnungsgrundlagen .....                               | 18        |
| 2.9.1    | Fördermenge .....   | 18        |
| 2.9.2    | Antriebsleistung .....                                    | 18        |
| 2.9.3    | Tragrollen.....   | 19        |
| 2.9.4    | Profile.....  | 19        |
| 2.10     | Baukastensystematik in der Fördertechnik.....             | 21        |
| <b>3</b> | <b>PROBLEMSTELLUNG, ZIELSETZUNG, VORGEHENSWEISE .....</b> | <b>23</b> |
| 3.1      | Problemstellung.....                                      | 23        |
| 3.2      | Zielsetzung .....   | 24        |
| 3.3      | Vorgehensweise.....                                       | 25        |
| <b>4</b> | <b>DEMONSTRATOR UND MESSKOMponentEN.....</b>              | <b>28</b> |
| 4.1      | Demonstrator .....  | 28        |
| 4.2      | Kraftmesstragrolle .....                                  | 31        |
| 4.3      | Messfördergut.....  | 35        |
| 4.4      | Geschwindigkeitsmesstragrolle .....                       | 37        |
| <b>5</b> | <b>ZIELGRÖßEN UND EINFLUSSGRÖßEN.....</b>                 | <b>40</b> |
| 5.1      | Voraussetzungen.....                                      | 40        |
| 5.2      | Zielgrößen.....   | 41        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.2.1    | Definition der Zielgröße „Kraft“ .....                           | 42         |
| 5.2.2    | Definition der Zielgröße „Erschütterung“ .....                   | 43         |
| 5.2.3    | Definition der Zielgröße „Relativbewegung“ .....                 | 43         |
| 5.3      | Einflussgrößen .....   | 44         |
| <b>6</b> | <b>SCREENING-PHASE .....</b>                                     | <b>52</b>  |
| 6.1      | Wahl des Screening Designs .....                                 | 52         |
| 6.1.1    | Vorüberlegungen .....  | 52         |
| 6.1.2    | Vollständige faktorielle Versuchspläne ( $2^k$ -Pläne) .....     | 52         |
| 6.1.3    | Fraktionelle faktorielle Versuchspläne ( $2^{k-p}$ -Pläne) ..... | 53         |
| 6.2      | Vollständiger faktorieller Versuchsplan der Untersuchung .....   | 54         |
| 6.3      | Auswertung und Interpretation der Screening-Ergebnisse .....     | 59         |
| 6.3.1    | Regressionsanalyse für lineare Modelle .....                     | 59         |
| 6.3.2    | Zielgröße „Kraft“ .....  | 61         |
| 6.3.3    | Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                            | 69         |
| 6.3.4    | Zielgröße „Erschütterung“ .....                                  | 77         |
| 6.3.5    | Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                | 83         |
| 6.4      | Ergebnisse der Screening-Phase .....                             | 85         |
| <b>7</b> | <b>OPTIMIERUNGS-PHASE .....</b>                                  | <b>87</b>  |
| 7.1      | Wahl des Optimierungsdesigns .....                               | 87         |
| 7.1.1    | $3^k$ -Pläne .....   | 87         |
| 7.1.2    | Zentral zusammengesetzte Versuchspläne .....                     | 88         |
| 7.1.3    | Box-Behnken-Pläne .....  | 88         |
| 7.1.4    | D-Optimale Pläne .....   | 89         |
| 7.2      | Zentral zusammengesetzter Versuchsplan der Untersuchung .....    | 90         |
| 7.3      | Auswertung und Interpretation der Optimierungsergebnisse .....   | 94         |
| 7.3.1    | Regressionsanalyse für nichtlineare Modelle .....                | 94         |
| 7.3.2    | Zielgröße „Erschütterung“ .....                                  | 95         |
| 7.3.3    | Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                | 101        |
| 7.4      | Ergebnisse der Optimierungs-Phase .....                          | 105        |
| 7.5      | Verifikation und Validierung der Modelle .....                   | 105        |
| 7.5.1    | Verifikation und Validierung von Simulationsmodellen .....       | 105        |
| 7.5.2    | Verifikation und Validierung von Regressionsmodellen .....       | 106        |
| 7.5.3    | Planung der Validierungsversuche .....                           | 106        |
| 7.5.4    | Auswertung der Validierungsversuche .....                        | 107        |
| 7.5.5    | Ergebnis der Validierung .....                                   | 111        |
| 7.6      | Optimierung der Zielgrößen .....                                 | 111        |
| 7.6.1    | Multikriterielle Optimierung .....                               | 111        |
| 7.6.2    | Optimierungsbeispiel 1 .....                                     | 113        |
| 7.6.3    | Optimierungsbeispiel 2 .....                                     | 114        |
| <b>8</b> | <b>WIRTSCHAFTLICHE BEDEUTUNG .....</b>                           | <b>122</b> |
| <b>9</b> | <b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK .....</b>                        | <b>124</b> |

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>LITERATURVERZEICHNIS .....</b>          | <b>127</b> |
| <b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS .....</b>         | <b>132</b> |
| <b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>            | <b>136</b> |
| <b>ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN .....</b> | <b>138</b> |
| Verwendete Abkürzungen .....               | 138        |
| Verwendete Formelzeichen .....             | 138        |
| <b>ANHANG .....</b>                        | <b>144</b> |

## 1 Einleitung

Der Rollenförderer ist ein intralogistisches Fördersystem, welches sich in die Kategorie der Stetigförderer zum Transport von Stückgütern einordnen lässt. Aufgrund seines einfachen Aufbaus, der Robustheit und der geringen Investitions- und Betriebskosten ist der Rollenförderer im Bereich der Industrie und im Handel weit verbreitet. Sein Einsatzfeld liegt in der Lagervorzone, in Kommissionierbereichen, in der Produktion sowie in anderen Bedienprozessen und in der Be- und Entladung von Verkehrsmitteln /TEN07/.

Die Gestaltung eines Rollenförderers erfolgt in Modulen. Diese verfügen über einheitliche Schnittstellen, wodurch sich die Module zu einem nahezu beliebigen Anlagenlayout zusammensetzen lassen. Auf diese Weise wird eine schnelle Inbetriebnahme des Fördermittels sowohl nach der Erstinbetriebnahme als auch nach Layoutänderungen ermöglicht /TEN07/. Die Grundelemente eines Rollenförderers sind Geraden und Kurven sowie Einrichtungen, die eine Verzweigung oder Zusammenführung von Förderstrecken zulassen. Da in der Intralogistik ein Anwendungsfall kaum dem anderen gleicht, hat sich bei der Gestaltung der Anlagen die Baukastensystematik etabliert /BÖG09/.

Wesentliche fördertechnische Ausgangsdaten, die zur Auslegung eines Rollenförderers genutzt werden, sind der Stückgutstrom und die Antriebsleistung /MAR08/. Dabei handelt es sich jedoch um statische Kenngrößen, was eine statische Gestaltung des Rollenförderers zur Folge hat. Berücksichtigung finden ebenfalls bauliche Restriktionen, die das Anlagenlayout festlegen. Eine Auslegung zu Gunsten des Kundennutzens, wobei die gesamte Betriebsphase der Anlage abgebildet wird, erfolgt nicht. Hierin liegt jedoch das besondere Potential von Stetigförderern, da deren Einsatzzeit häufig 20 Jahre oder sogar länger beträgt. Desweiteren erfordert der Trend hin zu kleineren Sendungsgrößen und individueller Fertigung ein Umdenken in der Auslegung von Intralogistiksystemen. Es reicht nicht länger aus, die Module und Komponenten eines Rollenförderers applikationsspezifisch anzuordnen. Die Module und Komponenten selbst müssen applikationsspezifisch gestaltet werden. Die Betreiber intralogistischer Anlagen fordern deshalb neue Lösungsansätze zur Auslegung von Intralogistikanlagen, die diese Aspekte berücksichtigen /SFB07/, /SFB09/.

Aus den genannten Gründen wird in dieser Arbeit exemplarisch ein Auslegungstool für eine Rollenfördergerade entwickelt. Dabei wird die Produktnutzungsphase dieses Intralogistikmoduls berücksichtigt sowie dessen applikationsspezifische Gestaltung ermöglicht. Das Auslegungstool beinhaltet drei mathematische Modelle, die mit Hilfe der Regressionsanalyse erstellt werden. Die dazu eingesetzte Regression verfolgt unter anderem die Ziele, eine Beziehung zwischen Parametern nachzuweisen, einen funktionalen Zusammenhang zwischen diesen zu erkennen und zukünftige Werte zu prognostizieren. Die aufzustellenden Prognosemodelle dienen dazu, ausgewählte Belastungs- und Prozessparameter des Rollenförderers vorherzusagen. Dabei wird die Abhängigkeit zwischen definierten Zielgrößen und signifikanten Faktoren beschrieben. Diese Faktoren sind im Vorfeld anhand von Versuchen zu identifizieren. Zu diesem Zweck wird ein Demonstrator aufgebaut und ein Messsystem entwickelt. Um reproduzierbare Ergebnisse gewährleisten zu können, und den Versuchsumfang einzugrenzen, wird die Statistische Versuchsplanung eingesetzt. Sind die signifikanten Faktoren bekannt, werden die Prognosemodelle anhand weiterer Versuche aufgestellt. Eine abschließende Versuchsreihe dient dazu, die Prognosemodelle zu validieren. Die Anwendung der Prognosemodelle bei der Auslegung einer Rollenfördergeraden wird in zwei Beispielen verdeutlicht.

## 2 Stand der Technik

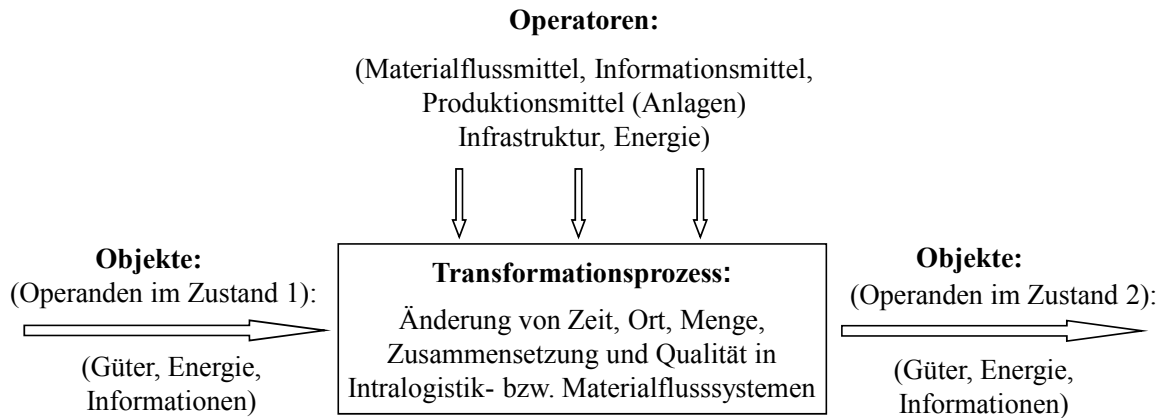
Bei einem Rollenförderer handelt es sich um ein intralogistisches Fördersystem. Rollenförderer werden in die Untergruppe der Stetigförderer für den Stückguttransport einsortiert. Bevor in diesem Kapitel näher auf den Aufbau und die technischen Daten des Rollenförderers eingegangen wird, soll zunächst beschrieben werden, was unter dem Begriff Intralogistik und der Klassifizierung Stetigförderer verstanden wird.

### 2.1 Intralogistik

Die Lehren und Methoden der Logistik werden bereits seit vielen Jahrhunderten eingesetzt. Als Beispiele sind hier der Fernhandel und die Warenströme der vorchristlichen Zeit sowie der Einsatz im militärischen Bereich seit dem römischen Reich zu nennen. Ihren Einzug in die Wirtschaft vollzog die Logistik jedoch erst Mitte des 20. Jahrhunderts im Zuge der Übertragung der theoretischen Überlegungen vom Militär auf die Wirtschaft /MOR55/ und der Verknüpfung der reinen Materialflüsse mit den sie steuernden Informationsflüssen /TEN07/.

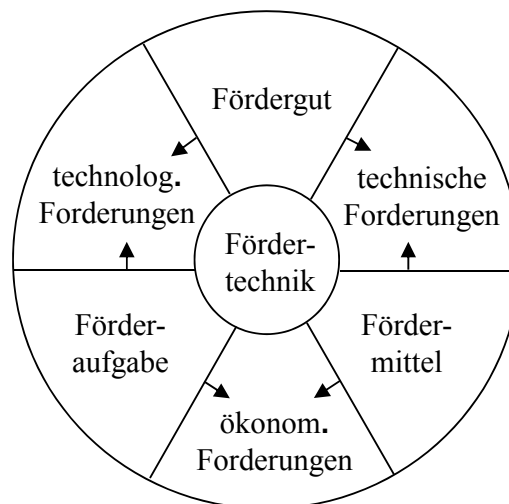
In den letzten Jahren hat sich um den Begriff Logistik jedoch ein regelrechter Hype entwickelt, so dass heutzutage jeder Fuhrunternehmer den Geschäftsnamen „Logistik“ führt. Viele andere Firmen verwenden den Begriff „Logistik“ synonym für Kontraktlogistik. Sehr häufig wird Logistik auch einfach nur mit Transport gleichgesetzt /MIE06/. Um einen Begriff einzuführen, der Verwirrungen bezüglich des Begriffsinhalts vermeidet, hat der VDMA Fachverband Fördertechnik und Logistiksysteme die „Intralogistik“ definiert. Die Definition dieses Begriffs wurde erstmals in einer Pressekonferenz zur Ankündigung der CeMAT 2005 vom VDMA in Hannover vorgestellt: „Die Intralogistik umfasst die Organisation, Steuerung, Durchführung und Optimierung des innerbetrieblichen Materialflusses, der Informationsströme sowie des Warenumschlags in Industrie, Handel und öffentlichen Einrichtungen“. Die „Technische Logistik“, auch Materialflusstechnik oder Fördertechnik genannt, stellt dabei eine wichtige Teilmenge der Intralogistik dar, die der deutschen Wirtschaft, mit primär auf den Maschinenbau gestützten Produkten der Förder-, Lager-, Kommissionier- und Sortiertechnik, Spitzenplätze in Europa und auf der ganzen Welt sichert /ARN06/.

Nach der VDI-Richtlinie 2411 „Begriffe und Erläuterungen im Förderwesen“ wird der Materialfluss als „die Verkettung aller Vorgänge beim Gewinn, Be- und Verarbeiten sowie bei der Verteilung von Gütern innerhalb fester Bereiche“ definiert /VDI70/. Unter einem Materialflussprozess wird demzufolge ein logistischer Prozess verstanden, der eine Veränderung des Systemzustandes von Gütern in Bezug auf Zeit, Ort, Menge, Zusammensetzung und Qualität im Rahmen eines Transformationsprozesses zur Folge hat. In diesem Zusammenhang wird oft auch von TUL-Prozessen (Transport-, Umschlag- und Lagerprozessen) gesprochen. Es handelt sich dabei um die eigentlichen Kernprozesse der Materialflusstechnik. Transformationsprozesse in der Intralogistik sind in **Abbildung 1** aufgeführt. Eine Kombination von Komponenten und Baugruppen des Materialflusses, welche im Rahmen eines Transformationsprozesses eine Veränderung des Systemzustandes in Bezug auf Zeit, Ort, Menge, Zusammensetzung und Qualität bewirken, wird als Materialflusssystem bezeichnet /JÜN00/.



**Abbildung 1:** Transformationsprozesse in der Intralogistik, i. A. a. /JÜN00/

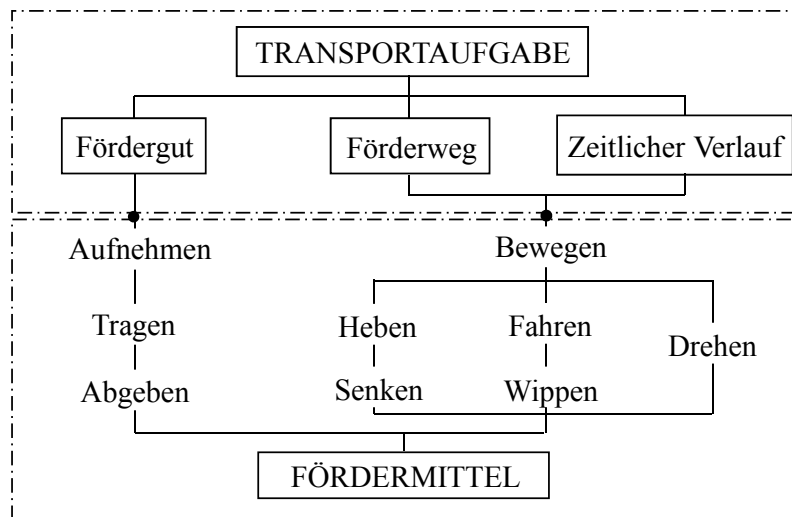
Die Förderaufgabe, das Fördergut und das Fördermittel sind die entscheidenden Strukturträger, mit deren Hilfe ein materialflusstechnisches Problem dargestellt werden kann. Es handelt sich bei den Begriffen Förderaufgabe, Fördergut und Fördermittel um eigenständige Größen. Bei der Lösung des Problems entsteht jedoch eine gegenseitige Abhängigkeit, da sie sich untereinander beeinflussen. Abhängig von den Forderungen, die der jeweilige Betrieb an die Fördertechnik stellt, variiert auch die Hierarchie der Strukturträger (vgl. **Abbildung 2**) /MAR08/.



**Abbildung 2:** Abhängigkeiten der Strukturträger, i. A. a. /MAR08/

Soll eine neue Fördermaschine beschafft werden, so stehen die technologischen Eigenschaften des Transportguts und die Förderaufgabe im Vordergrund. Bei sich ändernden Rahmenbedingungen oder Layoutänderungen, wie beispielsweise dem Ausbau einer bereits existierenden Förderanlage, sind der technologische Ablauf und die Förderaufgabe abhängig von dem Fördermittel. In **Abbildung 3** sind die Zusammenhänge zwischen Transportaufgabe und Fördermaschine nochmals verdeutlicht /MAR08/.





**Abbildung 3:** Zusammenhänge zwischen Transportaufgabe und Fördermittel, i. A. a. /MAR08/

## 2.2 Ziele und Funktionen der Intralogistik

Eine wirtschaftliche Produktion erfordert, dass am Arbeitsplatz bzw. beim Verbraucher Materialien bzw. Güter bereitgestellt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass

- die richtigen Materialien und Güter
- in der richtigen Menge
- mit der richtigen Qualität
- zur richtigen Zeit
- am richtigen Ort
- zu minimalen Kosten

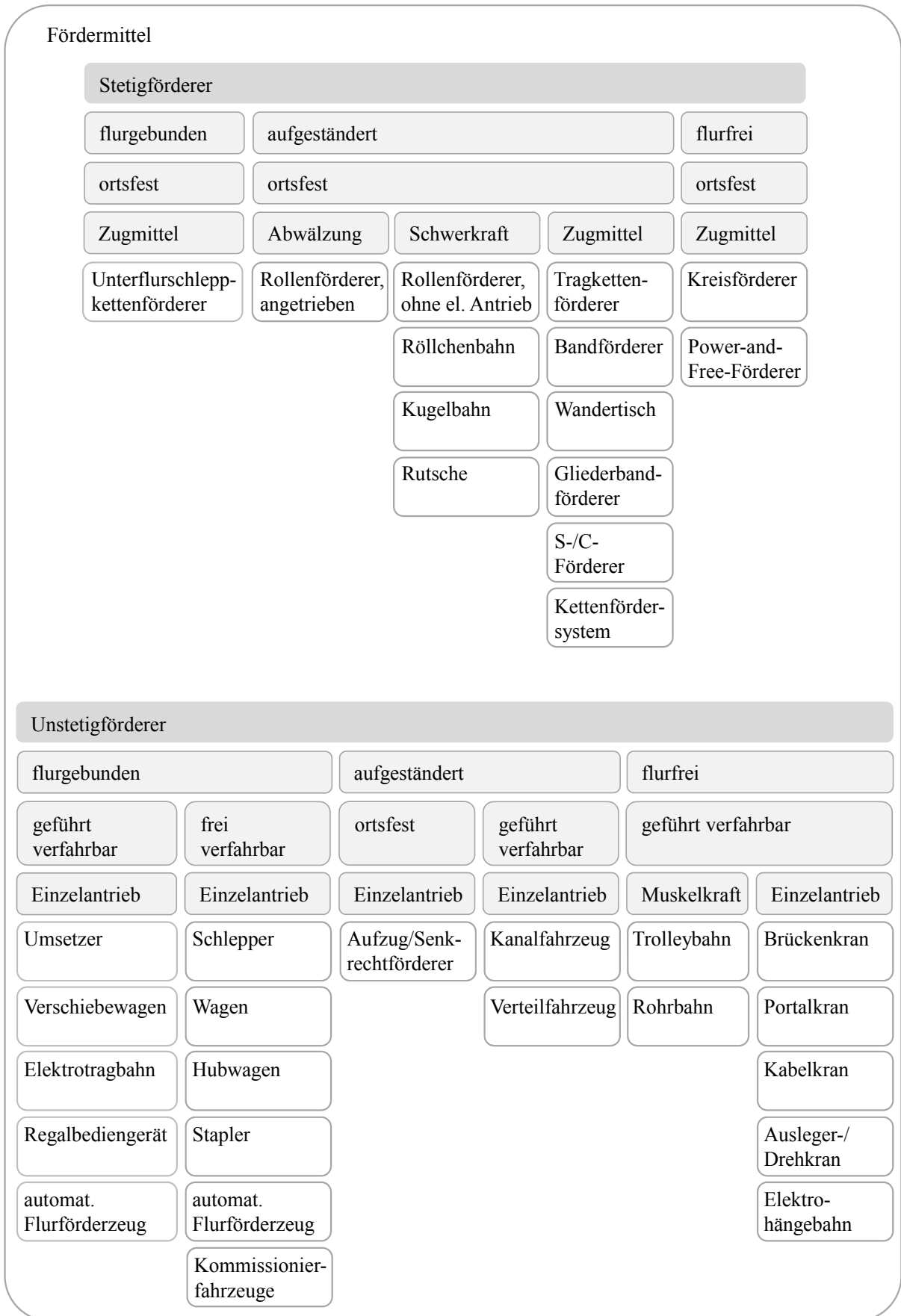
bereitgestellt werden. Dieser Zielsetzung hat sich die Intralogistik verschrieben. Die Intralogistik ist die wissenschaftliche Lehre von Planung, Gestaltung, Steuerung und Kontrolle der Material- und Informationsflüsse in Systemen. Sie basiert auf

- der Technik (fertigungs-, transport- und lagertechnische Komponente des Materialflusses),
- der Informatik (Elemente des Informationsflusses) und
- der Betriebs- und Volkswirtschaft (wirtschaftliche Komponente).

Die Intralogistik verfolgt das Ziel, Kosten für den operativen Materialfluss und den dazugehörigen Informationsfluss zu senken sowie die Leistung zu erhöhen. Die Intralogistikleistung zeigt sich in der Qualität der Zuverlässigkeit, der Lieferzeit, -treue, -flexibilität und -genauigkeit /MAR09/.

## 2.3 Systematik der Fördermittel

In der Literatur liegen unterschiedliche Ansätze zur Klassifizierung von Fördermitteln vor, welche jedoch auch unterschiedliche Nachteile aufweisen. In diesem Zusammenhang wird die Verwendung eines Mehr-Ebenen-Modells, im Sinne der klassischen Konstruktionssystematik, zur Aufstellung einer Systematik für Fördermittel als sinnvoll erachtet (vgl. **Abbildung 4**). Anhand dieses Modells kann eine Entscheidungsfindung im Rahmen einer innerbetrieblichen Planung zur Auswahl adäquater Fördermittel vorgenommen werden /TEN07/.

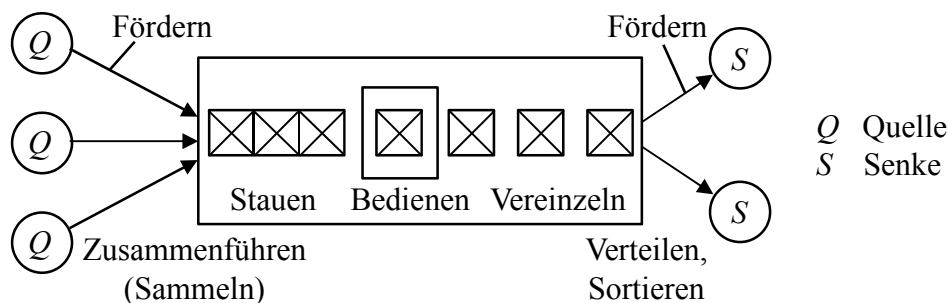


**Abbildung 4:** Systematik der Fördermittel für Stückgutförderung, i. A. a. /TEN07/

Ein wesentliches Kriterium zur Einteilung der Fördermittel stellt die Stetigkeit des Fördervorgangs dar. Es werden Förderer mit stetigen, quasistetigen und unstetigen Förderprozessen unterschieden. Stetige Fördermittel weisen eine kontinuierliche, und quasistetige Förderer eine periodische Förderbewegung auf. Kennzeichnend für diese Gruppen ist die Möglichkeit, mehrere Stückgüter in einem vorgegebenen oder zufälligen Abstand zu transportieren, wobei zwischen zwei Stückgütern keine Rückkehr des Lastaufnahmemittels zurück in die Ausgangsposition erfolgen muss. Stetige und quasistetige Förderer werden neutral als Stetigförderer bezeichnet und somit hinsichtlich der Begriffsbestimmungen nicht weiter unterschieden /ARN08/.

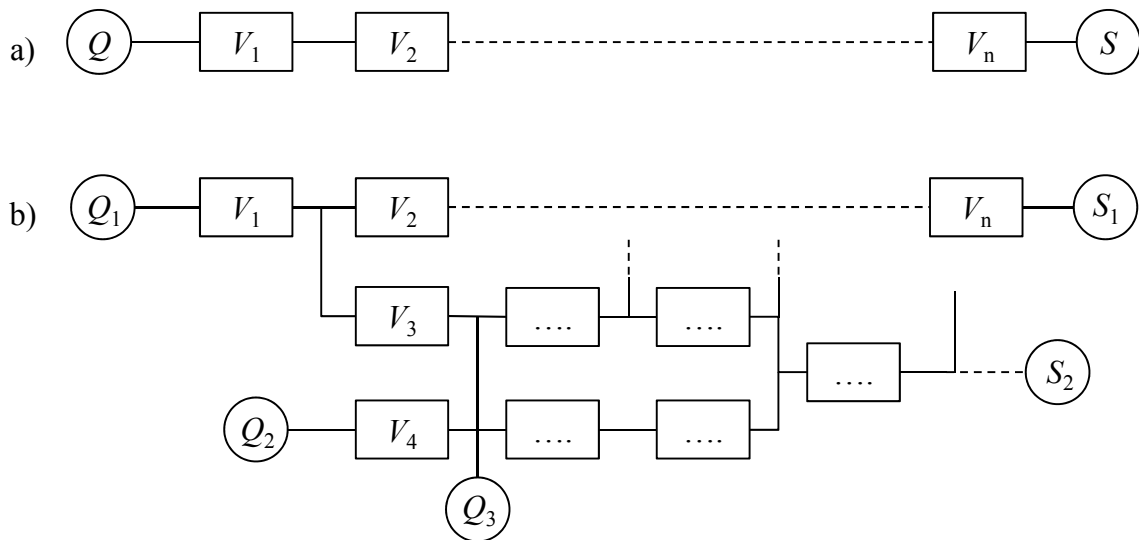
Im Gegensatz zu den Stetigförderern erzeugen Unstetigförderer einen unterbrochenen Förderstrom, wobei sie in einzelnen Arbeitsspielen mit definierten Spielzeiten arbeiten. Bei diesen Fördermitteln wechseln Zeitanteile für Lastfahrten, Leerfahrten, Anschlussfahrten und Stillstandzeiten unterschiedlicher Längen einander ab. Unstetigförderer zeichnen sich im Vergleich zu stetiger Fördertechnik im Allgemeinen durch eine höhere Flexibilität aus. Sie werden dann verstärkt eingesetzt, wenn auf mögliche Änderungen von Fertigungsverfahren, baulichen Umgebungen, Produktionsstrukturen usw. flexibel und kosteneffizient reagiert werden muss. Stetigförderer werden hingegen bevorzugt eingesetzt bei Systemen mit hoher Leistung, bekanntem Layout und standardisierten Ladehilfsmitteln /TEN07/.

Die Hauptaufgabe eines Stückgutförderers stellt das Fördern dar. Darunter wird im Sinne des Materialflusses der Transport von Fördergütern zwischen einer Quelle  $Q$  und einer Senke  $S$  verstanden. Darüber hinaus kann ein Stückgutförderer noch die Aufgaben Zusammenführen, Stauen bzw. Puffern, Vereinzeln und Verteilen übernehmen (vgl. **Abbildung 5**). Darüber hinaus können Stückgutförderer direkt in Bedienprozesse eingebunden werden. Dort dienen sie zum Beispiel zur Unterstützung von Fertigungs- oder Montagevorgängen /ARN08/.



**Abbildung 5:** Materialflusstechnische Aufgaben von Stückgutförderern /ARN08/

Im einfachsten Fall lässt sich der Materialfluss durch eine einzelne Fließlinie beschreiben (vgl. **Abbildung 6a**). Auf diese Weise würde zum Beispiel die Struktur der „Transferstraße“ abgebildet, die mit zunehmender Zahl der Produktvarianten und mit Rückgang der Stückzahlen unwirtschaftlich wurde, und heute kaum noch Anwendung findet. Der überwiegende Teil heutiger Materialflusssysteme lässt sich als Netzwerk abbilden (vgl. **Abbildung 6b**), da die Abläufe teilweise seriell und teilweise parallel angeordnet sind. Dies beruht darauf, dass zum Beispiel verschiedenes Material in wechselnder Reihenfolge denselben Vorgang ( $V$ ) beansprucht oder dass gleiches Material alternativ verschiedene Vorgänge durchlaufen kann. Je höher die Flexibilität des Systems ist, desto höher ist der Grad der Vernetzung /ARN09/.



**Abbildung 6:** Fließlinienstruktur a) und Netzwerkstruktur b) in Materialflusssystemen /ARN09/

Der Rollenförderer wird in der Systematik der Fördermittel den Stetigförderern zugeordnet. Deshalb werden im nachfolgenden Unterkapitel die Eigenschaften von Stetigförderern näher beschrieben.

## 2.4 Stetigförderer

Stetigförderer erzeugen einen kontinuierlichen (Schüttgut) oder diskret kontinuierlichen (Stückgut) Fördergutstrom. Sie arbeiten über einen längeren Zeitabschnitt im stationären Dauerbetrieb. Die Be- und Entladung erfolgt während des Betriebs. Stetigförderer sind stets mit ortsfesten Einrichtungen, wie Führungen und Ständerwerk o.ä., ausgestattet. Dadurch ist ihre Flexibilität eingeschränkt, weshalb sie für andere Arbeitsmittel häufig ein Hindernis darstellen. Vorteilhaft ist jedoch, dass ein größerer Durchsatz als bei Unstetigförderern erreicht werden kann /TEN07/.

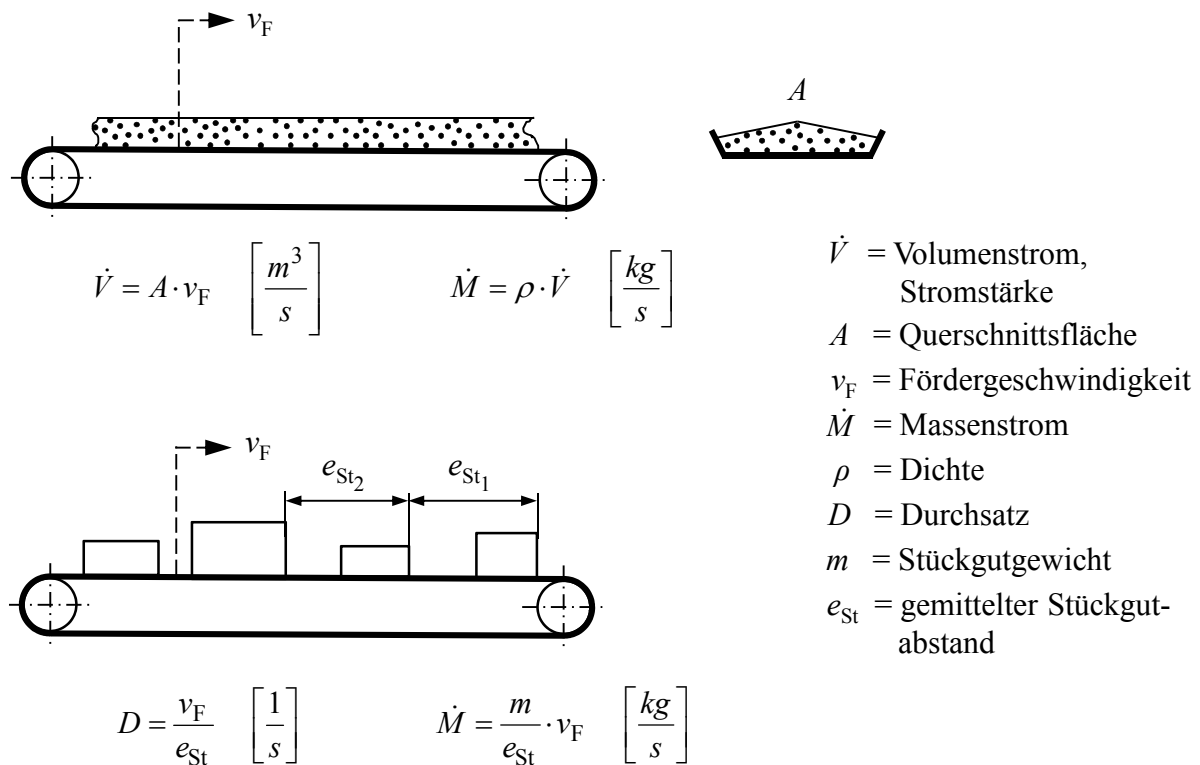
Der Förderstrom wird bei Stetigförderern im Allgemeinen linienförmig in waagerechter, geneigter oder senkrechter Richtung bewegt. Das Einsatzgebiet von Stetigförderern liegt in allen Bereichen in Industrie und Handel. Sie werden dort in allen Funktionsbereichen intralogistischer Materialflusssysteme eingesetzt. Ihre Vorteile sind der einfache Aufbau, die hohe Betriebssicherheit, der geringe Bedienungsaufwand und das Vermögen, große Mengen zu befördern. Aufgrund des günstigen Verhältnisses von Eigengewicht zu geförderter Nutzlast (Totlast zu Nutzlast) ergeben sich ein geringer Energiebedarf und niedrige Betriebskosten, sofern eine entsprechende Auslastung vorhanden ist. Eine Automatisierung dieser Anlagen kann mit relativ geringem Aufwand vorgenommen werden, da sie über einfache und definierte Bewegungsabläufe verfügen /TEN07/, /MAR08/, /HOF04/.

Stetigförderer besitzen jedoch, durch ihre ortsfeste Installation, eine geringe Flexibilität gegenüber Layoutänderungen. In diesem Zusammenhang werden darunter Kursänderungen oder Änderungen der Anzahl der Haltestellen verstanden. Sind Layoutänderungen erforderlich, so sind fast immer umfangreiche Maßnahmen bei Bauwerken, im Maschinenbau bzw. bei der Steuerungshardware und -software vorzunehmen. Um eine Verbesserung der Flexibilität zu erzielen, werden stetige Fördermittel meist modular mit einheitlichen Schnittstellen gestaltet. Dieser Aufbau ermöglicht eine wesentlich einfachere Inbetriebnahme des Fördermittels nach einer Layoutänderung.

Wird das Fördergut in Förderrichtung auf- oder abgegeben, hierbei handelt es sich um die Hauptbewegungsrichtung des Förderers, so erfolgt die Gutübergabe aktiv. Soll diese hingegen senkrecht dazu erfolgen, im Sinne einer Querabgabe, wird ein zusätzlicher Mechanismus (z.B. Abweiser) oder ein Umschlagmittel erforderlich. Werden lediglich leichte Fördergüter transportiert, so kann eine manuelle Entnahme an beliebigen Stellen vorgenommen werden. Bei schweren Fördergütern hingegen oder bei automatisierten Systemen werden definierte Lastübergabestationen entlang der Förderstrecke vorgesehen. Desweiteren ist eine aktive Gutabgabe durch Kombination verschiedener, ineinandergreifender Stetigförderer möglich (vgl. **Unterkapitel 2.6**) /TEN07/.

Stetigförderer können in die technologischen Prozesse eines Betriebs integriert werden (z.B. Lackieren, Trocknen, Kühlen). Daraus resultiert eine Verbesserung der Prozessqualität und eine Verringerung der Herstellkosten, gerade weil Kosten verursachende Zusatzprozesse (mehrfacher Transport oder Umschlag) auf ein Minimum beschränkt werden /TEN07/, /MAR08/, /HOF04/.

Kriterien zur Auslegung von Stetigförderern sind der Durchsatz bei Stückgutstetigförderern bzw. der Volumenstrom bei Schüttgutstetigförderern (vgl. **Abbildung 7**). Die theoretisch maximale Förderleistung eines Stetigförderers wird als „Grenzleistung“ bezeichnet /TEN07/.



**Abbildung 7:** Volumenstrom und Durchsatz von Stetigförderern /TEN07/

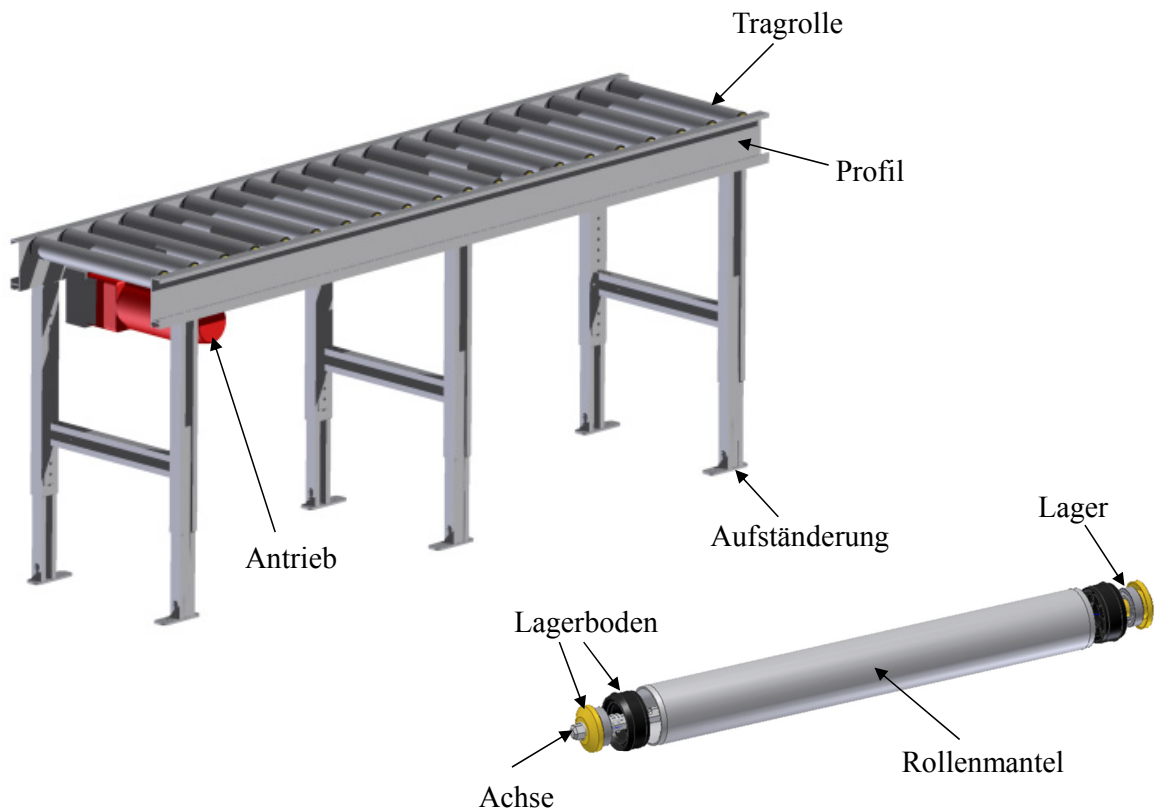
Nachdem die Eigenschaften von Stetigförderern allgemein betrachtet worden sind, wird im nächsten Unterkapitel der Rollenförderer im Speziellen betrachtet.

## 2.5 Rollenförderer

### 2.5.1 Gesamtanlage

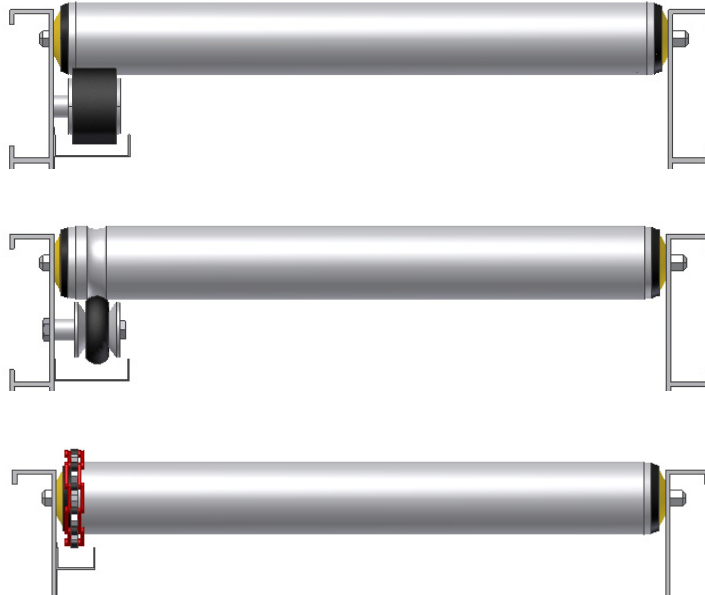
Rollenförderer werden ausschließlich zum Transport von Stückgut eingesetzt. Ihr Aufbau zeichnet sich durch eine Vielzahl an hintereinander angeordneten, frei drehbaren Tragrollen aus, die zwischen zwei Profilen befestigt sind (vgl. **Abbildung 8**) /TEN07/. Der Abstand zwischen den Tragrollen, auch Tragrollenteilung  $t$  genannt, sollte so gewählt werden, dass das Fördergut stets von mindestens drei Tragrollen gestützt wird /INT07/. Häufig wird jedoch eine geringere Tragrollenteilung vorgesehen, da mit der Anzahl der tragenden Rollen die Gleichförmigkeit der Bewegung steigt. Rollenförderer werden mit und ohne Antrieb ausgeführt. Ist kein Antrieb vorgesehen, so wird die Förderbewegung manuell oder durch die Schwerkraft (Vorsehen eines Steigungswinkels) vorgenommen. Die Arbeitsweise dieser Variante ist jedoch nicht so zuverlässig wie die der elektrisch angetriebenen Rollenförderer, weshalb ihr Einsatz immer geringer wird. Beim elektrisch angetriebenen Rollenförderer übernehmen die Tragrollen sowohl die Antriebs- als auch die Tragfunktion. Rollenförderer lassen sich nach dem zu befördernden Stückgutgewicht in Bauformen für leichtes Stückgut, im Allgemeinen Behälter und Pakete bis 50 kg, und für den Schwerlastbereich, im Wesentlichen Europaletten bis 1 t und darüber hinaus, unterteilen /TEN07/.

Die Auslegung und Fertigung von Rollenförderern erfolgt fast ausnahmslos nach dem Baukastenprinzip. Vor der Auslieferung werden die einzelnen Komponenten und Funktionsgruppen zu kompletten Baugruppen montiert. Bei den Funktionsgruppen eines Rollenförderers handelt es sich um die Tragrolle, das Profil sowie die Aufständerung bzw. Aufhängung und das Antriebssystem (vgl. **Abbildung 8**) /TEN07/. Die Tragrolle lässt sich weiter zerlegen in die Komponenten Achse, Lager, Lagerböden und Rollenmantel /INT07/.



**Abbildung 8:** Funktionsgruppen einer Rollenfördergeraden /EGWI/

Unter dem Begriff Antriebssystem wird der Motor inklusive der Kraftübertragungselemente verstanden. Beim Rollenförderer kommt sowohl die reibschlüssige Kraftübertragung mit Hilfe eines Flachriemens oder Keilriemens, der unter den Rollen entgegen der Transportrichtung läuft, als auch die formschlüssige Kraftübertragung mittels Kette zum Einsatz. An den Tragrollen ist in dem Fall des Keilriemenantriebs eine Nut und im Fall des Kettenantriebs seitlich ein Kettenrad angebracht (vgl. **Abbildung 9**) /MAR09/. Rollenförderer zum Transport von leichtem Stückgut werden im Allgemeinen reibschlüssig über Riemen angetrieben.



**Abbildung 9:** Antriebssysteme beim Rollenförderer; von oben: Flachriemen, Keilriemen und Kette /EGWI/

Die am häufigsten eingesetzten Tragrollen verfügen über eine verschiebbare Achse oder eine gesteckte Achsaufnahme. Auf diese Weise können sie sehr einfach montiert werden. Bei Rollenförderern für leichtes Stückgut sind Fördergeschwindigkeiten von 0,3 m/s bis 1,0 m/s, in Ausnahmefällen auch bis zu 2 m/s üblich. Fördergeschwindigkeiten von 5 m/s bis 7 m/s werden nur in sehr seltenen Fällen umgesetzt, da es bei diesen Fördergeschwindigkeiten zu einer hohen Lärmbelastung kommt. Eingesetzt werden diese deshalb nur in abgeschlossenen Bereichen, wie zum Beispiel Verbindungstunneln /TEN07/.

Auf eine Beschreibung von Schwerlastrollenförderern wird an dieser Stelle verzichtet, da lediglich eine Untersuchung eines Rollenförderers für leichtes Stückgut vorgenommen wird. In den nachfolgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Module eines Leichtrollenförderers näher beschrieben.

### 2.5.2 Rollenfördergerade

Rollenförderer sind aufgrund des zugrundeliegenden Baukastensystems relativ einfach den betrieblichen Bedingungen anzupassen /MAR09/. Das Grundmodul eines Rollenförderers bildet die Fördergerade (vgl. **Abbildung 10**, links). Die zwischen zwei Profilen angeordneten Tragrollen erzeugen die Förderbewegung des Transportguts. Das Fördergut behält seine Förderrichtung auf diesem Modul bei. Um eine Änderung der Förderrichtung zu ermöglichen, werden Rollenförderkurven eingesetzt.

### 2.5.3 Rollenförderkurve

Bei Rollenförderkurven wird die Richtungsänderung des Förderguts erzwungen, indem die Transportgeschwindigkeit des Guts radial von der Innen- zur Außenkante erhöht wird. Dies erfolgt durch den Einsatz von entweder konischen (vgl. **Abbildung 10**, rechts) oder unterteilten zylindrischen Tragrollen mit geringem Gleiten des Transportguts /MAR09/. Aufgrund des zunehmenden Manteldurchmessers bei konischen Tragrollen zum Außenradius der Kurve hin erfährt das Fördergut an der Außenkante eine höhere Bahngeschwindigkeit als an der Innenkante. Die Umlenkung des Förderguts kann somit ohne zusätzliche Umlenkeinrichtungen erfolgen. Im Allgemeinen werden Kurvenradien von 1 m bis 2 m, gemessen am Innenradius des Rollenförderers, realisiert /TEN07/.



**Abbildung 10:** Rollenfördergerade (links), Rollenförderkurve (rechts) /INT10/

## 2.6 Einrichtungen beim Rollenförderer

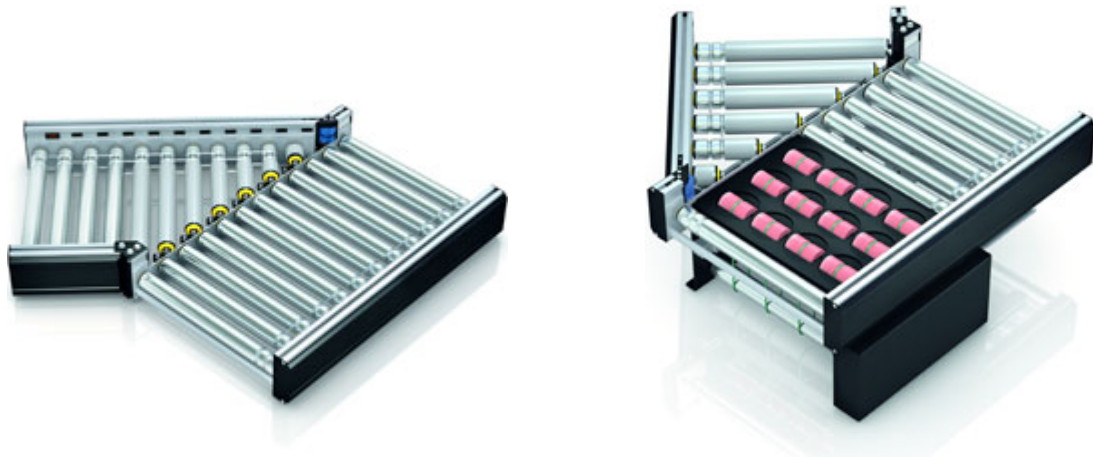
Zur Fördergutabgabe bzw. -aufnahme werden Kombinationen unterschiedlicher Stetigförderer eingesetzt. Dabei kommen insbesondere Band- und Kettenförderer zum Einsatz. Viele dieser Techniken werden auch in Sortier- und Verteilsystemen eingesetzt /TEN07/. An dieser Stelle sollen nur die Module beschrieben werden, die im Grundaufbau dem Rollenförderer entsprechen.

### 2.6.1 Ein- und Ausschleuser

In der Sortieraufgabe werden die Einschleusung und Ausschleusung unterschieden. Ein Einschleusmodul führt zwei Förderlinien zusammen. Es nutzt dazu die Lücke im Förderfluss. Üblich sind Einschleuswinkel von  $30^\circ$  oder  $45^\circ$  (vgl. **Abbildung 11**, links). Die fördergutaufnehmende Linie benötigt keine speziellen Elemente zur Ausrichtung des Förderguts. Im Ausschleusmodul hingegen sind drehbar gelagerte Rollen eingebettet (vgl. **Abbildung 11**, rechts). Diese Modulart wird für Fördergüter eingesetzt, die ihre Laufrichtung beibehalten sollen. Der Transportfluss wird dabei nicht unterbrochen /INT10/.

Bei einem Ausschleusmodul können die Wirkprinzipien abfördernde und abweisende Ausschleusung unterschieden werden. Bei abfördernden Systemen liegt das Fördergut auf dem Ausschleusmodul und wird durch dessen aktive Bewegung ausgeschleust (vgl. **Abbildung 11**, rechts). Beim abweisenden System wird das Fördergut hingegen durch ein separates Element ausgeschleust, welches in den Fördergutstrom einschwenkt und das betreffende Stückgut passiv abweist oder aktiv abschiebt /TEN07/.

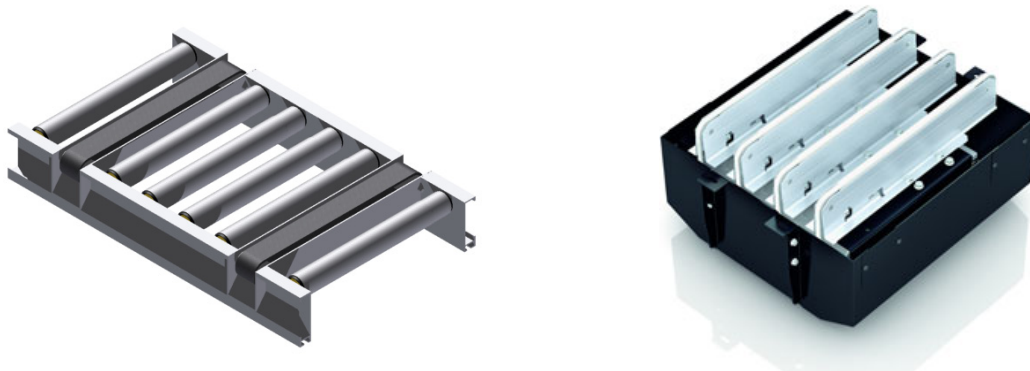




**Abbildung 11:** Einschleuser (links), Ausschleuser (rechts) /INT10/

### 2.6.2 Transfermodul

Transfermodule werden eingesetzt, wenn eine Beibehaltung der Förderrichtung der Stückgüter nicht erforderlich ist. Diese Module ermöglichen einen Ausschleuswinkel von  $90^\circ$  und werden in einen anderen Förderer integriert. Im Grundzustand befindet sich das Transfermodul unterhalb der Tragrollenoberkanten. Soll ein Ausschleusvorgang vorgenommen werden, so wird das Transferelement aktiviert, woraufhin es aus dem abgesenkten Zustand unterhalb der Tragrollen heraustritt und die darüber befindlichen Güter in einen Nebenförderstrom ableitet (vgl. **Abbildung 12**). Bei Transfermodulen kommt das Wirkprinzip der abfördernden Ausschleusung zum Einsatz /TEN07/. Die Hub- und Senkbewegung bei Transferen erfolgt elektromechanisch oder pneumatisch. Im Allgemeinen steuert eine opto-elektronische Sensorik den Bewegungsablauf /ARN08/.

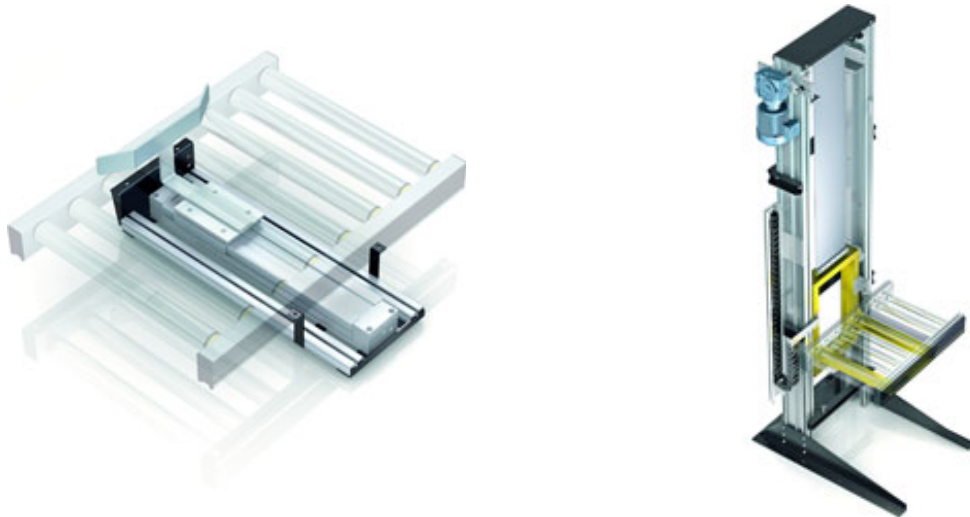


**Abbildung 12:** Gurttransfer, in Rollenförderer integriert (links), Einbaumodul (rechts) /INT10/

### 2.6.3 Abschieber

Ein Abschieber, auch Pusher genannt, verwendet das Wirkprinzip der abweisenden Ausschleusung. Dieses Sortierelement ermöglicht die seitliche Übergabe eines Förderguts im Winkel von  $90^\circ$  auf einen weiteren Rollenförderer oder zum Beispiel auf einen Arbeitsplatz /INT10/. Dabei wird das Fördergut von dem Abschieber, der zwischen zwei Tragrollen hindurch ragt, seitlich von der Förderlinie geschoben (vgl. **Abbildung 13**, links). Abschieber werden meist über pneumatische Lineareinheiten, elektrisch angetriebene Kurbelmechanismen oder kettengetriebene Käme angetrieben. Die formschlüssige Arbeitsweise stellt jedoch eine relativ raue Behandlung des Förderguts dar, wodurch die Gefahr der Beschädigung oder

Zerstörung besteht /ARN08/. Abschieber werden deshalb im Allgemeinen für stabile Fördergüter in robusten Behältern eingesetzt /INT10/. Seit einiger Zeit sind auch Abschieber erhältlich, die mit einer optischen Sensorik die Annäherung an die Fördereinheit erkennen. Sie reduzieren kurz vor dem Stoß die Geschwindigkeit, wodurch die mechanische Beanspruchung des Förderguts vermindert wird /ARN08/.



**Abbildung 13:** Abschieber (links), Hubstation (rechts) /INT10/

#### 2.6.4 Hubstation

Hubstationen, auch Senkrecht- oder Vertikalförderer genannt, werden eingesetzt, wenn Fördergüter vertikal in eine andere Ebene gehoben oder gesenkt werden sollen. Im konstruktiven Aufbau entsprechen sie einem Aufzug, der jedoch auf den Transport eines bestimmten Förderguts abgestimmt ist. Im Fall der Hubstation in **Abbildung 13** rechts erfolgt die Beförderung von Behältern oder Kartonagen. Das Modul besteht aus einer Säulenkonstruktion und einem Hubwagen, auf den eine Rollenbahn montiert wird. Diese wird in die Förderlinie der entsprechenden Ebene temporär integriert /TEN07/, /INT10/.

#### 2.6.5 Staurollenförderer

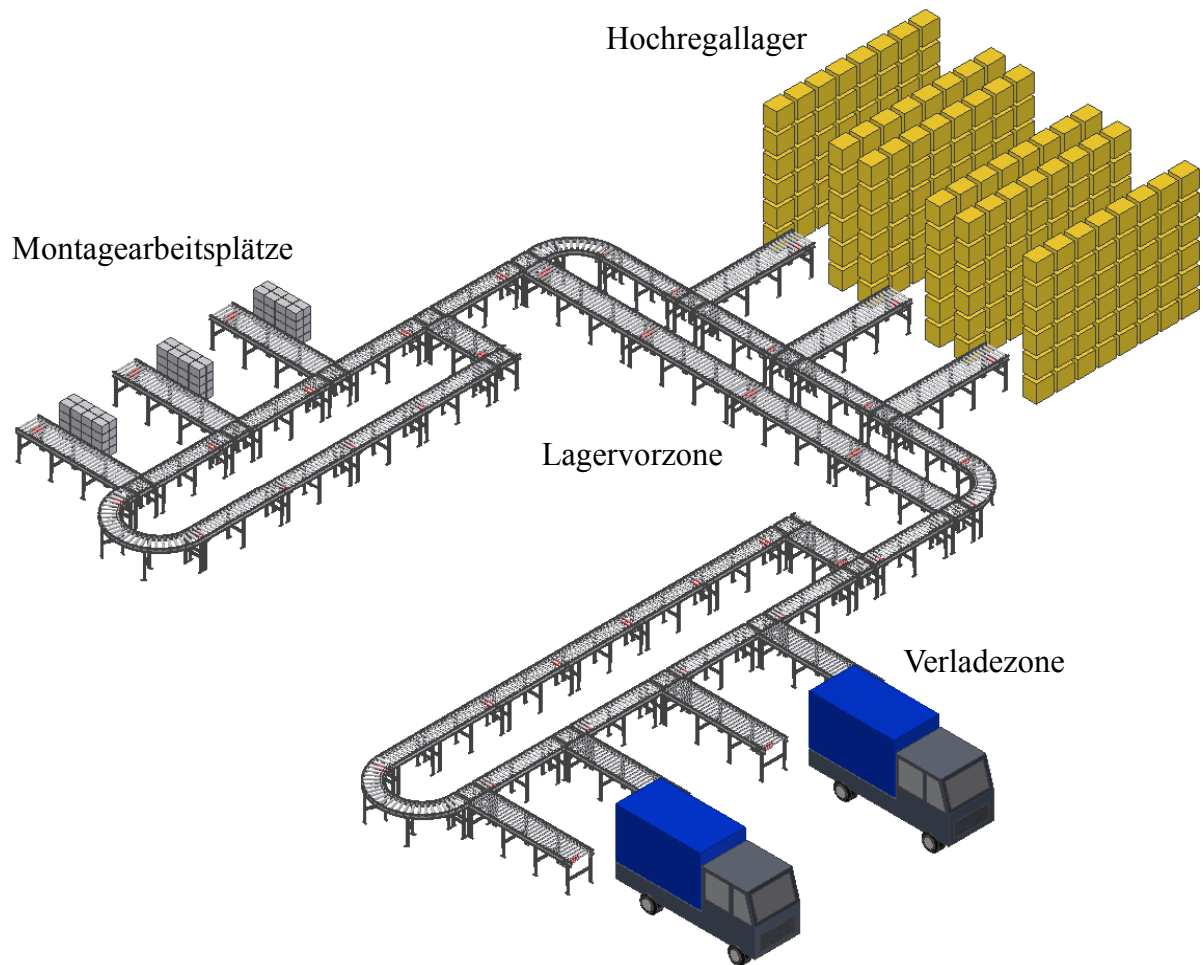
Vor Verzweigungen werden häufig Staurollenförderer eingesetzt. Sie ermöglichen einen zeitlichen oder mengenmäßigen Ausgleich von Stückgütern. Die Stückgüter werden drucklos oder druckarm gestaut, wodurch eine Vereinzelung der Transportgüter erreicht wird /MAR09/.

#### 2.6.6 Gesamtsystem

Die einzelnen Module eines Rollenförderers werden entsprechend des geforderten Layouts zu einem Gesamtsystem zusammengesetzt. In **Abbildung 14** ist ein klassischer Einsatzfall mit Montagearbeitsplätzen, Hochregallager, Lagervorzone und Verladezone abgebildet. Im Rollenfördersystem kommen die Module Gerade, Kurve und Transfer zum Einsatz.

Der Rollenförderer ist aufgrund seines einfachen Aufbaus, der Robustheit und der geringen Investitions- und Betriebskosten als Stetigförderer weit verbreitet. Er eignet sich nur für den Transport von Stückgütern, wobei diese über mindestens eine feste und ebene Fläche verfügen müssen. Andernfalls ist ein störungsfreier Transportablauf nicht gewährleistet. Das Einsatzfeld des Rollenförderers liegt in der Lagervorzone, in Kommissionierbereichen, in der Produktion, im gesamten Betrieb, wie beispielsweise bei Arbeiten nach dem Fließprinzip zur

Erzeugung einer stetigen Stückgutbewegung, und in der Be- und Entladung von Verkehrsmitteln /TEN07/.



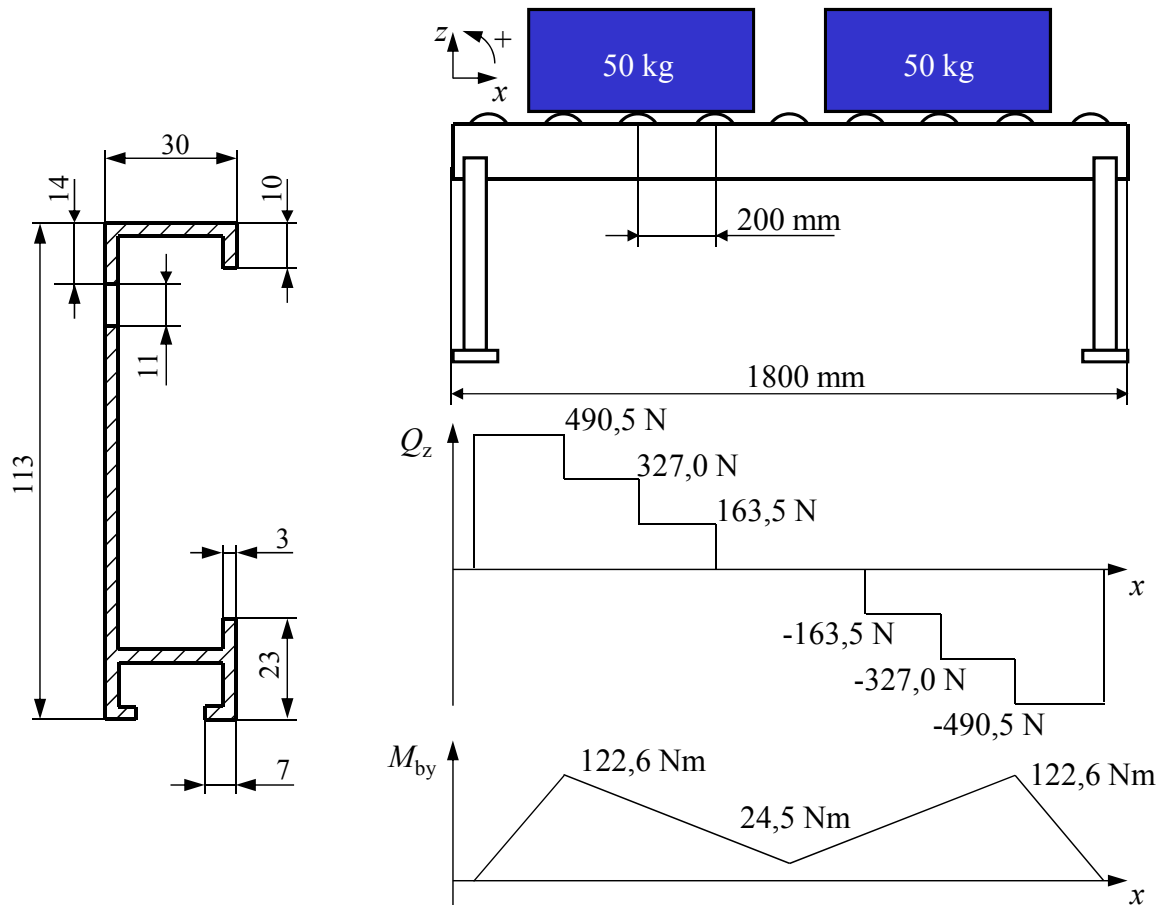
**Abbildung 14:** Rollenfördersystem bestehend aus Geraden, Kurven und Transferen /EGWI/

Die Fördermodule lassen sich weiter untergliedern in elektrische und mechanische Komponenten. Bei dem Rollenförderer stellt der Motor die wichtigste elektrische Komponente dar. Die wichtigsten mechanischen Komponenten sind die Tragrollen und die Aufständering einschließlich der Profile. Eine nähere Betrachtung des Antriebs erfolgt in dieser Untersuchung nicht. Entscheidend sind jedoch die mechanischen Komponenten. Aus diesem Grund werden diese im nachfolgenden Unterkapitel näher betrachtet.

## 2.7 Fördertechnische mechanische Komponenten

### 2.7.1 Profil

Eine wesentliche mechanische Komponente beim Rollenförderer ist das Profil. Zwischen die parallel angeordneten Profile werden die Tragrollen gesteckt oder geschraubt. Bei Rollenförderern für leichte Fördergüter bestehen die Profile in der Regel aus Aluminium-I- oder Aluminium-Winkelprofilen (vgl. **Abbildung 15**, links), weniger häufig aus Stahl. Dabei ist auf eine kraftflussgerechte Gestaltung sowie eine Ausführung des Querschnitts im Sinne einer gewichts- und kostenoptimierten Konstruktion zu achten /GRO07/. Der Belastungsfall hat Auswirkungen auf den Querkraft- und Biegemomentenverlauf im Profil (vgl. **Abbildung 15**, rechts). Dabei sind die Kräfte, die über die Tragrollen in die Profile geleitet werden, entscheidend.



**Abbildung 15:** Querschnitt eines Rollenförderprofils (links), Belastungsfall mit Querkraft- und Biegemomentenverlauf (rechts) /KÜN08a/

### 2.7.2 Tragrolle

Eine weitere wesentliche mechanische Komponente stellt die Tragrolle dar. Um die für die Anwendung passende Tragrolle auswählen zu können, sind im Vorfeld einige Fragen zu klären /INT07/:

- Welche Länge, Breite und Höhe hat das Fördergut?
- Wie viel wiegt das Fördergut?
- Wie ist das Fördergut beschaffen?
- Liegen besondere Umweltbedingungen (z.B. Nässe, extreme Temperaturen, chemische Einflüsse) vor?
- Muss die Förderanlage, und damit auch das Förderelement, antistatisch sein?

Nach Angaben des marktführenden Tragrollenherstellers Interroll müssen sich zu jedem Zeitpunkt des Förderprozesses mindestens drei Tragrollen unter dem Fördergut befinden, um einen störungsfreien Transport zu gewährleisten. Dabei muss sich das Gewicht des Förderguts auf so viele tragende Rollen verteilen, dass die zulässige Tragfähigkeit der einzelnen Rollen nicht überschritten wird. Ausschlaggebend bei der Festlegung der Tragrollenteilung ist auch die Beschaffenheit des Fördergutbodens. Im Gegensatz zu Kunststoffbehältern passen sich Kartons sehr gut den Tragrollen an. Das Gewicht des Förderguts verteilt sich dadurch sehr gleichmäßig auf die sich unterhalb des Förderguts befindenden Tragrollen. Nachteilig wirkt sich bei Kartons jedoch aus, dass ein höherer Anlaufwiderstand zu erwarten ist. Aus diesem Grund sollte bei Kartons ein geringerer Tragrollenabstand gewählt werden, als allein anhand der maximal zulässigen Belastung der Tragrollen berechnet wird.

Im Normalfall entspricht die Länge der Tragrolle der Fördergutbreite + 50 mm. Um eine zuverlässige Funktionserfüllung zu gewährleisten, sollten die Lager der Tragrollen gegen Spritzwasser geschützt sein. In Feuchtbereichen sollten darüber hinaus Niro-Kugellager oder speziell abgedichtete Kugellager gewählt werden. Durch die Verwendung von Lagerböden und Dichtungen aus Kunststoff, in Verbindung mit Präzisionskugellagern, lässt sich ein geräuscharmer Lauf erzielen /INT07/.

Wie gerade erwähnt, spielt das Fördergut eine wichtige Rolle bei der Auslegung der Tragrolle und der Wahl des entsprechenden Tragrollentyps. Im nachfolgenden Unterkapitel erfolgt deshalb eine Erläuterung von Transport-, Lager- und Ladehilfsmitteln.

## 2.8 Transport-, Lager- und Ladehilfsmittel

Transport-, Lager- und Ladehilfsmittel sind nach DIN 30 781 Ladungsträger und umfassen Hilfsmittel zur Bildung uniformer logistischer Einheiten. Durch deren Einsatz wird die Voraussetzung für die Mechanisierung und Automatisierung im Materialfluss geschaffen. In der Logistik werden die Begriffe Transport-, Lager- und Ladehilfsmittel sowie Ladungsträger oftmals synonym verwendet.

Auf Rollenförderern werden als Ladungsträger zum Beispiel Kästen, Kartons und Kleinbehälter eingesetzt. Teilweise sind diese genormt oder standardisiert, oft haben sie eine modulare Größenaufteilung. Die Kästen und Kleinbehälter verfügen meist über Eigenschaften wie zum Beispiel stapelbar, ineinander schachtelbar, schlag- und stoßfest sowie faltbar /MAR09/. In der Intralogistik ist es wichtig, eine beschränkte Anzahl harmonisierter, genormter, dauerhafter und wiederverwendbarer Behälter zu verwenden, um den Warenfluss zu rationalisieren. Diese Behälter sollten speziell ausgelegt sein, um die Erfordernisse der Kunden und Lieferer ebenso zu erfüllen, wie alle technologischen und umweltgerechten Anforderungen der logistischen Kette.

Aufgrund dessen ist eine Richtlinie über Verpackungen und Verpackungsabfälle erarbeitet worden. Daraus hat sich die Bedingung ergeben, einen beschränkteren Einsatz von genormten Verpackungen und Ladeeinheiten zu ermöglichen. Als vorteilhaft hat sich das „modulare System“ ergeben. Im Zuge dessen ist eine Europäische Norm erarbeitet worden, welche die Elemente der modularen Kleinladungsträgersysteme (KLT-Systeme) festlegt. Dabei handelt es sich um die Normenreihe DIN EN 13 199, in der verschiedene Typen von KLT-Systemen berücksichtigt werden /DIN00a/.

Nach DIN EN 13 199-1 wird der Kleinladungsträger als „oben offener, dauerhafter, wiederverwendbarer, starrer, rechteckiger Modulbehälter“ definiert, „der manuell und/oder mechanisch gehandhabt werden kann und das zentrale Element eines Kleinladungsträgersystems darstellt“. Unter System wird die „Zusammenfassung von Elementen, die unabhängig sind, ineinandergreifen und aufeinander einwirken“ verstanden. Die Maße von KLT-Systemen müssen auf dem Flächenmodul 600 mm x 400 mm aufgebaut sein. Die Draufsichtmaße der Systemelemente müssen Teile oder Vielfache der folgenden Flächenmodule darstellen: 300 mm x 200 mm, 400 mm x 300 mm oder 600 mm x 400 mm /DIN00a/. KLT werden mit verschiedenen Bodenvarianten angeboten. Die Grundform verfügt über einen einfachen flachen Boden (vgl. **Abbildung 16**). Dieser kann darüber hinaus durch eine Verrippung verstärkt werden. Erfordert die Lagersystematik eine glatte Aufstandsfläche des Behälters, so kann die Sandwichboden-Variante gewählt werden. Bei dieser Variante wird auf die Verrippung erneut eine flache Kunststoffplatte aufgeschweißt. Von der Art der Bodengestaltung hängt die Belastbarkeit des Behälterbodens ab /ENG11/.



**Abbildung 16:** Bodenvarianten bei Kleinladungsträgern /ENG11/

Die Beladung von Kleinladungsträgern ist bei säulenstapelbaren KLT auf  $m = 20$  kg und bei verbundstapelbaren KLT auf  $m = 50$  kg (mit Ausnahme von KLT 3217 und 3214) beschränkt. Für KLT, die in Verbundstapelsystemen eingesetzt werden, welche sich durch einen Selbstsicherungsmechanismus des Stückguts im Verbundstapel auszeichnen, sind die in **Tabelle 1** angegebenen Hauptmaße und Grenzabweichungen zulässig /DIN00b/.

**Tabelle 1:** Hauptabmaße der KLT für Verbundstapelsysteme, i. A. a. /DIN00b/

| Nennmaße<br>$L \times B \times H$ | Länge $L$ |                         |                 | Breite $B$ |           |                 | Höhe $H$   |           |                    | Grenzabweichungen |
|-----------------------------------|-----------|-------------------------|-----------------|------------|-----------|-----------------|------------|-----------|--------------------|-------------------|
|                                   | Außenmaße | Innenmaße               | Grenzabweichung | Außenmaße  | Innenmaße | Grenzabweichung | Gesamthöhe | Innenhöhe | Nutzbare Innenhöhe |                   |
| 600x400<br>x280                   | 594       | 532                     | 0<br>-4,8       | 396        | 346       | 0<br>-3,2       | 280        | 231       | 223                | ± 1               |
| 600x400<br>x213                   |           |                         |                 |            |           |                 | 213,75     | 164,75    | 156,75             |                   |
| 600x400<br>x174                   |           |                         |                 |            |           |                 | 174        | 125       | 117                |                   |
| 600x400<br>x147                   |           |                         |                 |            |           |                 | 147,5      | 98,5      | 90,5               |                   |
| 400x300<br>x280                   | 396       | 334                     | 0<br>-3,2       | 297        | 247       | 0<br>-2,4       | 280        | 236       | 228                | ± 1               |
| 400x300<br>x213                   |           |                         |                 |            |           |                 | 213,75     | 169,75    | 161,75             |                   |
| 400x300<br>x174                   |           |                         |                 |            |           |                 | 174        | 130       | 122                |                   |
| 400x300<br>x147                   |           |                         |                 |            |           |                 | 147,5      | 103,5     | 95,5               |                   |
| 300x200<br>x174                   | 297       | 271 oben<br>260,1 Boden | 0<br>-2,4       | 198        | 136       | 0<br>-1,6       | 174        | 154       | 146,5              | ± 1               |
| 300x200<br>x147                   |           |                         |                 |            |           |                 | 147,5      | 127,5     | 120                |                   |



## 2.9 Berechnungsgrundlagen

Bei der Auslegung von Stetigförderern stellen die Fördermenge und die für den Transport erforderliche Antriebsleistung, bei gegebener Streckenführung und Bauart, die beiden wesentlichen fördertechnischen Ausgangsdaten dar /MAR08/. Um der mechanischen Belastung durch das Fördergut stand zu halten, muss eine beanspruchungsgerechte Gestaltung der mechanischen Komponenten, insbesondere der Tragrollen und des Tragwerks, erfolgen.

### 2.9.1 Fördermenge

Bei der Berechnung der Fördermenge soll nur der Transport von Stückgut betrachtet werden, weil Schüttgut auf Rollenförderern nur in Form von Gebinden transportiert werden kann. Die Gleichungen zur Berechnung des Massen- und Stückstroms lauten:

$$\text{Massenstrom:} \quad \dot{m} = \frac{m}{l_a} \cdot v \quad (2.1)$$

$$\text{Stückstrom (z.B. in Stück/h):} \quad \dot{m}_{\text{St}} = \frac{v}{l_a} \quad (2.2)$$

Dabei ist  $m$  die Masse eines zu fördernden Einzelstücks,  $l_a$  der Abstand der Einzelstücke im Förderstrom und  $v$  die Anlagengeschwindigkeit /MAR08/. Anhand dieser Gleichungen lässt sich bei vorgegebenem Massen- bzw. Stückstrom das zu planende fördertechnische System hinsichtlich der Anlagengeschwindigkeit und eventuell erforderlicher paralleler Förderstecken auslegen.

### 2.9.2 Antriebsleistung

Zur Auslegung des Fördermittelantriebs ist die erforderliche Antriebsleistung zu berechnen. Die Antriebsleistung eines Rollenförderers wird über den Gesamtwiderstand  $F_{\text{WR}}$  (Umfangskraft aus allen Bewegungswiderständen, die vom Antriebsrad im stationären Betrieb zu überwinden ist) und die Anlagengeschwindigkeit  $v$  bestimmt. Der Gesamtwiderstand bildet die Summe aller Reibungswiderstände, die das Zugmittel zu überwinden hat. Reibungswiderstände entstehen zum Beispiel durch Reibung in den Lagern der Tragrollen oder die Gutaufgabe. Dieser Widerstand kann überschlägig mit Hilfe der Gesamtreibungszahl  $\mu_{\text{ges}}$  ermittelt werden.

Der Reibungswiderstand  $F_{\text{WR}}$  wird mit Hilfe der Gesamtreibungszahl wie folgt berechnet:

$$F_{\text{WR}} = \mu_{\text{ges}} \cdot l \cdot g \cdot (m_{\text{IF}} + m_{\text{IG}}) \quad (2.3)$$

In dieser Gleichung beschreibt  $l$  die Horizontalprojektion der Förderlänge. Die Abkürzung  $m_{\text{IF}}$  ist die auf die Längeneinheit bezogene Eigenlast der Bauteile des Förderers, die Reibungskräfte erzeugt (z.B. in kg/m). Die Gesamtreibungszahl ist durch  $\mu_{\text{ges}}$  abgekürzt,  $g$  ist die Fallbeschleunigung und  $m_{\text{IG}}$  ist die auf die Längeneinheit bezogene Gutlast. Diese berechnet sich, indem der Massenstrom  $\dot{m}$  durch die Anlagengeschwindigkeit  $v$  geteilt wird. Der Reibungswiderstand  $F_{\text{WR}}$  entspricht der Kraft, die durch das Antriebsrad des Rollenförderers aufzubringen ist /MAR08/.

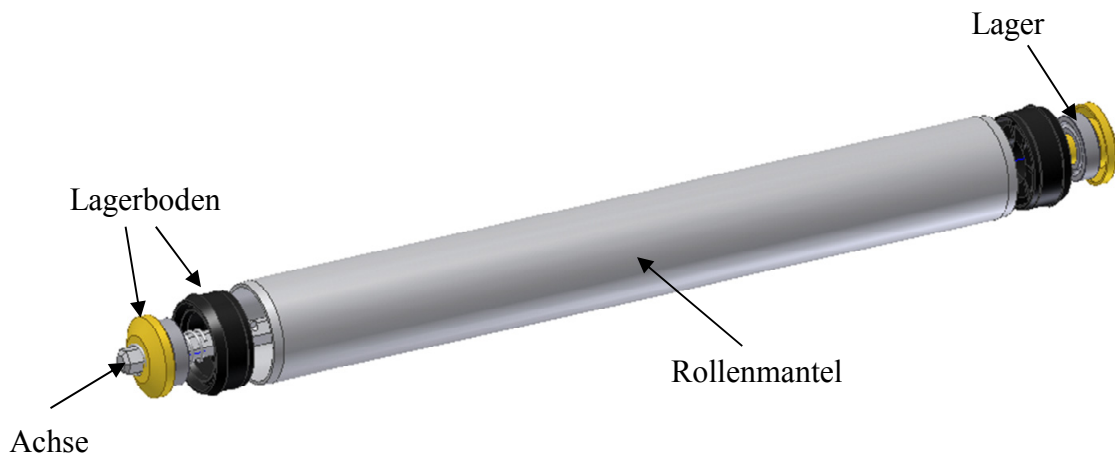
Für die Auslegung des Antriebsmotors eines Rollenförderers ist die Nennleistung  $P_{\text{N}}$  maßgebend. Diese berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$P_{\text{N}} = P_{\text{V}} = \frac{F_{\text{WR}} \cdot v}{\mu} \quad (2.4)$$

Dabei wird die Nennleistung  $P_N$  des Antriebsmotors gleich der Vollastbeharrungsleistung  $P_V$  gesetzt. Bei sehr langen, schwer belasteten und schnell laufenden Rollenförderern ist zusätzlich die Beschleunigungsleistung  $P_B$  zu berücksichtigen. Es wird dann die Anlaufleistung  $P_A = P_V + P_B$  überprüft /MAR08/.

### 2.9.3 Tragrollen

Die Tragfähigkeit der Tragrollen ist von der Tragfähigkeit der Rollenbestandteile Rollenmantel, Achse und Lager abhängig (vgl. **Abbildung 17**). Um die Rollentragkraft zu ermitteln, werden die Tragfähigkeiten der einzelnen Komponenten bzw. Baugruppen verglichen und in Kombinationen gerechnet. Dabei bestimmt die Tragfähigkeit der jeweils schwächsten Komponente bzw. Baugruppe die Tragfähigkeit der gesamten Tragrolle. Die zulässigen Belastungswerte werden für den jeweiligen Tragrollentyp in Tabellen angegeben. Die Rollentragkraft wird entscheidend durch die Tragrollenlänge, die Lastverteilung und die Achsbefestigung beeinflusst /INT07/.



**Abbildung 17:** Bestandteile einer Tragrolle /KÜN08a/

Für die Universalförderrolle Serie 1700 des Tragrollenherstellers Interroll sind die zugehörigen Tragfähigkeiten entsprechend der jeweiligen Ausführungsform in **Tabelle 2** aufgelistet.

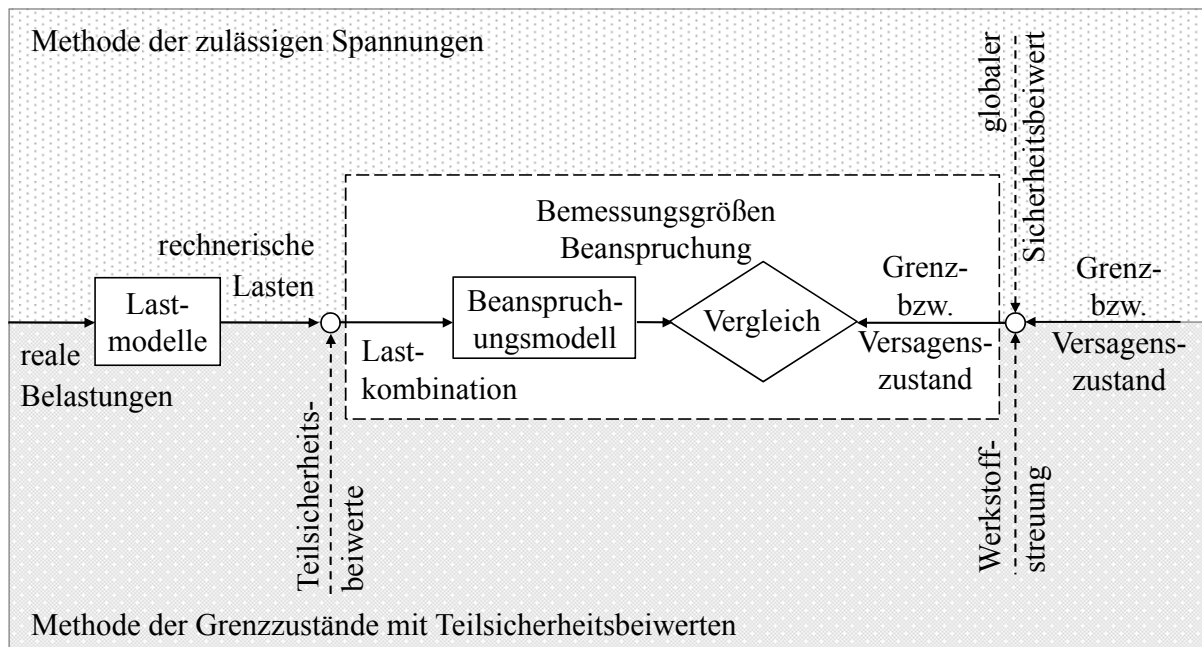
### 2.9.4 Profile

Das Vorgehen bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Profilen ist vergleichbar mit Festigkeitsnachweisen aus anderen Bereichen des Maschinenbaus. Es erfolgt ein Vergleich einer vorhandenen mit einer zulässigen Bauteilbeanspruchung. Die Methodik ist in **Abbildung 18** schematisch dargestellt. Die Schwerpunkte bei der Tragwerksauslegung liegen zum einen in den anzusetzenden Lasten und zum anderen in der Benennung und Quantifizierung zulässiger Grenz- bzw. Versagenszustände. Zunächst werden mit Hilfe von Lastmodellen die rechnerischen Lasten ermittelt (vgl. **Abbildung 18**). Anschließend werden die zeitgleich auftretenden Lasten zu „Lastkombinationen“ zusammengefasst. Diese werden in die für den jeweiligen Nachweis anzusetzenden Bemessungswerte überführt. Für jedes entscheidende Konstruktionsdetail werden daraufhin, anhand von Beanspruchungsmodellen, die aufgrund verschiedener Lastkombinationen vorhandenen inneren Beanspruchungen bestimmt. Diese werden mit den entsprechenden zulässigen Bemessungswerten verglichen. Dabei können zwei unterschiedliche Methoden verfolgt werden, die Methode der zulässigen Spannungen oder die Methode der Grenzzustände mit Teilsicherheitsbeiwerten.



**Tabelle 2:** Tragfähigkeiten für Universalförderrollen der Serie 1700 /INT07/

| Rohrmaterial | Achsausführung | Kugellager   | Ø Rohr [mm] | Ø Achse [mm] | Max. Traglast in N    |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|----------------|--------------|-------------|--------------|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|              |                |              |             |              | bei Einbaulänge in mm |      |      |      |      |      |      |      |
|              |                |              |             |              | 200                   | 300  | 400  | 600  | 800  | 1000 | 1300 | 1600 |
| PVC          | Federachse     | 6002 2RZ     | 50x2,8      | 8-10         | 660                   | 280  | 150  | 65   | 36   | -    | -    | -    |
| Stahl        | Federachse     | 689 2Z       | 30x1,2      | 8            | 150                   | 150  | 150  | 150  | -    | -    | -    | -    |
|              |                | 6002 2RZ     | 40x1,5      | 12-12        | 800                   | 800  | 800  | 800  | 730  | 490  | 330  | -    |
|              |                |              |             | 10           | 1800                  | 1140 | 840  | 560  | 420  | 340  | 260  | 220  |
|              |                |              | 50x1,5      | 12           | 2000                  | 2000 | 1800 | 1200 | 920  | 760  | 620  | 520  |
|              |                | 11 Skt       |             | 2000         | 2000                  | 1640 | 1020 | 780  | 640  | 520  | 440  |      |
|              |                | 60x1,5       | 10          | 1630         | 1130                  | 830  | 540  | 400  | 320  | 250  | 200  |      |
|              |                |              | 12          | 2000         | 2000                  | 1740 | 1160 | 870  | 700  | 580  | 460  |      |
|              | 11 Skt         | 2000         | 2000        | 1500         | 1000                  | 740  | 600  | 475  | 390  |      |      |      |
|              |                | Innengewinde | 6002 2RZ    | 40x1,5       | 12                    | 800  | 800  | 800  | 800  | 800  | 560  | 330  |
|              | 12             |              |             |              | 2000                  | 2000 | 2000 | 2000 | 1770 | 1120 | 660  | 440  |
|              | 50x1,5         |              |             | 14           | 2000                  | 2000 | 2000 | 2000 | 1770 | 1120 | 660  | 440  |
|              |                |              | 17          | 3000         | 3000                  | 3000 | 3000 | 1770 | 1120 | 660  | 440  |      |
|              | 60x1,5         |              | 12          | 2000         | 2000                  | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 1160 | 760  |      |
|              |                |              | 14          | 2000         | 2000                  | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 1160 | 760  |      |
| 6003 2RZ     | 60x3,0         | 17           | 3000        | 3000         | 3000                  | 3000 | 3000 | 3000 | 3000 | 2140 | 1400 |      |



**Abbildung 18:** Methodik von Festigkeitsnachweisen /GRO07/

In älteren Normen und Regelwerken (z.B. DIN 15 018, DIN 15 350) ist die Methode der zulässigen Spannungen weit verbreitet. Bei dieser Methodik wird die Beanspruchbarkeit eines Konstruktionsdetails um einen globalen Sicherheitsbeiwert vermindert (vgl. **Abbildung 18**, oben). Dieser globale Sicherheitsbeiwert deckt unter anderem auch Streuungen in den Materi-

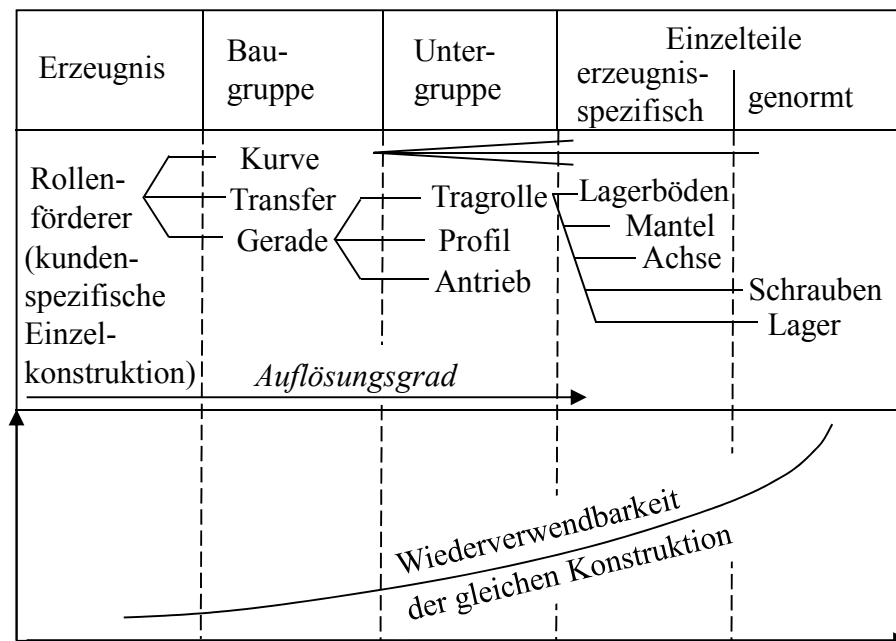
alkennwerten, Ungenauigkeiten bei der Last- und Beanspruchungsermittlung sowie Wartungsmöglichkeiten und Gefährdungspotential bei Bauteilversagen ab.

In aktuellen Regelwerken (z.B. DIN 22 261, Eurocode /PIE02/, DIN 18 800, EN 13 001) setzt sich immer mehr die Methode der Grenzzustände mit Teilsicherheitsbeiwerten durch. Dabei werden bereits die rechnerischen Lasten mit individuellen Sicherheitsbeiwerten, so genannten Teilsicherheitsbeiwerten, überhöht (vgl. **Abbildung 18**, unten). Durch diese Methode ist es möglich, auch bei nichtlinearen Beanspruchungsmodellen ein transparentes und wesentlich differenzierteres Sicherheitsniveau zu schaffen. Es besteht eine Abhängigkeit der Größe der Teilsicherheitsbeiwerte unter anderem von der Genauigkeit der Lastermittlungsmodelle und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Belastung /GRO07/.

## 2.10 Baukastensystematik in der Fördertechnik

In der Fördertechnik gleicht ein größerer Einsatzfall selten einem anderen so sehr, dass zwei Anlagen nach denselben Zeichnungen gefertigt werden können. Eine Einzelfertigung würde jedoch sehr hohe Konstruktionszeiten sowie hohe Rüst- und Umstellungszeiten der Fertigung zur Folge haben. Der Kunde müsste dadurch sehr lange Lieferzeiten in Kauf nehmen. Aus diesem Grund haben sich in der Fördertechnik das Baukastenprinzip, die Standardisierung und die Konstruktion von Erzeugnisreihen weitgehend durchgesetzt.

Die Verwendung des Baukastenprinzips bedeutet, dass ein Erzeugnis so lange in Baugruppen, Untergruppen und Einzelteile „aufgelöst“ wird, bis die Erzeugnisteile genügend oft verwendet und daher in Serie gefertigt werden können (vgl. **Abbildung 19**). Dabei ist zu berücksichtigen, dass die einzelnen Baugruppen miteinander kombinierbar sind. Der Konstrukteur setzt die vom Kunden gewünschte Anlage weitestgehend aus vorhandenen „Bausteinen“ zusammen.

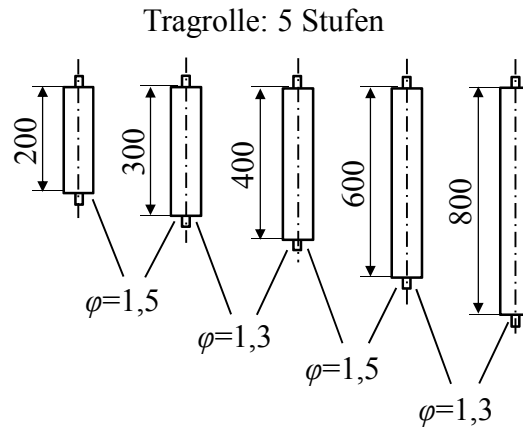


**Abbildung 19:** Auflösung eines Rollenförderers in Baugruppen, Untergruppen und Einzelteile, i. A. a. /BÖG09/

Unter Standardisierung von Erzeugnissen oder Bauteilen wird verstanden, dass nicht mehr das Erzeugnis oder das Bauteil für jeden speziellen Einsatzfall neu ausgelegt wird, sondern das Erzeugnis oder das Bauteil nur in einigen häufig vorkommenden, oft genormten, Größen gefertigt wird. Der Kunde kann sich dann z.B. eine kostengünstige, in Serie gefertigte Trag-

rolle nach Liste aussuchen, und braucht sich keine teure Rolle in Einzelfertigung „maßschneidern“ zu lassen.

Eine Reihenbildung von Erzeugnissen oder Bauteilen liegt dann vor, wenn die Standardisierung in gesetzmäßigen Abstufungen erfolgt (vgl. **Abbildung 20**). Der Faktor, mit dem die maßgebliche Größe (z.B. Hauptmaße, Drehmoment, Leistungen) einer Stufe zu multiplizieren ist, um die nächste Stufe zu erhalten, wird Stufensprung  $\varphi$  genannt. Als Zahlenwerte für den Stufensprung werden Normzahlen nach DIN 323 gewählt.



**Abbildung 20:** Tragrollenreihe für Rollenfördergeraden, Stufensprung  $\varphi$ , i. A. a. /BÖG09/

Bei Fördermitteln wird deshalb je nach Umfang und Schwierigkeitsgrad in Komponenten, Module, Anlagen und fördertechnische Systeme unterschieden. Unter Komponenten werden Bauteile oder Baugruppen verstanden, die in Serie hergestellt werden können, die für sich alleine jedoch noch keine Förderaufgabe erfüllen können /BÖG09/. Diese Komponenten werden zu Modulen montiert, die wiederum aufgrund der einheitlich gestalteten Schnittstellen zu beliebigen Anlagenlayouts zusammengesetzt werden können /TEN07/. Anlagen stellen große, umfangreiche Fördermittel dar, die nicht mehr in Serie gefertigt werden können. Diese Anlagen setzen sich aus Modulen zusammen, die über einheitliche Schnittstellen verfügen. Bei fördertechnischen Systemen übernimmt neben dem reinen Fördervorgang noch eine organisatorische Funktion eine maßgebende Bedeutung. Es erfolgt zum Beispiel ein Sortieren, Verteilen, Kommissionieren oder Lagern von Stückgütern.

Für den Betreiber einer Rollenförderanlage hat die Verwendung der Baukastensystematik den Vorteil, dass er eine auf seinen Bedarf zugeschnittene Anlage erhält, deren Bauteile aber in der Serie erprobt und bewährt sind. Für den Hersteller ist vorteilhaft, dass die Ersatzteilhaltung wegen hoher Mehrfachverwendbarkeit der Bauteile geringer, die Austauschbarkeit größer und die Reparatur einfacher werden /BÖG09/.

## 3 Problemstellung, Zielsetzung, Vorgehensweise

### 3.1 Problemstellung

In den letzten Jahren ist die Logistik zum verbindenden Element industriellen Handelns geworden. Sie begleitet und organisiert den Waren- und dazugehörigen Informationsfluss von der Erzeugung der Rohstoffe bis zur Auslieferung der Ware beim Endkunden. Es hat eine Entwicklung von der klassischen Dienstleistung für Transport, Umschlag und Lagerung hin zur E-Logistics stattgefunden. Dabei handelt es sich um eine Disziplin, die neben der ursprünglichen Funktionalität den gestiegenen Anforderungen einer globalen und vernetzten Welt von Daten und Prozessen gerecht werden muss /SFB07/.

Innerhalb der Investitionsgüterindustrie hat die deutsche Intralogistik auf der Basis einer traditionell starken Fördertechnik einen Spitzenplatz erobert. Unter technologischen Aspekten dürften deutsche Unternehmen bereits heute die Marktführerschaft übernommen haben /GÜN06/. Die Logistik ist jedoch gerade in der heutigen schnelllebigen Zeit einem steten Wandel unterlegen. So verlangt der Trend hin zu kleineren Sendungsgrößen und individueller Fertigung nach applikationsspezifischen Lösungen. Aufgrund kurzer Lieferzeiten und der hohen Dynamik der Auftragslast wird von den intralogistischen Systemen gefordert, dass sie sich schnell auf veränderte Restriktionen und Anforderungen einstellen können. Die deutsche Intralogistik muss sich deshalb in organisatorischer und vor allem in technischer Hinsicht zu einer anforderungsgerechten, situationsgerechten und anpassungsfähigen Logistik wandeln, um auf dem Markt präsent zu bleiben.

Derzeit werden Intralogistiksysteme und deren Module nur über wenige, zumeist statische Kenngrößen, wie zum Beispiel Durchsatz und Artikelstammdaten, beschrieben. Dies hat eine relativ statische Gestaltung von Materialflusssystemen zur Folge. Diese sind nicht selten stärker durch bauliche Restriktionen als durch den Kundennutzen festgelegt. Ein typisches Merkmal von Intralogistiksystemen ist, dass sie aus einer hohen Anzahl wiederkehrender Module und Elemente bestehen. Deren Anordnung erfolgt zwar applikationsspezifisch, sie werden jedoch nicht applikationsspezifisch und kontextsensitiv gestaltet und betrieben. Aufgrund dessen fordern die Nutzer dieser Anlagen zunehmend neue Lösungsansätze, die diesen Rahmenbedingungen Rechnung tragen /SFB07/.

Bei der Entwicklung neuer Lösungsansätze sollen die intralogistischen Anlagen nicht nur bezüglich ihrer Fertigung betrachtet werden. Stattdessen soll vielmehr die gesamte Lebensdauer dieser Anlagen berücksichtigt werden, denn eine ausschließliche Berücksichtigung der Realisierungsphase kann nicht die Potentiale bereithalten, welche intralogistische Anlagen auf Dauer wettbewerbsfähig werden lassen. Die Auslegung von Intralogistikanlagen sollte deshalb vorausschauend erfolgen, wobei auch der Betrieb der Anlagen abgebildet wird /SFB09/.

Erschwerend kommen die lediglich kurzen Realisierungszeiten, die für die Auslegung und den Aufbau der Anlagen zur Verfügung stehen, hinzu. Auf Grund dessen hat sich für diese Anlagen das Baukastensystem bewährt. Die einzelnen Module einer Stetigförderanlage lassen sich je nach gefordertem Layout nahezu beliebig zusammensetzen. Eine Umfrage bei Betreibern solcher Anlagen hat jedoch ergeben, dass die angebotenen Baukastensysteme zu grob unterteilt sind. Würden feiner untergliederte Baukastensysteme angeboten, so könnten die Anlagen deutlich besser an die Kundenanforderungen angepasst werden. Dies würde einen Wettbewerbsvorteil gegenüber anderen Herstellern darstellen.

Aus den genannten Gründen ist die Erarbeitung eines Auslegungstools für Intralogistiksysteme, welches die zuvor genannten Aspekte berücksichtigt, von entscheidendem Interesse. Die

Erforschung auslegungsrelevanter Größen dieser Anlagen und deren Abhängigkeit von Anlagen- und Betriebsparametern kann dazu beitragen, intralogistische Systeme in technischer Hinsicht anforderungsgerechter, situationsgerechter und anpassungsfähiger zu gestalten.

### 3.2 Zielsetzung

Ausgehend von der aufgezeigten Problemstellung wird im Rahmen dieser Arbeit als Zielsetzung die Erarbeitung eines Auslegungstools verfolgt. Anhand dieses Tools sollen die freien Parameter von intralogistischen Systemen so gewählt werden können, dass es möglich wird, diese Anlagen applikationsspezifisch und kontextsensitiv zu gestalten und zu betreiben. Diese Arbeit beschränkt sich dabei auf die Erarbeitung eines Auslegungstools für Rollenförderer. Die Einschränkung ist erforderlich, da es aufgrund der großen Vielfältigkeit intralogistischer Systeme nicht möglich ist, ein allgemeingültiges Auslegungstool zu erarbeiten. Zudem ist ein Anlagentyp als Beispielanlage zu wählen, da die Erarbeitung dieses Tools die Durchführung von Versuchen an einem konkreten Demonstrator voraussetzt. Der Anwendungsbereich des Auslegungstools wird dabei weiter herunter gebrochen auf die Fördergerade des Rollenförderers. Dabei handelt es sich um das am häufigsten eingesetzte Grundelement des Rollenförderers. Erkenntnisse bezüglich der Auslegung dieses Moduls können durch ingenieurwissenschaftliche Überlegungen auf die anderen Module übertragen werden.

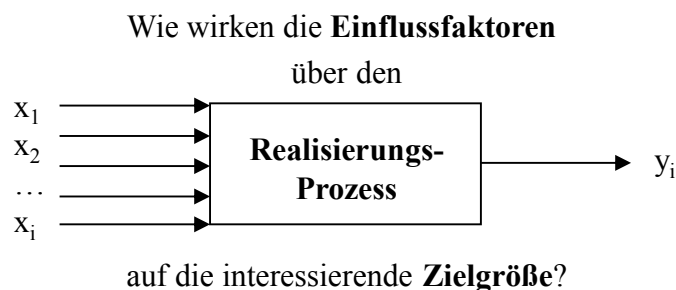
Wie sich dem Stand der Technik entnehmen lässt, weist die Rollenfördergerade Parameter auf, die im Vorfeld vom Hersteller eingestellt werden, an sich aber relativ frei wählbar sind. Dabei handelt es sich zum Beispiel um die Tragrollenteilung, die Anlagengeschwindigkeit und das Antriebskonzept. Eine Berücksichtigung des Gewichts der einzelnen Förderbehälter erfolgt bei der Auslegung nicht. Es werden lediglich der Durchsatz berücksichtigt und ein maximal zulässiges Einzelgewicht aufgrund der Behälterart angegeben. Welche Auswirkungen die Parameterwerte jedoch auf den Förderprozess und die Belastung der Fördermodulkomponenten haben, ist im Detail nicht bekannt. So wird lediglich angegeben, dass das Fördergut stets von drei Tragrollen gestützt werden sollte und dass mit der Anzahl der tragenden Rollen die Gleichförmigkeit der Förderbewegung zunimmt. Zudem neigen Kunden dazu, in ihrer Anforderungsliste für die Förderanlage die höchst mögliche Anlagengeschwindigkeit zu fordern. In vielen Fällen ist dies jedoch nicht erforderlich und hat sogar negative Effekte zur Folge. So tritt zum Beispiel zwischen den Tragrollen und dem Förderbehälter stets eine Relativgeschwindigkeit auf. Vorüberlegungen lassen vermuten, dass dieser Schlupf mit zunehmender Anlagengeschwindigkeit ansteigt, wodurch die Effizienz der Anlage verringert würde. Die Anlagengeschwindigkeit hat neben der Tragrollenteilung wahrscheinlich ebenfalls einen Einfluss auf die Gleichförmigkeit der Förderbewegung. Je gleichförmiger der Förderprozess ist, umso geringer sind die Erschütterungen, die das Fördergut während der Beförderung auf den Tragrollen erfährt. Ist keine ausreichende Ladungssicherung vorgesehen, können die Erschütterungen dazu führen, dass der Förderinhalt innerhalb des Behälters wandert, was zu erhöhten dynamischen Kräften führen kann.

In dieser Arbeit soll deshalb ein Auslegungstool entwickelt werden, anhand dessen die freien Parameter einer Rollenfördergerade und die Beladung der verwendeten Förderbehälter zugunsten eines gleichförmigen Förderprozesses gewählt werden können. Zusätzlich soll dazu beigetragen werden, eine unnötige Überdimensionierung des Fördermoduls zu vermeiden, indem die Auslegung nicht mehr länger anhand von statischen, sondern dynamischen Kenngrößen erfolgt. Dabei wird keine Weiterentwicklung oder Anpassung einzelner Komponenten vorgenommen, stattdessen wird das gesamte Fördermodul betrachtet. Dabei ist auf eine sinnvolle Reduzierung redundanter Komponenten zu achten.

### 3.3 Vorgehensweise

Bei dem zu entwickelnden Auslegungstool wird es sich um mathematische Modelle handeln, die das Systemverhalten des Förderprozesses und die Belastung des Fördermoduls quantitativ beschreiben. Die Modelle werden anhand von Versuchsergebnissen aufgestellt, die an einem Demonstrator gemessen werden. Aussagen über Effekte und Modellvorhersagen müssen reproduzierbar sein, da, basierend darauf, Entscheidungen getroffen werden. Messwerte sind jedoch fehlerbehaftet. Dies führt zu fehlerbehafteten Effekten und Koeffizienten, die wiederum zu fehlerbehafteten Vorhersagen führen. Die Fehler bei der Messwertaufnahme ziehen sich demnach unausweichlich durch den gesamten Prozess. Ein Einsatz der Statistik ermöglicht, trotz zufällig fehlerbehafteter Messdaten, reproduzierbare Aussagen zu treffen. Eine gezielte Planung der Versuche gewährleistet, dass mit möglichst wenig Aufwand möglichst viele reproduzierbare Ergebnisse erzielt werden. Anhand dieser Daten werden mit Hilfe der Statistik signifikante, also reproduzierbare, Aussagen ermittelt /ORT/. Aus diesem Grund werden bei der Entwicklung der Auslegungsmodelle Methoden der Statistischen Versuchsplanung genutzt.

Die Fragestellung der Statistischen Versuchsplanung ist in **Abbildung 21** graphisch dargestellt. Voraussetzung für die Nutzung der statistischen Versuchsplanung sind aussagekräftige Ereignisse, da mit Hilfe von Experimenten Ergebnisse beschafft werden. Durch gezielte Steuerung von Faktoren und den Einsatz statistischer Analysemethoden wird der Einfluss der Faktoren auf die Zielgröße festgelegt /GEI08/, /WIE10a/. Durch die Berücksichtigung der Statistik ist eine Absicherung gegen Fehlentscheidungen und eine Geringhaltung des Versuchsumfangs möglich. Das Ziel der Untersuchung ist ein mathematisches Modell, mit dem der Zusammenhang zwischen der jeweiligen Zielgröße und den Einflussgrößen beschrieben wird.



**Abbildung 21:** Fragestellung der statistischen Versuchsplanung /GEI08/

In **Abbildung 22** ist die Vorgehensweise der Statistischen Versuchsplanung strukturiert dargestellt. Dabei legen die Anwendervorgaben den Versuchsplan fest. Das Vorgehen zur Aufstellung des Versuchsplans untergliedert sich in die Schritte „Beschreibung der Ausgangssituation“, „Festlegung des Untersuchungsziels“, „Festlegung der Zielgrößen und Einflussfaktoren“ und „Festlegung der Faktorstufen“. Liegt der fertige Versuchsplan vor, so erfolgt die Versuchsdurchführung. Anhand der Versuchsergebnisse werden die (statistische) Versuchsauswertung und die Interpretation der Ergebnisse vorgenommen. Die Ergebnisse dieses Schrittes werden dahingehend bewertet, ob das gewünschte Untersuchungsziel schon erreicht ist, oder ob ein weiterer Versuchsplanungsschritt notwendig ist. In der Versuchsplanung hilft statistisches Wissen bei der Auswahl des relevanten Wissens über das Anwendungsproblem, des Versuchsplans und der Auswertungsstrategie sowie bei der Bewertung der Auswertungsergebnisse /WEI99/, /KLE09/.

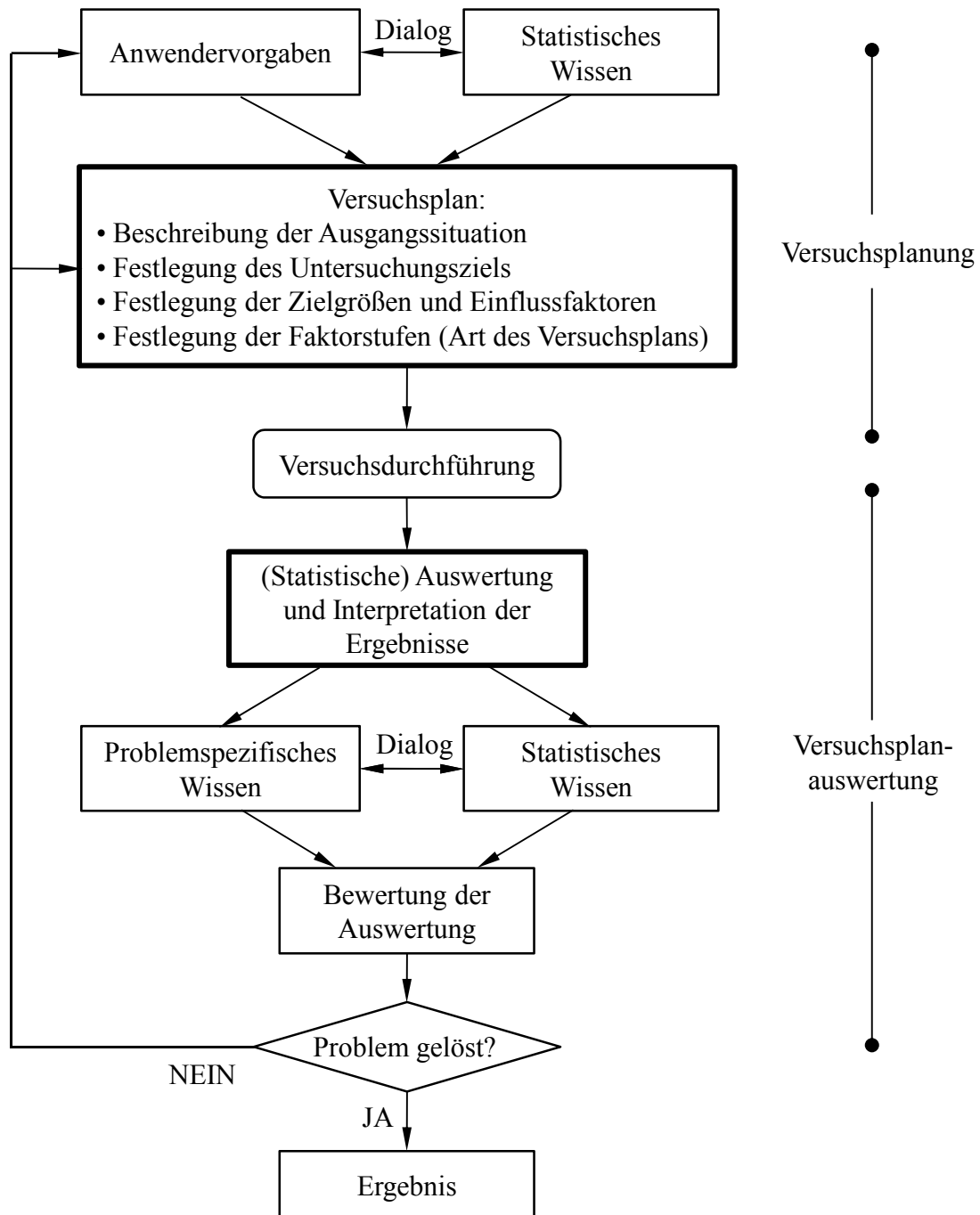


Abbildung 22: Versuchsplanungsstruktur, i. A. a. /WEI99/, /KLE08/

Die Statistische Versuchsplanung hat ihre eigene Sprache. Aus diesem Grund werden an dieser Stelle die wichtigsten Begriffe definiert. „*Zielgrößen* beschreiben das Ergebnis eines Versuchs. Zielgrößen können Messwerte sein, aber auch Größen, die aus einem oder mehreren Messwerten errechnet werden. Bei einem Versuch können mehrere Zielgrößen bestimmt werden“. „*Einflussgrößen* sind Größen, die die Versuchsergebnisse (Zielgrößen) möglicherweise beeinflussen“. „Aus der Vielzahl der Einflussgrößen werden für den Versuch die vermuteten wesentlichen Einflussgrößen ausgewählt. Diese für den Versuch ausgewählten Einflussgrößen heißen *Faktoren*“. „Nach der Auswahl der Faktoren muss festgelegt werden, welche Werte die Faktoren im Versuch annehmen sollen. Diese ausgewählten Werte werden als *Faktorstufen* bezeichnet“ /KLE09/. Zwischen zwei Faktoren können Synergismen oder Antagonismen bestehen. Diese werden 2-Faktor-Interaktionen genannt. Eine Interaktion zwischen zwei Faktoren ist vorhanden, wenn der Effekt des einen Faktors von dem Niveau

des anderen Faktors abhängt. Es können auch Interaktionen zwischen mehr als zwei Faktoren auftreten /WEI99/. Das Maß für den Einfluss eines Faktors auf das Versuchsergebnis bzw. die Zielgröße wird Effekt genannt /KLE09/.

Für die Erreichung der Zielsetzung werden in dieser Arbeit zunächst aussagekräftige Zielgrößen definiert. Dabei ist darauf zu achten, die Zielgrößen dahingehend zu wählen, dass bei der Auslegung des Fördermoduls eine Berücksichtigung der Betriebsphase und eine anforderungs- und situationsgerechte sowie anpassungsfähige Gestaltung ermöglicht werden. Um für die mathematischen Modelle die Faktoren auszuwählen, deren Berücksichtigung zur Systemabbildung erforderlich ist, wird eine geeignete Versuchsreihe durchgeführt. Für die Versuchsdurchführung wird ein Demonstrator aufgebaut und ein Messsystem entwickelt. Sind die entscheidenden Einflussfaktoren bekannt, so wird, gegebenenfalls anhand einer weiteren Versuchsreihe, für jede Zielgröße ein Modell entwickelt, welches den Zusammenhang zwischen den Zielgrößen und Faktoren abbildet. Die Modelle basieren auf den Versuchsergebnissen, welche mit dem Messsystem während des Förderprozesses ermittelt werden. Bei der Planung, Durchführung und Auswertung der Versuchsreihen werden die zuvor genannten Schritte der Versuchsplanungsstruktur berücksichtigt. Im Anschluss an die Entwicklung der Modelle werden diese anhand weiterer Versuche validiert. Dazu dienen erneut der Demonstrator und das Messsystem. Abschließend werden die Zielgrößen in zwei Anwendungsbeispielen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Einsatzbedingungen optimiert. Daran wird verdeutlicht, wie die entwickelten Modelle bei der Auslegung eines Rollenfördermoduls eingesetzt werden können.

Die Entwicklung der mathematischen Modelle als beispielhaftes Auslegungstool erfolgte im Rahmen des Teilprojekts B1 „Anforderungs- und instandhaltungsgerechtes Werkstoff- und Geometriedesign für Materialflusssysteme der Produktionstechnik“. Bei diesem Teilprojekt handelt es sich um eines von zwölf Teilprojekten des Sonderforschungsbereichs 696 „Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen – Logistics on Demand“, welcher im Juli 2006 an der Technischen Universität Dortmund eingerichtet wurde. Dieses Forschungsvorhaben ist von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert worden.

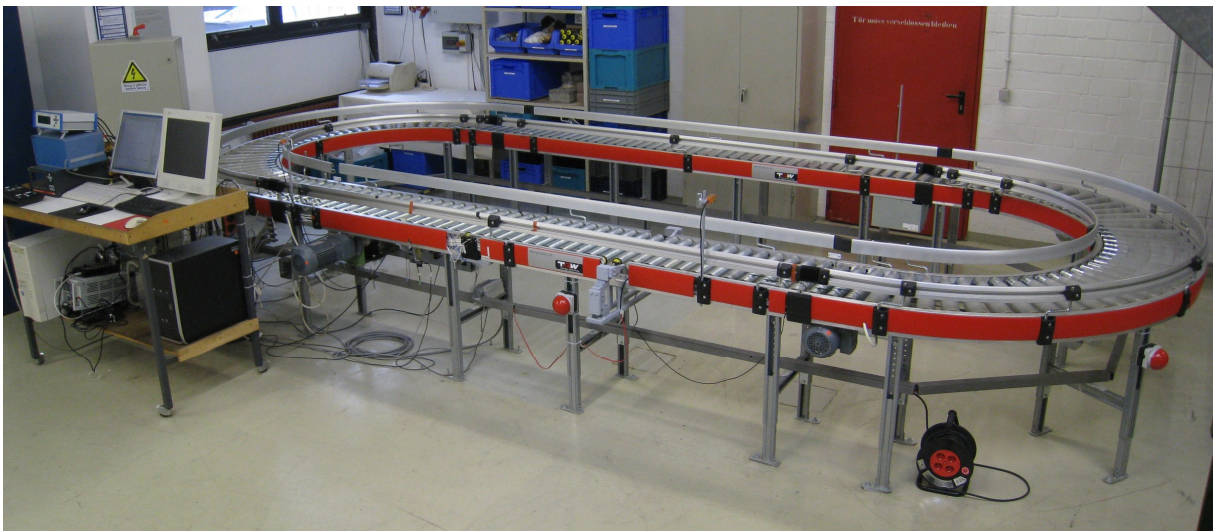


## 4 Demonstrator und Messkomponenten

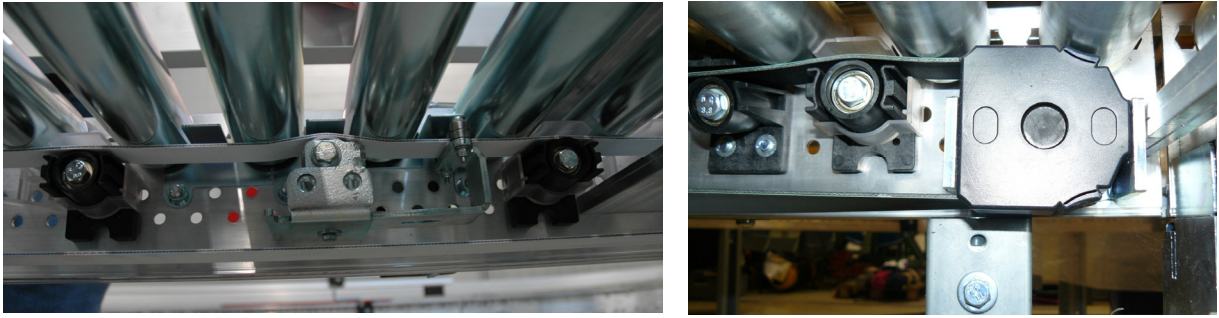
Voraussetzung zur Erarbeitung der mathematischen Modelle ist die Durchführung von Versuchen. Die Versuchsergebnisse bilden die Grundlage, anhand derer die Modelle aufgestellt werden. Aus diesem Grund ist es erforderlich, einen Demonstrator mit entsprechender Sensorik aufzustellen, anhand dessen der Einfluss von Anlagen- und Betriebsparametern auf die Anlagenkomponenten und den Förderprozess untersucht werden kann.

### 4.1 Demonstrator

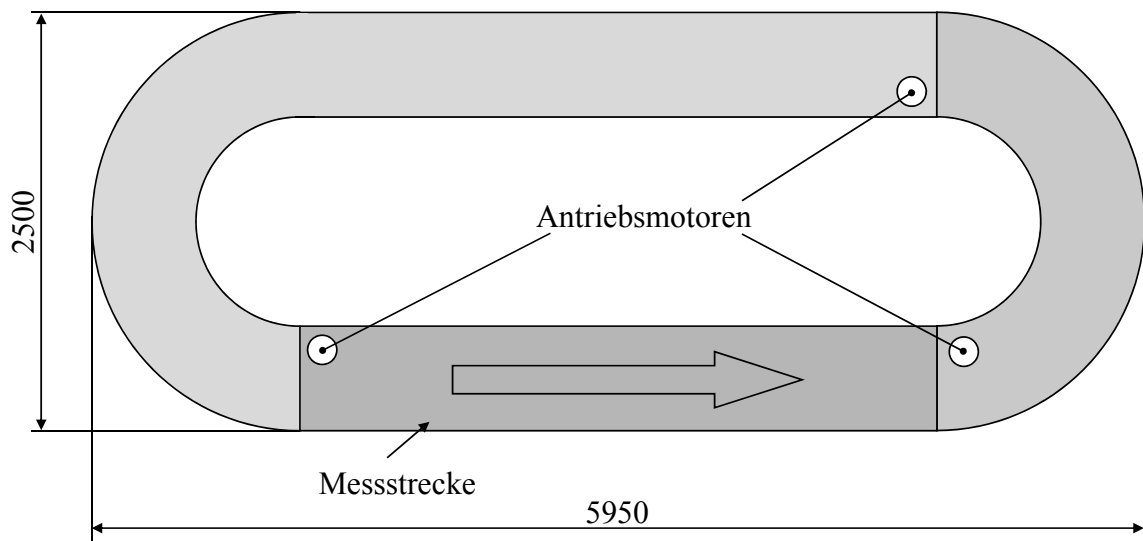
Die Versuchsanlage ist aus handelsüblichen Rollenfördermodulen aufgebaut. Sie besteht aus zwei Fördergeraden und zwei 180°-Kurven (vgl. **Abbildung 23**). Da sich die Untersuchung auf die Komponenten bzw. Module einer Rollenförderanlage beschränkt, ist eine Gerade des Demonstrators als Messstrecke gewählt worden. Die Gerade stellt das am häufigsten eingesetzte Grundmodul eines Rollenförderers dar. Ausgehend von der Geraden kann ein Großteil der Ergebnisse auf andere Module übertragen werden. Die restlichen Module des Demonstrators dienen dazu, einen kontinuierlichen Förderstrom aufrecht zu erhalten und die Fördergüter an den Beginn der Messstrecke zurück zu transportieren. Die Module werden über einen Flachriemen angetrieben, der unterhalb der Tragrollen verläuft und der mittels Andrückrollen an diese angepresst wird (vgl. **Abbildung 24**, links). Am Ende des Fördermoduls wird der Flachriemen über eine Umlenkrolle unterhalb der Tragrollen zurückgeführt (**Abbildung 24**, rechts). Der Demonstrator verfügt über drei unabhängig voneinander angetriebene Sektionen (vgl. **Abbildung 25**). Mit dieser Anordnung der Antriebsmotoren ist es möglich, die Messstrecke separat anzutreiben. Somit kann ein Einfluss der übrigen Module auf diese Gerade ausgeschlossen werden. Die Antriebsmotoren der Module werden über Frequenzumrichter angesteuert. Die Frequenz der Umrichter ist stufenlos zwischen  $f = 20$  Hz und  $f = 70$  Hz einstellbar. Auf diese Weise lassen sich Anlagengeschwindigkeiten zwischen  $v = 0,3$  m/s und  $v = 1$  m/s realisieren /KÜN07a/.



**Abbildung 23:** Demonstrator, bestehend aus zwei Fördergeraden und zwei 180°-Kurven /EGWI/



**Abbildung 24:** Antriebssystem mit Flachriemen; Andrückrollen (links) /KÜN09a/, Umlenkrolle (rechts) /EGWI/



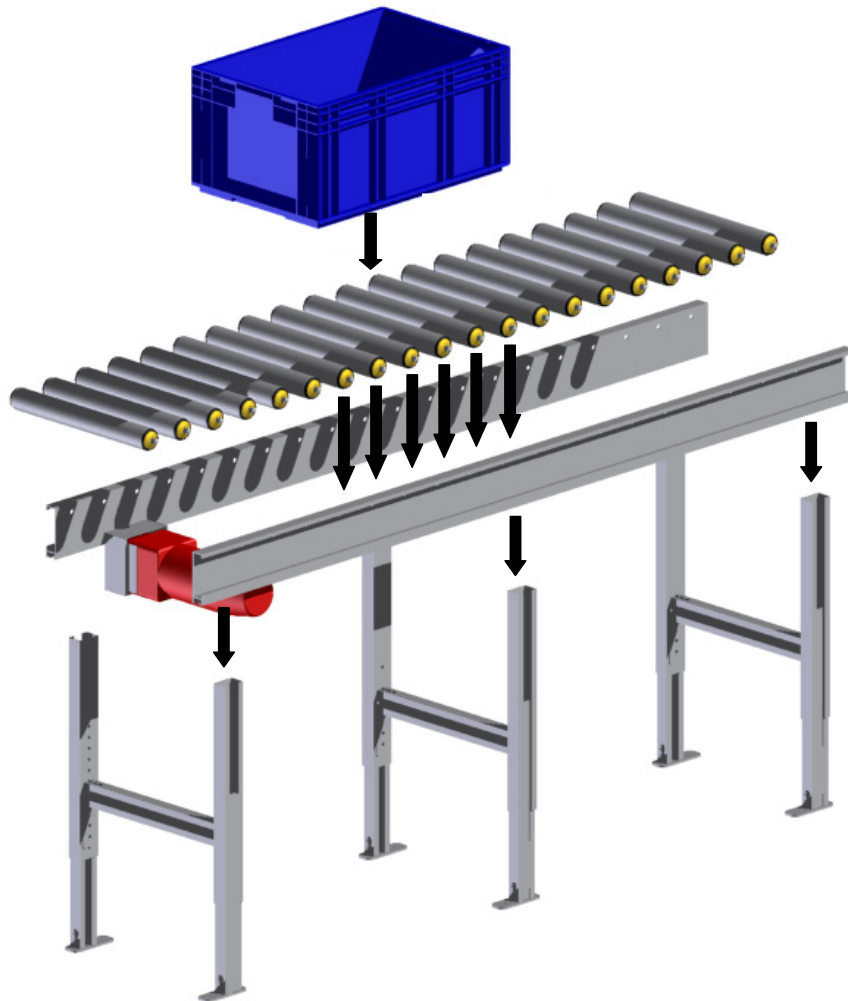
**Abbildung 25:** Visualisierung der angetriebenen Sektionen des Demonstrators /EGWI/

Der Demonstrator ist für Fördergüter ausgelegt, die eine Aufstellfläche von  $A = 600 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$  aufweisen. Die vom Hersteller eingestellte Tragrollenteilung beträgt  $t = 75 \text{ mm}$ , und die verwendeten Tragrollen weisen eine maximale Tragfähigkeit von  $1640 \text{ N}$  auf. Die Tragrollen haben eine Nennlänge von  $l = 420 \text{ mm}$  und einen Durchmesser von  $d = 50 \text{ mm}$ . Damit ergibt sich für den Demonstrator eine vom Hersteller angegebene zulässige Traglast von  $1000 \text{ N/m}$ .

Bei dieser Auslegung stützt sich der Hersteller jedoch vorwiegend auf Erfahrungswerte und statische Belastungen. Dabei werden relativ hohe konstruktive Sicherheitsfaktoren berücksichtigt, damit die Module den meist deutlich höheren dynamischen Kräften stand halten können. Wäre jedoch direkt bekannt, welche dynamischen Kräfte in ein jeweiliges Modul während des Förderprozesses eingeleitet werden, könnten die einzelnen Komponenten genau auf diese Belastung abgestimmt werden. Es wäre dann nicht länger erforderlich, unnötig überdimensionierte Anlagen zu produzieren.

Um die Belastung der Komponenten beurteilen zu können, soll zunächst der Kraftfluss innerhalb einer Fördergeraden betrachtet werden. Bei dem Rollenförderer erfolgt die Krafteinleitung in das Fördermodul durch die Förderbehälter (vgl. **Abbildung 26**). Diese werden von den Tragrollen gestützt und angetrieben, welche wiederum hintereinander in einem bestimmten Abstand angeordnet sind. Die Tragrollen sind in den Seitenprofilen befestigt, und die Seitenprofile werden von der Aufständigung getragen. Von dort wird die Kraft in das Fundament geleitet /KÜN10/, /WIE10d/. Da die Krafteinleitung in das Modul an den Tragrollen

erfolgt, sollen an dieser Stelle die dynamischen Kräfte ermittelt werden. Auf die Belastung der im Kraftfluss nachgelagerten Komponenten kann dann ebenfalls geschlossen werden. Als Zielgröße für das erste aufzustellende mathematische Modell soll die Belastung einer einzelnen Tragrolle untersucht werden.



**Abbildung 26:** Komponenten einer Rollenfördergeraden /EGWI/

Anhand eines weiteren Modells soll der Förderprozess selbst untersucht werden. Während der Beförderung des Förderguts auf einem Rollenförderer wird der Förderbehälter von den Tragrollen angetrieben. Passiert der Förderbehälter eine Tragrolle, so erfährt er durch diese Erschütterungen. Die Erschütterungen beeinträchtigen den Förderprozess. Je stärker und häufiger die Erschütterungen sind, umso stärker wird der Förderinhalt durch diese Erschütterungen belastet. Bei starken Erschütterungen ist teilweise eine zusätzliche Ladungssicherung erforderlich. Dadurch wird verhindert, dass der Förderinhalt im Behälter wandert, was zu höheren dynamischen Effekten und zu verstärkter Geräuschemission führen kann. Die Beeinflussung des Förderprozesses durch die Erschütterungen soll deshalb ebenfalls untersucht werden.

Der Anlagenhersteller gibt eine Anlagengeschwindigkeit an, die mit der Geschwindigkeit gleichgesetzt wird, die vom Fördergut erreicht wird. Dabei wird jedoch idealisiert angenommen, dass kein Schlupf im System vorherrscht. In diesem Fall wären die Umfangsgeschwindigkeit der Antriebsriemenscheibe, die Geschwindigkeit des Flachriemens, die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrollen und die Geschwindigkeit des Förderguts identisch. Tatsächlich verringert sich die Geschwindigkeit von der Antriebsriemenscheibe ausgehend bis zum Fördergut stückweise überall dort, wo reibschlüssig eine Kraftübertragung auf eine andere Kom-

ponente erfolgt, da an diesen Stellen Schlupf entsteht. Hier wird Energie dissipiert, die der Transportaufgabe nicht zur Verfügung steht. Überall dort, wo an der Kraftübertragung der Flachriemen beteiligt ist, ist von einem relativ geringen Schlupf auszugehen, da stets ein Umschlingungswinkel  $\beta$  vorherrscht und der Riemen eine bezüglich der reibschlüssigen Kraftübertragung optimierte Oberfläche besitzt. Zwischen den Tragrollen und dem Fördergut besteht jedoch lediglich eine tangentielle Berührung. Zudem besteht in den meisten Einsatzfällen der Tragrollenmantel aus verzinktem Stahl und der Förderbehälter aus Kunststoff, weshalb in der Kontaktzone ein relativ geringer Gleitreibbeiwert vorliegt. Deshalb wird angenommen, dass an dieser Stelle der größte Schlupfanteil im Gesamtsystem entsteht. Um die Effizienz des Förderprozesses beurteilen zu können, sollen die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrollen, weiterhin als Anlagengeschwindigkeit bezeichnet, und die Geschwindigkeit des Förderbehälters verglichen werden. Diese Größen werden in einem dritten Modell abgebildet.

Damit ergeben sich drei mathematische Modelle, die in dieser Untersuchung aufgestellt werden sollen. Sie dienen dazu, die Belastung der Komponenten, insbesondere der Tragrollen, die Erschütterung des Förderguts und die Relativbewegung zwischen den Tragrollen und dem Förderbehälter in Abhängigkeit unterschiedlicher Einflussfaktoren prognostizieren zu können. Bei der Auslegung von Rollenfördermodulen kann eine Berücksichtigung dieser Modelle zugunsten des Anlagenbetreibers zu einer höheren Effizienz beitragen und dadurch dem Hersteller einen Marktvorteil verschaffen. Zur Aufnahme der Versuchsergebnisse ist ein Messsystem entwickelt worden. Dieses besteht aus zwei stationären Messkomponenten, die in die Messstrecke integriert wurden, und einer mobilen Messkomponente. Diese Messkomponenten werden in den folgenden Unterkapiteln näher erläutert.

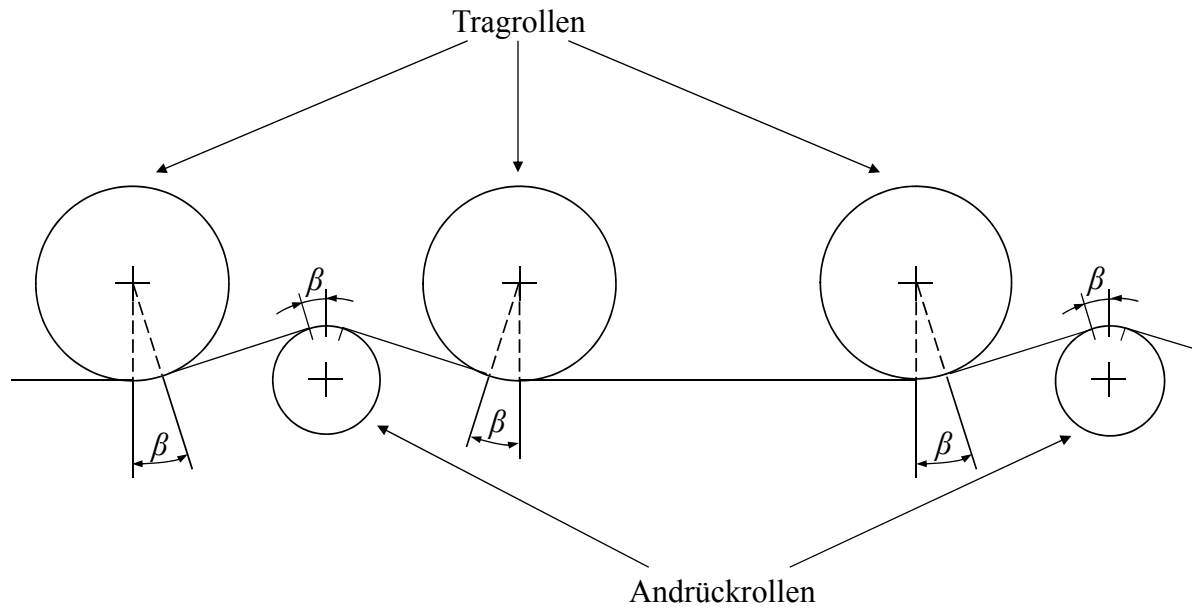
## 4.2 Kraftmesstragrolle

Es ist eine geeignete Messkomponente zu entwickeln, anhand der die Kräfte gemessen werden können, die während des Förderprozesses auf eine Tragrolle wirken. Dazu wird zunächst ermittelt, durch welche Kraftkomponenten eine Tragrolle belastet wird. Die Tragrolle wird in einem ersten Schritt freigeschnitten. Dabei werden die folgenden Annahmen getroffen:

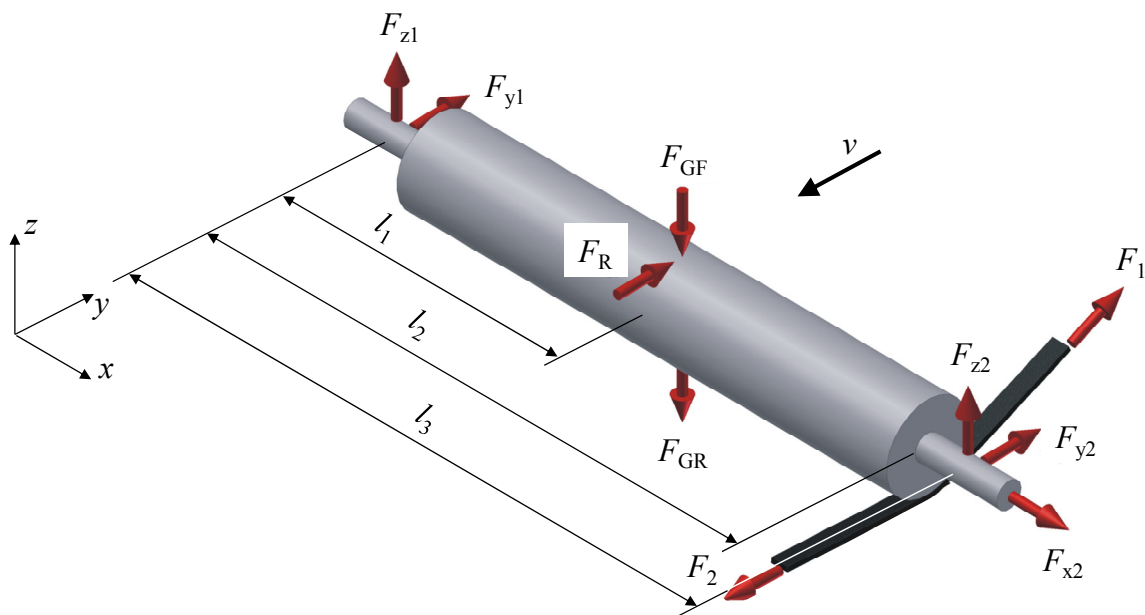
- Die Auflagerkräfte greifen an der Mittellinie der Achsenden an.
- Die Streckenlast des Förderguts und die Gewichtskraft der Tragrolle werden als Punktlast in der Mitte der Tragrollenlänge angesehen.

Die Tragrollen werden über einen Flachriemen angetrieben. Der Flachriemen wird durch Andrückrollen von unten an die Tragrollen angepresst. Dazu sind die Andrückrollen mittig zwischen zwei Tragrollen angeordnet. Bei einer Tragrollenteilung von  $t = 75$  mm wird jedoch nur nach jeder zweiten Tragrolle eine Andrückrolle vorgesehen. Dies ist zur Kraftübertragung ausreichend und hält den Reibwiderstand gering. Die Oberkante der Andrückrollen liegt höher als die Unterkante der Tragrollen (vgl. **Abbildung 27**). Dadurch wird ein geringer Umschlingungswinkel  $\beta$  des Flachriemens um die Tragrollen erzeugt.

Die Vorspannung und die Zugkraft des Flachriemens in Kombination mit dem Umschlingungswinkel  $\beta$  erzeugen eine Kraft, die auf die Tragrolle wirkt. Diese Kraft lässt sich in zwei Komponenten zerlegen. Die eine Kraftkomponente wirkt auf die Tragrolle in Form einer Druckkraft, und die andere Komponente wirkt als Tangentialkraft, die eine Drehbewegung der Tragrolle erzeugt. Da der Umschlingungswinkel  $\beta$  sehr klein ist, wird die Annahme getroffen, dass die Resultierende stets im unteren mittleren Punkt des Tragrollenmantels angreift. Die räumliche Lage der resultierenden Kraft hängt von der Position der Andrückrolle ab. Diese kann in Förderrichtung vor oder hinter der betrachteten Rolle liegen (vgl. **Abbildung 28** und **29**). Aus diesem Grund wird eine Fallunterscheidung vorgenommen.



**Abbildung 27:** Anordnung der Tragrollen und Andrückrollen mit Umschlingungswinkel  $\beta$  /EGWI/  
 1. Fall: Die Andrückrolle befindet sich in Förderrichtung vor der Tragrolle (vgl. **Abbildung 28**).



**Abbildung 28:** Kräfteschaubild der Tragrolle; Andrückrolle in Förderrichtung vor der Tragrolle /EGWI/

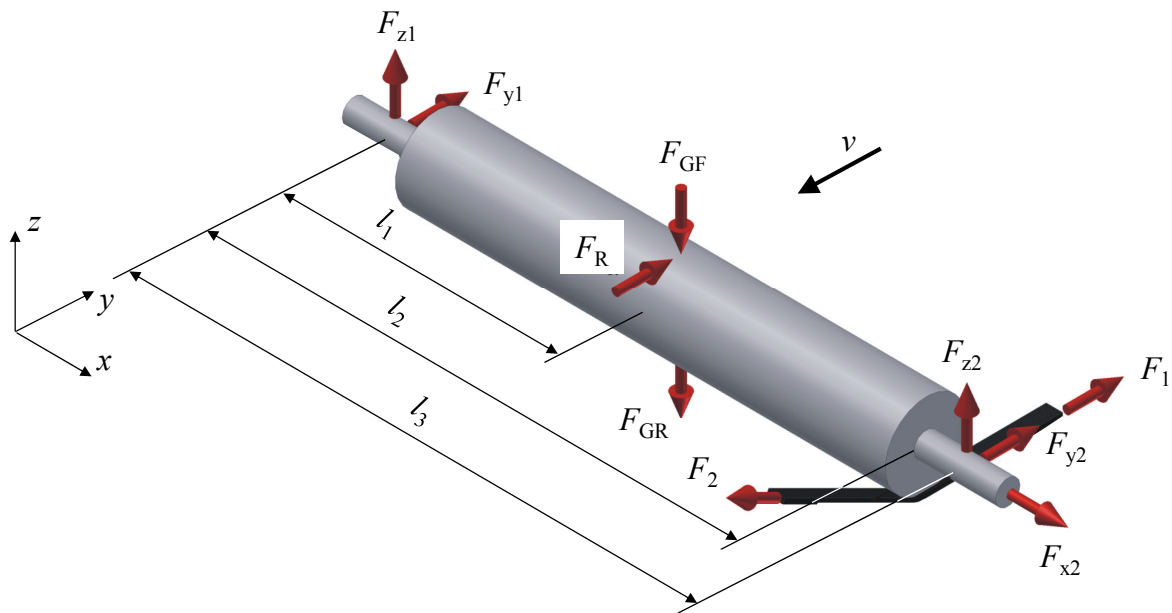
In diesem Fall wirken die folgende Tangential- und Achskraft:

$$\text{Tangentialkraft:} \quad F_t = F_1 \cdot \cos \beta - F_2 \quad (4.1)$$

$$\text{Radialkraft:} \quad F_r = F_1 \cdot \sin \beta \quad (4.2)$$



2. Fall: Die Andrückrolle befindet sich in Förderrichtung hinter der Tragrolle (vgl. **Abbildung 29**).



**Abbildung 29:** Kräfteschaubild der Tragrolle; Andrückrolle in Förderrichtung hinter der Tragrolle /EGWI/

In diesem Fall ergeben sich die Kräfte:

$$\text{Tangentialkraft:} \quad F_t = F_1 - F_2 \cdot \cos \beta \quad (4.3)$$

$$\text{Radialkraft:} \quad F_r = F_2 \cdot \sin \beta \quad (4.4)$$

Aus diesen Kraftkomponenten lässt sich der nachfolgende Kräfte- und Momentenansatz aufstellen:

Kräfteansatz:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{y1} \\ F_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_{GR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_R \\ -F_{GF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_t \\ F_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Momentenansatz:

$$\sum \vec{M}_1 = \vec{0} = \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ d/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ F_R \\ -F_{GF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_{GR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ -d/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ F_t \\ F_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Die maximale Kraft im Lasttrum lässt sich über die Seilreibungsformel nach Eytelwein bestimmen:

$$F_{1\max} = F_2 \cdot e^{\mu_G \cdot \beta} \quad (4.7)$$

Dabei beschreibt  $\mu_G$  den Gleitreibbeiwert und  $\beta$  den Umschlingungswinkel.

Für die Auflagerkräfte ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$F_{x2} = 0 \quad (4.8)$$

$$F_{y1} = F_R \left( \frac{l_1}{l_3} - 1 \right) + F_t \left( \frac{l_2}{l_3} - 1 \right) \quad (4.9)$$

$$F_{z1} = F_{GR} \left( 1 - \frac{l_1}{l_3} \right) + F_{GF} \left( 1 - \frac{l_1}{l_3} \right) + F_r \left( \frac{l_2}{l_3} - 1 \right) \quad (4.10)$$

$$F_{y2} = -F_R \cdot \frac{l_1}{l_3} - F_t \cdot \frac{l_2}{l_3} \quad (4.11)$$

$$F_{z2} = F_{GR} \cdot \frac{l_1}{l_3} + F_{GF} \cdot \frac{l_1}{l_3} - F_r \cdot \frac{l_2}{l_3} \quad (4.12)$$

In diesen Gleichungen stehen die Formelzeichen  $F_x$ ,  $F_y$  und  $F_z$  für die Auflagerkräfte.  $F_{GF}$  bezeichnet die Gewichtskraft des Förderbehälters,  $F_{GR}$  die Gewichtskraft der Tragrolle und  $F_R$  die Reibkraft, die am Tragrollenmantel durch den Förderbehälter angreift.

Außerdem gilt:

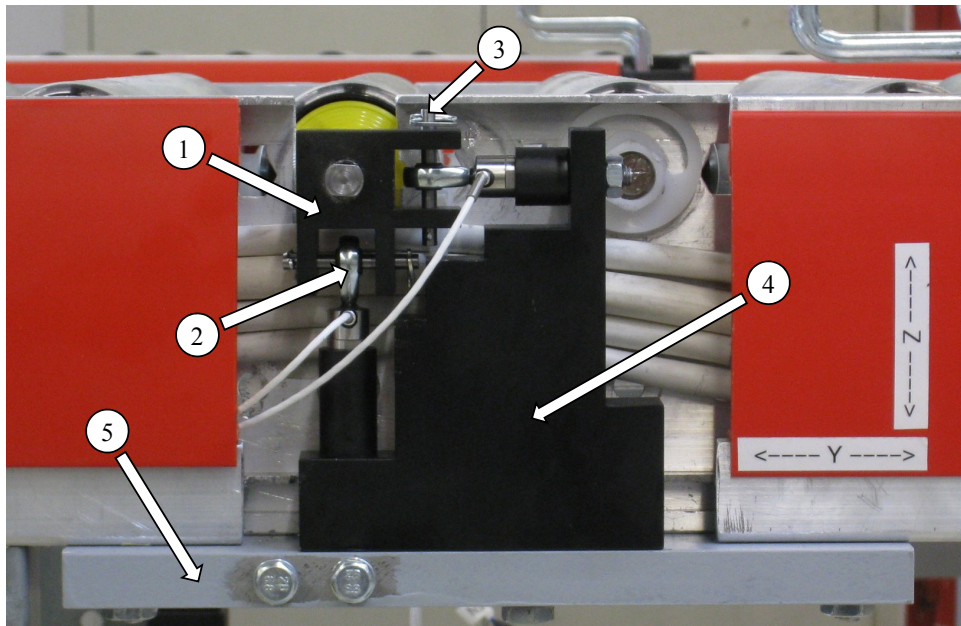
$$F_t = F_R \quad (4.13)$$

Anhand der zuvor aufgestellten Gleichungen kann eine grobe Abschätzung der Auflagerkräfte vorgenommen werden. Anhand dieser Werte lassen sich geeignete Kraftsensoren auswählen, die in die Messkomponente zur Kraftmessung integriert werden sollen /EGWI/.

Da nicht zu vermuten ist, dass während des Förderprozesses größere Kräfte in der Richtung  $F_x$  (entlang der Achse, vgl. **Abbildung 29**) auftreten, werden lediglich Sensoren zur Aufnahme der Kräfte in Richtung  $F_y$  (Förderrichtung) und  $F_z$  (Erdbeschleunigung) vorgesehen. Zur Kraftmessung sind DMS-Kraftsensoren ausgewählt worden. Bei diesen Sensoren ist durch Einbauvorkehrungen darauf zu achten, dass keine Querkräfte und Momente auf die Sensoren wirken. Bei der Wahl der Kraftaufnehmer ist darüber hinaus zu berücksichtigen, dass sie sowohl über einen positiven als auch einen negativen Messbereich verfügen. Dies ist wichtig, da die Tragrollen in Richtung der Erdbeschleunigung mit der Gewichtskraft des Förderguts und der Tragrolle und entgegen der Erdbeschleunigung mit der Vorspannkraft des Flachriemens belastet werden. Diese Kräfte sollen auch separat gemessen werden können.

Es werden jeweils zwei DMS-Kraftsensoren so an den beiden Achsenden einer Tragrolle montiert, dass die Kräfte in Förderrichtung und in Richtung der Erdbeschleunigung separat gemessen werden können /WIE10c/. Dazu wird ein Bauteil (1) konstruiert, das seitlich auf die Tragrollenachse gesteckt wird (vgl. **Abbildung 30**). Um ein Einwirken von Momenten zu vermeiden, verfügen die Sensoren über einen Gelenkkopf (2). Durch diesen Gelenkkopf wird ein Stift (3) gesteckt, wodurch der Sensor seitlich verschiebbar gelagert ist. Auf diese Weise können keine unzulässigen Querkräfte auf den Sensor wirken, wodurch gegebenenfalls das Messergebnis verfälscht würde. Die Stifte werden in das Bauteil, welches auf die Achse gesteckt wird (1), montiert und über Splintstifte gesichert. Durch diese Konstruktion ist der jeweilige Sensor nur in der Koordinatenrichtung festgelegt, in der die Kraftmessung erfolgen soll. Zur Aufnahme der Sensoren im Profil des Rollenförderers wird ein weiteres Bauteil (4) konstruiert. In dieses Bauteil werden die Sensoren eingeschraubt. Das Bauteil selbst wird auf einer Leiste (5) befestigt, welche von unten an die Profile der Messstrecke montiert wird. Die

Aufnahme ist kompakt gestaltet, auf diese Weise kann sie an beliebiger Stelle in die Messstrecke integriert werden. Außerdem ist weiterhin eine Tragrollenteilung von  $t = 75 \text{ mm}$  möglich /KÜN09a/, /KÜN10/, /WIE10d/.

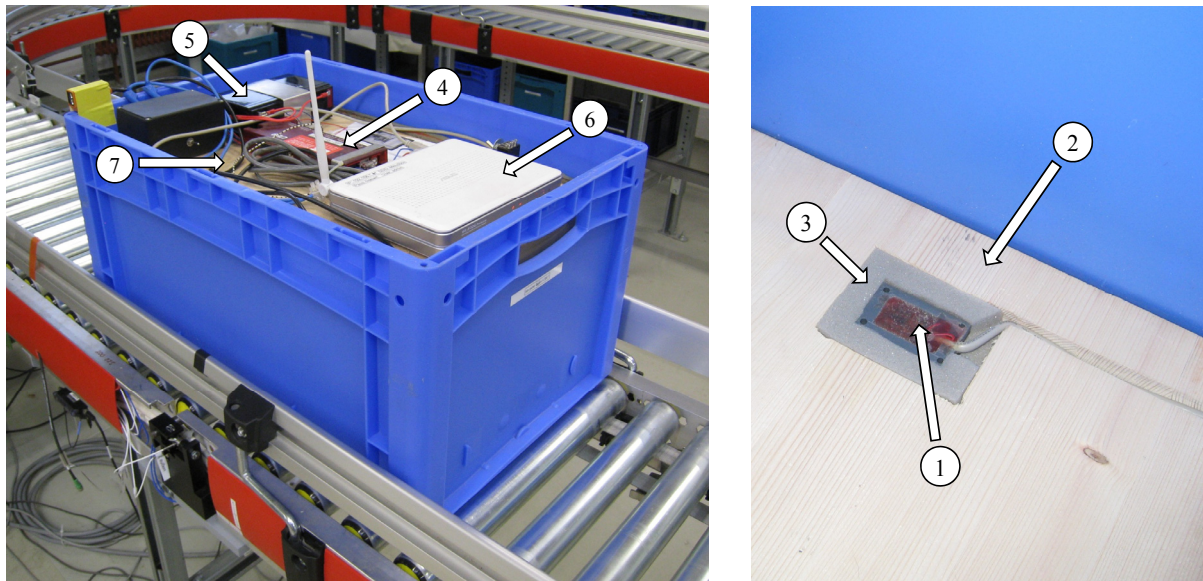


**Abbildung 30:** Kraftmesstragrolle; (1) Achsaufnahme, (2) Gelenkkopfsensor, (3) Stift, (4) Sensoraufnahme, (5) Leiste /KÜN10/, /WIE10d/

### 4.3 Messfördergut

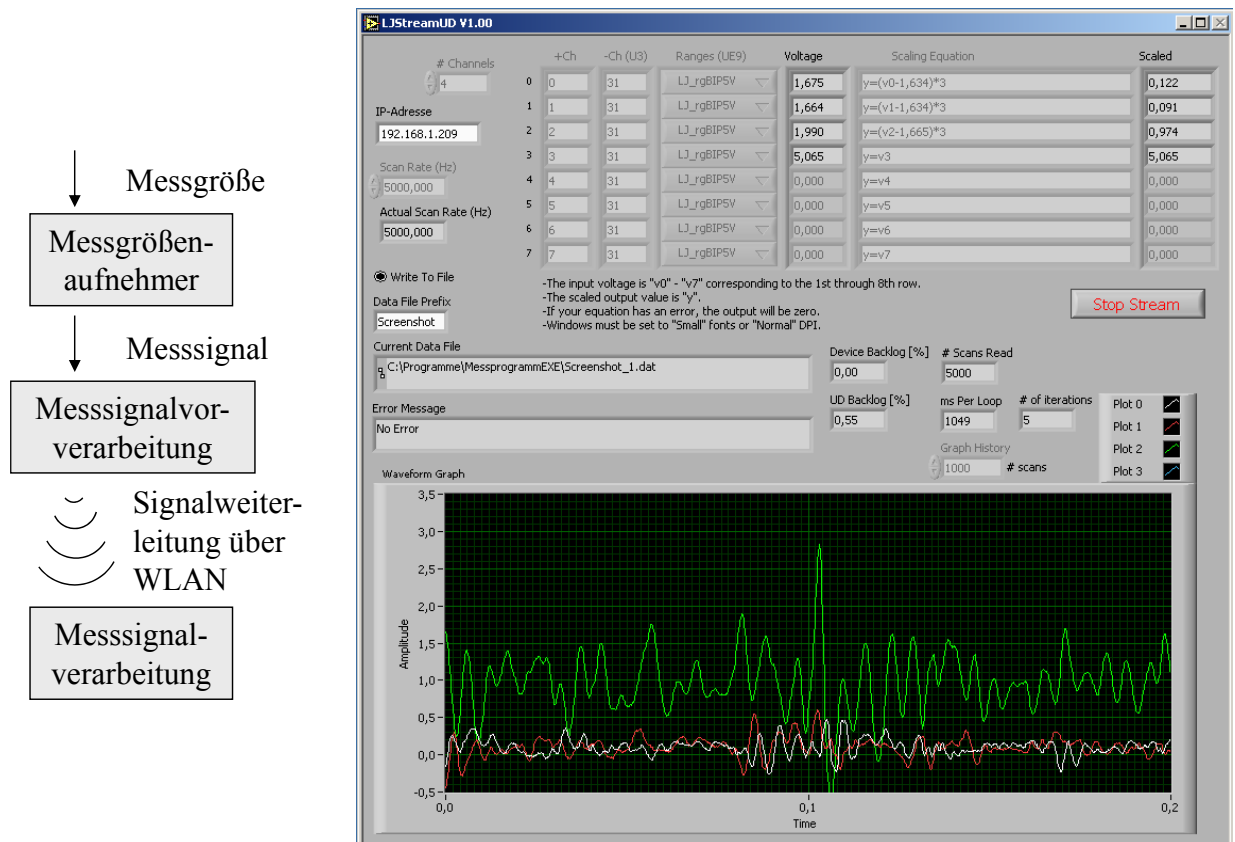
Anhand einer mobilen Messkomponente sollen die Erschütterungen gemessen werden, die das Fördergut während des Transports auf dem Rollenförderer erfährt. Dazu ist ein handelsüblicher Kleinladungsträger (KLT) mit einem Dreiachsbeschleunigungssensor ausgestattet worden /KÜN07b/. Der Beschleunigungssensor (1) wird auf dem Boden des Messförderguts angeordnet (vgl. **Abbildung 31**, rechts). Um eine definierte und reproduzierbare Lage des Sensors auf der Bodenfläche zu gewährleisten, ist eine Holzplatte (2) mit einer Aussparung versehen worden. Diese Holzplatte wird zu unterst in den KLT eingelegt. In der Aussparung befindet sich der Beschleunigungssensor. Als Schutzfunktion, damit der Sensor nicht durch den Förderinhalt beschädigt wird, weist die Holzplatte eine etwas größere Wandstärke auf als die Höhe des Sensors. Der Beschleunigungssensor selbst ist in Schaumstoff (3) eingebettet. Die Schaumstoffeinlage dient als mechanischer Tiefpassfilter, mit dem Schwingungen sehr hoher Frequenz herausgefiltert werden. Damit die Messdaten des Sensors digital weiterverarbeitet werden können, wird in das Messfördergut eine Messkarte (4) integriert (vgl. **Abbildung 31**, links). Um die Messkarte mit Strom zu versorgen, wird ein Akku (5) vorgesehen. Die Messdaten sollen an einen Messrechner weitergegeben werden. Dazu dient ein WLAN-Router (6). Um ein ungestörtes Signal erzeugen zu können und die elektronischen Geräte vor dem Förderinhalt zu schützen, sollen diese, ebenfalls auf einer Holzplatte (7), oberhalb des Förderinhalts angeordnet werden. Aus diesem Grund wurde eine Holzkiste gefertigt. Diese wird in den KLT eingesteckt und liegt somit auf der Holzplatte zur Arretierung des Sensors auf. In die Holzkiste wird der Förderinhalt, in diesem Fall Sandsäcke mit definiertem Gewicht á 5 kg, eingelegt. Auf die Holzkiste wird die Holzplatte mit der darauf fixierten Elektronik aufgelegt. Um die elektronischen Geräte vor Erschütterungen zu schützen, wird die Holzplatte von unten und von den Seiten mit einer Schaumstoffmatte bezogen /EGWI/.





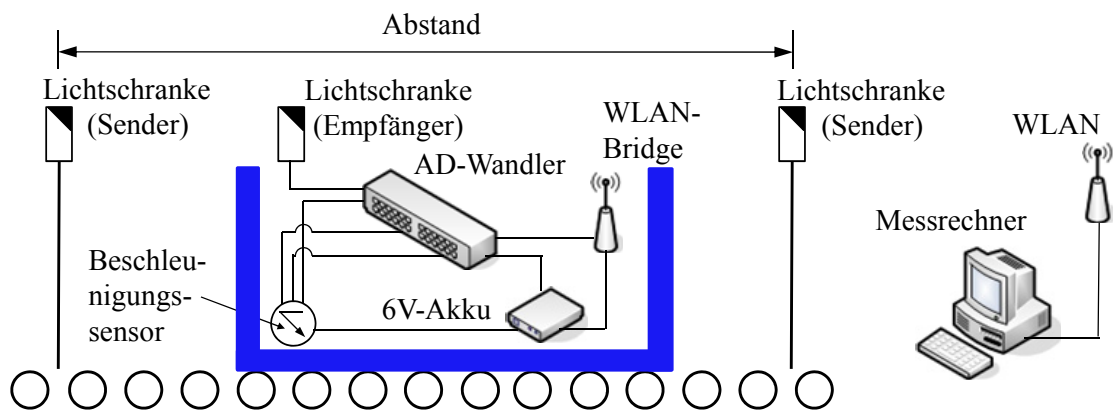
**Abbildung 31:** Messfördergut; (1) Beschleunigungssensor, (2) Holzplatte, (3) Schaumstoffeinlage, (4) Messkarte, (5) Akku, (6) WLAN-Router, (7) Holzplatte /EGWI/

In **Abbildung 32** ist die Messwertaufnahme durch das Messfördergut schematisch dargestellt (links), und es ist ein Screenshot einer Messung abgebildet (rechts). Um aussagekräftige Informationen aus den Messdaten ziehen zu können, sind diese anschließend in einer Software zur Datenaufbereitung auszuwerten.



**Abbildung 32:** Schematische Darstellung der Messwertaufnahme (links) /KÜN09b/, Screenshot einer Messung (rechts) /EGWI/

Zusätzlich ist an der Seite des Messförderguts der Empfänger einer Lichtschranke angebracht worden. In Kombination mit zwei Lichtschrankensendern lässt sich die Durchschnittsgeschwindigkeit des Förderguts ermitteln (vgl. **Abbildung 33**). Die Lichtschrankensender sind in definiertem Abstand an der Messstrecke angebracht. Fährt das Fördergut auf die Messstrecke auf, so passiert es den ersten Sender. Der Infrarotlichtstrahl des Senders trifft auf den Empfänger, der an der Vorderkante des Messförderguts angebracht ist. Dadurch wird ein Signal ausgelöst. Verlässt das Fördergut die Messstrecke wieder, passiert es den zweiten Lichtschrankensender, worauf ein zweites Signal gemessen wird. Anhand der Zeitdifferenz, die zwischen den beiden Signalen liegt, und des Abstands zwischen den Lichtschrankensendern lässt sich die Durchschnittsgeschwindigkeit des Förderguts auf der Messstrecke berechnen /WIE10c/, /KÜN09a/.



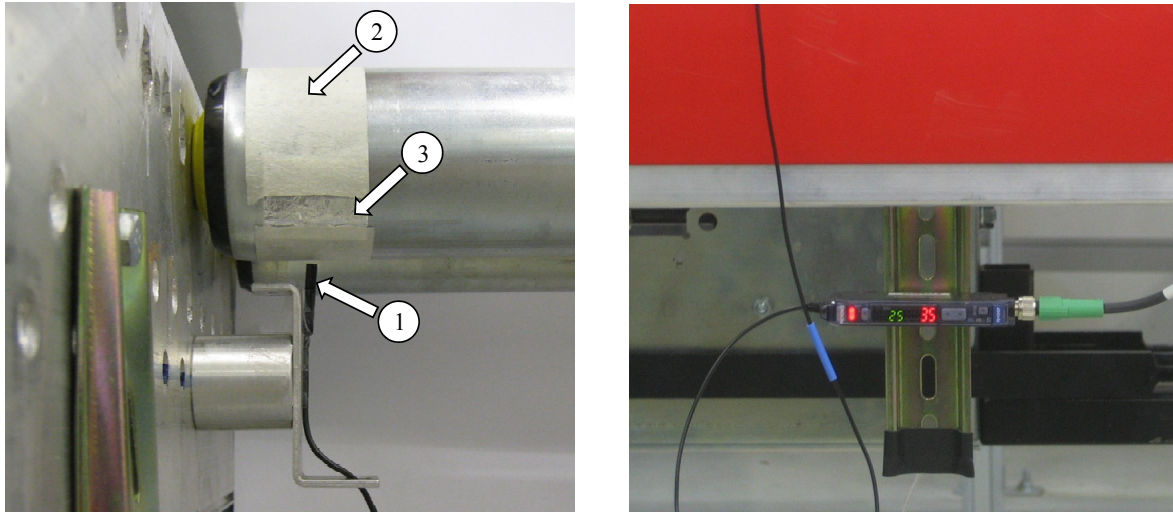
**Abbildung 33:** Messstrecke mit Lichtschrankensendern, Messfördergut und Messrechner /EGWI/

#### 4.4 Geschwindigkeitsmesstragrolle

Zur Ermittlung der Anlagengeschwindigkeit ist eine Tragrolle zu einer Geschwindigkeitsmesstragrolle umfunktioniert worden. Dazu ist ein Lichtleitersensor an der Messstrecke installiert worden (vgl. **Abbildung 34**). Der Lichtstrahl der Infrarot-Lichtquelle (1) des Sensors wird von der Tragrolle reflektiert. Der Sensor misst die Lichtintensität des reflektierten Strahls. Der verzinkte Stahl des Tragrollenmantels reflektiert das Infrarotlicht, allerdings schwankt dabei die Lichtintensität, so dass kein konstantes Signal erzeugt wird. Aus diesem Grund wurde an einem Ende der Tragrolle auf dem Mantelumfang ein lichtabsorbierender Streifen (2) aufgeklebt. Ein Teil des Mantelumfangs ist ausgespart worden. An dieser Stelle wurde gut reflektierende Aluminiumfolie (3) angebracht. Pro Umdrehung der Tragrolle wird demnach jeweils über einen kurzen Zeitraum ein hoher Signalwert ausgegeben (Reflexion) und über einen längeren Zeitraum ein niedriger Signalwert (Absorption). Auf diese Weise kann mit der Geschwindigkeitsmesstragrolle die Anzahl der Umdrehungen gemessen und auf die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrolle geschlossen werden /WIE10c/, /KÜN09a/. Die Umfangsgeschwindigkeit errechnet sich anhand folgender Gleichung:

$$v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n_s \cdot \frac{f_s}{n_d} \quad (4.14)$$

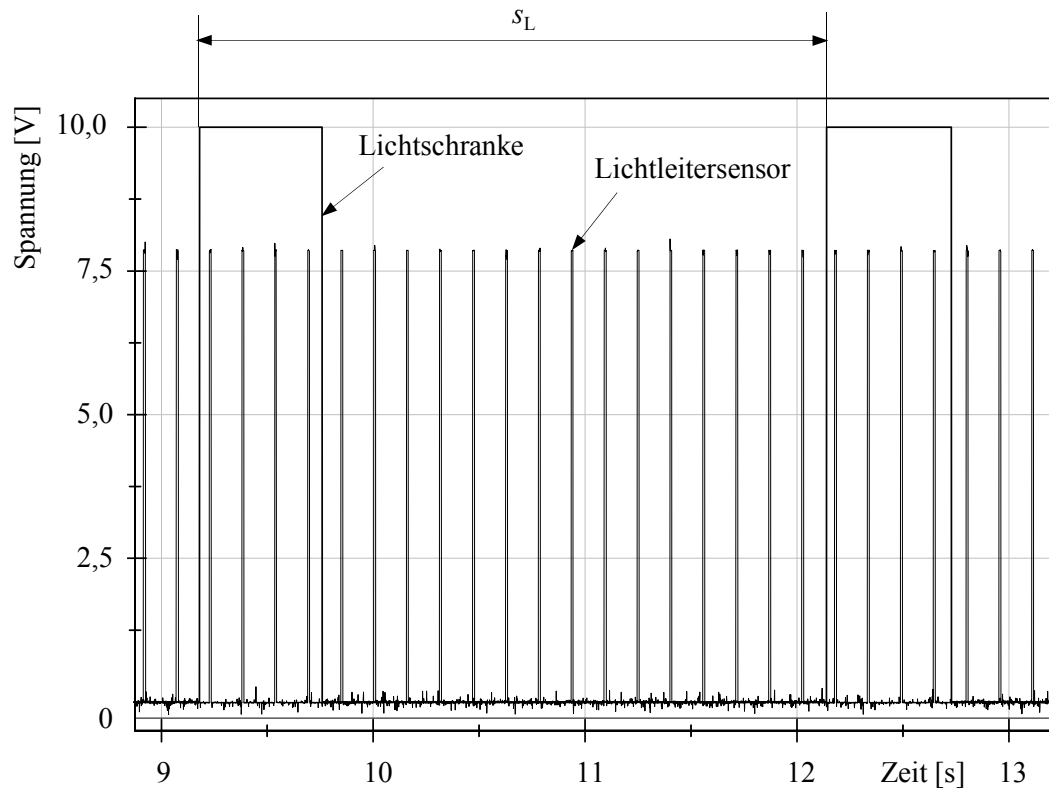
Darin beschreibt  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrolle,  $r$  den Radius des Tragrollenmantels,  $n_s$  die Anzahl der Signale,  $f_s$  die Abtastrate und  $n_d$  die Anzahl der Datenpunkte.



**Abbildung 34:** Lichtleitersensor; Infrarot-Lichtquelle (links),  
digitales Display (rechts) /WIE10b/, /WIE10d/

Zusätzlich wurden am Anfang und am Ende der Messstrecke zwei Lichtschrankenempfänger angebracht. Deren Signale werden für die Auswertung der Geschwindigkeitsmesstragrolle genutzt, und dienen dazu, zu ermitteln, wann das Fördergut auf die Messstrecke auffährt und diese wieder verlässt. Die Lichtleitersender, welche in Kombination mit dem Lichtleiterempfänger des Messförderguts eingesetzt werden, können dazu nicht genutzt werden. Der Grund dafür ist der, dass für die Geschwindigkeitsmesstragrolle eine andere Messkarte zur Datenverarbeitung genutzt werden muss als für das Messfördergut, denn diese bewegt sich mit dem Messfördergut auf dem Demonstrator. Eine Synchronisation der Daten zweier Messkarten wäre jedoch sehr aufwändig.

In **Abbildung 35** ist eine Messung mit der Geschwindigkeitsmesstragrolle und den beiden Lichtschranken dargestellt. Die schmalen Balken stellen den Signalverlauf der Tragrolle dar. Wird das Infrarotlicht der Lichtquelle des Lichtleitersensors von der Aluminiumfolie reflektiert, so steigt das Signal auf 7,8 V. Wird der Lichtstrahl absorbiert, so fällt das Signal auf 0 V zurück. Ein Signalanstieg des Signalverlaufs der Lichtschranken auf 10 V bedeutet, dass ein Förderbehälter die Lichtschranke passiert, wodurch der Lichtstrahl unterbrochen wird. Zur Berechnung der Umfangsgeschwindigkeit der Tragrolle wurde die Zeitspanne  $s_L$  genutzt, die zwischen der Auslösung der beiden Lichtschranken liegt.



**Abbildung 35:** Messwertaufnahme mit dem Lichtleitersensor und den Lichtschrankenempfängern /EGWI/

## 5 Zielgrößen und Einflussgrößen

Als Ergebnis der Untersuchung sollen mathematische Modelle entwickelt werden, anhand derer die Auslegung einer Fördergeraden unter Berücksichtigung unterschiedlicher Einflüsse möglich ist. Dies soll so erfolgen, dass Parameter (Zielgrößen) untersucht werden, die von weiteren unabhängigen Parametern (Faktoren) beeinflusst werden. Die unabhängigen Parameter sind in einem bestimmten Rahmen frei wählbar. Für die Versuchsdurchführung wird ein Versuchsplan aufgestellt. Dazu sind die Zielgrößen, Faktoren und Faktorstufen festzulegen.

### 5.1 Voraussetzungen

Die geeignete Auswahl der Zielgrößen, Faktoren und Faktorstufen ist entscheidend für den Erfolg einer Versuchsplanung. Aus diesem Grund sollte folgendes berücksichtigt werden: Die Zielgrößen sollten in engem Zusammenhang zu den Untersuchungszielen stehen. Bei den Zielgrößen sollte es sich möglichst um quantitative Größen handeln. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass Messwerte oder daraus berechnete quantitative Größen wesentlich mehr Informationen enthalten als Gut-/Schlecht-Aussagen. Daraus ergibt sich eine kleinere Zufallsstreuung und damit ein kleinerer Versuchsumfang. Alle wesentlichen Prozessergebnisse bzw. Produkteigenschaften sind als Zielgrößen zu erfassen. Werden nur die momentan problematischen Größen berücksichtigt, wäre es möglich, dass sich bei der Optimierung dieser Größen eine unberücksichtigte Größe unbemerkt verschlechtert. In vielen Anwendungen wird deshalb mehr als eine Zielgröße berücksichtigt. Dennoch sollte die Anzahl der Zielgrößen möglichst klein sein, da dies die Interpretation der Ergebnisse erleichtert. Zudem sollte jede Zielgröße einen anderen, möglichst grundlegenden Zusammenhang erfassen.

Bei der Sammlung der Einflussgrößen ist zu beachten, dass die Bedeutung einer Einflussgröße, die nicht als Faktor in der Untersuchung enthalten ist, nicht erkannt werden kann. Desweiteren kann eine wichtige Einflussgröße, die sich während eines Versuchs unkontrolliert verändert, die Ergebnisse verfälschen. Dies zeigt, wie wichtig es ist, dass bei der Planung keine wichtigen Einflussgrößen vergessen werden. Bei der Sammlung der Einflussgrößen helfen graphische Diagramme. Besonders bewährt haben sich Prozessablaufdiagramme (Flussbild), Ursache-Wirkungs-Diagramme und Einflussgrößen-Zielgrößen-Matrizen.

Sind alle Einflussgrößen, die die Zielgrößen möglicher Weise beeinflussen, gesammelt worden, so sind diese im nächsten Schritt auf eine handhabbare Anzahl an Faktoren für die weitere Untersuchung zu reduzieren. Typischer Weise werden 3 bis 6 Faktoren gleichzeitig untersucht, nur in ganz seltenen Fällen mehr als 10. Als Auswahlkriterium dient die vermutete Bedeutung der Einflussgröße für die Lösung des zu untersuchenden Problems. Es können ebenfalls die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit, mit der verschiedene Stufen der Einflussgrößen eingestellt werden können, sowie der Aufwand für die Einstellung und Veränderung der Stufen berücksichtigt werden. Bei den ausgewählten Faktoren ist zu berücksichtigen, dass sie unabhängig voneinander eingestellt werden können.

Enthält ein Versuchsplan viele Faktoren (mehr als 5 oder 6), oder ist noch relativ wenig über den Wirkzusammenhang zwischen der Zielgröße und den Faktoren bekannt, so bietet sich zunächst an, die Faktoren auf jeweils zwei Stufen zu untersuchen. Auf diese Weise lässt sich der Versuchsaufwand begrenzen, und die Bedeutung der Faktoren wird deutlicher. Mit Hilfe der dafür verwendeten Versuchspläne, auch Screening Designs genannt, lässt sich feststellen, welche der Faktoren wichtig sind, wie groß ihr linearer Effekt auf jede der Zielgrößen ist und welche Stufe eines jeden Faktors für jede der Zielgrößen günstig ist.

Wird eine Zielgröße nur von wenigen Faktoren beeinflusst und ist der Wirkzusammenhang bekannt, bietet es sich an, die Faktoren auf mehr als zwei Stufen zu untersuchen. Mit diesen Versuchsplänen kann zudem ein Optimum einer Zielgröße gefunden werden, welches auch zwischen den Faktorstufen liegen kann. In diesem Fall werden sogenannte Response Surface Designs verwendet.

Die Art des Faktors und des Effekteinflusses spielt bei der Festlegung der Anzahl der Faktorstufen ebenfalls eine Rolle. Quantitative Faktoren können meist beliebige Werte annehmen. Wird nur eine lineare Abhängigkeit erwartet oder soll als erste Näherung der lineare Effekt von vielen Faktoren bestimmt werden, so reicht die Verwendung von zwei Faktorstufen aus (Screening). Wird dagegen eine nichtlineare Abhängigkeit erwartet und ist die Anzahl der Faktoren ausreichend klein, so bieten sich 3 bis 5 Stufen an (Optimierung). Qualitative Faktoren können hingegen meist nur bestimmte Werte annehmen. Die Anzahl der Faktorstufen ergibt sich dann häufig aus der Problemstellung. Soll der Effekt vieler Faktoren bestimmt werden, werden die Stufen auf die zwei Wichtigsten beschränkt.

Bei der Festlegung der Werte der Faktorstufen bei quantitativen Faktoren wird als Ausgangspunkt häufig der bisher beste Prozess bzw. das bisher beste Produkt gewählt. Wird eine Verbesserung in eine bestimmte Richtung vermutet, so wird als zweite Stufe ein Wert in die vermutlich bessere Richtung gewählt. Da eine Extrapolation der Ergebnisse über den untersuchten Bereich hinaus nicht zulässig ist, sollte die Untersuchung den interessanten Bereich beinhalten. Bei Prozessen bietet es sich an, die Spezifikationsgrenzen der Prozessparameter zu verwenden.

Werden mögliche Einflussgrößen in der Versuchsdurchführung nicht als Faktoren berücksichtigt, so sollten diese konstant gehalten werden. Dadurch werden die Ergebnisse nicht verfälscht, und die Zufallsstreuung wird minimiert. Dies ist von Vorteil, da umso kleinere Effekte der Faktoren erkannt werden können, je kleiner die Zufallsstreuung ist. Im Hinblick auf die Versuchsdurchführung bedeutet das, dass entsprechend weniger Einzelversuche durchgeführt werden müssen, wodurch der Versuchsaufwand sinkt /KLE09/.

Da Rollenförderer in ihrem Aufbau und bezüglich der zu transportierenden Fördergüter stark variieren können, ist der Untersuchungsraum zunächst einzugrenzen. Um eine möglichst weit verbreitete Rollenfördervariante zu untersuchen, ist als Versuchsobjekt der Rollenförderer zum Transport von leichten Fördergütern gewählt worden. Für diese Gewichtsklasse bietet sich als Antriebssystem der Flachriemen an, der von unten über Andrückrollen an die Tragrollen angedrückt wird. Als Förderbehälter wird der Kleinladungsträger (KLT) gewählt. Diese genormte Behältervariante wird bevorzugt in Verteilzentren eingesetzt. Bei dem verwendeten KLT-Typ ist das zulässige Fördergewicht auf  $m = 50$  kg pro Behälter beschränkt. Die zuvor genannten Einschränkungen des Untersuchungsraums sind nachstehend nochmals aufgelistet /KÜN08b/:

- Rollenförderer für leichte Fördergüter
- Flachriemen als Antriebssystem
- Kleinladungsträger als Förderbehälter
- Fördergewicht auf  $m = 50$  kg pro Behälter beschränkt

Anhand dieser Rollenfördervariante sollen die Modelle zur Auslegung der Fördergeraden aufgestellt werden.

## 5.2 Zielgrößen

Für die mathematischen Modelle sind entsprechend die Zielgrößen zu definieren, die die Belastung der Fördermodule und den Förderprozess optimal abbilden. Anhand dieser Modelle

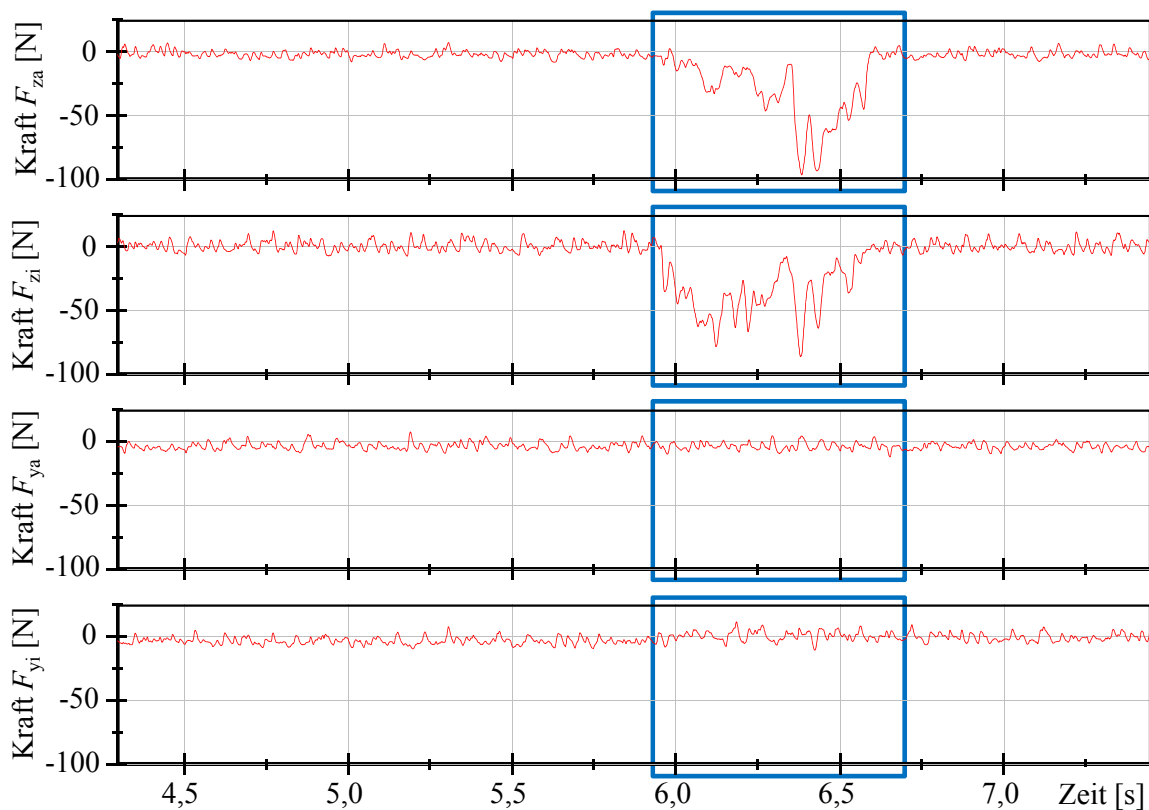


sollen Rollenfördermodule zukünftig anforderungsgerechter und anpassungsfähiger gestaltet werden können. Lassen sich die Zielgrößen anhand der Modelle berechnen, so ist es nicht länger erforderlich, Versuche an der Anlage durchzuführen, um die Auswirkung einer Veränderung eines Parameters auf die Zielgröße zu ermitteln.

In dieser Untersuchung soll analysiert werden, wie sich die Veränderung von Anlagen- und Betriebsparametern auf die Belastung der Komponenten und den Förderprozess auswirkt. Dazu sollen zunächst drei Zielgrößen untersucht werden. Dabei handelt es sich um die Zielgrößen „Kraft“, „Erschütterung“ und „Relativbewegung“.

### 5.2.1 Definition der Zielgröße „Kraft“

Um das Rollenfördermodul möglichst belastungsgerecht ohne unnötige Überdimensionierung auslegen zu können, soll über die Belastung der Komponenten eine Aussage getroffen werden. Dazu wurde eine Kraftmesstragrolle entwickelt. In **Abbildung 36** ist eine Messung mit dieser Messkomponente dargestellt.



**Abbildung 36:** Messwertaufnahme mit der Kraftmesstragrolle /EGWI/

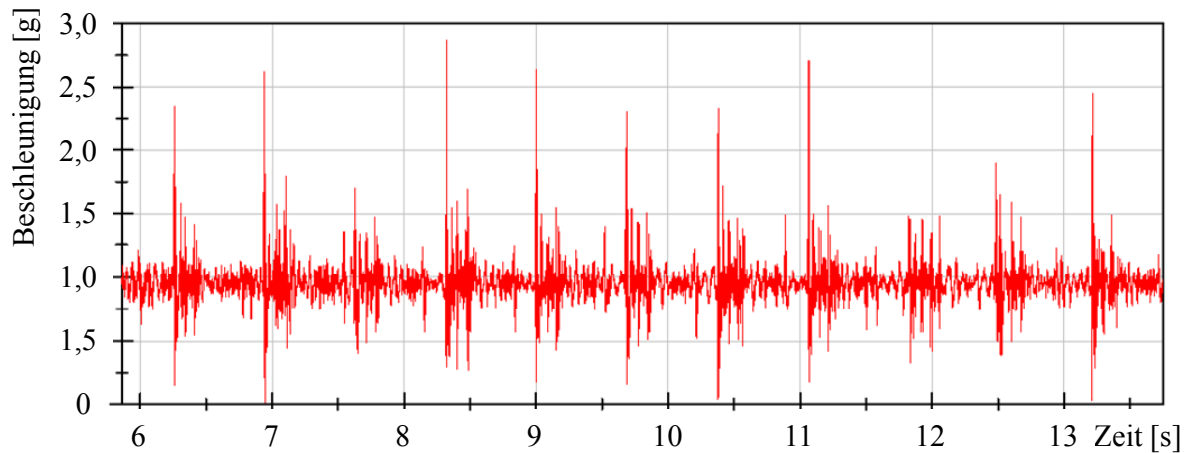
Die oberen beiden Diagramme zeigen den Verlauf der vertikalen Kraft, die an den beiden Achsenden der Tragrolle separat an der Außenseite ( $F_{za}$ ) und Innenseite ( $F_{zi}$ ) des Förderovals gemessen wurde. Während des Zeitraums, der durch einen Rahmen im Diagramm gekennzeichnet ist, passiert ein Förderbehälter die Kraftmesstragrolle. Die unteren beiden Diagramme zeigen den Verlauf der Kraft, die in horizontaler Richtung auf die beiden Enden der Tragrollenachse wirkt. Es wurde nahezu keine Belastung in horizontaler Richtung ermittelt, wenn der Förderbehälter auf die Kraftmesstragrolle aufgefahren ist. Aus diesem Grund wird für die Zielgröße „Kraft“ die Summe der vertikalen Kräfte an den Achsenden gewählt, und die horizontale Kraftkomponente bleibt unberücksichtigt.

$$y_K = F_{zi} + F_{za} \quad (5.1)$$

### 5.2.2 Definition der Zielgröße „Erschütterung“

In **Abbildung 37** ist eine Messung mit dem Messfördergut abgebildet. Die Ausgangsgröße des Sensors wird in g angegeben. Dabei wurde die Beschleunigung in vertikaler Richtung gemessen. In dem Diagramm sind Impulse erkennbar, die eine Frequenz von  $f = 1,5$  Hz und eine Zeitdifferenz von  $\Delta s = 0,67$  s aufweisen. Die Tragrollen sind in einem Abstand von  $t = 200$  mm hintereinander angeordnet. Die Anlagengeschwindigkeit ist bei dieser Messung auf  $v = 0,3$  m/s eingestellt worden. Bei dieser Parametereinstellung benötigt das Fördergut eine Zeit von  $\Delta s_F = 0,67$  s, um von einer Tragrolle auf die nächste aufzufahren. Demnach werden die Impulse durch die Tragrollen hervorgerufen. Die Impulse wirken sowohl auf das Fördergut als auch auf die Tragrollen. Die Stärke der Impulse variiert während des Transports auf der Messstrecke, dies ist auf Fertigungsungenauigkeiten zurückzuführen. Um eine möglichst aussagekräftige Zielgröße zu definieren, wird deshalb der Mittelwert der Beschleunigungen auf der Messstrecke ermittelt. Dabei wird die Beschleunigung in vertikaler Richtung gemessen /KÜN08b/, /KÜN09b/.

$$y_E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (5.2)$$



**Abbildung 37:** Messwertaufnahme mit dem Messfördergut /KÜN08b/

### 5.2.3 Definition der Zielgröße „Relativbewegung“

Der Förderbehälter wird durch die Tragrollen reibschlüssig angetrieben. In der Kontaktstelle besteht eine nahezu tangentielle Berührung. Aufgrund dessen und wegen des geringen Reibwerts zwischen Kunststoff (KLT) und Stahl (Tragrollenmantel) besteht zwischen dem Fördergut und den Tragrollen eine Relativbewegung. Um den Förderprozess möglichst effizient zu gestalten, sollte diese Relativbewegung möglichst gering sein. Deshalb wird dieser Parameter als dritte Zielgröße untersucht.

Zur Bestimmung der Zielgröße „Relativbewegung“ wird der Quotient aus der Geschwindigkeit des Förderguts und der Anlagengeschwindigkeit gebildet. Dabei wird die Anlagengeschwindigkeit bei der geringsten Teilung ( $t = 75$  mm) als Bezugsgröße gewählt. Dies beruht auf der Tatsache, dass sich in Vorversuchen gezeigt hat, dass die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrollen im unbelasteten Zustand bei gleicher Antriebsleistung zunimmt, wenn weniger Tragrollen und vor allem weniger Andrückrollen in der Fördergeraden montiert sind. Dies ist auf den geringeren Reibwiderstand zurückzuführen. Eventuell nimmt bei einer geringeren Anzahl an Tragrollen und Andrückrollen jedoch der Schlupf zwischen den Tragrollen und dem Fördergut zu, da jede einzelne Tragrolle ein höheres Drehmoment übertragen muss. Um diesen Zusammenhang in die Untersuchung aufzunehmen, wird die Zielgröße stets anhand



der Anlagengeschwindigkeit bei einer Teilung von  $t = 75$  mm berechnet, auch wenn der jeweilige Versuch bei anderen Tragrollenteilungen durchgeführt wird.

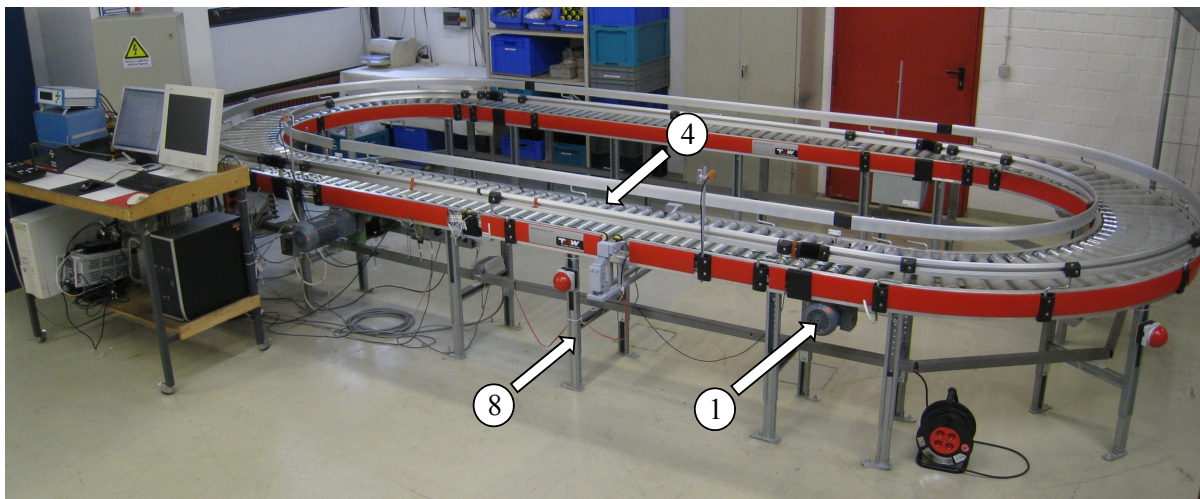
$$y_R = \frac{v_{F,t=i}}{v_{A,t=75}} \quad (5.3)$$

In dieser Gleichung steht  $y_R$  für die Zielgröße „Relativbewegung“,  $v_{F,t=i}$  für die Geschwindigkeit des Förderguts bei der jeweiligen Anlagengeschwindigkeit des Versuchsplans und  $v_{A,t=75}$  für die Anlagengeschwindigkeit bei einer Teilung von  $t = 75$  mm.

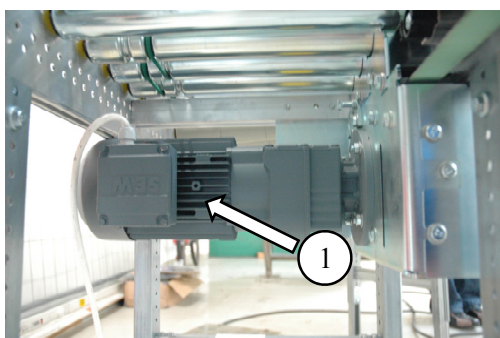
### 5.3 Einflussgrößen

Es sind die Parameter zu sammeln, welche die definierten Zielgrößen möglicher Weise beeinflussen. Um diese Parameter zu ermitteln, wird bei der Beschreibung eines Prozesses empfohlen, ein Prozessablaufdiagramm, auch Flussdiagramm genannt, aufzustellen /KLE09/. In dieser Untersuchung sollen jedoch sowohl der Förderprozess als auch das Fördermodul selbst optimiert werden. In diesem speziellen Fall bietet es sich deshalb an, die Funktionsstruktur des Rollenförderers dazu zu verwenden, die möglichen Einflussgrößen der jeweiligen Zielgrößen zu identifizieren. Aus diesem Grund ist die Rollenfördergerade in Form einer Funktionsstruktur abzubilden. Dazu soll die Demonstratoranlage genutzt werden. Anhand der Funktionsstruktur der Rollenfördergeraden können der Energie- und der Stofffluss betrachtet werden. Da die Systemstruktur des Demonstrators einschließlich sämtlicher Baugruppen und Komponenten bereits festgelegt ist, erfolgt die Entwicklung der Funktionsstruktur iterativ in freier Anlehnung an die Konstruktionslehre nach /KÜN08c/ und /PAH07/. Zunächst wird die Rollenfördergerade einer Analyse unterzogen, bei der alle funktionsrelevanten Komponenten sowie deren Wirkprinzipien und Teilaufgaben identifiziert werden. Dabei werden auch die entsprechenden Teilfunktionen formuliert.

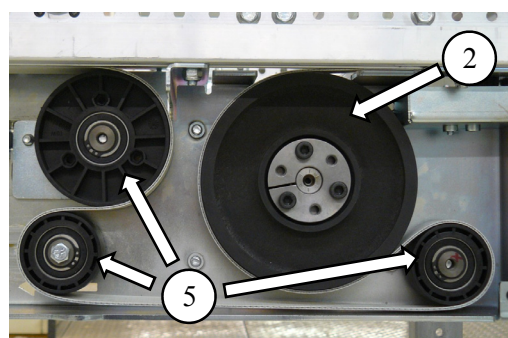
Zunächst wird der Hauptfluss festgelegt und skizziert, anschließend werden die Teilfunktionen gemäß ihrer gegenseitigen Abhängigkeiten verknüpft und die Gesamtfunktion der Rollenfördergeraden in einer integralen Funktionsstruktur dargestellt. Um die Komplexität des Rollenfördermoduls möglichst weit einzuschränken, sind einzelne Anlagenkomponenten zu Baugruppen zusammengefasst worden. Bei denen zur Funktionserfüllung erforderlichen Komponenten und Baugruppen handelt es sich um den Antrieb (1), die Riemenscheibe (2), den Flachriemen (3), die Tragrolle (4), den Spannsatz (5), die Andrückrolle (6), die Umlenckrolle (7) und die Aufständering inklusive der Seitenprofile, zusammengefasst zum Gestell (8) (vgl. **Abbildungen 38 bis 42**).



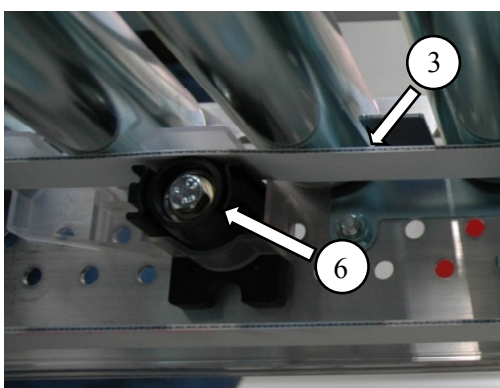
**Abbildung 38:** Demonstrator; (1) Antrieb, (4) Tragrolle, (8) Aufständerung inklusive Profile (Gestell) /EGWI/



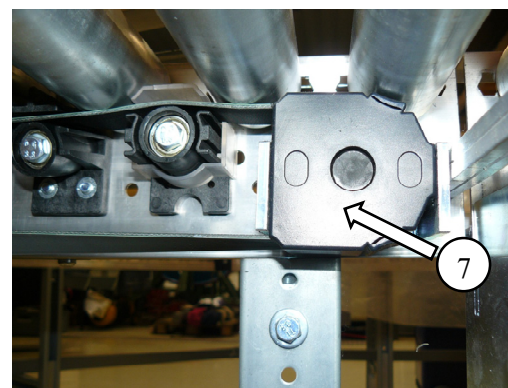
**Abbildung 39:** Antrieb (1) /EGWI/



**Abbildung 40:** Riemenscheibe (2) und Spannsatz (5) /EGWI/

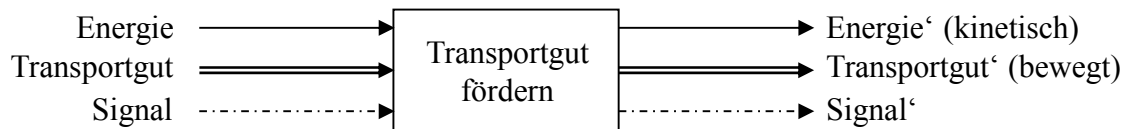


**Abbildung 41:** Andrückrolle (6) und Flachriemen (3) /EGWI/



**Abbildung 42:** Umlenkrolle (7) /EGWI/

Die Gesamtfunktion der Rollenfördergeraden wird mit „Transportgut fördern“ angegeben. Diese Funktion ist in **Abbildung 43** unter Berücksichtigung des Energie-, Stoff- und Signalflusses schematisch dargestellt.



**Abbildung 43:** Gesamtfunktion des Rollenförderers /EGWI/

Bei der detaillierten Funktionsstruktur stellt der Energiefluss den vorherrschenden Fluss dar, weshalb dieser als Hauptfluss betrachtet wird. Während der Stofffluss in Form des Förderbehälters ergänzt wird, wird der Signalfluss nicht berücksichtigt, da er für die Identifizierung möglicher Einflussgrößen nicht entscheidend ist (vgl. **Abbildung 44**). Die Funktionsstruktur ist so dargestellt, dass sie sämtliche für die Funktionserfüllung benötigten Systemelemente bzw. Baugruppen berücksichtigt, sowie die identifizierten (Teil-) Funktionen miteinander verknüpft und deren wechselseitige Abhängigkeiten darstellt.

In der Funktionsstruktur werden folgende Abkürzungen verwendet /EGWI/:

- $F_G$  = Gewichtskraft des Förderguts,
- $E_{el}$  = elektrische Energie, die in das System eingeleitet wird,
- $E_{mech}$  = mechanische Energie,
- $M_T$  = Torsionsmoment des Antriebs,
- $\varphi$  = Drehwinkel des Motors,
- $F_{R,Scheibe}$  = Reibkraft zwischen Riemenscheibe und Flachriemen,
- $s_U$  = durch Reibung zurückgelegte Strecke in Umfangsrichtung,
- $F_N$  = Vorspannkraft, die auf den Flachriemen wirkt,
- $\Delta l$  = Längenänderung des Flachriemens,
- $F_{R,Riemen}$  = Reibkraft zwischen Flachriemen und Tragrollenmantel,
- $s_t$  = durch Reibung zurückgelegte Strecke in tangentialer Richtung,
- $F_r$  = Radialkraft,
- $F_t$  = Tangentialkraft,
- $F_{Lager,A}$  = Lagerkraft der Andrückrolle,
- $F_{Lager,U}$  = Lagerkraft der Umlenkrolle und
- $E_{kin}$  = kinetische Energie, die aus dem System ausgeleitet wird.

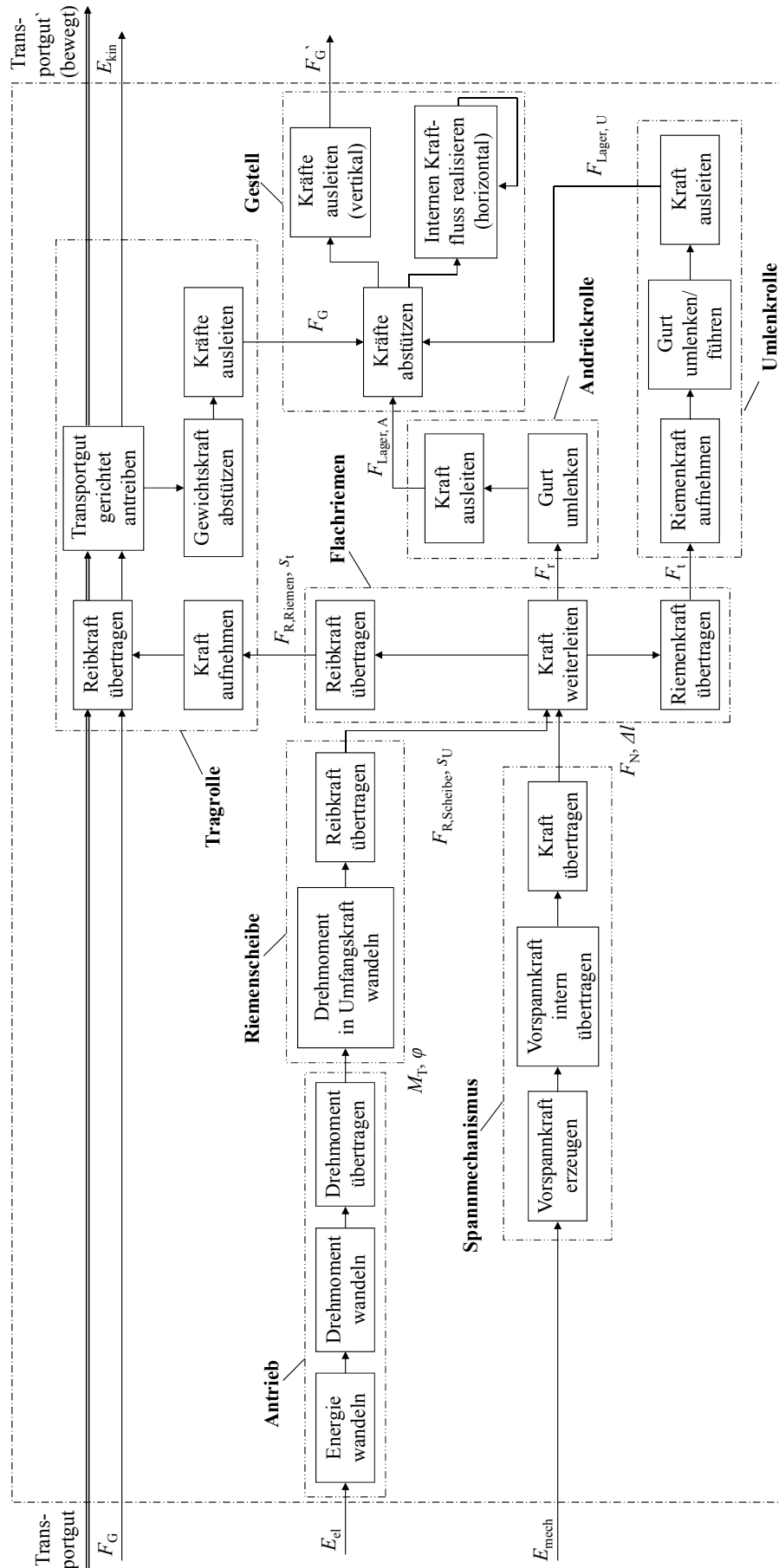


Abbildung 44: Funktionsstruktur der Rollenfördergeraden /EGWI/

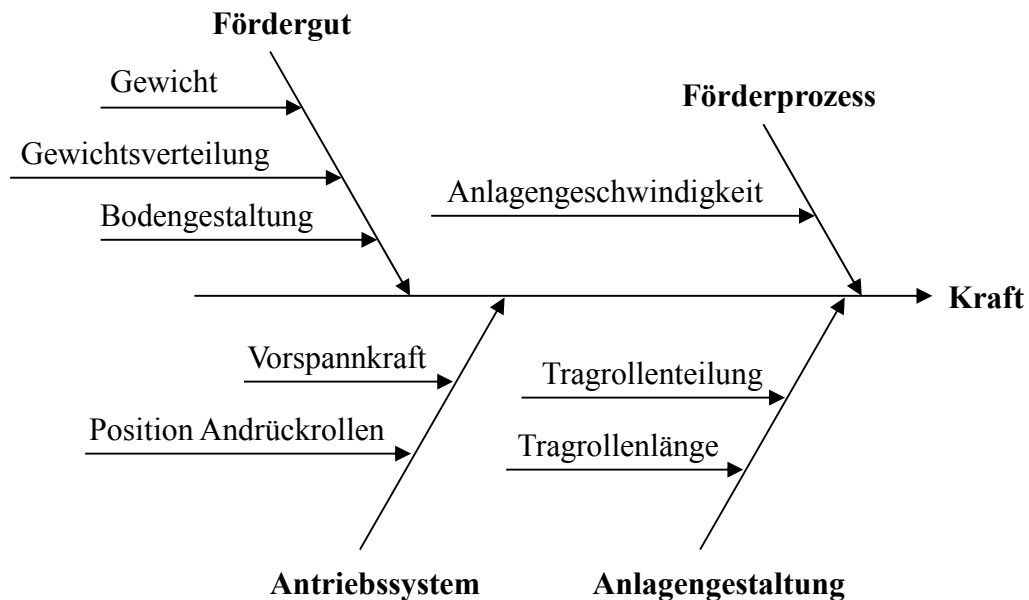
Mit der Zielgröße „Kraft“ soll die Belastung gemessen werden, die auf die beiden Achsenden einer Tragrolle wirkt. Dort stützen sich die Tragrollen im Seitenprofil ab, so dass die dort wirkende Kraft sowohl für die Auslegung der Tragrollen als auch der Profile genutzt werden kann. Der Funktionsstruktur lässt sich entnehmen, dass die Tragrollen über den Stoff- und Kraftfluss mit dem Fördergut verbunden sind. Damit stellt das Fördergut eine mögliche Einflussgröße dar. Hier ist insbesondere das Gewicht des Förderguts entscheidend, da dieses eine direkte Belastung der Tragrollen bewirkt. Doch auch die Gewichtsverteilung innerhalb des Förderbehälters hat einen Einfluss auf die Belastung der einzelnen Tragrollen. Ist der Förderinhalt nicht gleichmäßig im Behälter verteilt und weist der Förderinhalt somit eine exzentrische Schwerpunktlage auf, so werden die tragenden Rollen ungleichmäßig belastet. Die Bodengestaltung des Behälters kann ebenfalls einen Einfluss haben. Ein flacher Behälter erzeugt eine linienförmige Belastung der Tragrollen, ein Behälter mit Rippenboden hingegen eine punktuelle Belastung. In diesem Zusammenhang ist auch die Tragrollenteilung als mögliche Einflussgröße zu nennen, da das Fördergut von einer geringeren Anzahl an Rollen gestützt wird, wenn der Abstand zwischen den Rollen zunimmt. In diesem Fall nimmt die Belastung der einzelnen tragenden Rolle zu. Auch die Tragrollenlänge hat einen Einfluss auf die Tragrollenbelastung. So entsteht bei einer längeren Rolle ein größerer Hebelarm der Kraft, da die Krafteinleitungsstelle weiter entfernt von der Achsaufnahme liegt. Weiterhin sind die Tragrollen über den Kraftfluss mit dem Flachriemen verbunden, der diese antreibt. Der Riemen erfährt eine Vorspannung, damit eine Kraftübertragung auf die Tragrollen erfolgen kann. Diese Vorspannkraft wird über die Tragrollen, die Andrückrollen und Umlenkrollen in das Gestell geleitet und wirkt somit ebenfalls auf die Tragrollen. Neben der reinen Vorspannkraft hat auch die Position der Andrückrollen einen Einfluss auf die Tragrollenbelastung (vgl. **Abbildung 27**). Von der Höhendifferenz zwischen der Andrückrollenoberkante und Tragrollenunterkante hängt ab, wie die Kraft, die durch den Riemen auf die Tragrolle übertragen wird, ausgerichtet ist.

Die Zielgröße „Erschütterung“ ermittelt die vertikalen Beschleunigungen, die während des Förderprozesses auf den Förderbehälter wirken. Vermutlich führt eine höhere Anlagengeschwindigkeit zu größeren dynamischen Effekten, wodurch die Erschütterungen an Stärke zunehmen könnten. Aus diesem Grund sollte die Anlagengeschwindigkeit bei dieser Zielgröße als Einflussgröße berücksichtigt werden. Aus der Funktionsstruktur wird ersichtlich, dass das Fördergut und die Tragrollen durch einen Stoff- und Energiefluss verbunden sind. Demnach wirken die Erschütterungen des Förderguts ebenfalls auf die Tragrollen. Deshalb sollte auch bei der Zielgröße „Kraft“, anhand der die Belastung einer Tragrolle abgebildet wird, die Anlagengeschwindigkeit als Einflussgröße berücksichtigt werden. Im Stand der Technik ist bereits erwähnt worden, dass die Gleichförmigkeit der Förderbewegung mit der Anzahl der tragenden Rollen steigt. Somit hat vermutlich auch die Tragrollenteilung einen Einfluss auf die Zielgröße „Erschütterung“. Eventuell steigt mit einer größeren Masse des Förderguts die Gleichförmigkeit der Bewegung, da eine größere Masse immer auch eine größere Trägheit des Systems zur Folge hat. Als weitere mögliche Einflussgröße ist deshalb das Gewicht des Förderguts zu nennen. Eine ungleichmäßige Schwerpunktlage des Förderinhalts kann eine Ungleichmäßigkeit im Förderprozess noch verstärken. Eine Verrippung des Behälterbodens führt zu einer höheren Steifigkeit des Bodens. Eventuell werden dadurch die auftretenden Stöße weniger gedämpft als bei Behältern ohne verstärkten Boden.

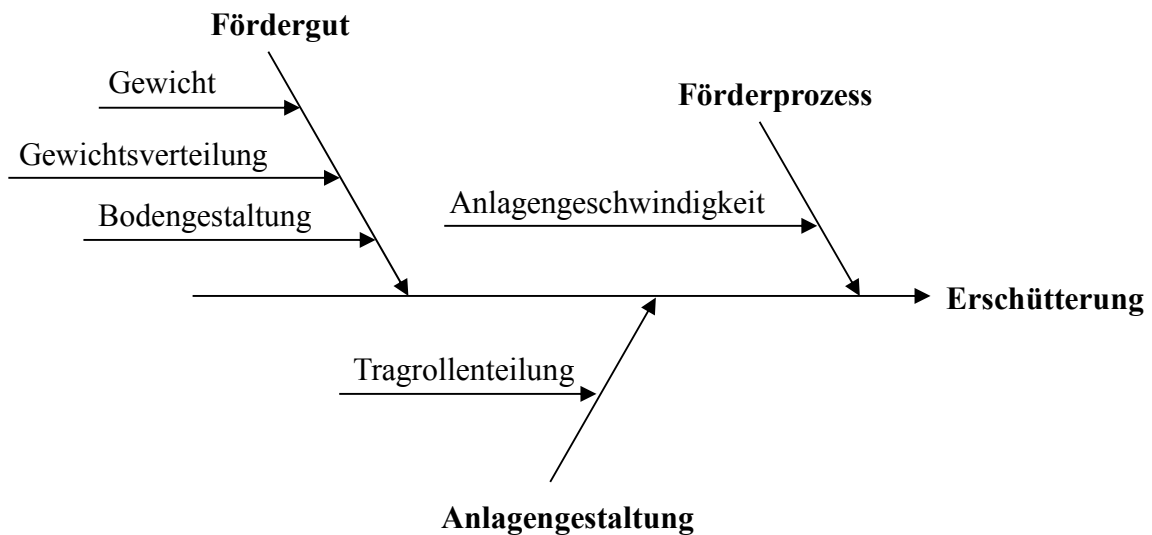
Für die Zielgröße „Relativbewegung“ wird die Tragrollenteilung ebenfalls als Einflussgröße vermutet, denn mit der Anzahl der tragenden Rollen steigt die Zahl der Krafteinleitungsstellen am Förderbehälter, so dass eine einzelne Tragrolle eine geringere Kraft übertragen muss. Auch die Anlagengeschwindigkeit wird als Einflussgröße vermutet, da bei höheren Geschwindigkeiten häufig auch der Schlupf zunimmt. Bei der linienförmigen Kontaktstelle bei

Behältern mit flachem Boden entsteht eine linienförmige Krafteinleitungsstelle an den Behältern, bei Behältern mit Rippenboden lediglich eine punktuelle. Somit handelt es sich bei der Bodengestaltung ebenfalls um eine mögliche Einflussgröße. Neben der Bodengestaltung hat vermutlich auch das Material des Förderbehälters einen Einfluss auf die Relativbewegung zwischen den Tragrollen und dem Fördergut. Durch die Werkstoffpaarung des Tragrollenmantels und der Behälterunterseite entsteht der vorherrschende Gleitreibbeiwert  $\mu_G$  in der Kontaktstelle.

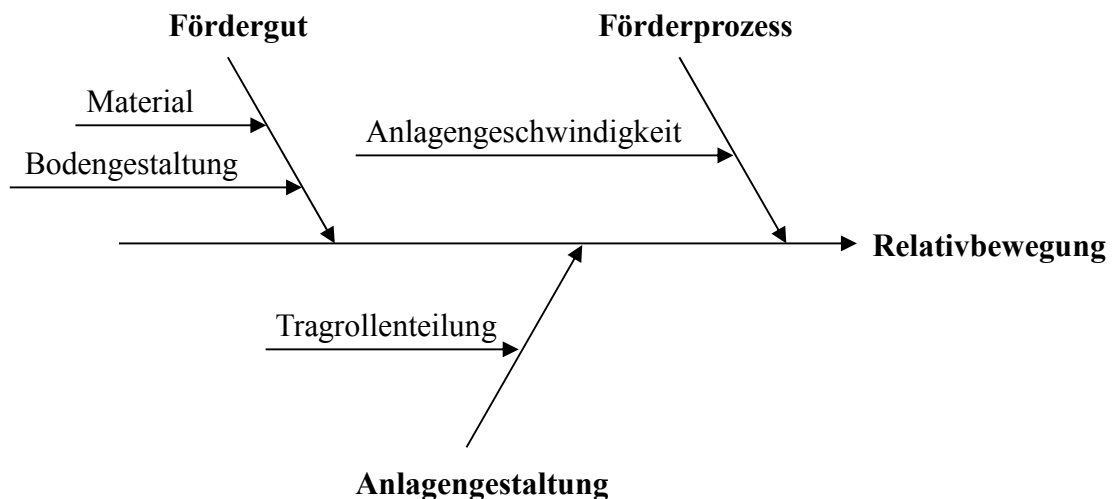
Die anhand der Funktionsstruktur identifizierten möglichen Einflussgrößen der jeweiligen Zielgrößen lassen sich in einem Ursache-Wirkungs-Diagramm veranschaulichen. Dazu wird für jede Zielgröße ein Diagramm erstellt (vgl. **Abbildungen 45 bis 47**). Das Vorgehen wird auch Fischgräten-Analyse oder Ishikawa-Technik genannt. Dabei handelt es sich um eine Technik zur Problemanalyse. Alle möglichen zu einem Problem führenden Ursachen werden graphisch strukturiert dargestellt. Der Einfluss einzelner Größen auf das Problem kann durch eine Zerlegung der Ursachen bewertet werden. Dabei erfolgt die Zerlegung nach möglichen bekannten Ursachen für ein Problem in Hauptursachen und Nebenursachen, die ihrerseits wieder für die Hauptursachen ursächlich sind. Die Ursachen werden in Form einer Baumverzweigung strukturiert /WIR10/.



**Abbildung 45:** Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Kraft“



**Abbildung 46:** Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Erschütterung“



**Abbildung 47:** Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Relativbewegung“

Bei der Berücksichtigung aller möglichen Einflussgrößen würden sich neun Faktoren ergeben, die im Versuchsplan zu berücksichtigen sind. Diese Anzahl ist jedoch relativ groß, weshalb die Anzahl der Faktoren auf eine handhabbare Anzahl reduziert werden soll. Günstig wäre eine Faktoranzahl von 3 bis 6. Als Auswahlkriterium dient die vermutete Bedeutung der Einflussgröße für die Lösung des zu untersuchenden Problems. Es können ebenfalls die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit, mit der verschiedene Stufen der Einflussgrößen eingestellt werden können, und der Aufwand für die Einstellung und Veränderung der Stufen berücksichtigt werden /KLE09/. Bei KLT handelt es sich um genormte Behälter. Es ist deshalb nicht davon auszugehen, dass die verwendeten Materialien in ihren Eigenschaften stark variieren. Aus diesem Grund wird der Gleitreibbeiwert  $\mu_G$  vermutlich nicht stark streuen. Der Förderinhalt wird in den Versuchen durch Sandsäcke abgebildet. Dadurch lassen sich auch relativ hohe Fördergewichte erzeugen. Sandsäcke weisen jedoch ein relativ biegeschlaffes Verhalten auf, weshalb es schwierig ist, den Schwerpunkt des Förderinhalts reproduzierbar zu variieren. Stattdessen werden in den Versuchen die Sandsäcke gleichmäßig in den KLT gelegt, wodurch eine möglichst mittige Schwerpunktlage erzeugt wird. Bei der Wahl des Demonstrators war die Tragrollenlänge im Vorfeld festzulegen. Eine Änderung der Tragrollenlänge in einer

bestehenden Anlage ist nur mit erheblich hohem Aufwand realisierbar. Die Position der Andrückrollen ist durch Bohrungen in den Seitenprofilen des Rollenförderers fest vorgegeben und lässt sich nicht variieren. Die Vorspannkraft hat im Vergleich zum Fördergewicht nur eine relativ geringe Auswirkung auf die Belastung der Tragrolle, wie Vorversuche gezeigt haben.

Aus den genannten Gründen sollen bei der weiteren Untersuchung die möglichen Einflussgrößen Material, Gewichtsverteilung, Tragrollenlänge, Position der Andrückrollen und Vorspannkraft nicht als Faktoren berücksichtigt werden. Sie werden bei der Durchführung der Versuche konstant gehalten. Die Faktoren, die im Versuchsplan untersucht werden, sind in **Tabelle 3** aufgelistet. Für den Versuchsplan ergibt sich damit eine Faktoranzahl von 4. Es wird deutlich, dass die Faktoren „Tragrollenteilung“, „Anlagengeschwindigkeit“ und „Boden“ mehrere der Zielgrößen beeinflussen.

**Tabelle 3:** Tabellarische Zuordnung der Faktoren

| <b>Zielgröße</b>              | <b>Faktoren</b>   |
|-------------------------------|---|
| Kraft [N]                     | Fördergewicht $m$<br>Tragrollenteilung $t$<br>Anlagengeschwindigkeit $v$<br>Boden $b$ |
| Erschütterung [g]             | Anlagengeschwindigkeit $v$<br>Tragrollenteilung $t$<br>Fördergewicht $m$<br>Boden $b$ |
| Relativbewegung [(m/s)/(m/s)] | Tragrollenteilung $t$<br>Anlagengeschwindigkeit $v$<br>Boden $b$                      |



## 6 Screening-Phase

Nachdem diejenigen Parameter identifiziert wurden, die die Zielgrößen möglicher Weise beeinflussen, ist im nächsten Schritt zu untersuchen, ob sie tatsächlich einen Einfluss haben. Dieses Vorgehen wird Faktorreduktion oder Screening genannt. Gleichzeitig werden durch diese Versuche wichtige Informationen über das Systemverhalten gesammelt. Darüber hinaus wird untersucht, ob ein lineares mathematisches Modell zur Beschreibung des Sachverhalts genutzt werden kann. Um den Versuchsumfang möglichst gering zu halten, bietet sich die Verwendung eines Versuchsplans an.

### 6.1 Wahl des Screening Designs

#### 6.1.1 Vorüberlegungen

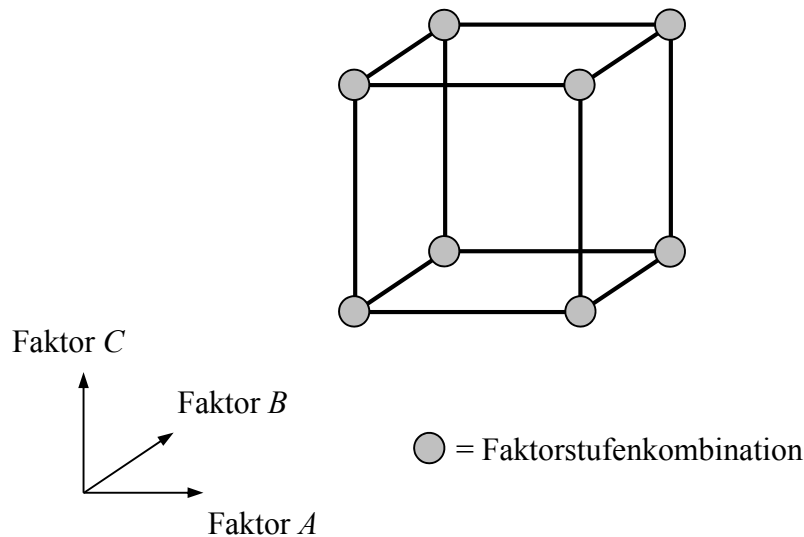
Es gibt verschiedene Methoden der Versuchsplanung. Diese eignen sich jeweils für verschiedene Fragestellungen bzw. Zielstellungen. Aus diesem Grund ist vor der detaillierten Planung der Versuche zunächst das Untersuchungsziel festzulegen /KLE09/. Ziel dieser Untersuchung ist, das Rollenfördermodul dahingehend zu verbessern, dass der Förderprozess optimiert und die Komponenten an die tatsächliche Belastung angepasst werden. In diesem Fall soll das Prozessergebnis einen bestimmten Wert annehmen. Aus statistischen Gründen wird dann meist der Mittelwert betrachtet. Die Versuchsdurchführung und Auswertung dient dazu, zu ermitteln, wie der Mittelwert einer Zielgröße von den verschiedenen Faktoreinstellungen abhängt. Anhand dieser Abhängigkeit lassen sich optimale Einstellungen der Faktoren ermitteln. Sollen mehrere Zielgrößen gleichzeitig optimiert werden, so kann der Fall auftreten, dass Faktoreinstellungen, die für eine Zielgröße optimal sind, für andere Zielgrößen eventuell nicht gleichzeitig optimal sind. Aus der quantitativen Kenntnis der Abhängigkeiten aller Zielgrößen von den Faktoren lassen sich bei Zielkonflikten optimale Kompromisse finden. Für diese Zielstellung bieten die klassischen Methoden der Versuchsplanung die besten und vielseitigsten Möglichkeiten. Als Versuchspläne bieten sich hier vollständige und fraktionelle faktorielle Versuchspläne (Screening Designs) sowie  $3^k$ -, zentral zusammengesetzte, Box-Behnken- und D-Optimale Pläne (Response Surface Designs) an /KLE09/.

Da in dieser Untersuchung noch relativ wenig über den Wirkzusammenhang zwischen den Zielgrößen und den Faktoren bekannt ist, soll zunächst ermittelt werden, ob alle der vier ausgewählten Faktoren die jeweilige Zielgröße beeinflussen und ob eine lineare Abhängigkeit zwischen den Parametern besteht. Für diese Untersuchung bietet sich ein Screening Design an. Bevor der Versuchsplan aufgestellt wird, ist zunächst zu entscheiden, welcher Plan für den Anwendungsfall am geeignetsten ist. Bei Screening Designs ist zwischen vollständigen und fraktionellen faktoriellen Versuchsplänen zu wählen. Bevor die Wahl des Versuchsplans begründet wird, sollen die Merkmale der beiden Pläne zunächst dargestellt werden.

#### 6.1.2 Vollständige faktorielle Versuchspläne ( $2^k$ -Pläne)

Bei vollständigen faktoriellen Versuchsplänen werden die Faktoren auf zwei Faktorstufen untersucht. Diese werden mit den normierten Werten  $\pm 1$  bezeichnet. Bei der Versuchsdurchführung werden alle Faktorstufen der verschiedenen Faktoren miteinander kombiniert. Dies führt bei  $k$  Faktoren zu  $2^k$ -Einzelversuchen. Der Vorteil dieses Versuchsplans besteht darin, dass sämtliche Faktoreffekte und 2-Faktor-Interaktionen sowie alle höheren Faktor-Interaktionen unabhängig voneinander geschätzt werden können /WEI99/. Nachteilig ist, dass mit der Anzahl der zu untersuchenden Faktoren der Versuchsumfang stark zunimmt /WIE10a/. Vollständige faktorielle Versuchspläne werden vorzugsweise dann eingesetzt,

wenn über die zu optimierenden Produkte oder Prozesse keine Vorkenntnisse bestehen und die Abhängigkeiten der Faktoren untereinander unklar sind. Sie sollten jedoch nur bei maximal vier bis fünf Faktoren eingesetzt werden, da der Versuchsumfang mit der Anzahl der Faktoren exponentiell zunimmt /KRO94/. Für drei Faktoren kann dieser Versuchsplan graphisch als Würfel dargestellt werden (vgl. **Abbildung 48**). Die Ecken stellen die acht Faktorstufenkombinationen dar /WIE10a/.



**Abbildung 48:** Vollständiger faktorieller Versuchsplan für 3 Faktoren /WIE10a/

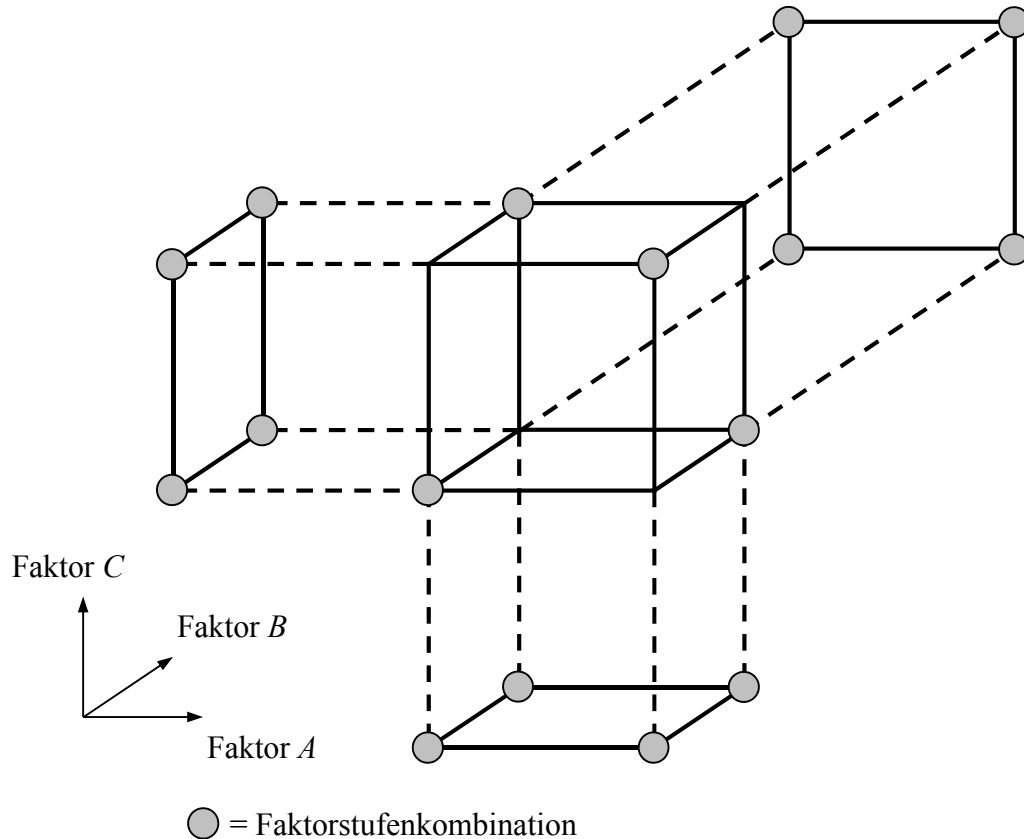
### 6.1.3 Fraktionelle faktorielle Versuchspläne ( $2^{k-p}$ -Pläne)

Mit zunehmender Anzahl an Faktoren steigt bei einem vollständigen faktoriellen Versuchsplan, aufgrund des zunehmenden Versuchsumfangs, die Gefahr einer Vertauschung von Versuchseinheiten. Zudem lassen sich die Einzelversuche häufig nicht mehr unter identischen Randbedingungen durchführen. Bei einer großen Anzahl von Faktoren werden in einem vollständigen faktoriellen Plan hauptsächlich Interaktionen von mehr als zwei Faktoren untersucht, da diese mit der Anzahl der Faktoren zunehmen. Die höheren Interaktionen sind aus technischer Sicht meist vernachlässigbar. Diese Tatsache machen sich die fraktionellen faktoriellen Pläne zu Nutze, die anstelle der höheren Interaktionen weitere Faktoren untersuchen /KLE09/, /SEF97/. Der Nachteil dieser Versuchspläne besteht darin, dass die zusätzlich untersuchten Faktoren mit den jeweiligen Faktor-Interaktionen, an deren Stelle diese untersucht werden, vermengt sind. Das bedeutet, dass bei der Auswertung statt des Faktoreffekts immer nur die Summe des Faktoreffekts und des Interaktioneneffekts ausgegeben wird. Voraussetzung zur Anwendung dieser Pläne ist deshalb, dass mittels technischer Überlegungen bestimmt werden kann, welcher der vermengten Effekte tatsächlich die Zielgröße beeinflusst. Ist der beeinflussende Effekt nicht ermittelbar, kann dies falsche Ergebnisse zur Folge haben.

Das Risiko einer Fehlinterpretation ist durch die Wahl, welche Art von Effekten miteinander vermengt werden, reduzierbar (Effekte der Faktoren, Effekte der 2-Faktor-Interaktionen, Effekte der 3-Faktor-Interaktionen, etc.). Fraktionelle faktorielle Versuchspläne gelten als unkritisch, wenn 2-Faktor-Interaktionen nicht die Effekte der Faktoren verfälschen und auch nicht mit weiteren 2-Faktor-Interaktionen vermengt sind.

Der  $2^{k-p}$ -Plan enthält nur einen Anteil  $1/2^p$  der Faktorstufenkombinationen des  $2^k$ -Planes. Dabei steht  $p$  für die Anzahl der Faktoren, die im Versuchsplan anstelle von höheren Faktor-Interaktionen untersucht werden. Fraktionelle faktorielle Versuchspläne lassen sich für drei Faktoren an einem Würfel veranschaulichen (vgl. **Abbildung 49**). Die vier Versuchspunkte sollen den Würfel möglichst gleichmäßig ausfüllen. Ergibt die Versuchsauswertung,

dass einer der drei Faktoren keinen Einfluss auf die Zielgröße hat, so ergibt sich für die verbleibenden zwei Faktoren ein vollständig faktorieller Plan (gestrichelt dargestellte Projektionen). Der fraktionelle faktorielle Plan kann darüber hinaus zu einem vollständigen faktoriellen Plan erweitert werden, indem die nicht markierten Faktorstufenkombinationen ebenfalls durchgeführt werden /KLE09/, /WIE10a/.



**Abbildung 49:** Fraktioneller faktorieller Versuchsplan für 3 Faktoren /WIE10a/

## 6.2 Vollständiger faktorieller Versuchsplan der Untersuchung

In der Screening-Phase sollen drei Zielgrößen in Abhängigkeit von vier Faktoren untersucht werden. Die Anzahl der Faktoren ist relativ gering, aus diesem Grund soll ein vollständiger faktorieller Versuchsplan aufgestellt werden, um die Screening-Versuche durchzuführen. Bei einem vollständigen faktoriellen Versuchsplan werden die Faktoren jeweils auf zwei Faktorstufen untersucht. Die Werte der Faktorstufen sollen den zulässigen Parameterbereich möglichst optimal abdecken. Dazu sind zunächst die zulässigen Werte des zu untersuchenden Parameterbereichs zu identifizieren. In klassischen Rollenförderanlagen für leichte Fördergüter liegt die Tragrollenteilung bei  $t = 75$  mm oder  $t = 100$  mm. Nach Angaben des Tragrollenherstellers Interroll ist jedoch bei dem Transport eines Behälters mit einer Aufstellfläche von  $A = 600$  mm x 400 mm auch eine Teilung von  $t = 200$  mm möglich. In diesem Fall würde der Förderbehälter stets von drei Tragrollen gestützt. In dieser Untersuchung soll ermittelt werden, wie sich diese Teilung auf das Förderverhalten und die Belastung der Tragrollen auswirkt. In klassischen Rollenförderanlagen werden Anlagengeschwindigkeiten zwischen  $v = 0,3$  m/s und  $v = 1,0$  m/s realisiert. Bei der Verwendung von Frequenzumrichtern zur Einstellung der Anlagengeschwindigkeit entsprechen diesen Geschwindigkeiten die Frequenzen  $f = 20$  Hz und  $f = 70$  Hz. Die Beladung der Förderbehälter weist häufig ein Fördergewicht zwischen  $m = 15$  kg und  $m = 45$  kg auf. Anhand dieser Parameterbereiche sollen die Faktorstufenwerte festgelegt werden; dabei sollen die Stufenwerte die Parameterbereiche der Fakto-

ren möglichst gut abdecken. Desweiteren ist zu berücksichtigen, dass der Aufwand bei der Einstellung bzw. Änderung der Faktorstufenwerte möglichst gering sein soll. Dies betrifft insbesondere die Variation der Tragrollenteilung, welche anhand einer vorgegebenen Rasterung eingestellt werden kann. Basierend darauf sind die in **Tabelle 4** aufgelisteten Faktorstufenwerte gewählt worden.

**Tabelle 4:** Stufenwerte der Faktoren

| Stufenwert                     | -1     | +1      |
|--------------------------------|--------|---------|
| <b>Faktor</b>                  |        |         |
| <b>Teilung <math>t</math></b>  | 100 mm | 200 mm  |
| <b>Gewicht <math>m</math></b>  | 15 kg  | 45 kg   |
| <b>Boden <math>b</math></b>    | flach  | gerippt |
| <b>Frequenz <math>f</math></b> | 20 Hz  | 70 Hz   |

Zusätzlich soll untersucht werden, ob anstelle der vermuteten linearen Abhängigkeit der Zielgrößen von den Faktoren eventuell eine quadratische Abhängigkeit besteht. Diese kann anhand eines Screening Designs nicht abgebildet werden. Um eine mögliche Abweichung von der Linearität aufzudecken, wird zusätzlich ein sogenannter Mittelpunktversuch durchgeführt. Dabei werden die Faktoren auf Stufen eingestellt, die zwischen den festgelegten zwei Stufen von  $\pm 1$  liegen. Weicht der ermittelte Wert deutlich von dem durch das lineare Modell vorhergesagten Wert ab, so liegt vermutlich keine lineare Abhängigkeit vor. Da der qualitative Faktor „Boden“ nicht auf einen Stufenwert eingestellt werden kann, der zwischen den gewählten Stufenwerten liegt, wird erneut der Stufenwert „flach“ gewählt. Die Stufenwerte für den Mittelpunkt wurden wie folgt festgelegt:

- Teilung  $t = 150$  mm
- Gewicht  $m = 30$  kg
- Boden  $b =$  flach
- Frequenz  $f = 45$  Hz

Bei der Aufstellung eines Versuchsplans werden die folgenden Schritte durchlaufen:

- Festlegung der Faktorstufenkombinationen
- Festlegung der Anzahl der Realisierungen
- Blockbildung
- Randomisierung
- Aufwandsabschätzung

Bei der Festlegung der Faktorstufenkombinationen wird bestimmt, welche Kombinationen der Faktorstufen untersucht werden sollen. Dazu gibt es Standardpläne, zu denen auch der vollständige faktorielle Versuchsplan zählt. In einem Einzelversuch wird jeweils ein Stufenwert des einen Faktors mit einem Stufenwert der jeweiligen anderen Faktoren kombiniert. Bei vollständigen faktoriellen Plänen wird jede mögliche Kombination durchgeführt, womit sich  $m = 2^k$  Faktorstufenkombinationen ergeben.

Bei der Durchführung von Versuchen wird häufig versucht, den Versuchsaufwand so gering wie möglich zu halten. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass umso mehr Einzelversuche erforderlich sind, je genauer der Effekt eines Faktors bestimmt werden soll, und je stärker die Versuchsergebnisse aufgrund zufälliger Unterschiede streuen. Bei der Aufstellung eines Versuchsplans sollte deshalb direkt berücksichtigt werden, wie häufig ein Einzelversuch realisiert werden sollte, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten. Für Versuche mit zweistu-

figen Faktoren kann die Anzahl, wie viele Einzelversuche  $N$  insgesamt durchgeführt werden sollten, wie folgt abgeschätzt werden:

$$N \approx 60 \cdot \left( \frac{\sigma}{\Delta\mu} \right)^2 \quad (6.1)$$

In dieser Gleichung stellt  $N$  die Anzahl der Einzelversuche,  $\sigma$  die Standardabweichung und  $\Delta\mu$  den Effekt, der technologisch relevant und mit hoher Wahrscheinlichkeit erkannt werden soll, falls er existiert, dar. Es wird von  $n$ -maliger Realisierung des Versuchsplans gesprochen, wenn der Versuch aus  $m$  Faktorstufenkombinationen besteht, und wenn jede dieser Kombinationen  $n \approx N/m$  mal durchgeführt wird /KLE09/.

In Vorversuchen sind für die Zielgrößen die in **Tabelle 5** in der ersten Spalte angegebenen Standardabweichungen ermittelt worden. In dieser Tabelle sind ebenfalls die Größen der Effekte, die mit hoher Wahrscheinlichkeit erkannt werden sollen, angegeben. Anhand dieser Werte errechnet sich der erforderliche Versuchsumfang. Da ein vollständiger faktorieller Versuchsplan aufgestellt und vier Faktoren untersucht werden sollen, ergibt sich daraus ein Umfang von  $m = 2^4 = 16$  Faktorstufenkombinationen. Zur Ermittlung der Effekte ist bei der Zielgröße „Erschütterung“ der größte Versuchsumfang erforderlich. Dadurch ergibt sich eine  $n = 5$ -malige Realisierung, die mindestens erforderlich ist, um den gewünschten Effekt erkennen zu können.

**Tabelle 5:** Standardabweichungen, zu erkennende Effektgrößen und Anzahl der erf. Einzelversuche

| Zielgrößen                              | $\sigma$ | $\Delta\mu$ | $N$   |
|---|----------|-------------|-------|
| <b>Kraft <math>y_F</math></b>           | 7,37 N   | 7 N         | 66,51 |
| <b>Erschütterung <math>y_E</math></b>   | 0,29 g   | 0,25 g      | 80,74 |
| <b>Relativbewegung <math>y_R</math></b> | 0,00049  | 0,0005      | 57,62 |

Bei der weiteren Versuchsplanerstellung ist zu berücksichtigen, dass in praktischen Anwendungen die Verteilung der Grundgesamtheit nicht bekannt ist. Es liegt nur eine gewisse Anzahl an Messwerten vor. Diese Messwerte stellen eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit dar, und die Anzahl der Messwerte wird als Stichprobenumfang  $n$  bezeichnet. Da von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit geschlossen werden soll, muss die Stichprobe repräsentativ für die Grundgesamtheit sein. Eine Möglichkeit, um dies zu erreichen, stellt die zufällige Entnahme der Messwerte dar. Jedes Element der Grundgesamtheit hat somit die gleiche Wahrscheinlichkeit, in die Stichprobe aufgenommen zu werden. Um dies zu ermöglichen, werden eine Randomisierung und Blockbildung empfohlen /KLE09/.

Unter Blockbildung wird die Einteilung der Einzelversuche in Gruppen verstanden, so dass innerhalb jeder Gruppe die zufälligen Unterschiede möglichst klein sind, und dass jede Faktorstufenkombination möglichst gleich häufig auftritt. Eventuell vorhandene Unterschiede zwischen den Blöcken können aufgrund der Ausgewogenheit innerhalb der Blöcke erkannt und aus der Rechnung eliminiert werden. Auf diese Weise kann die Zufallsstreuung reduziert werden. Erfolgt eine  $n$ -malige Realisierung der Faktorstufenkombinationen, so können die Einzelversuche einer Realisierung jeweils als ein Block betrachtet werden. Eine Blockbildung ist gerade dann sinnvoll, wenn zum Beispiel bei der Produktion Ausgangsmaterial aus verschiedenen Chargen genutzt werden muss, oder nicht alle Einzelversuche in einer Woche durchgeführt werden können. In diesen Fällen ist es sinnvoll, aus den Einzelversuchen mit dem Ausgangsmaterial einer Charge bzw. aus den Einzelversuchen einer Woche jeweils einen Block zu bilden. Trotz Blockbildung ist es möglich, dass ein Trend oder eine andere unerkannte Änderung der Ergebnisse die Schätzung der Faktoreffekte verfälscht. Um dies zu

vermeiden, werden die Einzelversuche in jedem Block in zufälliger Reihenfolge durchgeführt. In diesem Fall wird von Randomisierung gesprochen. Dabei wird die Reihenfolge vor der Versuchsdurchführung mit Hilfe von Zufallszahlen festgelegt. Diese Reihenfolge ist einzuhalten, da eine spätere Änderung der Reihenfolge das Risiko einer Verfälschung der Ergebnisse birgt. Blockbildung und Randomisierung haben zur Folge, dass die Faktorstufenwerte häufig verändert werden müssen. Je aufwändiger die Veränderung der Faktorstufen ist, umso größer wird der Versuchsumfang. In der Aufwandsabschätzung sollten deshalb die damit verbundenen Zusatzkosten und der zusätzliche Zeitbedarf berücksichtigt werden.

In begründeten Einzelfällen kann aufgrund von Aufwandsgründen von einer Blockbildung und/oder vollständigen Randomisierung abgesehen werden. Dies gilt insbesondere dann, wenn

- alle Einzelversuche in relativ kurzer Zeit und unter konstanten Versuchsbedingungen durchgeführt werden können,
- die Faktorstufen genau und reproduzierbar eingestellt werden können, und
- der Zeitaufwand oder die Kosten für die Änderung der Faktorstufen sehr hoch sind.

In diesen Fällen ist die im Versuch ermittelte Zufallsstreuung jedoch eventuell kleiner als die Zufallsstreuung bei vollständiger Randomisierung und Blockbildung. Ein eventuell vorhandener Trend könnte damit die Schätzung für einen nur selten geänderten Faktor verfälschen /KLE09/.

Bei der Planung der Screening-Versuche ist in dieser Untersuchung auf eine Blockbildung und eine vollständige Randomisierung verzichtet worden. Dies liegt darin begründet, dass zum einen alle Versuche in einer relativ kurzen Zeit durchgeführt werden können und zum anderen eine vollständige Randomisierung den Aufwand bei der Versuchsdurchführung um ein Vielfaches erhöhen würde. Die Umstellung der Stufenwerte der Faktoren „Teilung“, „Boden“ und „Gewicht“ ist relativ zeitaufwändig. Die Umstellung der Faktorstufenwerte würde in diesen Fällen erheblich länger dauern als die Versuchsdurchführung selbst. Die Stufenwerte dieser Faktoren lassen sich jedoch sehr genau und reproduzierbar einstellen. Aus diesem Grund wurde eine Randomisierung nur eingeschränkt vorgenommen. Bei der Aufstellung des Versuchsplans mit der Statistiksoftware JMP kann den Faktoren die Eigenschaft zugeordnet werden, wie leicht eine Änderung der Stufenwerte vorgenommen werden kann. Dies wird dann bei der Randomisierung berücksichtigt /JMP07b/. Dem Faktor „Teilung“ ist die Eigenschaft „schwer“, den Faktoren „Boden“ und „Gewicht“ die Eigenschaft „mittel“ und dem Faktor „Frequenz“ die Eigenschaft „leicht“ zugeordnet worden. Um einen Trend hinsichtlich des Faktors „Teilung“ im Versuchsdurchlauf dennoch erkennen zu können, ist bei der Aufstellung des Versuchsplans direkt eine Wiederholung berücksichtigt worden, und der Stufenwert der „Teilung“ wurde zweimal verändert. Dadurch wurden zunächst Versuche mit dem ersten Stufenwert, anschließend mit dem zweiten und zum Schluss nochmals mit dem ersten durchgeführt.

Es wurde der in **Tabelle 6** aufgelistete Versuchsplan aufgestellt. Der Versuchsplan ist viermal durchgeführt worden. Da eine einmalige Wiederholung bereits im Versuchsplan berücksichtigt ist, wird jeder Einzelversuch insgesamt achtmal durchgeführt. Damit wird eine ausreichende Anzahl an Daten erzeugt, um auch kleine Effekte erkennen zu können. Die Ergebnisse der Versuchsdurchführung sind in den **Tabellen 47 bis 50** im Anhang angegeben. Zur Durchführung der Mittelpunktversuche sind die in **Tabelle 7** angegebenen Werte festgelegt worden.

**Tabelle 6:** Screening-Versuchsplan

| <b>Nr.</b> | <b>Teilung</b> | <b>Gewicht</b> | <b>Boden</b> | <b>Frequenz</b> |
|------------|----------------|----------------|--------------|-----------------|
| 01         | 200            | 45             | gerippt      | 70              |
| 02         | 200            | 15             | gerippt      | 20              |
| 03         | 200            | 15             | gerippt      | 70              |
| 04         | 200            | 45             | flach        | 20              |
| 05         | 200            | 45             | gerippt      | 20              |
| 06         | 200            | 15             | flach        | 70              |
| 07         | 200            | 15             | flach        | 20              |
| 08         | 200            | 45             | flach        | 70              |
| 09         | 100            | 15             | gerippt      | 20              |
| 10         | 100            | 15             | flach        | 70              |
| 11         | 100            | 45             | flach        | 20              |
| 12         | 100            | 45             | flach        | 70              |
| 13         | 100            | 45             | gerippt      | 70              |
| 14         | 100            | 45             | flach        | 20              |
| 15         | 100            | 15             | flach        | 70              |
| 16         | 100            | 15             | flach        | 20              |
| 17         | 100            | 45             | flach        | 70              |
| 18         | 100            | 15             | gerippt      | 20              |
| 19         | 100            | 15             | gerippt      | 70              |
| 20         | 100            | 45             | gerippt      | 20              |
| 21         | 100            | 45             | gerippt      | 20              |
| 22         | 100            | 15             | gerippt      | 70              |
| 23         | 100            | 15             | flach        | 20              |
| 24         | 100            | 45             | gerippt      | 70              |
| 25         | 200            | 15             | flach        | 20              |
| 26         | 200            | 15             | flach        | 70              |
| 27         | 200            | 45             | flach        | 20              |
| 28         | 200            | 45             | flach        | 70              |
| 29         | 200            | 45             | gerippt      | 70              |
| 30         | 200            | 45             | gerippt      | 20              |
| 31         | 200            | 15             | gerippt      | 70              |
| 32         | 200            | 15             | gerippt      | 20              |

**Tabelle 7:** Mittelpunktsversuch

| <b>Nr.</b> | <b>Teilung</b> | <b>Gewicht</b> | <b>Boden</b> | <b>Frequenz</b> |
|------------|----------------|----------------|--------------|-----------------|
| 33         | 150            | 30             | flach        | 45              |

### 6.3 Auswertung und Interpretation der Screening-Ergebnisse

In der Screening-Phase wird überprüft, welche der Faktoren und Faktor-Interaktionen einen signifikanten Einfluss auf die jeweilige Zielgröße haben. Anhand dieser signifikanten Parameter wird anschließend mit Hilfe der Regressionsanalyse ein lineares Modell aufgestellt. Aus diesem Grund werden die mathematischen Modelle auch Regressionsmodelle genannt.

#### 6.3.1 Regressionsanalyse für lineare Modelle

In der Regressionsanalyse wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen Parametern spezifiziert. Ziele der Regression sind unter anderem der Nachweis einer bekannten Beziehung, das Erkennen eines funktionalen Zusammenhangs, die empirische Repräsentation großer Datenmengen und die Interpolation fehlender bzw. Prognose zukünftiger Werte. Wird vermutet, dass ein zumindest näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen zwei (oder auch mehreren) Parametern einer Grundgesamtheit besteht, so kann dieser Zusammenhang mittels linearer Regressionsrechnung näher spezifiziert und untersucht werden. Zur Verdeutlichung werden an dieser Stelle zunächst nur zwei Parameter betrachtet. Es werden die (interessierenden) Parameter  $y$  und  $x$  in einem Experiment an  $n$  Objekten aus der Grundgesamtheit beobachtet. Die Realisationen der Parameter  $x$  und  $y$  werden dann zur Untersuchung der linearen Beziehung verwandt.

Es wird davon ausgegangen, dass gilt:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + \varepsilon_i \quad \text{für } i = 1, \dots, n, \quad (6.2)$$

wobei  $\beta_1$  den Achsenabschnitt und  $\beta_2$ , auch Regressionskoeffizient genannt, den Steigungsparameter der linearen Beziehung darstellen. Darüber hinaus handelt es sich bei  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  um zufällige Fehler.

Die Schätzungen  $b_1$  und  $b_2$  für die Koeffizienten  $\beta_1$  und  $\beta_2$  eines linearen Regressionsproblems sind so zu bestimmen, dass durch die Regressionsgerade

$$\hat{y} = b_1 + b_2 \cdot x \quad (6.3)$$

eine möglichst gute Schätzung  $\hat{y}$  für  $y$  bestimmt wird. Die eingesetzte Methode wird Methode der kleinsten Quadrate genannt. Dabei gilt als Kriterium für die Güte der Schätzung die Summe der Abweichungsquadrate (Residual-Quadratsumme)

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 - b_2 \cdot x_i)^2 \quad (6.4)$$

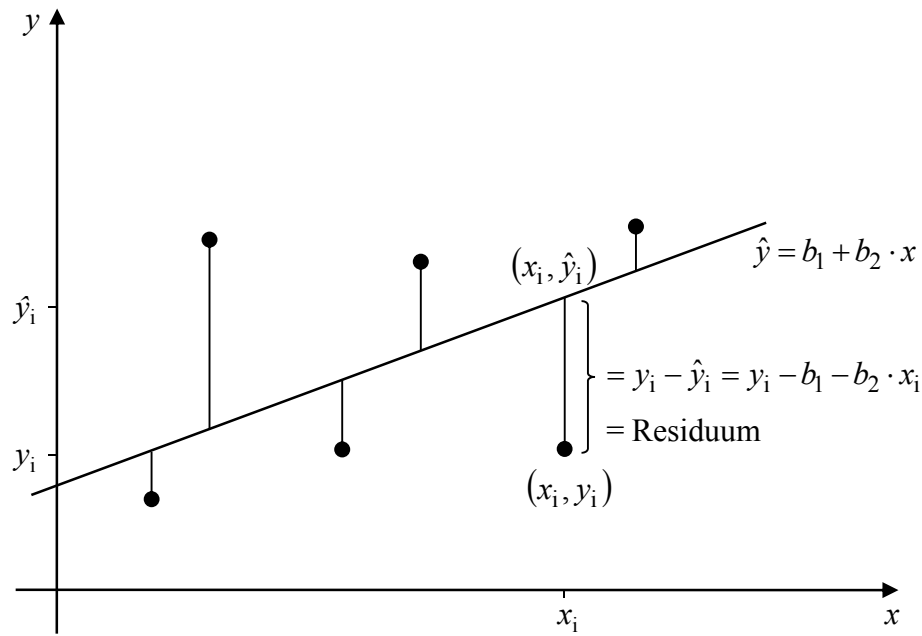
als geeignetes Maß. „Die Schätzer  $b_1$  und  $b_2$  für  $\beta_1$  und  $\beta_2$  sind so zu bestimmen, dass die Summe  $S^2$  der vertikalen quadratischen Abweichungen der gemessenen Werte  $y_i$  von den durch die Regressionsgerade an den Stellen  $x_i$  gelieferten Werten  $\hat{y}_i = b_1 + b_2 \cdot x_i$  minimal wird“ (vgl. **Abbildung 50**) /HAR09/.

In dieser Untersuchung soll die Zielgröße  $y$  jedoch nicht nur in Abhängigkeit eines, sondern mehrerer Faktoren untersucht werden. Dabei sollen auch Interaktionen zwischen diesen Faktoren berücksichtigt werden. Die Zielgröße wird durch die Faktoren und spezifizierte Interaktionen der Faktoren linear beeinflusst. Die zugehörige Gleichung hat dann die folgende Form:

$$y_i = \beta_1 + \sum_{j=1}^K x_{ij} \cdot \beta_{j+1} + \sum_{j=1}^{K-1} \sum_{k>j} x_{ij} \cdot x_{ik} \cdot \beta_{j,k} + \varepsilon_i \quad , \varepsilon_i \sim \text{u.i.N}(0, \sigma^2) \quad (6.5)$$



Soll die Interaktion zwischen den Faktoren  $j$  und  $k$  vernachlässigt werden, so wird  $\beta_{j,k} = 0$  gesetzt. In **Gleichung (6.5)** steht  $y_i$  für das Ergebnis der Zielgröße beim  $i$ -ten Versuch,  $x_{ij}$  für das kodierte Niveau des  $j$ -ten Faktors im  $i$ -ten Versuch,  $x_{ik}$  für das kodierte Niveau des  $k$ -ten Faktors im  $i$ -ten Versuch,  $\beta_1$  für den Achsenabschnitt,  $\beta_{j+1}$  für den Regressionskoeffizienten des  $j$ -ten Faktors,  $\beta_{j,k}$  für den Regressionskoeffizienten der Interaktion zwischen Faktor  $j$  und Faktor  $k$ ,  $K$  für die beteiligten Faktoren,  $\varepsilon_i$  für den Fehler beim  $i$ -ten Experiment und  $\sigma^2$  für die Fehlervarianz /WEI99/, /MYE09/.



**Abbildung 50:** Graphische Veranschaulichung der Methode der kleinsten Quadrate /HAR09/

Bei der Anpassung des Modells an die Versuchsergebnisse anhand der Regressionsanalyse werden einige Annahmen bezüglich der Fehler  $\varepsilon_i$  vorausgesetzt. Bevor das Modell genutzt werden kann, ist zu überprüfen, ob diese Annahmen verletzt werden. Diese Überprüfung wird Residuenanalyse genannt. Die Annahmen, die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzt werden, sind /SNE94/, /STA02/:

- Die Varianz der Fehler ist konstant („Homoskedastizität“):  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$
- Die Fehler sind annähernd normalverteilt:  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- Der Mittelwert der Fehler ist gleich null:  $\varepsilon = \langle \varepsilon_i \rangle = 0$
- Die Fehler sind unkorreliert (unabhängig):  $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  für  $i \neq j$

Bei der Beurteilung, ob diese Annahmen tatsächlich erfüllt werden, wird wieder auf die Ergebnisse der Methode der kleinsten Quadrate zurückgegriffen. Die Abweichungen der gemessenen Werte  $y_i$  von den durch die Regressionsgerade an den Stellen  $x_i$  gelieferten Werten  $\hat{y}_i = b_1 + b_2 \cdot x_i$  wird als Residuum bezeichnet (vgl. **Abbildung 50**) /HAR09/. Die Residuen des Regressionsmodells stellen den Fehler dar, der nach der Anpassung des Modells an die Zielgrößenwerte übrig bleibt. Aus diesem Grund werden die Residuen zur Bewertung der Annahmenerfüllung herangezogen. Dazu werden sie mittels graphischer und statistischer Analysen überprüft. Diese Untersuchung wird Residuenanalyse genannt. Bei Nichterfüllung einzelner Forderungen sind gegebenenfalls Ausreißer zu eliminieren oder neu zu bestimmen, das Modell durch weitere Terme zu ergänzen oder das Modell anderweitig zu verändern, zum Beispiel durch Transformation oder Hinzunahme eines zeitabhängigen Teils /ORT/, /KUT04/.

Werden die zur Regressionsanalyse getroffenen Annahmen erfüllt, so ist abschließend das Modell selbst zu überprüfen. Zur Überprüfung der Modellgüte sollten sowohl Diagramme als auch numerische Kenngrößen herangezogen werden. Desweiteren ist zu überprüfen, ob das Modell signifikant ist und ob es eine signifikante Modellschwäche ausgeschlossen werden kann. Dazu werden die Varianzanalyse und der Lack of Fit genutzt /ORT/.

### 6.3.2 Zielgröße „Kraft“

Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse eines Screening Designs werden die Effekte und deren Signifikanz berechnet. Dies erfolgt separat für jede Zielgröße. Zur Anpassung der Modelle für die Zielgrößen wird ebenfalls die Statistiksoftware JMP genutzt.

#### 6.3.2.1 Ermittlung signifikanter Parameter

In der Screening-Phase sollen aus einer Anzahl möglicher Parameter diejenigen ermittelt werden, die einen signifikanten Einfluss auf die Zielgröße haben. Um eine Aussage darüber treffen zu können, ob ein Effekt echt ist oder eventuell nur zufällig, wird die Zufallsstreuung herangezogen. Versuchsergebnisse streuen aufgrund von zufälligen Einflüssen. Die Effekte werden jedoch anhand dieser streuenden Versuchsergebnisse berechnet und streuen damit ebenfalls. Sie weichen demnach von den unbekanntem wahren Werten zufällig ab. Große Abweichungen treten allerdings nur selten auf. Ist der Effekt größer als seine Zufallsstreuung (formal: die Breite seines Vertrauensbereichs), so gilt er als „signifikant“. Ist er hingegen kleiner als seine Zufallsstreuung, so ist er „nicht signifikant“ /KLE09/. Zur Beurteilung der Signifikanz wird von der Statistiksoftware JMP der Parameter Estimates Report ausgegeben (vgl. **Tabelle 8**).

**Tabelle 8:** Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Kraft“

| Term         | Schätzer | Diagramm des $t$ -Werts | Lenth's $t$ -Wert | Einfacher $p$ -Wert | Simultaner $p$ -Wert |
|--------------|----------|-------------------------|-------------------|---------------------|----------------------|
| Gewicht $m$  | 75,9909  |                         | 82,11             | 0,0000              | 0,0000               |
| Teilung $t$  | 50,5104  |                         | 54,58             | 0,0000              | 0,0000               |
| Boden $b$    | 20,1347  |                         | 21,76             | <,0001              | <,0001               |
| Frequenz $f$ | -5,2067  |                         | -5,63             | <,0001              | <,0001               |
| $m*t$        | 25,7730  |                         | 27,85             | <,0001              | <,0001               |
| $m*b$        | 8,1197   |                         | 8,77              | <,0001              | <,0001               |
| $t*b$        | 3,8253   |                         | 4,13              | <,0001              | 0,0203               |
| $m*f$        | 1,0338   |                         | 1,12              | 0,2554              | 1,0000               |
| $t*f$        | 0,3995   |                         | 0,43              | 0,6688              | 1,0000               |
| $b*f$        | 0,8941   |                         | 0,97              | 0,3265              | 1,0000               |
| $m*t*b$      | 5,1539   |                         | 5,57              | <,0001              | <,0001               |
| $m*t*f$      | 0,5724   |                         | 0,62              | 0,5404              | 1,0000               |
| $m*b*f$      | -0,3310  |                         | -0,36             | 0,7246              | 1,0000               |
| $t*b*f$      | 1,1571   |                         | 1,25              | 0,2062              | 1,0000               |
| $m*t*b*f$    | -0,4711  |                         | -0,51             | 0,6137              | 1,0000               |

Die erste Spalte der Tabelle enthält die untersuchten Parameter. In der zweiten Spalte werden die Schätzer der Parameter angegeben. Diese entsprechen den Werten der Regressionsschätzer des Modells, sofern es sich bei dem Versuchsplan um einen orthogonalen Plan handelt. Screening Designs verfügen jedoch nicht über diese Eigenschaft. Der Begriff „Orthogonalität“ wird an geeigneter Stelle in **Kapitel 7.2** erläutert. Der Parameter Estimates Report gibt neben dem Schätzer der Parameter des linearen Modells den  $t$ -Test für die Hypothese, dass

jeder Parameter Null ist, an. In diesem Zusammenhang bedeutet das, dass jeder Parameter darauf getestet wird, ob er einen Einfluss auf die Zielgröße hat. Screening-Experimente beinhalten jedoch häufig vollständig gesättigte Modelle, wobei nicht genügend Freiheitsgrade zur Schätzung des Fehlers zur Verfügung stehen. Die Begriffe „*t*-Test“ und „Freiheitsgrad“ werden an dieser Stelle als bekannt voraus gesetzt. Eine Erläuterung erfolgt an geeigneterer Stelle in diesem Kapitel. Stehen nicht genügend Freiheitsgrade zur Schätzung des Fehlers zur Verfügung, ist es nicht möglich, den Standardfehler der Schätzer, die *t*-Werte und die *p*-Werte, auf klassische Weise zu berechnen. In diesem Fall gibt JMP einen einfachen *p*-Wert und einen simultanen *p*-Wert aus. Diese werden in den letzten beiden Spalten des Parameter Estimates Report angegeben (vgl. **Tabelle 8**). Zur Berechnung des simultanen *p*-Werts verwendet JMP den Lenth *t*-Wert (vierte Spalte), welcher zusätzlich in der dritten Spalte graphisch visualisiert dargestellt wird. Dieser berechnet sich, indem der Schätzer, angegeben in der zweiten Spalte, durch den simultanen Standard-Fehler ( $PS_E$ ;  $PS$  = pseudo standard,  $E$  = Error) geteilt wird /JMP07a/.

Der *p*-Wert gilt als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der beobachtete Effekt oder ein noch größerer Effekt nur zufällig auftritt, wenn der wahre Effekt 0 ist. Je kleiner diese Wahrscheinlichkeit ist, umso stärker ist das Indiz dafür, dass wirklich ein Unterschied zwischen den beiden Gruppen besteht bzw. dass der Faktor einen Einfluss auf die Zielgröße hat. Die Beurteilung der Ergebnisse erfolgt folgendermaßen /KLE09/:

- $p$ -Wert > 5% (bzw. 0,05): kein Hinweis auf Unterschied
- $5\% > p$ -Wert > 1%: indifferent, möglichst mehr Daten sammeln
- $1\% > p$ -Wert > 0,1%: signifikanter Unterschied
- $0,1\% > p$ -Wert: hochsignifikanter Unterschied

Für die als signifikant ermittelten Faktoren und Faktor-Interaktionen (in **Tabelle 8** grau hinterlegt) ist ein lineares Modell angepasst worden.

### 6.3.2.2 Residuenanalyse

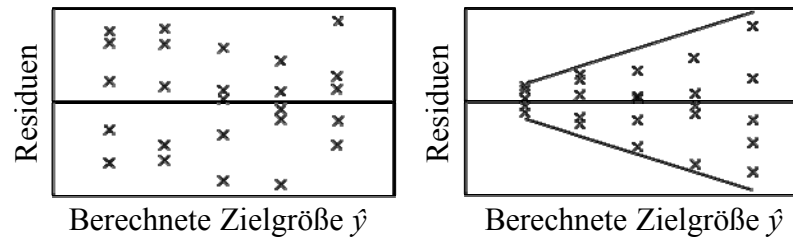
Basierend auf den Residuen des angepassten Regressionsmodells für die Zielgröße „Kraft“ wird die Residuenanalyse durchgeführt. Anhand dieser Untersuchung wird überprüft, ob die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzten Annahmen erfüllt werden.

#### (1) Ist die Varianz der Fehler konstant?

Zur Überprüfung der Varianz der Fehler werden die Residuen in ein Streudiagramm eingetragen. Dabei werden die Residuen gegen die Größe aufgetragen, welche mit der Varianz zusammenhängen könnte. Die häufigste Abweichung von der Annahme einer konstanten Fehlervarianz besteht darin, dass mit zunehmendem Wert der Zielgröße die Streuung der Residuen zunimmt. Um dies zu überprüfen, werden die Residuen gegen die Vorhersagewerte des Modells aufgetragen. Das erzeugte Streudiagramm wird auch Tukey-Anscombe Plot genannt /STA02/, /MYE09/, /KUT04/. Hängt die Größe der Residuen von der Größe der entsprechenden geschätzten Modellwerte ab, so wäre das Modell bei kleinen Zielgrößenwerten, die an sich sehr präzise sind, sehr schlecht. Dies beruht darauf, dass die großen Fehler bei großen Zielwerten eine zu große Hebelwirkung auf das Modell haben /ORT/.

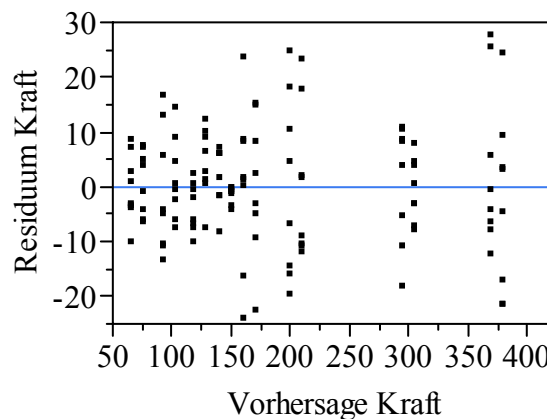
In **Abbildung 51** sind beispielhaft zwei Tukey-Anscombe Plots dargestellt. Die linke Darstellung zeigt, wie das Ergebnis aussehen sollte. Die Residuen im Diagramm sollten eine Punktelcke oder ein waagrechtes Band bilden /KLE09/. Dabei sollte die Nullachse mittig durch die Residuen gehen. Die Streuung der Residuen sollte überall gleich sein, und die Residuen sollten keine Struktur zeigen /WEI99/. Dies ist im rechten Diagramm nicht der Fall. Die rechte Darstellung verdeutlicht, wie sich eine Zunahme der Varianz mit zunehmenden Ziel-

größenwerten (Heteroskedastizität) darstellen würde. Die Residuen bilden einen Trichter /KLE09/.



**Abbildung 51:** Tukey-Anscombe Plots; erwünschtes Ergebnis (links), Heteroskedastizität (rechts) /KLE09/

Für das Modell der Zielgröße „Kraft“ ergibt sich der in **Abbildung 52** dargestellte Tukey-Anscombe Plot. In dem Diagramm ist eine Zunahme der Streuung der Residuen mit zunehmenden Vorhersagewerten erkennbar. Somit ist die Voraussetzung, dass die Varianz der Fehler konstant ist, nicht erfüllt.



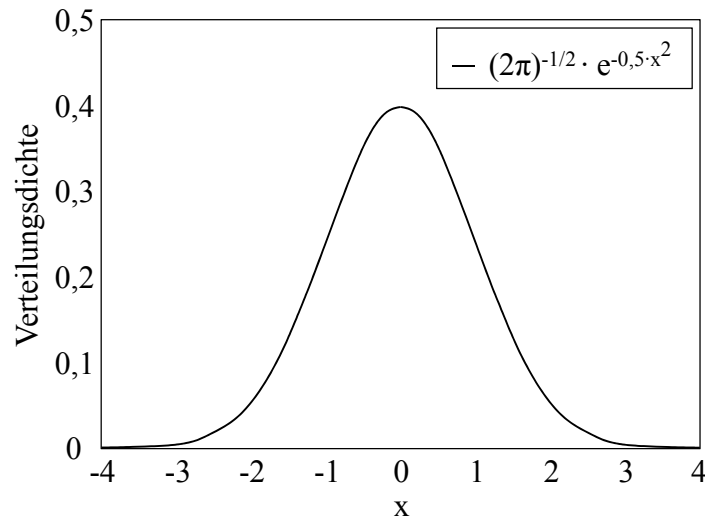
**Abbildung 52:** Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“

## (2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?

Bei der Auswertung von Versuchsplänen werden Signifikanzaussagen getroffen. Voraussetzung dafür ist die Normalverteilung der Residuen /ORT/. Die Normalverteilung wird durch ihre Dichte beschrieben. Diese ist gegeben durch:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (6.6)$$

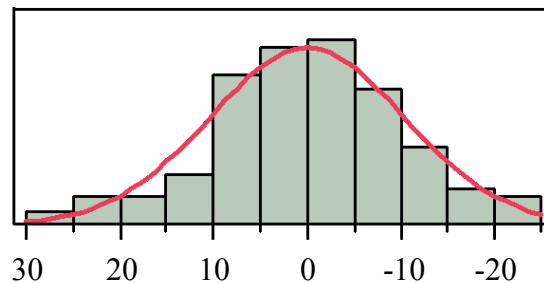
wobei  $\mu$  der Mittelwert und  $\sigma$  die Standardabweichung der Normalverteilung sind. Diese Parameter dienen dazu, die Lage bzw. die Breite der Verteilung zu beschreiben /KLE09/. In **Abbildung 53** ist die Dichte der Normalverteilung für den Mittelwert  $\mu = 0$  und die Standardabweichung  $\sigma = 1$  dargestellt.



**Abbildung 53:** Dichtefunktion der Normalverteilung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma = 1$

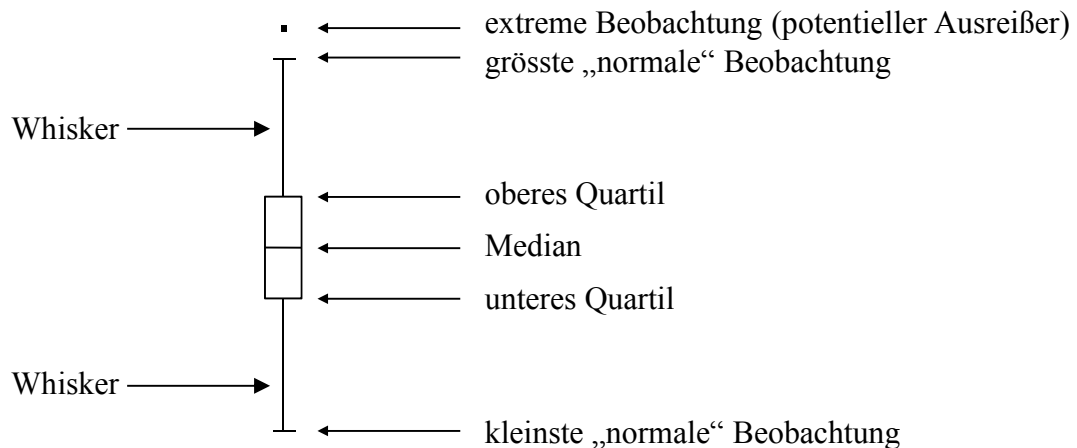
Zur Überprüfung der Normalverteilung der Residuen und zur Identifizierung möglicher Ausreißer werden die Residuen auf drei Arten graphisch untersucht. Dazu werden die Residuen in einem Histogramm, einem Box Plot und einem Normal Quantile Plot dargestellt.

Bei Histogrammen handelt es sich um die Standard-Darstellungen für Häufigkeitsverteilungen. „Ein Histogramm ist die graphische Darstellung der Anzahl der Beobachtungen, die in die einzelnen Intervalle einer Klasseneinteilung einer Variablen fallen“. Um zu überprüfen, wie gut die Beobachtungen einer Stichprobe mit der Normalverteilung übereinstimmen, lässt sich das Histogramm mit einer an die Daten angepassten Verteilung vergleichen /STA02/. Dem Histogramm wird dazu die Kurve der Verteilung überlagert (vgl. **Abbildung 54**).



**Abbildung 54:** Histogramm, überlagert mit einer an die Daten angepassten Kurve der Normalverteilung

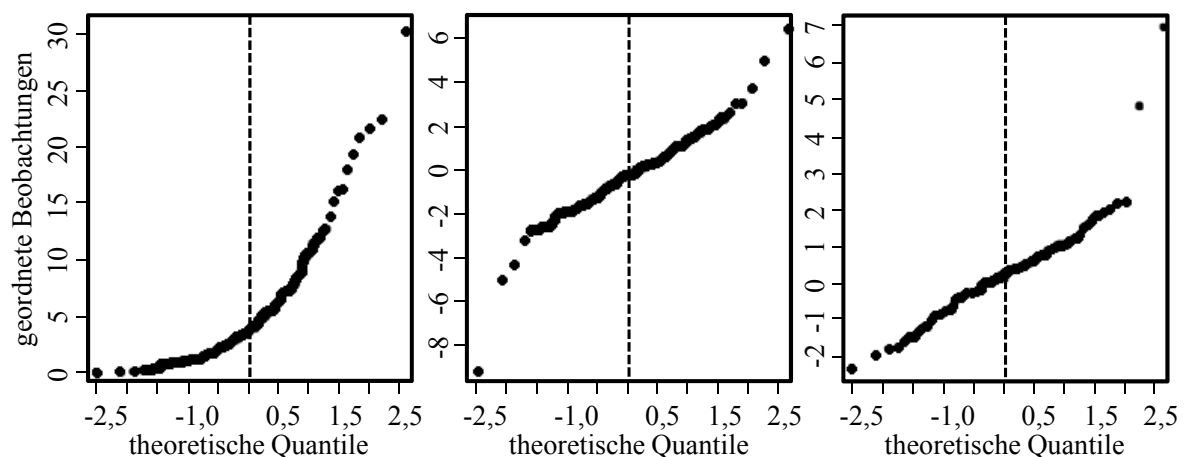
Der Box Plot stellt eine graphische Darstellung dar, anhand der die Stichprobenverteilung von Beobachtungen (Lage und Streuung) verdeutlicht wird und anhand der sogenannte Ausreißer ermittelt werden können. Bei Ausreißern handelt es sich um Beobachtungen, die zu weit vom Erwartungswert entfernt liegen. Dabei muss es sich nicht um fehlerhafte Daten handeln. Der Box Plot verwendet zur Beschreibung der Stichprobenverteilung Quantile. Ein Beispiel eines Box Plots ist in **Abbildung 55** dargestellt /JMP07a/, /STA02/.



**Abbildung 55:** Box Plot mit Erläuterung der Quantile und Beobachtungen /STA02/, /JMP07a/

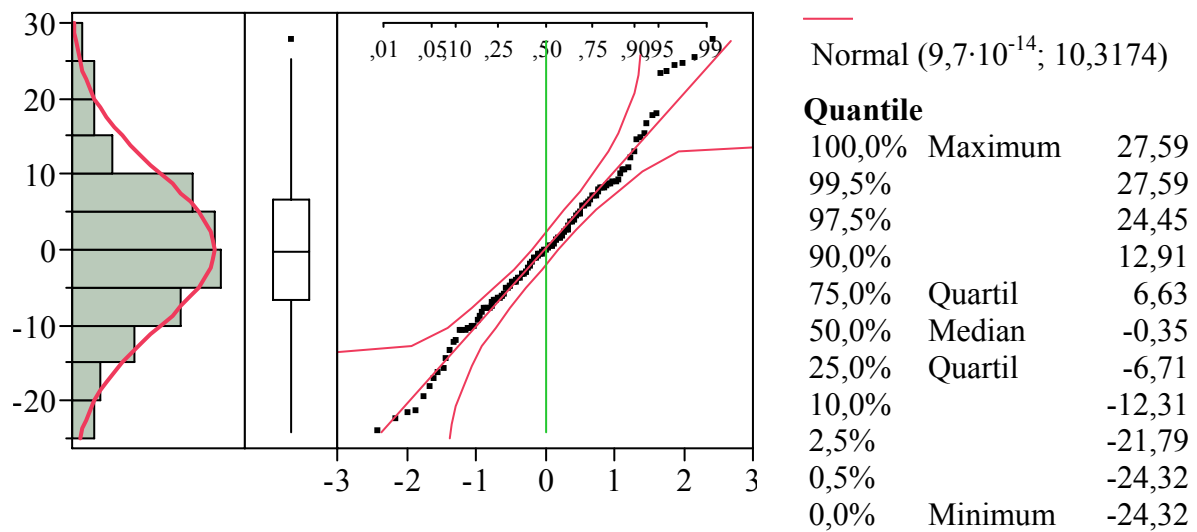
Der Median teilt die Stichprobe so, dass 50% der Beobachtungen darunter und 50% darüber liegen. Als unteres bzw. oberes Quartil wird die Grenze bezeichnet, die die Stichprobe im Verhältnis 1:3 (25%) bzw. 3:1 (75%) teilt /STA02/.

Als dritte graphische Untersuchungsmöglichkeit wird der Normal Quantile Plot erstellt. Dieser stellt eine Spezialform des Quantile Quantile Plots (Q-Q-Plot) dar. Beim Q-Q-Plot werden die Quantile zweier empirischer Verteilungen gegeneinander aufgetragen. Sind die Verteilungen in beiden Gruppen gleich, so liegen die Beobachtungen im Q-Q-Plot ungefähr auf einer 45°-Geraden durch den Nullpunkt. Werden die Beobachtungen mit der Normalverteilung verglichen, so wird von einem Normal Quantile Plot gesprochen /SNE94/, /STA02/. Sind die Beobachtungen nicht normalverteilt, so sind im Normal Quantile Plot größere Abweichungen von der Geraden zu beobachten. In **Abbildung 56** sind drei Diagramme gegeben, die zeigen sollen, wie der Normal Quantile Plot aussehen kann, wenn die Beobachtungen keiner Normalverteilung entsprechen. Das linke Diagramm zeigt eine schiefe Verteilung. Dies führt im Normal Quantile Plot zu einer nach oben gebogenen Kurve. Im mittleren Diagramm liegt eine langschwänzige Verteilung vor, dies führt zu einer (umgekehrt) S-förmigen Kurve. Die dem rechten Diagramm zugrunde liegenden Beobachtungen enthalten Ausreißer. Diese zeigen sich als vereinzelte Punkte in der rechten oberen oder der linken unteren Ecke /STA02/.



**Abbildung 56:** Normal Quantile Plots; schiefe Verteilung (links), langschwänzige Verteilung (Mitte), Ausreißer (rechts) /STA02/

In **Abbildung 57** sind das Histogramm mit überlagerter Normalverteilungskurve, der Box Plot und der Normal Quantile Plot der Residuen des linearen Modells für die Zielgröße „Kraft“ dargestellt. Die Diagramme zeigen, dass die Residuen nahezu symmetrisch und normalverteilt sind. Anhand des Box Plots ist jedoch ein Ausreißer ermittelt worden.



**Abbildung 57:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Kraft“

Zusätzlich zu der graphischen Untersuchung auf Normalverteilung der Messwerte wird der Shapiro-Wilk-Test eingesetzt. Dabei wird die Verteilung des Quotienten  $W$  aus zwei Schätzungen der Varianz  $s^2$  betrachtet /BAS10/:

$$W = \frac{\left( \sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6.7)$$

Im Zähler steht dabei das Quadrat einer kleinsten Fehlerquadratschätzung für die Steigung der Regressionsgeraden im Q-Q-Plot und im Nenner die Stichprobenvarianz. Bei  $a_i$  handelt es sich um eine stichprobenabhängige Konstante, welche entsprechenden Tabellen entnommen werden kann, und bei  $x$  um die Beobachtung, in diesem Fall die Residuen. Sind die Beobachtungen normalverteilt, so sollten beide Schätzungen nahe zusammenliegen, und der Quotient  $W$  sollte 1 betragen oder nahe bei 1 liegen. Die Statistiksoftware JMP gibt den Quotienten  $W$  und den  $p$ -Wert direkt aus. Dabei handelt es sich um die Wahrscheinlichkeitsaussage zum Zutreffen der Nullhypothese. Liegt der  $p$ -Wert unterhalb von 0,05, so ist die Nullhypothese zu verwerfen /BAS10/. Im Fall des Shapiro-Wilk-Tests besagt die Nullhypothese, dass eine Normalverteilung der Residuen vorliegt. Da eine Signifikanz zum Konfidenzniveau 95% ermittelt werden soll, wird überprüft, ob der  $p$ -Wert größer ist als 0,05. Ist dies der Fall, so gilt die Nullhypothese als bestätigt. Eine Normalverteilung der Residuen kann dann angenommen werden.

Für die Residuen des linearen Modells für die Zielgröße „Kraft“ wird der  $p$ -Wert mit 0,2281 angegeben (vgl. **Tabelle 9**). Da der Wert größer als 0,05 ist, kann eine Normalverteilung der Residuen angenommen werden.

**Tabelle 9:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“

| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,986295 | 0,2281    |

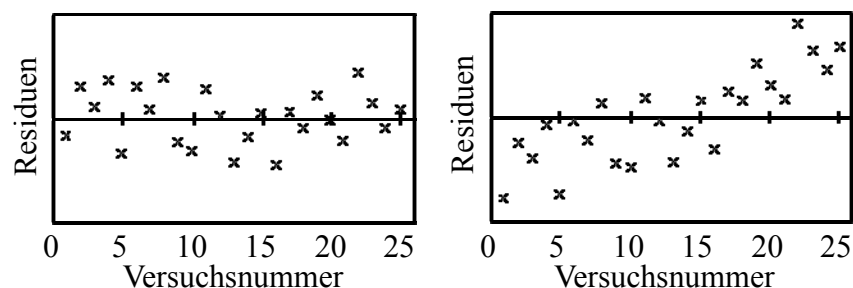
### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Bei der Modellerstellung wird in der Regressionsanalyse angenommen, dass der Mittelwert der Fehler gleich null ist. Um dies zu überprüfen, wird der Mittelwert der Residuen ermittelt. Der Mittelwert der Residuen des Regressionsmodells für die Zielgröße „Kraft“ beträgt  $9,7 \cdot 10^{-14}$  N. Dieser Wert ist sehr klein und kann damit als nahezu Null betrachtet werden, womit die Annahme als bestätigt gilt.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

In der Residuenanalyse ist weiterhin zu überprüfen, ob die Fehler unkorreliert und unabhängig voneinander sind. Eine Korrelation zwischen Faktoren und somit auch zwischen den Fehlern führt immer zu einer Verbreiterung der Vertrauensbereiche für die Regressionskoeffizienten  $\beta_i$ . Bei geplanten Versuchen kann diese Korrelation klein gehalten werden, bei orthogonalen Versuchsplänen ist sie sogar null. Da in dieser Untersuchung nur geplante Versuche ausgewertet werden, kann davon ausgegangen werden, dass die Fehler unabhängig voneinander sind /KLE09/.

Desweiteren ist zu prüfen, ob die Fehler unabhängig von der Zeit sind. Die Fehler geben den Effekt derjenigen Parameter wieder, welche nicht im Modell berücksichtigt werden. Aus diesem Grund resultiert eine Korrelation zwischen den Fehlern verschiedener Beobachtungen dann, wenn die nichtberücksichtigten Variablen für diese Beobachtungen ähnliche Werte annehmen. Dies ist zum Beispiel häufig bei Zeitreihen für aufeinanderfolgende Beobachtungen gegeben /SNE94/. Die Residuen sollten deshalb gegen die Versuchsreihenfolge aufgetragen werden, um eine eventuell vorherrschende zeitliche Abhängigkeit erkennen zu können /ORT/. Ein zeitabhängiger Einfluss, auch Trend genannt, kann ausgeschlossen werden, wenn die Residuen keine erkennbare Struktur aufweisen, so wie im linken Diagramm in **Abbildung 58**. Von einem Trend müsste ausgegangen werden, wenn die Residuen einen Verlauf wie im rechten Diagramm in **Abbildung 58** zeigen. In diesem Fall führen nicht erfasste Einflüsse, wie zum Beispiel Änderungen in den Umgebungsbedingungen, zu einer allmählichen Veränderung der Ergebnisse mit der Zeit /KLE09/. Zur Überprüfung der Fehler auf Unabhängigkeit bietet sich zusätzlich erneut der Tukey-Anscombe Plot an /ORT/.

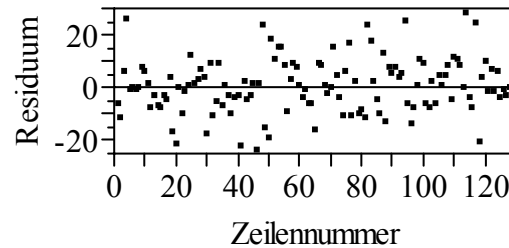


**Abbildung 58:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; erwünschtes Ergebnis (links), Trend (rechts) /KLE09/

Die Residuen des Modells für die Zielgröße „Kraft“ weisen den in **Abbildung 59** dargestellten zeitlichen Verlauf auf. Anhand des Diagramms gilt die Bedingung, dass die Residuen keine Struktur aufweisen sollen, als erfüllt. Der Tukey-Anscombe Plot ist bereits dazu einge-



setzt worden, die Fehler auf konstante Varianz zu überprüfen (vgl. **Abbildung 52**). Das Diagramm hat gezeigt, dass die Streuung der Residuen mit zunehmenden Vorhersagewerten größer wird.



**Abbildung 59:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsrundenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“

### 6.3.2.3 Abhilfe bei Nichterfüllung von Regressionsannahmen

Bei der graphischen Untersuchung hat sich gezeigt, dass die Größe der Residuen nicht unabhängig von der Größe der Vorhersagewerte ist, und dass ein Residuum als Ausreißer identifiziert worden ist. Wie zuvor bereits erwähnt, ist bei Nichterfüllung einzelner Annahmen das Modell nicht zwangsläufig zu verwerfen. Stattdessen kann zunächst überprüft werden, ob gegebenenfalls Ausreißer eliminiert oder neu bestimmt werden können, oder ob das Modell durch weitere Terme ergänzt oder anderweitig verändert werden kann. Eventuell führen eine Transformation oder die Hinzunahme eines zeitabhängigen Teils zu einer Verbesserung der Ergebnisse /ORT/. Bei einer trichterförmigen Zunahme der Streuung der Residuen mit der Größe der Vorhersagewerte kann eine Verbesserung des Modells und somit der Residuenstreuung häufig durch eine Transformation der Zielgrößenwerte erreicht werden /KLE09/. Dies soll zunächst bei der Zielgröße „Kraft“ versucht werden.

Bei einer Transformation der Messwerte wird für die Modellanpassung statt der Messwerte selbst eine Größe verwendet, die sich durch eine einfache Umrechnung aus den Messwerten ergibt. Für die weitere Analyse (Überprüfung der Faktoren auf Signifikanz und Modellerstellung) werden diese umgerechneten Werte verwendet /KLE09/.

Die Statistiksoftware JMP bietet eine Box-Cox-Transformation an. Anhand dieser Transformation der Zielwerte lässt sich eine Annäherung an eine Normalverteilung sowie eine Stabilisierung der Varianz erreichen /HAR09/. Mit Hilfe einer graphischen Entscheidungshilfe kann der Anwender die optimale Transformation der Messwerte ermitteln. Der Box-Cox-Transformation bei JMP liegt die folgende Transformationsgleichung zu Grunde /JMP07a/:

$$Y^\lambda = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda \cdot \dot{y}^{\lambda-1}} & , \text{ falls } \lambda \neq 0 \\ \dot{y} \cdot \ln(y) & , \text{ falls } \lambda = 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

wobei  $\dot{y}$  das geometrische Mittel darstellt.

Das geometrische Mittel errechnet sich wie folgt /HAR09/:

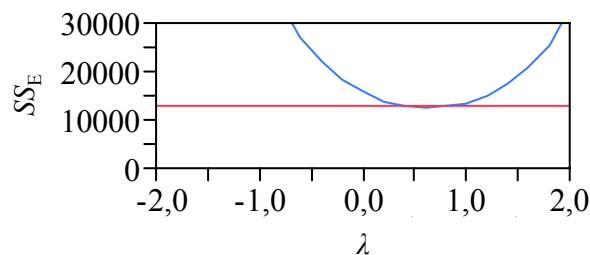
$$\dot{y} = \left( \prod_{i=1}^n y_i \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n} \quad (6.9)$$

**Gleichung (6.8)** ist so erstellt, dass sie eine fortlaufende Definition ermöglicht, und dass die Summen der Fehlerquadrate  $SS_E$  vergleichbar sind. Der Begriff „ $SS_E$ “ wird an späterer Stelle dieses Kapitels erläutert. Die Box-Cox-Transformations-Funktion von JMP überprüft die Transformationen von  $\lambda = -2$  bis  $\lambda = +2$  in 0,2-Schritten. Anschließend wird ein Diagramm ausgegeben, in dem die Summe der Fehlerquadrate  $SS_E$  über den  $\lambda$ -Werten aufgetragen wird (vgl. **Abbildung 60**). Die Anpassung des Modells an die (transformierten) Messwerte ist dann am besten, wenn das  $\lambda$  zur Transformation gewählt wird, bei dem die Kurve der Summe der Fehlerquadrate  $SS_E$  ihr Minimum hat /JMP07a/.

In **Abbildung 60** ist das Diagramm der Box-Cox-Transformation der Zielgröße „Kraft“ dargestellt, welches von der Statistiksoftware JMP ausgegeben wird. Das Minimum der Kurve der Summe der Fehlerquadrate  $SS_E$  liegt bei  $\lambda = 0,6$ . Damit ergibt sich die folgende Transformationsgleichung für die Zielgröße „Kraft“:

$$y_{F,t} = \frac{y_F^{0,6} - 1}{0,078552} \quad (6.10)$$

In **Gleichung (6.10)** stellt  $y_{F,t}$  die neue transformierte Zielgröße und  $y_F$  die gemessene Zielgröße „Kraft“ dar. Anhand dieser Gleichung werden die Zielgrößenwerte neu berechnet. Für die neue Zielgröße „Kraft transformiert“ sind erneut die signifikanten Faktoren und Faktor-Interaktionen zu ermitteln. Basierend darauf sind ein neues Modell anzupassen und die Residuenanalyse durchzuführen.



**Abbildung 60:** Diagramm der Box-Cox-Transformation; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“

### 6.3.3 Zielgröße „Kraft transformiert“

Für die Zielgröße „Kraft transformiert“ werden erneut die signifikanten Parameter ermittelt. Anschließend wird die Residuenanalyse durchgeführt.

#### 6.3.3.1 Ermittlung signifikanter Parameter

Um für die Zielgröße „Kraft transformiert“ diejenigen Faktoren und Faktor-Interaktionen auszuwählen, die als signifikant gelten, wird der in **Tabelle 10** dargestellte Parameter Estimates Report erstellt. Für die als signifikant ermittelten Faktoren und Faktor-Interaktionen (in **Tabelle 10** grau hinterlegt) ist ein lineares Modell angepasst worden.

#### 6.3.3.2 Residuenanalyse

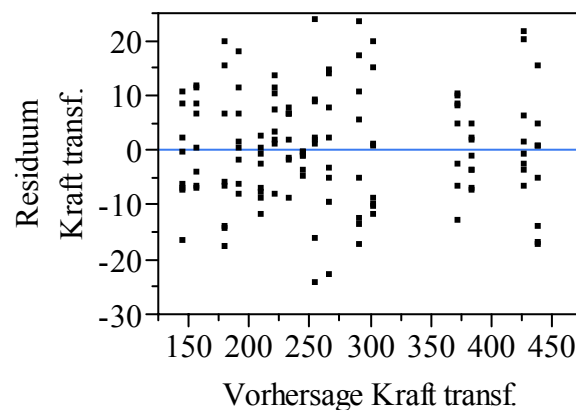
Im Anschluss an die Modellanpassung ist anhand der Residuen zu überprüfen, ob die vorausgesetzten Annahmen zur Durchführung der Regressionsanalyse erfüllt werden.

**Tabelle 10:** Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Kraft transformiert“

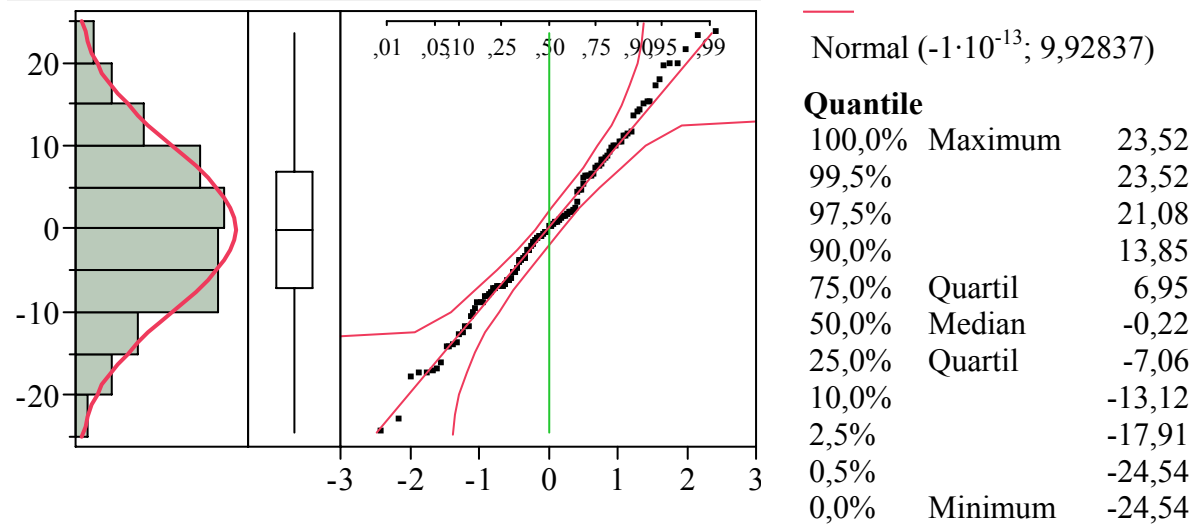
| Term         | Schätzer | Diagramm des $t$ -Werts | Lenth $t$ -Wert | Einfacher $p$ -Wert | Simultaner $p$ -Wert |
|--------------|----------|-------------------------|-----------------|---------------------|----------------------|
| Gewicht $m$  | 71,8781  |                         | 71,87           | 0,0000              | 0,0000               |
| Teilung $t$  | 46,3611  |                         | 46,36           | <,0001              | <,0001               |
| Boden $b$    | 18,7296  |                         | 18,73           | <,0001              | <,0001               |
| Frequenz $f$ | -5,5849  |                         | -5,58           | <,0001              | 0,0003               |
| $m*t$        | 17,0314  |                         | 17,03           | <,0001              | <,0001               |
| $m*b$        | 4,2771   |                         | 4,28            | 0,0002              | 0,0134               |
| $t*b$        | 0,9348   |                         | 0,93            | 0,3509              | 1,0000               |
| $m*f$        | 1,9032   |                         | 1,90            | 0,0595              | 0,9960               |
| $t*f$        | 0,8519   |                         | 0,85            | 0,3937              | 1,0000               |
| $b*f$        | 1,0918   |                         | 1,09            | 0,2806              | 1,0000               |
| $m*t*b$      | 3,7850   |                         | 3,78            | 0,0007              | 0,0532               |
| $m*t*f$      | 0,3899   |                         | 0,39            | 0,7055              | 1,0000               |
| $m*b*f$      | -0,5229  |                         | -0,52           | 0,6073              | 1,0000               |
| $t*b*f$      | 1,0784   |                         | 1,08            | 0,2862              | 1,0000               |
| $m*t*b*f$    | -0,5951  |                         | -0,60           | 0,5593              | 1,0000               |

**(1) Ist die Varianz der Fehler konstant?**

Zur Überprüfung der Fehler auf konstante Varianz sind die Residuen in einem Tukey-Anscombe Plot abgebildet worden (**Abbildung 61**). In diesem Diagramm ist keine Zunahme der Residuenstreuung mit zunehmenden Vorhersagewerten erkennbar. Die Residuen bilden ein waagerechtes Band. Demnach ist nach der Transformation der Zielgröße „Kraft“ die Annahme, dass die Varianz der Fehler konstant ist, erfüllt.

**Abbildung 61:** Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“**(2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?**

Um die Normalverteilung der Fehler zu überprüfen, sind ein Histogramm mit überlagerter Normalverteilungskurve, ein Box Plot und ein Normal Quantile Plot der Residuen erstellt worden. Diese sind in **Abbildung 62** dargestellt. Anhand der Diagramme konnten keine Ausreißer ermittelt werden. Die Residuen sind nahezu symmetrisch verteilt und zeigen das Verhalten einer Normalverteilung. Die Normalverteilung der Residuen wird zusätzlich durch den Shapiro-Wilk-Test bestätigt, welcher die in **Tabelle 11** aufgelisteten Werte ausgibt. Der  $p$ -Wert beträgt 0,7259 und liegt damit deutlich über 0,05. Die Normalverteilung der Residuen gilt damit als bestätigt.



**Abbildung 62:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“

**Tabelle 11:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests;  
Zielgröße „Kraft transformiert“

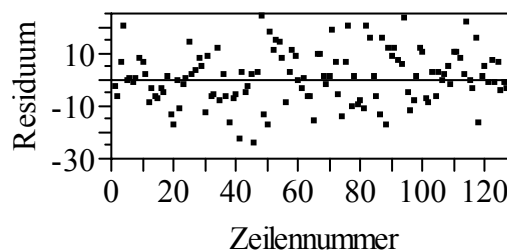
| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,992467 | 0,7259    |

### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Der Mittelwert der Residuen der Zielgröße „Kraft transformiert“ beträgt  $-1 \cdot 10^{-13}$  N. Dieser Wert ist sehr klein, weshalb die Annahme, dass der Mittelwert der Fehler gleich Null ist, als bestätigt gilt.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

Zur Überprüfung dieser Annahme sind eine Darstellung der Residuen im Tukey-Anscombe Plot sowie eine Auftragung der Residuen gegen die Versuchsreihenfolge hilfreich. Der Tukey-Anscombe Plot hat bereits gezeigt, dass die Residuen keine Struktur aufweisen (vgl. **Abbildung 61**). In **Abbildung 63** ist der Plot der Residuen gegen die Versuchsnummer dargestellt. In diesem Streudiagramm bilden die Residuen ebenfalls, wie gewünscht, ein waagrechttes Band.



**Abbildung 63:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge;  
lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“

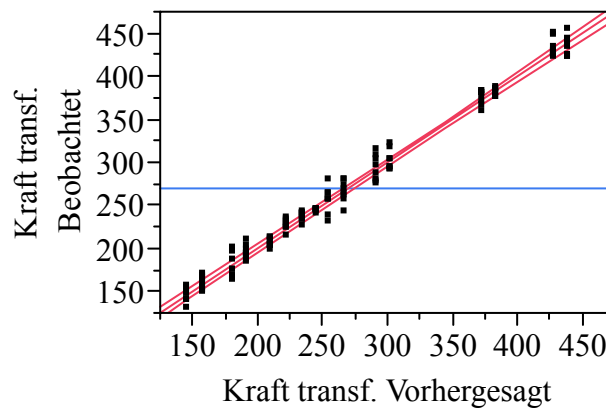
#### 6.3.3.3 Bewertung des Modells

Die Residuenanalyse hat gezeigt, dass nach der Transformation der Messwerte alle bei der Modellanpassung gestellten Forderungen von den Residuen erfüllt werden. Im nächsten Schritt ist die Modellgüte zu untersuchen. Von der Statistiksoftware JMP werden dazu der Leverage Plot des Modells und die sogenannte „Summary of Fit“-Tabelle ausgegeben.

Im Leverage Plot des Modells werden die Zielgrößenwerte gegen die Vorhersagewerte des Modells aufgetragen. Anhand dieses Diagramms wird deutlich, wie gut das Modell an die Messergebnisse angepasst ist. Leverage Plots haben folgende hilfreiche Eigenschaften (vgl. **Abbildung 64**) /JMP07a/:

- Bei dem Abstand eines jeden Punktes zur Anpassungslinie handelt es sich um den Fehler bzw. das Residuum dieses Punktes.
- Bei dem Abstand eines jeden Punktes zur Horizontalen handelt es sich um den Fehler, der entstehen würde, wenn Effekte (Faktoren oder Faktor-Interaktionen) aus dem Modell herausgenommen werden.

Der Leverage Plot des Modells für die Zielgröße „Kraft transformiert“ ist in **Abbildung 64** dargestellt. Die Anpassungslinie durch die Punkte weicht stark von der Horizontalen ab, wodurch die Stärke des Effekteinflusses deutlich wird. Für die Anpassung dieser Linie wurde die Methode der kleinsten Quadrate genutzt. Die Punkte liegen eng um diese Gerade, was ein Zeichen für eine zufriedenstellende Modellanpassung ist. Die Punkte, die auf der Anpassungslinie liegen, sind perfekt vorhergesagt /JMP07a/, /MYE09/.



**Abbildung 64:** Leverage Plot des linearen Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“

Zusätzlich zum Leverage Plot werden einige wichtige statistische Kenngrößen in der „Summary of Fit“-Tabelle angegeben (vgl. **Tabelle 12**). Die Angabe dieser Kenngrößen zur Beurteilung der Güte der Anpassung des Modells an die Messergebnisse beruht auf der Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate bei dieser Anpassung.

**Tabelle 12:** „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“

|   |          |
|---|----------|
| $r^2$   | 0,987954 |
| $r^2$ korrigiert                              | 0,987144 |
| Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung | 10,25667 |
| Mittelwert der Zielgröße                      | 269,8125 |
| Beobachtungen (oder Summe Gewichte)           | 128      |

Wie bereits erwähnt, besteht die Optimierungsaufgabe dieser Methode darin, die Residuen zu minimieren. Zur Beurteilung der Anpassung wird die totale Quadratsumme, nämlich die Quadratsumme der Abweichung zwischen den Messwerten und dem Mittelwert ( $SS_T$ ;  $T$  = Total) in einen Anteil des Regressionsmodells (Quadratsumme der Abweichung zwischen den Modellschätzern und dem Mittelwert,  $SS_R$ ;  $R$  = Regression) und eine Abweichung von dem Regressionsmodell (Quadratsumme der Residuen,  $SS_E$ ;  $E$  = Error) zerlegt. Mathematisch lässt sich dies wie in **Gleichung (6.11)** beschreiben.

$$\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (6.11)$$

$$SS_T = SS_R + SS_E \quad (6.12)$$

Die Kenngröße  $SS_E$  wird in der Methode der kleinsten Quadrate bei der Anpassung des Modells an die Messwerte minimiert. Die Kenngrößen  $SS_T$  und  $SS_R$  werden zur Beurteilung der Modellgüte genutzt. Der Anteil der totalen Quadratsumme ( $SS_T$ ), der durch das Regressionsmodell erklärt wird, nämlich

$$r^2 = \frac{SS_R}{SS_T} \quad (6.13)$$

kann demnach als „dimensionsloses“ Maß für die Stärke des Einflusses der Behandlung angesehen werden. Diese mathematische Größe wird auch Bestimmtheitsmaß genannt /KLE09/, /ORT/, /STA02/.

Es gilt stets

$$0 \leq r^2 \leq 1 \quad (6.14)$$

da  $SS_R$  stets kleiner oder gleich  $SS_T$  ist. Eine optimale Anpassung ist erreicht, wenn  $r^2 = 1$  ist, da dann alle Residuen gleich null sind und die Zielgröße vollständig durch das Regressionsmodell erklärt wird /SNE94/, /KLE09/.

In der zweiten Zeile der „Summary of Fit“-Tabelle (vgl. **Tabelle 12**) ist der Kennwert „ $r^2$  korrigiert“ angegeben. Dieser ist dann heranzuziehen, wenn zwei Modelle verglichen werden sollen, die unterschiedlich viele Terme enthalten. Grundsätzlich ist ein Modell mit einer geringeren Anzahl an Faktoren und Faktor-Interaktionen wünschenswerter als ein Modell mit vielen Termen, da der zu untersuchende Sachverhalt durch das Modell möglichst einfach abgebildet werden soll. Das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  wird jedoch nie zunehmen, wenn ein Term aus der Modellgleichung gestrichen wird. Aus diesem Grund ist diese mathematische Größe in diesem Zusammenhang nicht einsetzbar. Stattdessen wird das korrigierte Bestimmtheitsmaß „ $r^2$  korrigiert“ oder auch  $r^2_{\text{adj}}$  (adjusted  $r^2$ ) zur Beurteilung verwendet.

Als dritte Kenngröße wird in **Tabelle 12** die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung  $RMS_E$  berechnet. Diese ermittelt den Unterschied zwischen den Vorhersagewerten des Modells und den Zielgrößenwerten. Bei dieser Kenngröße handelt es sich um die Wurzel der mittleren Quadratischen Abweichungen der Residuen ( $MS_E$ ). Sie wird auch als Standardabweichung der Störung bezeichnet /JMP07a/. Eine Erklärung der Größe  $MS_E$  erfolgt an geeigneter Stelle. Wenn das Regressionsmodell gut an die Messwerte angepasst ist, sind die Residuen klein bzw. null. Deshalb sollte der  $RMS_E$  möglichst klein, bestenfalls null sein.

Die „Summary of Fit“-Tabelle gibt weiterhin den Mittelwert der Zielgröße und die Anzahl der Beobachtungen an. Diese dienen nicht direkt zur Beurteilung der Modellgüte.

Für das Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ sind ein Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,99$  und ein  $RMS_E = 10,26$  berechnet worden. Da das Bestimmtheitsmaß nur minimal kleiner als 1 ist und der  $RMS_E$  relativ klein ist, bescheinigt die „Summary of Fit“-Tabelle diesem Modell eine sehr hohe Anpassungsgüte.

Weiterhin ist zu prüfen, ob das Modell zur Beschreibung der Messergebnisse genutzt werden kann, genauer gesagt, ob das Modell signifikant ist. Um diesbezüglich eine Aussage treffen zu

können, gibt die Statistiksoftware JMP die Varianzanalyse-Tabelle aus. Für das Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ sind deren Werte in **Tabelle 13** aufgelistet.

**Tabelle 13:** Varianzanalyse; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“

| Quelle   | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | f-Wert        |
|----------|----------------|----------------|-------------------|---------------|
| Modell   | 8              | 1026734,2      | 128342            | 1219,987      |
| Fehler   | 119            | 12518,7        | 105               | <b>p-Wert</b> |
| K. Summe | 127            | 1039252,9      |                   | < 0,0001      |

Obwohl der  $p$ -Wert von der Software direkt ausgegeben wird, soll das Rechenschema, anhand dessen dieser Wert berechnet wird, kurz erläutert werden, da die einzelnen Werte eine tiefere Bedeutung haben. Das zugrundeliegende Rechenschema ist in **Tabelle 14** dargestellt /STA02/. Dabei wird zwischen den Werten des Regressionsmodells und denen der Fehler unterschieden. In der zweiten Spalte werden die Freiheitsgrade berechnet. Der totale Freiheitsgrad  $DF_T$  ist die Anzahl der Beobachtungen  $n$  minus 1 ( $= DF_{Const}$ ), da ein Freiheitsgrad zur Berechnung der Streuung der Messwerte benötigt wird /JMP07a/. Bei der Versuchsdurchführung sind 128 Beobachtungen ( $= DF_{Tot}$ ) gemacht worden (vgl. **Tabelle 12**), demnach beträgt der totale Freiheitsgrad  $DF_T = 127$  (vgl. **Tabelle 13**). Bei dem Freiheitsgrad des Modells  $DF_R$  handelt es sich um die Anzahl der Parameter  $g$ , die zur Beschreibung des Modells benötigt werden, mit Ausnahme des Achsenabschnitts /JMP07a/. Im Fall des Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“ sind dies acht (vgl. **Tabelle 13**). Im Parameter Estimates Report sind zwar nur sieben signifikante Parameter ermittelt worden, zur Modellanpassung ist jedoch die Faktor-Interaktion „Teilung\*Boden“ hinzugenommen worden. Dem liegt zu Grunde, dass das Modell hierarchisch aufgebaut sein soll /JMP09/. In diesem Fall bedeutet das, dass die zuvor erwähnte Faktor-Interaktion hinzugenommen wird, da die Faktor-Interaktion „Gewicht\*Teilung\*Boden“ als signifikant erkannt worden ist. Das Modell ist erst dann hierarchisch, wenn alle zugehörigen 2-Faktor-Interaktionen und Faktoren ebenfalls enthalten sind. Der Restfreiheitsgrad  $DF_E$  ist die Differenz zwischen dem totalen Freiheitsgrad  $DF_T$  und dem Freiheitsgrad des Modells  $DF_R$  /JMP07a/. Bei dem Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ ergibt sich ein Restfreiheitsgrad  $DF_E = 119$  (vgl. **Tabelle 13**).

**Tabelle 14:** Rechenschema der Varianzanalyse

| Quelle   | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate  | f-Wert          |
|----------|----------------|----------------|--------------------|-----------------|
| Modell   | $DF_R = g - 1$ | $SS_R$         | $MS_R = SS_R/DF_R$ | $T = MS_R/MS_E$ |
| Fehler   | $DF_E = n - g$ | $SS_E$         | $MS_E = SS_E/DF_E$ | <b>p-Wert</b>   |
| K. Summe | $DF_T = n - 1$ | $SS_T$         |                    | f-Test          |

In der dritten Spalte der Varianzanalyse-Tabelle werden die Quadratsummen berechnet. Da diese bereits bei der Berechnung des Bestimmtheitsmaßes  $r^2$  erläutert wurden, wird an diese Stelle verwiesen. In der vierten Spalte wird die Varianz, auch Mittlere Quadrate, Mittlere Quadratsummen oder im Englischen Mean of Squares  $MS$  genannt, berechnet. Dazu werden die Quadratsummen durch die Freiheitsgrade geteilt /ORT/:

$$MS = \frac{SS}{DF} \quad (6.15)$$

Erst durch die Berechnung der Mittleren Quadratsummen  $MS$  ergeben sich vergleichbare Größen, anhand derer die Signifikanz des Modells beurteilt werden kann. Vergleichbar ist dies mit dem Mittelwert von Messwerten, der als Vergleichsgröße für die Messwerte herangezogen wird /ORT/.

Um zu prüfen, ob das Modell statistisch signifikant ist, wird die Mittlere Quadratsumme des Regressionsmodells  $MS_R$  durch die Mittlere Quadratsumme der Fehler  $MS_E$  dividiert (vgl. **Tabelle 14**). Dieser Quotient  $T$  wird mit einem statistischen Tabellenwert verglichen /ORT/. Sind die Fehler normalverteilt, so hat  $T$  eine sogenannte „ $f$ -Verteilung“ mit  $DF_R$  und  $DF_E$  Freiheitsgraden. Der Quotient  $T$  kann mit einem kritischen  $f$ -Wert verglichen werden, welcher entsprechenden Tabellen zu entnehmen ist. Der Test heißt entsprechend „ $f$ -Test“. Als  $f$ -Test wird allgemein eine Gruppe von Tests in der mathematischen Statistik bezeichnet, bei denen die Teststatistik unter der Nullhypothese einer  $f$ -Verteilung folgt. Häufig ist mit dem  $f$ -Test ein statistischer Test gemeint, mit Hilfe dessen mit einer gewissen Konfidenz entschieden werden kann, ob zwei Stichproben aus unterschiedlichen, normalverteilten Grundgesamtheiten sich hinsichtlich ihrer Varianz wesentlich unterscheiden. Analog wird bei einem „ $t$ -Test“ eine „ $t$ -Verteilung“ der Testprüfgröße vorausgesetzt. Da die Softwareprogramme heutzutage in  $p$ -Werte umrechnen, werden die Tabellen mit den kritischen  $f$ - bzw.  $t$ -Werten überflüssig /STA02/. Dieser  $p$ -Wert beziffert, wie wahrscheinlich es ist, dass die zugrundeliegende Nullhypothese eintritt. In der Praxis ist die Nullhypothese häufig das Gegenteil dessen, was bewiesen werden soll. Im Falle der aktuell durchgeführten Varianzanalyse besagt die Nullhypothese, dass die Messwerte normalverteilt sind, was bedeuten würde, dass kein Modell zur Beschreibung der Messwerte erforderlich wäre. Da nun aber die Signifikanz des Modells nachgewiesen werden soll, wird die Wahrscheinlichkeit  $p$  mit einem zuvor festgelegten Signifikanzniveau verglichen /ORT/. Im Falle des Modells für die Zielgröße „Kraft transformiert“ soll eine Signifikanz zum Konfidenzniveau 95% ermittelt werden. Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit  $p$  kleiner sein muss als 5% bzw. 0,05, damit die Nullhypothese verworfen werden und die Signifikanz des Modells erhärtet werden kann. Bezüglich des Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“ beträgt die errechnete Wahrscheinlichkeit  $p < 0,0001$  (vgl. **Tabelle 13**), womit das Modell als reproduzierbar und nicht zufällig gilt. An dieser Stelle sei anzumerken, dass der  $f$ -Test nur eingesetzt werden kann, wenn die Voraussetzungen der Normalverteilung und der konstanten Varianz der Residuen erfüllt sind /STA02/. Da diese im Zuge der Residuenanalyse bestätigt wurden, ist die Analyse zulässig.

Nachdem die Signifikanz des Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“ bestätigt worden ist, ist es sinnvoll zu überprüfen, ob das Modell alle wichtigen Parameter enthält, oder ob eine Verbesserung des Modells durch Hinzunahme von Parametern vorgenommen werden kann. Dazu wird die Modellschwäche (englisch Lack of Fit) auf Signifikanz überprüft /MYE09/, /KUT04/. Die Software JMP gibt dazu die „Lack of Fit“-Tabelle aus. In **Tabelle 15** sind die ermittelten Kenngrößen aufgelistet.

**Tabelle 15:** Lack of Fit; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“

| Quelle        | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert                    |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------|
| Lack of Fit   | 7              | 957,751        | 136,822           | 1,3255                       |
| Reiner Fehler | 112            | 11560,964      | 103,223           | $p$ -Wert                    |
| Gesamtfehler  | 119            | 12518,715      |                   | 0,2448                       |
|               |                |                |                   | <b>Max. <math>r^2</math></b> |
|               |                |                |                   | 0,9889                       |

Wie auch bereits bei der Varianzanalyse-Tabelle soll das zugrundeliegende Rechenschema verdeutlicht werden. Dieses ist in **Tabelle 16** angegeben. In der dritten Spalte werden die Quadratsummen berechnet. Werden bei der Versuchsdurchführung Wiederholungsversuche bzw. mehrfache Realisierungen des Versuchsplans vorgenommen, so lässt sich die Quadratsumme der Residuen  $SS_E$  nochmals aufteilen in die Quadratsumme von nicht erfassten systematischen Anteilen  $SS_{LoF}$  ( $LoF =$  Lack of Fit), welche die Modellschwäche beschreibt, und



die Quadratsumme von rein zufälligen Anteilen  $SS_{PE}$  ( $PE = \text{Pure Error}$ ). Der Restfreiheitsgrad  $DF_E$  wird ebenfalls aufgeteilt, in den Freiheitsgrad des Lack of Fit  $DF_{LoF}$  und den Freiheitsgrad des Reinen Fehlers  $DF_{PE}$ . Bei der Berechnung des Freiheitsgrades des Reinen Fehlers  $DF_{PE}$  beschreibt  $r_j$  die Anzahl der Wiederholungen beim  $j$ -ten Versuch /ORT/.

**Tabelle 16:** Rechenschema Lack of Fit

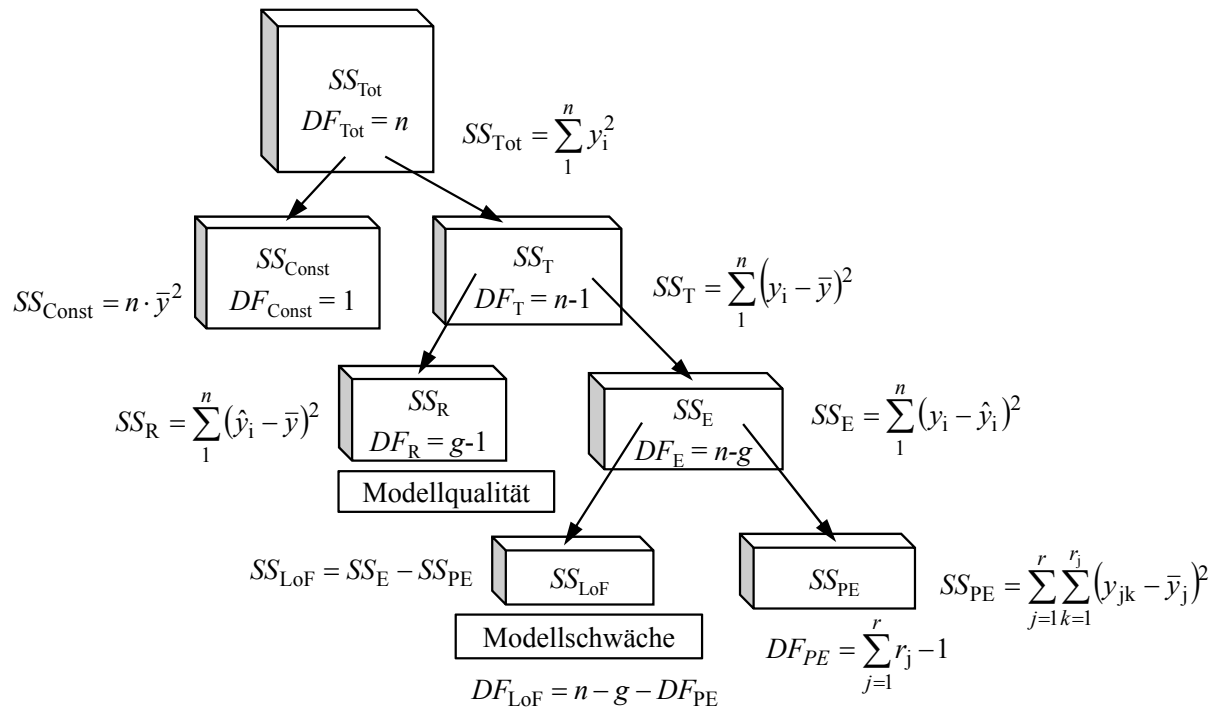
| Quelle        | Freiheitsgrade                     | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate              | $f$ -Wert                      |
|---------------|------------------------------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Lack of Fit   | $DF_{LoF} = n - g - DF_{PE}$       | $SS_{LoF}$     | $MS_{LoF} = SS_{LoF}/DF_{LoF}$ | $T = \frac{MS_{LoF}}{MS_{PE}}$ |
| Reiner Fehler | $DF_{PE} = \sum_{j=1}^r (r_j - 1)$ | $SS_{PE}$      | $MS_{PE} = SS_{PE}/DF_{PE}$    | $p$ -Wert                      |
| Gesamtfehler  | $DF_E = n - g$                     | $SS_E$         |                                | $f$ -Test                      |
|               |                                    |                |                                | <b>Max. <math>r^2</math></b>   |
|               |                                    |                |                                | $1 - SS_{PE}/SS_T$             |

Da die Begriffe Freiheitsgrad und Mittlere Quadratsumme bzw. Mittleres Quadrat im Zusammenhang mit der Begriffsklärung der Varianzanalyse-Tabelle erläutert worden sind, wird hierauf nicht erneut eingegangen. Das Vorgehen zur Berechnung dieser mathematischen Größen ist in **Tabelle 14** angegeben.

Um zu überprüfen, ob die Modellschwäche signifikant ist, wird die Mittlere Quadratsumme der nicht erfassten systematischen Anteile  $MS_{LoF}$  durch die Mittlere Quadratsumme der rein zufälligen Anteile  $MS_{PE}$  geteilt. Anhand dieses Quotienten  $T$  wird wieder ein  $f$ -Test durchgeführt. In diesem Fall sollte die ermittelte Wahrscheinlichkeit  $p$  jedoch größer als 0,05 sein, da sonst eine Modellschwäche vorliegt. Trifft dieser Fall ein, so könnte das Modell durch Hinzunahme von Parametern noch verbessert werden. Eine Aussage bezüglich der Signifikanz der Modellschwäche kann jedoch nur dann sinnvoll getroffen werden, wenn der Freiheitsgrad des Lack of Fit  $DF_{LoF}$  und der Freiheitsgrad des Reinen Fehlers  $DF_{PE}$  mindestens 3-4 betragen /ORT/, /MYE09/, /KUT04/. Zum besseren Verständnis dafür, wie die einzelnen Freiheitsgrade  $DF$  und Quadratsummen  $SS$  gebildet werden, dient **Abbildung 65**. Bei der Berechnung steht  $n$  für die Versuchsanzahl,  $y$  für den Messwert,  $\bar{y}$  für das arithmetische Mittel der Messwerte,  $\hat{y}$  für den Modellwert,  $g$  für die Anzahl der Parameter bzw. Modellterme und  $r$  für die Anzahl der Wiederholungen eines Versuchs.

Beim Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ liegt eine Wahrscheinlichkeit  $p = 0,2448$  vor, dass eine Modellschwäche existiert (vgl. **Tabelle 15**). Dieser Wert ist größer als 0,05, womit gezeigt ist, dass eine eventuell vorherrschende Modellschwäche nicht signifikant ist.

Die Residuenanalyse und die Überprüfung der Modellgüte haben gezeigt, dass das lineare Modell zur Vorhersage der Zielgröße „Kraft transformiert“ aus statistischer Sicht verwendet werden kann. Bevor jedoch ein praktischer Einsatz erfolgen kann, ist das Modell anhand weiterer Versuche an der Demonstratoranlage zu validieren. Darauf wird jedoch erst in **Kapitel 7.5** eingegangen.



**Abbildung 65:** Verdeutlichung der Freiheitsgrade  $DF$  und Quadratsummen  $SS$  /ORT/

### 6.3.4 Zielgröße „Erschütterung“

#### 6.3.4.1 Ermittlung signifikanter Parameter

Für die Zielgröße „Erschütterung“ sollen ebenfalls die signifikanten Faktoren und Faktor-Interaktionen ermittelt werden. **Tabelle 17** gibt den Parameter Estimates Report wieder. Die als signifikant ermittelten Faktoren und Faktor-Interaktionen sind in der Tabelle grau hinterlegt. Für diese Parameter ist mit Hilfe der Regressionsanalyse ein lineares Modell erstellt worden. Der Faktor „Boden“ ist zwar nicht als signifikant erkannt worden, da jedoch Wechselwirkungen dieses Faktors mit anderen Faktoren als signifikant ermittelt wurden, wird der Faktor ebenfalls im Modell berücksichtigt, um ein hierarchisches Modell zu ermöglichen. Zur Modellanpassung wurde die Vierfach-Faktor-Interaktion nicht berücksichtigt, da Interaktionen höherer Ordnung bei technischen Lösungen häufig vernachlässigbar sind und das Modell unnötig komplex werden lassen /KLE09/. Um zu überprüfen, ob die bei der Modellanpassung vorausgesetzten Annahmen erfüllt werden, wird die Residuenanalyse durchgeführt.

#### 6.3.4.2 Residuenanalyse

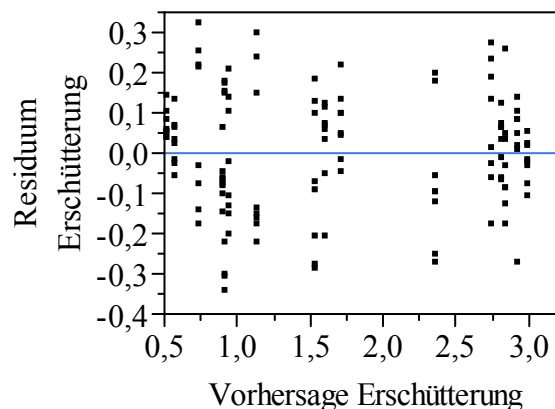
In der Residuenanalyse werden die vier Annahmen, die bei der Durchführung der Regressionsanalyse vorausgesetzt werden, auf ihre Einhaltung überprüft. Dabei werden die Residuen graphisch untersucht und bestimmte Kennwerte berechnet.

**Tabelle 17:** Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Erschütterung“

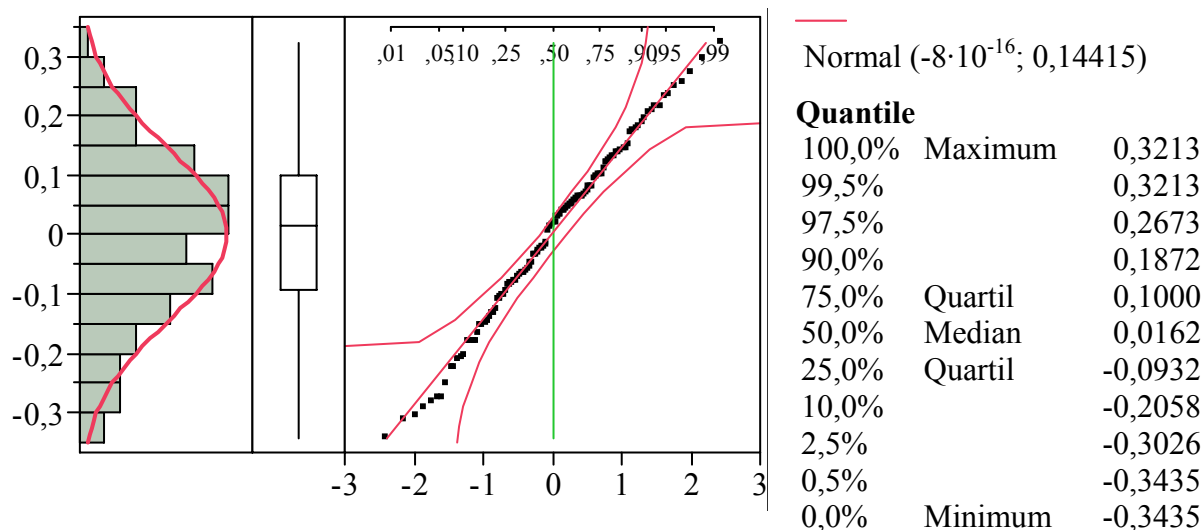
| Term         | Schätzer  | Diagramm des $t$ -Werts | Lenth's $t$ -Wert | Einfacher $p$ -Wert | Simultaner $p$ -Wert |
|--------------|-----------|-------------------------|-------------------|---------------------|----------------------|
| Frequenz $f$ | 0,786102  |                         | 51,23             | 0,0000              | <,0001               |
| Gewicht $m$  | 0,272887  |                         | 17,78             | <,0001              | <,0001               |
| Teilung $t$  | -0,041763 |                         | -2,72             | 0,0093              | 0,5686               |
| Boden $b$    | -0,021132 |                         | -1,38             | 0,1719              | 1,0000               |
| $f*m$        | 0,127715  |                         | 8,32              | <,0001              | <,0001               |
| $f*t$        | 0,037263  |                         | 2,43              | 0,0197              | 0,7878               |
| $m*t$        | -0,094098 |                         | -6,13             | <,0001              | 0,0001               |
| $f*b$        | -0,205127 |                         | -13,37            | <,0001              | <,0001               |
| $m*b$        | 0,180388  |                         | 11,76             | <,0001              | <,0001               |
| $t*b$        | -0,081818 |                         | -5,33             | <,0001              | 0,0008               |
| $f*m*t$      | 0,034646  |                         | 2,26              | 0,0300              | 0,9013               |
| $f*m*b$      | 0,055864  |                         | 3,64              | 0,0006              | 0,0825               |
| $f*t*b$      | -0,022411 |                         | -1,46             | 0,1478              | 1,0000               |
| $m*t*b$      | 0,058093  |                         | 3,79              | 0,0004              | 0,0558               |
| $f*m*t*b$    | 0,046058  |                         | 3,00              | 0,0044              | 0,3520               |

**(1) Ist die Varianz der Fehler konstant?**

Bei der Anpassung des Modells an die Versuchsergebnisse mittels der Regressionsanalyse wird angenommen, dass die Fehler eine konstante Varianz aufweisen. Um zu überprüfen, ob diese Annahme tatsächlich eingehalten wird, ist der in **Abbildung 66** dargestellte Tukey-Anscombe Plot der Residuen erzeugt worden. Anhand des Streudiagramms ist erkennbar, dass die Residuen, aufgetragen über die Vorhersagewerte, ein waagerechtes Band bilden. Die Varianz der Fehler gilt damit als konstant.

**Abbildung 66:** Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“**(2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?**

Eine weitere Annahme setzt die Normalverteilung der Fehler voraus. Dazu werden die Residuen auf drei Arten graphisch untersucht. Das Histogramm, der Box Plot und der Normal Quantile Plot der Residuen des Regressionsmodells der Zielgröße „Erschütterung“ sind in **Abbildung 67** dargestellt. Die dem Histogramm überlagerte Normalverteilungskurve weist bereits darauf hin, dass von einer Normalverteilung der Residuen ausgegangen werden kann. Der Box Plot zeigt, dass die Residuen symmetrisch sind, und dass keine Ausreißer im Modell enthalten sind. Bestätigt wird dies durch den Normal Quantile Plot. Die Residuen liegen sehr dicht an der 45°-Geraden.



**Abbildung 67:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

Der Shapiro-Wilk-Test bestätigt ebenfalls die Annahme der Normalverteilung der Fehler. Die Statistiksoftware JMP gibt die in **Tabelle 18** aufgelisteten Werte aus. Der  $p$ -Wert beträgt 0,5142 und überschreitet damit den kritischen Wert von 0,05.

**Tabelle 18:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

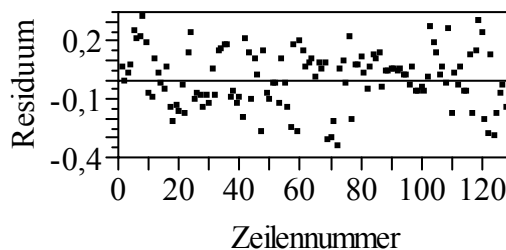
| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,990315 | 0,5142    |

### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Der Mittelwert der Residuen der Zielgröße „Erschütterung“ beträgt  $-8 \cdot 10^{-16}$  g und kann somit als nahezu Null angesehen werden.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

Die Annahme, dass die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit sind, kann anhand von Streudiagrammen überprüft werden. In der Literatur werden dazu der Tukey-Anscombe Plot und ein Plot der Residuen gegen die Versuchsreihenfolge empfohlen. Der Tukey-Anscombe Plot ist für die Zielgröße „Erschütterung“ bereits im Zuge der Residuenanalyse zur Überprüfung der ersten Annahme erstellt und bewertet worden (vgl. **Abbildung 66**). Die Residuen zeigten in diesem Diagramm kein auffälliges Verhalten. Der Plot der Residuen gegen die Zeit bzw. die Versuchsreihenfolge ist in **Abbildung 68** dargestellt. Auch dieses Diagramm entspricht dem gewünschten Aussehen, es ist kein Trend der Residuen erkennbar.

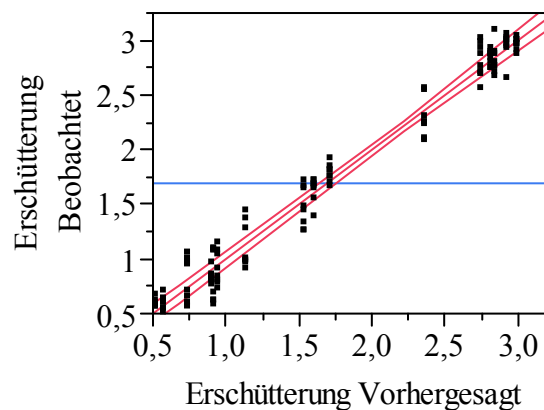


**Abbildung 68:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

Die Residuenanalyse hat gezeigt, dass alle vier Annahmen, die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzt werden, erfüllt sind. Demnach sind die Signifikanzaussagen bezüglich der Faktoren zulässig (vgl. **Tabelle 17**). Bevor das ermittelte lineare Modell jedoch genutzt werden kann, ist zunächst die Modellgüte zu untersuchen.

### 6.3.4.3 Bewertung des Modells

Zur Überprüfung der Modellgüte werden der Leverage Plot des linearen Modells und die „Summary of Fit“-Tabelle erzeugt. Der Leverage Plot zeigt einen deutlichen Effekteinfluss (vgl. **Abbildung 69**), da die Anpassungslinie sehr stark von der Horizontalen abweicht. Die Punkte, durch die diese Anpassungslinie gelegt wird, scharen sich relativ eng um die Anpassungslinie.



**Abbildung 69:** Leverage Plot des linearen Modells der Zielgröße „Erschütterung“

Die „Summary of Fit“-Tabelle gibt ein Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,98$  an (vgl. **Tabelle 19**). Dieser Wert liegt sehr nah an 1. Demnach wird eine nahezu optimale Anpassung des linearen Modells an die Versuchsergebnisse erreicht. Die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung  $RMS_E$  ist mit 0,15 gegeben und ist damit sehr gering. Der Unterschied zwischen den Vorhersagewerten des Regressionsmodells und den anhand von Versuchen ermittelten Zielgrößenwerten ist somit gering. Die Auswertung des Leverage Plots des Modells und der „Summary of Fit“-Tabelle weisen auf eine sehr hohe Modellgüte hin.

**Tabelle 19:** „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

|   |          |
|---|----------|
| $r^2$   | 0,975185 |
| $r^2$ korrigiert                              | 0,972356 |
| Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung | 0,152144 |
| Mittelwert der Zielgröße                      | 1,698726 |
| Beobachtungen (oder Summe Gewichte)           | 128      |

Im nächsten Schritt ist das Modell auf Signifikanz zu prüfen. Dazu wird die in **Tabelle 20** angegebene Varianzanalyse-Tabelle erzeugt. Zur Beurteilung der Modellsignifikanz ist der  $p$ -Wert heranzuziehen. Dieser wird von der Statistiksoftware JMP direkt ausgegeben und ist für das Modell der Zielgröße „Erschütterung“ kleiner als 0,0001. Die Annahme, dass das Modell signifikant ist, wird bestätigt, wenn der Wert kleiner ist als 0,05, was in diesem Fall zutrifft.

**Tabelle 20:** Varianzanalyse; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

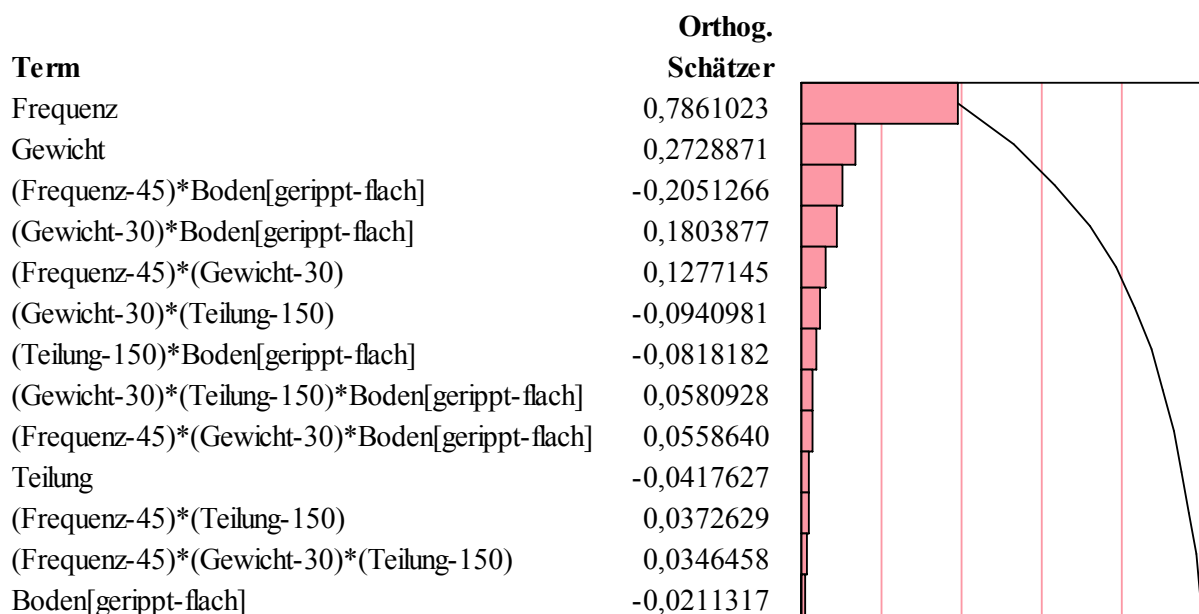
| Quelle   | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert |
|----------|----------------|----------------|-------------------|-----------|
| Modell   | 13             | 103,70249      | 7,97711           | 344,6188  |
| Fehler   | 114            | 2,63883        | 0,02315           | $p$ -Wert |
| K. Summe | 127            | 106,34132      |                   | < 0,0001  |

Im Anschluss an die Varianzanalyse wird der Lack of Fit überprüft, um zu untersuchen, ob das lineare Modell alle wichtigen Parameter enthält. Für das Regressionsmodell der Zielgröße „Erschütterung“ wurde die in **Tabelle 21** angegebene „Lack of Fit“-Tabelle erzeugt. Das Modell wird hinsichtlich einer Modellschwäche untersucht. Um diese ausschließen zu können, sollte der  $p$ -Wert nicht signifikant und damit größer als 0,05 sein. Eine Aussage über die Signifikanz der Modellschwäche anhand dieses Wertes ist jedoch nur dann sinnvoll, wenn der Freiheitsgrad des Lack of Fit  $DF_{LoF}$  und der Freiheitsgrad des Reinen Fehlers  $DF_{PE}$  mindestens 3 betragen /ORT/. Der  $DF_{LoF}$  beträgt bei diesem Modell jedoch nur 2. Demnach kann eine abschließende Aussage über die Signifikanz der Modellschwäche nicht getroffen werden.

**Tabelle 21:** Lack of Fit; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

| Quelle        | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert                    |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------|
| Lack of Fit   | 2              | 0,3358185      | 0,167909          | 8,1658                       |
| Reiner Fehler | 112            | 2,3030133      | 0,020563          | <b><math>p</math>-Wert</b>   |
| Gesamtfehler  | 114            | 2,6388317      |                   | 0,0005                       |
|               |                |                |                   | <b>Max. <math>r^2</math></b> |
|               |                |                |                   | 0,9783                       |

Um die Freiheitsgrade beim Lack of Fit zu erhöhen, soll die Anzahl der berücksichtigten Parameter verringert werden. Dazu wird das Pareto-Diagramm der Schätzer erstellt. Dem Pareto-Prinzip liegt die Erkenntnis zugrunde, dass 80% der Fehler und Probleme auf 20% der Ursachen zurückgeführt werden können. Es ist deshalb sinnvoller, sich auf die wesentlichen Fehler oder Probleme zu konzentrieren, als die vielen kleinen Fehlerursachen beseitigen zu wollen. Die Erstellung des Diagramms basiert auf einer Fehlersammelliste. Die aufgelisteten Fehlerarten, in diesem Fall die Parameter des Modells, werden absteigend sortiert und kumuliert von links nach rechts auf der Abszisse des Pareto-Diagramms aufgetragen. Zusätzlich kann in das Diagramm eine Summenkurve eingetragen werden. Diese ermöglicht eine bessere Visualisierung der Ergebnisse /QMW10/.



**Abbildung 70:** Pareto-Diagramm; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“

In **Abbildung 70** ist das Pareto-Diagramm des linearen Modells der Zielgröße „Erschütterung“ dargestellt. Anhand des Diagramms wird deutlich, dass der Faktor „Frequenz“ den stärksten Einfluss auf die Zielgröße „Erschütterung“ ausübt. Den geringsten Einfluss hat der Faktor „Boden“. Dieser Faktor ist jedoch mit in das Modell aufgenommen worden, um ein hierarchisches Modell zu erzeugen. Bei der Modellerstellung mit verringerter Anzahl an Parametern, zur Erhöhung des Freiheitsgrades des Lack of Fit  $DF_{LoF}$ , bleiben die Interaktionen „Frequenz\*Teilung“ und „Frequenz\*Gewicht\*Teilung“ unberücksichtigt.

Das an die übrigen Parameter angepasste Regressionsmodell zeigt eine geringfügig geringere Modellgüte (vgl. **Tabelle 22**). Der Freiheitsgrad des Lack of Fit beträgt nach der Parameterverringernung 4. Dennoch bleibt der Lack of Fit signifikant (vgl. **Tabelle 23**). Dies deutet darauf hin, dass noch nicht alle Parameter, die die Zielgröße beeinflussen, im Modell enthalten sind. Da bisher lediglich ein lineares Modell angepasst worden ist, ist es sinnvoll zu untersuchen, ob ein quadratisches Modell das Systemverhalten besser beschreibt. Ein Vergleich der Mittelpunktversuche mit dem vorhergesagten Modellwert bestätigt die Annahme, dass ein lineares Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens nicht ausreicht. Die Abweichung zwischen den Werten liegt deutlich über dem gewünschten zu erkennenden Effekt  $\Delta\mu$  (vgl. **Tabelle 24**). Um ein quadratisches Modell anzupassen, sind erneut Versuche durchzuführen. Auf die Planung und Auswertung dieser Versuche wird in **Kapitel 7** eingegangen.

**Tabelle 22:** „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ nach Verringerung der Parameter

|   |          |
|---|----------|
| $r^2$   | 0,972069 |
| $r^2$ korrigiert                              | 0,969421 |
| Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung | 0,160016 |
| Mittelwert der Zielgröße                      | 1,698726 |
| Beobachtungen (oder Summe Gewichte)           | 128      |

**Tabelle 23:** Lack of Fit; lineares Modell der Zielgr. „Erschütterung“ nach Verringerung der Parameter

| Quelle        | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | f-Wert                       |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------|
| Lack of Fit   | 4              | 0,6671920      | 0,166798          | 8,1117                       |
| Reiner Fehler | 112            | 2,3030133      | 0,020563          | <b>p-Wert</b>                |
| Gesamtfehler  | 116            | 2,9702052      |                   | <0,0001                      |
|               |                |                |                   | <b>Max. <math>r^2</math></b> |
|               |                |                |                   | 0,9783                       |

**Tabelle 24:** Vergleich der Messergebnisse der Mittelpunktversuche mit dem Modellwert

| Teilung | Gewicht | Frequenz | Messwert [g] | Modellwert [g] | Differenz [g] | $\Delta\mu$ [g] |
|---------|---------|----------|--------------|----------------|---------------|-----------------|
| 150     | 30      | 45       | 2,654978     | 1,719857       | 0,935121      | 0,25            |
| 150     | 30      | 45       | 2,433347     |                | 0,713490      |                 |
| 150     | 30      | 45       | 2,336450     |                | 0,616593      |                 |
| 150     | 30      | 45       | 2,482598     |                | 0,762741      |                 |

### 6.3.5 Zielgröße „Relativbewegung“

#### 6.3.5.1 Ermittlung signifikanter Parameter

In **Tabelle 25** ist der Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Relativbewegung“ aufgelistet. Anhand des einfachen  $p$ -Werts in der fünften Spalte wird die Signifikanz der Parameter beurteilt. Bei den in **Tabelle 25** grau hinterlegten Parametern handelt es sich um die als signifikant ermittelten Faktoren und Faktor-Interaktionen. Diese Parameter sind in der Regressionsanalyse zur Anpassung eines linearen Modells berücksichtigt worden. Um die bei der Regressionsanalyse getroffenen Annahmen zu überprüfen, wird im Anschluss die Residuenanalyse vorgenommen.

**Tabelle 25:** Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Relativbewegung“

| Term         | Schätzer  | Diagramm des $t$ -Werts | Lenth's $t$ -Wert | Einfacher $p$ -Wert | Simultaner $p$ -Wert |
|--------------|-----------|-------------------------|-------------------|---------------------|----------------------|
| Gewicht $m$  | -0,001343 |                         | -13,73            | <,0001              | <,0001               |
| Boden $b$    | 0,000797  |                         | 8,15              | <,0001              | <,0001               |
| Frequenz $f$ | 0,000347  |                         | 3,55              | 0,0009              | 0,0982               |
| Teilung $t$  | 0,000221  |                         | 2,26              | 0,0282              | 0,8980               |
| $m*b$        | 0,000549  |                         | 5,61              | <,0001              | 0,0004               |
| $m*f$        | 0,000604  |                         | 6,18              | <,0001              | 0,0001               |
| $b*f$        | -0,000238 |                         | -2,43             | 0,0173              | 0,7801               |
| $m*t$        | -0,000017 |                         | -0,18             | 0,8531              | 1,0000               |
| $b*t$        | -0,000205 |                         | -2,10             | 0,0407              | 0,9625               |
| $f*t$        | 0,000245  |                         | 2,50              | 0,0142              | 0,7284               |
| $m*b*f$      | -0,000423 |                         | -4,32             | <,0001              | 0,0104               |
| $m*b*t$      | 0,000056  |                         | 0,58              | 0,5647              | 1,0000               |
| $m*f*t$      | -0,000100 |                         | -1,02             | 0,3045              | 1,0000               |
| $b*f*t$      | -0,000238 |                         | -2,43             | 0,0175              | 0,7819               |
| $m*b*f*t$    | -0,000088 |                         | -0,90             | 0,3655              | 1,0000               |

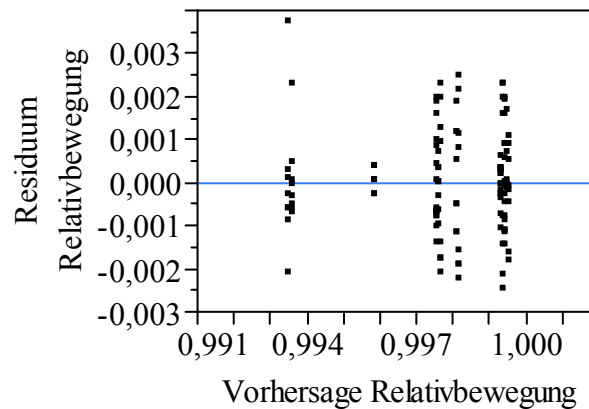
#### 6.3.5.2 Residuenanalyse

In der Residuenanalyse werden die folgenden vier Annahmen auf ihre Richtigkeit überprüft.

##### (1) Ist die Varianz der Fehler konstant?

In **Abbildung 71** ist der Tukey-Anscombe Plot der Residuen der Zielgröße „Relativbewegung“ dargestellt. Die Streuung der Residuen nimmt mit höheren Zielgrößenwerten zwar nicht zu, dies beruht jedoch lediglich auf den Werten von drei Residuen. Eventuell handelt es sich bei den relativ weit außerhalb liegenden Residuen jedoch um Ausreißer. In diesem Fall würde dann eine starke Zunahme der Residuenstreuung vorliegen. Die Überprüfung der Residuen auf Ausreißer erfolgt bei der Überprüfung der Annahme (2), weshalb an dieser Stelle noch keine endgültigen Aussagen bezüglich der Fehlervarianz getroffen werden können.

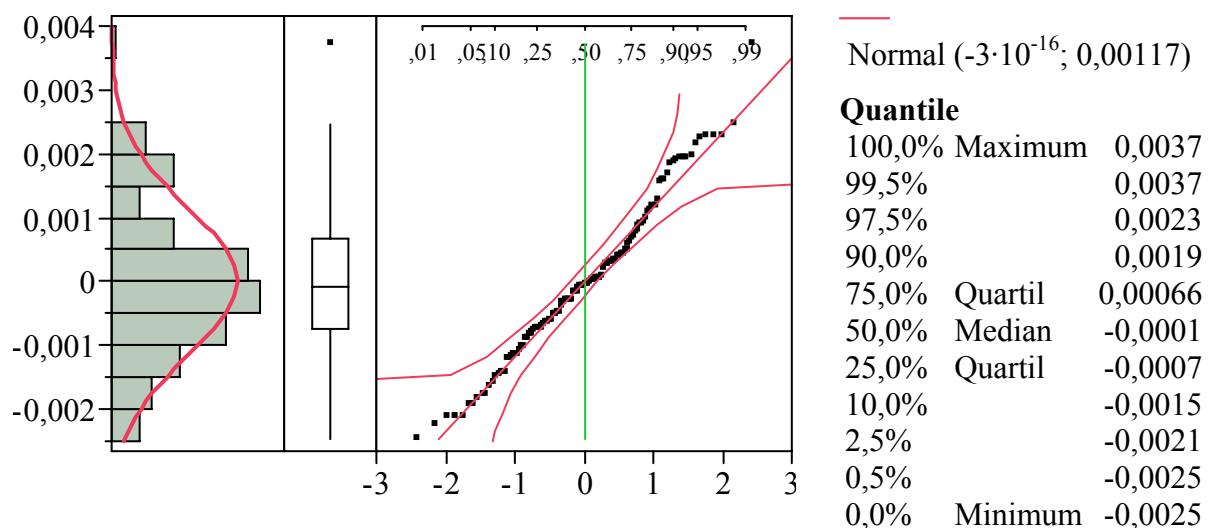




**Abbildung 71:** Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

## (2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?

Die Normalverteilung der Fehler wird über die in **Abbildung 72** dargestellten Diagramme überprüft. Im linken Teil der Abbildung ist das Histogramm der Residuen, in der Mitte der Box Plot und im rechten Teil der Normal Quantile Plot zu sehen. Das Histogramm lässt erkennen, dass die Residuen mit negativem Vorzeichen nahezu normalverteilt sind. Der Teil des Histogramms, in dem die Residuen mit positivem Vorzeichen abgebildet werden, weist jedoch einige „Lücken“ auf, was eine Abweichung von der Normalverteilung vermuten lässt. Der Box Plot zeigt, dass ein Residuum das Verhalten eines Ausreißers aufweist. Dies wird auch im Normal Quantile Plot deutlich. Anhand dieses Diagramms kann eine Normalverteilung noch angenommen werden, da die Linie der Vertrauensbereiche, links und rechts von der Geraden, nicht von den Residuen überschritten wird. Zusätzlich zu der graphischen Beurteilung wird der Shapiro-Wilk-Test durchgeführt. Dabei ergeben sich die in **Tabelle 26** aufgelisteten Kennwerte. Die Statistiksoftware JMP berechnet einen  $p$ -Wert von 0,0756. Dieser Wert liegt oberhalb von 0,05, weshalb die Nullhypothese, in diesem Fall die Annahme, dass keine Normalverteilung der Residuen vorliegt, verworfen werden kann.



**Abbildung 72:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

**Tabelle 26:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

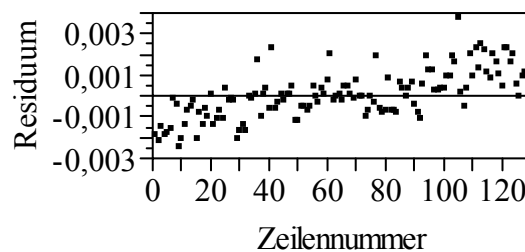
| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,981368 | 0,0756    |

### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Der Mittelwert der Residuen der Zielgröße „Relativbewegung“ beträgt  $-3 \cdot 10^{-16}$  [(m/s)/(m/s)]. Dieser Wert ist sehr klein, womit die Annahme, dass der Mittelwert der Fehler gleich Null ist, als bestätigt gelten kann.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

Zur Überprüfung dieser Annahme bieten sich der Tukey-Anscombe Plot und ein Plot der Residuen, aufgezeichnet gegen die Versuchsnummer, an. Der Tukey-Anscombe Plot wies bereits ein nicht optimales Verhalten der Residuen auf (vgl. **Abbildung 71**). Der in **Abbildung 73** dargestellte Plot der Residuen gegen die Versuchsreihenfolge zeigt zudem, dass ein deutlicher Trend in den Residuen vorliegt. Dies lässt vermuten, dass ein Parameter die Zielgröße beeinflusst, der nicht als Faktor berücksichtigt worden ist. Demnach kann die Annahme, dass die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit sind, nicht als erfüllt gelten.



**Abbildung 73:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

Die Residuenanalyse bezüglich des Modells für die Zielgröße „Relativbewegung“ hat gezeigt, dass zwei der Annahmen, die hinsichtlich der Fehler getroffen wurden, nicht erfüllt werden. Es ist ein Ausreißer ermittelt worden, und die Residuen hängen von der Zeit ab. Da alle Einflussgrößen, die die Zielgröße „Relativbewegung“ möglicherweise beeinflussen, entweder als Faktoren berücksichtigt oder konstant gehalten worden sind, ist zu vermuten, dass sich etwas in den Umgebungsbedingungen geändert hat, was einen Einfluss auf die Zielgröße hat. Da die statistischen Voraussetzungen nicht erfüllt sind, können die Ergebnisse der Signifikanzermittlung und das angepasste Modell nicht genutzt werden. Um die signifikanten Parameter für die Zielgröße „Relativbewegung“ zu ermitteln, sind die Versuche erneut durchzuführen. Dabei ist der Parameter, der den Trend in den Residuen hervorgerufen hat, zusätzlich als Faktor zu berücksichtigen oder konstant zu halten.

## 6.4 Ergebnisse der Screening-Phase

Die Auswertung des vollständigen faktoriellen Versuchsplans hat bezüglich der Messergebnisse der Zielgröße „Kraft“ zu einem linearen Modell geführt. Dazu mussten jedoch die Messwerte zuvor transformiert werden. Dem Modell für Zielgröße „Kraft transformiert“ liegt die in **Gleichung (6.16)** angegebene Vorhersageformel zugrunde. Dabei steht  $m$  für Gewicht,  $t$  für Teilung,  $b$  für Boden des Behälters und  $f$  für Frequenz.

Vorhersageformel der Zielgröße „Kraft transformiert“:

$$\begin{aligned}
 y_{F,t} &= \frac{y_F^{0,6} - 1}{0,078552} \\
 &= -10,3452 + 4,5067 \cdot m + 0,9085 \cdot t + \text{Match}(b) \begin{pmatrix} \text{flach} \Rightarrow 0 \\ \text{gerippt} \Rightarrow 37,4591 \\ \text{else} \Rightarrow . \end{pmatrix} - 0,2234 \cdot f \\
 &\quad + (m - 30) \cdot (t - 150) \cdot 0,0177 + (m - 30) \cdot \text{Match}(b) \begin{pmatrix} \text{flach} \Rightarrow 0 \\ \text{gerippt} \Rightarrow 0,5703 \\ \text{else} \Rightarrow . \end{pmatrix} \\
 &\quad + (m - 30) \cdot (t - 150) \cdot \text{Match}(b) \begin{pmatrix} \text{flach} \Rightarrow 0 \\ \text{gerippt} \Rightarrow 0,0101 \\ \text{else} \Rightarrow . \end{pmatrix} \\
 &\quad + (t - 150) \cdot \text{Match}(b) \begin{pmatrix} \text{flach} \Rightarrow 0 \\ \text{gerippt} \Rightarrow 0,0374 \\ \text{else} \Rightarrow . \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

Für die Zielgröße „Erschütterung“ wurde ebenfalls ein lineares Modell angepasst. Bei diesem Modell konnte jedoch keine abschließende Aussage bezüglich der Signifikanz einer Modellschwäche getroffen werden, da der Freiheitsgrad des Lack of Fit  $DF_{LoF}$  nur 2 betrug. Um den Freiheitsgrad zu erhöhen, sind Parameter aus dem Modell gestrichen worden. Anschließend ist erneut ein lineares Modell angepasst worden. Dieses Modell verfügt über einen signifikanten Lack of Fit, was auf eine Modellschwäche hinweist. Diese Modellschwäche lässt vermuten, dass ein lineares Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens nicht ausreicht, was durch den Vergleich des Mittelpunktversuchs mit dem entsprechenden Modellwert bestätigt worden ist. Es wäre deshalb sinnvoll, in einem nächsten Schritt Versuche anhand eines Response Surface Designs durchzuführen. Mit Hilfe dieser Versuchspläne ist es möglich, Ergebnisse zu generieren, anhand derer kurvenförmige Flächen abgebildet werden können. In diesen Modellen können auch höherwertige Terme berücksichtigt werden (z.B.  $x^2$ ,  $x^3$ ). Dies soll in der Optimierungs-Phase erfolgen. Da alle vier Faktoren in der Screening-Untersuchung als signifikant ermittelt worden sind, sollten diese Faktoren auch bei der weiteren Untersuchung berücksichtigt werden.

Bei der Residuenanalyse für die Zielgröße „Relativbewegung“ sind ein Ausreißer ermittelt und eine zeitliche Abhängigkeit der Residuen erkannt worden. Da alle Parameter, bei denen zuvor eventuell ein Einfluss auf die Zielgröße vermutet wurde, konstant gehalten wurden, lässt dies vermuten, dass sich in den Umgebungsbedingungen etwas geändert hat, was einen Einfluss auf diese Zielgröße hatte. Eine Auswertung der Messwerte hinsichtlich der Signifikanz von Parametern und eine Anpassung eines Regressionsmodells sind somit nicht möglich. Um dennoch Aussagen bezüglich des Einflusses der Faktoren auf die Zielgröße „Erschütterung“ treffen zu können, müssten die Versuche erneut durchgeführt werden, wobei noch stärker darauf zu achten ist, dass die Umgebungsbedingungen konstant gehalten werden. Da für die Zielgröße „Erschütterung“ jedoch Versuche im Rahmen der Optimierungsphase durchgeführt werden, und die Anzahl der Faktoren der Zielgröße „Relativbewegung“ bereits relativ gering ist, wird stattdessen die Zielgröße „Relativbewegung“ bei den Optimierungsversuchen ebenfalls untersucht und ausgewertet.

## 7 Optimierungs-Phase

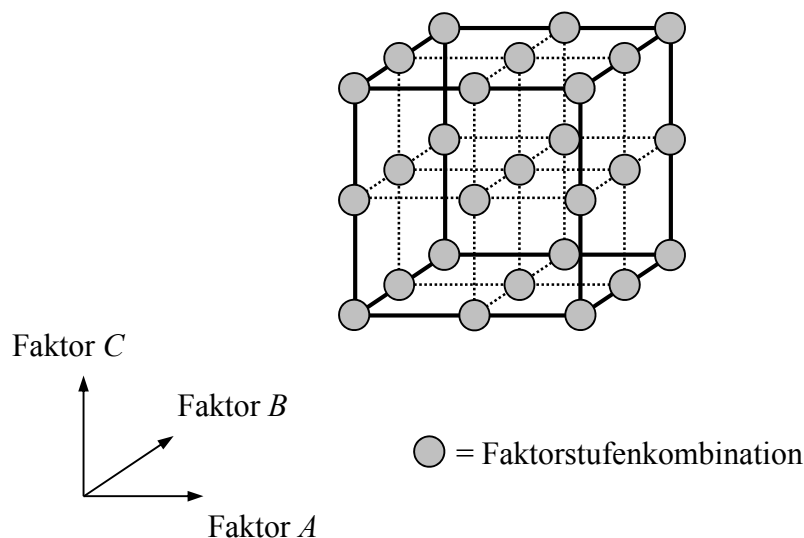
Für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ soll ein Response Surface Design erzeugt werden. Mit Hilfe der anhand dieses Versuchsplans ermittelten Messwerte ist erneut ein Modell anzupassen. Bei der Modellanpassung ist man jedoch nicht mehr darauf beschränkt, ein lineares Modell zu entwickeln, stattdessen können auch nichtlineare Zusammenhänge abgebildet werden.

### 7.1 Wahl des Optimierungsdesigns

In der Optimierungs-Phase stehen verschiedene Versuchspläne zur Auswahl. Dies sind zentral zusammengesetzte,  $3^k$ -, Box-Behnken- und D-Optimale Pläne. Bevor einer dieser Versuchspläne für die weitere Untersuchung ausgewählt wird, werden diese vier Pläne in den nächsten Unterkapiteln kurz vorgestellt.

#### 7.1.1 $3^k$ -Pläne

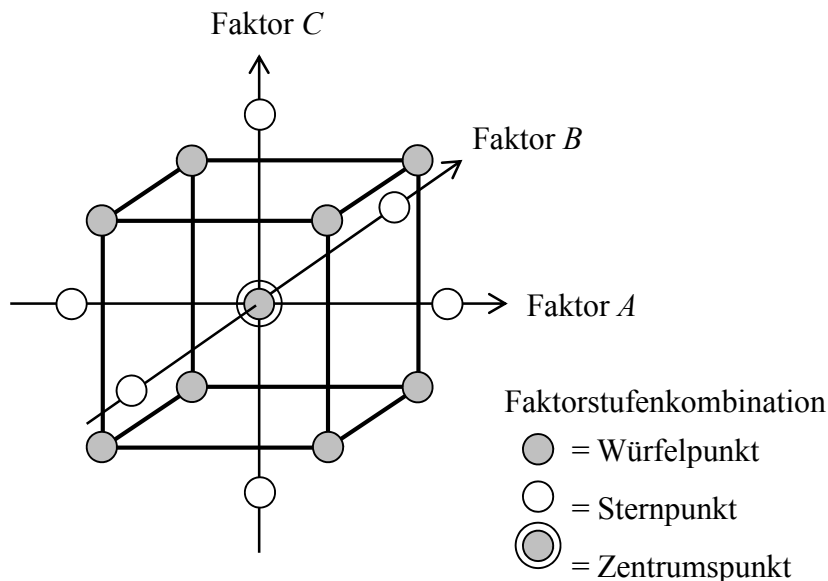
Um eine nichtlineare Abhängigkeit der Zielgröße von einem Faktor bestimmen zu können, sind komplexere Versuchspläne erforderlich. Diese müssen mindestens drei verschiedene Faktorstufen beinhalten.  $3^k$ -Pläne sind für die Optimierungsphase geeignet, da sie neben den Eckpunkten des „Würfels“ auch die Kantenmittelpunkte, die Seitenmittelpunkte und den „Würfelmittelpunkt“ untersuchen (vgl. **Abbildung 74**). Die normierten Faktoren nehmen die Werte  $\pm 1$  und  $0$  an /WEI99/. Der Nachteil der vollständigen faktoriellen Pläne besteht jedoch darin, dass die Anzahl der Einzelversuche ( $m = 3^k$  Faktorstufenkombinationen) mit der Anzahl der zu untersuchenden Faktoren sehr schnell zunimmt. Um den Versuchsumfang gering zu halten, können  $3^{k-p}$ -Pläne eingesetzt werden, ähnlich der  $2^{k-p}$ -Pläne. Nachteilig wirkt sich hierbei wieder die Vermengung der Effekte aus. In der Optimierungsphase sollte eine Vermengung vermieden werden /KLE09/. Eingesetzt werden die  $3^k$ -Pläne meist dann, wenn die Faktoren nur in drei Stufen realisiert werden können, oder wenn aus bestimmten Gründen die Stufenwahl Beschränkungen unterliegt /SEF97/.



**Abbildung 74:**  $3^k$ -Plan für drei Faktoren /WIE10a/

### 7.1.2 Zentral zusammengesetzte Versuchspläne

Unterliegen die Versuche nicht den zuvor genannten Einschränkungen, so erweisen sich zentral zusammengesetzte Pläne in der Optimierungsphase als sehr vorteilhaft. Diese setzen sich aus drei Teilen zusammen, aus einem vollständigen faktoriellen bzw. einem unkritischen fraktionellen faktoriellen Plan (Ecken eines „Würfels“), den Eckpunkten eines „Sterns“ und einem „Zentrumspunkt“ (vgl. **Abbildung 75**). Die Faktorstufen werden mit den normierten Werten  $\pm 1$  („Würfel“),  $\pm\alpha$  („Stern“) und  $0$  („Zentrumspunkt“) bezeichnet /KLE09/. Dabei wird von inscribed Plänen gesprochen, falls  $\alpha < 1$  ist, ansonsten von exscribed Plänen /WEI99/.



**Abbildung 75:** Zentral zusammengesetzter Versuchsplan für drei Faktoren /WIE10a/

### 7.1.3 Box-Behnken-Pläne

Box-Behnken-Pläne stellen, ähnlich wie die  $3^{k-p}$ -Pläne, eine Auswahl aus den  $m = 3^k$  Faktorstufenkombinationen eines vollständigen faktoriellen Plans dar. Im Gegensatz zu den  $3^{k-p}$ -Plänen sind Box-Behnken-Pläne jedoch dahingehend optimiert, dass auch 2-Faktor-Interaktionen ohne eine Vermengung mit Faktoren bestimmt werden können. Bei  $k = 3$  Faktoren würde der Versuchsplan aus einem vollständigen faktoriellen Versuchsplan für jedes der drei möglichen Paare von jeweils zwei Faktoren ( $3 \times 4$  Faktorstufenkombinationen) und zum Beispiel drei Realisierungen des Zentrums bestehen (vgl. **Abbildung 76**) /KLE09/.

Die Vorteile von Box-Behnken-Plänen liegen darin, dass die Gesamtzahl der Faktorstufenkombinationen etwas kleiner ist als bei zentral zusammengesetzten Versuchsplänen und dass alle Faktoren nur auf drei Stufen verändert werden. Der zweite Teil ist gerade dann von Vorteil, wenn aus technischen Gründen nur drei Faktorstufen realisiert werden können. Nachteilig wirkt sich bei diesen Plänen jedoch aus, dass die quadratischen Effekte nicht orthogonal sind, dass diese Pläne keine Überprüfung des quadratischen Modellansatzes erlauben und dass die Vertrauensbereiche breiter sind als bei zentral zusammengesetzten Plänen mit vergleichbarer Gesamtzahl an Versuchen. Eine entsprechende Erläuterung dieser Eigenschaften erfolgt in **Kapitel 7.2**. Box-Behnken-Pläne sollten nur dann zentral zusammengesetzten Versuchsplänen vorgezogen werden, wenn die Anzahl der Faktorstufen auf  $k = 3$  beschränkt ist und nicht mehr als 4 Faktoren zu untersuchen sind /KLE09/.

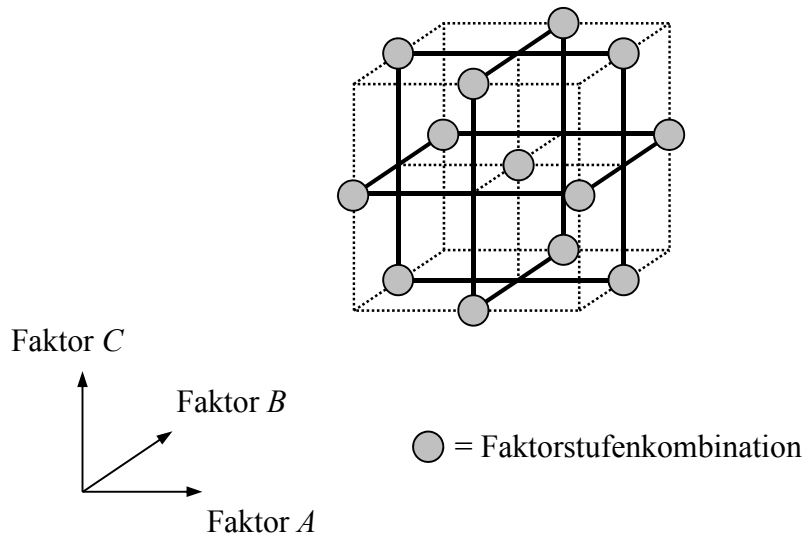


Abbildung 76: Box-Behnken-Plan für drei Faktoren

#### 7.1.4 D-Optimale Pläne

Mit einem D-Optimalen Plan lässt sich der Versuchsplan nahezu beliebig gestalten. Die Stufen für die Faktoren sind frei wählbar, und die Stufenzahl kann von Faktor zu Faktor unterschiedlich sein. Alle Kombinationen dieser Faktorstufen sind als Einzelversuche durchführbar. Gewünschte Faktorstufenkombinationen lassen sich gezielt implementieren. Bei Kenntnis einer überflüssigen Faktor-Interaktion ist es möglich, diese aus dem Versuchsplan zu streichen. Vorteile dieses Plans sind weiterhin die freie Wahl für die Verteilung der Versuchspunkte und für die Bevorzugung der Randbelegungen im Versuchsraum, die Möglichkeit der Berücksichtigung bereits vorhandener Versuchsergebnisse und die freie Wahl der Anzahl der Einzelversuche oberhalb einer Mindestzahl. Die Berücksichtigung von Nebenbedingungen und Zwangsbedingungen sowie die Erweiterung des Plans durch neue Faktoren ist ebenfalls möglich /KLE09/, /PET91/. Die D-Optimalität wird erreicht, indem die Einzelversuche so gewählt werden, dass die Unsicherheit über die unbekanntenen Koeffizienten im Modell möglichst gering ist. Der Auswahlvorgang erfolgt iterativ. Der Einsatz dieser Pläne ist auch mit Nachteilen verbunden. So ist der Versuchsplan nicht orthogonal, was zur Folge hat, dass die Koeffizienten im Modell nicht mehr unabhängig voneinander sind. Die Abweichung ist jedoch in den meisten Fällen gering. Des Weiteren ist die Optimalität abhängig von einem bestimmten Modellansatz, und der richtige Ansatz ist im Voraus meist nicht bekannt. D-Optimale Pläne können als sinnvolle Alternative zu zentral zusammengesetzten Plänen gesehen werden. Sie sind vor allem dann sinnvoll, wenn aus technischen Gründen nicht alle Punkte eines zentral zusammengesetzten Plans durchgeführt werden können, oder bereits vorliegende Ergebnisse ergänzt werden sollen /KLE09/.

Für diese Untersuchung wird ein zentral zusammengesetzter Plan gewählt. Dabei handelt es sich um den am häufigsten eingesetzten Versuchsplan bei Optimierungsversuchen. Die Werte der Faktorstufen decken den Versuchsraum gleichmäßig ab, und die Anzahl der Einzelversuche kann relativ gering gehalten werden.

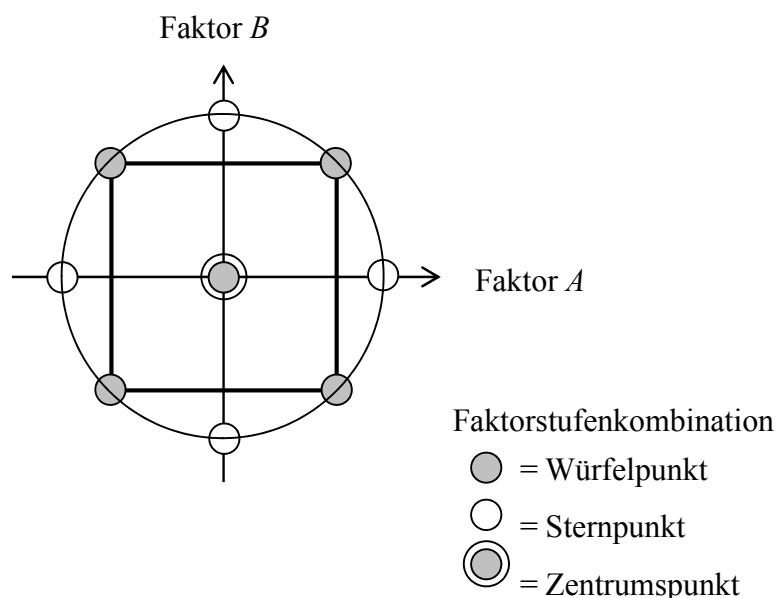
## 7.2 Zentral zusammengesetzter Versuchsplan der Untersuchung

Bei zentral zusammengesetzten Versuchsplänen werden die Faktoren jeweils auf fünf Faktorstufen untersucht. Mit den Optimierungsversuchen sollen die gleichen Parameterbereiche wie bereits in der Screening-Phase untersucht werden. Diese sind im Folgenden nochmals aufgelistet:

- Tragrollenteilung  $t = 100 \dots 200$  mm
- Fördergewicht  $m = 15 \dots 45$  kg pro Behälter
- Anlagengeschwindigkeit  $v = 0,3 \dots 1,0$  m/s (Frequenz  $f = 20 \dots 70$  Hz)

Der Faktor „Boden“ kann in der Optimierungs-Phase jedoch nicht berücksichtigt werden. Dies liegt in der Eigenschaft des Faktors und der Art des Versuchsplans begründet. Der Behälterboden kann nur zwei Stufenwerte einnehmen, entweder weist der Behälter einen gerippten oder einen flachen Boden auf. Zwischenwerte sind nicht möglich. Zentral zusammengesetzte Versuchspläne untersuchen die Faktoren jedoch auf fünf Faktorstufen. Ist dennoch das Verhalten der Zielgröße bei den beiden jeweiligen Stufenwerten von Interesse, so können zwei Modelle, jeweils für Behälter mit flachem und geripptem Boden, angepasst werden. Dazu ist der zentral zusammengesetzte Versuchsplan zweimal durchzuführen. In dieser Untersuchung werden die Modelle für Behälter mit flachem Boden aufgestellt, da lediglich das Vorgehen verdeutlicht und keine allumfassenden Ergebnisse erzeugt werden sollen.

Bei der Wahl der Faktorstufenwerte ist zu berücksichtigen, dass die Vertrauensbereiche für die Regressionskoeffizienten  $\beta$  möglichst schmal sein sollen. Außerdem sollen die Schätzwerte für die Koeffizienten  $\beta$  im Modell unabhängig voneinander sein. Dies wird dann erreicht, wenn der Versuchsplan orthogonal bezüglich aller Terme im Modell ist. Zusätzlich soll die Breite des Vertrauensbereichs nur vom Abstand des betrachteten Punktes vom Zentrumspunkt des Würfels abhängen und nicht auch von der Richtung (Drehbarkeit). Dies ist entscheidend, da bei der Versuchsplanung häufig noch nicht bekannt ist, welcher Parameterbereich, vom Zentrumspunkt aus gesehen, später bei der Nutzung des Modells von Interesse sein wird /KLE09/, /KUT04/. Graphisch lässt sich die Drehbarkeit eines Versuchsplans folgendermaßen visualisieren. Die Punkte des Würfels und des Sterns sollen auf einem Kreis liegen, dessen Mittelpunkt der Zentrumspunkt bildet (vgl. **Abbildung 77**).



**Abbildung 77:** Drehbarkeit bei einem zentral zusammengesetzten Versuchsplan

Durch geeignete Wahl der Anzahl der Durchführungen des Zentrumspunktversuchs  $n_0$  kann erreicht werden, dass der Versuchsplan sowohl drehbar als auch näherungsweise orthogonal ist. Zur Wahl der Faktorstufenwerte bieten sich die **Gleichungen (7.1)** und **(7.4)** an /KLE09/.

- orthogonal: 
$$\alpha_o^2 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{N \cdot N_W} - N_W \right) \quad (7.1)$$

wobei  $N_W = 2^{k-p}$  = Anzahl der Einzelversuche im Würfel und (7.2)

$$N = 2^{k-p} + 2k + n_0 \quad = \text{Gesamtzahl der Einzelversuche ist.} \quad (7.3)$$

- drehbar: 
$$\alpha_d^2 = \sqrt{2^{k-p}} \quad (7.4)$$

Der zentral zusammengesetzte Versuchsplan soll möglichst die Eigenschaften Orthogonalität und Drehbarkeit aufweisen. Darüber hinaus sollen die Werte der Sternpunkte des Response Surface Designs den Werten der Würfelpunkte des Screening Designs entsprechen und die Werte des Zentrumspunktes den Werten des Mittelpunktversuchs. Auf diese Weise decken die Modelle für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ den gleichen Parameterbereich ab wie das lineare Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“. Eine Ausnahme wird jedoch gemacht. In der Screening-Phase sind die Tragrollenteilungen  $t = 100$  mm und  $t = 200$  mm untersucht worden, um die Änderung der Faktorstufenwerte möglichst einfach zu gestalten. Die beim Demonstrator ursprünglich eingestellte Tragrollenteilung betrug jedoch  $t = 75$  mm, und laut /JÜN00/ nimmt die Gleichmäßigkeit der Förderbewegung mit der Anzahl der tragenden Rollen zu. Um die Teilung  $t = 75$  mm mit dem Modell ebenfalls abdecken zu können, soll sie als ein Faktorstufenwert berücksichtigt werden. Damit ergeben sich die in **Tabelle 27** aufgelisteten Werte der Faktorstufen.

**Tabelle 27:** Werte der kodierten Faktorstufen

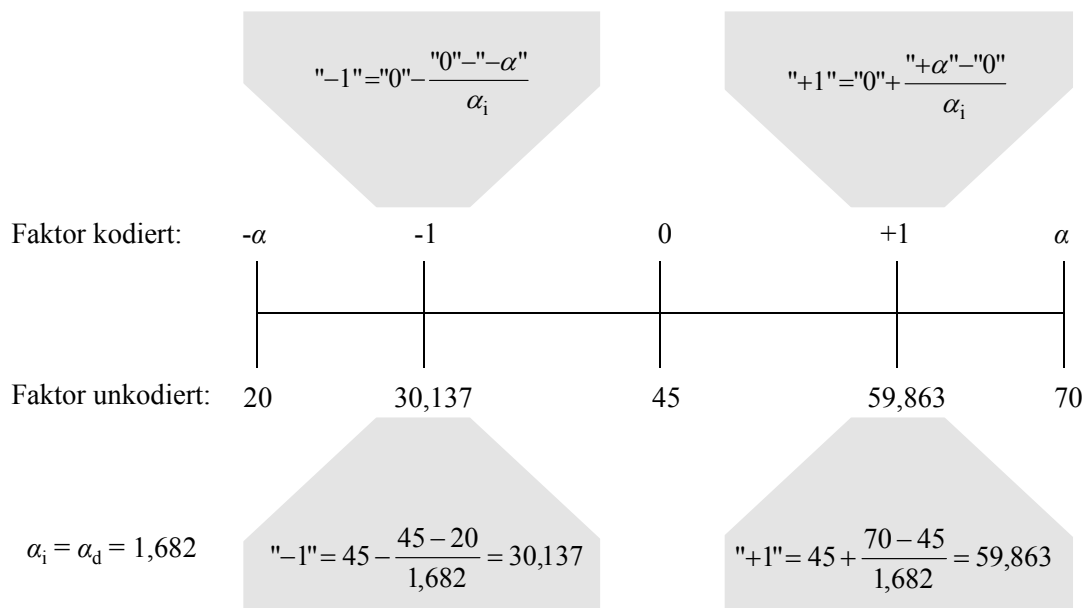
| Level                                       | $-\alpha$ | -1 | 0   | +1 | $+\alpha$ |
|---|-----------|----|-----|----|-----------|
| <b>Faktor</b>                               |           |    |     |    |           |
| <b>Rollenteilung <math>t</math> [mm]</b>    | 75        |    | 150 |    | 200       |
| <b>Gewicht <math>m</math> [kg/Behälter]</b> | 15        |    | 30  |    | 45        |
| <b>Frequenz <math>f</math> [Hz]</b>         | 20        |    | 45  |    | 70        |

Anhand der Formel für die Drehbarkeit ergibt sich bei  $k = 3$  Faktoren und einem vollständigen Würfel ( $p = 0$ ) ein  $\alpha_d^2 = \sqrt{8} = 2,828$  und damit ein  $\alpha_d = 1,682$ . Wie bereits erwähnt, lässt sich durch geeignete Wahl von  $n_0$  in **Gleichung (7.1)** erreichen, dass der Versuchsplan ebenfalls orthogonal ist. Mit  $k = 3$  Faktoren,  $p = 0$  und  $n_0 = 9$  ergibt sich  $\alpha_o^2 = 1/2 \cdot (\sqrt{23 \cdot 8} - 8) = 2,782$  bzw.  $\alpha_o = 1,668$ .

Bei einem zentral zusammengesetzten Versuchsplan mit vollständigem faktoriellem Würfel und  $k = 3$  Faktoren ergeben sich  $N_W = 8$  Einzelversuche im Würfel,  $N_S = 6$  Einzelversuche im Stern und somit  $N_{W+S} = 14$  Einzelversuche im Würfel und Stern. Bei neunmaliger Durchführung des Zentrumspunktversuchs ( $n_0 = 9$ ) ergeben sich damit bereits  $N = 23$  Einzelversuche insgesamt. Unter der Berücksichtigung, dass der Versuchsplan nicht nur einmalig, sondern möglichst mit ein- bis zweimaliger Wiederholung durchgeführt werden soll, erscheint eine Anzahl von  $n_0 = 9$  Zentrumspunktversuchen relativ hoch. Aus diesem Grund soll getestet werden, ob eine sechsmalige Durchführung des Zentrumspunktversuchs ( $n_0 = 6$ ) eventuell ausreichend ist. Mit  $n_0 = 6$  ergibt sich ein  $\alpha_{o\text{neu}}^2 = 1/2 \cdot (\sqrt{20 \cdot 8} - 8) = 2,325$  bzw.  $\alpha_{o\text{neu}} = 1,525$ .



Die Werte für die Würfeckpunkte errechnen sich anhand des in **Abbildung 78** dargestellten Schemas. Darin sind beispielhaft die Werte für die Eckpunkte des Würfels für den Faktor „Frequenz“ bei  $\alpha_d = 1,682$  berechnet worden. Anhand dieses Rechenschemas ergeben sich die in **Tabelle 28** angegebenen Würfeckpunkte.



**Abbildung 78:** Rechenschema zur Ermittlung der Faktorstufenwerte  $\pm 1$

**Tabelle 28:** Werte der kodierten Faktorstufen in Abhängigkeit unterschiedlicher  $\alpha_i$ -Werte

| Faktor \ Level                              |                                  | $-\alpha$ | $-1$    | $0$ | $+1$    | $+\alpha$ |
|---|----------------------------------|-----------|---------|-----|---------|-----------|
| <b>Rollenteilung <math>t</math> [mm]</b>    | $\alpha_d = 1,682$               | 75        | 105,410 | 150 | 179,727 | 200       |
|   | $\alpha_o = 1,668$               |           | 105,036 |     | 179,976 |           |
|   | $\alpha_{o \text{ neu}} = 1,525$ |           | 100,820 |     | 182,786 |           |
| <b>Gewicht <math>m</math> [kg/Behälter]</b> | $\alpha_d = 1,682$               | 15        | 21,082  | 30  | 38,918  | 45        |
|   | $\alpha_o = 1,668$               |           | 21,007  |     | 38,993  |           |
|   | $\alpha_{o \text{ neu}} = 1,525$ |           | 20,164  |     | 39,836  |           |
| <b>Frequenz <math>f</math> [Hz]</b>         | $\alpha_d = 1,682$               | 20        | 30,137  | 45  | 59,863  | 70        |
|   | $\alpha_o = 1,668$               |           | 30,012  |     | 59,988  |           |
|   | $\alpha_{o \text{ neu}} = 1,525$ |           | 28,607  |     | 61,393  |           |

**Tabelle 28** zeigt, dass die Werte für die Faktorstufen  $-1$  und  $+1$  für die drei unterschiedlichen  $\alpha_i$ -Werte relativ nahe beieinander liegen. Es ist zu berücksichtigen, dass bei der Durchführung der Versuche die Stufenwerte zur Einstellung der Parameter sinnvoll gerundet werden müssen. So wäre es bei dem Faktor „Gewicht“ sinnvoller, runde Stufenwerte von  $-1 = 20$  und  $+1 = 40$  zu wählen, da der Förderinhalt aus Sandsäcken á 5 kg besteht. Die Tragrollenteilung hingegen lässt sich nur in Abständen von 25 mm einstellen. Demnach könnten die Stufenwerte  $-1 = 105$  und  $+1 = 180$  nicht umgesetzt werden. Aus diesen technischen Gründen ist es ausreichend, den Zentrumspunkt nur  $n_0 = 6$ -mal durchzuführen, wodurch sich die Gesamtzahl der Einzelversuche auf  $N = 20$  verringert. Die Abweichung von der Drehbarkeit und Orthogonalität bleibt jedoch gering. Damit ergeben sich die in **Tabelle 29** aufgelisteten Werte für die Faktoren.

**Tabelle 29:** Gewählte Faktorstufenwerte

| Level<br>Faktor                             | $-\alpha$ | -1   | 0   | +1   | $+\alpha$ |
|---|-----------|------|-----|------|-----------|
| <b>Rollenteilung <math>t</math> [mm]</b>    | 75        | 100  | 150 | 200  | 200       |
| <b>Gewicht <math>m</math> [kg/Behälter]</b> | 15        | 20   | 30  | 40   | 45        |
| <b>Frequenz <math>f</math> [Hz]</b>         | 20        | 28,5 | 45  | 61,5 | 70        |

Es fällt auf, dass für den Faktor „Tragrollenteilung“ sowohl bei dem Stufenwert +1 als auch bei  $+\alpha$  eine Tragrollenteilung von  $t=200$  mm eingestellt wird. Um einen symmetrischen Versuchsplan aufzustellen, müsste  $+\alpha = 225$  mm gewählt werden. Wird dieser Parameterwert eingestellt, so wäre jedoch nicht länger gewährleistet, dass das Fördergut stets von drei Tragrollen gestützt wird. Nach /JÜN00/ kann es in einem solchen Fall zu einer Kippbewegung des Förderguts kommen, wodurch der Förderprozess gestört würde. Laut /KLE09/ ist es möglich, dass, aufgrund von technischen Grenzen für Stufenwerte der Faktoren, von einem idealen Versuchsplan abgewichen wird. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass eine Abweichung von einem orthogonalen Plan zu einer Verbreiterung der Vertrauensbereiche für die Regressionskoeffizienten  $\beta$  führt.

Entsprechend der festgelegten Stufenwerte ist der zentral zusammengesetzte Versuchsplan aufgestellt worden /WIE10b/, /WIE10d/. Dieser ist in **Tabelle 30** dargestellt. Die Randomisierung wurde wieder nur eingeschränkt vorgenommen, da die Tragrollenteilung möglichst selten umgestellt werden sollte. Der Versuchsplan ist insgesamt dreimal durchgeführt worden. Die Messergebnisse sind in den **Tabellen 51 bis 53** im Anhang angegeben.

**Tabelle 30:** Optimierungsversuchsplan

| Nr. | Muster        | Teilung | Gewicht | Frequenz |
|-----|---------------|---------|---------|----------|
| 01  | $-\alpha/0/0$ | 75      | 30      | 45       |
| 02  | $-1/+1/-1$    | 100     | 40      | 28,5     |
| 03  | $-1/+1/+1$    | 100     | 40      | 61,5     |
| 04  | $-1/-1/-1$    | 100     | 20      | 28,5     |
| 05  | $-1/-1/+1$    | 100     | 20      | 61,5     |
| 06  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 07  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 08  | $0/+\alpha/0$ | 150     | 45      | 45       |
| 09  | $0/0/-\alpha$ | 150     | 30      | 20       |
| 10  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 11  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 12  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 13  | $0/-\alpha/0$ | 150     | 15      | 45       |
| 14  | $0/0/+\alpha$ | 150     | 30      | 70       |
| 15  | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       |
| 16  | $+1/+1/+1$    | 200     | 40      | 61,5     |
| 17  | $+1/-1/+1$    | 200     | 20      | 61,5     |
| 18  | $+1/-1/-1$    | 200     | 20      | 28,5     |
| 19  | $+1/+1/-1$    | 200     | 40      | 28,5     |
| 20  | $+\alpha/0/0$ | 200     | 30      | 45       |

## 7.3 Auswertung und Interpretation der Optimierungsergebnisse

### 7.3.1 Regressionsanalyse für nichtlineare Modelle

Bei der Auswertung der Optimierungsergebnisse wird ähnlich vorgegangen wie in der Screening-Phase. Für die signifikanten Parameter wird mit Hilfe der Regressionsanalyse ein Modell aufgestellt. Dieses Modell ist jedoch nicht mehr linear in den Einflussfaktoren, sondern quadratisch oder ein Polynom höherer Ordnung. Es wird nicht zuvor überprüft, ob die Faktoren signifikant sind, da in dieser Phase davon ausgegangen wird, dass nur noch signifikante Faktoren untersucht werden. Dazu werden die Ergebnisse der Signifikanzprüfung bei der Screening-Auswertung genutzt (vgl. **Kapitel 6.3**). Die Anpassung der Regressionsmodelle an die Versuchsergebnisse der Optimierungsphase erfolgt ebenfalls anhand der linearen Regression /STA02/. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich die Linearität auf die Koeffizienten  $\beta_i$  und nicht die Faktoren  $x_i$  bezieht. Bei einem Optimierungsmodell wird berücksichtigt, dass die Zielgröße durch sämtliche Interaktionen und Quadrate der Faktoren beeinflusst werden kann. Demnach ergibt sich die folgende Struktur eines quadratischen Modells /WIE10a/, /WEI99/:

$$y_i = \beta_1 + \sum_{j=1}^K x_{ij} \cdot \beta_{j+1} + \sum_{j=1}^{K-1} \sum_{k>j} x_{ij} \cdot x_{ik} \cdot \beta_{j,k} + \sum_{j=1}^K x_{ij}^2 \cdot \beta_{j,j} + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim \text{u.i.N}(0, \sigma^2) \quad (7.5)$$

Dabei ist  $y_i$  das Ergebnis der Zielgröße beim  $i$ -ten Versuch,  $x_{ij}$  das kodierte Niveau des  $j$ -ten Faktors im  $i$ -ten Versuch,  $x_{ik}$  das kodierte Niveau des  $k$ -ten Faktors im  $i$ -ten Versuch,  $\beta_1$  der Achsenabschnitt,  $\beta_{j+1}$  der Koeffizient des  $j$ -ten Faktors,  $\beta_{j,k}$  der Koeffizient der Interaktion des  $j$ -ten mit dem  $k$ -ten Faktor,  $\beta_{j,j}$  der Koeffizient des quadrierten  $j$ -ten Faktors,  $K$  die Anzahl der beteiligten Faktoren,  $\varepsilon_i$  der Fehler beim  $i$ -ten Experiment und  $\sigma^2$  die Fehlervarianz.

Auch in diesem Fall sind die Annahmen, die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzt werden, auf ihre Richtigkeit zu überprüfen, bevor das Modell genutzt werden kann. Bei den Annahmen handelt es sich um folgende /SNE94/, /STA02/:

- Die Varianz der Fehler ist konstant („Homoskedastizität“):  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$
- Die Fehler sind annähernd normalverteilt:  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- Der Mittelwert der Fehler ist gleich null:  $\varepsilon = \langle \varepsilon_i \rangle = 0$
- Die Fehler sind unkorreliert (unabhängig):  $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  für  $i \neq j$

Zur Überprüfung, ob die Annahmen verletzt werden, wird wieder die Residuenanalyse eingesetzt. Werden die Annahmen erfüllt, so werden die Modellgüte mittels Leverage Plot und „Summary of Fit“-Tabelle sowie die Signifikanz des Modells und der Modellschwäche mittels Varianzanalyse und Lack of Fit beurteilt.

Da die Screening-Untersuchung der Zielgröße „Erschütterung“ gezeigt hat, dass ein lineares Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens nicht ausreicht, sollen bei der Modellerstellung auch Polynome der Faktoren berücksichtigt werden. Im Vorfeld ist jedoch nicht bekannt, bis zu welchem Grad jeweils ein Polynom des Faktors gebildet werden soll. Aus diesem Grund wird bei der Anpassung des Modells die schrittweise Regression genutzt. Das Prinzip der schrittweisen Regression wird eingesetzt, wenn die Abhängigkeit einer Zielgröße von vielen Parametern gleichzeitig untersucht werden soll. Durch die schrittweise Zunahme von Parametern in das Modell soll ein möglichst einfaches Modell erzeugt werden. Dabei wird nur derjenige Parameter in das Modell aufgenommen, von dem die Zielgröße signifikant abhängt.

Der schrittweisen Regression liegt das folgende Vorgehen zugrunde. Mit Hilfe der einfachen linearen Regression wird für alle Parameter einzeln untersucht, welcher Parameter das größte Bestimmtheitsmaß  $r^2$  ergibt. Ist die Abhängigkeit dieses Parameters signifikant, so wird er in das Regressionsmodell aufgenommen. Im zweiten Schritt wird für alle Parameter, die noch nicht in das Modell aufgenommen wurden, untersucht, welcher nun das größte Bestimmtheitsmaß  $r^2$  ergibt. Ist die Abhängigkeit dieses Parameters signifikant, so wird auch dieser in das Regressionsmodell aufgenommen. Dieser Schritt wird so lange wiederholt, bis kein weiterer Parameter mehr eine signifikante Abhängigkeit aufweist. Bei der Beurteilung der Signifikanz der Parameter ist auch auf ihre Hierarchie zu achten. Wird zum Beispiel der Term  $x_1 \cdot x_2$  in das Modell aufgenommen, so müssen auch die Faktoren  $x_1$  und  $x_2$  einzeln aufgenommen werden /KLE09/.

### 7.3.2 Zielgröße „Erschütterung“

Zur Anpassung des Regressionsmodells der Zielgröße „Erschütterung“ wird die schrittweise Regression genutzt. Um zu überprüfen, ob die bei der Modellerstellung vorausgesetzten Annahmen erfüllt werden, wird die Residuenanalyse durchgeführt. Anschließend werden die Modellgüte bewertet sowie das Modell und die Modellschwäche auf Signifikanz überprüft.

#### 7.3.2.1 Modellanpassung

Die Statistiksoftware JMP bietet ein automatisiertes Vorgehen der schrittweisen Regression an. Um dieses Vorgehen nachvollziehen zu können, wird der Schrittverlauf in einer Tabelle ausgegeben (vgl. **Tabelle 31**). Jeder Schritt, bei dem ein Parameter in das Modell aufgenommen wird, wird in dieser Tabelle dokumentiert. Dabei gibt die erste Spalte die Reihenfolge der Schritte an, die zweite Spalte den hinzugenommenen Parameter und die dritte Spalte die Aktion. In dieser Untersuchung wird die schrittweise Regression durch Vorwärtsauswahl angewendet, dabei werden nacheinander Parameter hinzugenommen. Alternativ können auch zunächst alle Parameter in das Modell aufgenommen werden und schrittweise Parameter, die nicht signifikant sind, wieder aus dem Modell entfernt werden (Rückwärtsauswahl). Die vierte Spalte gibt den Signifikanzwert an. In der fünften Spalte wird das Ergebnis des Sequential Tests angegeben, anhand dessen die Reduktion in der Quadratsumme der Residuen berechnet wird. In den letzten vier Spalten werden das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  sowie das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{\text{adj}}$ , der  $C_p$ -Wert nach Mallows und die Anzahl der im Modell enthaltenen Parameter  $p$  angegeben /JMP07a/.

**Tabelle 31:** Verlauf der schrittweisen Regression der Zielgröße „Erschütterung“

| Schritt | Parameter                          | Aktion      | "Sig. Wahrsch." | Sequ. SQ | $r^2$  | $r^2_{\text{adj}}$ | $C_p$  | $p$ |
|---------|------------------------------------|-------------|-----------------|----------|--------|--------------------|--------|-----|
| 1       | (Teilung-148,75)<br>*(Frequenz-45) | Hinzugefügt | 0,0000          | 10,51721 | 0,7664 | 0,7539             | 935,8  | 4   |
| 2       | (Teilung-148,75) <sup>3</sup>      | Hinzugefügt | 0,0000          | 2,331038 | 0,9362 | 0,9303             | 221,57 | 6   |
| 3       | (Frequenz-45) <sup>3</sup>         | Hinzugefügt | 0,0000          | 0,295431 | 0,9578 | 0,9521             | 134,55 | 8   |
| 4       | (Gewicht-30) <sup>4</sup>          | Hinzugefügt | 0,0000          | 0,35433  | 0,9836 | 0,9798             | 33,374 | 12  |
| 5       | (Gewicht-30)<br>*(Frequenz-45)     | Hinzugefügt | 0,0000          | 0,075481 | 0,9891 | 0,9863             | 12,117 | 13  |

Ausgehend von verschiedenen Kriterien ist nicht immer das durch die schrittweise Regression erzeugte Modell auch das Beste, denn das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  alleine ist zum Vergleich zweier Modelle mit unterschiedlich vielen Termen nicht hilfreich. Diese Kenngröße würde nie zunehmen, wenn ein Term aus der Modellgleichung gestrichen wird /STA02/. Es sollte

jedoch ebenfalls berücksichtigt werden, dass das beste Modell stets das einfachste Modell ist. Andernfalls kann der Effekt des Overfittings auftreten. Dieser Begriff bezeichnet eine Anpassung eines Modells dahingehend, dass auch noch die letzte Datenbesonderheit erklärt wird /WEI99/. Aus diesem Grund sollten weitere Kriterien zur Beurteilung eines Modells herangezogen werden, die die Gefahr eines Overfittings vermeiden. Dazu bieten sich die Kenngrößen in den letzten drei Spalten der **Tabelle 31** an /STA02/.

Um bei der Beurteilung der Modellgüte die Komplexität des Modells zu berücksichtigen wird das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  bereinigt. Dazu wird das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{\text{adj}}$  berechnet:

$$r^2_{\text{adj}} = 1 - (1 - r^2) \frac{n - 1}{n - p - 1} \quad (7.6)$$

In dieser Gleichung steht  $p$  für die Anzahl der im Modell enthaltenen unabhängigen Parameter und  $n$  für den Stichprobenumfang. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{\text{adj}}$  steigt nur, wenn  $r^2$  ausreichend steigt, um den gegenläufigen Effekt des Quotienten

$$\frac{n - 1}{n - p - 1} \quad (7.7)$$

auszugleichen, und kann auch sinken /STA02/. Bei einem Vergleich von Regressionsmodellen mit einer unterschiedlichen Anzahl an unabhängigen Parametern, sollte das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{\text{adj}}$  möglichst groß sein. Es gilt stets

$$-1 \leq r^2_{\text{adj}} \leq 1 \quad (7.8)$$

Der  $C_p$ -Wert nach Mallows wird wie folgt berechnet:

$$C_p = \frac{SS_{E_p}}{s^2} + 2p - n \quad (7.9)$$

Dabei steht  $SS_{E_p}$  für die Quadratsumme der Residuen eines Modells mit  $p$  Parametern,  $s^2$  für die Varianz desjenigen Modells mit der höchstmöglichen Anzahl an Parametern,  $p$  für die Anzahl der Parameter einschließlich Achsenabschnitt und  $n$  für die Anzahl der Messwerte /STA02/, /JMP07a/.

Der  $C_p$ -Wert nach Mallows nähert sich von großen Werten kommend ( $C_p > p$ ) mit steigender Anzahl der Parameter immer mehr der Anzahl  $p$  der im Modell enthaltenen Parameter an. Ziel bei der Modellerstellung sollte stets ein möglichst einfaches Modell sein. Aus diesem Grund sollte die Anzahl der im Modell enthaltenen Parameter nicht zu groß werden. Bei der Beurteilung eines Modells sollten deshalb der  $C_p$ -Wert nach Mallows und die Anzahl der Parameter  $p$  stets gemeinsam betrachtet werden. Ist der Betrag der Differenz aus dem  $C_p$ -Wert und  $p$  sehr klein, so kann das Modell als gut bewertet werden /LAN07/, /DRA98/.

Die schrittweise Regression durch Vorwärtsauswahl ergibt für die Zielgröße „Erschütterung“ ein Modell, dessen Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,99$  beträgt. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{\text{adj}}$  ist in der schrittweisen Regression bei jedem Schritt gestiegen. Der Betrag der Differenz aus dem  $C_p$ -Wert und der Anzahl der Parameter  $p$  ergibt einen Wert von 0,88. Dieser Wert ist relativ klein. Basierend auf diesen Kenngrößen kann davon ausgegangen werden, dass die Gefahr des Overfittings nicht gegeben ist. Anhand der Kriterien bezüglich Modellgüte und Overfitting wird das Modell als sehr gut beurteilt.

Dem Current Estimates Report in **Tabelle 32** kann entnommen werden, welche Parameter als signifikant erkannt worden sind. Diese sind in der Tabelle grau hinterlegt. Die erste Spalte enthält die Parameter. Die zweite Spalte gibt den Schätzer des jeweiligen Parameters an. Der Wert ist null, wenn der zugehörige Parameter nicht in das Modell aufgenommen worden ist. In der dritten Spalte wird der Freiheitsgrad des Parameters angegeben. Ein Parameter hat mehr als einen Freiheitsgrad, wenn dessen Hinzunahme in das Modell zur Folge hat, dass weitere Parameter hinzugenommen werden müssen, um ein hierarchisches Modell zu ermöglichen. Die vierte Spalte gibt mit  $SQ$  die Reduktion in der Quadratsumme der Residuen ( $SS_E$ ) an, die durch die Hinzunahme des Parameters bewirkt wird. In den letzten beiden Spalten sind der  $f$ -Wert und die zugehörige Wahrscheinlichkeit  $p$  angegeben.

**Tabelle 32:** Current Estimates Report der Zielgröße „Erschütterung“

| Parameter                        | Schätzer   | $n_{FG}$ | $SQ$     | $f$ -Wert | $p$ -Wert |
|----------------------------------|------------|----------|----------|-----------|-----------|
| Achsenabschnitt                  | -0,0630484 | 1        | 0        | 0,000     | 1,0000    |
| Teilung $t$                      | -0,0001086 | 4        | 2,850292 | 223,758   | 0,0000    |
| Gewicht $m$                      | 0,00747605 | 5        | 0,429811 | 26,993    | 0,0000    |
| Frequenz $f$                     | 0,03539455 | 5        | 9,565529 | 600,742   | 0,0000    |
| $(t - 148,75)^2$                 | 0,00016796 | 2        | 1,148675 | 180,350   | 0,0000    |
| $(t - 148,75)*(m - 30)$          | 0          | 1        | 0,000717 | 0,221     | 0,6402    |
| $(m - 30)^2$                     | -0,0019301 | 3        | 0,309876 | 32,435    | 0,0000    |
| $(t - 148,75)*(f - 45)$          | 0,00015062 | 1        | 0,370588 | 116,370   | 0,0000    |
| $(m - 30)*(f - 45)$              | 0,00033988 | 1        | 0,075481 | 23,702    | 0,0000    |
| $(f - 45)^2$                     | 0,00043761 | 2        | 0,414299 | 65,048    | 0,0000    |
| $(t - 148,75)^3$                 | 1,72427e-6 | 1        | 0,060632 | 19,039    | 0,0001    |
| $(t - 148,75)^4$                 | 0          | 0        | 0        | .         | .         |
| $(m - 30)^3$                     | -2,7814e-5 | 2        | 0,066046 | 10,370    | 0,0002    |
| $(m - 30)^4$                     | 1,36584e-5 | 1        | 0,055602 | 17,460    | 0,0001    |
| $(f - 45)^3$                     | -1,6186e-5 | 1        | 0,07767  | 24,390    | 0,0000    |
| $(f - 45)^4$                     | 0          | 0        | 0        | .         | .         |
| $(t - 148,75)*(m - 30)*(f - 45)$ | 0          | 2        | 0,003625 | 0,558     | 0,5760    |

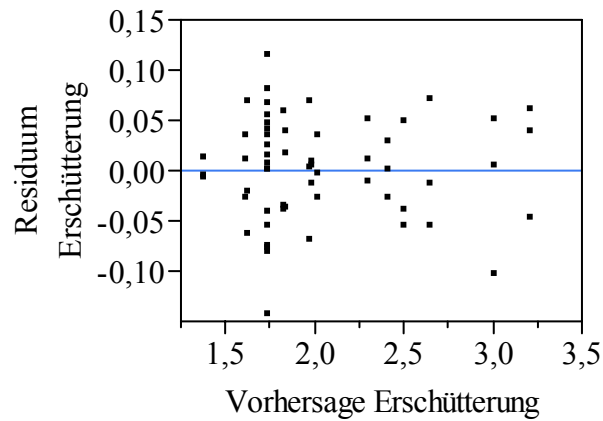
Für die Modellanpassung werden die anhand der schrittweisen Regresssion ermittelten signifikanten Parameter verwendet. Dabei handelt es sich um die in **Tabelle 32** grau hinterlegten Parameter. Basierend darauf ist die Residuenanalyse durchgeführt worden.

### 7.3.2.2 Residuenanalyse

In der Residuenanalyse wird überprüft, ob die Annahmen, welche bei der Regressionsanalyse vorausgesetzt wurden, verletzt werden. Dazu werden die Residuen auf unterschiedliche Weise graphisch untersucht und wichtige Kennwerte berechnet.

#### (1) Ist die Varianz der Fehler konstant?

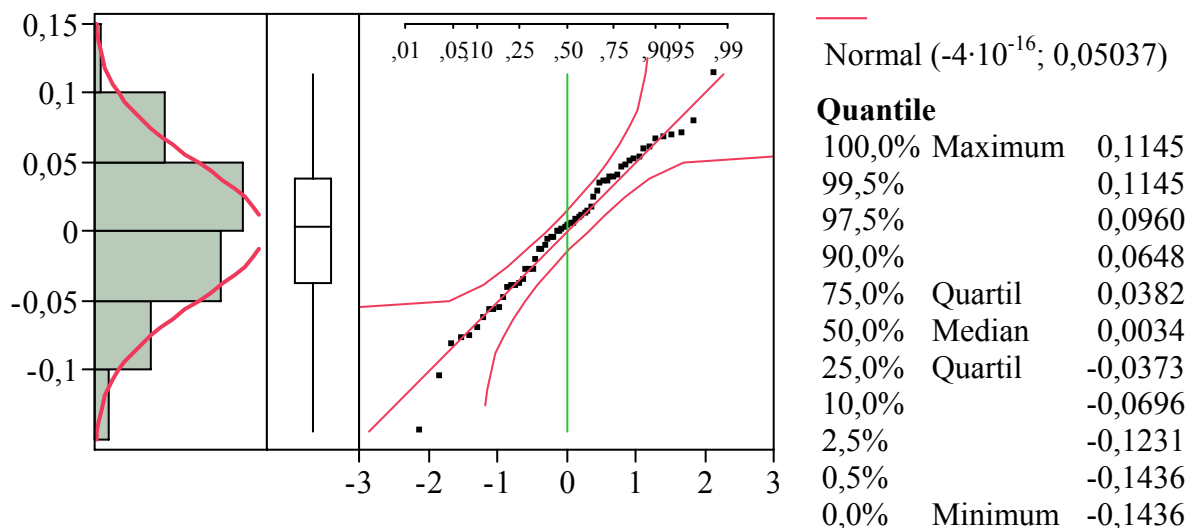
Zur Überprüfung der ersten Annahme wird ein Tukey-Anscombe Plot der Residuen erstellt (vgl. **Abbildung 79**). Dabei werden die Residuen gegen die Vorhersagewerte des Regressionsmodells aufgetragen. Die Annahme, dass die Varianz der Fehler konstant ist, gilt als erfüllt, wenn die Residuen im Streudiagramm ein waagrechtes Band oder eine Punktwolke bilden. Im Tukey-Anscombe Plot der Residuen des Modells für die Zielgröße „Erschütterung“ ist im mittleren Bereich eine Lücke und im linken Bereich eine stärkere Anhäufung der Residuen zu erkennen. Dennoch kann annähernd von einem waagerechten Band ausgegangen werden /WIE10d/.



**Abbildung 79:** Tukey-Anscombe Plot; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

## (2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?

Die Normalverteilung der Fehler wird anhand eines Histogramms mit überlagerter Normalverteilungskurve, eines Box Plots und eines Normal Quantile Plots der Residuen bewertet. Die entsprechenden Diagramme sind in **Abbildung 80** dargestellt. Das Histogramm und der Normal Quantile Plot bestätigen die Annahme, dass die Residuen normalverteilt sind. Anhand des Box Plots wird deutlich, dass die Residuen zudem nahezu symmetrisch verteilt sind, und dass in dem Modell kein Residuum als Ausreißer erkannt worden ist. Die Normalverteilung der Residuen wurde zusätzlich rechnerisch anhand des Shapiro-Wilk-Tests überprüft. Die in diesem Test ermittelten Kenngrößen sind in **Tabelle 33** angegeben. Der von der Statistiksoftware JMP berechnete  $p$ -Wert beträgt 0,7799. Dieser Wert liegt deutlich über dem Vergleichswert von 0,05, was die Annahme der Normalverteilung der Fehler bestätigt /WIE10d/.



**Abbildung 80:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); Modell der Zielgröße „Erschütterung“

**Tabelle 33:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

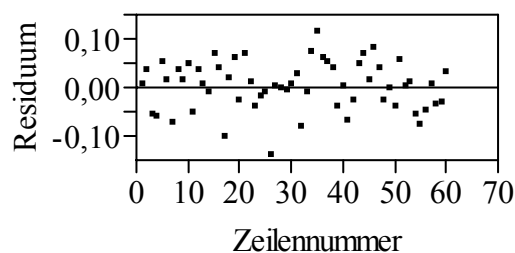
| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,987140 | 0,7799    |

### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Die dritte Annahme besagt, dass der Mittelwert der Fehler als null angenommen wird. Um diese Annahme zu überprüfen, ist der Mittelwert der Residuen der Zielgröße „Erschütterung“ berechnet worden. Da der Mittelwert  $-4 \cdot 10^{-16}$  g beträgt, kann die Annahme als erfüllt gelten.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

Wie in der Screening-Phase bereits erwähnt, werden zur Überprüfung der Fehler auf Unabhängigkeit der Tukey-Anscombe Plot und ein Streudiagramm der Residuen, aufgetragen über die Versuchsnummer, eingesetzt. Der Tukey-Anscombe Plot ist bereits zur Beurteilung der Erfüllung der ersten Annahme betrachtet worden und hat keine inakzeptablen Auffälligkeiten gezeigt (vgl. **Abbildung 79**). Im Diagramm der Residuen, aufgetragen über der Versuchsreihenfolge, dargestellt in **Abbildung 81**, weisen die Residuen ebenfalls ein waagrechtes Band auf. Die vierte Annahme wird deshalb als erfüllt angesehen.

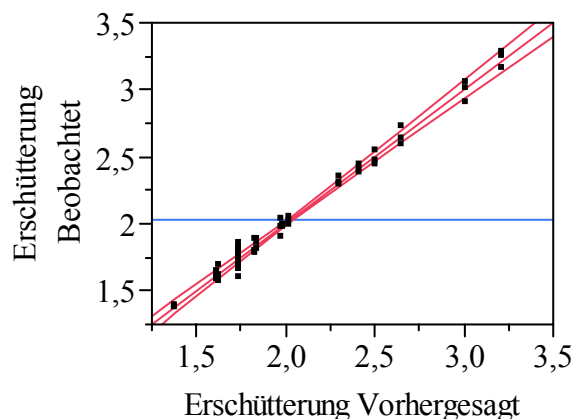


**Abbildung 81:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

Die Residuenanalyse hat ergeben, dass die vier Annahmen, die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzt werden, von den Residuen erfüllt werden. Im nächsten Schritt wird deshalb die Modellgüte bewertet. Zusätzlich ist zu klären, ob das Modell signifikant und die Modellschwäche nicht signifikant ist. Dazu werden die Varianzanalyse und der Lack of Fit genutzt.

#### 7.3.2.3 Bewertung des Modells

Zur Beurteilung der Modellgüte werden der Leverage Plot des Modells und die „Summary of Fit“-Tabelle genutzt, welche von der Statistiksoftware JMP ausgegeben werden. Der Leverage Plot in **Abbildung 82** verdeutlicht, dass die eingetragenen Punkte sehr eng um die Anpassungslinie verteilt liegen. Die Steigung dieser Geraden ist groß, was auf einen starken Effekt einfluss des Modells schließen lässt /WIE10d/.



**Abbildung 82:** Leverage Plot des Modells der Zielgröße „Erschütterung“



Der „Summary of Fit“-Tabelle in **Tabelle 34** lässt sich ein Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,99$  entnehmen. Das bedeutet, dass alle Residuen fast gleich null sind, und dass die Zielgröße nahezu vollständig durch das Regressionsmodell erklärt wird. Für die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung  $RMS_E$  wurde der Wert 0,06 berechnet. Dieser Wert ist nahezu null, was zusätzlich bestätigt, dass der Unterschied zwischen den Vorhersagewerten des Regressionsmodells und den Versuchsergebnissen minimal ist. Diese Ergebnisse weisen auf eine sehr hohe Modellgüte hin.

**Tabelle 34:** „Summary of Fit“; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

|  |          |
|--|----------|
| $r^2$  | 0,989093 |
| $r^2$ korrigiert                                     | 0,986309 |
| <b>Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung</b> | 0,056432 |
| <b>Mittelwert der Zielgröße</b>                      | 2,035425 |
| <b>Beobachtungen (oder Summe Gewichte)</b>           | 60       |

Als nächstes ist zu prüfen, ob das Modell reproduzierbar ist. Dazu wird das Modell auf Signifikanz untersucht. Die Statistiksoftware JMP gibt dazu die in **Tabelle 35** aufgeführte Varianzanalyse-Tabelle aus. Für das Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ist ein  $p$ -Wert kleiner als 0,0001 ermittelt worden. Dieser Wert gilt als hochsignifikant, womit das Modell als hilfreich zur Beschreibung des zu untersuchenden Sachverhalts beurteilt werden kann.

**Tabelle 35:** Varianzanalyse; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

| Quelle   | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert                  |
|----------|----------------|----------------|-------------------|----------------------------|
| Modell   | 12             | 13,573485      | 1,13112           | 355,1889                   |
| Fehler   | 47             | 0,149675       | 0,00318           | <b><math>p</math>-Wert</b> |
| K. Summe | 59             | 13,723160      |                   | < 0,0001                   |

Anschließend wird die Lack of Fit-Tabelle erstellt (vgl. **Tabelle 36**). Darauf basiert die Beurteilung des Modells dahingehend, ob alle wichtigen Parameter enthalten sind. Der  $p$ -Wert sollte größer als 0,05 sein, damit eine Modellschwäche ausgeschlossen werden kann. Die Beurteilung dieses Wertes ist jedoch nur dann sinnvoll, wenn der Freiheitsgrad des Lack of Fit  $DF_{LoF}$  und der Freiheitsgrad des Reinen Fehlers  $DF_{PE}$  mindestens 3 betragen /ORT/. Bei der Lack of Fit-Analyse des Modells für die Zielgröße „Erschütterung“ bleibt für den Lack of Fit jedoch nur ein Freiheitsgrad von 2. Demnach ist eine Aussage bezüglich der Modellschwäche nicht möglich. Da die Modellgüte jedoch als nahezu optimal und das Modell selbst als signifikant beurteilt wurden, wird das Regressionsmodell für die Zielgröße „Erschütterung“ als sinnvoll erachtet.

**Tabelle 36:** Lack of Fit; Modell der Zielgröße „Erschütterung“

| Quelle        | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert                    |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------|
| Lack of Fit   | 2              | 0,00362498     | 0,001812          | 0,5585                       |
| Reiner Fehler | 45             | 0,14604978     | 0,003246          | <b><math>p</math>-Wert</b>   |
| Gesamtfehler  | 47             | 0,14967476     |                   | 0,5760                       |
|               |                |                |                   | <b>Max. <math>r^2</math></b> |
|               |                |                |                   | 0,9894                       |

### 7.3.3 Zielgröße „Relativbewegung“

Für die Zielgröße „Relativbewegung“ wird mit Hilfe der schrittweisen Regression durch Vorwärtsschreiten ein Regressionsmodell angepasst. Im Anschluss daran werden die Residuenanalyse durchgeführt, die Modellgüte bewertet sowie das Modell und die Modellschwäche auf Signifikanz überprüft.

#### 7.3.3.1 Modellanpassung

Während der schrittweisen Regression durch Vorwärtsauswahl sind zur Beschreibung der Zielgröße „Relativbewegung“ nacheinander die in **Tabelle 37** aufgelisteten Parameter in das Regressionsmodell aufgenommen worden. Das angepasste Modell verfügt über ein Bestimmtheitsmaß  $r^2 = 0,97$ . Damit wird dem Modell eine hohe Anpassungsgüte bescheinigt. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß  $r^2_{adj}$  wird bei der schrittweisen Regression bei jedem Schritt größer. Der Betrag der Differenz des  $C_p$ -Werts und der Anzahl der Parameter  $p$  beträgt 1,71. Dieser Wert ist relativ gering. Es muss somit nicht davon ausgegangen werden, dass bei der Modellanpassung ein Overfitting aufgetreten ist.

**Tabelle 37:** Verlauf der schrittweisen Regression der Zielgröße „Relativbewegung“

| Schritt | Parameter                         | Aktion      | "Sig. Wahrsch." | Sequ. SQ | $r^2$  | $r^2_{adj}$ | $C_p$  | $p$ |
|---------|-----------------------------------|-------------|-----------------|----------|--------|-------------|--------|-----|
| 1       | (Frequenz-45) <sup>4</sup>        | Hinzugefügt | 0,0000          | 0,000134 | 0,8134 | 0,7998      | 205,99 | 5   |
| 2       | (Teilung-148,75)<br>*(Gewicht-30) | Hinzugefügt | 0,0000          | 1,53e-5  | 0,9060 | 0,8934      | 84,912 | 8   |
| 3       | (Teilung-148,75) <sup>3</sup>     | Hinzugefügt | 0,0000          | 9,557e-6 | 0,9639 | 0,9574      | 9,5333 | 10  |
| 4       | (Gewicht-30) <sup>2</sup>         | Hinzugefügt | 0,1342          | 2,696e-7 | 0,9655 | 0,9585      | 9,2943 | 11  |

Um ein aussagekräftiges und hierarchisches Modell zu erhalten, sind die in **Tabelle 38** grau hinterlegten Parameter in dem Regressionsmodell zu berücksichtigen. Für diese Parameter wird ein Modell angepasst. Im Anschluss daran wird die Residuenanalyse durchgeführt.

**Tabelle 38:** Current Estimates Report der Zielgröße „Relativbewegung“

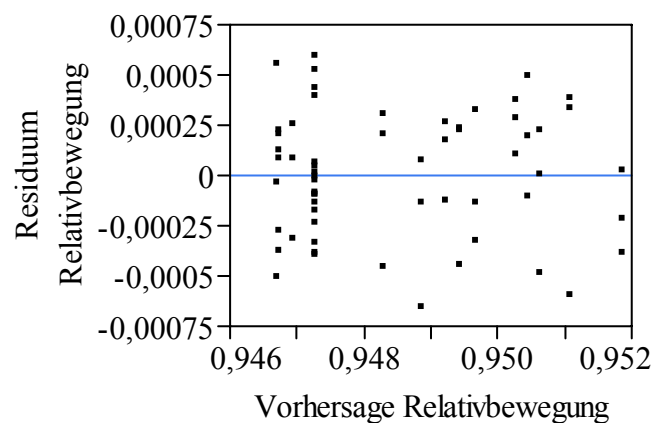
| Parameter               | Schätzer   | $n_{FG}$ | SQ       | f-Wert | p-Wert |
|-------------------------|------------|----------|----------|--------|--------|
| Achsenabschnitt         | 0,95980685 | 1        | 0        | 0,000  | 1,0000 |
| Teilung $t$             | -0,0000509 | 4        | 0,000015 | 32,479 | 0,0000 |
| Gewicht $m$             | -5,1012e-5 | 3        | 1,22e-5  | 34,988 | 0,0000 |
| Frequenz $f$            | -7,5253e-5 | 4        | 1,456e-5 | 31,325 | 0,0000 |
| $(t - 148,75)^2$        | 7,44926e-7 | 2        | 9,827e-6 | 42,280 | 0,0000 |
| $(t - 148,75)*(m - 30)$ | -5,6262e-7 | 1        | 1,899e-6 | 16,343 | 0,0002 |
| $(m - 30)^2$            | 1,08781e-6 | 1        | 2,696e-7 | 2,320  | 0,1342 |
| $(t - 148,75)*(f - 45)$ | 0          | 1        | 1,709e-8 | 0,144  | 0,7056 |
| $(m - 30)*(f - 45)$     | 0          | 1        | 1,373e-7 | 1,186  | 0,2816 |
| $(f - 45)^2$            | 6,01342e-6 | 3        | 6,792e-6 | 19,482 | 0,0000 |
| $(t - 148,75)^3$        | 2,03919e-8 | 1        | 8,48e-6  | 72,974 | 0,0000 |
| $(t - 148,75)^4$        | 0          | 0        | 0        | .      | .      |
| $(m - 30)^3$            | 0          | 1        | 1,454e-9 | 0,012  | 0,9123 |
| $(m - 30)^4$            | 0          | 0        | 0        | .      | .      |
| $(f - 45)^3$            | 1,19156e-7 | 2        | 6,341e-6 | 27,281 | 0,0000 |
| $(f - 45)^4$            | -1,1006e-8 | 1        | 2,131e-6 | 18,339 | 0,0001 |

### 7.3.3.2 Residuenanalyse

Im Anschluss an die Modellanpassung erfolgt die Beurteilung, ob die vorausgesetzten Annahmen erfüllt werden. Dazu wird die Residuenanalyse durchgeführt, welche hauptsächlich auf einer graphischen Beurteilung der Residuenverteilung beruht.

#### (1) Ist die Varianz der Fehler konstant?

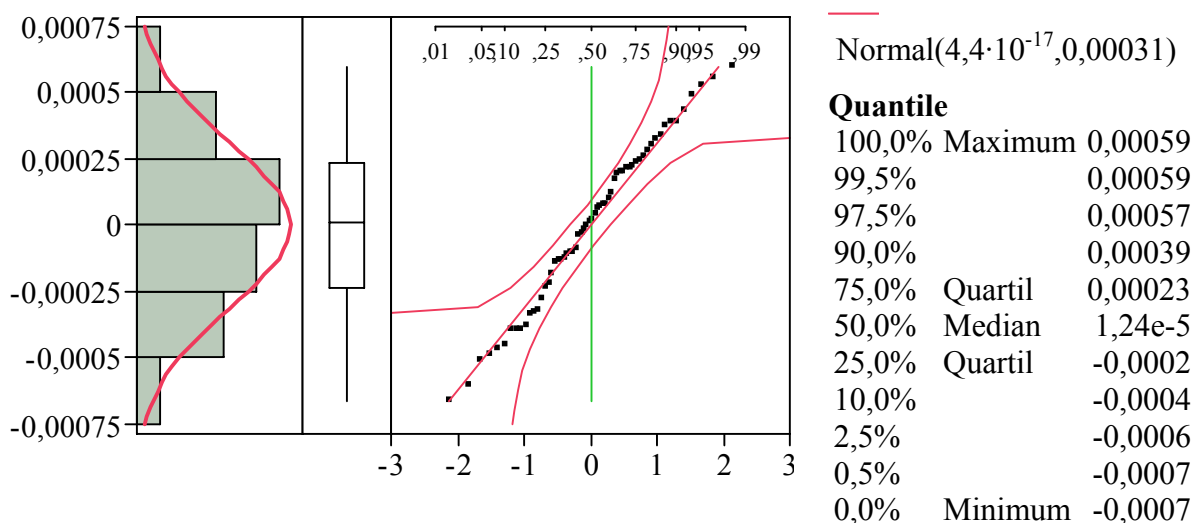
Als erste Annahme wird vorausgesetzt, dass die Fehler im Modell eine konstante Varianz aufweisen. Um diese Annahme auf Richtigkeit zu überprüfen, werden die Residuen in einem Tukey-Anscombe Plot dargestellt. Weist dieses Diagramm ein waagerechtes Band, bestehend aus den eingetragenen Residuen, auf, so gilt die Bedingung als erfüllt. In dem Tukey-Anscombe Plot der Residuen des Modells der Zielgröße „Relativbewegung“ ist keine Zunahme der Residuenstreuung mit der Größe der Vorhersagewerte zu erkennen (vgl. **Abbildung 83**). Die Annahme ist somit zutreffend /WIE10d/.



**Abbildung 83:** Tukey-Anscombe Plot; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

#### (2) Sind die Fehler annähernd normalverteilt?

Zur Beurteilung der zweiten Annahme werden das in **Abbildung 84** dargestellte Histogramm, der Box Plot und der Normal Quantile Plot herangezogen. In diesen Diagrammen weisen die Residuen das Verhalten einer Normalverteilung auf. Zudem sind keine Ausreißer unter den Residuen ermittelt worden.



**Abbildung 84:** Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

Der Shapiro-Wilk-Test, dessen Ergebnisse in **Fehler! Ungültiger Eigenverweis auf Textmarke.** wiedergegeben sind, bestätigt die Normalverteilung der Residuen, da der  $p$ -Wert mit 0,4782 berechnet wird /WIE10d/.

**Tabelle 39:** Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests;  
Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

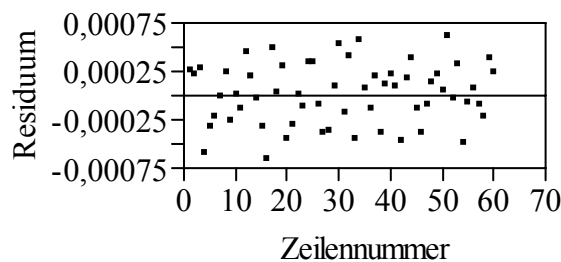
| $W$      | $p$ -Wert |
|----------|-----------|
| 0,981131 | 0,4782    |

### (3) Ist der Mittelwert der Fehler gleich null?

Im nächsten Schritt ist zu überprüfen, ob der Mittelwert der Fehler des Modells gleich null ist. Dazu ist der Mittelwert der Residuen der Zielgröße „Relativbewegung“ ermittelt worden. Der Mittelwert beträgt  $4,4 \cdot 10^{-17}$  [(m/s)/(m/s)]. Somit wird die Annahme als bestätigt angesehen.

### (4) Sind die Fehler unabhängig voneinander und von der Zeit?

Sowohl der Tukey-Anscombe Plot (vgl. **Abbildung 83**) als auch der Plot der Residuen gegen die Versuchsreihenfolge (vgl. **Abbildung 85**) zeigen das gewünschte Verhalten der Residuen auf. Diese bilden in den Diagrammen ein waagerechtes Band. Es kann somit davon ausgegangen werden, dass die Fehler im Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ unabhängig voneinander und von der Zeit sind. Einflüsse durch schwankende Umgebungseinflüsse können ebenfalls ausgeschlossen werden.



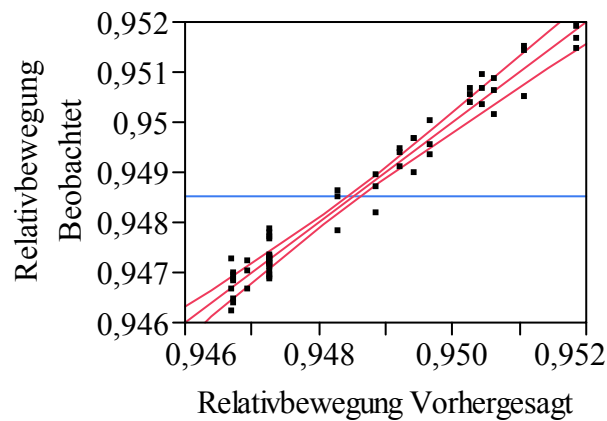
**Abbildung 85:** Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

Die Überprüfung der vier vorausgesetzten Annahmen anhand der Residuenanalyse hat eine Bestätigung dieser Annahmen verdeutlicht. Im nächsten Unterkapitel werden nun die Modellgüte und die Signifikanz des Modells und der Modellschwäche beurteilt.

#### 7.3.3.3 Bewertung des Modells

Die Modellgüte wird anhand des Leverage Plots des Regressionsmodells und der „Summary of Fit“-Tabelle bewertet. In **Abbildung 86** ist der Leverage Plot des Modells der Zielgröße „Relativbewegung“ dargestellt. Dieser weist eine gute Anpassung der Ausgleichsgeraden an die Versuchsergebnisse und einen hohen Effekteinfluss auf /WIE10d/.

Die „Summary of Fit“-Tabelle ist in **Tabelle 40** wiedergegeben. Darin wird das Bestimmtheitsmaß mit  $r^2 = 0,97$  und der  $RMS_E$  mit 0,0003 angegeben. Anhand dieser Werte ist die Modellgüte mit hoch zu beurteilen.



**Abbildung 86:** Leverage Plot des Modells der Zielgröße „Relativbewegung“

**Tabelle 40:** „Summary of Fit“; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

|   |          |
|---|----------|
| $r^2$   | 0,965528 |
| $r^2$ korrigiert                              | 0,958493 |
| Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung | 0,000341 |
| Mittelwert der Zielgröße                      | 0,948512 |
| Beobachtungen (oder Summe Gewichte)           | 60       |

Bei der Überprüfung des Regressionsmodells für die Zielgröße „Relativbewegung“ auf Signifikanz wird der in **Tabelle 41** angegebene  $p$ -Wert herangezogen. Dieser ist kleiner als 0,0001, womit die Nullhypothese, dass das Modell zufällig ist, verworfen und die Signifikanz des Modells erhärtet werden kann.

**Tabelle 41:** Varianzanalyse; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

| Quelle   | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert |
|----------|----------------|----------------|-------------------|-----------|
| Modell   | 10             | 0,00015949     | 0,000016          | 137,2435  |
| Fehler   | 49             | 0,00000569     | 1,162e-7          | $p$ -Wert |
| K. Summe | 59             | 0,00016518     |                   | < 0,0001  |

Abschließend soll noch die Modellschwäche auf Signifikanz untersucht werden. Die dafür genutzten Werte der Lack of Fit-Analyse sind in **Tabelle 42** aufgelistet. Der  $p$ -Wert beträgt 0,2241, welcher größer ist als 0,05. Als Nullhypothese wurde bei dieser Analyse angenommen, dass keine Modellschwäche vorliegt. Da der ermittelte Wert nicht als signifikant gilt, ist die Nullhypothese anzunehmen, was bedeutet, dass alle wichtigen Parameter im Modell enthalten sind.

**Tabelle 42:** Lack of Fit; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“

| Quelle        | Freiheitsgrade | Summe Quadrate | Mittlere Quadrate | $f$ -Wert  |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|------------|
| Lack of Fit   | 4              | 6,6212e-7      | 1,6553e-7         | 1,4803     |
| Reiner Fehler | 45             | 5,03215e-6     | 1,1183e-7         | $p$ -Wert  |
| Gesamtfehler  | 49             | 5,69427e-6     |                   | 0,2241     |
|               |                |                |                   | Max. $r^2$ |
|               |                |                |                   | 0,9695     |

Das Regressionsmodell für die Zielgröße „Relativbewegung“ ist dahingehend beurteilt worden, dass eine hohe Modellgüte, Reproduzierbarkeit und Vollständigkeit vorliegen. Aus Sicht der Statistik kann das Modell zur Vorhersage der Zielgröße genutzt werden.

## 7.4 Ergebnisse der Optimierungs-Phase

Anhand des in **Kapitel 7.2** aufgestellten zentral zusammengesetzten Versuchsplans sind für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ zwei Modelle aufgestellt worden. Für beide Zielgrößen ist anhand der Varianzanalyse die Signifikanz der Modelle bestätigt worden. Anhand des Lack of Fits konnte bei dem Modell für die Zielgröße „Relativbewegung“ eine eventuell vorherrschende Modellschwäche ausgeschlossen werden. Bezüglich der Zielgröße „Erschütterung“ war eine abschließende Aussage im Hinblick auf die Modellschwäche nicht möglich, da für den Lack of Fit lediglich ein Freiheitsgrad von 2 zur Verfügung stand. Aus statistischer Sicht kann das Modell dennoch eingesetzt werden. Den beiden Modellen liegen die folgenden Vorhersageformeln zugrunde:

Vorhersageformel für die Zielgröße „Erschütterung“:

$$\begin{aligned}
 y_E = & -0,0630 - 1,086 \cdot 10^{-4} \cdot t + 7,476 \cdot 10^{-3} \cdot m + 0,0354 \cdot f \\
 & + (t - 148,75) \cdot (f - 45) \cdot 1,506 \cdot 10^{-4} + (m - 30) \cdot (f - 45) \cdot 3,399 \cdot 10^{-4} \\
 & + (t - 148,75)^2 \cdot 1,680 \cdot 10^{-4} + (m - 30)^2 \cdot 1,930 \cdot 10^{-3} \\
 & + (f - 45)^2 \cdot 4,376 \cdot 10^{-4} + (t - 148,75)^3 \cdot 1,724 \cdot 10^{-6} \\
 & + (m - 30)^3 \cdot (-2,781 \cdot 10^{-5}) + (f - 45)^3 \cdot 1,619 \cdot 10^{-5} + (m - 30)^4 \cdot 1,366 \cdot 10^{-5}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Vorhersageformel für die Zielgröße „Relativbewegung“:

$$\begin{aligned}
 y_R = & -0,959807 - 5,09 \cdot 10^{-5} \cdot t - 5,101 \cdot 10^{-5} \cdot m - 7,525 \cdot 10^{-5} \cdot f \\
 & + (t - 148,75) \cdot (m - 30) \cdot (-5,626 \cdot 10^{-7}) \\
 & + (t - 148,75)^2 \cdot 7,449 \cdot 10^{-7} + (m - 30)^2 \cdot 1,088 \cdot 10^{-6} \\
 & + (f - 45)^2 \cdot 6,013 \cdot 10^{-6} + (t - 148,75)^3 \cdot 2,0392 \cdot 10^{-8} \\
 & + (f - 45)^3 \cdot 1,196 \cdot 10^{-7} + (f - 45)^4 \cdot (1,1006 \cdot 10^{-8})
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

In diesen Gleichungen steht  $t$  für Teilung,  $m$  für Gewicht und  $f$  für Frequenz. Bevor die erstellten Modelle zur Auslegung einer Rollenfördergeraden genutzt werden können, sind eine Verifikation und eine Validierung der Modell vorzunehmen. Das Vorgehen und die Auswertung werden im nachfolgenden Unterkapitel näher beschrieben.

## 7.5 Verifikation und Validierung der Modelle

Bei der Anpassung eines Regressionsmodells ist dieses vor der Nutzung zu verifizieren und zu validieren. Da die Literatur nur wenige Hinweise bezüglich einer möglichen Vorgehensweise gibt, wird in dieser Untersuchung ähnlich wie bei der Überprüfung von Simulationsmodellen vorgegangen.

### 7.5.1 Verifikation und Validierung von Simulationsmodellen

Die VDI-Richtlinie 3633 (Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen - Begriffsdefinition) definiert die Verifikation als den formalen Nachweis, dass ein Modell korrekt ist. In diesem Zusammenhang ist zu prüfen, ob das erstellte Modell das konzeptionelle Modell korrekt wiedergibt. Laut /RAB04/ lässt sich der Korrektheitsnachweis bei Simulati-

onsmodellen aufgrund der hohen Komplexität der Simulationssoftware formal nicht führen. Aus diesem Grund sind eine gewissenhafte Anwendung der Methoden des Software-Engineerings und der Einsatz von Programmmethoden zwingend. Nach VDI 3633 wird Validierung als Überprüfung der hinreichenden Übereinstimmung von Modell und System verstanden. Durch die Validierung ist sicherzustellen, dass das Modell das Verhalten des realen Systems im Hinblick auf die Untersuchungsziele genau genug widerspiegelt. Eine vollständige Übereinstimmung zwischen System- und Modelldaten ist aufgrund der Abstraktion beim Modellaufbau nicht möglich /VDI00/.

Verifikation und Validierung sind unverzichtbare Bestandteile einer Simulationsstudie. Nur durch konsequente Verifikation und Validierung kann die Gefahr von fehlerhaften Aussagen aus der Simulationsstudie wirksam vermindert werden. Die Verifikation und Validierung stellen daher eine der wichtigsten Teilaufgaben einer Simulationsstudie dar sowie operational nicht trennbare Bestandteile des Überprüfungsprozesses. In /VDI00/ Blatt 2 werden diese beiden Begriffe deshalb auch unter dem Punkt „Modellqualität“ zusammengefasst /RAB04/. Qualität in der Simulation zeichnet sich unter anderem dadurch aus, dass ein Modell in sich stimmig ist, und dass alle für die Fragestellung wesentlichen Eigenschaften des abgebildeten Systems enthalten sind. Diese Qualitätsaspekte lassen sich mit Hilfe der Verifikation („Ist das Modell richtig?“) und der Validierung („Ist es das richtige Modell?“) überprüfen /WEI04/. In der Praxis der Simulationsentwicklung lässt sich die Durchführung der Verifikation und der Validierung jedoch nur schwer trennen /BAL98/.

### 7.5.2 Verifikation und Validierung von Regressionsmodellen

Übertragen auf die Statistische Versuchsplanung lässt sich diese Darstellung dahingehend interpretieren, dass ein Regressionsmodell als verifiziert gelten kann, wenn die Methoden der Statistik konsequent genutzt und deren Bedingungen erfüllt werden. Dies wurde bereits im vorherigen Kapitel durch den Einsatz der Residuenanalyse und durch die Bewertung des Modells mittels statistischer Kenngrößen bestätigt. Um zu überprüfen, ob die Regressionsmodelle zur Vorhersage der Zielgrößenwerte genutzt werden können, werden Validierungsversuche durchgeführt. Diese Versuchsergebnisse werden anschließend mit den Modellwerten verglichen.

### 7.5.3 Planung der Validierungsversuche

Um eine möglichst umfassende Validierung der Modelle zu gewährleisten und dennoch die Anzahl der Versuche möglichst gering zu halten, werden die Versuche zunächst anhand der zur Modellanpassung genutzten Versuchspläne geplant. Für die Validierung werden bewusst nicht die Parametereinstellungen genutzt, die in den Versuchsplänen enthalten sind, da diese bei der Modellanpassung als Stützpunkte eingesetzt wurden. Das lässt vermuten, dass die Modelle diese Zielgrößenwerte bereits relativ gut abdecken. Stattdessen werden Parametereinstellungen gewählt, die zwischen den Faktorstufenwerten liegen.

Bei dem linearen Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ wurde ein vollständiger faktorieller Versuchsplan zur Modellanpassung genutzt. Dabei wurden die Faktoren jeweils auf zwei Faktorstufen untersucht. Da es sich um ein lineares Modell handelt, ist es ausreichend, als Validierungsversuch den Mittelpunktversuch zu wählen.

Der vollständige faktorielle Versuchsplan deckt bezüglich der Tragrollenteilung jedoch nur den Parameterbereich  $t = 100 \dots 200$  mm ab, der zentral zusammengesetzte Versuchsplan hingegen den Parameterbereich  $t = 75 \dots 200$  mm. Es ist nicht zulässig, ein Modell über den untersuchten Parameterbereich hinaus zu extrapolieren, ohne dessen Gültigkeit in diesem Bereich zu überprüfen. Um das Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ für den glei-

chen Parameterbereich nutzen zu können, wie die anderen beiden Modelle, wird deshalb zusätzlich ein Versuch bei den Faktorstufenwerten  $t = 75 \text{ mm}$ ,  $m = 15 \text{ kg}$ ,  $f = 20 \text{ Hz}$  und  $b = \text{flach}$  durchgeführt. Da es sich bei dem Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ um ein lineares Modell handelt, lässt sich deren Gültigkeit über den Untersuchungsraum hinaus relativ einfach prüfen. Die Modelle der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ sind hingegen nicht linear in den Faktoren und sind nur für die Behältervariante mit flachem Boden gültig. Eine Überprüfung der Modelle auf Gültigkeit für Behälter mit geripptem Boden wäre sehr aufwändig. Sinnvoller wäre direkt eine neue Versuchsreihe zur Aufstellung eines weiteren Modells durchzuführen. Aus diesem Grund kann bei einer späteren Optimierung der Zielgrößen nur der Stufenwert „flacher Boden“ berücksichtigt werden. Das Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ wird deshalb ebenfalls nur für die Behältervariante mit flachem Boden genutzt. Auf eine Validierung des linearen Modells für die Zielgröße „Kraft transformiert“ bezüglich des Faktorstufenwerts „gerippter Boden“ wird demnach verzichtet.

Bei den Modellen für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ handelt es sich um nichtlineare Modelle. Zur Modellanpassung wurde ein zentral zusammengesetzter Versuchsplan genutzt, wobei die Faktoren jeweils auf fünf Stufen untersucht wurden. Die Validierungsversuche werden so geplant, dass die Zielgrößen bei Parametereinstellungen gemessen werden, die sich mittig zwischen den jeweiligen Faktorstufen befinden. Dabei wird ein schrittweises Vorgehen geplant. Zunächst werden zwei Faktoren auf Stufenwerte eingestellt, die im Versuchsplan enthalten sind, und jeweils der dritte Faktor wird variiert. Im zweiten Schritt wird ein Faktor auf einem Stufenwert des Versuchsplans gehalten, und die jeweils anderen beiden Faktoren werden variiert. Im dritten Schritt werden für alle drei Faktoren Stufenwerte eingestellt, die nicht im Versuchsplan enthalten sind.

#### 7.5.4 Auswertung der Validierungsversuche

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei dem Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ um ein lineares Modell. Zur Überprüfung werden zwei Validierungsversuche durchgeführt. In diesem Fall ist es ausreichend, die Modell- und Messwerte in einer Tabelle gegenüberzustellen. Bei den anderen beiden Modellen ist eine deutlich höhere Anzahl an Validierungsversuchen durchzuführen. In diesem Fall bietet sich eine graphische Gegenüberstellung der Werte an. Dazu werden die Werte in ein Diagramm eingetragen. Auf diese Weise kann visuell überprüft werden, ob die auftretende Abweichung für den Anwendungsfall des jeweiligen Modells noch zulässig ist oder ob sie bereits zu groß ist.

##### 7.5.4.1 Zielgröße „Kraft transformiert“

Bei der Validierung des Modells für die Zielgröße „Kraft transformiert“ ist zu berücksichtigen, dass die Zielgröße zuvor transformiert wurde. Deshalb ist für den ermittelten Modellwert bei der jeweiligen Faktorstufeneinstellung eine Rücktransformation vorzunehmen, bevor dieser mit dem Messwert verglichen werden kann. Bei den Validierungsversuchen ergeben sich die in **Tabelle 43** eingetragenen Messwerte. Der Modellwert ist ebenfalls in dieser Tabelle aufgelistet, sowohl vor als auch nach der Transformation.

**Tabelle 43:** Messergebnisse der Validierungsversuche des linearen Modells der Zielgr. „Kraft transf.“

| Teilung | Gewicht | Frequenz | Messwert | Modellwert | Modellwert transf. | Differenz |
|---------|---------|----------|----------|------------|--------------------|-----------|
| 150     | 30      | 45       | 152 N    | 251 N      | 156 N              | 4 N       |
| 75      | 15      | 20       | 69 N     | 145 N      | 66 N               | 3 N       |



Die Differenz zwischen den Modell- und Messwerten liegt bei beiden Validierungsversuchen im einstelligen Bereich (vgl. Spalte 7 in **Tabelle 43**). Die Abweichung fällt somit sehr gering aus und spricht für eine Verwendung des Modells zur Vorhersage der Belastung einer Tragrolle während des Förderprozesses. Zudem kann das lineare Modell auch für Tragrollenteilungen von  $t = 75 \dots 200$  mm genutzt werden.

#### 7.5.4.2 Zielgröße „Erschütterung“

Zur Überprüfung der Gültigkeit des Modells für die Zielgröße „Erschütterung“ sind die in **Tabelle 54** des Anhangs aufgelisteten Validierungsversuche durchgeführt worden. Die Modell- und Messwerte sind in das Diagramm in **Abbildung 87** eingetragen worden. Die Abweichung zwischen den Werten der ersten 24 Versuche fällt relativ gering aus. Lediglich bei Versuchsnummer 21 ist eine größere Abweichung zu erkennen. Dies kann jedoch eventuell auch auf einen Ausreißer zurückzuführen sein. Bei den Versuchen 25 bis 38 treten vermehrt Abweichungen zwischen Modell- und Messwert auf, die etwas größer ausfallen. Bei diesen Validierungsversuchen ist jeweils eine Tragrollenteilung gewählt worden, die keinen ganzen Teiler der Behälterbodenlänge darstellt. Auf diese Weise fährt der Behälter nicht zeitgleich auf die nächste Tragrolle auf und von der letzten Tragrolle herunter. Eventuell kommt es dann zu stärkeren Erschütterungen des Förderbehälters. Dieser Effekt wurde jedoch nicht im Versuchsplan berücksichtigt, weshalb er im Modell auch nicht abgebildet werden konnte.

Um das Modell für die Zielgröße „Erschütterung“ dennoch zur Auslegung einer Rollenfördergeraden einsetzen zu können, wird der Gültigkeitsbereich des Modells eingeschränkt. Bei der Auslegung sind lediglich die Teilungen zulässig, die einen ganzzahligen Teiler der Behälterlänge darstellen, und bei denen gewährleistet ist, dass das Fördergut stets von drei Tragrollen gestützt wird ( $t = 75$  mm,  $t = 100$  mm,  $t = 150$  mm und  $t = 200$  mm). Andernfalls ist nicht gewährleistet, dass die Ergebnisse des Modells stets eingehalten werden /WIE10d/.

#### 7.5.4.3 Zielgröße „Relativbewegung“

Zur Validierung des Modells für die Zielgröße „Relativbewegung“ ist ebenfalls ein Diagramm erstellt worden (vgl. **Abbildung 88**). Die Messergebnisse der Validierungsversuche können **Tabelle 55** im Anhang entnommen werden. Das Diagramm veranschaulicht, dass die Abweichung zwischen den Modell- und Messwerten für die Versuche 1 bis 24 relativ gering ist. Ausnahmen bilden die Versuche 1, 13 und 24. Bei den Versuchen 25 bis 38, mit den Tragrollenteilungen  $t = 125$  mm und  $t = 175$  mm, ist die Abweichung deutlich größer. Da diese Teilungen beim vorherigen Modell bereits als mögliche Parameterwerte ausgeschlossen wurden, werden sie bei diesem Modell ebenfalls ausgeschlossen. Für die übrigen Parameterwerte wird das Modell als ausreichend genau erachtet, wobei die vereinzelt größere Abweichung (Versuchsnr. 1, 13 und 24) des Modells von den Versuchswerten hingenommen wird. Ein Grund für die größere Abweichung könnte die höhere Ungenauigkeit des Modells an den Randbereichen des Untersuchungsraums sein.

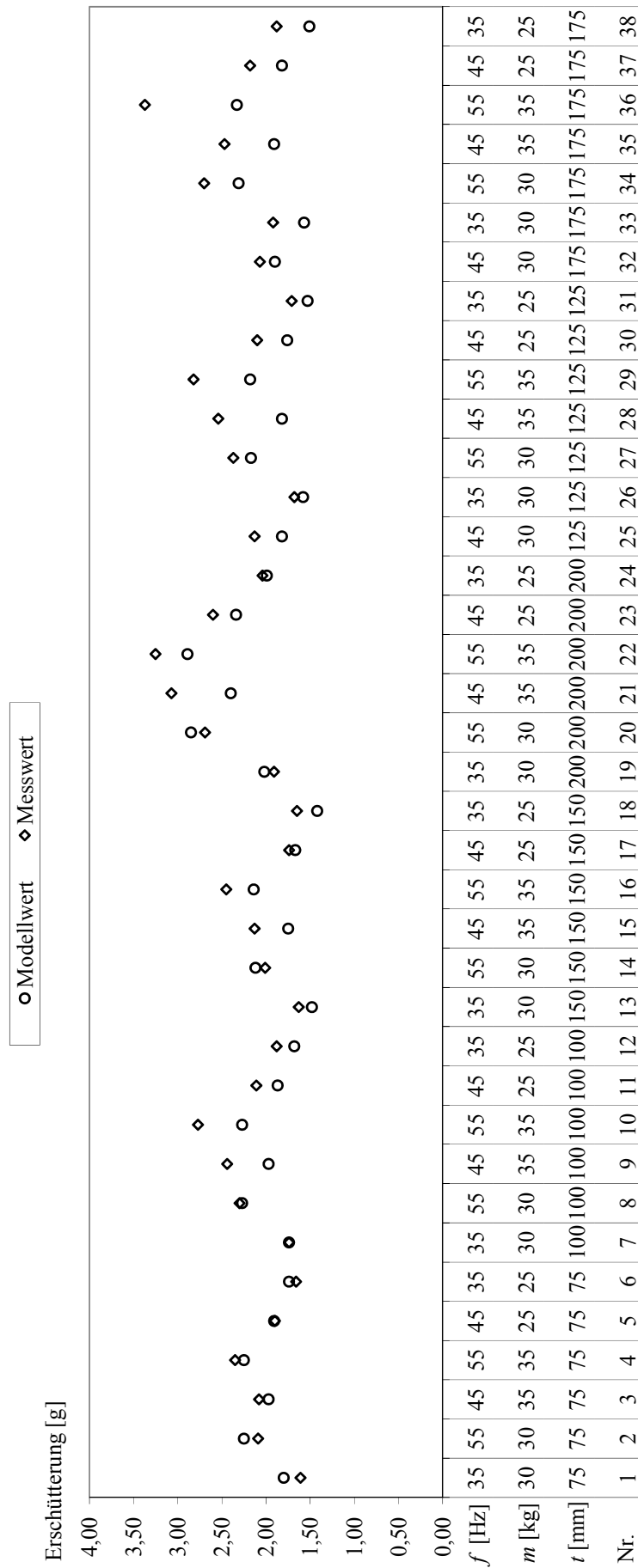


Abbildung 87: Vergleich der Modell- und Messwerte der Zielgröße „Erschütterung“

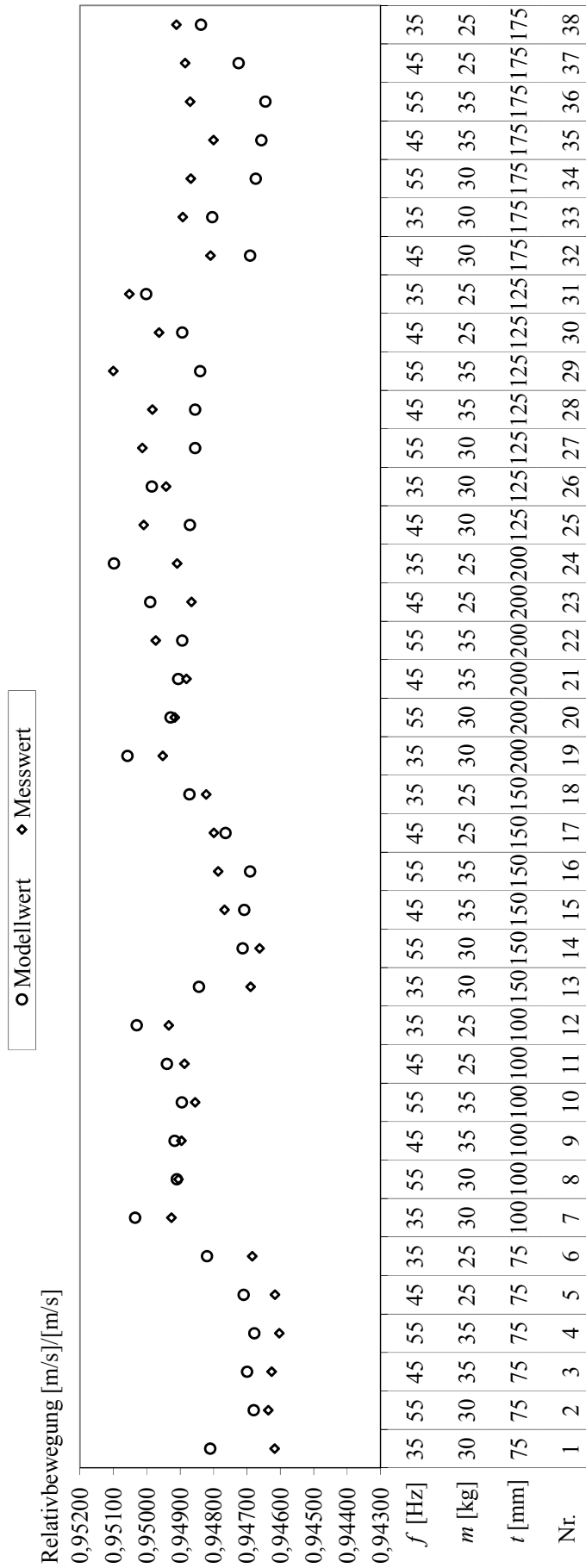


Abbildung 88: Vergleich der Modell- und Messwerte der Zielgröße „Relativbewegung“

### 7.5.5 Ergebnis der Validierung

Die drei Regressionsmodelle für die Zielgrößen „Kraft transformiert“, „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ sind anhand von Validierungsversuchen dahingehend überprüft worden, ob sie bei beliebigen Faktorstufenwerten das Systemverhalten hinreichend gut beschreiben. Das lineare Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ ist anhand eines einzelnen Versuchs auf Linearität untersucht worden. Ein weiterer Versuch wurde durchgeführt, um zu überprüfen, ob der Parameterbereich des Modells über den Untersuchungsraum hinaus ausgeweitet werden kann. Dies erfolgte, um sicherzugehen, dass das Modell für den gleichen Untersuchungsraum genutzt werden kann wie die beiden anderen Modelle. Die Untersuchung hat eine positive Beurteilung des Modells ergeben. Die Modelle der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ sind anhand einer graphischen Gegenüberstellung der Modell- und Messwerte auf ihre Modellqualität überprüft worden. Die entsprechenden Diagramme haben gezeigt, dass bei Tragrollenteilungen, die keinen ganzzahligen Teiler der Behälterbodenlänge darstellen, eine deutliche Abweichung zwischen den Werten besteht. Aus diesem Grund ist die Modellgültigkeit auf die Teilungen beschränkt worden, welche einen ganzzahligen Teiler der Behälterlänge bilden. Hinsichtlich der Faktoren „Anlagengeschwindigkeit“ und „Fördergewicht“ waren keine Einschränkungen erforderlich.

## 7.6 Optimierung der Zielgrößen

Nachdem für die drei Zielgrößen jeweils ein Prognosemodell aufgestellt worden ist, sind die Prognosemodelle im Anschluss anhand von Versuchen validiert worden. Im nächsten Schritt sind die Zielgrößen zu optimieren. Da die Modelle für die drei Zielgrößen jeweils in Abhängigkeit der drei Faktoren „Tragrollenteilung“, „Fördergewicht“ und „Anlagengeschwindigkeit“ erstellt worden sind, ist eine multikriterielle Optimierung erforderlich.

### 7.6.1 Multikriterielle Optimierung

Bei einer multikriteriellen Optimierung erfolgt die Optimierung einer Zielgröße unter Berücksichtigung der jeweils anderen beiden Zielgrößen. Eine rein graphische Optimierung anhand von Diagrammen wäre in diesem Fall sehr unübersichtlich, da die Modelle drei bzw. vier Faktoren berücksichtigen. Der vierte Faktor „Boden“ ist im Modell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ jedoch konstant auf den Wert „flacher Boden“ einzustellen, da das Modell nur für diesen Wert validiert worden ist. Dies erfolgte, weil die anderen beiden Modelle nur für diesen Parameterwert aufgestellt worden sind.

Für eine multikriterielle Optimierung bietet die für die Modellanpassung verwendete Software JMP eine Funktion an, welche Desirability Profiler genannt wird. Mit Hilfe dieser Funktion kann für jede der zu berücksichtigenden Zielgrößen separat eine Desirability-Funktion definiert werden. Dabei kann aus einer vorgegebenen Liste gewählt werden, ob die Zielgröße minimiert oder maximiert, ein Zielwert erreicht werden soll, oder ob die Zielgröße bei der Optimierung nicht zu berücksichtigen ist (vgl. **Abbildung 89**). Darüber hinaus kann eine Gewichtung der Zielgröße vorgenommen werden, falls diese bei der Optimierung stärker oder geringer berücksichtigt werden soll /JMP07a/. Das Bedienfenster mit beispielhaft eingetragenen Eingabewerten für die Zielgröße „Erschütterung“ (erste Spalte) und die Desirability-Funktion (zweite Spalte) ist in **Abbildung 90** dargestellt. Die Eingabewerte können entsprechend des untersuchten Parameterbereichs gewählt werden /JMP07a/.

| Vorhersageformel | Erschütterung | Werte | Wünschbarkeit |
|------------------|---------------|-------|---------------|
| Hoch:            |               |       |               |
| Mitte:           |               |       |               |
| Niedrig:         |               |       |               |
| Gewichtung:      |               |       |               |

Abbildung 89: Eingabefenster des Desirability Profilers; Auswahl des Optimierungsziels

| Vorhersageformel | Erschütterung | Werte | Wünschbarkeit |
|------------------|---------------|-------|---------------|
| Hoch:            |               | 3,25  | 0,01          |
| Mitte:           |               | 2,25  | 0,5           |
| Niedrig:         |               | 1,25  | 0,99          |
| Gewichtung:      |               | 1     |               |

Abbildung 90: Eingabefenster des Desirability Profilers; manuelle Festlegung der Eingabewerte

Die Desirability-Funktionen Maximum, Minimum oder Zielwert (vgl. **Abbildung 91**) sind stückweise Ausgleichsfunktionen, welche so angepasst werden, dass sie die Eingabewerte (vgl. **Abbildung 90**) optimal abbilden. Der Minimum- und Maximum-Funktion liegt eine dreiteilige stückweise Ausgleichsfunktion mit exponentiellen Enden und einer kubischen Mitte zugrunde. Die Zielwert-Funktion wird durch eine stückweise Funktion abgebildet, welcher auf beiden Seiten des Zielwerts ein festgelegtes Vielfaches einer normalen Dichteverteilung zugrunde liegt (wahlweise mit unterschiedlichen Kurven auf beiden Seiten) /JMP07a/.

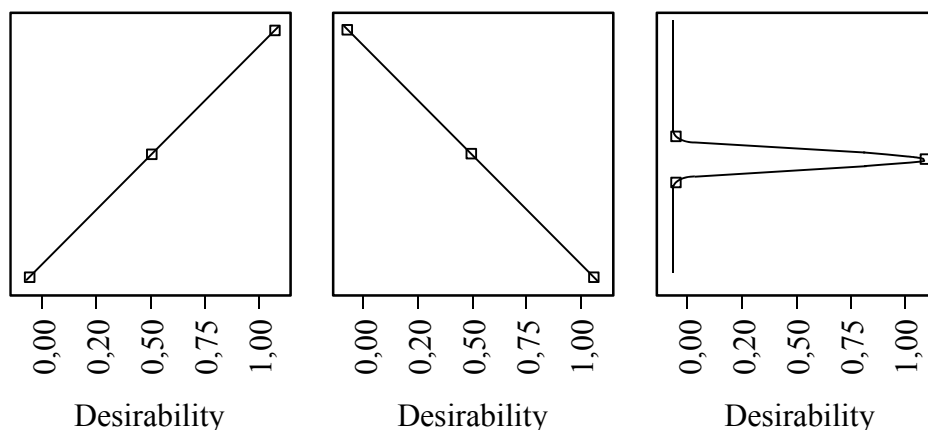
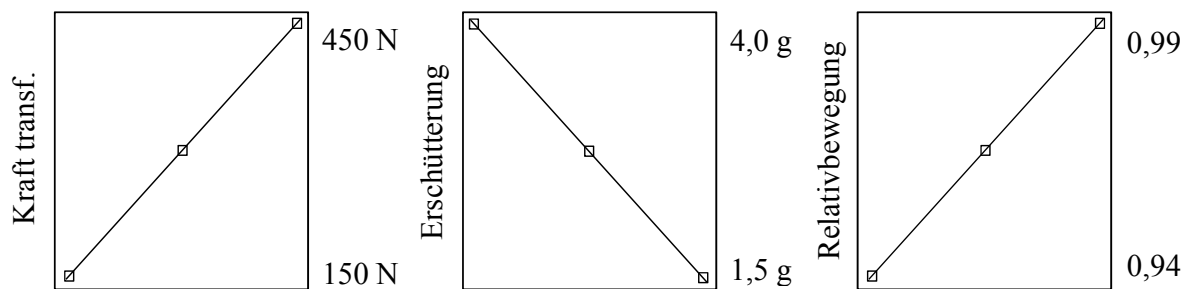


Abbildung 91: Desirability-Funktionen; Maximierung, Minimierung und Zielwert (von links)

Die Optimierung der drei Zielgrößen „Kraft transformiert“, „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ soll anhand von zwei Optimierungsbeispielen (OB) verdeutlicht werden. Dabei sollen zwei verschiedene Tragrollenvarianten eingesetzt werden.

### 7.6.2 Optimierungsbeispiel 1

In Rollenförderern wird häufig eine Tragrollenvariante eingesetzt, die über eine maximale Tragfähigkeit von 1640 N verfügt. Dem Regressionsmodell für die Zielgröße „Kraft transformiert“ lässt sich entnehmen, dass eine einzelne Tragrolle bei Verwendung von Kleinladungsträgern mit flachem Boden während des Förderprozesses maximal mit 400 N belastet wird. Dies entspricht nach der Rücktransformation der Zielgröße „Kraft transformiert“ einer Belastung von 330 N. Um die Tragfähigkeit des standardisierten Tragrollentyps optimal auszunutzen, sollte die Zielgröße „Kraft transformiert“ deshalb maximiert werden. Der Förderprozess sollte zusätzlich möglichst erschütterungsfrei sein, um die Geräuschentwicklung gering zu halten. Aus diesem Grund ist die Zielgröße „Erschütterung“ zu minimieren. Die Relativbewegung zwischen dem Förderbehälter und den Tragrollen sollte ebenfalls minimiert werden, um möglichst wenig Verlustenergie zu erzeugen. Die gewählten Desirability-Funktionen der Zielgrößen sind in **Abbildung 92** dargestellt. Bei diesen Diagrammen ist zu beachten, dass bei der Anpassung des Modells zur Beschreibung der Tragrollenbelastung die Zielgröße Kraft transformiert worden ist. Obwohl die Zielgröße „Relativbewegung“ minimiert werden soll, ist als Desirability-Funktion eine Maximierung eingestellt worden. Dies beruht darauf, dass sich diese Zielgröße aus dem Quotienten der Geschwindigkeit des Behälters und der Anlagengeschwindigkeit bei einer Teilung  $t = 75$  mm errechnet. Ein Messwert von 1 bedeutet, dass die Behältergeschwindigkeit und die Umfangsgeschwindigkeit der Tragrollen gleich sind.



**Abbildung 92:** Desirability-Funktionen der Zielgrößen

Als Ergebnis der Optimierung wird der Desirability Plot ausgegeben (vgl. **Abbildung 93**). Die letzte Spalte des Diagramms zeigt die einstellbaren Desirability-Funktionen für jede Zielgröße. Die letzte Zeile des Diagramms zeigt den Desirability-Verlauf für den jeweiligen Einflussfaktor. In diesem Fall für die Faktoren „Gewicht“, „Teilung“, „Boden“ und „Frequenz“. Der Wert oberhalb des Einflussfaktors gibt den Stufenwert des Einflussfaktors wieder, mit dem die Gesamt-Desirability optimiert werden kann. Dieser Wert wird im Desirability Plot links neben den Desirability-Verläufen angegeben. Nach Aussage des Desirability-Profilers sind für den erwähnten Anwendungsfall eine Tragrollenteilung  $t = 200$  mm und ein Fördergewicht  $m = 40$  kg pro Behälter zu wählen. Der Frequenzumrichter, mit dem die Anlagengeschwindigkeit eingestellt werden kann, ist auf die Frequenz  $f = 28$  Hz einzustellen. Bei dieser Frequenz ergibt sich eine Anlagengeschwindigkeit von  $v = 0,4$  m/s. Bei diesen Parametereinstellungen kann eine Gesamt-Desirability von  $D = 0,72$  erreicht werden /WIE10d/. Die optimalen Faktorstufenwerte sind nochmals in **Tabelle 44** aufgelistet.

**Tabelle 44:** Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 1

| Gewicht [kg/Behälter] | Teilung [mm] | Boden | Frequenz [Hz] |
|-----------------------|--------------|-------|---------------|
| 40                    | 200          | flach | 28            |

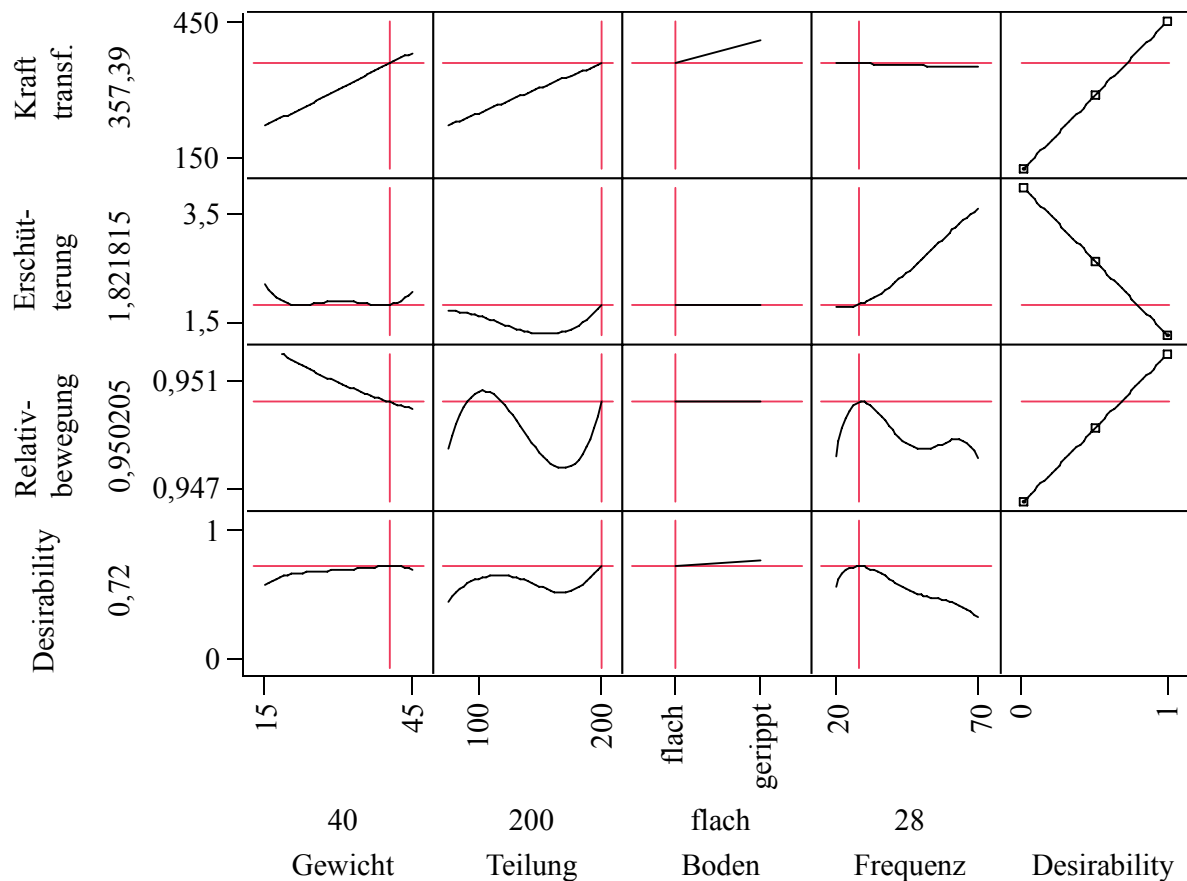


Abbildung 93: Desirability Plot des Optimierungsbeispiels 1

### 7.6.3 Optimierungsbeispiel 2

Eine andere standardisierte Tragrollenvariante verfügt über eine maximale Tragfähigkeit von 350 N. Diese wird häufig dann in Rollenförderern eingesetzt, wenn nur geringe Fördergewichte zu transportieren sind. Unter Berücksichtigung eines konstruktiven Sicherheitsfaktors von  $S = 2$ , wie er im klassischen Maschinenbau üblich ist, ergibt sich eine zulässige Kraft von 175 N. Die Zielgröße „Kraft“ ist zur Modellerstellung transformiert worden. Anhand der zugrundeliegenden Formel (**Gleichung (6.10)**) ist für die Zielgröße „Kraft transformiert“ ein Zielwert von 270 N einzustellen. Bei Verwendung der sogenannten Leichtförderrolle ist die Anlagengeschwindigkeit laut Hersteller jedoch auf  $v = 0,3$  m/s beschränkt. Der Stufenwert des Faktors „Frequenz“ ist somit nicht mehr frei wählbar, sondern auf  $f = 20$  Hz festzulegen. Die Zielgröße „Erschütterung“ soll weiterhin minimiert und die Zielgröße „Relativbewegung“ maximiert werden.

Bei einer Optimierung mit dem Desirability Profiler ist es nicht möglich, einen Faktor auf einem bestimmten Stufenwert zu fixieren. In diesem Fall kann stattdessen eine numerische Optimierung durchgeführt werden. Bei dieser Funktion kann eine Zielgröße jedoch nur maximiert oder minimiert werden, wobei dies für jede Zielgröße separat, also nicht unter gegenseitiger Berücksichtigung, vorgenommen werden muss. Es ist nicht möglich, einen Zielwert für eine Zielgröße konkret vorzugeben. Aus diesen Gründen werden die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ separat mit der numerischen Optimierung und die Zielgröße „Kraft transformiert“ mit dem Desirability Profiler optimiert. Die Ergebnisse der Optimierung sind in den **Abbildungen 94 bis 96** dargestellt. Die optimalen Stufenwerte und die Desirability einer jeden Zielgröße sind in **Tabelle 45** aufgelistet.

In **Abbildung 94** ist das Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Erschütterung“ dargestellt. Dazu wurde die anhand der Versuchsdaten ermittelte Vorhersageformel der Zielgröße „Erschütterung“ eingesetzt. Die Vorhersageformel ist gleichbedeutend mit dem Regressionsmodell. Im oberen Teil der Abbildung sind die drei Faktoren angegeben. Die Frequenz des Frequenzumrichters zur Einstellung der Anlagengeschwindigkeit ist entsprechend der begrenzten zulässigen Anlagengeschwindigkeit auf eine Frequenz von  $f = 20$  Hz beschränkt. Dazu wird in der dritten Spalte ein Haken gesetzt. In den beiden Spalten rechts daneben sind der untere und obere Grenzwert des jeweiligen Faktors angegeben. Die Zielgröße sollte in diesem Fall minimiert werden. Der optimale Zielwert ist im mittleren Teil des Diagramms unter „Benchmark“ angegeben. Zur Optimierung der Zielgröße sind die in der zweiten Spalte im oberen Teil des Diagramms angegebenen Faktorstufen einzustellen. Der untere Teil des Diagramms enthält Angaben über den Optimierungsprozess /JMP07a/. Entsprechend kann das Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Relativbewegung“ der **Abbildung 95** entnommen werden.

| <b>Faktor</b> | <b>Aktuelles X</b> | <b>Sperren</b>                      | <b>Unterer Grenzwert</b> | <b>Oberer Grenzwert</b> |
|---------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Teilung       | 158,74442          | <input type="checkbox"/>            | 75                       | 200                     |
| Gewicht       | 39,321866          | <input type="checkbox"/>            | 15                       | 45                      |
| Frequenz      | 20                 | <input checked="" type="checkbox"/> | 20                       | 70                      |

| <b>Zielgröße</b>               | <b>Aktuelles Y</b> | <b>Unterer Grenzwert</b> | <b>Oberer Grenzwert</b> | <b>Benchmark</b> |
|--------------------------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|------------------|
| Vorhersageformel Erschütterung | 1,2625369          | .                        | .                       | 1,2625369        |

| <b>Optimierung</b>  |                   |                    |                    |                         |                            |  |
|---------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|----------------------------|--|
| <b>Max.</b>         |                   |                    |                    |                         |                            |  |
| <b>Zielfunktion</b> | <b>Durchläufe</b> | <b>Max. Zyklen</b> | <b>Iterationen</b> | <b>Konvergenzgrenze</b> | <b>Konvergenzkriterium</b> |  |
| 1,2625368929        | 20                | 50                 | 250                | 0,000001                | 3,014679e-8                |  |

|   |
|---|
| <input type="button" value="Minimieren"/> |
|---|

**Abbildung 94:** Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Erschütterung“

| <b>Faktor</b> | <b>Aktuelles X</b> | <b>Sperren</b>                      | <b>Unterer Grenzwert</b> | <b>Oberer Grenzwert</b> |
|---------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Teilung       | 200                | <input type="checkbox"/>            | 75                       | 200                     |
| Gewicht       | 15                 | <input type="checkbox"/>            | 15                       | 45                      |
| Frequenz      | 20                 | <input checked="" type="checkbox"/> | 20                       | 70                      |

| <b>Zielgröße</b>                 | <b>Aktuelles Y</b> | <b>Unterer Grenzwert</b> | <b>Oberer Grenzwert</b> | <b>Benchmark</b> |
|----------------------------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|------------------|
| Vorhersageformel Relativbewegung | 0,9503318          | .                        | .                       | 0,9503318        |

| <b>Optimierung</b>  |                   |                    |                    |                         |                            |  |
|---------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|----------------------------|--|
| <b>Max.</b>         |                   |                    |                    |                         |                            |  |
| <b>Zielfunktion</b> | <b>Durchläufe</b> | <b>Max. Zyklen</b> | <b>Iterationen</b> | <b>Konvergenzgrenze</b> | <b>Konvergenzkriterium</b> |  |
| 0,9503317959        | 20                | 50                 | 250                | 0,000001                | 0                          |  |

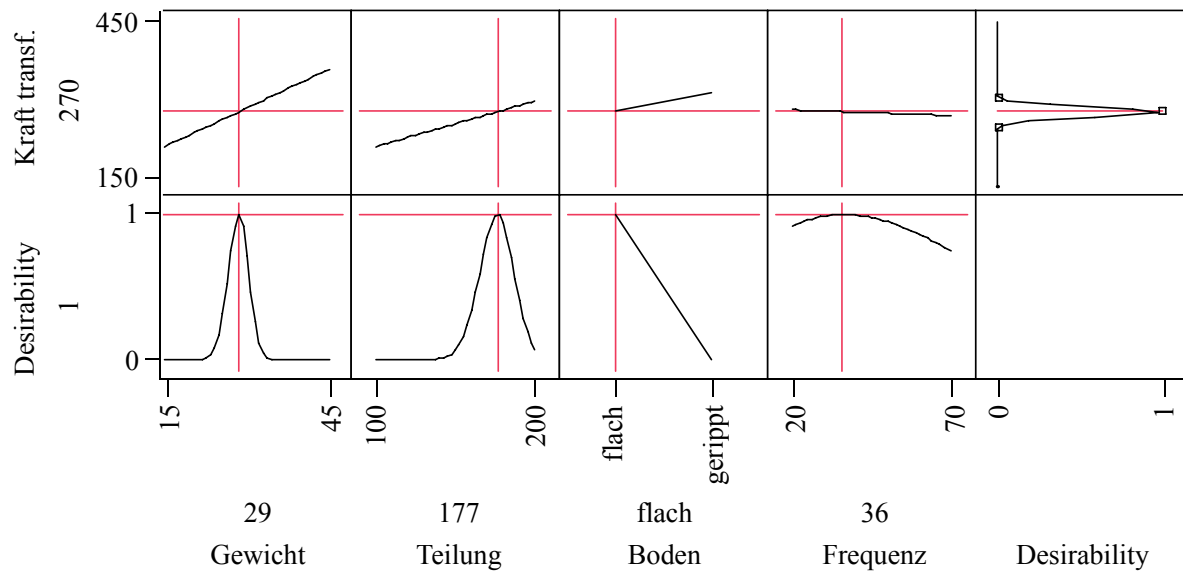
  

|   |
|---|
| <input type="button" value="Maximieren"/> |
|---|

**Abbildung 95:** Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Relativbewegung“



**Abbildung 96** zeigt den Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“.

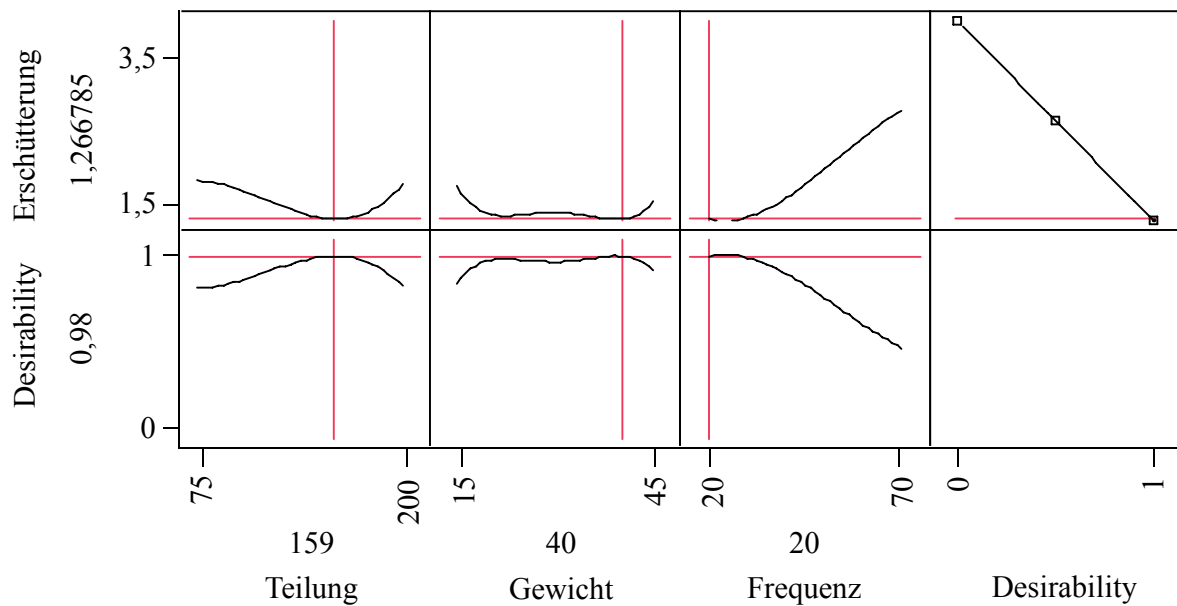


**Abbildung 96:** Desirability Plot des Optimierungsbeispiels 2; separat für die Zielgröße „Kraft transformiert“

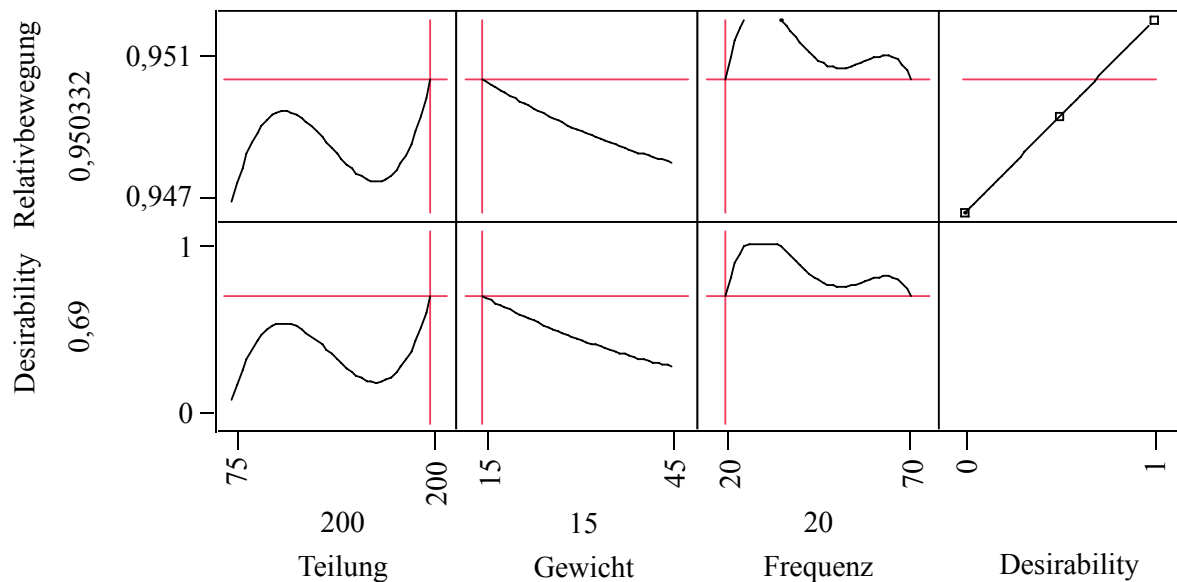
**Tabelle 45:** Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 2 nach separater Optimierung

| Zielgröße \ Faktor                      | Teilung [mm] | Gewicht [kg/Behälter] | Frequenz [Hz] | Desirability |
|---|--------------|-----------------------|---------------|--------------|
| <b>Kraft <math>y_K</math></b>           | 177          | 29                    | 36            | 1            |
| <b>Erschütterung <math>y_E</math></b>   | 159          | 40                    | 20            | 0,98         |
| <b>Relativbewegung <math>y_R</math></b> | 200          | 15                    | 20            | 0,69         |

Wie **Tabelle 45** zeigt, hat die Optimierung der Zielgrößen unterschiedliche optimale Faktorstufenwerte zur Folge, da es nicht möglich war, die Zielgrößen direkt unter gegenseitiger Berücksichtigung zu optimieren. Die Stufenwerte der Faktoren sind nun nachträglich so abzugleichen, dass eine möglichst hohe Desirability für alle drei Zielgrößen bestehen bleibt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Zielgröße „Kraft transformiert“ den Wert 270 N nicht überschreitet. Bei der Kompromissfindung ist es hilfreich, die Desirability-Verläufe aller drei Zielgrößen zu betrachten. Deshalb sind die Desirability-Verläufe für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ in den **Abbildungen 97** und **98** dargestellt. Den Desirability Plots kann auch die jeweilige Desirability entnommen werden. Für die Zielgröße „Kraft transformiert“ ist der Desirability Plot bereits in **Abbildung 96** dargestellt.

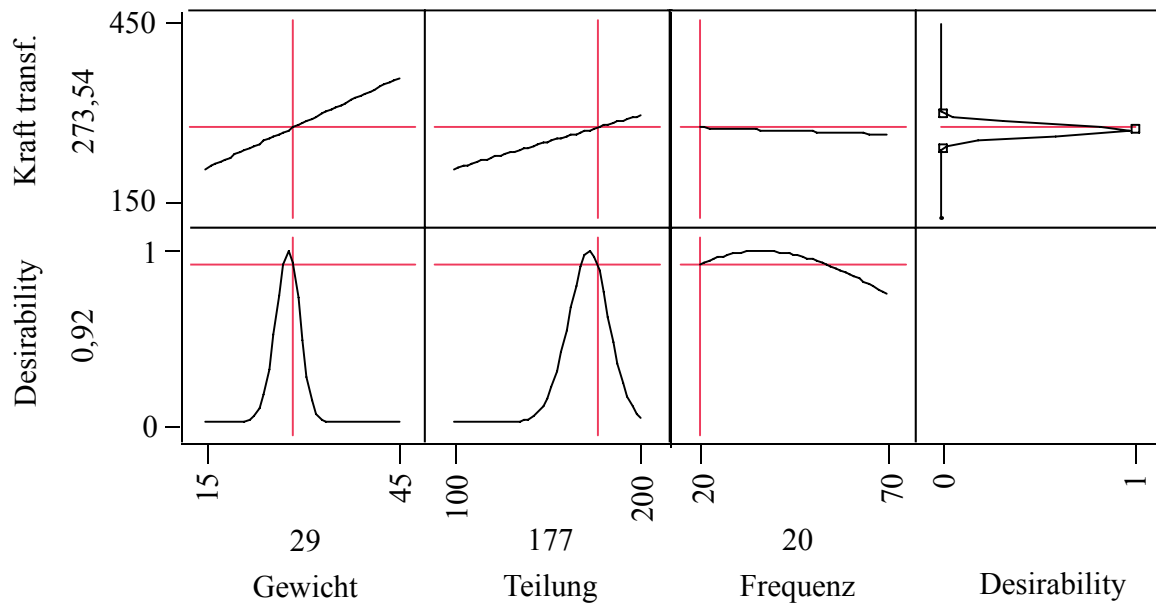


**Abbildung 97:** Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2;  $f = 20$  Hz



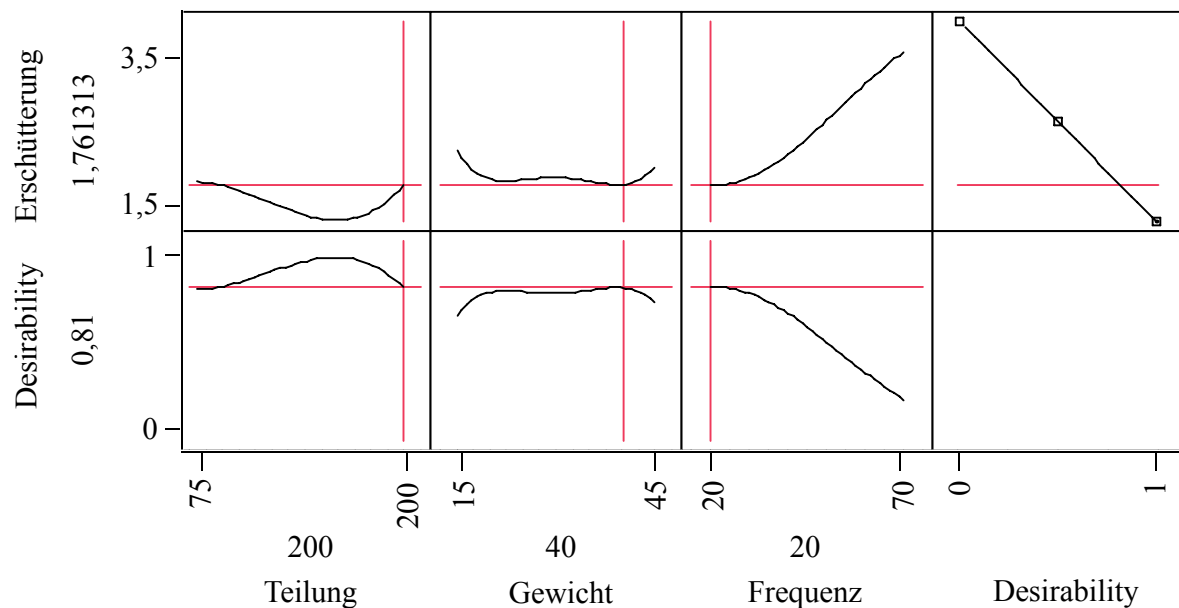
**Abbildung 98:** Desirability Plot der Zielgröße „Relativbewegung“; OB 2;  $f = 20$  Hz

Bei dem Vorgehen zur Abgleichung der Faktorstufenwerte handelt es sich um einen iterativen Prozess, da sich bei Veränderung des Stufenwerts eines Faktors die Desirability-Verläufe der anderen Faktoren ebenfalls verändern können. Zunächst wird der Faktor „Frequenz“ bei der Zielgröße „Kraft transformiert“ auf  $f = 20$  Hz gesetzt, da dieser durch den Tragrollenhersteller als Grenzwert angegeben wird (vgl. **Abbildung 96** und **99**, Desirability-Verläufe des Faktors „Frequenz“). Der Faktor „Boden“ wird in den nachfolgenden Desirability Plots der Zielgröße „Kraft transformiert“ nicht mehr angezeigt, da hier stets der Stufenwert „flacher Boden“ eingestellt wird.

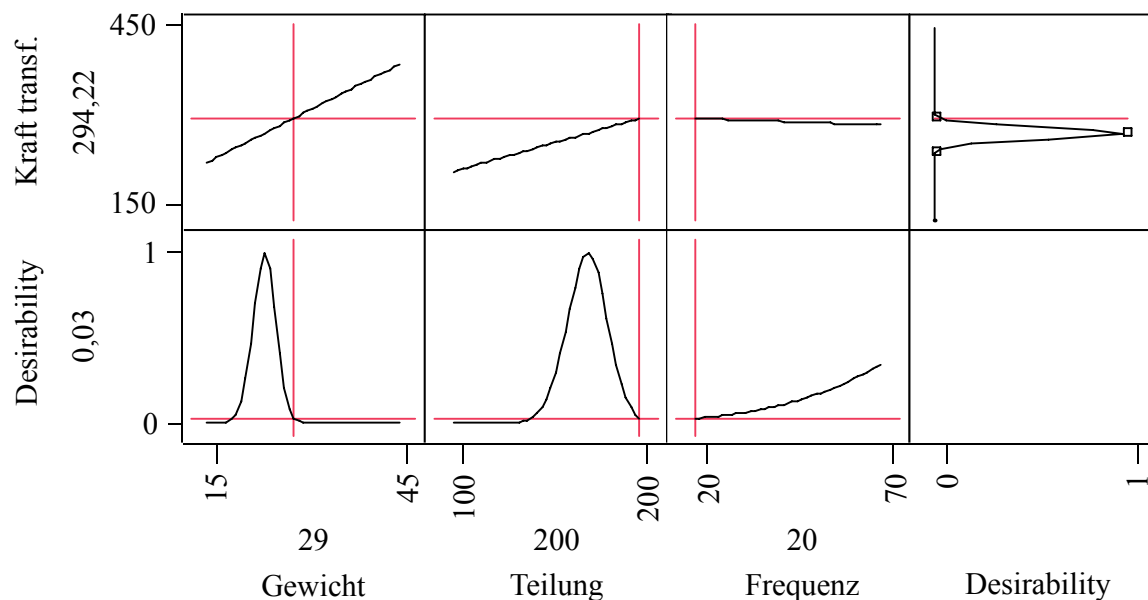


**Abbildung 99:** Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2;  $f = 20$  Hz

Im nächsten Schritt soll der Wert des Faktors „Teilung“ festgelegt werden. Da die Modelle für die Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ nur für die Teilungen  $t = 75$ ,  $t = 100$ ,  $t = 150$  mm und  $t = 200$  mm Gültigkeit besitzen, kommen für diese Optimierung nur die Stufenwerte  $t = 150$  mm und  $t = 200$  mm in die nähere Auswahl (vgl. **Abbildungen 97 bis 99**, Desirability-Verläufe des Faktors „Teilung“). Bei der Zielgröße „Kraft transformiert“ ist zu berücksichtigen, dass bei den aktuellen Faktorstufenwerten der Zielwert bereits minimal überschritten wird. Das bedeutet, dass sich der konstruktive Sicherheitsfaktor verringert, da die Tragrolle höher belastet wird. Dies spricht für die Tragrollenteilung  $t = 150$  mm, wodurch das Fördergut durch eine höhere Anzahl an Tragrollen gestützt würde als bei der Teilung  $t = 200$  mm. Dadurch würde sich die Desirability der Zielgröße „Relativbewegung“ jedoch deutlich verschlechtern (vgl. **Abbildung 98**, Desirability-Verlauf des Faktors „Teilung“). Alternativ könnte die Tragrollenteilung auf  $t = 200$  mm gesetzt werden und gleichzeitig das Fördergewicht pro Behälter verringert werden. Das hätte zudem den Vorteil, dass eine Vergrößerung der Tragrollenteilung die Anzahl der eingesetzten Tragrollen verringert, was zu einer geringeren Bauteilanzahl führen würde. Als Lösungsansatz wird deshalb der Faktor „Teilung“ bei den Zielgrößen „Erschütterung“ und „Kraft transformiert“ auf  $t = 200$  mm gesetzt, um zu sehen, wie sich die Desirability-Verläufe verändern (vgl. **Abbildung 100 und 101**). Bei der Zielgröße „Erschütterung“ verschlechtert sich die Desirability von  $D = 0,98$  auf  $D = 0,81$  (vgl. Desirabilities der **Abbildungen 97 und 100**), und bei der Zielgröße „Kraft transformiert“ von  $D = 0,92$  auf  $D = 0,03$  (vgl. Desirabilities der **Abbildungen 99 und 101**).

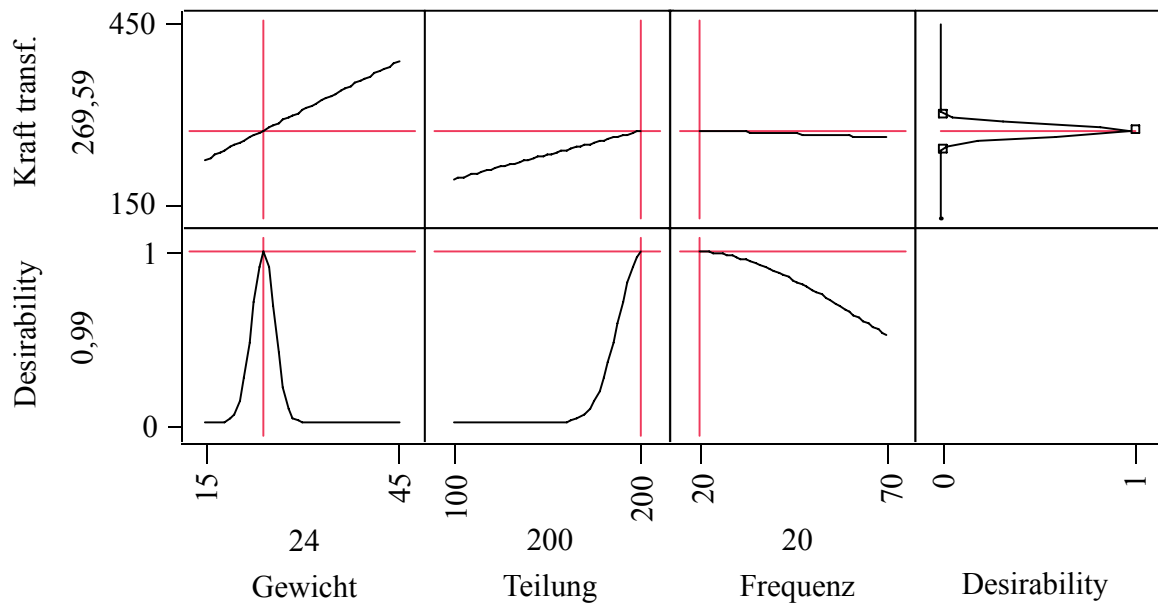


**Abbildung 100:** Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2;  $t = 200$  mm



**Abbildung 101:** Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2;  $t = 200$  mm

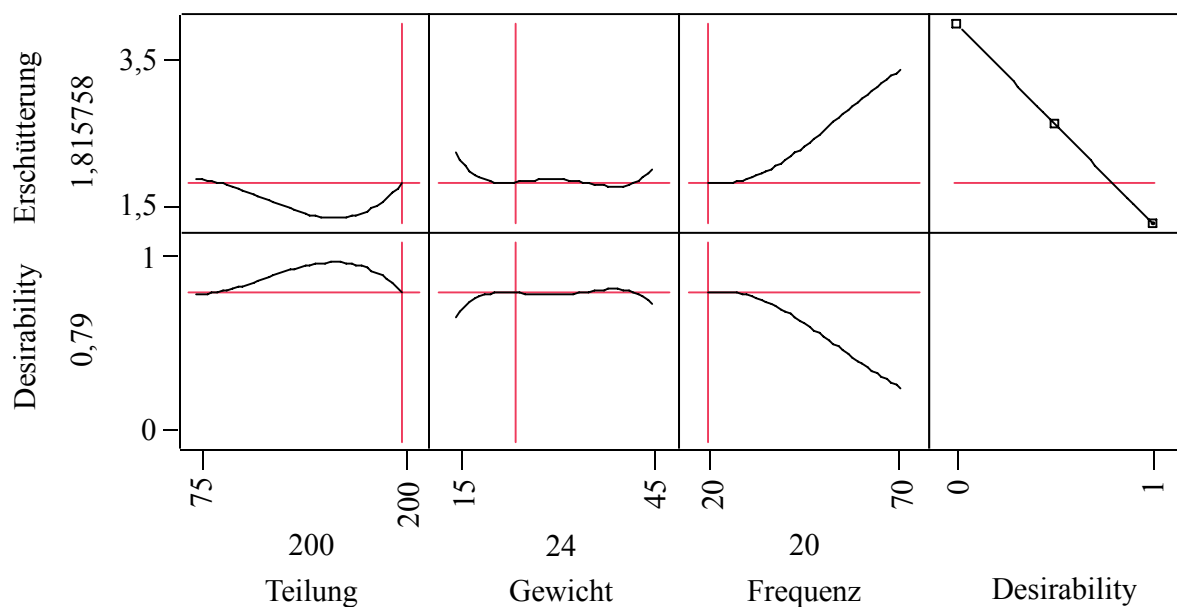
Um eine möglichst hohe Gesamt-Desirability und möglichst gleichwertige Einzel-Desirabilities zu erreichen, ist ein geeigneter Stufenwert für den Faktor „Gewicht“ zu wählen. Für die Zielgröße „Erschütterung“ wären  $m = 40$  kg (Desirability  $D = 0,81$ ), für die Zielgröße „Relativbewegung“  $m = 15$  kg (Desirability  $D = 0,69$ ) und für die Zielgröße „Kraft transformiert“  $m = 24$  kg (Desirability  $D = 0,99$ ) optimal (vgl. **Abbildungen 98, 100** und **102**, Desirability-Verläufe des Faktors „Gewicht“).



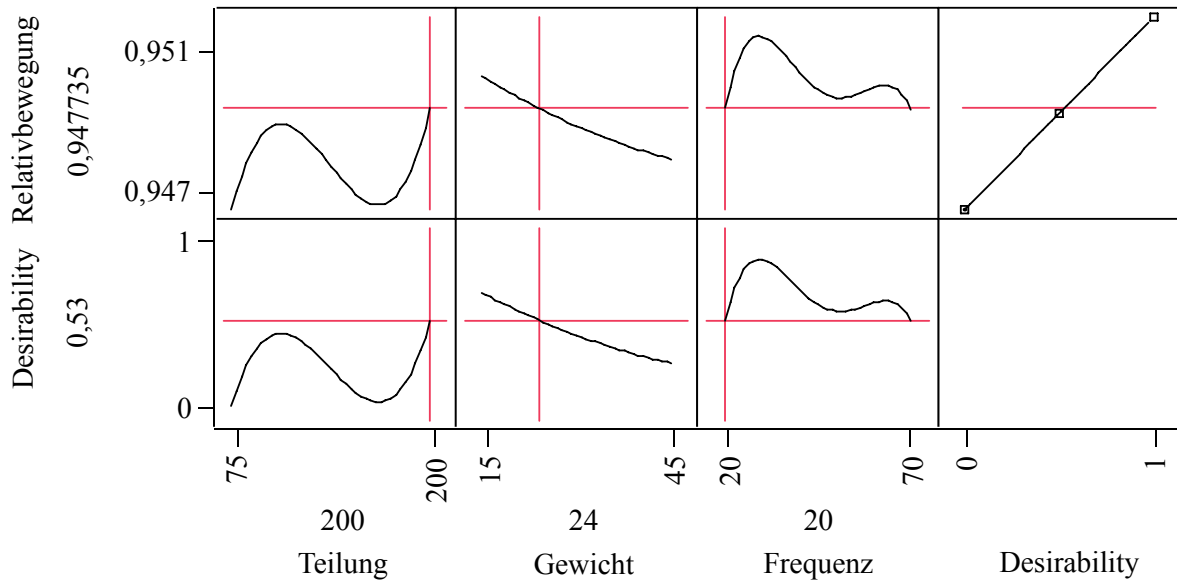
**Abbildung 102:** Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2;  $m = 24$  kg

Welcher Stufenwert gewählt wird, hängt davon ab, welche Zielgröße stärker berücksichtigt werden soll. In diesem Fall wird der Zielgröße „Kraft transformiert“ eine größere Bedeutung zugesprochen, weshalb für den Faktor „Gewicht“ ein optimaler Wert von  $m = 24$  kg gewählt wird. Dabei sollten die Fördergewichte pro Behälter möglichst wenig zwischen  $m = 20$  kg und  $m = 25$  kg schwanken. Für die gewählten Faktorstufenwerte ergeben sich folgende Desirabilities (vgl. **Abbildungen 102 bis 104**):

- Desirability der Zielgröße „Kraft transformiert“:  $D = 0,99$
- Desirability der Zielgröße „Erschütterung“:  $D = 0,79$
- Desirability der Zielgröße „Relativbewegung“:  $D = 0,53$



**Abbildung 103:** Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2;  $m = 24$  kg



**Abbildung 104:** Desirability Plot der Zielgröße „Relativbewegung“; OB 2;  $m = 24$  kg

Für diese Einzel-Desirabilities wird das arithmetische Mittel berechnet, womit sich eine Gesamt-Desirability von  $D = 0,75$  ergibt. Die optimalen Faktorstufenwerte sind nochmals in **Tabelle 46** aufgelistet.

**Tabelle 46:** Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 2

| Gewicht [kg/Behälter] | Teilung [mm] | Boden | Frequenz [Hz] |
|-----------------------|--------------|-------|---------------|
| 24                    | 200          | flach | 20            |

Wie die beiden Beispiele zur Optimierung der Zielgrößen gezeigt haben, hängt die Wahl der Parametereinstellungen bei der Auslegung eines Rollenfördermoduls, unter Berücksichtigung der aufgestellten Prognosemodelle, sehr stark davon ab, wie der Rollenförderer eingesetzt und welche Komponenten verwendet werden sollen. In anderen Einsatzfällen wäre eventuell anstelle des Tragrollentyps die Anlagengeschwindigkeit oder das Fördergewicht pro Behälter durch den Betreiber der Anlage vorgegeben.

## 8 Wirtschaftliche Bedeutung

In der Problemstellung ist aufgezeigt worden, wie wichtig es ist, ein Auslegungstool für Intralogistiksysteme zu entwickeln. Aufgrund der Auslegung von Fördermodulen anhand statischer Kenngrößen ist das Potential der Förderanlagen bisher nicht ausreichend ausgeschöpft worden. Doch gerade hinsichtlich einer weiterhin bestehenden Konkurrenzfähigkeit eines Herstellers von Intralogistikanlagen, ist es besonders wichtig, dieses Potential zu nutzen. Eine Möglichkeit dazu zeigt das in dieser Arbeit beispielhaft an der Rollenfördergeraden entwickelte Auslegungstool, welches drei mathematische Modelle beinhaltet. Anhand dieser Modelle lassen sich freie Parameter des Förderprozesses und der Anlage so wählen, dass eine möglichst hohe Prozesssicherheit und Kundenzufriedenheit erreicht werden. Gerade aus Sicht des Kunden ist es nicht ausreichend, dass die Förderanlagen lediglich die an sie gestellten mechanischen Anforderungen erfüllen. Ebenso wichtig ist aus Sicht eines Anlagenbetreibers die Berücksichtigung der Produktnutzungsphase, welche bei Intralogistiksystemen 20 Jahre und mehr betragen kann. Diese Arbeit trägt dazu bei, die genannten Unstimmigkeiten bei der Auslegung von Intralogistiksystemen auszugleichen, indem eine Möglichkeit aufgezeigt wird, wie der Förderprozess als Auslegungsgröße berücksichtigt werden kann. Doch nicht nur die Produktnutzungsphase wird durch das entwickelte Auslegungstool abgebildet. Darüber hinaus wird die Auslegung von Fördermodulen auch dahingehend verbessert, dass nicht länger statische Kenngrößen, sondern die tatsächlich auftretenden dynamischen Kenngrößen zur Dimensionierung der Komponenten herangezogen werden.

An dieser Stelle sei anzumerken, dass die Modelle nicht mit der Absicht erstellt worden sind, als allgemeingültiges Auslegungstool für beliebige Rollenfördergeraden eingesetzt zu werden. Die Modelle sind an Versuchsergebnisse angepasst worden, die an einer bestimmten Demonstratoranlage aufgenommen wurden. Dabei handelt es sich um einen Rollenförderer, der mittels Flachriemen angetrieben wird. Als Fördergut ist ein Kleinladungsträger mit flachem Boden eingesetzt worden. Bei den Tragrollen handelt es sich um verzinkte Stahlrollen mit einem Durchmesser von 50 mm und einer Einbaulänge von 420 mm. Die Modelle sind lediglich für diesen Demonstrator validiert worden. Ob die Modelle ebenfalls für die Auslegung von Rollenfördergeraden mit anderen Antriebssystemen oder Tragrollen sowie bei anderen Förderbehältern eingesetzt werden können, wäre zunächst an weiteren Validierungsversuchen zu überprüfen. Der Entwicklung des Auslegungstools lag jedoch vielmehr die Intention zugrunde, dass Anlagenhersteller, basierend auf der in dieser Arbeit aufgezeigten Methodik, entsprechende Modelle für ihr Produktspektrum entwickeln.

Für die Anpassung von Auslegungsmodellen benötigen die Hersteller einen Prototyp der eigenen Anlage mit geeigneten Messeinrichtungen zur Aufnahme der erforderlichen Versuchsergebnisse. Um Entwicklungszeit einzusparen und eine statistische Absicherung der Ergebnisse zu ermöglichen, sollte darüber hinaus eine geeignete Statistiksoftware verwendet werden. Gerade wenn komplexere Modelle mit mehreren Faktoren, Faktor-Interaktionen und Potenzen zu entwickeln sind, ist dies ohne Softwareeinsatz kaum noch möglich. Unabhängig davon sollten statistische Auswertungen stets rechnergestützt durchgeführt werden, denn eine gute Software führt zu einer deutlichen Vereinfachung der erforderlichen Berechnungen und ermöglicht eine aussagekräftige graphische Darstellung der Ergebnisse /KLE09/. Dadurch wird eine gewisse technische Barriere bei der Entwicklung geeigneter mathematischer Modelle erzeugt. Ein Hersteller kann sich jedoch von dem Nutzen einer solchen Software überzeugen, indem er abhängig vom Anbieter zeitlich befristete Software-Demos mit voller Funktionalität oder zeitlich unbefristete Demos mit eingeschränkter Funktionalität nutzt. Dies ermöglicht ihm abzuschätzen, ob das Einsparungspotential durch die Optimierung der Fördermodule

die Beschaffungskosten einer solchen Software rechtfertigt. Da das Vorgehen bei der Anpassung der Modelle auf andere Fördermodule übertragbar ist, ist die Voraussetzung geschaffen worden, ähnliche Auslegungstools auch bei anderen Intralogistikanlagen als dem Rollenförderer oder gar einem Stetigförderer anzustoßen.

Mit Hilfe der in **Kapitel 5** entwickelten Funktionsstruktur für die Rollenfördergerade ist ein Vorgehen aufgezeigt worden, wie bei der Anpassung von Regressionsmodellen an Fördermodule geeignete Zielgrößen und zugehörige Faktoren definiert und identifiziert werden können. Dabei ist bewusst eine Methodik gewählt worden, die einem Konstrukteur bereits aus dem gewohnten Arbeitsumfeld bekannt ist. Dies soll dazu beitragen, den Einarbeitungsaufwand zu verringern und die Akzeptanz der Methode zu erhöhen. Durch eine konsequente Anwendung der aufgezeigten Methodik kann es gelingen, die Kundenzufriedenheit zu erhöhen, den Förderprozess gleichförmiger zu gestalten und dabei gleichzeitig die Entwicklungszeit und -kosten gering zu halten. Die Entwicklungskosten lassen sich sogar im Hinblick der Komponenten senken. So lassen sich am Beispiel der Rollenfördergeraden bei der Verwendung einer größeren Tragrollenteilung nicht nur unnötige Tragrollen einsparen. Darüber hinaus können bei Kenntnis der dynamischen Last, die in das Modul über die Tragrollen eingeleitet wird, die Wandstärken der Tragrollenkomponenten, der Profile und der Aufständungen angepasst und geeignete Baukastensysteme entwickelt werden. Dies würde nicht nur eine Einsparung von Rohmaterial, sondern auch eine Gewichtsreduktion ermöglichen, was der Montage zu Gute käme.



## 9 Zusammenfassung und Ausblick

In der Intralogistik wird zur Auslegung von Stetigförderern die Baukastensystematik eingesetzt, um die Konstruktions- und Fertigungszeiten gering zu halten. Die Anlagen werden dabei so lange in Module, Komponenten und Einzelteile „aufgelöst“, bis die Erzeugnisteile genügend oft verwendet und daher in Serie gefertigt werden können. Es kommen sowohl genormte Einzelteile als auch Komponenten zum Einsatz, die nach Erzeugnisreihen konstruiert werden. Für den Hersteller hat dies den Vorteil, dass die Ersatzteilkhaltung geringer wird, da Bauteile mehrfach verwendet werden können. Dem Betreiber kommt zugute, dass er eine auf seinen Bedarf abgestimmte Anlage erhält, deren Bauteile in der Serie erprobt sind, ohne dass er lange Wartezeiten in Kauf nehmen muss.

Betreiber von Intralogistikanlagen bemängeln jedoch, dass die angebotenen Baukastensysteme nicht fein genug unterteilt sind und dass die Auslegung der Komponenten und Module anhand statischer Kenngrößen erfolgt. Zudem wird die Betriebsphase der Anlagen bei der Auslegung zu wenig berücksichtigt. Die Anlagenbetreiber fordern deshalb neue Lösungsansätze zur Gestaltung von Intralogistikanlagen, welche diese Unzulänglichkeiten beheben.

Aus den genannten Gründen beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Entwicklung eines Auslegungstools für eine Rollenfördergerade, einem der Basismodule des Rollenförderers. Das Auslegungstool besteht aus drei empirisch ermittelten, mathematischen Modellen. Jedes der drei Modelle beschreibt die Abhängigkeit einer Zielgröße von sie beeinflussenden unabhängigen Parametern. Die Modelle bilden das Förderverhalten und die Belastung der tragenden Komponenten des Fördermoduls ab.

Die Arbeit beginnt mit der Ausarbeitung des Standes der Technik. Darin werden die Intralogistik, deren Ziele und Funktionen sowie die Systematik von Förderanlagen vorgestellt. Bei dem Rollenförderer handelt es sich um einen Stetigförderer zum Transport von Stückgütern. Aus diesem Grund wird die Klasse der Stetigförderer kurz vorgestellt. Im Anschluss daran werden der Aufbau des Rollenförderers und die bei dessen Auslegung genutzten Grundlagen näher betrachtet.

Es folgen die Erläuterung der Problemstellung und die Präzisierung der Zielsetzung. Basierend darauf wird ein geeigneter Lösungsweg vorgestellt. Dabei wird die Verwendung der Statistischen Versuchsplanung als sinnvoll erachtet, um reproduzierbare Ergebnisse zu erzeugen.

Um die zur Modellanpassung erforderlichen Versuchsergebnisse zu generieren, ist ein Rollenförderer, bestehend aus zwei Geraden und zwei 180°-Kurven, als Demonstrator aufgebaut worden. Eine der beiden Geraden diente als Messstrecke. Anhand dieses Fördermoduls sind die Prognosemodelle aufgestellt worden. Eine der Tragrollen der Messstrecke wurde mit Kraftsensoren versehen. Mittels dieser Sensoren ist die Belastung der Tragrollen während des Förderprozesses ermittelt worden. An einer weiteren Tragrolle ist deren Umfangsgeschwindigkeit gemessen worden. Dazu wurde ein Lichtleitersensor an der Messstrecke installiert. Um die Erschütterungen des Förderguts zu messen, wurde ein handelsüblicher Kleinladungsträger mit einem Beschleunigungssensor und weiterer Messelektronik ausgestattet. Darüber hinaus wurde die Messstrecke mit Lichtschranken versehen, anhand derer die Geschwindigkeit des Förderguts ermittelt worden ist.

Die entwickelten Prognosemodelle beschreiben den quantitativen Zusammenhang zwischen drei definierten Zielgrößen und unabhängigen Faktoren. Um die Modelle aufzustellen, sind zunächst die Parameter ermittelt worden, welche die Zielgrößen möglicher Weise beeinflussen. Diese Einflussgrößen wurden anhand von Vorüberlegungen auf eine handhabbare Anzahl

an Faktoren reduziert. Für die ausgewählten Faktoren ist eine Screening-Versuchsreihe durchgeführt worden. Basierend auf den Versuchsergebnissen wurde die Signifikanz der Parameter ermittelt. Für die drei Zielgrößen ist jeweils anhand der signifikanten Parameter ein lineares Modell aufgestellt worden. Im Anschluss daran wurden die Modelle statistisch untersucht. Dabei ist mittels Residuenanalyse ermittelt worden, ob die bei der Regression vorausgesetzten Annahmen bezüglich der Fehler durch die Residuen erfüllt wurden. War dies der Fall, so ist die Modellgüte bewertet worden. Lag eine hohe Modellgüte vor, so sind im nächsten Schritt das Modell und die Modellschwäche auf Signifikanz untersucht worden.

Bei dem linearen Modell der Zielgröße „Kraft“ wurden die Annahmen zur Anwendung der Regression nicht vollständig erfüllt. Aus diesem Grund sind die Zielgrößenwerte transformiert worden. Für die transformierte Zielgröße wurde erneut ein lineares Modell erstellt. Bei diesem Modell haben die Fehler die an sie gestellten Forderungen erfüllt. Die statistische Bewertung des Modells bescheinigt dem Modell eine hohe Modellgüte sowie dessen Signifikanz. Eine Modellschwäche ist nicht ermittelt worden. Das lineare Modell der Zielgröße „Erschütterung“ erfüllte zwar die statistischen Tests, die Lack of Fit-Analyse ließ jedoch die Vermutung aufkommen, dass das Modell eine Modellschwäche aufweist. Diese Vermutung ist durch einen Vergleich des Messwertes des Mittelpunktversuchs mit dem zugehörigen Modellwert bestätigt worden. Der Vergleich hat gezeigt, dass ein lineares Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens nicht ausreicht. Das für die Zielgröße „Relativbewegung“ erstellte lineare Modell erfüllte nicht die bei der Regressionsanalyse vorausgesetzten Annahmen. Die Residuen wiesen einen Trend auf, weshalb die Ergebnisse der Screening-Phase nicht zur Modellanpassung genutzt werden konnten. Für die beiden Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ sind aus den genannten Gründen Optimierungsversuche durchgeführt worden.

Anhand der Ergebnisse der Optimierungsversuche sind erneut mittels Regression Prognosemodelle entwickelt worden. Modelle, die anhand eines Optimierungsversuchsplans entwickelt werden, können auch quadratische Effekte und Effekte höherer Potenzen abbilden. Die neu aufgestellten Modelle der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ sind den gleichen Tests unterzogen worden wie die linearen Modelle in der Screening-Phase. Zunächst sind die hinsichtlich der Fehler getroffenen Annahmen anhand der Residuenanalyse überprüft worden. Da diese von den Residuen beider Modelle erfüllt wurden, ist anschließend die Modellgüte bewertet worden. Diese ist in beiden Fällen hoch. Mittels der Varianzanalyse sind die Modelle, und mittels der Lack of Fit-Analyse ist die Modellschwäche auf Signifikanz untersucht worden. Die statistische Untersuchung lässt für beide Zielgrößen eine Verwendung der Modelle zu.

Nachdem die statistische Untersuchung der Modelle zu einem positiven Ergebnis geführt hat, und die Modelle somit als verifiziert gelten, sind die Modelle anhand weiterer Versuche validiert worden. Die Linearität des Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“ ist durch einen Vergleich des Messwertes des Mittelpunktversuchs mit dem zugehörigen Modellwert bestätigt worden. Um die nichtlinearen Modelle der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ zu überprüfen, waren deutlich mehr Versuche erforderlich. In diesem Fall bot sich ein graphischer Vergleich der Messwerte mit den Modellwerten an. Der Vergleich hat ergeben, dass sich die Modelle der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ ebenfalls zur Beschreibung des Systemverhaltens eignen. Es war jedoch erforderlich, eine Einschränkung dieser Modelle vorzunehmen. Sie gelten nur für Tragrollenteilungen, bei denen es sich um einen ganzzahligen Teiler der Behälterbodenlänge handelt.

Zur Verdeutlichung, wie die entwickelten Prognosemodelle bei der Auslegung einer Rollenfördergeraden genutzt werden können, sind zwei Anwendungsbeispiele durchgeführt worden.

In diesen Beispielen ist jeweils eine Tragrollenvariante als zu verwendende Komponente vorgegeben worden. Desweiteren sind Vorgaben zum Förderverhalten definiert worden. Anhand dieser fiktiven Anforderungen sind die drei Zielgrößen „Kraft“, „Erschütterung“ und „Relativbewegung“ in Abhängigkeit der Tragrollenteilung, des Behältergewichts und der Anlagengeschwindigkeit optimiert worden.

Die durchgeführte Arbeit zeigt, wie Hersteller von Intralogistikanlagen Betreiberanforderungen bezüglich der Produktnutzungsphase bei der Auslegung von Anlagenmodulen berücksichtigen können. Dabei kann die Auswahl der Komponenten anhand dynamischer Prozesskenngrößen erfolgen. Bei den entwickelten Prognosemodellen handelt es sich jedoch nicht um allgemeingültige Modelle. Es sollte vielmehr aufgezeigt werden, wie verschiedene Anlagen- und Betriebsparameter zugunsten einer optimalen Betriebsphase und Anlagenbelastung bei der Auslegung berücksichtigt werden können.

Die entwickelten Prognosemodelle sind jeweils in Abhängigkeit von drei Faktoren aufgestellt worden. Diese drei Faktoren sind in einem Screening als signifikant ermittelt worden. Darüber hinaus können jedoch noch weitere Parameter einen Einfluss auf die Zielgrößen haben. So sind zum Beispiel die Vorspannkraft, die Position der Andrückrollen, die Gewichtsverteilung innerhalb des Förderbehälters, die Tragrollenlänge und das Material des Förderbehälters als mögliche Einflussgrößen identifiziert worden. Bei der experimentellen Untersuchung wurden sie jedoch aus verschiedenen Gründen nicht als Faktoren berücksichtigt. Um eine Beeinflussung der Zielgrößen durch diese Parameter zu vermeiden, sind sie auf konstante Werte eingestellt worden. Unberücksichtigt ist auch das Antriebssystem geblieben. Der Demonstrator wird mit einem Flachriemen angetrieben. Eine Übertragung der Ergebnisse auf Rollenförderer mit Rundriemen- oder Kettenantrieb ist somit nicht ohne Validierungsversuche möglich. Desweiteren ist lediglich die Fördergerade untersucht worden. Eine Rollenförderanlage wird jedoch aus verschiedenen Modulen, wie zum Beispiel Geraden, Kurven, Ein- oder Ausschleusern, zusammengesetzt. Eine Durchführung von Experimenten, die alle möglichen Einflussgrößen, jedes Modul und jedes Antriebssystem berücksichtigen, hätte einen hohen Versuchsaufwand zur Folge. Dieser Versuchsaufwand könnte durch den Einsatz einer geeigneten Simulation reduziert werden. Würde das dynamische Verhalten des Förderprozesses in einer Simulation abgebildet, so könnten die Versuche in der Simulation durchgeführt werden. Eine Simulation hätte zum Vorteil, dass die Versuchsergebnisse nicht aktiv aufgenommen werden müssten. Zur Durchführung der Versuche in der Simulation könnte dann wieder die Statistische Versuchsplanung eingesetzt werden, denn auch beim Einsatz von Simulationen ist die Reduzierung des Versuchsumfangs wünschenswert /WIE10c/. Die Verwendung einer Simulation eröffnet Stetigförderern somit weitere Wettbewerbspotentiale. Die in dieser Arbeit entwickelten Prognosemodelle stellen eine hilfreiche Grundlage dazu dar und ermöglichen erstmals eine applikationsspezifische Auslegung eines Fördermoduls unter Berücksichtigung der Betriebsphase.

## Literaturverzeichnis

- /ARN06/ Arnold, D.: Einleitung des Herausgebers. In: Arnold, D. (Hrsg.): Intralogistik – Potentiale, Perspektiven, Prognosen. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006, S. 1-4
- /ARN08/ Arnold, D.; Isermann, H.; Kuhn, A.; Tempelmeier, H.; Furmans, K.: Handbuch Logistik. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008
- /ARN09/ Arnold, D.; Furmans, K.: Materialfluss in Logistiksystemen. 6. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009
- /BAL98/ Balci, O.: Verification, Validation and Testing. In: Banks, J. (Hrsg.): Handbook of Simulation. John Wiley & Sons, New York, 1998
- /BAS10/ N. N.: Basis-Lexikon: Shapiro-Wilk-Test. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/basis-lexikon.html#S>, eingesehen am 23.11.2010
- /BÖG09/ Böge, A.: Handbuch Maschinenbau – Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik. 19. Auflage, Vieweg+Teubner-Verlag, Wiesbaden, 2009
- /DIN00a/ DIN EN 13199-1: Verpackung - Kleinladungsträgersysteme - Teil 1: Allgemeine Anforderungen und Prüfverfahren. Europäische Norm, Deutsche Fassung, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- /DIN00b/ DIN EN 13199-3: Verpackung - Kleinladungsträgersysteme - Teil 3: Verbundstapelsystem. Europäische Norm, Deutsche Fassung, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- /DRA98/ Draper, N. R.; Smith, H.: Applied Regression Analysis. 3. Auflage, John Wiley & Sons, New York, 1998
- /EGWI/ Eggert, J.; Wieczorek, D.: Ergebnisse aus gemeinsamen Forschungsarbeiten im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 696, 2006 - 2011
- /ENG11/ N. N.: Transport- und Lagerbehälter. Broschüre der Firma Engels, 20.04.2010. URL: <http://www.engels-behältertechnik.de/downloads/broschuren/transport-und-lagerbehaelter.html>, eingesehen am 04.01.2011
- /GEI08/ Geiger, W.; Kotte, W.: Handbuch Qualität. 5. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2008
- /GRO07/ Grote, K.-H.; Feldhusen, J.: Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. 22. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2007
- /GÜN06/ Günther, P.: Intralogistik – eine starke Branche stellt sich vor. In: Arnold, D. (Hrsg.): Intralogistik – Potentiale, Perspektiven, Prognosen. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006, S. 5-16
- /HAR09/ Hartung, J.; Elpelt, B.; Klösener, K.-H.: Statistik – Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik. 15. Auflage, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2009

- /HOF04/ Hoffmann, K.; Krenn, E.; Stanker, G.: Fördertechnik 2 – Maschinensätze, Fördermittel, Tragkonstruktionen, Logistik. 5. Auflage, R. Oldenbourg-Verlag, Wien München, 2004
- /INT07/ N. N.: Förderrollen - Produktkatalog der Firma Interroll. Interroll Corporate Art, 2007
- /INT10/ N. N.: Internetseite der Firma Interroll. URL: <http://www.interroll.com>, eingesehen am 04.11.2010
- /JMP07a/ N. N.: JMP® Statistics and Graphics Guide, Release 7, SAS Institute Inc., Cary, NC, USA, 2007
- /JMP07b/ N. N.: JMP® Design of Experiments Guide, Release 7, SAS Institute Inc., Cary, NC, USA, 2007
- /JMP09/ Rushing, H.: JMP® Software: Classic Design of Experiments – Course Notes. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA, 2009
- /JÜN00/ Jünemann, R.; Schmidt, T.: Materialflusssysteme – Systemtechnische Grundlagen. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2000
- /KLE09/ Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung – Produkte und Prozesse optimieren. 6. Auflage, Carl Hanser Verlag, München Wien, 2009
- /KRO94/ Krottmaier, J.: Versuchsplanung. 3. Auflage, Verlag Industrielle Organisation, Zürich 1994
- /KUT04/ Kutner, M. H.; Nachtsheim, C. J.; Neter, J.; Li, W.: Applied Linear Statistical Models. 5. Auflage, The McGraw-Hill Companies, 2004
- /KÜN07a/ Künne, B.; Eggert, J.; Wieczorek, D.: Konzeptionelle Auslegung eines Rollenförderers als Versuchsanlage zur Optimierung der Werkstoffeigenschaften und des Geometriedesigns. In: Crostack, H.-A.; ten Hompel, M. (Hrsg.): 1. Kolloquium des SFB-696: Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen - Logistics on Demand. Verlag Praxiswissen, Dortmund, 2007, S. 49-71
- /KÜN07b/ Künne, B.; Kulig, S.; Eggert, J.; Wieczorek, D.; Benthous, B.: Ansatz zur analytischen Beschreibung der elektromechanischen Wechselwirkungen eines autonomen mechatronischen Systems. In: Crostack, H.-A.; ten Hompel, M. (Hrsg.): 2. Kolloquium des SFB-696: Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen - Logistics on Demand. Verlag Praxiswissen, Dortmund, 2007, S. 75-99
- /KÜN08a/ Künne, B.; Wieczorek, D.: Kritische Untersuchung des Auslegungskriteriums Tragrollenteilung bei Rollenförderern. SFB-Bericht 0801, Technische Universität Dortmund, 2008
- /KÜN08b/ Künne, B.; Wieczorek, D.: Ermittlung der optimalen Tragrollenteilung bei Rollenförderern in Abhängigkeit vom Belastungsprofil. In: Crostack, H.-A.; ten Hompel, M. (Hrsg.): Belastungsabhängige Auslegung, Überwachung und Steuerung von intralogistischen Systemen - Berichte aus dem SFB 696, Verlag Praxiswissen, Dortmund, 2008, S. 5-32

- /KÜN08c/ Künne, B.: Konstruktionssystematik und CAD. Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung, Technische Universität Dortmund, 2008
- /KÜN09a/ Künne, B.; Wieczorek, D.: Berücksichtigung des Fördergutes bei der Entwicklung und Konstruktion von Materialflusssystemen. In: Brökel, K.; Feldhusen, J.; Grote, K. H.; Rieg, F.; Stelzer, R. (Hrsg.): 7. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik – Vernetzte Produktentwicklung: Methoden und Werkzeugkopplung. Bayreuth, 2009, S. 156-163
- /KÜN09b/ Künne, B.; Eggert, J.; Wieczorek, D.: Zustandsbeurteilung in der Intralogistik mit Hilfe von verteilten und stationären Messeinheiten. In: Tagungsband des Internationalen Forums Mechatronik 2009. Linz, Österreich, 2009, S. 351-362
- /KÜN10/ Künne, B.; Wieczorek, D.: Research to Optimize the Embodiment Design of Modules and Components Used in Roller Conveyors. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics 2010. Hong Kong / Macau, China, 2010, S. 495-500
- /LAN07/ Langenohl, A.: Entwicklung eines Schädigungsmodells des Delaminationsprozesses von Polyurethanbandagen bei Schwerlastträdern. Dissertation, Universität Dortmund, 2007
- /MAR08/ Martin, H.; Römisch, P.; Weidlich, A.: Materialflusstechnik – Auswahl und Berechnung von Elementen und Baugruppen der Fördertechnik. 9. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2008
- /MAR09/ Martin, H.: Transport- und Lagerlogistik – Planung, Struktur, Steuerung und Kosten von Systemen der Intralogistik. 7. Auflage, Vieweg+Teubner-Verlag, Wiesbaden, 2009
- /MIE06/ Miebach, J.: Geleitwort. In: Arnold, D. (Hrsg.): Intralogistik – Potentiale, Perspektiven, Prognosen. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006
- /MOR55/ Morgenstern, O.: Note on the Formulation on the Theory of Logistics. In: Naval Research Logistics Quarterly Review, 1955, Nr. 2, Washington, S. 129-136
- /MYE09/ Myers, R. H.; Montgomery, D. C.; Anderson-Cook, C. M.: Response Surface Methodology – Process and Product Optimization Using Designed Experiments. 3. Edition, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2009
- /ORT/ Orth, A.; Wenzel, D.: Leitfaden - Modellgestützte Versuchsplanung und Optimierung. Hessisches Zentrum für Qualitätssicherung und Qualitätsmanagement HZQ, Fachhochschule Frankfurt am Main
- /PAH07/ Pahl, G.; Beitz, W.; Feldhusen, J.; Grote, K.-H.: Konstruktionslehre – Grundlagen erfolgreicher Produktentwicklung – Methoden und Anwendung. 7. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2007
- /PET91/ Petersen, H.: Grundlagen der statistischen Versuchsplanung. Ecomed Verlagsgesellschaft, Landsberg Lech, 1991
- /PIE02/ Piechatzek, E.: Einführung in den Eurocode 3. Vieweg+Teubner-Verlag, Braunschweig, 2002

- /QMW10/ N. N.: Qualitätsmanagement im Netz: Pareto-Diagramm. URL: <http://www.qm-wissen.de/wissen/qm-lexikon/pareto-diagramm.php>, eingesehen am 06.12.2010
- /RAB04/ Rabe, M.; Junge, M.; Schmuck, T.; Wenzel, S.: Verifikation und Validierung: Motivation, Aufgaben und Herausforderungen. In: Mertins, K.; Rabe, M. (Hrsg.): Experiences from the Future – New Methods and Applications in Simulation for Production and Logistics. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 2004
- /SEF97/ Scheffler, E.: Einführung in die Praxis der statistischen Versuchsplanung. 3. Auflage, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1997
- /SFB07/ Crostack, H.-A.; ten Hompel, M.: Vorwort. In: Crostack, H.-A.; ten Hompel, M. (Hrsg.): 2. Kolloquium des SFB-696: Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen - Logistics on Demand. Verlag Praxiswissen, Dortmund, 2007, S. 3-4
- /SFB09/ Künne, B.; Tillmann, W.; Crostack, H.-A.: Vorwort. In: Künne, B.; Tillmann, W.; Crostack, H.-A. (Hrsg.): 3. Kolloquium des SFB-696: Forderungsgerechte Auslegung von intralogistischen Systemen - Logistics on Demand. Verlag Praxiswissen, Dortmund, 2009, S. 3-4
- /SNE94/ Schnell, R.: Graphisch gestützte Datenanalyse. R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1994
- /STA02 / Stahel, W. A.: Statistische Datenanalyse – Eine Einführung für Naturwissenschaftler. 4. Auflage, Vieweg Verlag, Braunschweig Wiesbaden, 2002
- /TEN07/ ten Hompel, M.; Schmidt, T.; Nagel, L.: Materialflusssysteme – Förder- und Lagertechnik. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007
- /VDI70/ Richtlinie VDI 2411: Begriffe und Erläuterungen im Förderwesen. Beuth Verlag, Berlin, 1970
- /VDI00/ Richtlinie VDI 3633: Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen – Grundlagen. Beuth Verlag, Berlin, 2000
- /WEI99/ Weihs, C.; Jessenberger, J.: Statistische Methoden zur Qualitätssicherung und -optimierung in der Industrie. Wiley-VCH, Weinheim, 1999
- /WEI04/ Weiß, M.; Collisi-Böhmer, S.; Krauth, J.; Rose, O.; Wenzel, S.: Qualitätskriterien für Simulationsstudien – Wunsch oder Wirklichkeit? In: Mertins, K.; Rabe, M. (Hrsg.): Experiences from the Future – New Methods and Applications in Simulation for Production and Logistics. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 2004
- /WIE10a/ Wiczorek, D.: Statistische Versuchsplanung – Angewandt auf technische Systeme. In: Bandow, G.; Holzmüller, H. H. (Hrsg.): „Das ist gar kein Modell“ – Unterschiedliche Modelle und Modellierungen in Betriebswirtschaftslehre und Ingenieurwissenschaften. Gabler Verlag, Wiesbaden, 2010, S. 167-187
- /WIE10b/ Wiczorek, D.; Künne, B.: Contribution to the Development of Supplementary Guidelines of Embodiment Design for Roller Conveyors. In: Proceedings of the IFAC Management and Control of Production and Logistics 2010. Coimbra, Portugal, 2010

- /WIE10c/ Wieczorek, D.; Eggert, J.; Künne, B.: Empirisch ermittelte Prognosemodelle zur Auslegung von Stetigfördermodulen. In: Zülch, G.; Stock, P. (Hrsg.): Integrationsaspekte der Simulation: Technik, Organisation und Personal. KIT Scientific Publishing, Karlsruhe, 2010, S. 309-316
- /WIE10d/ Wieczorek, D.; Künne, B.: Consideration of Customer Requirements in the Design Engineering of Intralogistic Systems by Multicriterial Analysis. In: Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition 2010. Vancouver, British Columbia, Canada, 2010
- /WIR10/ N. N.: Wirtschaftslexikon24.net: Ursache-Wirkungs-Diagramm. URL: <http://www.wirtschaftslexikon24.net/d/ursache-wirkungs-diagramm/ursache-wirkungs-diagramm.htm>, eingesehen am 06.12.2010



## Abbildungsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| Abbildung 1: Transformationsprozesse in der Intralogistik, i. A. a. /JÜN00/ .....  | 3  |
| Abbildung 2: Abhängigkeiten der Strukturträger, i. A. a. /MAR08/ .....   | 3  |
| Abbildung 3: Zusammenhänge zwischen Transportaufgabe und Fördermittel, i. A. a.<br>/MAR08/ .....   | 4  |
| Abbildung 4: Systematik der Fördermittel für Stückgutförderung, i. A. a. /TEN07/ .....   | 5  |
| Abbildung 5: Materialflusstechnische Aufgaben von Stückgutförderern /ARN08/ .....  | 6  |
| Abbildung 6: Fließlinienstruktur a) und Netzwerkstruktur b) in Materialflusssystemen<br>/ARN09/ .....  | 7  |
| Abbildung 7: Volumenstrom und Durchsatz von Stetigförderern /TEN07/ .....  | 8  |
| Abbildung 8: Funktionsgruppen einer Rollenfördergeraden /EGWI/ .....   | 9  |
| Abbildung 9: Antriebssysteme beim Rollenförderer; von oben: Flachriemen, Keilriemen und<br>Kette /EGWI/ .....                                  | 10 |
| Abbildung 10: Rollenfördergerade (links), Rollenförderkurve (rechts) /INT10/ .....   | 11 |
| Abbildung 11: Einschleuser (links), Ausschleuser (rechts) /INT10/ .....  | 12 |
| Abbildung 12: Gurttransfer, in Rollenförderer integriert (links), Einbaumodul (rechts)<br>/INT10/ .....  | 12 |
| Abbildung 13: Abschieber (links), Hubstation (rechts) /INT10/ .....  | 13 |
| Abbildung 14: Rollenfördersystem bestehend aus Geraden, Kurven und Transferen /EGWI/   | 14 |
| Abbildung 15: Querschnitt eines Rollenförderprofils (links), Belastungsfall mit Querkraft-<br>und Biegemomentenverlauf (rechts) /KÜN08a/ ..... | 15 |
| Abbildung 16: Bodenvarianten bei Kleinladungsträgern /ENG11/ .....   | 17 |
| Abbildung 17: Bestandteile einer Tragrolle /KÜN08a/ .....  | 19 |
| Abbildung 18: Methodik von Festigkeitsnachweisen /GRO07/ .....   | 20 |
| Abbildung 19: Auflösung eines Rollenförderers in Baugruppen, Untergruppen und<br>Einzelteile, i. A. a. /BÖG09/ .....                           | 21 |
| Abbildung 20: Tragrollenreihe für Rollenfördergeraden, Stufensprung $\varphi$ , i. A. a. /BÖG09/ ..  | 22 |
| Abbildung 21: Fragestellung der statistischen Versuchsplanung /GEI08/ .....  | 25 |
| Abbildung 22: Versuchsplanungsstruktur, i. A. a. /WEI99/, /KLE08/ .....  | 26 |
| Abbildung 23: Demonstrator, bestehend aus zwei Fördergeraden und zwei 180°-Kurven<br>/EGWI/ .....  | 28 |
| Abbildung 24: Antriebssystem mit Flachriemen; Andrückrollen (links) /KÜN09a/,<br>Umlenkrolle (rechts) /EGWI/ .....                             | 29 |
| Abbildung 25: Visualisierung der angetriebenen Sektionen des Demonstrators /EGWI/ .....  | 29 |
| Abbildung 26: Komponenten einer Rollenfördergeraden /EGWI/ .....   | 30 |
| Abbildung 27: Anordnung der Tragrollen und Andrückrollen mit Umschlingungswinkel $\beta$<br>/EGWI/ .....                                       | 32 |
| Abbildung 28: Kräfteschaubild der Tragrolle; Andrückrolle in Förderrichtung vor der<br>Tragrolle /EGWI/ .....                                  | 32 |
| Abbildung 29: Kräfteschaubild der Tragrolle; Andrückrolle in Förderrichtung hinter der<br>Tragrolle /EGWI/ .....                               | 33 |
| Abbildung 30: Kraftmesstragrolle; (1) Achsaufnahme, (2) Gelenkkopfsensor, (3) Stift, (4)<br>Sensoraufnahme, (5) Leiste /KÜN10/, /WIE10d/ ..... | 35 |

Abbildung 31: Messfördergut; (1) Beschleunigungssensor, (2) Holzplatte, (3) Schaumstoffeinlage, (4) Messkarte, (5) Akku, (6) WLAN-Router, (7) Holzplatte /EGWI/ ..... 36

Abbildung 32: Schematische Darstellung der Messwertaufnahme (links) /KÜN09b/, Screenshot einer Messung (rechts) /EGWI/ ..... 36

Abbildung 33: Messstrecke mit Lichtschrankensendern, Messfördergut und Messrechner /EGWI/ ..... 37

Abbildung 34: Lichtleitersensor; Infrarot-Lichtquelle (links), digitales Display (rechts) /WIE10b/, /WIE10d/ ..... 38

Abbildung 35: Messwertaufnahme mit dem Lichtleitersensor und den Lichtschrankenempfängern /EGWI/ ..... 39

Abbildung 36: Messwertaufnahme mit der Kraftmesstragrolle /EGWI/ ..... 42

Abbildung 37: Messwertaufnahme mit dem Messfördergut /KÜN08b/ ..... 43

Abbildung 38: Demonstrator; (1) Antrieb, (4) Tragrolle, (8) Aufständering inklusive Profile (Gestell) /EGWI/ ..... 45

Abbildung 39: Antrieb (1) /EGWI/ ..... 45

Abbildung 40: Riemenscheibe (2) und Spannsatz (5) /EGWI/ ..... 45

Abbildung 41: Andrückrolle (6) und Flachriemen (3) /EGWI/ ..... 45

Abbildung 42: Umlenkrolle (7) /EGWI/ ..... 45

Abbildung 43: Gesamtfunktion des Rollenförderers /EGWI/ ..... 46

Abbildung 44: Funktionsstruktur der Rollenfördergeraden /EGWI/ ..... 47

Abbildung 45: Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Kraft“ ..... 49

Abbildung 46: Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 50

Abbildung 47: Ursache-Wirkungs-Diagramm der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 50

Abbildung 48: Vollständiger faktorieller Versuchsplan für 3 Faktoren /WIE10a/ ..... 53

Abbildung 49: Fraktioneller faktorieller Versuchsplan für 3 Faktoren /WIE10a/ ..... 54

Abbildung 50: Graphische Veranschaulichung der Methode der kleinsten Quadrate /HAR09/ ..... 60

Abbildung 51: Tukey-Anscombe Plots; erwünschtes Ergebnis (links), Heteroskedastizität (rechts) /KLE09/ ..... 63

Abbildung 52: Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“ ..... 63

Abbildung 53: Dichtefunktion der Normalverteilung mit  $\mu = 0$  und  $\sigma = 1$  ..... 64

Abbildung 54: Histogramm, überlagert mit einer an die Daten angepassten Kurve der Normalverteilung ..... 64

Abbildung 55: Box Plot mit Erläuterung der Quantile und Beobachtungen /STA02/, /JMP07a/ ..... 65

Abbildung 56: Normal Quantile Plots; schiefe Verteilung (links), langschwänzige Verteilung (Mitte), Ausreißer (rechts) /STA02/ ..... 65

Abbildung 57: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Kraft“ ..... 66

Abbildung 58: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; erwünschtes Ergebnis (links), Trend (rechts) /KLE09/ ..... 67

Abbildung 59: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“ ..... 68

Abbildung 60: Diagramm der Box-Cox-Transformation; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“ ..... 69

Abbildung 61: Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ . 70

Abbildung 62: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ ..... 71

Abbildung 63: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ ..... 71

Abbildung 64: Leverage Plot des linearen Modells der Zielgröße „Kraft transformiert“ ..... 72

Abbildung 65: Verdeutlichung der Freiheitsgrade  $DF$  und Quadratsummen  $SS / ORT /$  ..... 77

Abbildung 66: Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 78

Abbildung 67: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 79

Abbildung 68: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 79

Abbildung 69: Leverage Plot des linearen Modells der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 80

Abbildung 70: Pareto-Diagramm; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 81

Abbildung 71: Tukey-Anscombe Plot; lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ... 84

Abbildung 72: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 84

Abbildung 73: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; lineares Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 85

Abbildung 74:  $3^k$ -Plan für drei Faktoren /WIE10a/ ..... 87

Abbildung 75: Zentral zusammengesetzter Versuchsplan für drei Faktoren /WIE10a/ ..... 88

Abbildung 76: Box-Behnken-Plan für drei Faktoren ..... 89

Abbildung 77: Drehbarkeit bei einem zentral zusammengesetzten Versuchsplan..... 90

Abbildung 78: Rechenschema zur Ermittlung der Faktorstufenwerte  $\pm 1$  ..... 92

Abbildung 79: Tukey-Anscombe Plot; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 98

Abbildung 80: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 98

Abbildung 81: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 99

Abbildung 82: Leverage Plot des Modells der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 99

Abbildung 83: Tukey-Anscombe Plot; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 102

Abbildung 84: Histogramm, Box Plot, Normal Quantile Plot, Angaben zur Anpassungskurve und zu den Quantilen (von links); Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 102

Abbildung 85: Residuen, aufgetragen über die Versuchsreihenfolge; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 103

Abbildung 86: Leverage Plot des Modells der Zielgröße „Relativbewegung“ ..... 104

Abbildung 87: Vergleich der Modell- und Messwerte der Zielgröße „Erschütterung“ ..... 109

Abbildung 88: Vergleich der Modell- und Messwerte der Zielgröße „Relativbewegung“ .... 110

Abbildung 89: Eingabefenster des Desirability Profilers; Auswahl des Optimierungsziels.. 112

---

|  |     |
|--|-----|
| Abbildung 90: Eingabefenster des Desirability Profilers; manuelle Festlegung der Eingabewerte.....                 | 112 |
| Abbildung 91: Desirability-Funktionen; Maximierung, Minimierung und Zielwert (von links) .....                     | 112 |
| Abbildung 92: Desirability-Funktionen der Zielgrößen.....  | 113 |
| Abbildung 93: Desirability Plot des Optimierungsbeispiels 1 .....  | 114 |
| Abbildung 94: Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Erschütterung“ .....                             | 115 |
| Abbildung 95: Ergebnis der numerischen Optimierung der Zielgröße „Relativbewegung“..                               | 115 |
| Abbildung 96: Desirability Plot des Optimierungsbeispiels 2; separat für die Zielgröße „Kraft transformiert“ ..... | 116 |
| Abbildung 97: Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2; $f = 20$ Hz .....                             | 117 |
| Abbildung 98: Desirability Plot der Zielgröße „Relativbewegung“; OB 2; $f = 20$ Hz.....                            | 117 |
| Abbildung 99: Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2; $f = 20$ Hz .....                       | 118 |
| Abbildung 100: Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2; $t = 200$ mm.....                            | 119 |
| Abbildung 101: Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2; $t = 200$ mm...                        | 119 |
| Abbildung 102: Desirability Plot der Zielgröße „Kraft transformiert“; OB 2; $m = 24$ kg .....                      | 120 |
| Abbildung 103: Desirability Plot der Zielgröße „Erschütterung“; OB 2; $m = 24$ kg .....                            | 120 |
| Abbildung 104: Desirability Plot der Zielgröße „Relativbewegung“; OB 2; $m = 24$ kg .....                          | 121 |

## Tabellenverzeichnis

|  |     |
|--|-----|
| Tabelle 1: Hauptabmaße der KLT für Verbundstapelsysteme, i. A. a. /DIN00b/ .....                                     | 17  |
| Tabelle 2: Tragfähigkeiten für Universalförderrollen der Serie 1700 /INT07/ .....                                    | 20  |
| Tabelle 3: Tabellarische Zuordnung der Faktoren .....  | 51  |
| Tabelle 4: Stufenwerte der Faktoren .....  | 55  |
| Tabelle 5: Standardabweichungen, zu erkennende Effektgrößen und Anzahl der erf.<br>Einzelversuche .....              | 56  |
| Tabelle 6: Screening-Versuchsplan .....  | 58  |
| Tabelle 7: Mittelpunktversuch .....  | 58  |
| Tabelle 8: Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Kraft“ .....  | 61  |
| Tabelle 9: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße „Kraft“ .....                               | 67  |
| Tabelle 10: Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                                 | 70  |
| Tabelle 11: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                                    | 71  |
| Tabelle 12: „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                              | 72  |
| Tabelle 13: Varianzanalyse; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                                | 74  |
| Tabelle 14: Rechenschema der Varianzanalyse .....  | 74  |
| Tabelle 15: Lack of Fit; lineares Modell der Zielgröße „Kraft transformiert“ .....                                   | 75  |
| Tabelle 16: Rechenschema Lack of Fit .....   | 76  |
| Tabelle 17: Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Erschütterung“ .....                                       | 78  |
| Tabelle 18: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“<br>.....                   | 79  |
| Tabelle 19: „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....                                    | 80  |
| Tabelle 20: Varianzanalyse; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....                                      | 80  |
| Tabelle 21: Lack of Fit; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....   | 81  |
| Tabelle 22: „Summary of Fit“; lineares Modell der Zielgröße „Erschütterung“ nach<br>Verringerung der Parameter ..... | 82  |
| Tabelle 23: Lack of Fit; lineares Modell der Zielgr. „Erschütterung“ nach Verringerung der<br>Parameter .....        | 82  |
| Tabelle 24: Vergleich der Messergebnisse der Mittelpunktversuche mit dem Modellwert ...                              | 82  |
| Tabelle 25: Parameter Estimates Report für die Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                     | 83  |
| Tabelle 26: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; lineares Modell der Zielgröße<br>„Relativbewegung“ .....                 | 84  |
| Tabelle 27: Werte der kodierten Faktorstufen .....   | 91  |
| Tabelle 28: Werte der kodierten Faktorstufen in Abhängigkeit unterschiedlicher $\alpha_i$ -Werte ...                 | 92  |
| Tabelle 29: Gewählte Faktorstufenwerte .....   | 93  |
| Tabelle 30: Optimierungsversuchsplan .....   | 93  |
| Tabelle 31: Verlauf der schrittweisen Regression der Zielgröße „Erschütterung“ .....                                 | 95  |
| Tabelle 32: Current Estimates Report der Zielgröße „Erschütterung“ .....   | 97  |
| Tabelle 33: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....                               | 98  |
| Tabelle 34: „Summary of Fit“; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....   | 100 |
| Tabelle 35: Varianzanalyse; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....   | 100 |
| Tabelle 36: Lack of Fit; Modell der Zielgröße „Erschütterung“ .....  | 100 |
| Tabelle 37: Verlauf der schrittweisen Regression der Zielgröße „Relativbewegung“ .....                               | 101 |

---

|   |     |
|---|-----|
| Tabelle 38: Current Estimates Report der Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                    | 101 |
| Tabelle 39: Ausgabe des Shapiro-Wilk-Tests; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ ...                        | 103 |
| Tabelle 40: „Summary of Fit“; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                    | 104 |
| Tabelle 41: Varianzanalyse; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ .....                                      | 104 |
| Tabelle 42: Lack of Fit; Modell der Zielgröße „Relativbewegung“ .....   | 104 |
| Tabelle 43: Messergebnisse der Validierungsversuche des linearen Modells der Zielgr. „Kraft<br>transf.“ ..... | 107 |
| Tabelle 44: Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 1 .....                                      | 113 |
| Tabelle 45: Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 2 nach separater<br>Optimierung.....         | 116 |
| Tabelle 46: Optimale Faktorstufenwerte des Optimierungsbeispiels 2.....                                       | 121 |
| Tabelle 47: Screening-Versuche; 1. Realisierung .....   | 144 |
| Tabelle 48: Screening-Versuche; 2. Realisierung .....   | 145 |
| Tabelle 49: Screening-Versuche; 3. Realisierung .....   | 146 |
| Tabelle 50: Screening-Versuche; 4. Realisierung .....   | 147 |
| Tabelle 51: Optimierungsversuche; 1. Realisierung.....  | 148 |
| Tabelle 52: Optimierungsversuche; 2. Realisierung.....  | 148 |
| Tabelle 53: Optimierungsversuche; 3. Realisierung.....  | 149 |
| Tabelle 54: Validierungsversuche; Zielgröße „Erschütterung“ .....   | 150 |
| Tabelle 55: Validierungsversuche; Zielgröße „Relativbewegung“ .....   | 151 |

## Abkürzungen und Formelzeichen

### Verwendete Abkürzungen

| Abkürzung    | Bedeutung   |
|--------------|---|
| AD-Wandler   | Analog-Digital-Wandler  |
| CeMAT        | Messe zum Thema Intralogistik   |
| Const        | Konstante   |
| DIN          | Deutsches Institut für Normung  |
| DMS          | Dehnungsmessstreifen  |
| E            | Error; Fehler   |
| el           | elektrisch  |
| $f$ -Test    | eine Gruppe von Hypothesentests in der mathematischen Statistik bei denen die Teststatistik unter der Nullhypothese der $f$ -Verteilung folgt |
| i. A. a.     | in Anlehnung an   |
| kin          | kinetisch   |
| KLT          | Kleinladungsträger  |
| LoF          | Lack of Fit; nicht erfasste systematische Anteile   |
| mech         | mechanisch  |
| Nr           | Nummer  |
| OB           | Optimierungsbeispiel  |
| PE           | Pure Error; Reiner Fehler   |
| R            | Regression Model; Regressionsmodell   |
| T            | total, total  |
| Tot          | Ausgangs-   |
| transf.      | transformiert   |
| TUL-Prozesse | Transport-, Umschlag- und Lagerprozesse   |
| $t$ -Test    | eine Gruppe von Hypothesentests in der mathematischen Statistik mit $t$ -verteilter Testprüfgröße   |
| VDI          | Verein deutscher Ingenieure   |
| VDMA         | Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau   |
| WLAN         | Wireless Local Area Network   |
| Zielgr.      | Zielgröße   |

### Verwendete Formelzeichen

| Zeichen | Einheit        | Bedeutung  |
|---------|----------------|--|
| $A$     | mm             | Aufstellfläche des Förderguts  |
| $a$     | g              | Beschleunigung, die das Messfördergut beim Auffahren auf eine Tragrolle erfährt                          |
| $A$     | m <sup>2</sup> | Querschnittsfläche des Schüttgutes auf dem Stetigförderer  |
| $a_i$   |                | eine vom Stichprobenumfang abhängige Konstante zur Berechnung des Quotienten $W$ des Shapiro-Wilk-Testes |
| $b$     |                | Bodengestaltung des KLT  |
| $B$     | mm             | Breite eines Kleinladungsträgers   |

|                         |     |  |
|-------------------------|-----|--|
| $b_1$                   |     | Schätzung des Achsenabschnitts $\beta_1$ eines Regressionsmodells                          |
| $b_2$                   |     | Schätzung des Regressionskoeffizienten $\beta_2$   |
| $C_p$                   |     | Kennwert zur Beurteilung unterschiedlicher Regressionsmodelle                              |
| $D$                     |     | Desirability   |
| $d$                     | mm  | Durchmesser einer Tragrolle  |
| $D$                     | 1/s | Durchsatz  |
| $DF_{\text{Const}}$     |     | Freiheitsgrad zur Berechnung der Streuung der Messwerte                                    |
| $DF_E$                  |     | Freiheitsgrad der Fehler   |
| $DF_{\text{LoF}}$       |     | Freiheitsgrad des Lack of Fit  |
| $DF_{\text{PE}}$        |     | Freiheitsgrad des Reinen Fehlers   |
| $DF_R$                  |     | Freiheitsgrad des Modells  |
| $DF_T$                  |     | totaler Freiheitsgrad  |
| $DF_{\text{Tot}}$       |     | Ausgangs-Freiheitsgrad, Anzahl der Beobachtungen   |
| $E_{\text{el}}$         | J   | elektrische Energie  |
| $E_{\text{kin}}$        | J   | kinetische Energie   |
| $E_{\text{mech}}$       | J   | mechanische Energie  |
| $e_{\text{St}}$         | m   | gemittelter Stückgutabstand  |
| $f$                     | Hz  | Frequenz   |
| $F_G$                   | N   | Gewichtskraft des Förderguts   |
| $F_{\text{GF}}$         | N   | Gewichtskraft des Förderbehälters  |
| $F_{\text{GR}}$         | N   | Gewichtskraft der Tragrolle  |
| $F_{\text{lager, A}}$   | N   | Lagerkraft der Andrückrolle  |
| $F_{\text{lager, U}}$   | N   | Lagerkraft der Umlenkrolle   |
| $F_N$                   | N   | Vorspannkraft auf den Flachriemen  |
| $F_r$                   | N   | Radialkraft  |
| $F_R$                   | N   | Reibkraft, die am Tragrollenmantel durch den Förderbehälter angreift                       |
| $F_{R, \text{Riemen}}$  | N   | Reibkraft zwischen Flachriemen und Tragrollenmantel  |
| $F_{R, \text{Scheibe}}$ | N   | Reibkraft zwischen Riemenscheibe und Flachriemen   |
| $f_s$                   | Hz  | Abtastrate   |
| $F_t$                   | N   | Tangentialkraft  |
| $f$ -Wert               |     | Testprüfgröße des $f$ -Tests   |
| $F_{\text{WR}}$         | N   | Gesamtwiderstand, Reibungswiderstand   |
| $F_x$                   | N   | Auflagerkräfte entlang der Tragrollenachse   |
| $F_y$                   | N   | Auflagerkräfte parallel zur Förderrichtung   |
| $F_{ya}$                | N   | Kraft, gemessen am äußeren Achsende der Messtragrolle in Förder-<br>richtung               |
| $F_{yi}$                | N   | Kraft, gemessen am inneren Achsende der Messtragrolle in Förder-<br>richtung               |
| $F_z$                   | N   | Auflagerkräfte parallel zur Fallbeschleunigung   |
| $F_{za}$                | N   | Kraft, gemessen am äußeren Achsende der Messtragrolle in Richtung<br>der Erdbeschleunigung |
| $F_{zi}$                | N   | Kraft, gemessen am inneren Achsende der Messtragrolle in Richtung<br>der Erdbeschleunigung |



|                |                  |   |
|----------------|------------------|---|
| $g$            |                  | Anzahl der Parameter, die zur Beschreibung des Modells benötigt werden                              |
| $g$            | m/s <sup>2</sup> | Fallbeschleunigung  |
| $g(x)$         |                  | Dichte (-funktion)  |
| $H$            | mm               | Höhe eines Kleinladungsträgers  |
| $i$            |                  | aktueller Versuch   |
| $j$            |                  | aktueller Faktor  |
| $j$            |                  | aktueller Versuch   |
| $k$            |                  | Anzahl der Faktoren   |
| $K$            |                  | Anzahl beteiligter Faktoren   |
| $k$            |                  | weiterer Faktor, wobei $k \neq j$   |
| $l$            |                  | Horizontalprojektion der Förderlänge  |
| $L$            | mm               | Länge eines Kleinladungsträgers   |
| $l$            | mm               | Nennlänge einer Tragrolle   |
| $l_a$          | m                | Abstand der Einzelstücke im Förderstrom   |
| $m$            |                  | Anzahl der Faktorstufenkombinationen  |
| $m$            | kg               | Beladung eines Förderbehälters bzw. Fördergewicht pro Behälter                                      |
| $m$            | kg               | Masse eines zu fördernden Einzelstückes; Stückgewicht   |
| $M_{by}$       |                  | Biegemomentenverlauf im Profil  |
| $m_{IF}$       | kg/m             | die auf die Längeneinheit bezogene Eigenlast der Bauteile des Förderers, die Reibungskräfte erzeugt |
| $m_{IG}$       | kg/m             | die auf die Längeneinheit bezogene Gutlast  |
| $\dot{M}$      | kg/s             | Massenstrom   |
| $\dot{m}$      | kg/s             | Massenstrom   |
| $MS$           |                  | Mean of Squares, Varianz, Mittlere Quadrate, Mittlere Quadratsummen                                 |
| $MS_E$         |                  | Mittlere Quadratsumme der Fehler  |
| $MS_{LoF}$     |                  | Mittlere Quadratsumme des Lack of Fit   |
| $MS_{PE}$      |                  | Mittlere Quadratsumme des Reinen Fehlers  |
| $MS_R$         |                  | Mittlere Quadratsumme des Regressionsmodells  |
| $\dot{m}_{St}$ | Stück/s          | Stückstrom  |
| $M_T$          | Nm               | Torsionsmoment  |
| $n$            |                  | Anzahl der Beschleunigungen, die das Messfördergut auf der Messstrecke erfährt                      |
| $N$            |                  | Anzahl der Einzelversuche   |
| $n$            |                  | Anzahl der Messwerte bzw. Realisierungen  |
| $N$            |                  | Gesamtzahl der Einzelversuche   |
| $n$            |                  | Stichprobenumfang, Versuchsanzahl   |
| $n_0$          |                  | Anzahl der Einzelversuche im Zentrum eines zentral zusammengesetzten Versuchsplanes                 |
| $n_d$          |                  | Anzahl der Datenpunkte einer Messung mit dem Lichtleitersensor                                      |
| $n_{FG}$       |                  | Anzahl der Freiheitsgrade eines Parameters bei der schrittweisen Regression                         |
| $N_S$          |                  | Anzahl der Einzelversuche im Stern eines zentral zusammengesetzten Versuchsplanes                   |
| $n_s$          |                  | Anzahl der Signale des Lichtleitersensors   |

|             |    |   |
|-------------|----|---|
| $N_W$       |    | Anzahl der Einzelversuche im Würfel eines zentral zusammengesetzten Versuchsplanes  |
| $N_{W+S}$   |    | Anzahl der Einzelversuche im Würfel und Stern eines zentral zusammengesetzten Versuchsplanes  |
| $p$         |    | Anzahl der Faktoren, die im Versuchsplan anstelle von höheren Faktor-Interaktionen untersucht werden                                |
| $p$         |    | Anzahl der im Modell enthaltenen Parameter, einschließlich des Achsenabschnittes  |
| $P_A$       | W  | Anlaufleistung  |
| $P_B$       | W  | Beschleunigungsleistung   |
| $P_N$       | W  | Nennleistung  |
| $PS_E$      |    | simultaner Standard-Fehler  |
| $P_V$       | W  | Volllastbeharrungsleistung  |
| $p$ (-Wert) |    | Signifikanzwert, Kennzahl zur Auswertung statistischer Tests  |
| $Q$         |    | Quelle  |
| $r$         |    | Anzahl der Wiederholungen eines Versuches   |
| $r$         | mm | Radius eines Tragrollenmantels  |
| $r^2$       |    | Bestimmtheitsmaß  |
| $r^2_{adj}$ |    | korrigiertes Bestimmtheitsmaß   |
| $r_j$       |    | Anzahl der Wiederholungen beim $j$ -ten Versuch   |
| $RMS_E$     |    | Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung der Residuen  |
| $S$         |    | Senke   |
| $S^2$       |    | Summe der Abweichungsquadrate in der Methode der kleinsten Quadrate   |
| $s^2$       |    | Varianz   |
| $s_L$       | s  | Zeitspanne, die zwischen der Auslösung der beiden Lichtschrankengeempfänger an der Messstrecke liegt                                |
| $SQ$        |    | Reduktion in der Quadratsumme der Residuen, die durch die Hinzunahme eines Parameters bei der schrittweisen Regression bewirkt wird |
| $SS_E$      |    | Quadratsumme der Residuen   |
| $SS_{E p}$  |    | Quadratsumme der Residuen eines Modells mit $p$ Parametern  |
| $SS_{LoF}$  |    | Quadratsumme von nicht erfassten systematischen Anteilen, Quadratsumme des Lack of Fit  |
| $SS_{PE}$   |    | Quadratsumme von rein zufälligen Anteilen, Quadratsumme des Reinen Fehlers  |
| $SS_R$      |    | Quadratsumme der Abweichung zwischen den Modellschätzern und dem Mittelwert   |
| $SS_T$      |    | Quadratsumme der Abweichung zwischen den Messwerten und dem Mittelwert  |
| $s_t$       | m  | durch Reibung zurückgelegte Strecke in tangentialer Richtung  |
| $s_U$       | m  | durch Reibung zurückgelegte Strecke in Umfangsrichtung  |
| $T$         |    | Quotient aus $MS_{LoF}$ und $MS_{PE}$   |
| $T$         |    | Quotient aus $MS_R$ und $MS_E$  |
| $t$         | mm | Tragrollenteilung   |
| $t$ -Wert   |    | Testprüfgröße des $t$ -Tests  |

|               |                   |   |
|---------------|-------------------|---|
| $v$           | m/s               | Anlagengeschwindigkeit  |
| $v$           |                   | Umfangsgeschwindigkeit der Tragrolle  |
| $V$           |                   | Vorgang   |
| $v_{A, t=75}$ | m/s               | Anlagengeschwindigkeit bei der Teilung $t = 75$ mm  |
| $v_F$         | m/s               | Fördergeschwindigkeit   |
| $v_{F, t=i}$  | m/s               | Geschwindigkeit des Förderguts bei der Anlagengeschwindigkeit des jeweiligen Faktorstufenwertes     |
| $\dot{V}$     | m <sup>3</sup> /s | Volumenstrom, Stromstärke   |
| $W$           |                   | Quotient des Shapiro-Wilk-Testes  |
| $x$           |                   | Beobachtung im Shapiro-Wilk-Test  |
| $x$           |                   | Faktor  |
| $x_{ij}$      |                   | kodiertes Niveau des $j$ -ten Faktors im $i$ -ten Versuch   |
| $\bar{x}$     |                   | arithmetischer Mittelwert   |
| $y$           |                   | gemessene Zielgröße   |
| $\bar{y}$     |                   | durch das Regressionsmodell gelieferter Wert, Schätzung der Zielgröße $y$                           |
| $y_E$         | g                 | Zielgröße "Erschütterung"   |
| $y_F$         | N                 | gemessene Zielgröße "Kraft"   |
| $y_F$         | N                 | Zielgröße "Kraft"   |
| $y_{F,t}$     | N                 | Zielgröße "Kraft transformiert", berechnet aus $y_F$  |
| $y_i$         |                   | Ergebnis der Zielgröße beim $i$ -ten Versuch  |
| $\dot{y}$     |                   | geometrisches Mittel  |
| $\bar{y}$     |                   | arithmetischer Mittelwert   |
| $y_R$         | (m/s)/(m/s)       | Zielgröße "Relativbewegung"   |
| $Y^\lambda$   |                   | Transformationsgleichung der Box-Cox-Transformation in der Statistiksoftware JMP                    |
| $\alpha$      |                   | normierter Wert der Faktorstufe des Sterns eines zentral zusammengesetzten Versuchsplans            |
| $\alpha_0$    |                   | Berechnungsfaktor des Faktorstufenwertes des Sternpunktes unter Berücksichtigung der Orthogonalität |
| $\alpha_d$    |                   | Berechnungsfaktor des Faktorstufenwertes des Sternpunktes unter Berücksichtigung der Drehbarkeit    |
| $\alpha_i$    |                   | aktuell gewählte Berechnungsfaktor des Faktorstufenwertes des Sternpunktes                          |
| $\beta$       | °                 | Umschlingungswinkel   |
| $\beta$       | Bogenmaß          | Umschlingungswinkel   |
| $\beta_1$     |                   | Achsenabschnitt eines Regressionsmodells  |
| $\beta_2$     |                   | Regressionskoeffizient  |
| $\beta_{j,j}$ |                   | Regressionskoeffizient des quadrierten $j$ -ten Faktors   |
| $\beta_{j,k}$ |                   | Regressionskoeffizient der Interaktion zwischen Faktor $j$ und Faktor $k$                           |
| $\beta_{j+1}$ |                   | Regressionskoeffizient des $j$ -ten Faktors   |
| $\Delta l$    | m                 | Längenänderung des Flachriemens   |
| $\Delta s$    | s                 | Zeitdifferenz der Impulse bei der Messung mit dem Messfördergut                                     |
| $\Delta s_F$  | s                 | Zeitdifferenz, die das Fördergut benötigt, um von einer Tragrolle auf die nächste aufzufahren       |

|                    |                   |   |
|--------------------|-------------------|---|
| $\Delta\mu$        |                   | technologisch relevanter und mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erkennender Effekt |
| $\varepsilon_i$    |                   | zufälliger Fehler beim $i$ -ten Versuch   |
| $\lambda$          |                   | Exponent des Versuchsergebnisses bei der Box-Cox-Transformation                 |
| $\mu$              |                   | Mittelwert  |
| $\mu_G$            |                   | Gleitreibbeiwert  |
| $\mu_{\text{ges}}$ |                   | Gesamtreibungszahl  |
| $\rho$             | kg/m <sup>3</sup> | Dichte  |
| $\sigma$           |                   | Standardabweichung  |
| $\sigma^2$         |                   | Fehlervarianz   |
| $\varphi$          | °                 | Drehwinkel  |
| $\varphi$          |                   | Stufensprung  |
| $\omega$           | rad/s             | Winkelgeschwindigkeit   |

## Anhang

### Ergebnisse der Screening-Versuche, durchgeführt in vier Realisierungen

Tabelle 47: Screening-Versuche; 1. Realisierung

| Nr | Teilung | Gewicht | Boden   | Frequenz | Kraft  | Kraft transf. | Erschütterung | Relativbewegung |
|----|---------|---------|---------|----------|--------|---------------|---------------|-----------------|
| 01 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 362,67 | 424,34        | 2,87          | 0,996223        |
| 02 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 148,72 | 243,28        | 0,99          | 0,997668        |
| 03 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 146,11 | 240,58        | 1,72          | 0,996897        |
| 04 | 200     | 45      | flach   | 20       | 301,99 | 378,86        | 0,59          | 0,992869        |
| 05 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 374,80 | 433,05        | 0,98          | 0,996127        |
| 06 | 200     | 15      | flach   | 70       | 117,11 | 209,09        | 2,71          | 0,997909        |
| 07 | 200     | 15      | flach   | 20       | 140,37 | 234,56        | 0,79          | 0,999601        |
| 08 | 200     | 45      | flach   | 70       | 298,50 | 376,14        | 2,75          | 0,995550        |
| 09 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 96,67  | 184,98        | 1,06          | 0,999407        |
| 10 | 100     | 15      | flach   | 70       | 61,92  | 138,60        | 2,25          | 0,996560        |
| 11 | 100     | 45      | flach   | 20       | 148,00 | 242,53        | 0,73          | 0,995839        |
| 12 | 100     | 45      | flach   | 70       | 161,34 | 256,10        | 3,02          | 0,995550        |
| 13 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 182,82 | 277,04        | 2,90          | 0,996897        |
| 14 | 100     | 45      | flach   | 20       | 185,76 | 279,83        | 0,80          | 0,992869        |
| 15 | 100     | 15      | flach   | 70       | 68,13  | 147,53        | 2,10          | 0,997234        |
| 16 | 100     | 15      | flach   | 20       | 71,76  | 152,61        | 0,66          | 1,001346        |
| 17 | 100     | 45      | flach   | 70       | 143,78 | 238,14        | 2,92          | 0,995550        |
| 18 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 100,12 | 189,18        | 0,60          | 0,999310        |
| 19 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 88,00  | 174,14        | 1,75          | 0,998247        |
| 20 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 198,32 | 291,54        | 1,39          | 0,999407        |
| 21 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 196,97 | 290,29        | 1,63          | 0,998344        |
| 22 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 87,36  | 173,32        | 1,80          | 0,999939        |
| 23 | 100     | 15      | flach   | 20       | 83,50  | 168,34        | 0,56          | 0,999988        |
| 24 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 203,30 | 296,10        | 3,03          | 0,998585        |
| 25 | 200     | 15      | flach   | 20       | 120,40 | 212,81        | 0,96          | 0,999504        |
| 26 | 200     | 15      | flach   | 70       | 110,99 | 202,05        | 2,67          | 1,000278        |
| 27 | 200     | 45      | flach   | 20       | 309,71 | 384,84        | 0,69          | 0,997186        |
| 28 | 200     | 45      | flach   | 70       | 289,52 | 369,08        | 3,09          | 0,999600        |
| 29 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 368,54 | 428,57        | 2,87          | 1,000618        |
| 30 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 404,01 | 453,58        | 0,96          | 0,999504        |
| 31 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 137,22 | 231,21        | 1,33          | 1,001637        |
| 32 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 145,09 | 239,51        | 0,56          | 0,999988        |

**Tabelle 48:** Screening-Versuche; 2. Realisierung

| Nr | Teilung | Gewicht | Boden   | Frequenz | Kraft  | Kraft<br>transf. | Erschütterung | Relativ-<br>bewegung |
|----|---------|---------|---------|----------|--------|------------------|---------------|----------------------|
| 01 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 356,99 | 420,22           | 2,79          | 0,995887             |
| 02 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 149,37 | 243,96           | 0,94          | 0,997861             |
| 03 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 145,04 | 239,47           | 1,46          | 0,997234             |
| 04 | 200     | 45      | flach   | 20       | 297,99 | 375,75           | 0,54          | 0,993156             |
| 05 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 382,78 | 438,72           | 0,91          | 0,996897             |
| 06 | 200     | 15      | flach   | 70       | 107,67 | 198,18           | 2,56          | 0,998247             |
| 07 | 200     | 15      | flach   | 20       | 129,25 | 222,61           | 0,82          | 0,999020             |
| 08 | 200     | 45      | flach   | 70       | 276,57 | 358,74           | 2,70          | 0,995887             |
| 09 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 111,56 | 202,72           | 1,07          | 0,999310             |
| 10 | 100     | 15      | flach   | 70       | 55,35  | 128,76           | 2,29          | 0,997571             |
| 11 | 100     | 45      | flach   | 20       | 172,81 | 267,41           | 1,14          | 0,992965             |
| 12 | 100     | 45      | flach   | 70       | 135,98 | 229,89           | 2,93          | 0,995887             |
| 13 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 179,06 | 273,45           | 2,87          | 0,996897             |
| 14 | 100     | 45      | flach   | 20       | 185,32 | 279,41           | 1,03          | 0,993060             |
| 15 | 100     | 15      | flach   | 70       | 74,30  | 156,09           | 2,53          | 0,997909             |
| 16 | 100     | 15      | flach   | 20       | 74,92  | 156,94           | 0,57          | 0,999117             |
| 17 | 100     | 45      | flach   | 70       | 168,69 | 263,38           | 3,00          | 0,996223             |
| 18 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 102,19 | 191,67           | 0,61          | 1,000182             |
| 19 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 81,58  | 165,83           | 1,80          | 0,998585             |
| 20 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 210,68 | 302,78           | 1,66          | 0,996897             |
| 21 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 232,33 | 321,85           | 1,54          | 0,996801             |
| 22 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 81,74  | 166,05           | 1,84          | 0,999600             |
| 23 | 100     | 15      | flach   | 20       | 81,04  | 165,12           | 0,57          | 0,998923             |
| 24 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 223,36 | 314,04           | 3,00          | 0,999939             |
| 25 | 200     | 15      | flach   | 20       | 128,67 | 221,98           | 0,83          | 0,999504             |
| 26 | 200     | 15      | flach   | 70       | 110,06 | 200,98           | 2,75          | 1,000278             |
| 27 | 200     | 45      | flach   | 20       | 305,65 | 381,70           | 0,58          | 0,993538             |
| 28 | 200     | 45      | flach   | 70       | 305,52 | 381,60           | 2,65          | 0,998585             |
| 29 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 396,97 | 448,69           | 2,74          | 1,000278             |
| 30 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 358,23 | 421,12           | 1,28          | 0,999117             |
| 31 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 145,26 | 239,69           | 1,26          | 1,001637             |
| 32 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 148,48 | 243,03           | 0,65          | 0,999407             |

**Tabelle 49:** Screening-Versuche; 3. Realisierung

| Nr | Teilung | Gewicht | Boden   | Frequenz | Kraft  | Kraft<br>transf. | Erschütterung | Relativ-<br>bewegung |
|----|---------|---------|---------|----------|--------|------------------|---------------|----------------------|
| 01 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 374,94 | 433,15           | 2,84          | 0,996560             |
| 02 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 148,35 | 242,90           | 0,95          | 0,999310             |
| 03 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 140,63 | 234,84           | 1,44          | 0,997909             |
| 04 | 200     | 45      | flach   | 20       | 297,28 | 375,19           | 0,51          | 0,991343             |
| 05 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 362,52 | 424,23           | 0,99          | 0,996512             |
| 06 | 200     | 15      | flach   | 70       | 115,49 | 207,24           | 2,87          | 0,998585             |
| 07 | 200     | 15      | flach   | 20       | 130,69 | 224,18           | 0,81          | 0,999117             |
| 08 | 200     | 45      | flach   | 70       | 303,21 | 379,81           | 2,88          | 0,996223             |
| 09 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 95,26  | 183,24           | 1,09          | 0,999504             |
| 10 | 100     | 15      | flach   | 70       | 61,67  | 138,24           | 2,23          | 0,997909             |
| 11 | 100     | 45      | flach   | 20       | 165,35 | 260,09           | 1,07          | 0,993252             |
| 12 | 100     | 45      | flach   | 70       | 161,62 | 256,38           | 2,64          | 0,995887             |
| 13 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 216,58 | 308,06           | 2,96          | 0,997571             |
| 14 | 100     | 45      | flach   | 20       | 178,55 | 272,96           | 0,91          | 0,994017             |
| 15 | 100     | 15      | flach   | 70       | 72,56  | 153,72           | 2,08          | 0,997571             |
| 16 | 100     | 15      | flach   | 20       | 69,49  | 149,45           | 0,60          | 0,999310             |
| 17 | 100     | 45      | flach   | 70       | 168,34 | 263,04           | 2,96          | 0,996223             |
| 18 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 117,26 | 209,26           | 0,69          | 0,999407             |
| 19 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 97,96  | 186,55           | 1,69          | 0,999261             |
| 20 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 198,65 | 291,85           | 1,67          | 0,996705             |
| 21 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 226,65 | 316,92           | 1,65          | 0,996801             |
| 22 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 105,23 | 195,30           | 1,66          | 0,999261             |
| 23 | 100     | 15      | flach   | 20       | 83,07  | 167,78           | 0,57          | 0,998537             |
| 24 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 191,89 | 285,59           | 3,00          | 0,999261             |
| 25 | 200     | 15      | flach   | 20       | 138,13 | 232,19           | 0,83          | 0,999601             |
| 26 | 200     | 15      | flach   | 70       | 120,00 | 212,36           | 3,01          | 1,001297             |
| 27 | 200     | 45      | flach   | 20       | 309,00 | 384,29           | 0,63          | 0,992869             |
| 28 | 200     | 45      | flach   | 70       | 305,27 | 381,41           | 2,87          | 0,999939             |
| 29 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 365,04 | 426,04           | 2,74          | 0,999261             |
| 30 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 383,19 | 439,01           | 1,43          | 0,998537             |
| 31 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 137,48 | 231,49           | 1,66          | 1,000957             |
| 32 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 146,13 | 240,60           | 0,70          | 1,000376             |

**Tabelle 50:** Screening-Versuche; 4. Realisierung

| Nr | Teilung | Gewicht | Boden   | Frequenz | Kraft  | Kraft<br>transf. | Erschütterung | Relativ-<br>bewegung |
|----|---------|---------|---------|----------|--------|------------------|---------------|----------------------|
| 01 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 394,53 | 446,98           | 2,88          | 0,996223             |
| 02 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 149,36 | 243,94           | 1,06          | 0,999020             |
| 03 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 130,78 | 224,28           | 1,63          | 0,998585             |
| 04 | 200     | 45      | flach   | 20       | 302,00 | 378,87           | 0,63          | 0,992583             |
| 05 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 357,93 | 420,90           | 0,97          | 0,997572             |
| 06 | 200     | 15      | flach   | 70       | 118,13 | 210,24           | 2,97          | 0,998247             |
| 07 | 200     | 15      | flach   | 20       | 134,56 | 228,37           | 0,75          | 0,999020             |
| 08 | 200     | 45      | flach   | 70       | 283,99 | 364,69           | 2,75          | 0,995887             |
| 09 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 103,01 | 192,66           | 1,09          | 1,001152             |
| 10 | 100     | 15      | flach   | 70       | 62,40  | 139,31           | 2,25          | 0,996897             |
| 11 | 100     | 45      | flach   | 20       | 167,31 | 262,03           | 0,82          | 0,993634             |
| 12 | 100     | 45      | flach   | 70       | 183,78 | 277,95           | 3,05          | 0,996223             |
| 13 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 209,11 | 301,37           | 2,96          | 0,997571             |
| 14 | 100     | 45      | flach   | 20       | 161,13 | 255,89           | 0,78          | 0,993538             |
| 15 | 100     | 15      | flach   | 70       | 66,37  | 145,04           | 2,55          | 0,998247             |
| 16 | 100     | 15      | flach   | 20       | 69,87  | 149,98           | 0,62          | 0,999407             |
| 17 | 100     | 45      | flach   | 70       | 160,37 | 255,13           | 3,00          | 0,995887             |
| 18 | 100     | 15      | gerippt | 20       | 107,20 | 197,63           | 0,57          | 0,999407             |
| 19 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 108,96 | 199,69           | 1,92          | 0,998923             |
| 20 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 200,14 | 293,22           | 1,71          | 0,996801             |
| 21 | 100     | 45      | gerippt | 20       | 210,86 | 302,94           | 1,72          | 0,996705             |
| 22 | 100     | 15      | gerippt | 70       | 78,92  | 162,31           | 1,75          | 0,999600             |
| 23 | 100     | 15      | flach   | 20       | 79,68  | 163,32           | 0,56          | 0,998247             |
| 24 | 100     | 45      | gerippt | 70       | 184,18 | 278,33           | 2,95          | 0,999261             |
| 25 | 200     | 15      | flach   | 20       | 137,13 | 231,12           | 0,85          | 0,999601             |
| 26 | 200     | 15      | flach   | 70       | 111,50 | 202,65           | 2,93          | 1,000957             |
| 27 | 200     | 45      | flach   | 20       | 312,89 | 387,29           | 0,54          | 0,993730             |
| 28 | 200     | 45      | flach   | 70       | 302,73 | 379,44           | 2,80          | 0,998923             |
| 29 | 200     | 45      | gerippt | 70       | 361,36 | 423,39           | 2,93          | 0,998923             |
| 30 | 200     | 45      | gerippt | 20       | 388,80 | 442,96           | 1,37          | 0,997958             |
| 31 | 200     | 15      | gerippt | 70       | 145,05 | 239,47           | 1,25          | 1,001297             |
| 32 | 200     | 15      | gerippt | 20       | 149,03 | 243,61           | 0,59          | 1,000570             |



## Ergebnisse der Optimierungsversuche, durchgeführt in drei Realisierungen

**Tabelle 51:** Optimierungsversuche; 1. Realisierung

| Nr | Muster        | Teilung | Gewicht | Frequenz | Erschütterung | Relativbewegung |
|----|---------------|---------|---------|----------|---------------|-----------------|
| 01 | $-\alpha/0/0$ | 75      | 30      | 45       | 1,97          | 0,947190        |
| 02 | $-1/+1/-1$    | 100     | 40      | 28,5     | 1,64          | 0,950824        |
| 03 | $-1/+1/+1$    | 100     | 40      | 61,5     | 2,44          | 0,949456        |
| 04 | $-1/-1/-1$    | 100     | 20      | 28,5     | 1,56          | 0,950476        |
| 05 | $-1/-1/+1$    | 100     | 20      | 61,5     | 2,34          | 0,949336        |
| 06 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,75          | 0,947018        |
| 07 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,66          | 0,947241        |
| 08 | $0/+\alpha/0$ | 150     | 45      | 45       | 2,05          | 0,946948        |
| 09 | $0/0/-\alpha$ | 150     | 30      | 20       | 1,39          | 0,946456        |
| 10 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,78          | 0,947263        |
| 11 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,68          | 0,947111        |
| 12 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,77          | 0,947684        |
| 13 | $0/-\alpha/0$ | 150     | 15      | 45       | 1,98          | 0,948474        |
| 14 | $0/0/+\alpha$ | 150     | 30      | 70       | 2,63          | 0,946653        |
| 15 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,80          | 0,946915        |
| 16 | $+1/+1/+1$    | 200     | 40      | 61,5     | 3,25          | 0,948173        |
| 17 | $+1/-1/+1$    | 200     | 20      | 61,5     | 2,90          | 0,950921        |
| 18 | $+1/-1/-1$    | 200     | 20      | 28,5     | 1,86          | 0,951863        |
| 19 | $+1/+1/-1$    | 200     | 40      | 28,5     | 1,88          | 0,950530        |
| 20 | $+\alpha/0/0$ | 200     | 30      | 45       | 2,38          | 0,948960        |

**Tabelle 52:** Optimierungsversuche; 2. Realisierung

| Nr | Muster        | Teilung | Gewicht | Frequenz | Erschütterung | Relativbewegung |
|----|---------------|---------|---------|----------|---------------|-----------------|
| 01 | $-\alpha/0/0$ | 75      | 30      | 45       | 2,04          | 0,946623        |
| 02 | $-1/+1/-1$    | 100     | 40      | 28,5     | 1,62          | 0,950605        |
| 03 | $-1/+1/+1$    | 100     | 40      | 61,5     | 2,46          | 0,949066        |
| 04 | $-1/-1/-1$    | 100     | 20      | 28,5     | 1,60          | 0,951414        |
| 05 | $-1/-1/+1$    | 100     | 20      | 61,5     | 2,28          | 0,949992        |
| 06 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,59          | 0,947154        |
| 07 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,74          | 0,946864        |
| 08 | $0/+\alpha/0$ | 150     | 45      | 45       | 2,01          | 0,946343        |
| 09 | $0/0/-\alpha$ | 150     | 30      | 20       | 1,37          | 0,946812        |
| 10 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,74          | 0,947778        |
| 11 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,76          | 0,947072        |
| 12 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,66          | 0,947643        |
| 13 | $0/-\alpha/0$ | 150     | 15      | 45       | 1,96          | 0,947812        |
| 14 | $0/0/+\alpha$ | 150     | 30      | 70       | 2,72          | 0,947248        |
| 15 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,85          | 0,947315        |
| 16 | $+1/+1/+1$    | 200     | 40      | 61,5     | 3,27          | 0,948700        |
| 17 | $+1/-1/+1$    | 200     | 20      | 61,5     | 3,05          | 0,950625        |
| 18 | $+1/-1/-1$    | 200     | 20      | 28,5     | 1,88          | 0,951453        |
| 19 | $+1/+1/-1$    | 200     | 40      | 28,5     | 1,78          | 0,950350        |
| 20 | $+\alpha/0/0$ | 200     | 30      | 45       | 2,40          | 0,949626        |

**Tabelle 53:** Optimierungsversuche; 3. Realisierung

| Nr | Muster        | Teilung | Gewicht | Frequenz | Erschütterung | Relativbewegung |
|----|---------------|---------|---------|----------|---------------|-----------------|
| 01 | $-\alpha/0/0$ | 75      | 30      | 45       | 1,90          | 0,947020        |
| 02 | $-1/+1/-1$    | 100     | 40      | 28,5     | 1,58          | 0,950121        |
| 03 | $-1/+1/+1$    | 100     | 40      | 61,5     | 2,55          | 0,949367        |
| 04 | $-1/-1/-1$    | 100     | 20      | 28,5     | 1,69          | 0,951464        |
| 05 | $-1/-1/+1$    | 100     | 20      | 61,5     | 2,30          | 0,949530        |
| 06 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,82          | 0,946860        |
| 07 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,78          | 0,947154        |
| 08 | $0/+\alpha/0$ | 150     | 45      | 45       | 1,99          | 0,946846        |
| 09 | $0/0/-\alpha$ | 150     | 30      | 20       | 1,37          | 0,946935        |
| 10 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,70          | 0,947295        |
| 11 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,79          | 0,947850        |
| 12 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,74          | 0,947222        |
| 13 | $0/-\alpha/0$ | 150     | 15      | 45       | 1,99          | 0,948580        |
| 14 | $0/0/+\alpha$ | 150     | 30      | 70       | 2,59          | 0,946185        |
| 15 | $0/0/0$       | 150     | 30      | 45       | 1,66          | 0,947163        |
| 16 | $+1/+1/+1$    | 200     | 40      | 61,5     | 3,16          | 0,948906        |
| 17 | $+1/-1/+1$    | 200     | 20      | 61,5     | 3,01          | 0,950322        |
| 18 | $+1/-1/-1$    | 200     | 20      | 28,5     | 1,80          | 0,951625        |
| 19 | $+1/+1/-1$    | 200     | 40      | 28,5     | 1,79          | 0,950623        |
| 20 | $+\alpha/0/0$ | 200     | 30      | 45       | 2,43          | 0,949646        |

### Ergebnisse der Validierungsversuche der Zielgrößen „Erschütterung“ und „Relativbewegung“

**Tabelle 54:** Validierungsversuche; Zielgröße „Erschütterung“

| Nr. | Teilung | Gewicht | Frequenz | Messwert | Modellwert | Differenz |
|-----|---------|---------|----------|----------|------------|-----------|
| 01  | 75      | 30      | 35       | 1,61     | 1,80       | -0,19     |
| 02  | 75      | 30      | 55       | 2,09     | 2,25       | -0,16     |
| 03  | 75      | 35      | 45       | 2,08     | 1,97       | 0,11      |
| 04  | 75      | 35      | 55       | 2,35     | 2,25       | 0,10      |
| 05  | 75      | 25      | 45       | 1,90     | 1,91       | -0,01     |
| 06  | 75      | 25      | 35       | 1,66     | 1,74       | -0,08     |
| 07  | 100     | 30      | 35       | 1,74     | 1,74       | 0,00      |
| 08  | 100     | 30      | 55       | 2,30     | 2,27       | 0,03      |
| 09  | 100     | 35      | 45       | 2,44     | 1,97       | 0,47      |
| 10  | 100     | 35      | 55       | 2,77     | 2,27       | 0,50      |
| 11  | 100     | 25      | 45       | 2,11     | 1,87       | 0,24      |
| 12  | 100     | 25      | 35       | 1,88     | 1,68       | 0,20      |
| 13  | 150     | 30      | 35       | 1,63     | 1,48       | 0,15      |
| 14  | 150     | 30      | 55       | 2,01     | 2,12       | -0,11     |
| 15  | 150     | 35      | 45       | 2,13     | 1,75       | 0,38      |
| 16  | 150     | 35      | 55       | 2,45     | 2,14       | 0,31      |
| 17  | 150     | 25      | 45       | 1,74     | 1,67       | 0,07      |
| 18  | 150     | 25      | 35       | 1,65     | 1,42       | 0,23      |
| 19  | 200     | 30      | 35       | 1,91     | 2,02       | -0,11     |
| 20  | 200     | 30      | 55       | 2,69     | 2,85       | -0,16     |
| 21  | 200     | 35      | 45       | 3,07     | 2,40       | 0,67      |
| 22  | 200     | 35      | 55       | 3,25     | 2,89       | 0,36      |
| 23  | 200     | 25      | 45       | 2,60     | 2,34       | 0,26      |
| 24  | 200     | 25      | 35       | 2,04     | 1,99       | 0,05      |
| 25  | 125     | 30      | 45       | 2,13     | 1,82       | 0,31      |
| 26  | 125     | 30      | 35       | 1,68     | 1,58       | 0,10      |
| 27  | 125     | 30      | 55       | 2,37     | 2,17       | 0,20      |
| 28  | 125     | 35      | 45       | 2,54     | 1,82       | 0,72      |
| 29  | 125     | 35      | 55       | 2,82     | 2,18       | 0,64      |
| 30  | 125     | 25      | 45       | 2,10     | 1,76       | 0,34      |
| 31  | 125     | 25      | 35       | 1,71     | 1,53       | 0,18      |
| 32  | 175     | 30      | 45       | 2,07     | 1,90       | 0,17      |
| 33  | 175     | 30      | 35       | 1,92     | 1,57       | 0,35      |
| 34  | 175     | 30      | 55       | 2,70     | 2,31       | 0,39      |
| 35  | 175     | 35      | 45       | 2,47     | 1,91       | 0,56      |
| 36  | 175     | 35      | 55       | 3,37     | 2,33       | 1,04      |
| 37  | 175     | 25      | 45       | 2,18     | 1,82       | 0,36      |
| 38  | 175     | 25      | 35       | 1,88     | 1,51       | 0,37      |

**Tabelle 55:** Validierungsversuche; Zielgröße „Relativbewegung“

| Nr. | Teilung | Gewicht | Frequenz | Messwert | Modellwert | Differenz |
|-----|---------|---------|----------|----------|------------|-----------|
| 01  | 75      | 30      | 35       | 0,94617  | 0,94810    | -0,00193  |
| 02  | 75      | 30      | 55       | 0,94636  | 0,94680    | -0,00044  |
| 03  | 75      | 35      | 45       | 0,94626  | 0,94700    | -0,00074  |
| 04  | 75      | 35      | 55       | 0,94603  | 0,94678    | -0,00075  |
| 05  | 75      | 25      | 45       | 0,94616  | 0,94710    | -0,00094  |
| 06  | 75      | 25      | 35       | 0,94684  | 0,94820    | -0,00136  |
| 07  | 100     | 30      | 35       | 0,94926  | 0,95035    | -0,00109  |
| 08  | 100     | 30      | 55       | 0,94905  | 0,94910    | -0,00005  |
| 09  | 100     | 35      | 45       | 0,94896  | 0,94917    | -0,00021  |
| 10  | 100     | 35      | 55       | 0,94855  | 0,94895    | -0,00040  |
| 11  | 100     | 25      | 45       | 0,94887  | 0,94940    | -0,00053  |
| 12  | 100     | 25      | 35       | 0,94934  | 0,95030    | -0,00096  |
| 13  | 150     | 30      | 35       | 0,94689  | 0,94844    | -0,00155  |
| 14  | 150     | 30      | 55       | 0,94662  | 0,94713    | -0,00051  |
| 15  | 150     | 35      | 45       | 0,94767  | 0,94708    | 0,00059   |
| 16  | 150     | 35      | 55       | 0,94786  | 0,94691    | 0,00095   |
| 17  | 150     | 25      | 45       | 0,94799  | 0,94764    | 0,00035   |
| 18  | 150     | 25      | 35       | 0,94822  | 0,94872    | -0,00050  |
| 19  | 200     | 30      | 35       | 0,94952  | 0,95058    | -0,00106  |
| 20  | 200     | 30      | 55       | 0,94916  | 0,94929    | -0,00013  |
| 21  | 200     | 35      | 45       | 0,94881  | 0,94906    | -0,00025  |
| 22  | 200     | 35      | 55       | 0,94973  | 0,94894    | 0,00079   |
| 23  | 200     | 25      | 45       | 0,94866  | 0,94990    | -0,00124  |
| 24  | 200     | 25      | 35       | 0,94909  | 0,95098    | -0,00189  |
| 25  | 125     | 30      | 45       | 0,95009  | 0,94871    | 0,00138   |
| 26  | 125     | 30      | 35       | 0,94942  | 0,94985    | -0,00043  |
| 27  | 125     | 30      | 55       | 0,95013  | 0,94855    | 0,00158   |
| 28  | 125     | 35      | 45       | 0,94983  | 0,94855    | 0,00128   |
| 29  | 125     | 35      | 55       | 0,95100  | 0,94838    | 0,00262   |
| 30  | 125     | 25      | 45       | 0,94963  | 0,94894    | 0,00069   |
| 31  | 125     | 25      | 35       | 0,95052  | 0,95002    | 0,00050   |
| 32  | 175     | 30      | 45       | 0,94809  | 0,94691    | 0,00118   |
| 33  | 175     | 30      | 35       | 0,94892  | 0,94804    | 0,00088   |
| 34  | 175     | 30      | 55       | 0,94868  | 0,94674    | 0,00194   |
| 35  | 175     | 35      | 45       | 0,94800  | 0,94657    | 0,00143   |
| 36  | 175     | 35      | 55       | 0,94870  | 0,94645    | 0,00225   |
| 37  | 175     | 25      | 45       | 0,94885  | 0,94725    | 0,00160   |
| 38  | 175     | 25      | 35       | 0,94911  | 0,94838    | 0,00073   |

## Lebenslauf

**Persönliche Daten:** Name: Dorothee Wieczorek  
Geburtsdatum: 14.10.1981  
Geburtsort: Gelsenkirchen  
Familienstand: ledig  
Nationalität: deutsch

**Schulbildung:** 08/1988 – 07/1992 Josef-Grundschule, Dortmund  
08/1992 – 06/2001 Immanuel-Kant-Gymnasium, Dortmund  
Abschluss: Abitur

**Studium:** 10/2001 – 03/2007 Diplomstudiengang Maschinenbau,  
Vertiefungsrichtung Maschinentechnik,  
Technische Universität Dortmund,  
Abschluss: Diplom

**Studienbegleitend:** 11/2003 – 09/2005 Studentische Hilfskraft,  
07/2006 – 03/2007 Fachgebiet Maschinenelemente  
Technische Universität Dortmund

**Praktika:** 07/2001 – 09/2001 KHS Maschinen- und Anlagenbau AG,  
Dortmund  
10/2005 – 02/2006 Bayrische Motoren Werke AG, München

**Berufstätigkeit:** Seit 04/2007 Wissenschaftliche Angestellte,  
Fachgebiet Maschinenelemente,  
Technische Universität Dortmund

Dortmund, den 31.08.2011