

# **Zum Tragverhalten von lasergeschweißten Stahlhohlplatten im Brückenbau**

Oliver Klostermann



# **Zum Tragverhalten von lasergeschweißten Stahlhohlplatten im Brückenbau**

Von der Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen  
der Technischen Universität Dortmund  
genehmigte Dissertation zur Erlangung  
des Grades

Doktor-Ingenieur

von

Oliver Klostermann

Prüfungskommission:

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. habil. A. Hettler	TU Dortmund
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. D. Ungermann	TU Dortmund
Koreferent:	Prof. Dr.-Ing. R. Maurer	TU Dortmund

Tag der mündlichen Prüfung:

09. November 2011



---

## Kurzfassung

Im Stahlbrückenbau bieten Hohlplatten als Fahrbahnplatten gegenüber der üblichen orthotropen Platte prinzipiell höhere Längs- und Quertragfähigkeiten sowie eine bessere Lastquerverteilung im Bereich lokal konzentrierter Radlasten. Der Einsatz der Stahlhohlplatte war dem Brückenbau jedoch auf Grund der sehr aufwendigen Herstellungsmethode bisher verwehrt.

Mit der Entwicklung der Laserschweißtechnik besteht nun die Möglichkeit, die Hohlplatten mit ihren statisch konstruktiven Vorteilen gegenüber der orthotropen Platte dem Brückenbau zugänglich zu machen.

Als Vorbild dient hier der Schiffsbau, in dem seit Mitte der 90`er Jahre Stahlhohlplatten als Schiffsdecks, Balkone und Treppenpodeste erfolgreich eingesetzt werden. Bisherige Forschungen zum Tragverhalten beziehen sich jedoch ausschließlich auf die typischen Hohlplattenabmessungen der maritimen Anwendung mit Deckblechdicken  $\leq 4$  mm. Forschungen im Hinblick auf die im Stahlbrückenbau notwendigen Blechdicken und Dimensionen fehlen gänzlich.

In der vorliegenden Arbeit wird das Tragverhalten von lasergeschweißten Stahlhohlplatten im Geometrie- und Blechdickenbereich sowie unter den Lastansätzen des Stahlbrückenbaus untersucht.

Aufbauend auf der Untersuchung bestehender Berechnungsansätze für Hohlplattenstrukturen werden durch eigene experimentelle und umfangreiche numerische Untersuchungen die wesentlichen Einflussparameter auf das Tragverhalten analysiert sowie die maßgebenden Effekte auf die Spannungsverteilung in den Deckblechen im lokalen Lasteinleitungsbereich identifiziert.

Mit den Ergebnissen dieser Analysen wird ein Konzept zur vereinfachten Ermittlung der maßgebenden Deckblechspannungen im Bereich lokal konzentrierter Einzelradlasten entwickelt und für zwei maßgebende Lastfälle für die praktische Anwendung in Form von Bemessungshilfen aufbereitet.

Je nach Anwendungsfall der Hohlplatte z.B. in der maritimen Anwendung, im Stahlhoch- oder Stahlbrückenbau lassen sich in der Regel die Lastfälle für die Nachweisführung auf einige wenige Lastfälle reduzieren. Entsprechend der in dieser Arbeit verwendeten Methoden und Modelle können für diese maßgebenden Lastfälle, speziell zugeschnitten auf die jeweiligen Anwendungsfälle, Hilfsmittel für die entsprechenden Parameterbereiche entwickelt werden.

---

## Abstract

In contrast to the widely used orthotropic plate in steel bridge constructions, hollow plates provide higher longitudinal and transverse load capacities and also a better load distribution perpendicular to the webs in the area of locally concentrated wheel loads. However a cost-efficient assembly of hollow plates was not possible with current welding methods so far.

By now modern laser welding methods enable the assembling of these hollow plates with their statical and structural advantages in an economic way, like in the maritime application where laser-welded steel hollow plates are successfully used since the mid-1990s. Therefore previous studies on the load bearing behavior of hollow plates refer only to the typical dimensions of the plates on maritime application with a cover sheet thickness  $\leq 4$  mm. Research with the dimensions and sheet thicknesses which are normally used in steel bridge constructions are not provided.

This study investigates the structural behavior of laser-welded hollow plates in the geometry and thickness range of steel bridges and corresponding load cases.

Based on the examination of existing calculation methods, the main parameters influencing the structural performance were analyzed and the relevant effects in the area of local load introduction were identified by own experimental and extensive numerical investigations.

The results of this analysis were used to develop a simplified approach to determining the main cover sheet tensions in the area of locally concentrated wheel loads. For two decisive load cases the approach is prepared in form of a design manual.

For the certain use of hollow plates for example in the maritime application, in steel bridge construction or in steel building construction the various load cases can be reduced to a few corresponding cases. For these decisive load cases calculation methods can be developed according to the models and methods used in this work.

---

## Vorwort des Herausgebers

Gegenüber den heute üblichen Stahlbrückenkonstruktionen mit orthotroper Fahrbahnplatte bieten Hohlplatten aufgrund des zusätzlichen Untergurtes entscheidende Vorteile im Hinblick auf Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit, Ermüdung, Ausführungsqualität, Montage und Wirtschaftlichkeit.

Die Fertigung von Hohlplatten aus Stahl ist heute mit Hilfe moderner Laserschweißverfahren wirtschaftlich möglich. Vorreiter ist hier der Schiffbau, in dem Hohlplatten seit Mitte der 90`er Jahre in Serie gefertigt und erfolgreich eingesetzt werden.

Die Berechnung von Hohlplattenstrukturen erfolgt bislang auf Grund der Komplexität des Tragmechanismus insbesondere im Bereich lokal konzentrierter Lasten ausschließlich mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode.

Der Aufgabe, das Tragverhalten von Hohlplatten in den Dimensionen und unter den Belastungsansätzen des Stahlbrückenbaus zu untersuchen, hat sich Herr Klostermann angenommen.

Aus der systematischen Analyse vorhandener Berechnungsansätze konnten unterstützt durch experimentelle Untersuchungen und umfangreiche numerische Parametervariationen die verschiedenen zusammenwirkenden Tragmechanismen beschrieben und die für die Bemessung maßgebenden Effekte auf die Spannungsverteilung im lokalen Lasteinleitungsbereich identifiziert werden.

Auf Grundlage dieser Arbeiten hat Herr Klostermann ein vereinfachtes Berechnungsverfahren entwickelt, mit dem im Rahmen einer Vorbemessung eine schnelle Aussage zur Beanspruchung der Deckbleche im Bereich lokaler Radlasten getroffen werden kann. Damit ist es gelungen, das komplexe Trag- und Verformungsverhalten von Stahlhohlplatten für eine Handrechnung nachvollziehbar darzulegen.

Die vorliegende Arbeit entstand auf der Grundlage des Forschungsprojektes „P732 – Einsatz von Stahlhohlplatten als Fahrbahn im Stahlbrückenbau – Entwicklung der Grundlagen und Optimierung der Bemessung, Konstruktion, Herstellung und Unterhaltung zur Verbesserung der Wirtschaftlichkeit von Stahlbrücken“, gefördert durch die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF), Vorhaben Nr. 15024 N/1, in Zusammenarbeit mit der Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. FOSTA, Düsseldorf. Den Forschungsförderern gilt ein herzlicher Dank für die finanzielle Unterstützung des Projektes.

---

Der Dank geht weiterhin an den zweiten Gutachter der Dissertation Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer, TU Dortmund, der die Arbeit mit betreut hat. Für die Bereitschaft zu der Übernahme des Vorsitzes der Promotionsprüfung danke ich Prof. Dr.-Ing. habil. Achim Hettler.

Dortmund, im Dezember 2011

Prof. Dr.-Ing. Dieter Ungermann



---

## Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl Stahlbau der Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Dortmund.

Mit der Fertigstellung der Dissertation ist es an der Zeit nochmals denjenigen zu danken, ohne deren Hilfe und Unterstützung die Anfertigung dieser Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Herrn Professor Dr.-Ing. D. Ungermann für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für die wertvollen Ratschläge und kritischen Hinweise während der Bearbeitung.

Für die bereitwillige Übernahme des Koreferats und die kritische Durchsicht meiner Arbeit bedanke ich mich besonders bei Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Maurer.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. A. Hettler möchte ich ganz herzlich für den Vorsitz der Prüfungskommission danken.

Mein besonderer Dank gilt auch meinen Freunden sowie meinen Kolleginnen und Kollegen am Lehrstuhl Stahlbau und an der Fakultät, die nicht nur durch Ihre Bereitschaft zu fachlichen Diskussionen sondern auch durch die Diskussionsbereitschaft für Themen außerhalb der theoretischen Auseinandersetzung wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Vielen Dank an die Kollegen und die studentischen Hilfskräfte, die mir bei der Durchführung und Auswertung der Versuche und Ergebnisse geholfen haben sowie an alle Diplomanden, die mit ihrem Engagement meine Arbeit gefördert haben.

Nicht zuletzt ermöglichte erst die Unterstützung und das Verständnis meiner Freundin die intensive Beschäftigung mit dem Thema. Dafür vielen herzlichen Dank Birgit.

Dortmund, im Dezember 2011

Oliver Klostermann

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>ALLGEMEINES .....</b>	<b>1</b>
1.1	EINLEITUNG .....	1
1.2	ANLASS UND PROBLEMSTELLUNG .....	2
1.3	ZIEL UND VORGEHEN .....	4
1.4	VEREINBARUNGEN UND DEFINITIONEN .....	5
1.4.1	<i>Begriffe und Formelzeichen .....</i>	<i>5</i>
<b>2</b>	<b>STAND DER FORSCHUNG.....</b>	<b>9</b>
2.1	ALLGEMEINES .....	9
2.1.1	<i>Geschichtliche Einordnung .....</i>	<i>9</i>
2.1.2	<i>Behandlung in der Praxis .....</i>	<i>10</i>
2.2	HOMOGENISIERUNG .....	10
2.2.1	<i>Bezeichnung der Platten.....</i>	<i>10</i>
2.2.2	<i>Ermittlung der Querschnittswerte .....</i>	<i>11</i>
2.2.3	<i>Materialparameter.....</i>	<i>12</i>
2.2.4	<i>Ermittlung der Schwerelinien .....</i>	<i>13</i>
2.2.5	<i>Ermittlung der Steifigkeitskoeffizienten .....</i>	<i>14</i>
2.3	GRUNDLAGEN SANDWICHTHEORIE .....	21
2.3.1	<i>Spannungsverteilung im Sandwich-Träger .....</i>	<i>21</i>
2.3.2	<i>Sandwichträger mit dünnen Deckblechen .....</i>	<i>26</i>
2.3.3	<i>Sandwichträger mit dicken Deckblechen.....</i>	<i>28</i>
2.4	TRAGVERHALTEN VON WEB-CORE-SANDWICHTRÄGERN .....	33
2.4.1	<i>Allgemeines .....</i>	<i>33</i>
2.4.2	<i>Globale Verformung .....</i>	<i>35</i>
2.4.3	<i>Lokale Verformung .....</i>	<i>40</i>
2.4.4	<i>Zusammenfassung.....</i>	<i>44</i>
2.5	REHOMOGENISIERUNG.....	45
2.5.1	<i>Spannungsermittlung .....</i>	<i>45</i>
2.5.2	<i>Vergleichsrechnung .....</i>	<i>48</i>
2.5.3	<i>Zusammenfassung.....</i>	<i>51</i>
2.6	EINFLUSS DER LASER-STICHTNAHT AUF DIE QUERSCHUBSTEIFIGKEIT $D_{QY}$ .....	51
2.7	BERECHNUNGSMETHODEN FÜR WEB-CORE-SANDWICHPLATTEN .....	61
2.7.1	<i>Differentialgleichungssystem für anisotrope Sandwichplatten mit dünnen Deckblechen .....</i>	<i>62</i>
2.7.2	<i>Differentialgleichungssystem für anisotrope Sandwichplatten mit dicken Deckblechen.....</i>	<i>65</i>
2.7.3	<i>Berücksichtigung von lokalen Radlasten .....</i>	<i>68</i>
2.8	STAHLHOHLPLATTEN IN DER SCHIFFBAULICHEN ANWENDUNG .....	73
2.9	ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION .....	77
2.9.1	<i>Allgemeines .....</i>	<i>77</i>

2.9.2	<i>Vergleichsrechnung zwischen homogenisiertem und diskretem Web-Core-Sandwich-Träger</i> .....	77
2.9.3	<i>Berücksichtigung steginduzierter Momente</i> .....	81
2.9.4	<i>Einfluss der Querschubsteifigkeit</i> .....	85
2.9.5	<i>Berechnung von Hohlplatten</i> .....	87
2.9.6	<i>Konstruktion</i> .....	87
2.9.7	<i>Schlussfolgerungen</i> .....	88
<b>3</b>	<b>EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN AN WEB-CORE-SANDWICHTRÄGERN (PLATTENSTREIFEN)</b> .....	<b>91</b>
3.1	ALLGEMEINES .....	91
3.2	VERSUCHSKONFIGURATION .....	93
3.2.1	<i>Nominelle Geometrien der Probekörper</i> .....	93
3.2.2	<i>Lasteinleitungs-konstruktion</i> .....	96
3.2.3	<i>Messtechnik</i> .....	97
3.2.4	<i>Abmessungen und Vorverformungen der Versuchsträger</i> .....	101
3.2.5	<i>Versuchsablauf</i> .....	102
3.3	VERSUCHSERGEBNISSE .....	103
3.4	ZUSAMMENFASSUNG .....	104
<b>4</b>	<b>NUMERISCHE ANALYSE VON PLATTENSTREIFEN</b> .....	<b>105</b>
4.1	ALLGEMEINES .....	105
4.2	MODELLIERUNG .....	105
4.3	KALIBRIERUNG DES FE-MODELLS .....	110
4.4	UNTERSUCHUNGEN AN PLATTENSTREIFEN .....	113
4.4.1	<i>Gegenrechnung des Web-Core-Plattenstreifens AS</i> .....	113
4.4.2	<i>Gegenrechnung der Web-Core-Plattenstreifen BS1 und BS2</i> .....	115
4.5	ZUSAMMENFASSUNG .....	118
<b>5</b>	<b>UNTERSUCHUNGEN ZUR QUERSCHUBSTEIFIGKEIT</b> .....	<b>121</b>
5.1	BETRACHTUNG FÜR GLEICHE DECKBLECHDICKEN UND GLEICHE VERBINDUNGSSTEIFIGKEITEN .....	121
5.2	BETRACHTUNG FÜR UNGLEICHE DECKBLECHDICKEN UND UNGLEICHE VERBINDUNGSSTEIFIGKEITEN .....	123
5.2.1	<i>Erweiterung für ungleiche Verbindungssteifigkeiten und ungleiche Deckblechdicken</i> .....	123
5.2.2	<i>Erweiterung für biegesteifen Anschluss an das obere Deckblech und biegeweichen Anschluss an das untere Deckblech</i> .....	127
5.3	ÜBERPRÜFUNG DER MODIFIZIERTEN QUERSCHUBSTEIFIGKEIT .....	128
5.4	ZUSAMMENFASSUNG .....	133
<b>6</b>	<b>EXPERIMENTELLE UND NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN AN WEB-CORE-SANDWICHPLATTEN</b> .....	<b>135</b>

6.1	ALLGEMEINES .....	135
6.2	VERSUCHSKONFIGURATION .....	136
6.2.1	<i>Nominelle Geometrien der Hohlplatten</i> .....	136
6.2.2	<i>Versuchsprogramm</i> .....	136
6.3	VERSUCHSAUFBAU .....	138
6.3.1	<i>Auflagersituation</i> .....	139
6.3.2	<i>Lasteinleitungskonstruktion</i> .....	140
6.3.3	<i>Messtechnik</i> .....	144
6.4	VERSUCHSABLAUF/VERSUCHSERGEBNISSE .....	146
6.5	ÜBERPRÜFUNG/MODIFIKATION DES FE-MODELLS AN VERSUCHSERGEBNISSEN DER WEB-CORE-SANDWICHPLATTEN .....	147
6.5.1	<i>Überprüfung des FE-Modells für Plattenberechnungen</i> .....	147
6.5.2	<i>Modifikation des FE-Modells/Anwendung der Submodelltechnik</i> .....	151
6.6	ZUSAMMENFASSUNG .....	153
<b>7</b>	<b>HOMOGENISIERTE BERECHNUNG VON WEB-CORE- SANDWICHPLATTEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DICKER DECKBLECHE .....</b>	<b>155</b>
7.1	ALLGEMEINES .....	155
7.2	BERECHNUNGSSTRUKTUR.....	156
7.2.1	<i>FE-Layer-Modell</i> .....	156
7.2.2	<i>Lokales Ausschnittmodell</i> .....	160
7.3	ÜBERPRÜFUNG DER BERECHNUNGSSTRUKTUR .....	161
7.3.1	<i>Flächenlast</i> .....	161
7.3.2	<i>Einzellast</i> .....	162
7.4	PARAMETERSTUDIE – LOKALE RADLASTEN / VARIIERTE PARAMETER .....	166
7.4.1	<i>Auswertung Parameterstudie</i> .....	166
7.4.2	<i>Zusammenfassung Parameterstudie</i> .....	174
7.5	VERGLEICH LAYERMODELL/ VEREINFACHTE PLATTENBERECHNUNG .....	176
7.6	ZUSAMMENFASSUNG .....	182
<b>8</b>	<b>ENTWICKLUNG EINES VEREINFACHTEN KONZEPTEES ZUR SPANNUNGSERMITTLUNG IN WEB-CORE-SANDWICHPLATTEN UNTER KONZENTRIERTEN RADLASTEN .....</b>	<b>185</b>
8.1	ALLGEMEINES .....	185
8.2	GRUNDLAGEN .....	185
8.3	GRUNDIDEE DES BERECHNUNGSKONZEPTEES .....	186
8.3.1	<i>Rahmenmodell</i> .....	187
8.3.2	<i>Eingrenzung der Geometrieparameter</i> .....	188
8.3.3	<i>Statische Systeme / Laststellung</i> .....	190
8.4	LAST IN PLATTENMITTE .....	191
8.4.1	<i>Abschätzung der Wegfedersteifigkeit <math>C_w</math></i> .....	191

8.4.2	<i>Interpretation der Ergebnisse mit Wegfedersteifigkeiten <math>C_w</math> nach 8.4.1.....</i>	192
8.4.3	<i>Bestimmung der Wegfedersteifigkeit <math>C_w</math>.....</i>	193
8.4.4	<i>Spannungen in Haupttragrichtung.....</i>	197
8.4.5	<i>Ableitung von Korrekturfaktoren für die Spannungen in Haupttragrichtung .....</i>	199
8.4.6	<i>Spannungsermittlung - Vergleich der Ergebnisse.....</i>	205
8.4.7	<i>Einordnung der Ergebnisse / kritische Diskussion des vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung.....</i>	211
8.4.8	<i>Einfluss der Plattenbreite .....</i>	213
8.4.9	<i>Einfluss der Drehfedersteifigkeit am Anschluss der Stege an das untere Deckblech .....</i>	218
8.5	<b>LAST AM PLATTENQUERRAND .....</b>	223
8.5.1	<i>Bestimmung der Wegfedersteifigkeit <math>C_w</math>.....</i>	223
8.5.2	<i>Ableitung von Korrekturfaktoren für die Spannungen in Haupttragrichtung .....</i>	225
8.5.3	<i>Vergleich der Ergebnisse .....</i>	231
8.6	<b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	236
<b>9</b>	<b>ENTWICKLUNG VON KONSTRUKTIONSPRINZIPIEN FÜR DAS FÜGEN VON HOHLPLATTEN .....</b>	<b>239</b>
9.1	ALLGEMEINES .....	239
9.2	GESCHWEIßTE LÖSUNG .....	239
9.3	ALTERNATIVE LÖSUNG .....	247
9.3.1	<i>Bauteilversuch.....</i>	248
9.3.2	<i>Versuchsergebnis .....</i>	251
9.4	ZUSAMMENFASSUNG .....	254
<b>10</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>257</b>
10.1	ZUSAMMENFASSUNG .....	257
<b>11</b>	<b>LITERATUR .....</b>	<b>261</b>
11.1	NORMEN, REGELWERKE UND VORSCHRIFTEN .....	261
11.2	FACHLITERATUR .....	261
11.3	SOFTWARE.....	266
<b>ANHANG A: ZUSAMMENSTELLUNG DER FORMULIERUNGEN/ABLAUFSHEMA - BERECHNUNGSKONZEPT.....</b>		<b>268</b>
<b>ANHANG B: BEISPIELRECHNUNG.....</b>		<b>275</b>
<b>ANHANG C: ZUSAMMENSTELLUNG DER VERSUCHSDATEN UND VERGLEICHSRECHNUNGEN DER PLATTENSTREIFENVERSUCHE .....</b>		<b>282</b>

**ANHANG D: WEGFEDERSTEIFIGKEITEN  $C_w$  FÜR  
ERSATZRAHMENSYSTEME .....292**

**ANHANG E: AUSGLEICHSGERADEN/ABWEICHUNGEN DER  
DECKBLECHSPANNUNGEN IN HAUPTRICHTUNG (AUSZUG) .....299**





# 1 Allgemeines

## 1.1 Einleitung

Der Stahlbrückenbau ist seit Mitte des 20. Jahrhunderts geprägt durch den Einsatz stählerner Fahrbahnplatten mit orthogonal-anisotropem Tragverhalten aufgrund jeweils orthogonal unterschiedlicher Steifigkeiten in Haupt- und Quertragrichtung. Die Konstruktion der orthotropen Platte besteht im Wesentlichen aus einem lastaufnehmenden Deckblech, welches durch Längsrippen, die in der Regel parallel zur Brückenlängsachse verlaufen, ausgesteift ist. Die in Brückenlängsrichtung kontinuierliche Konstruktion der Fahrbahnplatte wird in regelmäßigen Abständen durch angeordnete Querträger gestützt. Dabei ermöglicht die stoffschlüssige Anbindung der orthotropen Platte an die Brückenhauptträger eine Mitwirkung des Fahrbahnbleches und der Längsrippen an der Haupttragwirkung der Brücke.

Im Zuge der Optimierung der orthotropen Platte im Hinblick auf eine Erhöhung der Längsbiegesteifigkeit der Platte und einer Erhöhung der Querverteilung lokaler Radlasten war die konstruktive Ausbildung der Längssteifen ein entscheidendes Kriterium. Mit der Entwicklung der Längsrippe von der einfachen Flachsteife hin zur Trapezsteife, stellt sich die orthotrope Platte gemäß Bild 1.1 (links) in der heute gebräuchlichen Form dar.

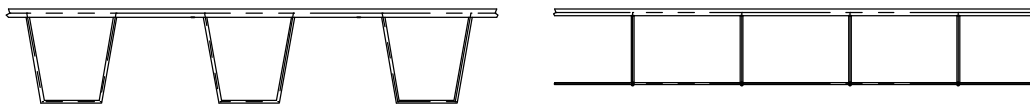


Bild 1.1: Vergleich Regelquerschnitt orthotrope Platte – Hohlplatte

Vor diesem Hintergrund ist die Hohlplatte die konsequente Weiterentwicklung der orthotropen Platte durch die Kopplung der Trapezsteifen in der Untergurtebene, vgl. Bild 1.1 (rechts). Im Vergleich zur orthotropen Platte bietet diese Konstruktion durch die zusätzliche Untergurtebene eine höhere Längsbiegesteifigkeit und eine verbesserte Querverteilung lokaler Radlasten. Dieses günstige Tragverhalten der Hohlplatte für den Einsatz als Fahrbahnplatte im Brückenbau, vgl. Bild 1.2, ist schon seit Anfang der 70-er bekannt. *Sedlacek* beschreibt in [37] die Vorteile von Hohlplatten hinsichtlich der Tragfähigkeit im Vergleich zur herkömmlichen orthotropen Bauweise. Die Herstellung von Hohlplattenstrukturen war jedoch auf Grund einer kostenintensiven Fertigung mit konventionellen Schweißverfahren im Wesentlichen begrenzt auf im Strangpressverfahren hergestellte Platten aus Aluminium.

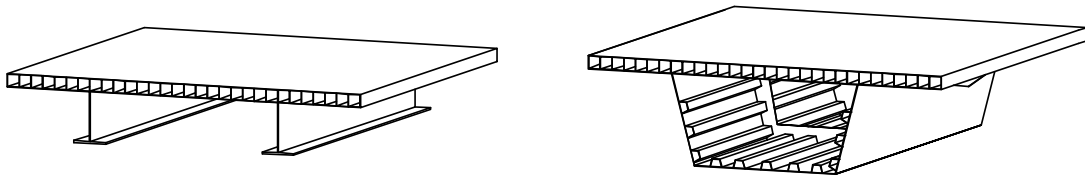


Bild 1.2: Stahlbrückenkonstruktionen mit Stahlhohlplatten als Fahrbahnelement

Mit der Entwicklung der Laserschweißtechnik seit Anfang der 1990-er Jahre stehen nunmehr leistungsfähige Schweißverfahren zur Verfügung, mit denen eine wirtschaftliche Fertigung von Stahlhohlplatten möglich ist. Somit können die Vorteile der Stahlhohlplatten im Tragverhalten gegenüber den heute üblichen Konstruktionen mit orthotropen Fahrbahnplatten dem Stahlbrückenbau und Stahlhochbau im Allgemeinen zugänglich gemacht werden.

## 1.2 Anlass und Problemstellung

Der Vorteil der Hohlplatte gegenüber der orthotropen Platte besteht neben der höheren Längsbiegesteifigkeit in der besseren Querverteilung der Lasten senkrecht zur Haupttragrichtung der Platte. Während bei der orthotropen Platte der Lastquerabtrag fast ausschließlich über die Biegesteifigkeit des Deckbleches erfolgt, stellt sich bei der Hohlplatte auf Grund des zusätzlichen Untergurtbleches eine Rahmentragwirkung in Querrichtung ein. Infolge dessen können konzentrierte Einzellasten auf einen größeren Plattenbereich querverteilt werden.

Der Einsatz der Stahlhohlplatte war dem klassischen Stahlhoch- bzw. Brückenbau bisher auf Grund der sehr aufwendigen Herstellungsmethode verwehrt. Ein im Schiffsbau entwickeltes neues Laser-Schweißverfahren ermöglicht die wirtschaftliche Produktion von Stahlhohlplatten in einem vorwiegend vollautomatisierten Herstellungsprozess. In entsprechenden Einspannvorrichtungen werden die Stege positioniert und das erste Deckblech aufgelegt. Mit Hilfe von Laser-Stichnähten werden nun die Stege mit den Deckblechen von der Oberseite durch das Deckblech hindurch verschweißt, vgl. Bild 1.3.

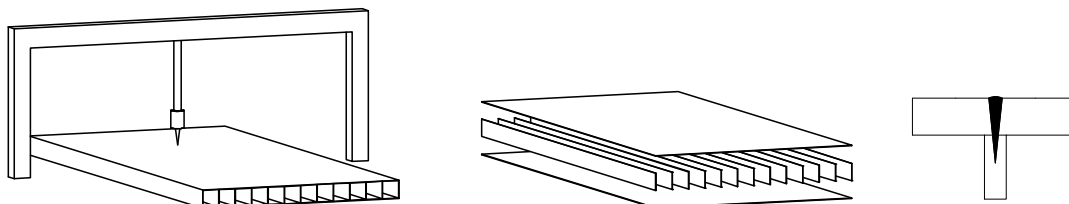


Bild 1.3: Prinzip Herstellung Stahlhohlplatten mit Darstellung einer Laser-Stichnaht

Die Verbindung des zweiten Deckblechs mit den Stegen erfolgt, nach dem Wenden der im ersten Arbeitsschritt hergestellten Baugruppe, auf gleiche Weise. Die Herstellung der geschlossenen Struktur der Stahlhohlplatte ist erst durch die Verwendung der Laser-Stichnähte wirtschaftlich möglich. Dabei können mit den momentanen Laserleistungen Blechdicken bis 10 mm Dicke ohne weitere Nahtvorbereitungen im Laser-Stichnahtverfahren gefügt werden. Im Vergleich zu konventionellen Schweißverfahren zeichnet sich das Laser-Schweißverfahren durch eine hohe Schweißgeschwindigkeit aus, infolge dessen die Wärmeinbringung und die damit verbundenen Schweißverzüge und schweißbedingten Zwangsspannungen in der Platte erheblich reduziert werden. Die Ausführungsqualität kann somit wesentlich verbessert werden.

Erfolgreiches Einsatzgebiet für die Hohlplatte ist der Schiffsbau, in dem seit Mitte der 1990er Jahre in lasergestützten Fertigungsanlagen diese Halbzeuge produziert und in Bereichen wie z.B. in Schiffsdeckkonstruktionen, Treppenpodesten, Balkonkonstruktionen usw. verbaut werden. Die Dimensionen der Hohlplatten richten sich dabei nach deren vorwiegendem Einsatz im Leichtbau. Die Standardabmessungen liegen daher in folgendem Parameterbereich, vgl. Bild 1.4.

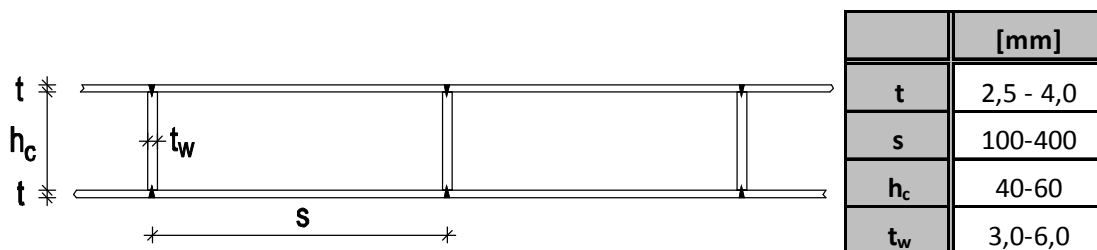


Bild 1.4: Abmessungen von Hohlplatten aus der maritimen Anwendung

Die Berechnungen der Hohlplattenstrukturen für die maritime Anwendung erfolgen derzeit ausschließlich mit Hilfe von umfangreichen FE-Modellen, bei denen die gesamte Struktur der Hohlplatte mit jedem einzelnen Blech in einem diskreten FE-Modell abgebildet wird. Dieses Vorgehen setzt entsprechendes „Know-How“ im Umgang mit kostenintensiven Programmen voraus. Erst in jüngster Zeit befassen sich aktuelle Forschungsarbeiten mit der Möglichkeit, das Lastabtragverhalten innerhalb der Platte zu analysieren, mechanisch zu beschreiben und mit vereinfachten Methoden zu berechnen. Diese vorhandenen Untersuchungs- und Forschungsergebnisse beziehen sich jedoch ausschließlich auf den hier skizzierten Anwendungsbereich des Schiffbaus mit den dargestellten typischen Abmessungen der verwendeten Hohlplatten.

Prinzipiell besteht also nun durch die modernen Fertigungsmethoden im automatisierten Herstellungsprozess die Möglichkeit, die Hohlplatten mit ihren statisch-konstruktiven Vorteilen gegenüber der orthotropen Platte dem klassischen Stahl-

bau und somit auch dem Stahlbrückenbau zugänglich zu machen. Diesbezügliche Forschungen im Hinblick auf die im Stahlbrückenbau notwendigen Blechdicken und Dimensionen fehlen jedoch gänzlich.

### **1.3 Ziel und Vorgehen**

Das Ziel dieser Arbeit ist es, das Tragverhalten von lasergeschweißten Stahlhohlplatten in den Dimensionen und unter den Lastansätzen des Stahlhoch- und Stahlbrückenbaus zu untersuchen, vorhandene Berechnungsmöglichkeiten auf die Anwendbarkeit für den genannten Einsatzbereich zu untersuchen bzw. weiter zu entwickeln und ein Konzept zur vereinfachten Berechnung zu präsentieren.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst das prinzipielle Lastabtragverhalten von Hohlplattenstrukturen anhand der diesbezüglich relevanten Forschungsarbeiten aus der maritimen Forschung diskutiert und im Hinblick auf die Hohlplattendimensionen des Stahlhoch- bzw. Stahlbrückenbaus analysiert. Mit der Darstellung und Diskussion aktueller Forschungsarbeiten wird die Komplexität des Lastabtragverhaltens insbesondere in Querrichtung der Hohlplatte orthogonal zu den Stegen verdeutlicht. Der Fokus der Analyse liegt hierbei vor allen Dingen auf eventuellen Konsequenzen, die sich bei Verwendung dickerer Deckbleche, wie sie im klassischen Stahlbau im Vergleich zur maritimen Anwendung Verwendung finden, ergeben.

Durch eigene experimentelle und umfangreiche numerische Untersuchungen werden die vorhandenen Konzepte zur Spannungsermittlung aus maritimen Forschungsarbeiten auf die Anwendbarkeit für die Geometrie- und Blechdickendimensionen des Stahlbrückenbaus hin überprüft und gegebenenfalls erweitert bzw. modifiziert.

Am Ende steht die Entwicklung eines Konzeptes zur vereinfachten Spannungsermittlung von Stahlhohlplatten für den Anwendungsfall im klassischen Stahlbau mit dem Vorteil, im Rahmen von Vordimensionierungen und Geometriefindung auf den massiven Einsatz umfangreicher FE-Analysen mit diskreten 3D-FE-Modellen verzichten zu können.

## 1.4 Vereinbarungen und Definitionen

### 1.4.1 Begriffe und Formelzeichen

Die verwendeten Bezeichnungen orientieren sich im Wesentlichen an den in [29] benutzten Symbolen. An dieser Stelle sind die häufig verwendeten Symbole aufgezählt, weitere Definitionen sind direkt im Text angegeben.

#### Koordinaten, Verschiebungs-, Spannungs- und Schnittgrößen

$x, y, z$	Systemhauptachsen
$u, v, w$	Verschiebungen in Richtung der Achsen $x, y, z$
$\theta$	Verdrehung
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung
$\varepsilon$	Längsdehnung
$\gamma$	Schubverzerrung
$N$	Normalkraft
$M$	Biegemoment
$Q$	Querkraft

#### Physikalische Kenngrößen, Festigkeiten

$E$	Elastizitätsmodul	(210.000 N/mm <sup>2</sup> )
$G$	Schubmodul	(80.769 N/mm <sup>2</sup> )
$\nu$	Querdehnzahl	(0,3)
$f_y$	Streckgrenze	
$\varepsilon_y$	Fließdehnung	

#### Querschnittsgrößen

$e$	Abstand Schwerelinie von Querschnittoberkante
$h$	Querschnittshöhe
$b$	Querschnittsbreite
$d$	ideelle Querschnittshöhe
$s$	Stegabstand
$p$	halber Stegabstand
$h_c$	Steghöhe/Kernhöhe
$t$	Blechdicke
$A_Q$	Schubfläche
$D$	(Biege-) Steifigkeit
$I$	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment)

---

S	Flächenmoment 1. Grades
A	(Dehn-) Steifigkeit

## Systemgrößen

$L_x$	Plattenlänge
$L_y$	Plattenbreite
$L_{kx}$	Abstand der Lagerachsen in Plattenlängsrichtung
$L_{ky}$	Abstand der Lagerachsen in Plattenquerrichtung

## Anpassungskoeffizienten

$V_w$	Reduktionsfaktor für Homogenisierung des Steges über den Stegabstand
$k_{Qy}$	Faktor für Aufteilung der Querkraft auf das obere und untere Deckblech
$\alpha, k$	Verhältniswert Schubsteifigkeit zur Biegesteifigkeit der Deckbleche
C	Federsteifigkeit
$\eta, \eta_1, \eta_2$	Korrekturfaktoren

## Indizes

c	Kern/core
w	Steg/web
t	oben/top
b	unten/bottom
x,y,z	Beziehung auf die jeweilige Querschnittshauptachse
xy, xz, yz	Beziehung auf die jeweilige Ebene
tf	„ThickFace-Plate-Effect“
f	faceplates
g	global
l	lokal
tot	gesamt/total
RM	Reissner-Mindlin
K	Kirchoff
Kla.	Klanac
Rom.	Romanoff
St	Steiner
avg	average
n, l, k	Laufindex
b	Biegung/bending

---

#### 1.4 Vereinbarungen und Definitionen

---

m	Membran
mod	modifiziert
max.	Maximum
1,2	Zuordnung der Verformung ohne Schubverzerrung (1) und auf Grund Schubverzerrung (2)





## 2 Stand der Forschung

### 2.1 Allgemeines

#### 2.1.1 Geschichtliche Einordnung

Die Anwendung von Hohlplatten in Fahrbahnkonstruktionen ist schon Anfang der 1970-er Jahre Gegenstand erster Veröffentlichungen. *Sedlacek* vergleicht in [37] die Querverteilung konzentrierter Einzellasten von orthotropen Fahrbahnplatten mit Hohlplatten. Dabei werden auch die Vor- und Nachteile der Verwendung unterschiedlicher Kernquerschnitte diskutiert.

In [38] wird erstmals ein vereinfachtes Berechnungsverfahren unter der Annahme, dass sich die Hohlplatte in Richtung der Stege schubstarr und quer zu den Stegen schubelastisch verhält, bereitgestellt. Auf Grundlage der von *Giencke* in [8] angegebenen Lösungsansätze für Hohlrippenplatten und der Differentialgleichung für die orthotrope Platte mit torsionssteifen Rippen werden für verschiedene Belastungs- und Auflagersituationen Lösungsformeln angegeben, mit denen sich die globalen Momente der Hohlplatte in erster Näherung bestimmen lassen. Erste Anwendungen mit Hohlplatten als Fahrbahnplatten fanden vereinzelt sowohl mit Hohlplatten aus Aluminium als auch mit Stahlhohlplatten als provisorische Abdeckung von Straßenbaustellen statt, vgl. [41], [39] und [40].

Erst mit der fortschreitenden Entwicklung der Laser-Schweißtechnik und dem Einzug der Laser-Schweißtechnik im Produktionsprozess von Großschiffen seit Anfang der 1990-er Jahre ist eine wirtschaftliche Fertigung von Hohlplatten aus Stahl möglich. Im Zuge dieser Entwicklung nahmen auch diesbezügliche Forschungen zu, so dass in den letzten 15 Jahren viele Arbeiten bezüglich der Analyse und der Einsatzmöglichkeiten von Hohlplatten entstanden.

Steifigkeiten von Hohlplatten mit I-förmigen Kernquerschnitten und gleichen Deckblechdicken wurden von *Kolsters* und *Zenkert* 2002 in [13] bereitgestellt. Die Analyse von unsymmetrischen Hohlplatten mit unterschiedlichen Deckblechdicken erfolgte von *Klanac* in [11]. In [29] werden 2004 von *Romanoff* und *Klanac* umfangreiche Formulierungen zur Ermittlung der Steifigkeiten von Hohlplatten bereitgestellt. Dabei werden sowohl Hohlplatten mit und ohne Füllungen der Zwischenschicht berücksichtigt.

Mit den jüngsten Arbeiten (2006-2007) liegt eine systematische Analyse des Lastabtrags innerhalb von Hohlplatten mit I-förmigem Kernquerschnitt speziell in Quertragrichtung vor, vgl. *Romanoff et al.* [33] - [36].

### 2.1.2 Behandlung in der Praxis

Die Berechnung von Hohlplatten erfolgt in der Praxis ausschließlich durch den Einsatz von FEM-Programmen, wobei die Hohlplatte zur Ermittlung der Beanspruchungen der einzelnen Bleche im Allgemeinen als komplexes 3D-Modell abgebildet wird. Zur analytischen Erfassung von Hohlplattenstrukturen hat sich die Verwendung der Sandwichtheorie etabliert.

Klassische Sandwich-Strukturen bestehen in der Regel aus zwei dünnen Deckblechen aus Stahl mit dazwischen liegendem Kern aus einem homogenen Material geringerer Steifigkeit; in der Regel kommen hierfür aufgeschäumte Kunststoffe zum Einsatz. Für die Anwendung der Sandwichtheorie auf Hohlplattenstrukturen ist es notwendig, den Kern der Hohlplatte, bestehend aus in diskreten Abständen angeordneten Kernquerschnitten, über den entsprechenden Abstand zu „verschmieren“. Formal erfüllt eine auf diese Art „homogenisierte“ Stahlhohlplatte somit die Definitionen einer klassischen Sandwich-Struktur.

Durch diese „Homogenisierung“ können für die diskrete Struktur der Hohlplatte mit vereinfachten Plattensteifigkeiten Schnittgrößenermittlungen und somit Plattenberechnungen durchgeführt werden.

Da alle oben genannten relevanten Forschungsarbeiten mehr oder minder auf diese prinzipielle Vorgehensweise zurückgreifen, werden im Folgenden die grundlegenden Formulierungen für die Homogenisierung des Plattenquerschnitts zusammengefasst. Dabei wird zunächst bewusst auf eine ausführliche Herleitung aller Formulierungen verzichtet. Diese erfolgt sukzessive im weiteren Verlauf der Arbeit bzw. ergibt sich automatisch aus der Diskussion der relevanten Forschungsarbeiten. Die verwendeten Definitionen orientieren sich dabei im Wesentlichen an der Arbeit von *Romanoff* und *Klanac*, vgl. [29].

## 2.2 Homogenisierung

Bei der Homogenisierung wird die Hohlplatte, bestehend aus oberem und unterem Deckblech mit dazwischen liegenden mehr oder weniger diskreten Stützungen durch das innen liegende Kernprofil, durch eine äquivalente, homogenisierte und folglich idealisierte Platte ersetzt. Prinzipiell bleiben dabei die globalen orthotropen Eigenschaften der Hohlplatte durch die differenzierte Ermittlung der Steifigkeiten in Richtung der jeweiligen Hauptachsen erhalten.

### 2.2.1 Bezeichnung der Platten

Die Hohlplatte gehört zu den ebenen Flächentragwerken, die sowohl in der Ebene als auch senkrecht zur Ebene belastet werden kann. Zur Beschreibung der Plattengeometrie wird zunächst ein kartesisches Koordinatensystem vereinbart, in dem die Platte in der  $xy$ -Ebene liegt. Die  $x$ -Achse der Platte verläuft parallel zu den

Stegen. Die Steifigkeit der Platte in x-Richtung ist somit größer als die Steifigkeit orthogonal zu den Stegen, so dass im Folgenden die x-Achse als Haupttragrichtung und die x-Richtung als Quertragrichtung bezeichnet wird. Die Plattengeometrie mit den entsprechenden Bezeichnungen und Schnittgrößendefinitionen für die positiven Schnittufer ist in Bild 2.1 dargestellt.

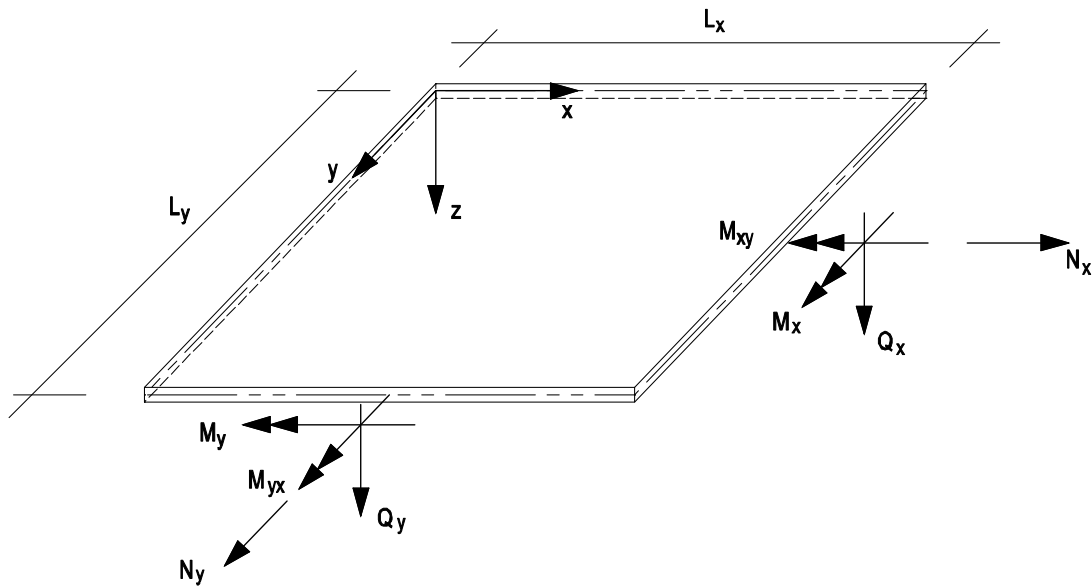


Bild 2.1: Definition Plattengeometrie und Schnittgrößen

### 2.2.2 Ermittlung der Querschnittswerte

Die Querschnittsausgestaltung von Hohlplatten ist im Wesentlichen durch die Wahl des Kernquerschnitts definiert. Als Kernquerschnitt kann prinzipiell jede Profilform gewählt werden. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich Hohlplatten mit einfachen Stegen als Kernquerschnitt (sog. Web-Core-Panel) untersucht. Dabei werden die jeweiligen Querschnittsteile und Abmessungen des Web-Core-Panels in Bild 2.2 definiert.

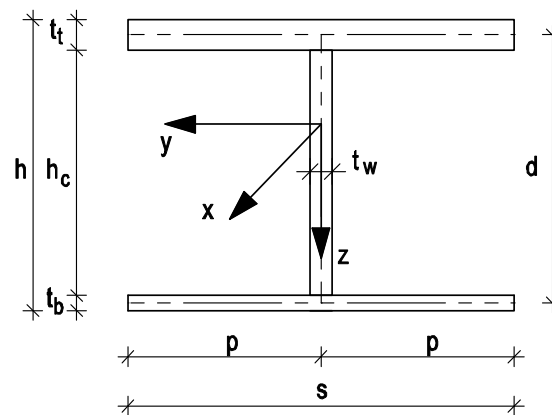


Bild 2.2: Querschnittsabmessungen Web-Core-Panel

### 2.2.3 Materialparameter

Prinzipiell können für die einzelnen Querschnittsteile unterschiedliche Materialien verwendet werden. Es wird ein linear-elastisches Materialgesetz mit folgenden Materialparametern vereinbart:

- $E$  – Elastizitätsmodul
- $G$  – Schubmodul
- $\nu$  – Querkontraktionszahl

Der Schubmodul lässt sich bekanntlich aus dem Elastizitätsmodul und der Querkontraktionszahl wie folgt bestimmen:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.1)$$

Für die Ermittlung der Steifigkeitskoeffizienten wird der Querschnitt im Rahmen der Homogenisierung zunächst in unterschiedliche Schichten aufgeteilt, vgl. [29] und [52], wobei die Schichten mit diskreter Materialverteilung homogenisiert werden. Die Idealisierung der Platte mit diskreten Stegen erfolgt somit durch die „Versmierung“ des Stegblechmaterials über den gesamten Stegabstand  $s$  in der Form, dass der E-Modul des Kernquerschnitts mit dem Faktor  $V_w$  nach Gleichung (2.2) multipliziert wird, vgl. Bild 2.3.

$$V_w = \frac{t_w}{s} \quad (2.2)$$

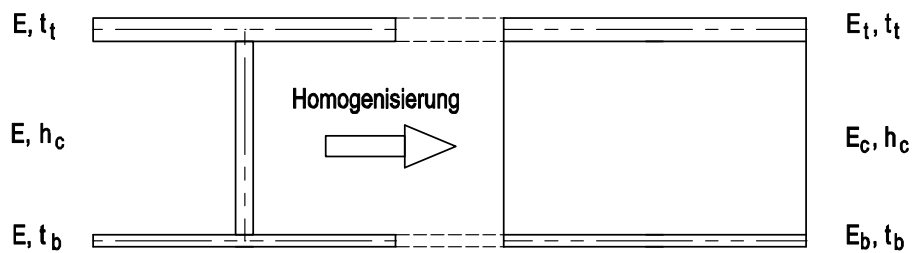


Bild 2.3: Prinzip Homogenisierung

Insgesamt lassen sich die Elastizitäts- und Schubmoduln für die einzelnen Schichten und Richtungen der Hohlplatte mit dem Faktor  $V_w$ , wie in Tabelle 2.1 aufgeführt, darstellen.

Tabelle 2.1: Elastizitäts- und Schubmoduln der einzelnen Schichten

	Obergurt	Kern	Untergurt
<b>E-Modul (x-Richtung)</b>	$E_{t,x} = E$	$E_{c,x} = E \cdot V_w$	$E_{b,x} = E$
<b>E-Modul (y-Richtung)</b>	$E_{t,y} = E$	$E_{c,y} = 0$	$E_{b,y} = E$
<b>Schubmodul (xy-Ebene)</b>	$G_{t,xy} = G$	$G_{c,xy} = 0$	$G_{b,xy} = G$
<b>Schubmodul (xz-Ebene)</b>	$G_{t,xz} = G$	$G_{c,xz} = G \cdot V_w$	$G_{b,xz} = G$

### 2.2.4 Ermittlung der Schwerelinien

Auf Grund der Orthotropie der Hohlplatte sind für die beiden Hauptachsen unterschiedliche Schwerelinien zu ermitteln. Ausgehend von der Oberkante des Querschnitts lassen sich die z-Koordinaten der Schwerelinien für die beiden Haupttragrichtungen wie folgt angeben:

$$e_x = \frac{E_{t,x} \cdot t_t \cdot \frac{t_t}{2} + E_{c,x} \cdot h_c \cdot \left( t_t + \frac{h_c}{2} \right) + E_{b,x} \cdot t_b \cdot \left( h - \frac{t_b}{2} \right)}{E_{t,x} \cdot t_t + E_{c,x} \cdot h_c + E_{b,x} \cdot t_b} \quad (2.3)$$

$$e_y = \frac{E_{t,y} \cdot t_t \cdot \frac{t_t}{2} + E_{b,y} \cdot t_b \cdot \left( h - \frac{t_b}{2} \right)}{E_{t,y} \cdot t_t + E_{b,y} \cdot t_b} \quad (2.4)$$

Für den Fall, dass unterschiedliche Materialien mit unterschiedlichen Eigenschaften verwendet werden, lässt sich noch eine dritte Schwerelinie berechnen:

$$e_{xy} = \frac{G_{xy,t} \cdot t_t \cdot \frac{t_t}{2} + G_{xy,b} \cdot t_b \cdot \left( h - \frac{t_b}{2} \right)}{G_{xy,t} \cdot t_t + G_{xy,b} \cdot t_b} \quad (2.5)$$

Im Falle gleicher Materialien für alle Querschnittsteile gilt  $e_y = e_{xy}$ .

Ausgehend von diesen Koordinaten lassen sich die z-Koordinaten der Schichtgrenzen wie in Tabelle 2.2 angegeben, ermitteln.

Tabelle 2.2: z-Koordinaten bezogen auf die jeweilige Schwerelinien

x-Richtung	y-Richtung	xy-Richtung
$z_{s,x,0} = -e_x$	$z_{s,y,0} = -e_y$	$z_{s,xy,0} = -e_{xy}$
$z_{s,x,1} = -e_x + t_t$	$z_{s,y,1} = -e_y + t_t$	$z_{s,xy,1} = -e_{xy} + t_t$
$z_{s,x,2} = h - e_x - t_b$	$z_{s,y,2} = h - e_y - t_b$	$z_{s,xy,2} = h - e_{xy} - t_b$
$z_{s,x,3} = h - e_x$	$z_{s,y,3} = h - e_y$	$z_{s,xy,3} = h - e_{xy}$

### 2.2.5 Ermittlung der Steifigkeitskoeffizienten

Die Biege- und Membransteifigkeiten sowie die Längsschubsteifigkeit der Hohlplatten werden durch die Berechnung bestimmter Integrale unter der Berücksichtigung der Zuordnung der Indizes entsprechend Tabelle 2.3 nach den Gleichungen (2.6) bis (2.12) zunächst in allgemeingültiger Form bestimmt.

Tabelle 2.3: Zuordnung der Indizes

Index i	=	Index k
1	=	t
2	=	c
3	=	b

#### **Membransteifigkeiten:**

$$A_x = \int E_x dz = \sum_{i=1}^3 E_{k,x} \cdot (z_{s,x,i} - z_{s,x,i-1}) \quad (2.6)$$

$$A_y = \int E_y dz = \sum_{i=1}^3 E_{k,y} \cdot (z_{s,y,i} - z_{s,y,i-1}) \quad (2.7)$$

$$A_{xy} = \int G_{xy} dz = \sum_{i=1}^3 G_{k,xy} \cdot (z_{s,xy,i} - z_{s,xy,i-1}) \quad (2.8)$$

**Biegesteifigkeiten:**

$$D_x = \int E_x \cdot z^2 dz = \left[ \frac{1}{3} \cdot E_x \cdot z^3 \right] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 E_{k,x} \cdot (z_{s,x,i}^3 - z_{s,x,i-1}^3) \quad (2.9)$$

$$D_y = \int E_y \cdot z^2 dz = \left[ \frac{1}{3} \cdot E_y \cdot z^3 \right] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 E_{k,y} \cdot (z_{s,y,i}^3 - z_{s,y,i-1}^3) \quad (2.10)$$

$$D_{xy} = \int G_{xy} \cdot z^2 dz = \left[ \frac{1}{3} \cdot G_{xy} \cdot z^3 \right] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 G_{k,xy} \cdot (z_{s,xy,i}^3 - z_{s,xy,i-1}^3) \quad (2.11)$$

**Längsschubsteifigkeit:**

Die Schubsteifigkeit in Längsrichtung kann an einem herausgelösten Plattenelement entsprechend Bild 2.2 berechnet werden. Der Hauptanteil der Querkraft wird in Haupttragrichtung im Wesentlichen vom Steg abgetragen. Mit dem Faktor aus Gleichung (2.2) wird das Stegmaterial auf den Stegabstand  $s$  bezogen und somit homogenisiert.

$$D_{Qx} = \int G_{xz} dz = \sum_{i=1}^3 G_{k,xz} \cdot (z_{s,x,i} - z_{s,x,i-1}) \quad (2.12)$$

**Querschubsteifigkeit:**

Auf Grund der rahmenartigen Struktur in Quertragrichtung ist die Ermittlung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  wesentlich aufwendiger als die Ermittlung der übrigen Steifigkeitskoeffizienten nach (2.6)-(2.12). Zur Ermittlung dieser Querschubsteifigkeit werden die Schnittgrößen zunächst an einem herausgeschnittenen Rahmenelement in Abhängigkeit der angreifenden Querkraft  $Q_y$  als Einheitslast ermittelt, vgl. Bild 2.4.

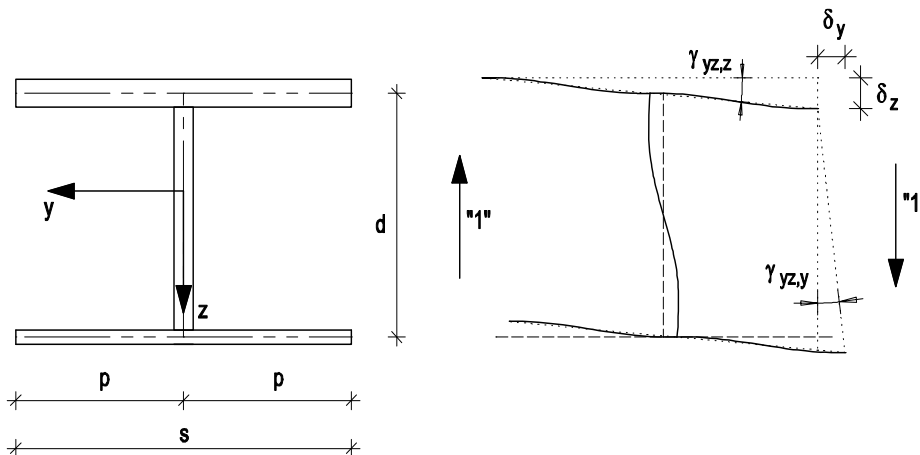


Bild 2.4: herausgeschnittenes Rahmenelement zur Ermittlung der Querschubsteifigkeit

Die Deckbleche und der Steg erleiden unter der angreifenden Querkraft  $Q_y$  im Wesentlichen Biegeverformungen, die über den Stegabstand  $s$  gemittelt und so als mittlere Schubverzerrung gedeutet werden können. Die Querschubsteifigkeit lässt sich dann aus der gemittelten Schubverzerrung unter der Annahme, dass sich die Gesamtdicke  $d$  der Platte auch im belasteten Zustand nicht ändert, am herausgeschnittenen Rahmenelement nach Gleichung (2.13) zurückrechnen. Auf Grund der in der Regel relativ dünnen Deckbleche und den daraus resultierenden großen Biegeverformungen am „Rahmenelement“ ist die Schubsteifigkeit in Querrichtung  $D_{Qy}$  kleiner als in Haupttragrichtung.

$$D_{Qy} = \frac{Q_y}{\gamma_{yz}} = \frac{1}{\gamma_{yz}} \quad (2.13)$$

Eine Formulierung für die Querschubsteifigkeit von Hohlplatten mit I-förmigem Kernquerschnitt wird schon von *Sedlacek* in [38] gegeben. *Kolsters* und *Zenkert* analysieren in [12] den Einfluss von Füllmaterialien zwischen den Stegen auf die Querschubsteifigkeit. Die zuvor genannten Arbeiten berücksichtigen jedoch ausschließlich Web-Core-Panels mit gleichen Dicken für das obere und untere Deckblech. Eine Formulierung der Querschubsteifigkeit für Hohlplatten mit unterschiedlichen Blechdicken für das obere und untere Deckblech wird erstmals durch *Klanac* in [11] bereitgestellt. Für eine ausführliche Herleitung der einzelnen Verformungsanteile sei an dieser Stelle auf [11] verwiesen.

Insgesamt ergibt sich unter Berücksichtigung aller Verformungsanteile auf Grund der Einheitslast und der Annahme, dass für kleine Winkel  $\gamma_{yz} = \tan \gamma_{yz}$  gilt, die Schubverzerrung  $\gamma_{yz}$  nach (2.14).

$$\gamma_{yz} = \gamma_{yz,y} + \gamma_{yz,z} = \frac{\delta_z}{2 \cdot p} + \frac{\delta_y}{d} \quad (2.14)$$



Der Abstand  $d$  zwischen den beiden Schwereachsen der Deckbleche in Gleichung (2.14) ermittelt sich nach Gleichung (2.15).

$$d = h_c + \frac{t_t + t_b}{2} \quad (2.15)$$

Mit der Schubverzerrung nach (2.14) und Gleichung (2.13) ergibt sich schließlich die Querschubsteifigkeit in [11] nach Gleichung (2.16).

$$D_{Q_y}^{\text{Kla.}} = \frac{4 \cdot E \cdot t_w \cdot \left(\frac{d}{s}\right)^2}{\frac{t_w}{t_t} + \frac{t_w}{t_b} + 4 \cdot \left(\frac{d}{t_b}\right)^2 \cdot \frac{t_w}{t_b} \cdot \left[ k_{Q_y} + \frac{d}{s} \cdot \left(\frac{t_b}{t_w}\right)^3 \cdot (6 \cdot k_{Q_y} - 2) \right]} \quad (2.16)$$

Der Index „Kla.“ für *Klanac* wird zur besseren Unterscheidung der gegenüber später diskutierten Formeln für die Querschubsteifigkeit eingeführt. Die Querkraft  $Q_y$  wird in Abhängigkeit der Steifigkeiten im Rahmensystem sowohl durch das untere als auch das obere Deckblech abgetragen; der Parameter  $k_{Q_y}$  in Gleichung (2.16) kann dabei als Faktor für die Aufteilung der Einheitslast auf das untere und obere Deckblech interpretiert werden und ermittelt sich nach Gleichung (2.17).

$$k_{Q_y}^{\text{Kla.}} = \frac{1 + 6 \cdot \frac{d}{s} \cdot \left(\frac{t_t}{t_w}\right)^3}{12 \cdot \frac{d}{s} \cdot \left(\frac{t_t}{t_w}\right)^3 + \left(\frac{t_t}{t_b}\right)^3 + 1} \quad (2.17)$$

Per Definition kann der Parameter  $k_{Q_y}$  nur Werte zwischen null und eins annehmen. Die Querkräfte in den Gurtblechen lassen sich dann mit diesem Parameter nach den Gleichungen (2.18) und (2.19) ermitteln.

$$Q_{y,t} = Q_y \cdot (1 - k_{Q_y}) \quad (2.18)$$

$$Q_{y,b} = Q_y \cdot k_{Q_y} \quad (2.19)$$

Bei identischen Blechdicken der beiden Deckbleche  $t_t = t_b$  ergibt sich der Parameter  $k_{Q_y}$  zu 0,5. Die einwirkende Querkraft  $Q_y$  wird dann von beiden Deckblechen zu gleichen Teilen abgetragen. Die beiden akademischen Extremwerte  $k_{Q_y} = 1$  und  $k_{Q_y} = 0$  bedeuten, dass im ersten Fall die Querkraft vollständig vom unteren Deckblech und im letzten Fall vollständig durch das obere Deckblech abgetragen wird.

Die Lastverteilung in Querrichtung ist somit abhängig von den Steifigkeitsverhältnissen der einzelnen Querschnittsteile.

Bei der Ermittlung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  ist zu beachten, dass die Dicke der Deckbleche und Stege im Verhältnis zur Plattenausdehnung in x-Richtung sehr klein ist. Bei der Bestimmung der Verformungen am herausgeschnittenen Rahmensystem ist nach [17] der dadurch bedingte Ebene Verzerrungszustand und somit eine Erhöhung des E-Moduls nach (2.20) zu beachten.

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (2.20)$$

Bei geringer Plattenausdehnung in x-Richtung reduzieren sich die versteifenden Effekte des Ebenen Verzerrungszustandes. Prinzipiell liegt dann nur noch ein Balken bzw. Rahmenträger in Querrichtung vor. Als Grenzbedingung für die Berücksichtigung von (2.20) werden in [11] folgende Formulierungen angegeben.

$$\frac{2L_x}{s} > 0,25 \rightarrow \frac{E}{1 - \nu^2} \quad \text{Behandlung als Platte} \quad (2.21)$$

$$\frac{2L_x}{s} \leq 0,25 \rightarrow E \quad \text{Behandlung als Träger} \quad (2.22)$$

Insgesamt liegen somit die Steifigkeitskoeffizienten der homogenisierten Platte mit den Gleichungen (2.6) - (2.12) sowie (2.16) und (2.17) in allgemeingültiger Form vor. Setzt man das gleiche Material sowohl für die Deckbleche als auch für die Stegbleche voraus, so ergeben sich mit den Gleichungen (2.23) bis (2.29) bzw. (2.16) die homogenisierten Plattensteifigkeiten für eine Hohlplatte mit regelmäßigem, I-förmigen Kernquerschnitt in folgender direkter Form.

#### **Membransteifigkeiten:**

$$A_x = E \cdot (t_t + t_b + h_c \nu_w) \quad (2.23)$$

$$A_y = E \cdot (t_t + t_b) \quad (2.24)$$

$$A_{xy} = \frac{A_y}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.25)$$

**Biegesteifigkeiten:**

$$D_x = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + h_c^3 \cdot V_w + t_b^3) + t_t \cdot \left( e_x - \frac{t_t}{2} \right)^2 + t_b \cdot \left( h - e_x - \frac{t_b}{2} \right)^2 + V_w \cdot h_c \cdot \left( e_x - \frac{h_c}{2} - t_t \right)^2 \right) \quad (2.26)$$

$$D_y = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + t_b^3) + \frac{t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b} \right) \quad (2.27)$$

$$D_{xy} = \frac{D_y}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.28)$$

**Schubsteifigkeiten:**

$$D_{Qx} = G \cdot (t_t + t_b + V_w \cdot h_c) \quad (2.29)$$

$D_{Qy}$  siehe (2.16) und (2.17).

Für die Verwendung der Steifigkeitskoeffizienten z.B. innerhalb einer 2-D-Plattenberechnung mit Hilfe von einfachen Berechnungsprogrammen lassen sich diese wiederum nach [16] in entsprechende äquivalente Steifigkeiten gemäß den Gleichungen (2.30) bis (2.34) umrechnen.

$$E_x = \frac{12 \cdot D_x}{h^3} \quad (2.30)$$

$$E_y = \frac{12 \cdot D_y}{h^3} \quad (2.31)$$

$$G_{xy} = \frac{6 \cdot D_{xy}}{h^3} \quad (2.32)$$

$$G_{xz} = \frac{D_{Qx}}{k^2 \cdot h} \quad (2.33)$$

$$G_{yz} = \frac{D_{Qy}}{k^2 \cdot h} \quad (2.34)$$

Der Faktor  $k^2$  ist dabei ein Schubkorrekturfaktor. Dieser ist notwendig, da in der Biegetheorie vom Ebenbleiben der Querschnitt ausgegangen wird, was im Umkehrschluss gemittelte, konstante Schubverzerrungen und somit gemittelte, konstante Schubspannungen über die Querschnittshöhe bedingt. Die wahren Schubspannungen sind aber über die jeweilige Querschnittshöhe in der Regel nicht konstant. Um diesen Fehler auszugleichen, wird der Schubkorrekturfaktor eingeführt, der das Verhältnis der Schubfläche  $A_Q$ , auf welche die gemittelten Schubspannungen bezogen werden, zur Gesamtfläche  $A$  angibt. Für Rechteckquerschnitte ergibt sich dieser Faktor zu  $5/6$ . Für eine genaue Herleitung dieses Faktors sei an dieser Stelle z.B. auf [2] verwiesen.

Die unterschiedlichen Querdehnzahlen für die vereinfachte 2-D Plattenberechnung lassen sich nach [16] aus (2.35) und (2.36) berechnen.

$$v_x = v \quad (2.35)$$

$$v_y = v \cdot \frac{D_y}{D_x} \quad (2.36)$$

Abweichend von Gleichung (2.28) wird im Rahmen von vereinfachten 2-D-Plattenberechnungen für die Drillsteifigkeit auch die Formulierung nach Gleichung (2.37) verwendet, vgl. [1], [11], [16], [17] und [52].

$$D_{xy} = \frac{2 \cdot G \cdot t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b} \quad (2.37)$$

Wie bei jeder Vereinfachung besteht bei der Homogenisierung das generelle Problem darin, dass zugunsten einer einfacheren Handhabung innerhalb von statischen Berechnungen jedwede diskrete „Information“ der ursprünglichen Platte verlorengeht. Es können z.B. mit Hilfe der homogenisierten Plattensteifigkeiten globale Plattenschnittgrößen ermittelt werden. Durch die Homogenisierung können aber innerhalb des Plattenquerschnitts weder die diskreten Steifigkeiten der Stege in Querrichtung noch die verschiedenen

Steifigkeiten der unterschiedlichen Schichten über die Plattenhöhen differenziert berücksichtigt werden. Das führt zu gewissen „Unschärfen“ der Ergebnisse gegenüber den Verhältnissen innerhalb der realen Struktur.

Vernachlässigt man die verschiedenen „Schichten-Steifigkeiten“ innerhalb einer Sandwich-Struktur variieren diese „Unschärfen“ je nach Steifigkeit der Deckbleche. Diese Effekte lassen sich mit den Grundlagen der Sandwichtheorie erklären. Hierzu liegen zahlreiche Veröffentlichungen vor, vgl. z.B. [1], [42],[27]. Da aktuelle Forschungsarbeiten explizit auf die in [1] von *Allen* diskutierten Grundlagen zurückgreifen, werden im Folgenden die relevanten Punkte dieser Arbeit zusammenfassend diskutiert.

### 2.3 Grundlagen Sandwichtheorie

Die prinzipielle Umwandlung eines diskreten Kerns innerhalb einer Sandwich-Struktur zu einem homogenen Kernquerschnitt wurde im vorangegangenen Kapitel beschrieben. Im Folgenden wird daher zunächst ausschließlich von einer klassischen Sandwich-Struktur bestehend aus Deckblechen mit dazwischen liegendem homogenem Kern ausgegangen. Für die Diskussion des Einflusses der Deckblechdicke auf das Lastabtragverhalten von Sandwichträgern ist es zunächst erforderlich, auf die Spannungsverteilung innerhalb eines Sandwichträgers einzugehen. Im Anschluss daran erfolgt ein Vergleich der Verformung eines Sandwichträgers mit dünnen und dicken Deckblechen. Die wesentlichen Formulierungen sowie die Argumentationsfolge sind dabei der Arbeit von *Allen* [1] entnommen.

#### 2.3.1 Spannungsverteilung im Sandwich-Träger

Die Biegesteifigkeit eines Sandwichträgers mit den geometrischen Abmessungen gemäß Bild (2.7) ermittelt sich aus der Summe der Biegesteifigkeiten der einzelnen Komponenten nach Gleichung (2.38).

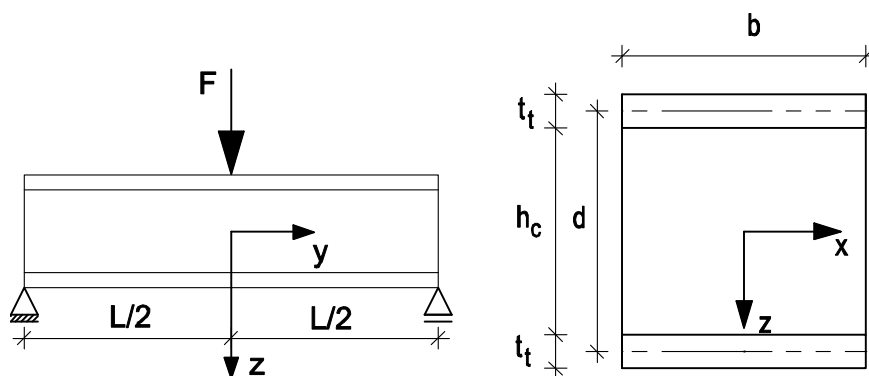


Bild 2.5: Abmessungen Sandwich Balken

$$D_y = E_t \cdot \frac{bt_t^3}{6} + E_t \cdot \frac{bt_t d^2}{2} + E_c \cdot \frac{bh_c^3}{12} = E_t \cdot I_f + E_t \cdot I_{St} + E_c \cdot I_c = E_t \cdot I + E_c \cdot I_c \quad (2.38)$$

Dabei wird in Gleichung (2.38) von einer gleichen Deckblechdicke ( $t_t = t_b$ ) und gleichem Material ( $E_t = E_b$ ) ausgegangen. Die Variablen folgen der Definition in Bild 2.2.

Die ersten beiden Terme der Gleichung (2.38) repräsentieren die Eigenbiegesteifigkeit sowie die Steiner-Anteile der beiden Deckbleche. Der dritte Term entspricht der Biegesteifigkeit des Kerns. Für ungleiche Deckblechdicken und vernachlässigbarer Steifigkeit des Kernquerschnitts lässt sich Gleichung (2.38) in (2.27) überführen.

In üblichen Sandwichstrukturen sind die Eigenbiegesteifigkeiten der Deckbleche vernachlässigbar klein, während die Biegesteifigkeiten, die aus den Steiner Anteilen der Deckbleche resultieren, in der Regel dominieren. Sowohl in [1] als auch in [27] werden Grenzen für eine mögliche Vernachlässigung des 1. und 3. Terms aus (2.38) angegeben.

Die Biegesteifigkeit der Deckbleche beträgt demnach weniger als 1% der Biegesteifigkeit aus den Steiner-Anteilen, falls die Bedingung (2.39) erfüllt ist.

$$3 \cdot \left( \frac{d}{t_t} \right)^2 > 100 \quad (2.39)$$

Die Biegesteifigkeit des Kerns beträgt weniger als 1% der Biegesteifigkeit aus den Steiner-Anteilen, falls Gleichung (2.40) gilt.

$$6 \frac{E_t}{E_c} \cdot \frac{t_t}{h_c} \cdot \left( \frac{d}{h_c} \right)^2 > 100 \quad (2.40)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Querschnitte des Balkens jeweils eben und rechtwinklig zur Längsachse bleiben, können die Spannungen in den Deckblechen und im Kernquerschnitt zunächst mit der einfachen Biegetheorie nach (2.41) und (2.42) berechnet werden.

$$\sigma_t = \frac{M \cdot z}{D_y} \cdot E_t \quad (2.41)$$

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z}{D_y} \cdot E_c \quad (2.42)$$

### 2.3 Grundlagen Sandwichtheorie

---

Die Annahme der Gültigkeit der einfachen Biegetheorie führt zu der bekannten Formulierung für die Berechnung der Schubspannungen nach (2.43).

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S}{I \cdot b} \quad (2.43)$$

Im Falle eines Verbundquerschnitts muss Gleichung (2.43) jedoch zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Steifigkeiten der einzelnen Schichten modifiziert werden, vgl. (2.44).

$$\tau = \frac{Q_y}{D_y \cdot b} \cdot \sum (S_i \cdot E_i) \quad (2.44)$$

Die Summe  $\sum (S_i \cdot E_i)$  besteht aus der Summe der Produkte aus dem Flächenmoment 1. Grades und dem E-Modul der jeweiligen Schicht des Sandwichträgers.

Die Schubspannungsverteilung im Kern ist im Wesentlichen von dieser Summe abhängig. Diese lässt sich in Abhängigkeit der z-Koordinate nach Gleichung (2.45) darstellen.

$$\sum (S_i \cdot E_i) = E_t \frac{b \cdot t_t d}{2} + \frac{E_c b}{2} \cdot \left( \frac{h_c}{2} - z \right) \left( \frac{h_c}{2} + z \right) \quad (2.45)$$

Die Schubspannungen des Kernquerschnitts können dann insgesamt nach (2.46) ermittelt werden.

$$\tau = \frac{Q_y}{D_y} \left\{ E_t \frac{t \cdot d}{2} + \frac{E_c}{2} \left( \frac{h_c^2}{4} - z^2 \right) \right\} \quad (2.46)$$

Analog lässt sich eine Formulierung für die Schubspannungsverteilung in den Deckblechen aufstellen. Insgesamt ergibt sich somit eine Schubspannungsverteilung über den Querschnitt nach Bild 2.6.

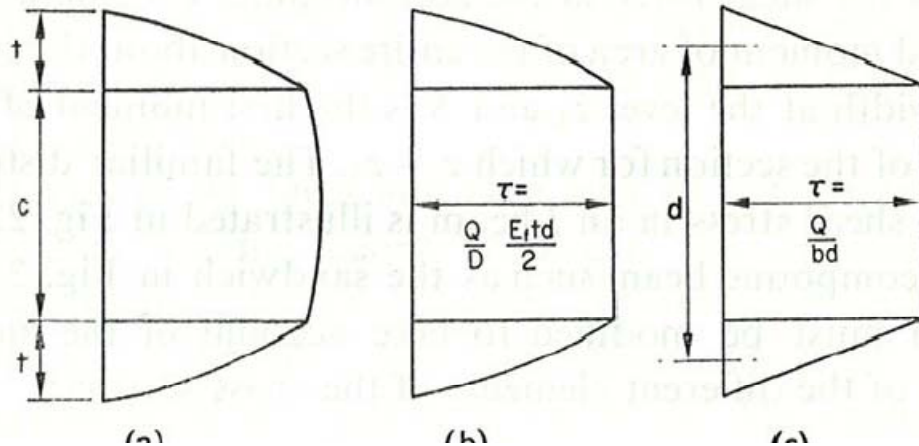


Bild 2.6: Schubspannungsverteilung im Sandwichträger, aus [1]; (a) tatsächliche Verteilung, (b) weicher Kern, (c) weicher Kern ohne Berücksichtigung der Biegesteifigkeit der Deckbleche

Setzt man in (2.46) die z-Koordinate der Schichtgrenze zwischen Kernquerschnitt und Deckblech sowie die z-Koordinate der Kernmitte ein, lässt sich das Verhältnis der maximalen Schubspannung in der Kernmitte zur minimalen Schubspannung am Übergang zum Deckblech durch (2.47) darstellen.

$$\frac{\tau_{\max.}}{\tau_{\text{Übergang}}} = 1 + \frac{E_c}{E_t} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{h_c^2}{td} \quad (2.47)$$

Der Unterschied ist somit unter 1%, falls folgende Bedingung eingehalten ist:

$$4 \frac{E_t}{E_c} \cdot \frac{t_t}{h_c} \cdot \frac{d}{h_c} > 100 \quad (2.48)$$

Ist Bedingung (2.48) erfüllt, kann die Schubspannungsverteilung über die Höhe des Kerns als konstant angenommen werden. Da in der Regel  $d$  und  $h_c$  in der gleichen Größenordnung liegen, ist der Ausdruck (2.48) nahezu identisch mit Gleichung (2.40). Insgesamt kann also festgehalten werden, dass wenn der Kernquerschnitt zu weich ist um einen signifikanten Beitrag zur Biegesteifigkeit des Querschnitts beizutragen, die Schubspannungsverteilung über den Kern als konstant angenommen werden kann.

Für einen weichen Kernquerschnitt ist es also zulässig, den E-Modul in Gleichung (2.38) und (2.46) zu Null zu setzen, woraus sich dann die konstante Schubspannung für den Kern aus Gleichung (2.49) ermittelt.

$$\tau = \frac{Q_y}{D_y} \cdot \frac{E_t \cdot t \cdot d}{2} \quad (2.49)$$



Im Falle einer zusätzlich geringen Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche ist Bedingung (2.39) erfüllt. Somit vereinfacht sich die Formulierung für die Biegesteifigkeit des Sandwichträgers nach (2.38) zu (2.50)

$$D_y = E_t \cdot \frac{b \cdot t_t d^2}{2} \quad (2.50)$$

Setzt man Gleichung (2.50) in (2.49) ein, reduziert sich die Formulierung für die Schubspannung im Kern zur maximal einfachsten Form, vgl. (2.51):

$$\tau = \frac{Q_y}{b \cdot d} \quad (2.51)$$

Mit der Annahme einer konstanten Schubspannungsverteilung nach Bild 2.8 c und Gleichung (2.51) liegen nun die grundsätzlichen Annahmen der Sandwichtheorie vor. Der E-Modul der Kernschicht ist in der Regel um ein Vielfaches kleiner als der E-Modul des Stahls der Deckbleche und somit vernachlässigbar. Ebenso kann bei dünnen Deckblechen deren Eigenbiegesteifigkeit vernachlässigt werden, so dass man also zunächst von einem reinen Membranspannungszustand in den Deckblechen ausgeht, vgl. auch [42]. Mit Hilfe dieser grundsätzlichen Überlegungen wird im Folgenden der Unterschied zwischen Sandwichträgern mit vernachlässigbarer Biegesteifigkeit der Deckbleche und solchen, bei denen die Biegesteifigkeit der Deckbleche nicht vernachlässigt werden kann, diskutiert.

### 2.3.2 Sandwichträger mit dünnen Deckblechen

Die Verformung eines Sandwichträgers für den Fall dünner Deckbleche und weichem Kernquerschnitt wird anhand eines Einfeldträgers mit einer Einzellast in Feldmitte näher beschrieben, vgl. Bild 2.7.

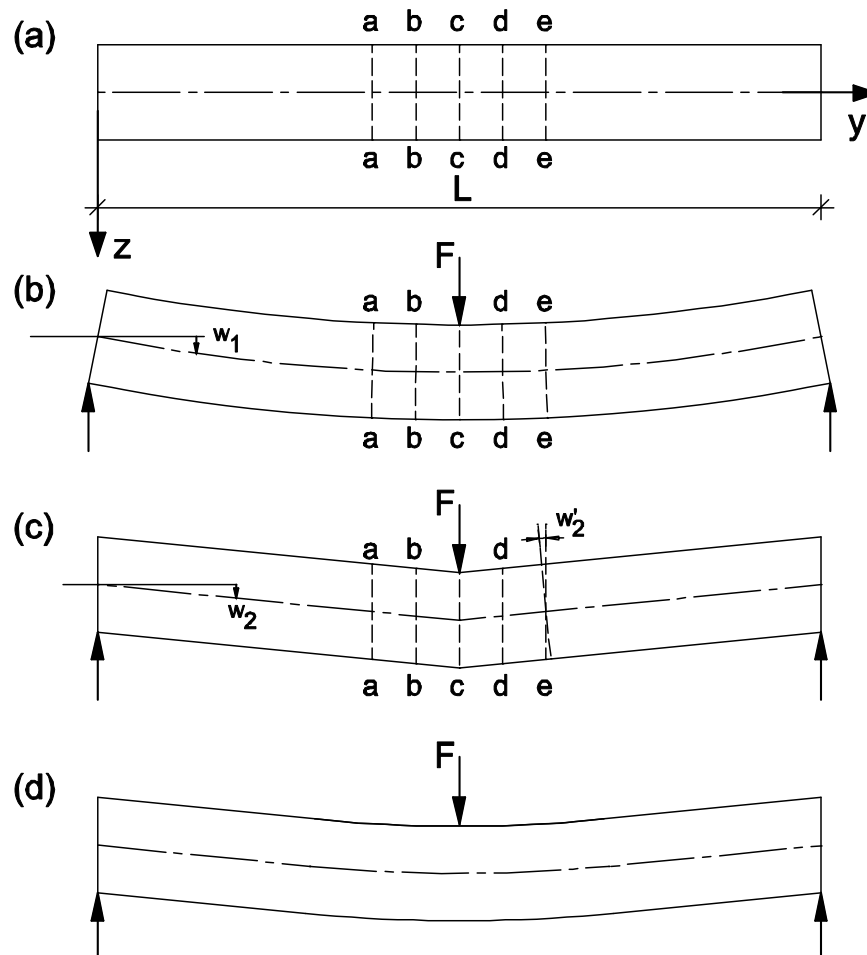


Bild 2.7: Verformungsanteile Sandwich Balken aus [1]

Die Bedingungen (2.39), (2.40) und (2.48) sind erfüllt, so dass sich die Biegesteifigkeit nach (2.50) und die Schubspannungen nach (2.51) bestimmen lassen.

Mit Hilfe der einfachen Biegetheorie und der bekannten Formulierung der Differentialgleichung der Biegelinie nach (2.52) kann zunächst in einem ersten Schritt der Verformungsanteil  $w_1$  entsprechend Bild 2.7b berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 w^{IV}(y) &= \frac{p_z}{D_y} \\
 w^{III}(y) &= -\frac{Q(y)}{D_y} \\
 w^{II} &= -\frac{M(y)}{D_y} \\
 w^I &= \varphi(y) \quad \text{Verdrehung} \\
 w & \quad \text{Durchbiegung}
 \end{aligned}
 \tag{2.52}$$

Gemäß Bild 2.7b findet unter dem Verformungsanteil  $w_1$  zunächst eine reine Verdrehung der Querschnitte aa, bb und cc ohne Verschiebung in Stab längsachse statt. Entsprechend der reinen Biegeverformung erfährt also das obere Deckblech Druck und das untere Deckblech Zug. Gemäß Gleichung (2.51) und auf Grund der konstanten Querkraft ermittelt sich die Schubspannung in jedem Querschnittsteil zu  $\tau = Q_y / (b d)$ . Aus dieser Beanspruchung resultieren Schubverzerrungen  $\gamma = Q_y / (G b d)$ , die ebenso wie die Schubspannungen über die Höhe des Kerns konstant sind. Diese Schubverzerrungen führen zu einer weiteren Verformung  $w_2$  des Trägers, vgl. Bild 2.7c. Die Punkte a, b, c welche auf der Schwerachse des Trägers liegen, erfahren somit eine weitere vertikale Verschiebung.

Die Deckbleche und die Schwerelinie des Balkens neigen sich. Die Beziehung zwischen dieser Neigung des Balkens  $dw_2/dy$  und der Schubverzerrung des Kerns kann unter Berücksichtigung von Bild 2.8 entsprechend Gleichung (2.53) formuliert werden.

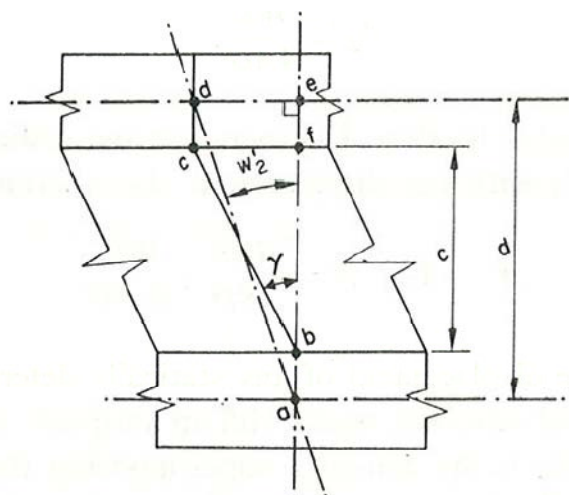


Bild 2.8: Schubverformungen Sandwichelement aus [1]

$$\frac{dw_2}{dy} = \gamma \cdot \frac{h_c}{d} = \frac{Q_y}{Gbd} \cdot \frac{h_c}{d} = \frac{Q_y}{A \cdot G} \quad (2.53)$$

Das Produkt  $AG$  mit  $A$  gemäß Gleichung (2.54)

$$A = bd^2 / h_c \quad (2.54)$$

wird auch als Schubsteifigkeit des Sandwiches bezeichnet. Die zur Schubverzerrung zugehörige Verformung  $w_2$  erhält man durch Integration der Gleichung (2.53).

Die Gesamtverformung des Trägers ergibt sich dann durch die Addition der beiden Verformungsanteile  $w_1$  und  $w_2$ , vgl. Bild 2.7d. Prinzipiell lässt sich also die Gesamtverformung eines statisch bestimmten Sandwichträgers mit dünnen Deckblechen und vernachlässigbarer Biegesteifigkeit des Kernquerschnitts durch Superposition der „Biegeverformung“ und der „Schubverformung“ berechnen.

### 2.3.3 Sandwichträger mit dicken Deckblechen

Im Falle nicht zu vernachlässigender Biegesteifigkeiten der Deckbleche ist Bedingung (2.39) nicht erfüllt. Wenn sich der Sandwichträger als Ganzes verbiegt, erfahren die Deckbleche des Sandwichträgers sowohl lokale Biegeverformungen, wenn sie sich um ihre eigene Achse verdrehen, als auch reine Dehnungen durch Druck- bzw. Zugbeanspruchungen. Die Biegesteifigkeit der Deckbleche wird durch den ersten Term der Gleichung (2.38) bestimmt. Diese hat unmittelbar Einfluss auf die Schubverformung des Kerns. Betrachtet man die Verformungsfigur in Bild 2.7 c, so müsste die Krümmung der Deckbleche in Feldmitte direkt unter der Last unendlich groß sein. Anstelle dessen verbiegen sich die Deckbleche jedoch lokal in der Umgebung der Lasteinleitung. Die Schubverformung wird somit ein wenig „abgerundet“ und durch die Biegesteifigkeit der Deckbleche reduziert. Die Deckbleche erhalten dadurch zusätzliche Biegemomente und Querkräfte. Im Falle dünner Deckbleche sind diese Effekte vernachlässigbar klein, im Falle dickerer Deckbleche und Kernquerschnitten geringerer Steifigkeit führen diese Effekte zu einer bemerkbaren Verringerung der Schubverformung.

Ein Sandwichträger mit einer Gesamtbelastung  $q$  vollzieht somit zwei unterschiedliche Verformungen  $w_1$  und  $w_2$ . Die erste ist der Bernoulli-Biegetheorie zugeordnet, wobei sich die Querkraft  $Q_1$  zwischen den Deckblechen und dem Kernquerschnitt aufteilt. Auf Grund der Schubspannungen erfährt der Kern Schubverzerrungen  $\gamma = \tau/G$ , welche zu zusätzlichen Verformungen  $w_2$  führen. Den Deckblechen wird diese zusätzliche Verformung aufgezwungen, somit können ihnen zusätzlichen Lasten  $q_2$ , Querkräfte  $Q_2$ , und Biegemomente  $M_2$  zugeordnet

werden. Die Summe aus  $Q_1$  und  $Q_2$  ist dann die Gesamtquerkraft  $Q$  des Sandwichträgers.

Die Gesamtlast, -querkräfte und -biegemomente sowie -verformungen setzen sich somit nach (2.55) zusammen,

$$\begin{aligned}q &= q_1 + q_2 \\Q &= Q_1 + Q_2 \\M &= M_1 + M_2 \\w &= w_1 + w_2\end{aligned}\tag{2.55}$$

wobei für die jeweiligen Anteile folgende Zusammenhänge gelten:

$$\begin{aligned}q_1 &= -Q_1' \\Q_1 &= M_1' \\M_1 &= -Dw_1''\end{aligned}\tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}q_2 &= -Q_2' \\Q_2 &= M_2' \\M_2 &= -E I_f \cdot w_2''\end{aligned}\tag{2.57}$$

Um die gegenseitige Beeinflussung dieser beiden Tragmechanismen analytisch zu erfassen, wird in [1] zunächst die Verformung eines Sandwichträgers mit dicken Deckblechen und der Annahme eines schubstarren Kerns ( $G=\infty$ ) unter einer Gleichstreckenlast  $q_1$  ermittelt. Unter Berücksichtigung der Differentialgleichung der Biegelinie nach (2.56) ergibt sich dabei folgende Bestimmungsleichung (2.58).

$$-Q_1 = Dw_1''' = E_t (I - I_f) w_1''' + E_t I_f w_1'''\tag{2.58}$$

Die Aufteilung der Biegesteifigkeit erfolgt demnach in die Anteile Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche und in die Steiner-Anteile der Deckbleche innerhalb des gesamten Trägers, vgl. Gleichung (2.38). Die Biegesteifigkeit des Kerns wird, wie auch schon in Kapitel 2.3.2 wieder vernachlässigt.

Der erste Teil der Gleichung (2.58) repräsentiert die Querkraft, die vom Träger als Ganzes abgetragen wird unter der Annahme, dass die Deckbleche nur reine Dehnungen und keine lokale Biegung erfahren. Für diesen Fall sind die Schubspannungen über die Höhe des Kerns konstant. Von den Kernrändern zu den Außenkanten des Trägers (Oberkante des oberen Deckbleches und Unterkante des unteren Deckbleches) verlaufen die Schubspannungen dann linear auf null,

vgl. Bild 2.6c. Somit kann der erste Term von Gleichung (2.58) durch  $-bd\tau$  mit  $\tau$  gleich der Schubspannung im Kern ersetzt werden, vgl. (2.59).

$$-Q_1 = -bd\tau + E_t I_f w_1''' \quad (2.59)$$

Der Zusammenhang zwischen der Schubverzerrung des Kerns  $\gamma$  und der zusätzlichen Verformung  $w_2$  kann dann aus Bild 2.8 und Gleichung (2.53) hergestellt werden.

$$\gamma = \frac{d}{h_c} \cdot w_2' \quad (2.60)$$

Mit  $\gamma = \tau/G$  ermitteln sich die Kernspannungen nach Gleichung (2.61).

$$\tau = \frac{d}{h_c} \cdot G w_2' \quad (2.61)$$

Setzt man  $\tau$  in Gleichung (2.59) ein, ergibt sich

$$-Q_1 = -AG \cdot w_2' + E I_f \cdot w_1''' \quad (2.62)$$

mit  $A = bd^2/h_c$ .

Ersetzt man nun  $Q_1 = -Dw_1'''$  in Gleichung (2.62), so erhält man nach einigem umformen die Formulierung (2.63).

$$w_2' = -\frac{D_y}{AG} \cdot \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \cdot w_1''' = \frac{Q_1}{AG} \left(1 - \frac{I_f}{I}\right) \quad (2.63)$$

Die gesamte Querkraft ergibt sich dann aus

$$Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - E I_f \cdot w_2''' \quad (2.64)$$

Ersetzt man  $w_2'''$  aus Gleichung (2.63) so erhält man eine Differentialgleichung für  $Q_1$  nach Gleichung (2.65).

$$Q_1'' - \alpha^2 Q_1 = -\alpha^2 Q \quad (2.65)$$

Wobei sich der Faktor  $\alpha^2$  aus Gleichung (2.66) ergibt:

$$\alpha^2 = \frac{AG}{E_t I_f \left(1 - \frac{I_f}{I}\right)} \quad (2.66)$$

Diese inhomogene Differentialgleichung kann mit geeigneten Ansätzen für die Berechnung von Sandwichträgern bei denen  $Q$  als Funktion von  $y$  gegeben ist,

gelöst werden. Dabei werden zunächst die Größen  $M_1$ ,  $w_1$  und  $q_1$  durch Integration und Differentiation berechnet. Die Verdrehung  $w_2^1$  kann direkt über die Beziehung (2.63) ermittelt werden und die dazugehörigen Werte  $M_2$ ,  $w_2$  und  $q_2$  können dann wiederum durch Integration und Differentiation der Gleichung (2.63) ermittelt werden.

Gleichung (2.63) stellt sich in einer etwas kompakteren Form wie folgt dar.

$$EI_f w_2^1 = \frac{Q_1}{\alpha^2} \quad (2.67)$$

Der Faktor  $\alpha^2$  gibt dabei das Verhältnis zwischen der Schubsteifigkeit des Kerns und der Biegesteifigkeit der Deckbleche an. Die Größe der Beeinflussung der Verformung durch die Biegesteifigkeit der Deckbleche hängt zum einen vom Faktor  $\alpha^2$  und zum anderen von der Spannweite also der geometrischen Ausdehnung des Sandwichträgers ab. Je größer  $\alpha^2$  bzw. je größer die Spannweite desto geringer der Effekt. Dieser Effekt wird in der Literatur auch „Thick-Face-Plate-Effect“ genannt.

Mit fallender Schubsteifigkeit und steigender Deckblechsteifigkeit, also kleiner werdendem Faktor  $\alpha^2$ , verändert sich der Tragmechanismus innerhalb des Sandwichträgers, weg von der Gesamttragwirkung des Trägers mit hauptsächlich Normalspannungen in den Deckblechen hin zum Lastabtrag über die Biegesteifigkeit der Deckbleche. Diese wirken im Grenzfall  $\alpha^2 = 0$  als einzelne Biegeträger, die über die vertikale Verschiebung gekoppelt sind.

Bezogen auf die Web-Core-Sandwich-Strukturen bedeutet somit eine idealisierte Plattenberechnung mit homogenisierten Querschnittswerten ohne explizite Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ eine prinzipiell fehlerhafte Abbildung der Struktur. Dabei hängt die Größe des Fehlers von der Biegesteifigkeit der Deckbleche ab. Mit steigender Biegesteifigkeit der Deckbleche steigt auch generell der Einfluss dieses Effektes auf den Lastabtrag. In der homogenisierten Berechnung nach 2.2 kann dieses Tragverhalten jedoch nicht abgebildet werden, da für die Berücksichtigung der Biegesteifigkeit in Querrichtung nur eine einzige homogenisierte Biegesteifigkeit für den gesamten Träger zur Verfügung steht und der differenzierte lokale Einfluss der Deckblechsteifigkeit somit nicht mehr berücksichtigt werden kann.

In [1] wurden für bestimmte statische Systeme für Sandwichträger unter Verwendung trigonometrischer Ansatzfunktionen, welche die jeweiligen Rand- und Verformungsbedingungen des statischen Systems erfüllen, Lösungen für die Differentialgleichung (2.67) hergeleitet. Mit diesen Lösungen können sowohl Verformungs- als auch Schnittgrößenberechnungen von Sandwich-Trägern unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ durchgeführt werden.

Für das in Bild 2.9 dargestellte statische System wird z.B. mit der oben beschriebenen Vorgehensweise eine Lösung für die Funktion der Biegelinie mit den Gleichungen (2.68) und (2.69) bereitgestellt.

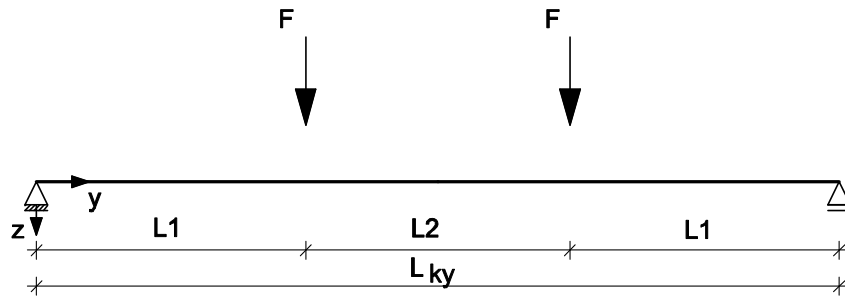


Bild 2.9: Statisches System „4-Punkt-Biegeträger“

für  $0 \leq y \leq L_1$

$$w(y) = \frac{F \cdot L_{ky}^3}{18 \cdot D_y} \cdot \left( 2 \frac{y}{L_{ky}} - 3 \frac{y^3}{L_{ky}^3} \right) + \frac{Fy}{D_{Qy}} \left( 1 - \frac{D_f}{D_y} \right)^2 - \frac{F}{D_{Qy}k} \left( 1 - \frac{D_f}{D_y} \right)^2 \frac{\sinh(ky)}{4 \sinh^2\left(\frac{kL_{ky}}{6}\right) + 1} \quad (2.68)$$

für  $L_1 \leq y \leq L_1 + L_2/2$

$$w(y) = \frac{F \cdot L_{ky}^3}{162 \cdot D_y} \cdot \left( -1 + 27 \frac{y}{L_{ky}} - 27 \frac{y^2}{L_{ky}^2} \right) + \frac{Fy}{3D_{Qy}} \left( 1 - \frac{D_f}{D_y} \right)^2 - \frac{2F}{D_{Qy}k} \left( 1 - \frac{D_f}{D_y} \right)^2 \frac{\sinh(kL_{ky}/6) \cosh(ky - kL_{ky}/2)}{4 \sinh^2\left(\frac{kL_{ky}}{6}\right) + 1} \quad (2.69)$$

Mit  $k$  nach Gleichung (2.70).

$$k = \sqrt{\frac{D_{Qy}}{D_f \left( 1 - \frac{D_f}{D_y} \right)}} = \alpha \quad (2.70)$$

Der jeweilige erste Term der beiden Gleichungen (2.68) und (2.69) beschreibt die Biegeverformung des Trägers unabhängig von der Schubsteifigkeit des Trägers.



Mit dem jeweiligen zweiten und dritten Term der beiden Gleichungen werden dementsprechend die Schubverformungen und die Verformungen, die dem „Thick-Face-Plate-Effect“ zugeschrieben werden, berechnet.

Prinzipiell können mit dieser analytischen Methode die unterschiedlichen Steifigkeiten innerhalb der Schichten des homogenisierten Trägers berücksichtigt werden. Lösungen gemäß den Gleichungen (2.68) - (2.70) liegen allerdings nur für wenige einfache statische Systeme vor. Die analytische Berechnung von Balken mit variablen Laststellungen ist entsprechend aufwendig. Komplexere Geometrien z.B. die Berechnung von Stahlhohlplatten sind ohne den Einsatz entsprechender numerischer Hilfsmittel kaum mehr zu lösen.

Die diskreten Steifigkeiten in Querrichtung aus der Stützung der Deckbleche durch die Stege, können in der homogenisierten Berechnung auf Grund der „Verschmierung“ des Materials des Kernprofils selbst bei Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ nicht erfasst werden.

Es ist offensichtlich, dass diese diskreten Stützungen die Deckbleche lokal beeinflussen. Die Ausprägung sowie analytische Erfassung dieser Einflüsse ist Gegenstand jüngster Forschungsarbeiten, auf die im Folgenden näher eingegangen wird.

## 2.4 Tragverhalten von Web-Core-Sandwichträgern

### 2.4.1 Allgemeines

Web-Core-Sandwichträger unterscheiden sich von denen im Kapitel 2.3 beschriebenen klassischen Sandwichträgern durch die Ausbildung des Kerns zwischen den Deckblechen. Während in Kapitel 2.3 zunächst von einem homogenen Kernquerschnitt ausgegangen wird, liegen beim Web-Core-Sandwichträger diskrete Stützungen durch die in bestimmten Abständen angeordneten Stege vor. Der Lastabtrag der Querkraft  $Q_y$  unterscheidet sich dementsprechend von dem in Kapitel 2.3 beschriebenen Lastabtrag eines Trägers mit homogenem Kernquerschnitt. Ein wesentlicher Beitrag zum Tragverhalten in Querrichtung von Web-Core-Plattenstreifen wird in [33] mit der Entwicklung der „Plane-Frame-Methode“ geleistet. Dabei wird der prinzipielle Lastabtrag in Querrichtung durch das Zusammenwirken zwischen Membrantragwirkung in den Deckblechen, Biegetragwirkung der Deckbleche und Vierendeelwirkung zwischen den Deckblechen und den Stegen analysiert. Die wesentlichen Zusammenhänge werden hier zusammenfassend diskutiert.

Analog dem Vorgehen in Kapitel 2.3, Bild 2.7 werden zunächst die Verformungsanteile eines Rahmenträgers unter dem Lastfall „Vier-Punkt-Biegung“ in einen

(globalen) Biegeverformungsanteil, vgl. Bild 2.10 c und lokalen Verformungsanteil, vgl. Bild 2.10 b unterteilt.

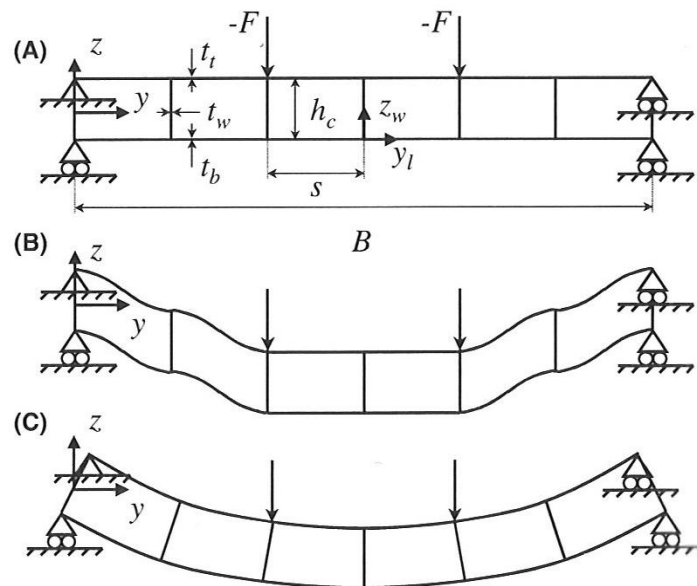


Bild 2.10: Verformungsmechanismen am Rahmenträger, aus [34]

Die globale Biegeverformung korrespondiert zu dem Fall entgegengesetzter Dehnungen in den Deckblechen des Trägers, während bei den lokalen Verformungen des Trägers die Längenänderungen der Deckbleche nicht berücksichtigt werden.

Die beiden Verformungsanteile lassen sich den einzelnen Schnittgrößen der jeweiligen Deckbleche und Stege zuordnen. Am herausgelösten Rahmenelement gelten die Schnittgrößendefinitionen für einen beliebigen Steg  $n$  nach Bild 2.11.

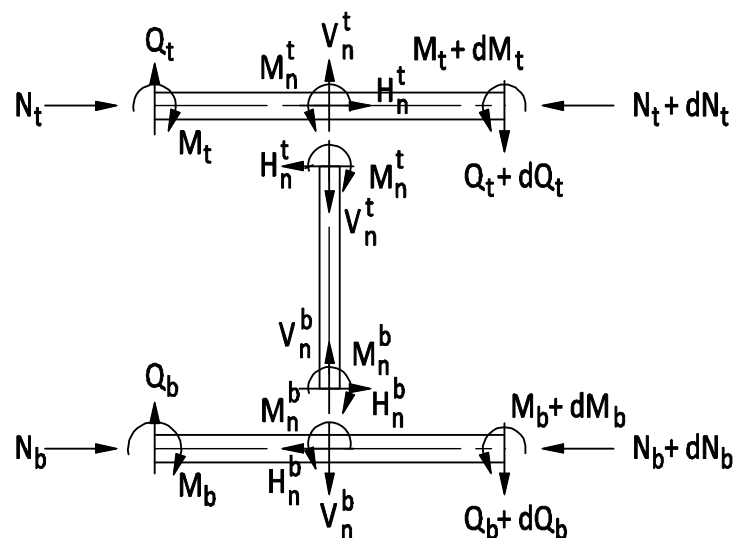


Bild 2.11: Schnittgrößendefinition am herausgelösten Rahmenelement aus [34].

Unabhängig von weiteren Ausführungen ist offensichtlich, dass die Stegendmomente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  für die lokalen Biegeverformungen der Deckbleche verantwortlich sind, vgl. Bild 2.10b.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen am Steg  $n$  werden direkt folgende Gleichungen extrahiert.

$$H_n^t = H_n^b = H_n \quad (2.71)$$

$$V_n^t = V_n^b = V_n \quad (2.72)$$

$$H_n = \frac{M_n^t + M_n^b}{d} \quad (2.73)$$

### 2.4.2 Globale Verformung

Aus Gleichung (2.73) lässt sich direkt ableiten, dass die Horizontal-Kräfte  $H_n^t$  und  $H_n^b$  an den Schnittpunkten zwischen den Stegen und den Deckblechen ausschließlich auf Grund der Steg-Endmomente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  in die Deckbleche eingeleitet werden. Die Normalkräfte in den Deckblechen, die der globalen Biegeverformung zugeordnet werden, können als Summe der diskreten steginduzierten Horizontalkräfte  $H_n$  nach Gleichung (2.74) geschrieben werden.

$$N_n(y) = \sum_{n=1}^N H_n \cdot H(y - y_n^w) \quad (2.74)$$

Der Term  $H(y - y_n^w)$  ist dabei die sog. Heaviside-Funktion für die folgende Bedingung (2.75) gilt:

$$H(y-a) = \begin{cases} 0, & y < a \\ 1, & y > a \end{cases} \quad (2.75)$$

Mit Hilfe der Heaviside-Funktion und deren Ableitungen ist ähnlich dem Föppl-Symbol die formale Integration und Differentiation von Funktionen mit Unstetigkeiten und Sprüngen möglich. Die ansonsten aufwendige bereichsweise Integration kann entfallen. Die Heaviside-Funktion wird in [33] verwendet um die diskreten Kraft- und Momenteneinleitungen an den Schnittpunkten zwischen den Stegen und den Deckblechen mathematisch beschreiben zu können.

In Verbindung mit Gleichung (2.73) können die zwischen den Stegen bereichsweisen konstanten Normalkräfte in den Deckblechen auch durch die steginduzierten Momente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  beschrieben werden.

$$N_n(y) = \sum_{n=1}^N \frac{M_n^t + M_n^b}{d} \cdot H(y - y_n^w) \quad (2.76)$$

Setzt man (2.76) in Gleichung (2.74) ein, gelingt eine Formulierung des globalen Momentes  $M_n^g$  in Abhängigkeit der Momente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  in den Schnittpunkten der Stege mit den Deckblechen.

$$M_n^g = \sum_{n=1}^N [M_n^t + M_n^b] \cdot H(y - y_n^w) \quad (2.77)$$

Das globale Moment  $M_n^g$  ist also direkt mit den lokalen Schnittgrößen gekoppelt, die gemäß der Aufteilung der Verformungen nach Bild 2.10 b für die lokalen Biegeverformungen an den Schnittstellen zwischen den Deckblechen und Stegen verantwortlich sind.

Eine Beschreibung der globalen Biegeverformung ist mit Hilfe der Betrachtung eines zwischen zwei Stegen herausgelösten Rahmenelementes gemäß Bild 2.12 möglich.

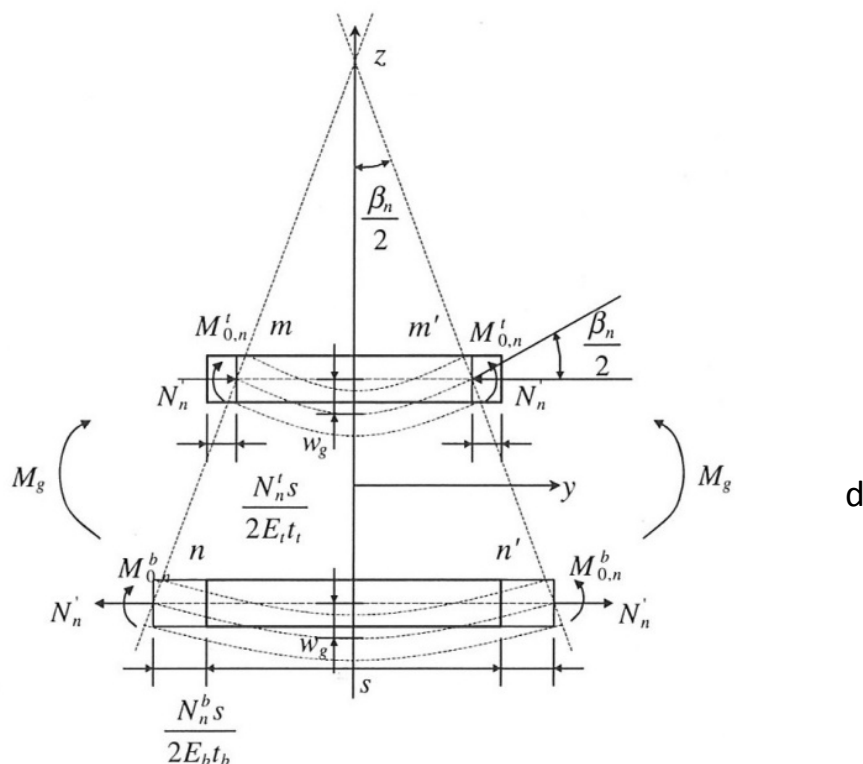


Bild 2.12: Verformungsmechanismus der globalen Verformungen aus [33]

Durch die gegenläufige Längenänderung des oberen und unteren Deckbleches auf Grund der mit unterschiedlichen Vorzeichen behafteten Normalkräfte müssen sich die Deckbleche verbiegen, da sie innerhalb einer gemeinsamen Trägerstruktur wirken. Die Neigung der Stirnseiten entspricht dabei gemäß Bild 2.12 dem Winkel  $\beta_n/2$  nach Gleichung (2.78).

$$\beta_n = N_n' \frac{s}{d} \left( \frac{1}{E_t \cdot t_t} + \frac{1}{E_b \cdot t_b} \right) \quad (2.78)$$

Auf Grund der Biegeverformung der Deckbleche, die der globalen Biegeverformung des gesamten Trägers entspricht, müssen die Deckbleche mit Endmomenten  $M_{0,n}^t$  und  $M_{0,n}^b$  belastet sein. Bei diesen Momenten handelt es sich zwar prinzipiell auch um lokale Deckblechmomente, da sie aber ausschließlich auf Grund der in Bild 2.12 dargestellten Verformungsbeziehung auftreten, sind sie der globalen Verformung zuzuordnen und werden gesondert von den steginduzierten Momenten gemäß Bild 2.11 betrachtet.

Insgesamt wird dann das globale Moment, welches der globalen Biegeverformung des gesamten Rahmenträgers zugewiesen wird, vgl. Bild 2.10 c, gemäß Gleichung (2.79) definiert.

$$M_n^g = N_n \cdot d = N_n^i \cdot d + M_{0,n}^t + M_{0,n}^b \quad (2.79)$$

Wie auch schon unter 2.3.1 wird das globale Moment also zum einen durch die Membranspannungen in den Deckblechen und zum anderen über die dazugehörige Biegung der Deckbleche um deren jeweilige eigene neutrale Faser abgetragen, vgl. Gleichung (2.38).

Für Biegeträger unter konstanter Momentenbeanspruchung gilt die Momentenkrümmungsbeziehung nach Gleichung (2.80), vgl. Bild 2.13.

$$\beta = \frac{ML}{EI} \quad (2.80)$$

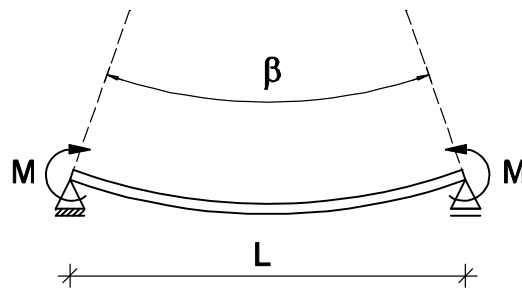


Bild 2.13: Momentenkrümmungsbeziehung nach [43]

Die Endmomente in den Deckblechen lassen sich demnach in Abhängigkeit des Winkels  $\beta$  gemäß Bild 2.12 auch durch Gleichung (2.81) darstellen.

$$M_{0,n}^i = \frac{D_i \cdot \beta_n}{s}, \quad i = t, b \quad (2.81)$$

Die Steifigkeiten  $D_t$  und  $D_b$  sind die bekannten Formulierungen der Deckblechsteifigkeiten nach Gleichung (2.82).

$$D_i = \frac{E_i \cdot t_i^3}{12}, \quad i = t, b \quad (2.82)$$

Setzt man nun die Formulierung für den Winkel  $\beta$  aus Gleichung (2.78) in Gleichung (2.81) ein, so erhält man Gleichung (2.83).

$$M_{0,n}^i = \frac{D}{d} \cdot \left( \frac{N_n^i}{E_t \cdot t_t} + \frac{N_n^i}{E_b \cdot t_b} \right), \quad i = t, b \quad (2.83)$$

Insgesamt ergibt sich somit das globale Moment zu Gleichung (2.84).

$$M_n^g = \frac{N_n'}{d} \cdot \left( d^2 + \frac{D_t + D_b}{E_t \cdot t_t} + \frac{D_t + D_b}{E_b \cdot t_b} \right), \quad i = t, b \quad (2.84)$$

Durch entsprechende Umformungen lassen sich schließlich die beiden Anteile am globalen Biegemoment angeben. Der Anteil des globalen Biegemomentes, der über Membranspannungen abgetragen wird, ermittelt sich nach Gleichung (2.85).

$$M_m = \frac{D_0}{D_g} \cdot M_n^g \quad (2.85)$$

Der Anteil des globalen Biegemomentes, der über die zugehörigen Biegespannungen der Deckbleche gemäß Bild 2.12 abgetragen wird, ermittelt sich nach Gleichung (2.86).

$$M_{0,n}^i = \frac{D_i}{D_g} \cdot M_n^g \quad (2.86)$$

Die Steifigkeiten  $D_0$  und  $D_g$  sind dabei wie folgt definiert.

$$D_0 = \frac{E_t t_t E_b t_b d^2}{E_t t_t + E_b t_b} \quad (2.87)$$

$$D_g = D_0 + D_t + D_b \quad (2.88)$$

Die Steifigkeit  $D_0$  korrespondiert somit zu den Membranspannungen in den Deckblechen. Die Gesamtsteifigkeit  $D_g$  entspricht der Biegesteifigkeit  $D_y$  aus Gleichung (2.27), die zunächst in Kapitel 2.2.5 ohne weitere Erläuterung eingeführt wurde.

Unter Berücksichtigung der Gleichung (2.77) lassen sich jetzt die Momentenanteile am globalen Moment des Gesamtträgers, die über Membrantragwirkung und über die zugehörige Biegung der Deckbleche abgetragen werden, wie folgt formulieren.

$$M_{0,n}^i = \frac{D_i}{D_g} \sum_{n=1}^N [M_n^t + M_n^b] \cdot H(y - y_n^w), \quad i = t, b \quad (2.89)$$

$$M_m = \frac{D_0}{D_g} \sum_{n=1}^N [M_n^t + M_n^b] \cdot H(y - y_n^w) \quad (2.90)$$

Sind die steginduzierten Momente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  bekannt, können über die Beziehungen (2.89) und (2.90) die beiden Traganteile am globalen Biegemoment berechnet werden. Dabei regelt sich die jeweilige Größe über die Anteile an der Gesamtsteifigkeit  $D_g$ . Da in der Regel die Deckblechdicken im Verhältnis zur Höhe  $d$  der Platte klein sind, sind die Anteile am globalen Moment, die durch Biegung der Deckbleche um ihre eigene Achse abgetragen werden, in der Regel vernachlässigbar klein.

Insgesamt wird die globale Verformung des Rahmenträgers in [33] mit Gleichung (2.91) angegeben.

$$w_g = w_0^g + \theta_0^g y - \frac{1}{D_g} \cdot \left( \sum_{n=1}^N \frac{(M_n^t + M_n^b) \cdot H(y - y_n^w)(y - y_n^w)^2}{2!} \right) \quad (2.91)$$

### 2.4.3 Lokale Verformung

Für die Ermittlung der lokalen Verformung der Deckbleche, vgl. Bild 2.10 b werden die Deckbleche als einzelne Träger betrachtet, die mit den steginduzierten Einzelmomenten  $M_j = M_n^t$  und  $M_n^b$  und Einzellasten  $F_i = V_n$  in den Schnittpunkten der Stege und der Deckbleche gemäß Bild 2.11 und aus eventuell angreifenden äußeren Lasten belastet werden, vgl. Bild 2.14.

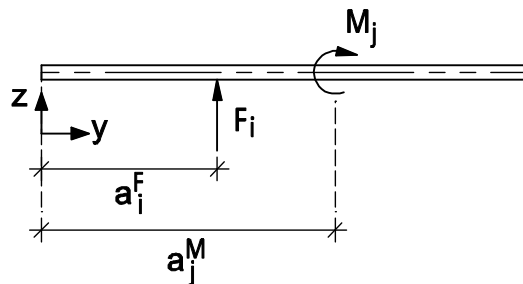


Bild 2.14: Deckblechausschnitt als Biegebalken mit äußeren und steginduzierten Lasten aus [33].

Die Ermittlung der unbekanntenen steginduzierten Einzellasten  $V_n$  und Einzelmomente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  erfolgt in [33] mit Hilfe von kinematischen Rand- und Zwischenbedingungen an jedem Schnittpunkt zwischen Steg und Deckblech. Sind diese Einzellasten und Momente bekannt, lässt sich schließlich die lokale Verformung der Deckbleche nach Gleichung (2.92) bestimmen.



$$w_1^i = w_0 + \theta_0 y + \frac{1}{D^i} \cdot \left( \sum_{i=1}^m \frac{H(y - a_i^F) F_i (y - a_i^F)^3}{3!} + \sum_{i=1}^m \frac{H(y - a_j^M) M_j (y - a_j^M)^2}{2!} \right) \quad (2.92)$$

Die lokale Verformung der Deckbleche setzt sich also prinzipiell aus zwei verschiedenen Anteilen zusammen. Zum einen aus Verformungsanteilen, die aus Lasten resultieren, die direkt (orthogonal) auf die Deckbleche einwirken (3. Term von Gleichung (2.92)) und zum anderen aus steginduzierten Momenten, die gemäß den Ausführungen in 2.4.3 in direktem Zusammenhang mit dem globalen Lastabtrag durch Membrankräfte in den Deckblechen stehen (4. Term von Gleichung (2.92)). Aus den lokalen Biegeverformungen der Deckbleche, die aus den steginduzierten Momenten resultieren, lässt sich in der Summe die gemittelte Schubverformung des gesamten Trägers bestimmen, vgl. Bild 2.10 b.

Die Gesamtverformung des Trägers  $w_{\text{tot}}$  ergibt sich dann aus der Summe der beiden Anteile nach (2.93).

$$w_{\text{tot}} = w_g + w_1 \quad (2.93)$$

Analog den Erläuterungen in 2.3.3 unterzieht sich der Web-Core-Sandwichträger insgesamt unter einer Gesamtbelastung also einer globalen Biegeverformung ( $\cong w_1$ ) und einer lokalen Verformung ( $\cong w_2 \cong$  Schubverformung unter Beteiligung der Deckbleche). Die Querkraft  $Q_1$  teilt sich wieder zwischen den Deckblechen und dem Kernquerschnitt auf, dieser ist im Gegensatz zur klassischen Sandwichstruktur nicht homogen, sondern ist aufgelöst in eine Rahmenstruktur. Die Querkraft  $Q_1$  wird hier also nicht über Schubspannungen im Steg sondern über die Vierendeel-Rahmentragwirkung gemäß Bild 2.15 abgetragen.

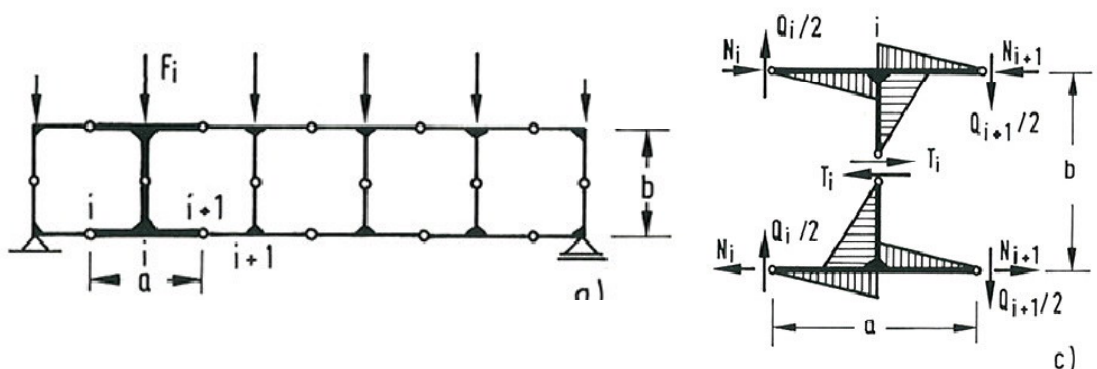


Bild 2.15: Vierendeelrahmenträger mit Momentenverlauf im Ausschnitt a-a, aus [43]

Die daraus resultierenden lokalen Biegeverformungen an den Stützstellen der Deckbleche durch die Stege können in der Summe über die Trägerlänge als Schubverformung des Trägers gemäß der Verformung  $w_2$  angesehen werden. Den Deckblechen wird diese Verformungen  $w_2$  aufgezwungen. Dabei müssen sie sich

um ihre neutrale Faser verbiegen, wodurch man ihnen wieder eine eigene Querkraft  $Q_2$  zuordnen kann. Die Gleichungen (2.55) - (2.58) und die daraus resultierenden Beziehungen gelten hier somit analog.

In [33] wird die entwickelte „Plane-Frame-Method“ anhand von vier verschiedenen Rahmenträgern unter einer Vier-Punkt-Biegebelastung nach Tabelle 2.4 evaluiert.

Tabelle 2.4: Untersuchte Plattenstreifen aus [33]

Case	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_y$	$E$	$G$	$D_y$	$D_{Qy}$	$D_f$	$\alpha$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kNm]	[kN/m]	[kN/m]	[1/m]
A	1	4	1	80	80	960	206000	79231	743	69	0,0	42,6
B	4	4	4	20	80	960	206000	79231	263	2781	2,4	34,1
C	3	4	3	40	120	1440	206000	79231	629	649	1,0	25,3
D	5	1	5	150	50	600	206000	79231	13601	29	4,7	2,5

Die ermittelten Ergebnisse werden dabei sowohl mit Ergebnissen aus FE-Analysen anhand eines diskreten 3D-Modells als auch mit den Ergebnissen nach der in 2.2.3 vorgestellten, analytischen Lösung mit den Gleichungen (2.68)-(2.70), die den „Thick-Face-Plate-Effect“ berücksichtigen, verglichen. Exemplarisch werden hier zwei Ergebnisse auszugsweise dargestellt.

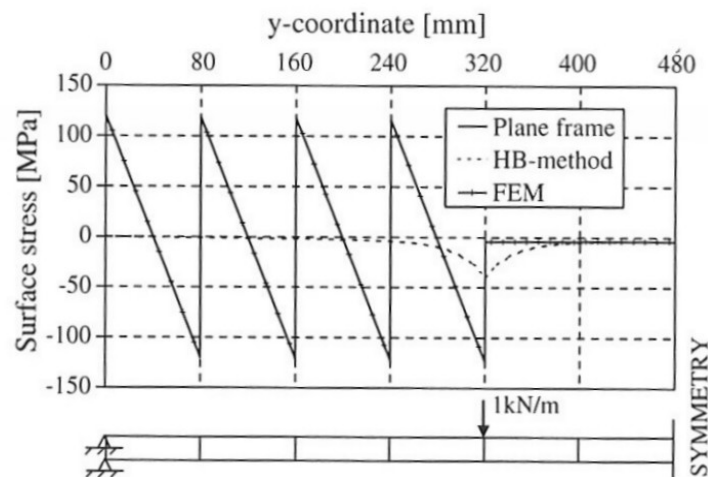


Bild 2.16: Deckblechspannungen „Case“ A, Vergleich der Ergebnisse - Berechnung mit „Plane-Frame-Method“, Berechnung mit 3D-FEM und analytischer Lösung, aus [33]

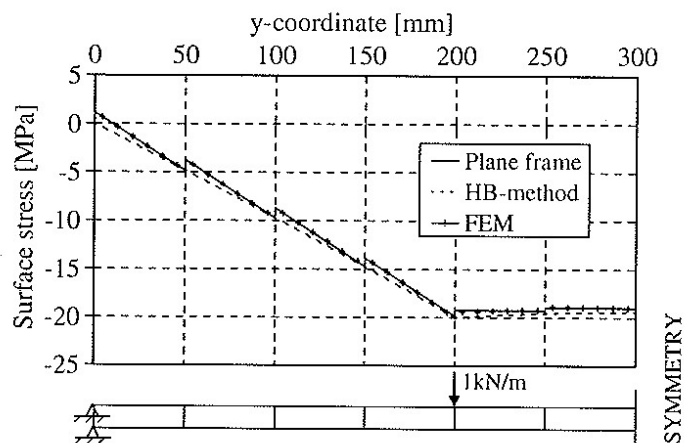


Bild 2.17: Deckblechspannungen „Case D“, Vergleich der Ergebnisse - Berechnung mit „Plane-Frame-Method“, Berechnung mit 3D-FEM und analytischer Lösung, aus [33]

Vergleicht man die Spannungen  $\sigma_y$  auf der Oberseite des Deckbleches so stellt man fest, dass in beiden Fällen die Ergebnisse der FEM-Berechnungen und die Ergebnisse aus der „Plane-Frame-Method“ nahezu deckungsgleiche Graphen liefern. Während mit diesen beiden Methoden Spannungssprünge resultierend aus den steginduzierten Momenten abgebildet werden können, liefert die analytische Berechnung nach Gleichung (2.68) bis (2.70) vom Auflager bis zum Lasteinleitungsbereich und im Bereich zwischen den beiden Stellen der Lasteinleitung stetige Spannungsfunktionen. Während im „Case A“ die tatsächlichen Spannungen durch die homogenisierte Berechnung wesentlich unterschätzt werden, können im „Case D“ die Spannungen noch relativ genau berechnet werden.

Die Begründung hierfür liegt in der unterschiedlichen Ausprägung im Lastabtrag. In Fällen mit relativ steifen Stegen und sehr dünnen Deckblechen („Case A“) führen die steginduzierten Momente zu sehr hohen Biegespannungen in den Deckblechen, diese können prinzipiell in der homogenisierten Berechnung nicht berücksichtigt werden. In Fällen geringer Biegesteifigkeit der Stege („Case D“) ist der Fehler jedoch nicht so ausgeprägt, da diese kaum Momente in die Deckbleche einleiten.

Vergleicht man die mit den unterschiedlichen Verfahren ermittelten Verformungen z.B. für das Beispiel „Case A“, vgl. Bild 2.18, so stellt man fest, dass bei allen drei angewendeten Verfahren die generelle Verformungsfigur, sowie die absolute Größe der Verformung sehr gut übereinstimmen. Die lokalen Verformungen aus der Wechselwirkung zwischen den Stegen und den Deckblechen sind allerdings nur durch die Verwendung der „Plane-Frame-Method“ oder durch die Berechnung mittels der FEM darstellbar.

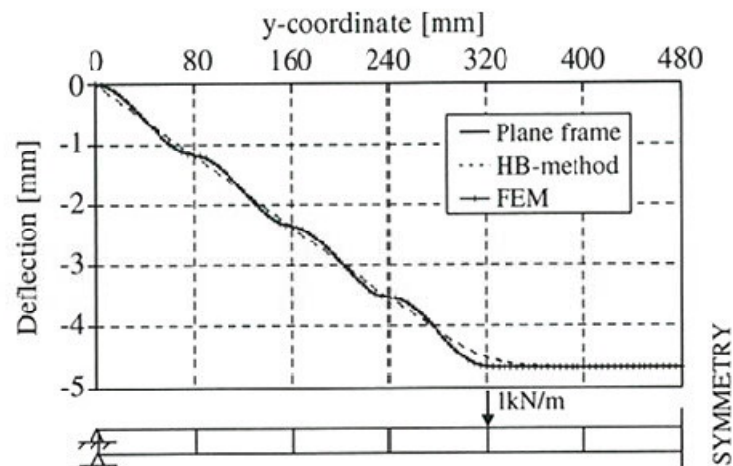


Bild 2.18: Verformungsvergleich „Case A“, Vergleich der Ergebnisse, Berechnung mit „Plane-Frame-Method“, Berechnung mit 3D-FEM und analytischer Lösung, aus [33]

#### 2.4.4 Zusammenfassung

Mit der in [33] entwickelten und hier auszugsweise diskutierten „Plane-Frame-Method“ wurde prinzipiell eine analytische Berechnungsmöglichkeit für die Bestimmung von Schnittgrößen und Spannungen in den Elementen von Rahmenträgern bereitgestellt. Für die Verwendung in der Praxis spielt diese zwar eher eine untergeordnete Rolle, da der Aufwand zum Lösen der Gleichungssysteme zur Bestimmung der steginduzierten Einzellasten und Momente mit wachsender Steganzahl stark ansteigt, so dass man für die Berechnung solcher Strukturen in der Regel auf einfache Stabwerksprogramme zurückgreifen wird. Unabhängig davon wird jedoch ein wesentlicher Beitrag zum Verständnis des Lastabtrages in Querrichtung von Web-Core-Sandwich-Strukturen geleistet.

Festzuhalten bleibt weiterhin, dass mit der in Kapitel 2.3.3 diskutierten Vorgehensweise einer homogenisierten Berechnung unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ die generelle Verformungsfigur eines Web-Core Plattenstreifens sowie die absolute Größe der Verformung selbst berechnet werden kann. Durch die Homogenisierung können aber weder die lokalen Verformungen zwischen den Stegen noch die aus der Vierendeelwirkung zwischen Stegen und Deckblechen resultierenden Spannungen, die je nach Steifigkeitsverhältnissen des gegebenen Trägers maßgebend für die Bemessung sein können, abgebildet werden.

## 2.5 Rehomogenisierung

### 2.5.1 Spannungsermittlung

Die Bestimmung der unbekanntem steginduzierten Schnittgrößen bei der „Plane-Frame-Method“ ist insbesondere mit steigender Steganzahl relativ aufwendig. Aus diesem Grund wurden in [35] die in Kapitel 2.4 skizzierten Ergebnisse zum Lastabtrag in Querrichtung von Web-Core-Sandwichträgern genutzt, um mit einer Erweiterung der Homogenisierung die diskreten Spannungssprünge berechnen zu können.

Die Aufteilung der äußeren Schnittgrößen  $M_{\text{tot}}$  und  $Q_{\text{tot}}$  des (Rahmen-) Trägers in globale Schnittgrößen  $M_{\text{g,avg}}$  und  $Q_{\text{g,avg}}$  und Schnittgrößen, die über den „Thick-Face-Plate-Effect“  $M_{\text{tf}}$  und  $Q_{\text{tf}}$  allein den Deckblechen zugeschrieben werden können, erfolgt mit der in [1] bereitgestellten Lösung der DGL und deren Ableitungen bzw. Integralen, vgl. Gleichungen (2.68) - (2.70). Mit diesen Gleichungen können sowohl die einzelnen Verformungsanteile Biegeverformung, Schubverformung und Verformung aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ als auch die jeweiligen Schnittgrößenanteile, die über den jeweiligen Tragmechanismus globale Tragwirkung des Trägers und lokale Deckblechbiegung des „Thick-Face-Plate-Effects“, abgetragen werden, berechnet werden. Da die Berechnung zunächst am homogenisierten Träger erfolgt, werden die globalen Schnittgrößen mit dem Index avg (average) gekennzeichnet.

Der Lastabtrag innerhalb des Web-Core-Sandwichträgers ist gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.4, vgl. [33], bekannt, so dass nun im Zuge einer „Rehomogenisierung“ mit den „verschmiert“ berechneten Schnittgrößen des Trägers die lokalen Schnittgrößen und somit auch die Spannungen der einzelnen Trägersegmente zurückgerechnet werden können.

Wie in 2.4 erläutert, erfolgt der Lastabtrag der Querkraft  $Q_{\text{g,avg}}$  ausschließlich über die Vierendeel-Rahmentragwirkung mit einhergehenden lokalen Verformungen, die aufsummiert die Schubverformungen des Trägers ergeben. Es gilt also  $Q_{\text{g,avg}} = Q_{\text{Q}}$ . Für die Beziehung der Querkraft  $Q_{\text{Q}}$  und der lokalen Verformung eines Deckbleches innerhalb eines Rahmensegmentes zwischen zwei Stegen nach Bild 2.19 gilt Gleichung (2.94).

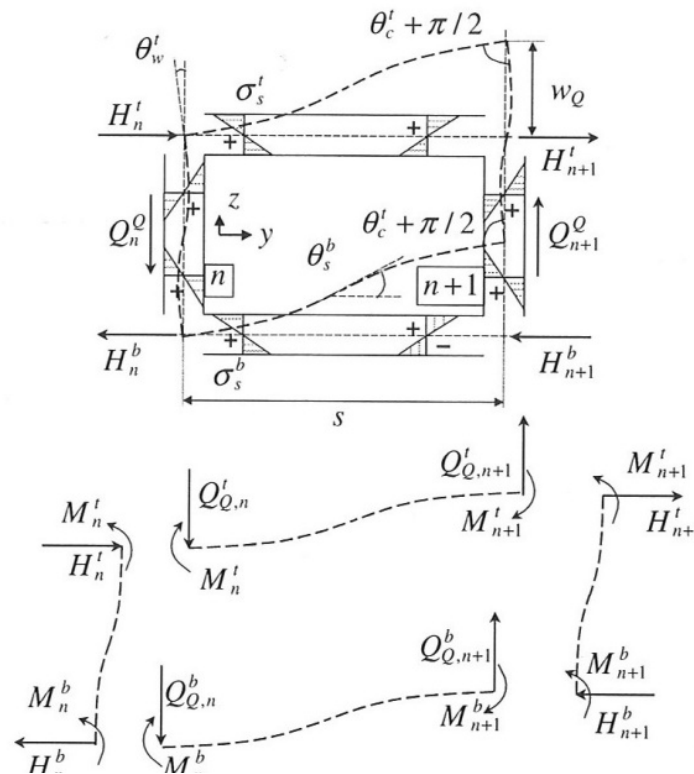


Bild 2.19: Ausschnitt Web-Core-Sandwichträger unter konstanter Querkraft aus [35]

$$D_i \frac{d^3 w_Q^i(y_I)}{dy^3} = -Q_Q^i(y_I) \quad (2.94)$$

Den Momentenverlauf im Deckblech zwischen den Stegen erhält man durch Integration der Gleichung (2.94).

$$M_Q^i(y_I) = \int Q_Q^i(y_I) dy_I - D_i \cdot c_i \quad (2.95)$$

Die Integrationskonstanten die beim Lösen der Gleichungen (2.94) bzw. (2.95) anfallen, können mit Hilfe der geometrischen Rand- und Zwischenbedingungen im Schnittpunkt der Stege und der Deckbleche gelöst werden, vgl. auch Kapitel 2.6. Insgesamt wird die Lösung für (2.95) in [35] mit Gleichung (2.96) angegeben.

$$M_Q^i(y_I) = \int Q_Q^i(y_I) dy_I - D_i \left[ \iint \frac{Q_Q^i(y_I)}{s D_i} dy_I dy_I \right]_{y_I=s} \quad (2.96)$$

Mit der analytischen Lösung nach den Gleichungen (2.68) - (2.70) wird im Prinzip ein stetiger Schnittgrößenverlauf  $M_{g,avg}$  für den Rahmenträger ermittelt. Der

Zusammenhang zwischen dieser verschmierten Schnittgröße und deren Lastabtrag innerhalb der diskreten Struktur wird in Bild 2.20 veranschaulicht.

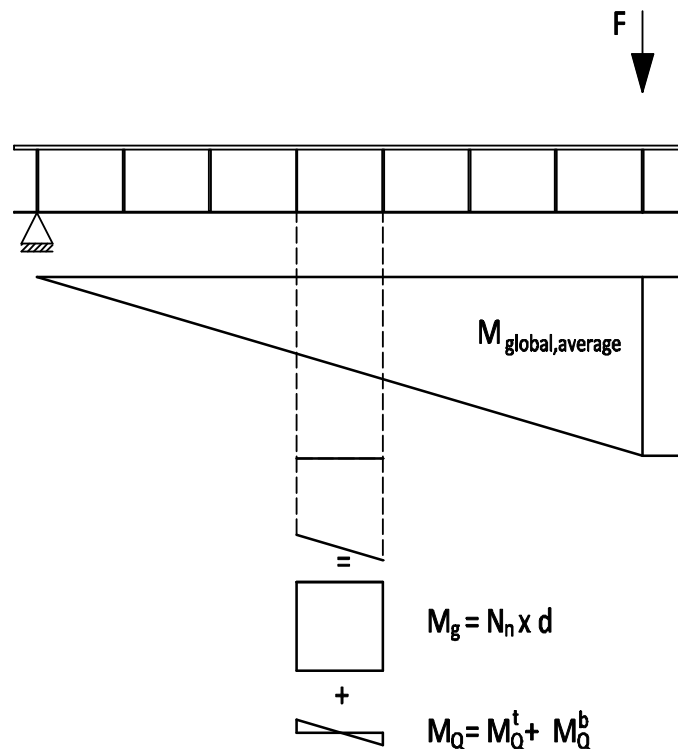


Bild 2.20: Zusammenhang zwischen verschmierter globaler Schnittgröße  $M_{g,avg}$  und diskreten Schnittgrößen im Web-Core-Sandwichträger

Aus der Berechnung am homogenisierten Träger kann somit die diskrete Schnittgröße  $M_g$  nach Gleichung (2.97) direkt berechnet werden.

$$M_g = M_{g,avg} - M_Q \quad (2.97)$$

Die Membrankräfte in den Deckblechen lassen sich dann mit Hilfe des stückweise konstanten, globalen Momentes  $M_g$  nach Gleichung (2.98) berechnen.

$$N_n = \frac{M_g}{d} \cdot \frac{D_0}{D_g} \quad (2.98)$$

Daraus ergeben sich insgesamt die Membranspannungen nach Gleichung (2.99),

$$\sigma_M^i = \frac{M_g}{t_i d} \cdot \frac{D_0}{D_g}, \quad i = t, b \quad (2.99)$$

Das Moment in den Deckblechen setzt sich schließlich aus Anteilen des „Thick-Face-Plate-Effects“, den Anteilen aus der Vierendeelwirkung, sowie dem zur glo-

balen Biegeverformung zugehörigen Biegemoment im Deckblech, vgl. Gleichung (2.86) zusammen.

$$M_b^i = \left( M_{tf} \cdot \frac{D_i}{D_f} + M_{Qi} + M_g \cdot \frac{D_i}{D_g} \right), \quad i = t, b \quad (2.100)$$

Die Biegespannungen in den Deckblechen lassen sich dann mit der lokalen Koordinate des Deckbleches  $z_i$  nach Gleichung (2.101) berechnen.

$$\sigma_b^i = 12 \frac{z_i}{t_i^3} \left( M_{tf} \cdot \frac{D_i}{D_f} + M_{Qi} + M_g \cdot \frac{D_i}{D_g} \right), \quad i = t, b \quad (2.101)$$

Die Gesamtspannungen in den Deckblechen ermitteln sich letzten Endes mit Gleichung (2.102).

$$\sigma_i^{\text{tot}} = \sigma_b^i + \sigma_m^i \quad (2.102)$$

## 2.5.2 Vergleichsrechnung

Die Überprüfung der homogenisierten Schnittgrößenberechnung des Trägers, sowie der anschließenden Rehomogenisierung bei der Spannungsberechnung erfolgt in [35] wieder anhand von Vergleichsrechnungen mit den in Tabelle 2.4 angegebenen Trägergeometrien, vgl. auszugsweise Bild 2.21.

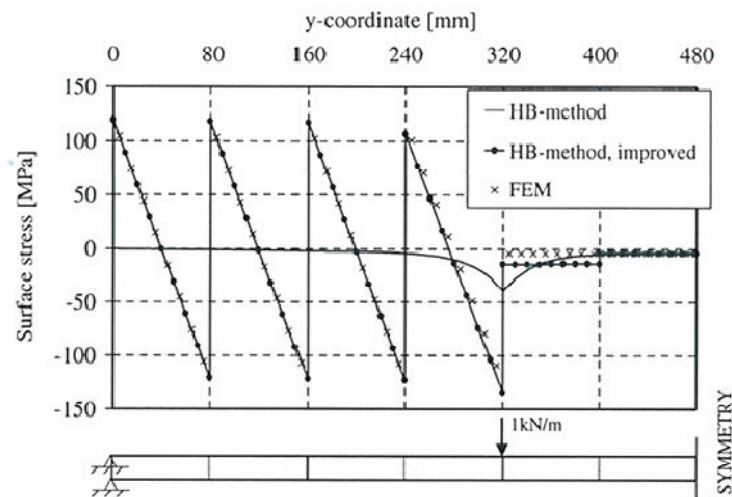


Bild 2.21: Deckblechspannungen „Case A“, Vergleich der Ergebnisse - Berechnung mit FEM und modifizierter homogenisierter Methode sowie homogenisierter Berechnung aus [35]



Die Ergebnisse der Spannungsermittlung zeigen sehr gute Übereinstimmungen mit den Ergebnissen aus der FEM-Berechnung. Lediglich im Bereich der Lasteinleitung weichen die Ergebnisse geringfügig von den mit der FE-Methode ermittelten Ergebnissen ab.

In Bild 2.22 wird noch einmal der Zusammenhang zwischen den einzelnen Lastabtragmechanismen innerhalb der diskreten Struktur veranschaulicht.

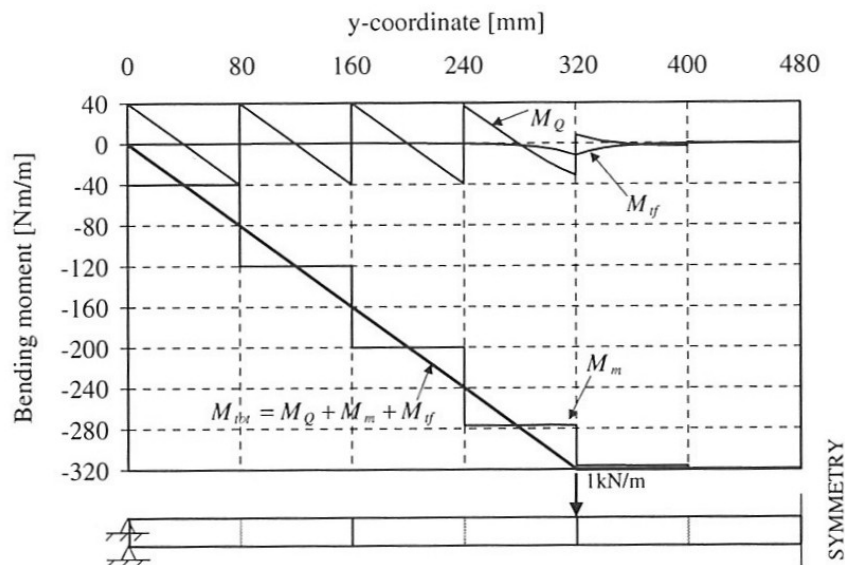


Bild 2.22: Aufteilung des äußeren Gesamtmomentes  $M_{tot}$  auf die Anteile  $M_Q$ ,  $M_{tf}$  und  $M_m$  – Case A aus [35]

Im Falle des Trägers „Case A“ ist der Anteil der Last, der über den „Thick-Face-Plate-Effect“ abgetragen wird sehr gering. Der Lastabtrag erfolgt hier fast ausschließlich bis auf einen kleinen Bereich in der Nähe der Lasteinleitung über die globale Tragwirkung des Trägers, so dass in diesem Fall  $M_{tot} \cong M_{g,avg}$  gilt.

Das globale Moment  $M_g$  wird über abschnittsweise konstante Membrankräfte  $M_g = M_m$  in den Deckblechen und den dazugehörigen Deckblechmomenten vgl. Bild 2.12 und Gleichung (2.86) abgetragen. Diese Deckblechmomente sind aber auf Grund der Steifigkeitsverhältnisse innerhalb der Rahmenstruktur in der Regel vernachlässigbar klein.

Über die Gleichgewichtsbedingungen am Schnittpunkt der Deckbleche mit den Stegen besteht eine direkte Abhängigkeit zwischen den steginduzierten Momenten und den Membrankräften in den Deckblechen. Gleichzeitig wird die zur äußeren Schnittgröße  $M_{tot} = M_y$  zugehörige Querkraft  $Q_{tot} = Q_y$  ebenfalls in zwei Anteile  $Q_{g,avg}$  und  $Q_{tf}$  aufgeteilt, wobei die globale Querkraft  $Q_{g,avg}$  auf Grund eines fehlenden homogenen Kerns ausschließlich über die Vierendeelwirkung des Rahmens abgetragen wird.

Die Querkraft  $Q_{g,avg} = Q_Q$  teilt sich auf das obere und untere Deckblech auf, woraus wiederum  $Q_Q = Q_Q^t + Q_Q^b$  folgt. Die steginduzierten Momente  $M_n^t$  und  $M_n^b$  lassen sich aus diesen Querkäften  $Q_Q^t + Q_Q^b$  abschnittsweise gemäß Gleichung (2.96) berechnen, so dass gilt  $M_n^i = M_Q^i$ . Die Summe aus den abschnittsweise konstanten Momenten  $M_m$  und den steginduzierten Momenten  $M_Q$  ist gleich dem homogenisiert berechnetem globalen Biegemoment  $M_{g,avg}$ , vgl. Bild 2.20

Gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.3.3 ist das Moment  $M_{tf}$  von zwei Faktoren abhängig: Zum einen vom Steifigkeitsverhältnis  $\alpha^2$  und zum anderen von der geometrischen Ausdehnung des Trägers. In dem in Bild 2.22 dargestellten Fall „Case A“ sind sowohl die Abmessungen als auch die Steifigkeitsverteilung derart, dass der „Thick-Face-Plate Effect“ nur im Bereich der Lasteinleitung auftritt.

Bild 2.23 zeigt hingegen eindrücklich den Einfluss der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  auf den Lastabtrag innerhalb des Rahmenträgers. Im Vergleich zum „Case A“ wurde hier mit 1/100 der Querschubsteifigkeit gerechnet. Der Anteil des Lastabtrages, der nun über die globale Tragwirkung des Rahmenträgers also über Membrankräfte in den Deckblechen und Vierendeelwirkung zwischen den Stegen abgetragen wird, verringert sich. Der Anteil der über den „Thick-Face-Plate-Effect“ abgetragen wird, erhöht sich dementsprechend.

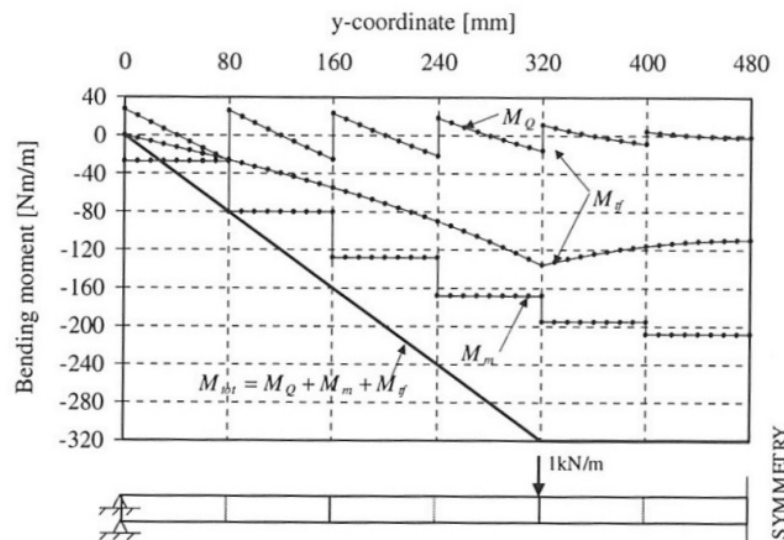


Bild 2.23: Aufteilung des äußeren Gesamtmomentes  $M_{tot}$  auf die Anteile  $M_Q$ ,  $M_{tf}$  und  $M_m$  – mit 1/100 der ursprünglichen Querschubsteifigkeit  $D_Q$  - Case A aus [35]

### 2.5.3 Zusammenfassung

Mit der in [35] bereitgestellten Methode wird zunächst der Vorteil genutzt, die Schnittgrößen des Web-Core-Sandwichträgers anhand einer vereinfachten homogenisierten Struktur -also mit verschmierten Steifigkeiten- zu berechnen. Die periodische Struktur wird erst wieder bei der Spannungsberechnung berücksichtigt, wobei die steginduzierten Biegemomente aus der Schubverformung des homogenisierten Trägers zurückgerechnet werden können. Sind diese bekannt, lassen sich auch die Momentenanteile berechnen, die über Membranspannungen abgetragen werden, so dass letzten Endes die Deckblechspannungen der diskreten Struktur genau ermittelt werden können.

Für die Ermittlung der Schnittgrößen ist jedoch eine analytische Lösung notwendig, die den „Thick-Face-Plate-Effect“ berücksichtigt. Ohne die Berücksichtigung der Lastanteile, die direkt über die Biegesteifigkeit der Deckbleche abgetragen werden, erfolgt prinzipiell eine fehlerhafte Spannungsermittlung. Wie auch bei den steginduzierten Momenten  $M_n^i = M_Q^i$  werden die Spannungen aus den Deckblechmomenten  $M_{tf}$  mit dem Widerstandsmoment der Deckbleche berechnet. Dieses ist im Verhältnis zur Gesamtsteifigkeit des Trägers sehr klein, so dass die aus den lokalen Schnittgrößen resultierenden Spannungen in der Regel sehr groß und folglich maßgebend für die Bemessung sind.

Analytische Lösungen, die den „Thick-Face-Plate-Effect“ berücksichtigen, liegen jedoch nur für eine begrenzte Anzahl einfacher statischer Systeme vor. Die Berechnung von Platten unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ ist ohne den Einsatz von entsprechender Software gegenwertig nicht fehlerfrei möglich.

## 2.6 Einfluss der Laser-Stichnaht auf die Querschubsteifigkeit $D_{Qy}$

Mit dem Vergleich der Berechnungsergebnisse aus Bild 2.22 und Bild 2.23 wird deutlich, dass die Variation der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  erheblichen Einfluss auf die Art des Lastabtrages in Querrichtung hat. Mit fallender Querschubsteifigkeit gewinnt der „Thick-Face-Plate-Effect“ immer mehr an Bedeutung. Die Deckbleche sind dann mit ihren eigenen Biegesteifigkeiten stärker am Lastabtrag beteiligt und wirken immer mehr als eigenständige Biegeträger. Infolge dessen steigen die Deckblechspannungen. In [11] wird von *Klanac* die Querschubsteifigkeit unter der Annahme einer biegesteifen Verbindung der Deckbleche mit den Stegen hergeleitet, vgl. Kapitel 2.2. Die tatsächliche Anschlusssituation der Stege an das jeweilige Deckblech mittels Laser-Stichnaht, vgl. Bild 2.24, weicht in der Regel jedoch stark von einem Vollanschluss z.B. durch die Ausführung als konventionell geschweißte, seitliche V-Naht und einer somit biegesteifen Verbindung ab, vgl. auch [28].

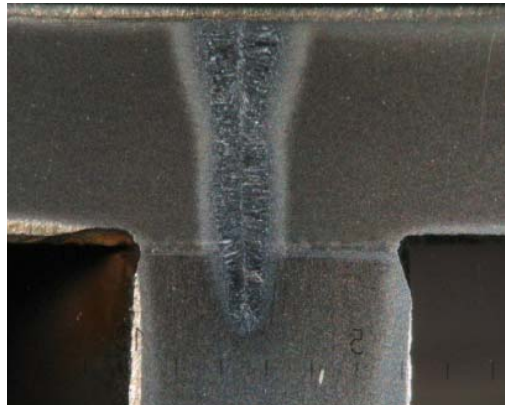


Bild 2.24: Schliffbild Laser-Stich-Naht, Deckblech-Steg-Verbindung

Die Schweißnahtbreite der Laser-Stichnaht in der Verbindungsfuge zwischen Deckblech und Steg ist generell abhängig von der zu durchschweißenden Deckblechdicke, von den verwendeten Schweißparametern, aber auch von der verwendeten Laserquelle. In der Regel ist die Schweißnahtbreite um ein Vielfaches kleiner als die Blechdicke des anzuschließenden Steges, so dass sich unter Last nicht zu vernachlässigende relative Rotationsverformungen im Anschluss zwischen den Stegen und den Deckblechen nach Bild 2.25 einstellen können.

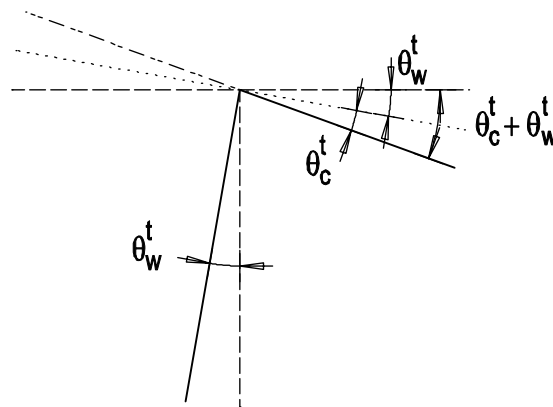


Bild 2.25: Anschlussverformungen der Deckblech-Steg-Verbindungen

Dabei bezeichnet der Verdrehwinkel  $\theta_c^i$  die relative Verdrehung des Deckbleches gegenüber dem Steg auf Grund der lokalen Verformung in der Schweißverbindung. Der Einfluss der Verbindungssteifigkeit auf das Verformungsverhalten von Web-Core-Sandwichträgern ist Gegenstand jüngster Untersuchungen von *Romanoff et. al* in [31] und [32].

Darin wurden für zwei verschiedene Deckblechdicken (2,5 und 3 mm) in Kombination mit einer Stegdicke von 4 mm in Kleinteilversuchen Drehfedersteifigkeiten für

## 2.6 Einfluss der Laser-Stichnaht auf die Querschubsteifigkeit $DQ_y$

mit Laser-Stichnaht geschweißte T-Stöße experimentell bestimmt. Der Versuchsaufbau entsprach dabei prinzipiell dem in Bild 2.26 angegebenen Schema.

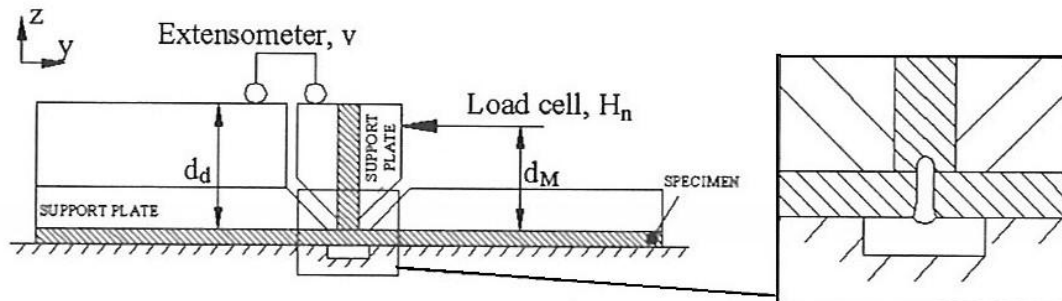


Bild 2.26: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zur Ermittlung der Drehfedersteifigkeit der Laser-Stichnaht, aus [32]

Um in den Kleinteilversuchen ausschließlich die Verformungen aus der Rotation innerhalb der Schweißverbindung zu erhalten, wurden sowohl die belasteten Stege als auch die Deckbleche der untersuchten T-Stöße durch entsprechende Versteifungsplatten verstärkt um die Biegeverformung der Bleche zu eliminieren.

In Bild 2.27 sind speziell für die 3 mm dicken Deckbleche die Last-Verformungskurven aufgeführt. Die Grafik in Bild 2.28 zeigt die Verteilung der Rotationssteifigkeiten für alle durchgeführten Versuche.

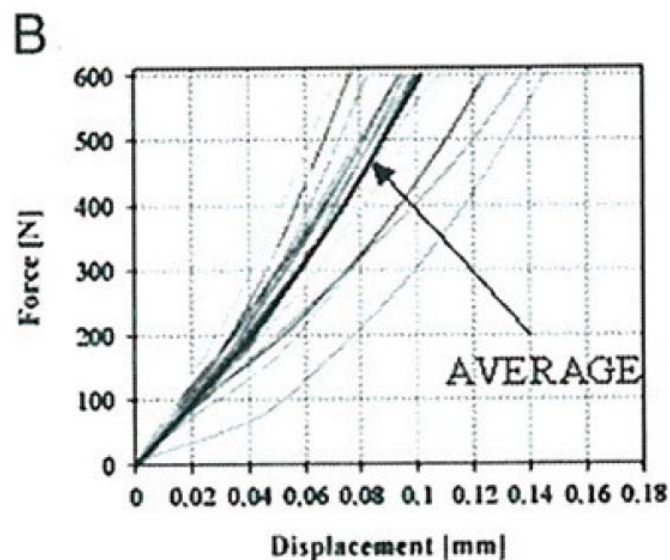


Bild 2.27: Last-Verformungskurven für Laser-Stichnahtverbindungen mit 3 mm dicken Deckblechen, aus [32]

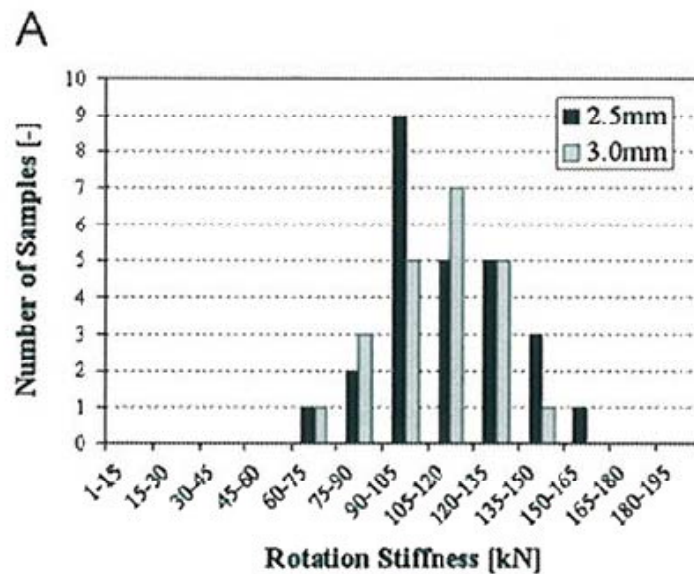


Bild 2.28: Verteilung der Rotationssteifigkeiten der Laser-Stichnahtverbindungen, aus [32]

Die Streuung der Rotationssteifigkeit ist selbst bei gleicher Kombination von Deckblechdicke zu Stegdicke relativ hoch. Durch die Untersuchung der zu den jeweiligen Probekörpern zugehörigen Schlibbilder konnten in [32] hierfür im Wesentlichen drei verschiedene Einflüsse identifiziert werden:

1. Streuung der Schweißnahtbreite
2. Streuung der Scheißnahtexzentrizität bezogen auf die Mittelachse des Steges
3. Streuung der Spaltmaße in der Verbindungsfuge zwischen den beiden Blechen

Zur Berücksichtigung der Steifigkeit der Schweißnahtverbindung zwischen Deckblech und Steg bei der Ermittlung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  wurde in [35] die von *Klanac* in [11] angegebene Formulierung für die Querschubsteifigkeit, vgl. Gleichungen (2.16) - (2.19), modifiziert. Da diese modifizierte Querschubsteifigkeit im weiteren Verlauf der Arbeit noch einmal Gegenstand genauerer Untersuchungen sein wird, wird die in [35] von *Romanoff et. al* angegebene Herleitung hier ausführlich aufgeführt.

Zunächst wird die allgemeine Formulierung der Funktion der Biegelinie für das Deckblech innerhalb einer Zelle eines Web-Core-Sandwichträgers zwischen zwei Stegen mit  $0 \leq y_I \leq s$  nach Bild 2.19 unter konstanter Querkraft  $Q_Q$  durch dreifache Integration der Gleichung (2.94) ermittelt.

$$w_Q^i(y_I) = \frac{-Q_Q^i y_I^3}{6D_i} + c_1 \frac{y_I^2}{2} + c_2 y_I + c_3 \quad (2.103)$$

Die Querkraft  $Q_Q^i$  ist dabei die Querkraft, die vom jeweiligen Deckblech  $i = t, b$  nach Gleichung (2.18) bzw. (2.19) abgetragen wird.

Die Integrationskonstanten  $c_1$ - $c_3$  können mit Hilfe der geometrischen Randbedingungen ermittelt werden.

$$\begin{aligned} w_Q^i(0) &= 0, \\ \theta_Q^i(0) &= \theta_c^i + \theta_w^i, \\ \theta_Q^i(s) &= \theta_c^i + \theta_w^i \end{aligned} \quad (2.104)$$

Für die Ermittlung der Verdrehung der Stege unter Endmomenten  $M_w^t$  und  $M_w^b$  gilt Gleichung (2.105).

$$w_w(z_1) = \frac{M_w^t d^2}{6D_w} \cdot \left( -\frac{z_1}{d} + \frac{z_1}{d^3} \right) + \frac{M_w^b d^2}{6D_w} \cdot \left( 2\frac{z_1}{d} - 3\frac{z_1^2}{d^2} + \frac{z_1^3}{d^3} \right) \quad (2.105)$$

Unter der Voraussetzung, dass die lokale Koordinate  $z_1$  des Steges vom unteren zum oberen Deckblech orientiert ist, können die Endverdrehungen der Stege durch Gleichung (2.106) ermittelt werden.

$$\begin{aligned} \theta_w^t(d) &= \frac{M_w^t d}{3D_w} - \frac{M_w^b d}{6D_w} \\ \theta_w^b(0) &= -\frac{M_w^t d}{6D_w} + \frac{M_w^b d}{3D_w} \end{aligned} \quad (2.106)$$

Die Endmomente der Stege werden in Gleichung (2.107) in Abhängigkeit der dem jeweiligen Deckblech zugeordneten Querkraft formuliert.

$$\begin{aligned} M_w^t &= Q_Q^t s = (1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s \\ M_w^b &= Q_Q^b s = k_{Qy} \cdot Q_Q s \end{aligned} \quad (2.107)$$

Setzt man Gleichung (2.107) in Gleichung (2.106) ein, so erhält man eine Lösung der Endverdrehung der Stege in Abhängigkeit der auf die Deckbleche einwirkenden Querkräfte nach Gleichung (2.108).

$$\begin{aligned} \theta_w^t(d) &= \frac{Q_Q^t s d}{3D_w} - \frac{Q_Q^b s d}{6D_w} \\ \theta_w^b(0) &= -\frac{Q_Q^t s d}{6D_w} + \frac{Q_Q^b s d}{3D_w} \end{aligned} \quad (2.108)$$

Insgesamt lässt sich dann die Verformung des Deckbleches  $i$  nach Gleichung (2.109) angeben.

$$w_Q^i(y_l) = \frac{Q_Q^i s y_l^2}{12D_i} \left( 3 - 2 \frac{y_l}{s} \right) + (\theta_c^i + \theta_w^i) y_l \quad (2.109)$$

Unter der Voraussetzung einer konstanten Dicke des Trägers gilt  $w_Q^t(s) = w_Q^b(s)$ , und somit Gleichung (2.110).

$$\frac{Q_Q^t s^3}{12D_t} + (\theta_c^t + \theta_w^t) \cdot s = \frac{Q_Q^b s^3}{12D_b} + (\theta_c^t + \theta_w^t) \cdot s \quad (2.110)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.107) in (2.106) und erneutes Einsetzen der Lösung in Gleichung (2.110) und anschließendem Auflösen nach  $k_{QY}$  ergibt sich Gleichung (2.111).

$$k_{QY} = \frac{1 + 12 \frac{D_t}{s} \left( \frac{1}{k_\theta^t} - \frac{1}{k_\theta^b} \right) + 6 \frac{D_t}{D_w} \frac{d}{s}}{1 + 12 \frac{D_t}{D_w} \frac{d}{s} + \frac{D_t}{D_b}} \quad (2.111)$$

Der Parameter  $k_\theta^i$  ist dabei die auf die Querkraft bezogene Verbindungssteifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindung nach Gleichung (2.112).

$$k_\theta^i = \frac{Q_Q s}{\theta_c^i} \quad (2.112)$$

Unter Berücksichtigung dieser Beziehung erhält man die Verformung des Deckbleches  $i$  durch Gleichung (2.113).

$$w_Q^i(y_l) = \frac{Q_Q^i s d y_l}{12D_i} \left[ k_1^i \frac{y_l}{d} \left( 3 - 2 \frac{y_l}{s} \right) + 12 \frac{D_i}{d k_\theta^i} + 2k_2^i \frac{D_i}{D_w} \right], \quad i = t, b \quad (2.113)$$

Mit:

$$\begin{aligned} k_1^t &= 1 - k_{QY}, \\ k_1^b &= k_{QY}, \\ k_2^t &= 2 - 3k_{QY}, \\ k_2^b &= 3k_{QY} - 1 \end{aligned} \quad (2.114)$$

Insgesamt erhält man somit die Verdrehung des jeweiligen Deckbleches in Abhängigkeit der lokalen Koordinate  $y_l$  durch Ableitung der Gleichung (2.113).



$$\theta_Q^i = \frac{dw_Q^i}{dy_i} = \frac{Q_Q^i s d}{12D_i} \left[ 6k_1^i \frac{y_i}{d} \left( 1 - \frac{y_i}{s} \right) + 12 \frac{D_i}{dk_{\theta}^i} + 2k_2^i \frac{D_i}{D_w} \right], \quad i = t, b \quad (2.115)$$

Verschmiert man nun die Verdrehung im Bereich  $0 \leq y_i \leq s$  für das obere und untere Deckblech, ergibt sich Gleichung (2.116).

$$\theta_{Q,avg} = \theta_Q^t = \theta_Q^b = \int_0^s \frac{\theta_Q^i(y_i)}{s} dy_i, \quad i = t, b \quad (2.116)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.115) erhält man Gleichung (2.117).

$$\theta_{avg} = \frac{Q_Q s^2}{12D_w} \left[ k_{Qy} \left( \frac{D_w}{D_b} + 6 \frac{d}{s} \right) + 12 \frac{D_w}{k_{\theta}^b s} - 2 \frac{d}{s} \right] \quad (2.117)$$

Die Schubsteifigkeit lässt sich prinzipiell mit Gleichung (2.118) ermitteln.

$$D_{Qy} = \frac{Q_{Q,avg}}{\theta_{Q,avg}} \quad (2.118)$$

Schlussendlich lässt sich mit Gleichung (2.119) eine Bestimmungsgleichung für die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  durch Einsetzen der Gleichung (2.117) sowie  $Q_{Q,avg} = Q_Q$  in Gleichung (2.118) angeben.

$$D_{Qy}^{Rom} = \frac{12D_w}{s^2 \left( k_{Qy} \left( \frac{D_w}{D_b} + 6 \frac{d}{s} \right) + 12 \frac{D_w}{k_{\theta}^b s} - 2 \frac{d}{s} \right)} \quad (2.119)$$

Der Index „Rom“ für *Romanoff* wurde im Rahmen dieser Arbeit zur besseren Unterscheidung gegenüber der Formulierung von *Klanac*, vgl. Gleichung (2.16), sowie der im weiteren Verlauf der Arbeit hergeleiteten Bestimmungsgleichungen für die Querschubsteifigkeit eingeführt.

Die Verifikation der in [35] hergeleiteten Querschubsteifigkeit erfolgte z.B. in [32] anhand von Versuchsergebnissen eines Web-Core-Sandwichträgers unter Vierpunktbiegung aus [30].

Die Abmessungen des Versuchsträgers sind Tabelle 2.5 zu entnehmen.

Tabelle 2.5: *Untersuchter Web-Core-Sandwichträger aus [32], [30]*

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_y$	$E$	$\nu$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
<b>VT</b>	2,86	3,97	2,86	40	120	1800	206000	0,3

Die Lasteinleitung erfolgte in den Drittelpunkten bei  $y = 600$  und  $1200$  mm. Insgesamt wurden sowohl Verformungsmessungen in den Punkten  $y=200, 400, 600, 900$  und  $1200$  mm als auch Dehnungsmessungen mittels Dehnungsmessstreifen, die an den Positionen  $y=242.5, 357.5, 722.5$  und  $837.5$  mm angeordnet wurden, durchgeführt.

Die Vergleichsrechnung erfolgte mit der in Kapitel 2.5 diskutierten, analytischen Methode. Dabei wurde für die Verbindungssteifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindung mittels Laser-Stichnaht die in den oben beschriebenen Kleinteilversuchen aus [32] für die Deckblechdicke von 3 mm, gemittelte Verbindungssteifigkeit von  $k_{\theta,avg} = 107$  kN angesetzt, vgl. Bild 2.27 und Bild 2.28. Zur Verifikation des Einflusses der Verbindungssteifigkeit auf das Lastabtragverhalten innerhalb des Trägers wurde diese entsprechend Tabelle 2.6 variiert.

Tabelle 2.6: *Verformungen in Abhängigkeit der Verbindungssteifigkeit  $k_{\theta}$  aus [32]*

	Rotationssteifigkeit	Schubsteifigkeit	max. $u_z$	max. $u_z$	Abweichung
	$k_{\theta}$	$D_{Qy}$	analytisch	Versuch	[mm]
	[kN]	[kN/m]	[mm]	[mm]	[%]
<b>niedrig</b>	65	283	2,453	2,026	21,1
<b>gemittelt</b>	107	355	2,024		-0,1
<b>hoch</b>	148	399	1,835		-9,4
$\infty$		590	1,352		-33,3

In Bild 2.29 ist der Vergleich der analytischen Verformungsberechnung mit den verschiedenen Verbindungssteifigkeiten nach Tabelle 2.6 im Vergleich zu den Versuchsergebnissen dargestellt. Die Verformungen an den einzelnen Messstellen sind dabei im Diagramm mit Punkten gekennzeichnet.

## 2.6 Einfluss der Laser-Stichnaht auf die Querschubsteifigkeit $DQ_y$

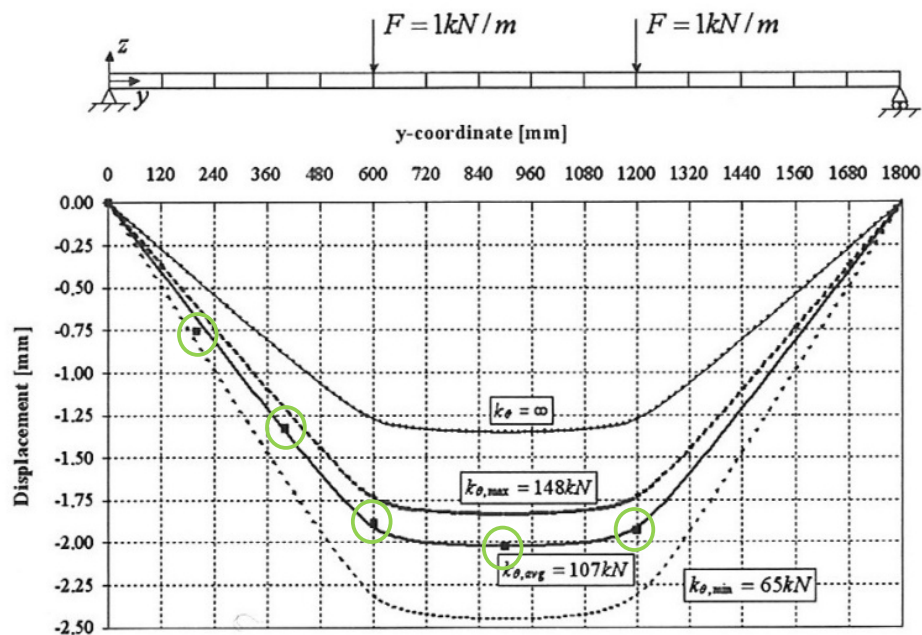


Bild 2.29: Versuchsergebnisse für Vierpunkt-Biegeversuch inkl. der Ergebnisse aus analytischer Verformungsberechnung, aus [32], [30]

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt wie zu erwarten war eindeutig, dass der Einfluss der Verbindungssteifigkeit auf die Querschubsteifigkeit und der damit durchgeführten Verformungsberechnung nicht zu vernachlässigende Effekte hat. Die Annahme einer starren Verbindung zwischen den Deckblechen und den Stegen führt dazu, dass die tatsächlichen Verformungen erheblich unterschätzt werden. Die Berücksichtigung der gemittelten Verbindungssteifigkeit, die aus den Ergebnissen der Kleinteilversuche ermittelt wurde, führt in der Nachrechnung der Lastverformungen des Vier-Punkt-Biegeversuches zu realitätsnahen Ergebnissen.

In Bild 2.30 erfolgt der Vergleich der aus den Versuchsdehnungen zurückgerechneten Deckblechspannungen mit den analytisch ermittelten Spannungen.



## 2.7 Berechnungsmethoden für Web-Core-Sandwichplatten

Die bisher diskutierten Ergebnisse aktueller Forschungsarbeiten behandeln ausschließlich Web-Core-Sandwichträger und deren Lastabtrag in Querrichtung ohne den Einfluss eines eventuellen Lastabtrages in Haupttragrichtung.

In der Regel wird eine separierte Lastabtragung in Querrichtung in wirtschaftlich dimensionierten Strukturen nicht auftreten, vielmehr tritt der Lastquertransport immer in Kombination mit einem Lastabtrag in Haupttragrichtung auf.

Je nach Spannweite wird in der Regel ein Großteil der Last auf Grund der wesentlich steiferen Haupttragrichtung über die Stege in Längsrichtung zu den Auflagerlinien abgeleitet. Zusätzlich dazu stellen sich dann in Querrichtung die in den obigen Kapiteln ausführlich diskutierten Tragmechanismen in Querrichtung ein. In Querrichtung kommt es also immer zu einer Kombination von Membranspannungen, Spannungen aus Rahmentragwirkung zwischen den Deckblechen und den Stegen, sowie Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“. Die Bestimmung der jeweiligen Anteile ist aber auf Grund der Plattenstruktur und der Kombination des Lastabtrages in beide Richtungen ungleich schwieriger als bei den ausschließlich in Querrichtung gespannten Web-Core-Sandwichträgern. Für diese einfachen Trägerstrukturen liegen für einzelne Fälle analytische Lösungen für die Verformungs- und Schnittgrößenberechnung unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ vor.

Ebenso sind für einige wenige ausgewählte Belastungs- und Lagerungssituationen von Platten geschlossene Lösungen für die Berechnung unter Berücksichtigung der Biege- und Schubsteifigkeit in der einschlägigen Literatur, wie z.B. in [52], zu finden. Diese gelten aber ausschließlich für Platten, bei denen der Einfluss der Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche vernachlässigt werden kann. Geschlossene analytische Lösungen, die zusätzlich den „Thick-Face-Plate-Effect“ berücksichtigen, sind für Plattenstrukturen nicht existent.

Im Folgenden wird auf die Berechnungsgrundlagen einer Plattenberechnung mit homogenisierten Steifigkeiten unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Deckblechbiegesteifigkeit eingegangen.

Auf Grund der umfangreichen Formulierungen wird hier jedoch nur die prinzipielle Vorgehensweise dargestellt, für die ausführliche Herleitung sei an dieser Stelle auf [29], [34], [36] und [48] verwiesen.

### 2.7.1 Differentialgleichungssystem für anisotrope Sandwichplatten mit dünnen Deckblechen

*Whitney und Pagano* leiten in [48] ein allgemeines Differentialgleichungssystem für geschichtete Platten mit anisotropem Materialverhalten unter Berücksichtigung der Schubverformungen her. Für rechteckige Platten ergeben sich demnach die Differentialgleichungen nach (2.120)-(2.124).

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{33} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{33}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} - B_{33} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} - (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.120)$$

$$A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{33} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{33}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - B_{22} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} - B_{33} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} - (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.121)$$

$$D_{\alpha x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) + D_{\alpha y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) + q = 0 \quad (2.122)$$

$$B_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{33} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - D_{11}^0 \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} - D_{33}^0 \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} - (D_{12}^0 - D_{33}^0) \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x \partial y} - D_{\alpha x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \right) = 0 \quad (2.123)$$

$$B_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{33} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} - D_{22}^0 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} - D_{33}^0 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} - (D_{12}^0 - D_{33}^0) \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x \partial y} - D_{\alpha y} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \right) = 0 \quad (2.124)$$

Die Herleitung dieser Gleichungen erfolgt, indem zunächst das Stoffgesetz mit den Plattenschnittgrößen nach Bild 2.31 A und den Verzerrungen für die homogenisierte Platte nach den Gleichungen (2.125) - (2.127) aufgestellt wird, vgl. (2.128).

## 2.7 Berechnungsmethoden für Web-Core-Sandwichplatten

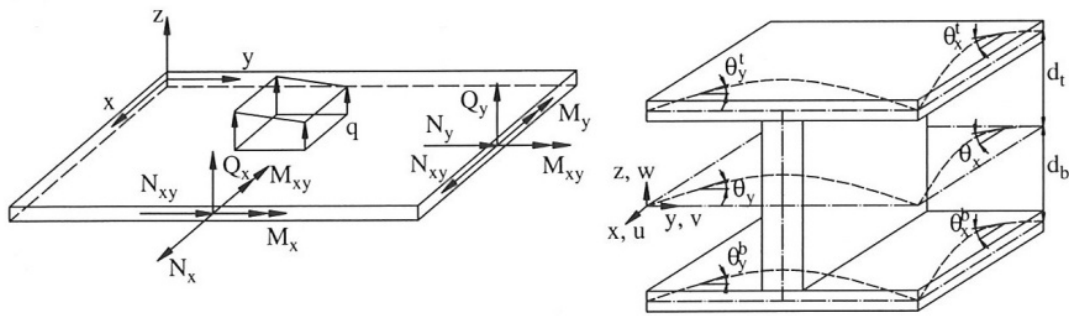


Bild 2.31: Homogenisierte Sandwichplatte, aus [34]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u_0 / \partial x \\ \partial v_0 / \partial y \\ \partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x \end{Bmatrix} \quad (2.125)$$

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ 2\partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} \quad (2.126)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.127)$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & B_{22} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11}^0 & D_{12}^0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12}^0 & D_{22}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & D_{33}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{Qx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{Qy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (2.128)$$

Die Gleichungen in (2.128) lassen sich in etwas kompakterer Form gemäß (2.129) darstellen.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix}_{\text{avg}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ -\boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix}_{\text{avg}} \quad (2.129)$$

Durch Einsetzen der Schnittgrößen aus (2.128) in die Gleichgewichtsbedingungen der Platte nach (2.130) erhält man schließlich das zuvor angegebene DGL-System.

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q &= 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0, \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.130)$$

Die Ermittlung der Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{ABD}_0$  erfolgt dabei prinzipiell mit (2.131)-(2.136).

$$[\mathbf{A}] = \int_{-h/2}^{h/2} [\mathbf{E}]_i dz \quad (2.131)$$

$$[\mathbf{B}] = \int_{-h/2}^{h/2} [\mathbf{E}]_i d_i dz \quad (2.132)$$

$$[\mathbf{C}] = \int_{-h/2}^{h/2} [\mathbf{E}]_i z dz \quad (2.133)$$

$$[\mathbf{D}_0] = \int_{-h/2}^{h/2} [\mathbf{E}]_i d_i z dz, \quad i = t, c, b \quad (2.134)$$

$$[\mathbf{E}]_i = \frac{1}{1 - \nu_i^2} \begin{bmatrix} E_i & \nu_i E_i & 0 \\ \nu_i E_i & E_i & 0 \\ 0 & 0 & G_i (1 - \nu_i^2) \end{bmatrix}, \quad i = t, b \quad (2.135)$$



$$[E]_c = \frac{E_w t_w}{s} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

Für die genaue Bestimmung der Koeffizienten in der Matrix  $ABD_0$  sei an dieser Stelle auf [29] verwiesen. Prinzipiell entspricht dabei die Vorgehensweise dem in Kapitel 2.2 skizzierten Vorgehen, bei dem die diskreten Steifigkeiten des Kernquerschnitts über die jeweilige Kernschichtdicke verschmiert werden. Für die Elemente auf der Diagonalen der Matrix  $ABD_0$  ergeben sich für den in Bild 2.31 angegebenen Querschnitt einer Web-Core-Sandwichplatte, die Membran- und Biegesteifigkeiten gemäß den Gleichungen (2.23)-(2.28) sowie die Schubsteifigkeiten nach den Gleichungen (2.29) und (2.134). Mit dem hier angegebenen Differentialgleichungssystem nach [48] ist prinzipiell die Berechnung von Sandwichplatten mit orthotropen Eigenschaften unter Berücksichtigung der Schubverformungen möglich. Der Einfluss des „Thick-Face-Plate-Effects“ der je nach vorherrschenden Steifigkeitsverhältnissen innerhalb der Platte, zumindest aber direkt im Bereich der Lasteinleitung für die Erhöhung der Deckblechspannungen verantwortlich ist, kann mit diesem DGL-System jedoch nicht berücksichtigt werden.

### 2.7.2 Differentialgleichungssystem für anisotrope Sandwichplatten mit dicken Deckblechen

*Romanoff et al.* berücksichtigen in [34] den Einfluss der Biegesteifigkeit der Deckbleche, indem das in Kapitel 2.7.1 angegebene DGL-System mit Berücksichtigung der Schubweichheit der Platte nach (2.120) - (2.124) (Reissner-Mindlin-Platte) mit der Differentialgleichung einer isotropen schubstarrten Platte nach Gleichung (2.137) (Kirchhoff-Platte) gekoppelt wird.

$$\frac{\partial^4 w_{tf}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w_{tf}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_{tf}}{\partial y^4} = \frac{q_{tf}}{D_f} \quad (2.137)$$

Für das gekoppelte DGL-System ist in den Gleichungen (2.120)-(2.124)  $q = q_{RM}$  und  $w = w_{RM}$  zu setzen. Die Kopplung der beiden Systeme, Kirchhoff-Platte und Reissner-Mindlin-Platte, erfolgt in [34] durch die Kopplung der vertikalen Verschiebung  $w_{tf} = w_{RM}$ , vgl. Bild Bild 2.32.

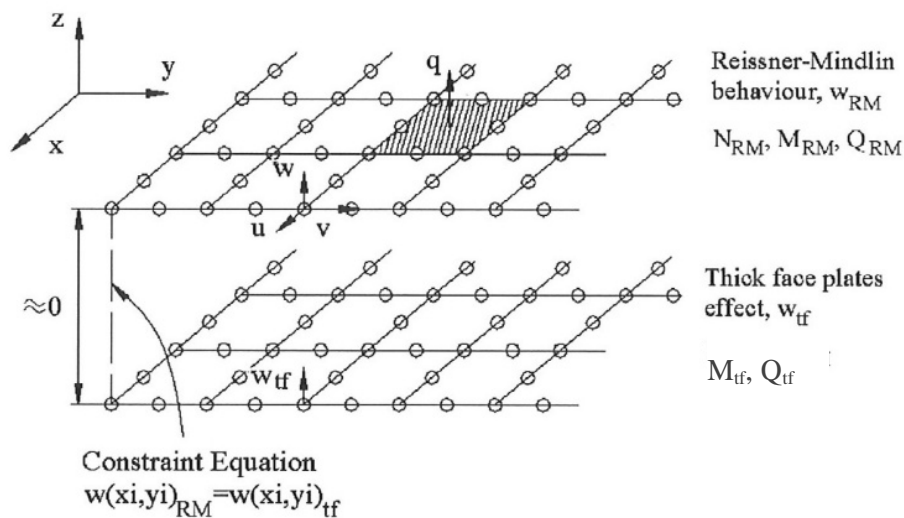


Bild 2.32: Kopplung der vertikalen Verformung der beiden Platten – homogenisierte Schubweiche Sandwichplatte (Reissner-Mindlin-Platte) und Schubstarre Platte der Deckbleche (Kirchhoff-Platte), aus [34].

Die Gesamtbelastung  $q$  wird dann je nach Steifigkeitsverhältnis von den beiden Platten abgetragen,  $q = q_{tf} + q_{RM}$ . Im Falle großer Schubsteifigkeiten  $D_{Qy}$  dominiert der Einfluss des Plattenwiderstandes der Gleichungen (2.120)-(2.124). Mit fallendem  $D_{Qy}$  steigt der Einfluss der Gleichung (2.137), der Lastabtrag erfolgt in diesem Fall verstärkt über die Biegesteifigkeit der Deckbleche.

Mit der Kopplung der Differentialgleichungen erweitert sich auch die rechte Seite des Stoffgesetzes aus Gleichung (2.129) um den Teil, der nun über die Deckblechsteifigkeit abgetragen wird, vgl. (2.138).

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_{avg} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D_0 & 0 \\ 0 & 0 & D_Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ -\kappa \\ \gamma \end{Bmatrix}_{avg} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_f & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -\kappa_{tf} \\ M_{tf} \end{Bmatrix} \quad (2.138)$$

Die Berücksichtigung der diskreten Struktur erfolgt erst, nachdem die gesuchten Größen  $u_0, v_0, \theta_x, \theta_y, w_{RM} = w_{tf}, q_{RM}$  und  $q_{tf}$  sowie die Schnittgrößen durch Lösung der Gleichungen (2.120)-(2.124) sowie (2.137) ermittelt wurden.

Die Rehomogenisierung, also die Rückrechnung der Deckblechspannungen für die diskrete Struktur aus den Schnittgrößen der homogenisierten Platte erfolgt dann nach den Gleichungen (2.139) und (2.140).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon \\ -\kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D_0 \end{bmatrix}^{-1} \left( \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}_{RM} - \begin{Bmatrix} 0 \\ M_Q \end{Bmatrix} \right) \quad (2.139)$$

$$\sigma_x^t = \frac{E_t}{1-\nu_t^2} (\varepsilon_x + \nu_t \varepsilon_y),$$

$$\sigma_y^t = \frac{E_t}{1-\nu_t^2} (\varepsilon_y + \nu_t \varepsilon_x)$$
(2.140)

Die Zusammenwirkung des globalen Momentes sowie die aus dem Abtrag der Querkraft in Querrichtung resultierenden steginduzierten, lokalen Momente  $M_{Q,y}^i$  nach (2.141) wurde in den Kapiteln 2.4 und 2.5 ausführlich diskutiert.

$$M_{Q,x}^i(y_I) = \nu M_{Q,y}^i$$

$$M_{Q,y}^i(y_I) = \int Q_{Q,y}^i(y_I) dy_I - \left[ \iint \frac{Q_{Q,y}^i(y_I)}{s} dy_I dy_I \right]_{y_I=s}$$
(2.141)

$$M_{Q,xy}^i = 0$$

Auf Grund der Komplexität der Differentialgleichungen (2.120) - (2.124) sowie (2.137) ist man bei der Lösung auf den Einsatz numerischer Methoden angewiesen.

In [34] erfolgt die Validierung der hier vorgestellten Methode unter anderem anhand einer allseitig gelagerten, eingespannten Platte mit den in Tabelle 2.7 angegebenen Abmessungen und einer flächigen Belastung von  $q = 1 \text{ kN/m}^2$ .

Tabelle 2.7: Abmessungen der Platte zur Validierung des vorgestellten Berechnungsverfahrens, aus [34]

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
<b>Platte</b>	3,00	4,00	1,00	40	100	3000	3000	206000	0,3

Die Überprüfung der hier angegebenen Methode erfolgte in [34] mit der Software ABAQUS 6.5.1. Hierbei wurde die diskrete Struktur der Platte mit Schalenelementen in einem 3D-Modell abgebildet. Die Schalenelemente der Stege und der Deckbleche besitzen in den Schnittpunkten der Deckbleche mit den Stegen die gleichen Knoten, so dass die Anschlusssteifigkeiten  $k_{\theta}^t = k_{\theta}^t$  als unendlich steif und somit von einer biegesteifen Verbindung zwischen den Deckblechen und den Stegen ausgegangen wurde.

In Bild 2.33 erfolgt der Vergleich der Deckblechspannungen in Querrichtung auf der Oberseite des oberen Deckbleches, die mit der Lösung des DGL-Systems und anschließender Rehomogenisierung ermittelt wurden, mit den Ergebnissen aus der Berechnung mit dem 3D-FE-Modell.

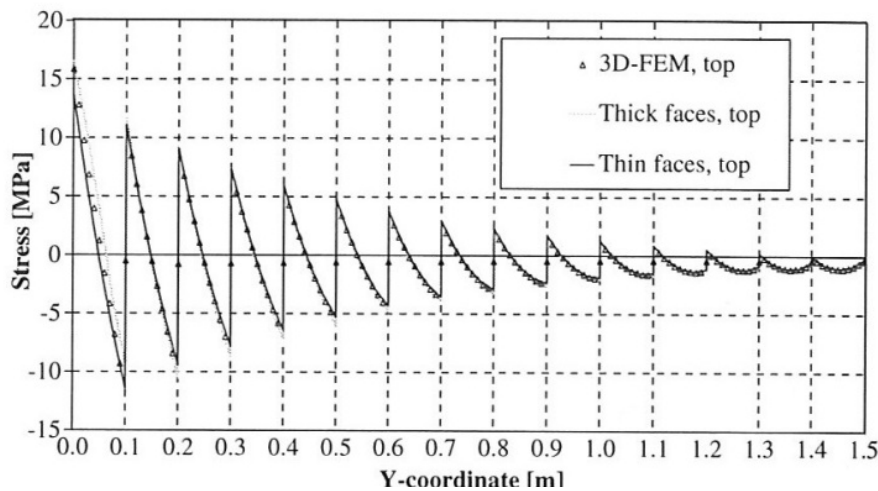


Bild 2.33: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_{xx}/2$ , aus [34]

Der Vergleich der Spannungen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Deckblechspannungen über die gesamte Plattenbreite. Prinzipiell können somit mit der von Romanoff in [34] vorgeschlagenen Methode die in der realen Struktur auftretenden Spannungen sehr gut abgebildet werden. Der Vergleich mit den Spannungen ohne Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ zeigen aber ebenso gute Übereinstimmungen der Deckblechspannungen mit den Spannungen aus dem 3D-FE-Modell. Der Einfluss der Deckblechsteifigkeit bei der hier untersuchten Struktur mit entsprechender Belastung ist somit vernachlässigbar klein.

### 2.7.3 Berücksichtigung von lokalen Radlasten

In [36] wird die zuvor diskutierte Methode zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten erweitert, um auch Belastungssituationen mit konzentrierten Einzellasten, wie sie insbesondere durch Radlasten aus Verkehr resultieren, berücksichtigen zu können.

In den bisher vorgestellten Verfahren wurden die Effekte aus der Lasteinleitung zwischen den Stegen nicht berücksichtigt. Werden aber z.B. konzentrierte Radlasten von der Platte abgetragen, müssen diese Lasten zunächst von den Deckblechen aufgenommen und in Querrichtung zu den Stegen transportiert werden. Hierbei wirken die Deckbleche in Querrichtung prinzipiell als Durchlaufträger, die von den Stegen gestützt werden. Die daraus resultierenden Spannungen werden durch das zuvor diskutierte Verfahren nicht berücksichtigt, denn dort lag der Fokus auf dem prinzipiellen Lastabtrag und den daraus resultierenden Spannungen.

Zur Berücksichtigung der Spannungen aus lasteinleitenden Effekten werden in [36] prinzipiell zwei verschiedene FE-Analysen durchgeführt. Zum einen mit dem

in Bild 2.32 skizzierten FE-Netz zur Ermittlung der Plattenschnittgrößen einer homogenisierten Platte. Die Spannungen der diskreten Struktur können anschließend aus den globalen Schnittgrößen und den Schnittgrößen, die den Deckblechen zugeschrieben werden, zurückgerechnet werden. Zum Anderen erfolgt die Berücksichtigung der Spannungen aus Lasteinleitungseffekten mit einem zusätzlichen, lokal auf den Lasteinleitungsbereich begrenzten FE-Modell gemäß Bild 2.34.

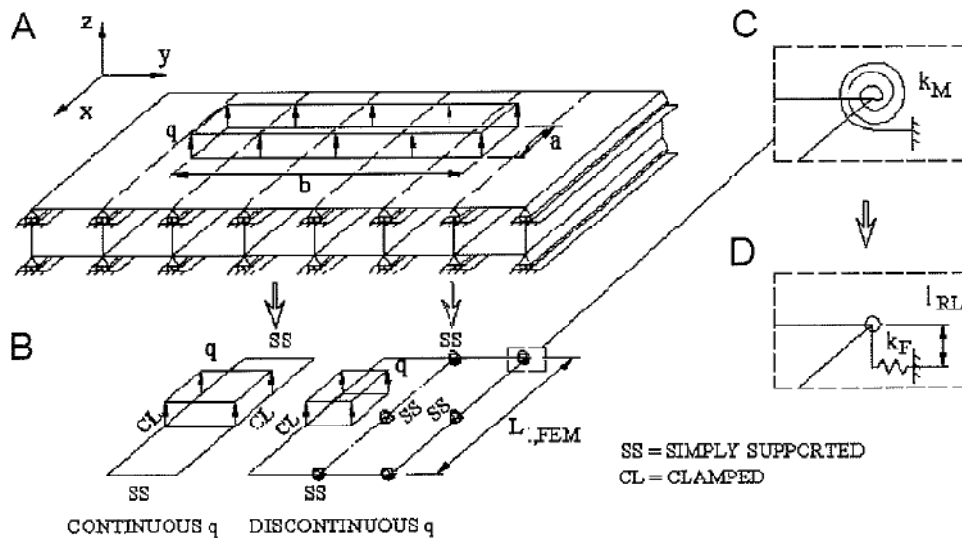


Bild 2.34: Prinzip lokales FE-Modell zur Berücksichtigung lasteinleitender Effekte, aus [36]

Dieses FE-Netz berücksichtigt die stützende Wirkung der Stege sowie die einspannende Wirkung der Deckbleche durch die Stege und den nicht unmittelbar belasteten Bereich der Deckbleche. Dabei wird lediglich das Deckblech generiert. Die stützende Wirkung der Deckbleche wird durch entsprechende Auflager simuliert. Die Federsteifigkeiten, die in den Knotenlinien der Stege zur Simulation der Einspannung der Deckbleche durch die Stege erforderlich sind, werden zuvor an einem Rahmenmodell gemäß Bild 2.35 ermittelt.

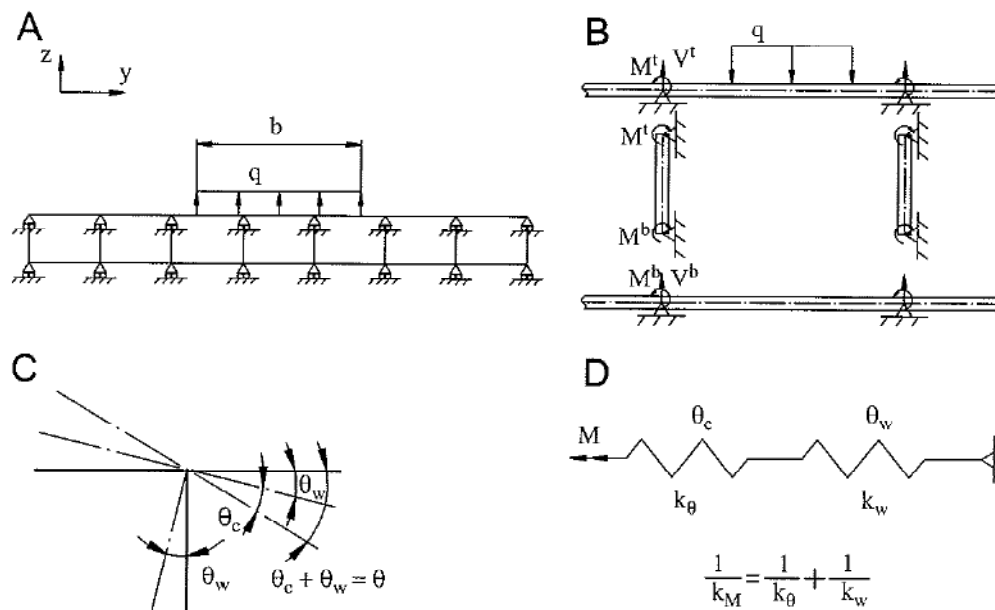


Bild 2.35: Prinzip: Ermittlung der Federsteifigkeiten aus Rahmenmodell, aus [36]

Die Summe der Deckblechspannungen aus der homogenisierten Plattenberechnung und der Berechnung am lokalen Lasteinleitungsmodell ergibt die Gesamtspannung des Deckbleches.

Die Validierung des Verfahrens erfolgt in [36] anhand der Vergleichsrechnung an einer Plattengeometrie gemäß Tabelle 2.8.

Tabelle 2.8: Abmessungen der Platte zur Validierung des vorgestellten Berechnungsverfahrens, aus [36]

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$	Last	Lastfläche
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[kN]	[mm x mm]
<b>Platte</b>	3,00	4,00	3,00	40	120	2800	2880	206000	0,3	5	140 x 140

Die Platte wurde hierbei in einem komplexen 3D-Modell mit der Software ABAQUS abgebildet. Um die Verbindungssteifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindung von  $k_\theta = 141 \text{ kNcm/cm}$  explizit abzubilden, erfolgte die Modellierung der Platte mit Volumenelementen. Somit bestand die Möglichkeit den Schweißnahtanschluss dadurch zu simulieren, dass die Stegknoten an den Verbindungsstellen zu den Deckblechen auf einer Breite von 2 mm mit den Deckblechknoten gekoppelt wurden, vgl. Bild 2.36.

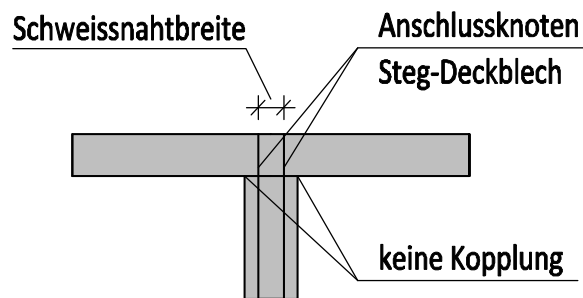


Bild 2.36: Prinzip – Modellierung der Verbindungssteifigkeit gemäß [36] mit Volumenelementen

Diese Schweißnahtbreite wurde zuvor an einem separierten Detailmodell eines Deckblech-Steg-Anschlusses gemäß Bild 2.37 derart ermittelt, dass sich gerade die gewünschte Verbindungssteifigkeit von  $k_{\theta} = 141 \text{ kNcm/cm}$  einstellte.

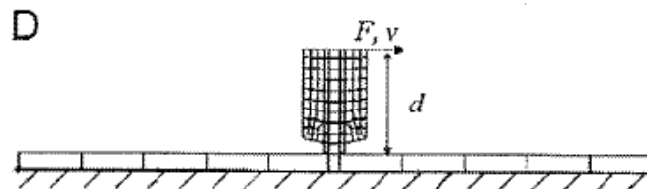


Bild 2.37: Ausschnittmodell zur Ermittlung der Schweißnahtbreite für entsprechende Drehfedersteifigkeit des Deckblech-Steg-Anschlusses, aus [36]

Der Vergleich der Ergebnisse erfolgt in Bild 2.38.

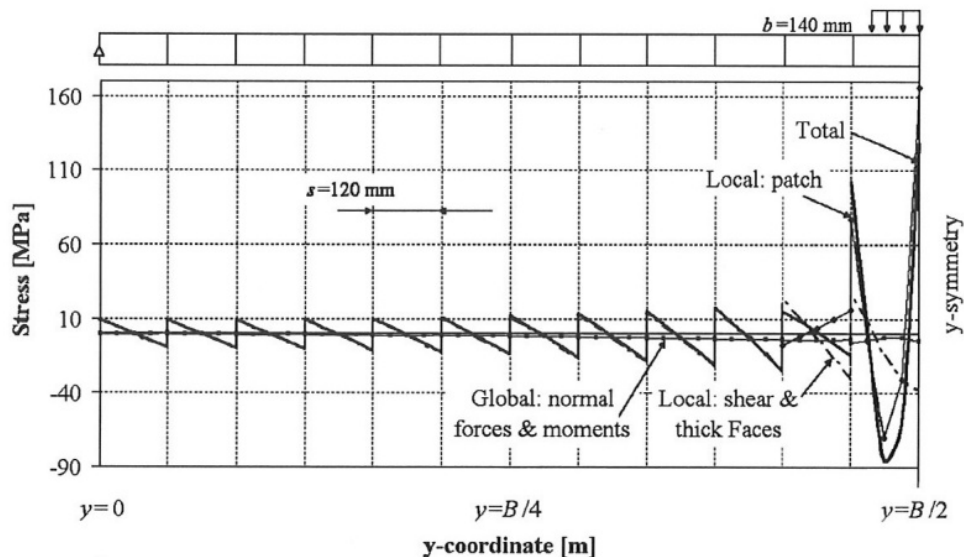


Bild 2.38: Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$ , für Plattengeometrie nach Tabelle 2.8 aus [36]

Die Übereinstimmung der Ergebnisse aus der 3D-FE-Berechnung mit den Volumenelementen und der Berechnung mittels den Teilmodellen für die homogenisierte Plattenberechnung gemäß Bild 2.32 in Kombination mit dem Ausschnittmodell gemäß Bild 2.34 ist sehr gut.

Mit der in Kapitel 2.7.1 bis 2.7.3 beschriebenen Vorgehensweise zur Berechnung der Deckblechspannungen können die einzelnen Komponenten der Spannungen direkt abgelesen werden. Eine entsprechende Analyse bezüglich der maßgebenden Einflussfaktoren ist somit möglich. Im Vergleich dazu werden mit der Berechnung am komplexen 3D-FE-Modell immer nur die gesamten Deckblechspannungen ermittelt, eine genaue Zuteilung zu den einzelnen Tragmechanismen ist hier nicht ohne weiteres möglich.

Die maßgebenden Spannungen aus der Plattenberechnung nach Bild 2.29 resultieren im Bereich der Lasteinleitung aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen (Local: patch). Diese werden überlagert mit den Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ und den Spannungen aus dem Lastabtrag der Querkraft in Querrichtung (Local: shear & thick Faces). Der Anteil der Membranspannungen ist wieder vernachlässigbar gering. Der Bereich, in dem die Spannungen aus dem Lasteinleitungseffekt einen signifikanten Einfluss auf die Gesamtspannungen haben, beschränkt sich auf einen Abstand von zwei Stegbreiten vom Lastmittelpunkt. Im Bereich außerhalb der Lasteinleitung dominieren die regelmäßigen „Zick-Zack“ Spannungen aus den steginduzierten Momenten.

Unabhängig von der möglichen Analyse der unterschiedlichen Spannungskomponenten ist der Aufwand in der Modellierung der einzelnen FE-Modelle und in der anschließenden Auswertung der Einzelergebnisse und deren entsprechenden Überlagerung erheblich. Die Erleichterungen gegenüber dem Aufwand bei der Abbildung der Hohlplattenstruktur in einem komplexen 3D-FE-Modell sind somit äußerst gering. Der wesentliche Vorteil des in [34] und [36] vorgeschlagenen Berechnungssystems liegt im Vergleich zur diskreten 3D-FE-Berechnung in der verkürzten Analysezeit. Auf Grund des vereinfachten FE-Netzes bei der homogenisierten Plattenberechnung gemäß Bild 2.32 lassen sich erhebliche Einsparungen in den Rechenzeiten gegenüber der Abbildung mit Volumenelementen erzielen. Im Zuge der Optimierung des Dimensionierungsprozesses bei der Auslegung von Hohlplattenstrukturen kann somit die Verwendung der hier diskutierten Berechnungsstruktur von Vorteil sein.



## 2.8 Stahlhohlplatten in der schiffbaulichen Anwendung

In der maritimen Anwendung werden die Web-Core-Panel überwiegend als Wände, Schotte sowie Treppen- und Deckkonstruktionen eingesetzt. Dabei kann durch die geringen Bauhöhen das Verhältnis von Nutzfläche zu benötigter Konstruktionsfläche ohne Steifigkeitsverlust optimiert werden. Die hohe Fertigungsgenauigkeit, die durch den nahezu vollautomatisierten Herstellungsprozess erreicht wird, kann dabei in Verbindung mit dem relativ geringen Eigengewicht der Platten in der modularen Bauweise im Schiffbau optimal eingesetzt werden.

Problematisch ist bei den geschlossenen Sandwichstrukturen jedoch grundsätzlich die Verbindungstechnik zum einen zwischen den Hohlplatten untereinander und zum anderen an den Schnittstellen zwischen den Hohlplatten und den konventionellen Stahlstrukturen, vgl. *Fricke* [6].

Für den bisherigen Einsatz sind für die gängigen Anwendungsfälle im Schiffbau die in Bild 2.39 dargestellten Verbindungsmöglichkeiten entwickelt worden.

- Die dargestellten Verbindungsmöglichkeiten a.) bis f.) werden dabei sowohl für Längs- als auch für Querstöße verwendet (parallel bzw. quer zu den Stegen)
- Die in c.) und d.) dargestellten Verbindungen eignen sich in insbesondere für die Verbindung von orthogonalen Kreuzungspunkten
- Die Varianten g.) und h.) eignen sich besonders zur Aufnahme größerer Querkräfte, da hier die querkraftführenden Stege aufgelagert werden können.
- Die unter f.) und e.) dargestellten Verbindungen stellt zwar für die Montage eine Vereinfachung dar, ist aber in der Herstellung relativ teuer und für die Übertragung größerer Querkräfte kaum geeignet.

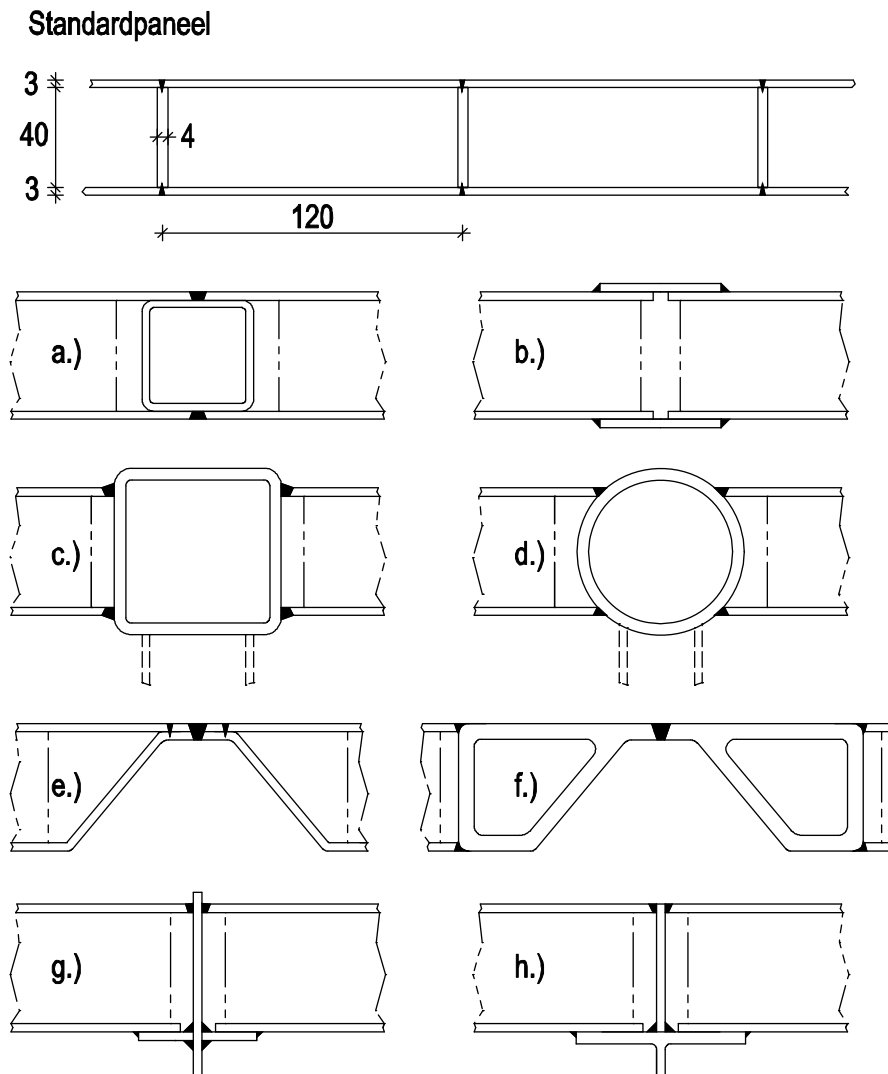
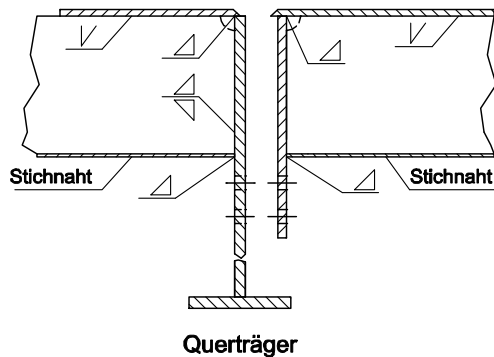


Bild 2.39: Verbindungsmöglichkeiten von Stahlhohlplatten; a, c, d, nach [10]; e, und f nach [14]; b, g und h nach [6]

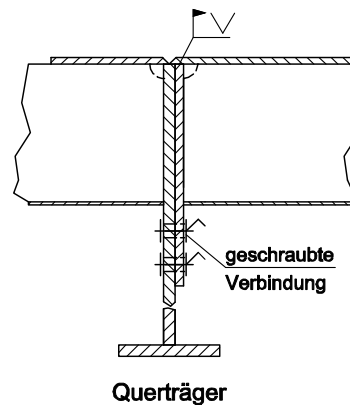
Im Stahlbrückenbau sind die zu übertragenden Lasten der einzelnen Stege auf Grund der örtlich begrenzten hohen Radlasten in Verbindung mit einem größeren Stegabstand wesentlich höher als bei den Standardpaneelen des Schiffbaus und den dort vorherrschenden Belastungssituationen. Die Übertragung der Querkräfte beim Querstoß der Hohlplatten bzw. bei der Einbindung der Fahrbahnplatten in die gesamte Brückenstruktur muss somit konstruktiv gelöst werden.

Die in Bild 2.40 dargestellten Lösungsmöglichkeiten für den Anschluss der Hohlplatten an Quer – und oder Hauptträger wurden den Arbeiten [4] und [5] entnommen.

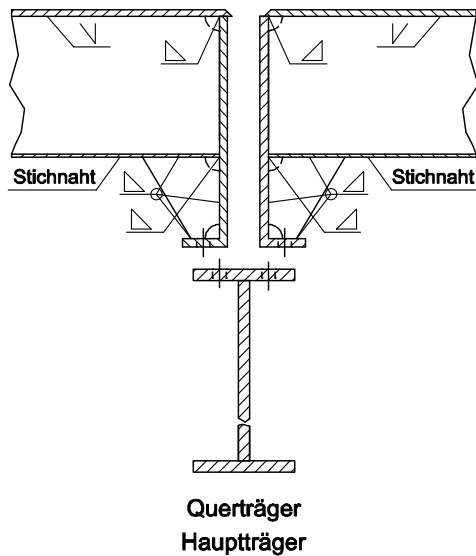
**Hohlplattenquerstoß - Werkstattnähte**  
**LÄNGSSCHNITT:**



**Hohlplattenquerstoß - Baustellennähte**  
**LÄNGSSCHNITT:**



**LÄNGSSCHNITT:**



**LÄNGSSCHNITT:**

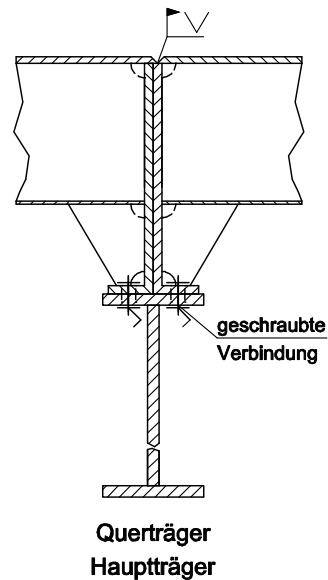


Bild 2.40: Hohlplattenanschluss an Quer- oder Hauptträgersteg nach [4] und [5]

Die Einbindung der Hohlplatten in die Brückenkonstruktion erfolgt hier mit einer Kombination aus stoffschlüssiger (geschweißte Verbindung) und kraft- bzw. form-schlüssiger Verbindung (geschraubte Verbindung). Diese Anschlusskonfiguration setzt voraus, dass die Hohlplatten als Halbzeuge im Rahmen der Vorfertigung an den Querseiten mit Endschotten versehen werden. Dabei können die Stege jeweils voll an die Schotte angeschlossen werden. Die Bearbeitungsreihenfolge zur Herstellung der Halbzeuge ist in Bild 2.41 dargestellt.

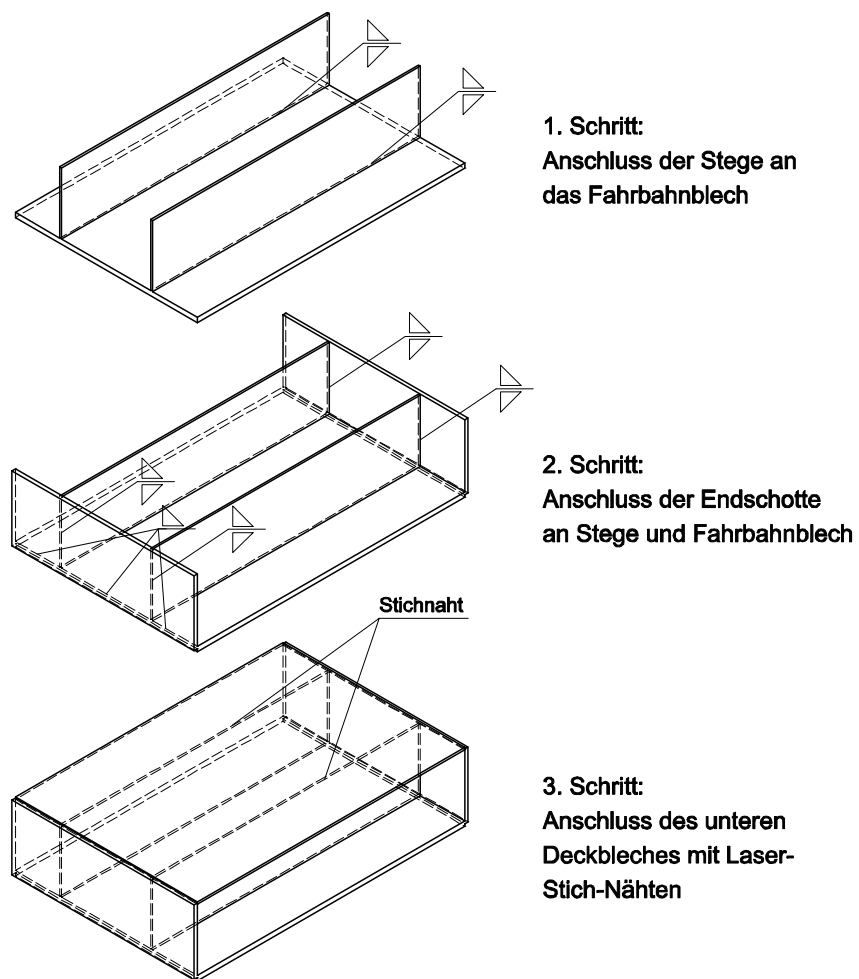


Bild 2.41: Prinzip der Bearbeitungsreihenfolge für einen möglichen Vollanschluss der Stege an die Endschotte

## 2.9 Zusammenfassung und Diskussion

### 2.9.1 Allgemeines

In den vorangegangenen Kapiteln wurden die wichtigsten Arbeiten und die daraus resultierenden wissenschaftlichen Erkenntnisse bezüglich des Tragverhaltens, der Analyse und der Berechnung von Web-Core-Sandwich-Strukturen zusammenfassend analysiert. Dabei wurde zunächst das Tragverhalten in Querrichtung anhand von Web-Core-Sandwichträgern untersucht. Im Anschluss daran wurden die in jüngsten Forschungsarbeiten entwickelten Verfahren zur Beschreibung des Tragverhaltens ganzer Plattenstrukturen vorgestellt.

Im Folgenden werden die relevanten Erkenntnisse anhand einfacher Vergleichsrechnungen zusammenfassend diskutiert. Ausgangspunkt hierfür ist die Zusammenstellung der grundlegenden Formulierungen für die Homogenisierung von Web-Core-Sandwich-Strukturen in Kapitel 2.2. Die prinzipiellen Probleme der Homogenisierung einer diskreten Struktur werden anhand einer einfacher Vergleichsrechnungen im nachfolgenden Kapitel deutlich.

### 2.9.2 Vergleichsrechnung zwischen homogenisiertem und diskretem Web-Core-Sandwich-Träger

Für einen Plattenstreifen werden für einen einfachen Lastfall gemäß dem statischen System nach Bild 2.42 die Verformungen mit Hilfe eines Stabwerkprogramms berechnet. Dabei liegt mit dem Plattenstreifen im Prinzip ein Rahmenträger vor, bei dem die Stegbleche mit den Deckblechen biegesteif verbunden sind.

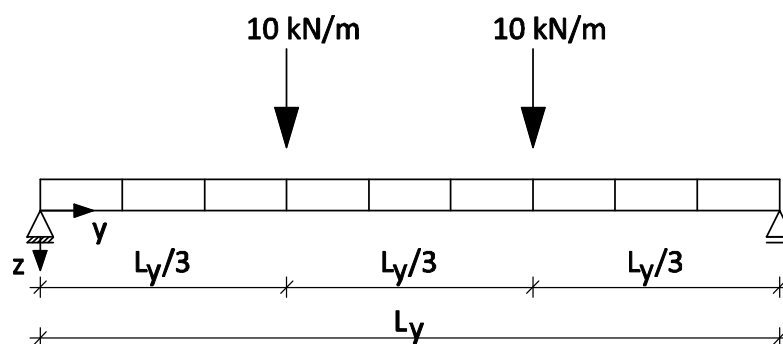


Bild 2.42: Statisches System für die Vergleichsrechnung diskreter Plattenstreifen und idealisierter Träger

Dieser Rahmenträger wird bei der Vergleichsrechnung auf zwei verschiedene Arten abgebildet. Zum Einen als diskrete Struktur bei dem jedes einzelne Querschnittselement als einzelnes Balkenelement mit rechteckigem Querschnitt simuliert wird. Zum Anderen erfolgt die Abbildung des Rahmenträgers als idealisierter Träger

sierter Ersatzträger, wobei die Biege- und Schubsteifigkeit in Richtung der  $y$ -Achse mit den homogenisierten Steifigkeiten nach den Gleichungen (2.27) und (2.16) berechnet werden.

Für die Vergleichsrechnung wird das Stabwerkprogramm R-STAB der Firma DLUBAL [S3] verwendet. Dieses bietet zum einen die Möglichkeit, einzelnen Stäben über eine Bibliothek Querschnitte mit entsprechenden Steifigkeiten direkt zuzuordnen und zum anderen Stäbe ohne definierten Querschnitt allein über die Eingabe der Biege- und Schubsteifigkeiten zu definieren. Da mit den homogenisierten Steifigkeiten nach (2.27) und (2.16) zunächst Plattensteifigkeiten vorliegen, müssen diese noch in entsprechende Trägersteifigkeiten umgerechnet werden.

Für die Umrechnung der Plattenbiegesteifigkeit in die Biegesteifigkeit des Trägers entsprechend dem in Bild 2.42 angegebenen Koordinatensystem gilt der bekannte Zusammenhang nach(2.142):

$$I_x = \frac{D_y}{E} \quad (2.142)$$

Die Eingabe der Schubsteifigkeit erfolgt in R-STAB üblicherweise über die Angabe der Schubfläche  $A_Q$ , vgl. Gleichung (2.143).

$$G \cdot A_Q = \frac{Q_y}{\gamma_{yz}} \quad (2.143)$$

Setzt man Gleichung (2.142) in Gleichung (2.13) ein und löst nach  $A_Q$  auf, ergibt sich Gleichung (2.144).

$$A_Q = \frac{D_{Qy}}{G} \quad (2.144)$$

Mit (2.142) und (2.144) lassen sich nun analog der beschriebenen Vorgehensweise der Homogenisierung für diskrete Plattenquerschnitte, für den Rahmenträger homogenisierte Trägersteifigkeiten zur Vergleichsrechnung mit der diskreten Rahmenstruktur berechnen.

Für das statische System nach Bild 2.42 werden nun für die in Tabelle 2.9 angegebenen Geometrieparameter Verformungsberechnungen durchgeführt. Bei der Geometrie Nr. 1 handelt es sich zunächst um die Querschnittsabmessungen eines Standardpanels aus der maritimen Anwendung, vgl. Bild 1.4 Diese Querschnittsgeometrie wird sukzessive durch die Erhöhung der Deckblechdicke variiert.

Tabelle 2.9: Geometrieparameter und Querschnittswerte Vergleichsrechnung

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$G$	$D_y$	$D_{Qy}$	$I_x$	$A_Q$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[Nmm]	[N/mm]	[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]
1	3	4	3	40	100	100	900	210000	80769	5,83E+08	832	27,8	0,010
2	4	4	4	40	100	100	900	210000	80769	8,15E+08	1430	38,8	0,018
3	5	4	5	40	100	100	900	210000	80769	1,07E+09	1904	50,8	0,024
4	6	4	6	40	100	100	900	210000	80769	1,34E+09	2210	63,8	0,027
5	8	4	8	40	100	100	900	210000	80769	1,68E+09	2477	80,2	0,031
6	10	4	10	40	100	100	900	210000	80769	2,66E+09	2526	126,7	0,031

Die Verformungen der diskreten Struktur werden zunächst ausschließlich an den Schnittpunkten der oberen Deckbleche mit den Stegen ausgelesen und mit den Verformungen der entsprechenden homogenisierten Ersatzträger verglichen.

Der Vergleich der Verformungen erfolgt in Bild 2.43. Die Ergebnisse der diskreten Berechnung, also der genauen Abbildung der Rahmenstruktur, werden durch die punktierten Graphen repräsentiert. Die Ergebnisse der Verformungsberechnung mit den homogenisierten Ersatzträgern werden jeweils durch die entsprechenden Graphen ohne Punktierung dargestellt.

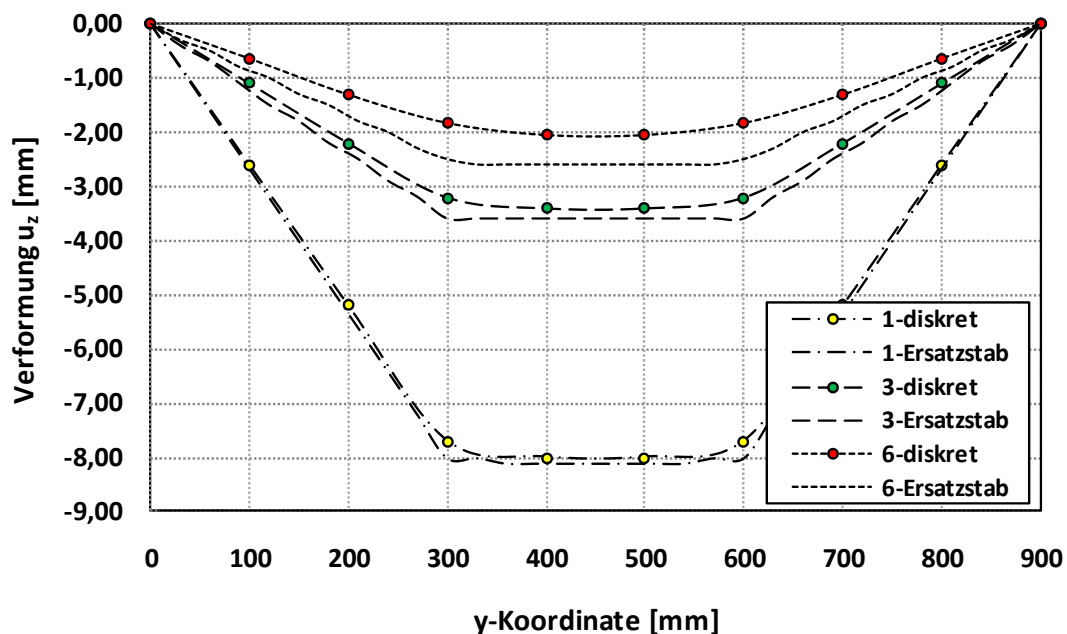


Bild 2.43: Deckblechverformungen, Vergleich von diskreter R-Stab-Berechnung an Rahmenträgern und homogenisierten Ersatzträgern für Geometrieparameter nach Tabelle 2.9.

Die Verformungsberechnung für die Querschnittsabmessung aus der maritimen Anwendung (Nr. 1) zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen homogenisierter und diskreter Berechnung. Die Abweichung der maximalen Verformungen zwischen beiden Berechnungsarten beträgt lediglich 1,3%. Erhöht man jedoch die

Deckblechdicken, so weichen zum einen die absoluten Verformungsgrößen mit steigender Deckblechdicke immer weiter voneinander ab (bis zu 20% - Querschnitt Nr. 6), zum anderen wird die Verformungsfigur insbesondere in den Bereichen der Lasteinleitungsstellen durch die homogenisierte Berechnung mit steigender Deckblechdicke immer ungenauer abgebildet (Nr. 3 und Nr.6).

Die Vor- und Nachteile der Homogenisierung werden schon anhand dieser einfachen Verformungsberechnung am Plattenstreifen deutlich. Der Aufwand für die Modellierung der einzelnen Querschnittsteile des Rahmenträgers ist um ein vielfaches größer als die Modellierung des idealisierten Ersatzträgers. Dieser Vorteil gewinnt im Hinblick auf die Modellierung ganzer Plattenstrukturen noch an Bedeutung. Der Nachteil offenbart sich allerdings bei der Interpretation der Ergebnisse. Die Deckbleche werden mit ihren Steifigkeiten zwar prinzipiell in der homogenisierten Biegesteifigkeit nach (2.27) berücksichtigt, die lokalen Einflüsse aus der Deckblechsteifigkeit können aber in der homogenisierten Berechnung nicht berücksichtigt werden, wie anhand der Abweichungen der Verformungen im Bereich der Lasteinleitungsstellen deutlich wird.

Im Falle dünner Deckbleche kann dieser Effekt offensichtlich vernachlässigt werden. Die in Kapitel 2.4 zitierten Ergebnisse aus [33] können somit mit den eigenen Berechnungen bestätigt werden. In [33] wurden ausschließlich Hohlplattengeometrien aus der maritimen Anwendung mit vergleichsweise dünnen Deckblechen untersucht. Bei den dort durchgeführten Verformungsberechnungen wurden keine signifikanten Unterschiede zwischen den homogenisierten und diskreten Berechnungen festgestellt. Im Bereich dicker Deckbleche führt dieser Effekt jedoch prinzipiell zu fehlerhaften Ergebnissen, vgl. Bild 2.43, Nr. 3 und Nr. 6.

Die Begründung für die fehlerhafte Berechnung wurde mit der Analyse der Arbeit von Allen [1] gefunden. Die Eigenbiegesteifigkeiten der Deckbleche, die insbesondere bei dickeren Deckblechen verstärkt in den Tragmechanismus eingreifen, können durch die Homogenisierung nicht ausreichend berücksichtigt werden, vgl. Kapitel 2.3. Für einfache statische Systeme kann dieser „Thick-Face-Plate-Effect“ jedoch analytisch erfasst werden. *Allen* gibt hierfür in [1] Lösungen an, auf die auch noch in den jüngsten Forschungsarbeiten zurückgegriffen wird.

In Bild 2.44 sind die mit den Lösungen aus [1] nach den Gleichungen (2.68) - (2.70) berechneten Verformungen unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ für die ausgewählten Querschnitte aus Tabelle 2.9 eingetragen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Verformungen der „exakten“ diskreten Lösung aus der Berechnung mit dem Stabwerksprogramm. Die absoluten Verformungsgrößen und die Verformungen im Bereich der Lasteinleitungen werden durch die von *Allen* bereitgestellte analytische Lösung sowohl für den Querschnitt aus der



maritimen Anwendung als auch für die Querschnitt mit vergleichsweise dicken Deckblechen sehr gut wiedergegeben.

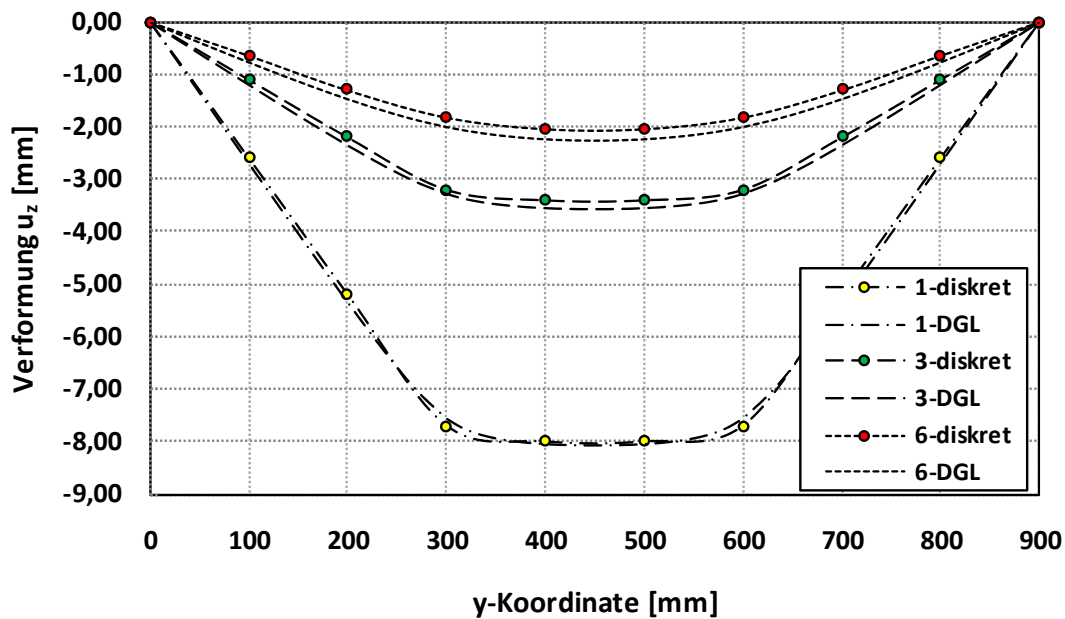


Bild 2.44: Deckblechverformungen, Vergleich von diskreter R-Stab-Berechnung an Rahmen-trägern und analytischen Lösungen für Geometrieparameter nach Tabelle 2.9.

### 2.9.3 Berücksichtigung steginduzierter Momente

In den Darstellungen der Verformungen in Bild 2.43 und Bild 2.44 sind aus der Berechnung der diskreten Rahmenstruktur mittels R-Stab zunächst ausschließlich die Verformungen in den Schnittpunkten der Stege mit den Deckblechen berücksichtigt worden. In Bild 2.45 sind exemplarisch für den Web-Core-Sandwich-Träger Nr. 1 auch die Verformungen des oberen Deckbleches zwischen den Stegen ausgelesen und mit den analytisch ermittelten Verformungen verglichen worden.

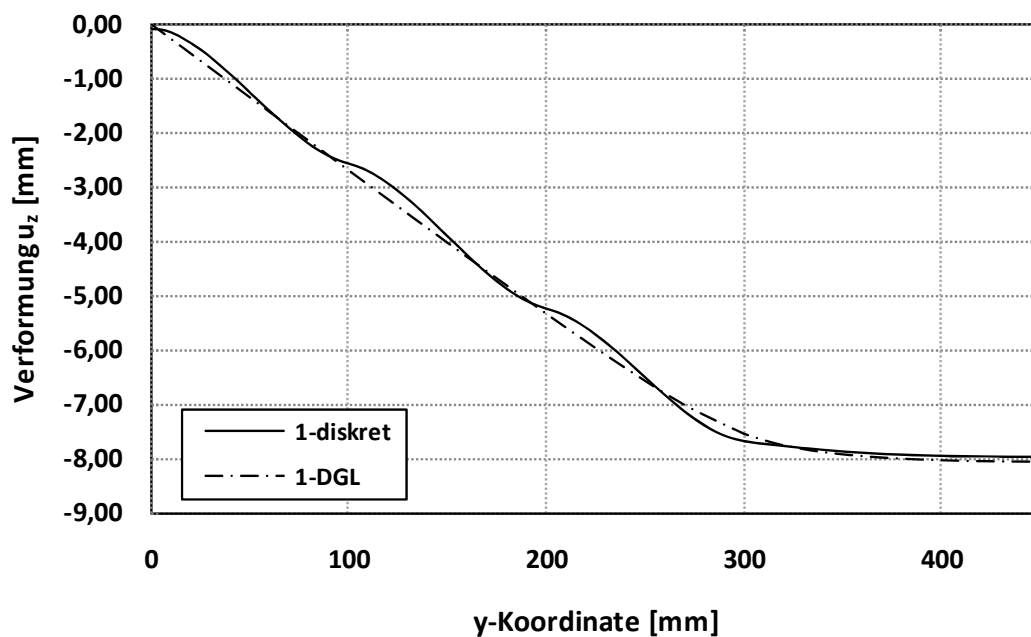


Bild 2.45: Deckblechverformungen, Vergleich von diskreter R-Stab-Berechnung am Rahmen-träger 1 nach Tabelle 2.9 und analytischer Lösungen, Darstellung für halbe Trägerlänge

Vergleicht man Bild 2.44 und Bild 2.45 wird deutlich, dass prinzipiell mit den geeigneten analytischen Methoden die unterschiedlichen Steifigkeiten innerhalb der Schichten des homogenisierten Trägers berücksichtigt werden können. Analytische Lösungen gemäß den Gleichungen (2.68) - (2.70) liegen allerdings nur für wenige einfache statische Systeme vor. Die analytische Berechnung von Balken mit variablen Laststellungen ist entsprechend aufwendig. Komplexere Geometrien z.B. die Berechnung von Stahlhohlplatten sind ohne den Einsatz entsprechender numerischer Hilfsmittel kaum mehr zu lösen.

Eine weitere Schwäche der homogenisierten Berechnung zeigt sich in Bild 2.45. Im Gegensatz zur homogenisierten Berechnung sind in der diskreten Berechnung zwischen den Stegen lokale Biegeverformungen in den Deckblechen festzustellen. Gemäß der dezidierten Analyse des Lastabtragverhaltens in Querrichtung in [33] sind hierfür Einzelmomente aus der Vierendeelwirkung verantwortlich, die punktuell an den Stegpositionen in die Deckbleche eingeleitet werden.

Es zeigt sich, dass insbesondere die steginduzierten Momente aufgrund der diskreten Stützungen der Deckbleche durch die Stege je nach Querschnittausbildung bemessungsrelevant sein können. Diese diskreten Stützungen der Deckbleche können jedoch in der homogenisierten Berechnung nicht berücksichtigt werden. Spannungsberechnungen an verschiedenen Plattenstreifen mit der in [33] entwi-

ckelten „Plane-Frame-Method“ und einer homogenisierten Berechnung zeigten daher nur unterschiedlich gute Übereinstimmungen, vgl. Bild 2.16 und Bild 2.17.

Exemplarisch wird dieser Einfluss der steginduzierten Momente auf die Spannungsberechnung an den beiden Trägerkonfigurationen „Case A“ und „Case D“ aus [33] genauer analysiert, vgl. Tabelle 2.4.

Die lokalen Momente der Deckbleche der beiden Träger lassen sich mit der zweiten Ableitung von Gleichung (2.92) berechnen. Die daraus resultierenden Deckblechspannungen  $\sigma_y$  sind in Bild 2.46 und Bild 2.47 dargestellt.

Die Spannungsanteile in den Deckblechen, die sich aus den Momenten nach Gleichung (2.89) und (2.90) ergeben und den Membranspannungszustand der Deckbleche innerhalb des Trägers berücksichtigen, sind verhältnismäßig klein und können hier vernachlässigt werden. Die Deckblechspannungen setzen sich somit im Wesentlichen noch aus zwei Anteilen zusammen.

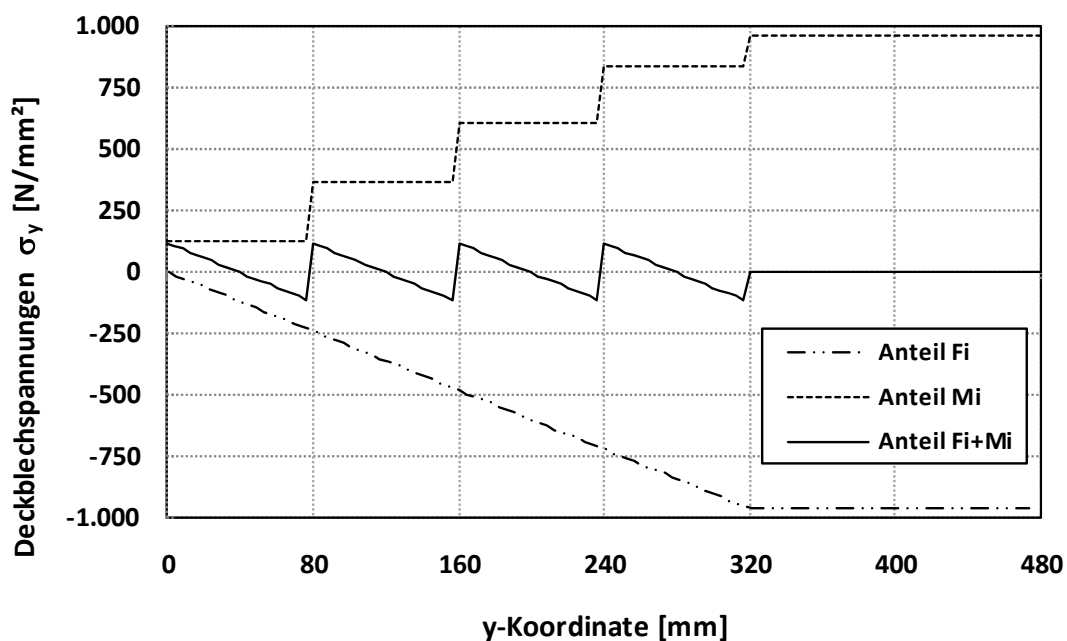


Bild 2.46: Deckblechspannungen „Case A“, lokale Spannungsanteile aus steginduzierten Momenten und Deckblechbiegung

Der Anteil  $F_i$  entspricht dem Spannungsanteil, der sich ergibt, wenn für den Lastabtrag nur die Biegesteifigkeiten der einzelnen Deckbleche zur Verfügung stehen. Der zweite Anteil ist der Anteil, der sich aus den steginduzierten Momenten  $M_i$  ergibt. Im Falle des „Case A“ liegen die absoluten Spannungen aus den steginduzierten Momenten sowie die Biegespannungen aus der Tragwirkung der Deckbleche in der gleichen Größenordnung. In der Summe ergeben sich Spannungen die einer Schnittgrößenverteilung aus Bild 2.15 entsprechen. Prinzipiell erfolgt

der Lastabtrag fast ausschließlich über die Rahmentragwirkung. In der homogenisierten Berechnung werden die steginduzierten Spannungen nicht berücksichtigt, dem zu Folge werden die Spannungen erheblich unterschätzt.

Beim Rahmenträger „Case D“ sind diese steginduzierten Momente sehr gering. Das liegt in diesem Fall daran, dass sich auf Grund der sehr geringen Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  in Verbindung mit der relativ großen Biegesteifigkeit der Deckbelche, vgl. Tabelle 2.4, kaum eine Rahmentragwirkung ausbilden kann. Hier sind also die steginduzierten Biegemomente so klein, dass die daraus resultierenden Spannungen kaum ins Gewicht fallen. Letzten Endes resultiert die Tragwirkung des Rahmenträgers „Case D“ fast ausschließlich aus der Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche. Für diesen Fall kann die Art des Lastabtrages sowie die daraus resultierenden Spannungen mit der homogenisierten Berechnung unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ noch ausreichend genau wiedergegeben werden.

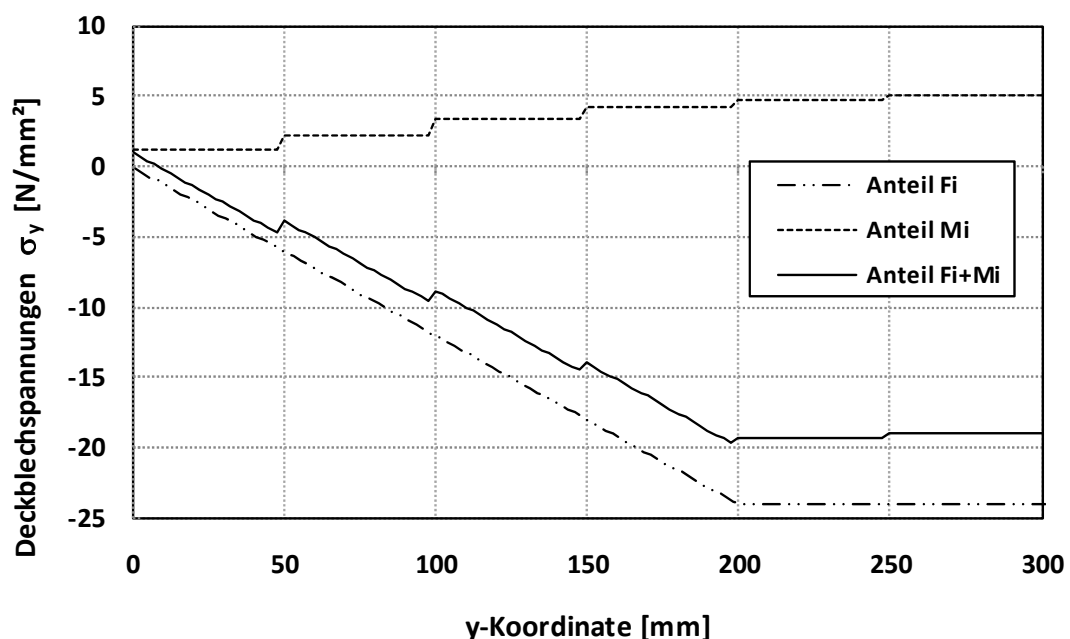


Bild 2.47: Deckblechspannungen „Case D“, lokale Spannungsanteile aus steginduzierten Momenten und Deckblechbiegung

Im Falle relativ steifer Stege und dünner Deckbleche können die steginduzierten Momente zu sehr hohen lokalen Biegespannungen in den Deckblechen führen. Im Falle geringer Steifigkeit der Stege sind die lokalen Biegespannungen in den Deckblechen geringer, da diese kaum Momente in die Deckbleche einleiten. Als äußerster Grenzfall findet überhaupt keine Rahmenwirkung statt, Membrantragfähigkeiten können nicht aktiviert werden, so dass ein Lastabtrag

über die globale Tragwirkung des Rahmenträgers nicht stattfindet. Die Deckbleche wirken dann als einzelne Biegeträger, die über die Stege vertikal gekoppelt sind. Es verbleiben somit prinzipiell nur Spannungen, die dem „Thick-Face-Plate-Effect“ zuzuordnen sind.

In [35] wurden die Erkenntnisse aus dem Lastabtragverhalten in Querrichtung dazu genutzt, auf Grundlage einer homogenisierten Trägerberechnung unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ mit entsprechender Rehomogenisierung die diskreten Spannungssprünge über den Stegen zurück zu rechnen. Insgesamt besteht somit prinzipiell die Möglichkeit, die Vorteile einer schnellen Strukturberechnung mit vereinfachten homogenisierten Steifigkeiten zu nutzen, da die sekundären Spannungen aus den steginduzierten Schnittgrößen durch die Rehomogenisierung realitätsnah abgebildet werden können, vgl. Kapitel 2.5.

### **2.9.4 Einfluss der Querschubsteifigkeit**

In Kapitel 2.6 wird anhand der Arbeiten [31] und [32] der Zusammenhang der Verbindungssteifigkeit der Laser-Stichnaht im Schnittpunkt der Stege mit den Deckblechen mit den steginduzierten Schnittgrößen und der Querschubsteifigkeit diskutiert. Dabei zeigte sich die Notwendigkeit, die reale Verbindungssteifigkeit in die Formulierung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  zu integrieren.

Neben der Querschubsteifigkeit ist die Deckblechsteifigkeit ein weiterer wesentlicher Parameter für die Art und Weise des Querlastabtrages, beide werden im Faktor  $\alpha$  zusammengefasst, vgl. Gleichung (2.68) bis (2.70). Mit den beiden exemplarisch dargestellten Grenzfällen aus [33] - Lastabtrag fast ausschließlich über globale Tragwirkung („Case A“) und Lastabtrag fast ausschließlich über reine Deckblechbiegung („Case D“) - lassen sich die Einflüsse der einzelnen Querschnittsparameter auf den im Kapitel 2.3.3 diskutierten Faktor  $\alpha$  untersuchen. In Bild 2.48 ist für den Fall „Case A“ nach Tabelle 2.4 die Veränderung des Faktors  $\alpha$  in Abhängigkeit der Variation der einzelnen Querschnittsparameter dargestellt, dabei wird ausgehend von der Grundkonfiguration jeweils nur ein Querschnittsparameter variiert.

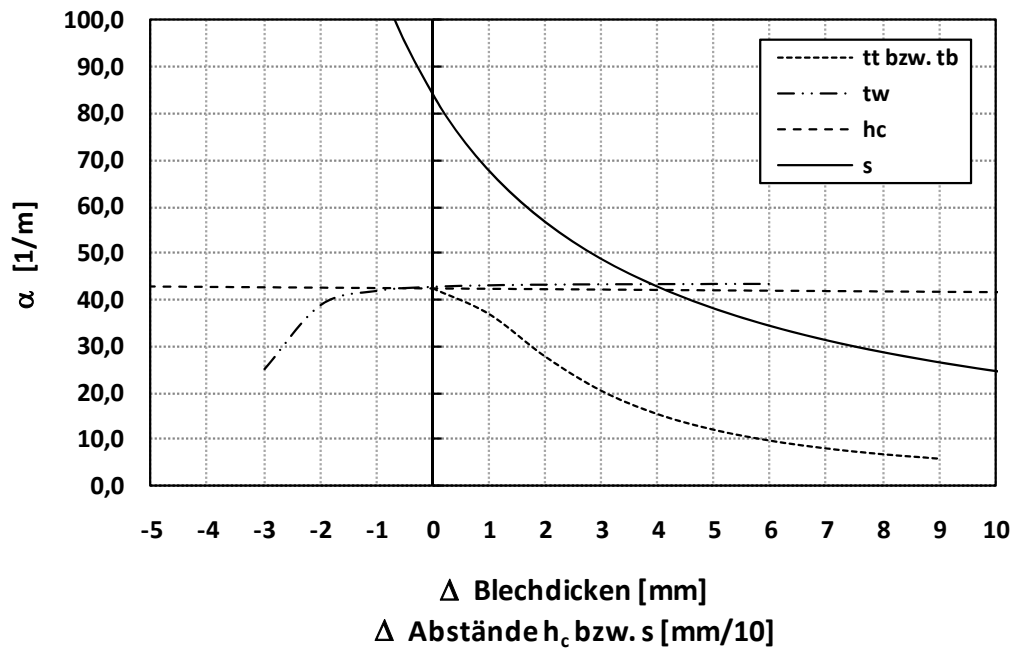


Bild 2.48: Faktor  $\alpha$  in Abhängigkeit der Querschnittsparameter ausgehend von Grundkonfiguration „Case A“  $t_t, t_w, t_b, h_c, s = 1, 4, 1, 80, 80$  [mm], vgl. Tabelle 2.4

Eine Veränderung des Tragverhaltens zu Gunsten des Lastabtrages über die Deckblechbiegung ist demnach sowohl über eine Erhöhung der Deckblechdicken als auch über die Vergrößerung des Stegabstandes bzw. eine Verminderung der Stegdicke möglich. Eine weitere Steigerung des Lastabtrages über die globale Tragwirkung (Rahmen- und Membrantragwirkung) ist im Wesentlichen nur noch über eine Reduktion des Stegabstandes  $s$  möglich.

Für die zweite Grundkonfiguration „Case D“ ist der maßgebende Einflussparameter auf den Faktor  $\alpha$  die Stegdicke  $t_w$ . In diesem Fall kann ausgehend von einem Lastabtrag fast ausschließlich über Deckblechbiegesteifigkeit, die globale Tragwirkung im Wesentlichen nur über eine Erhöhung der Stegdicke  $t_w$  aktiviert werden, vgl. Bild 2.49.

Auf Grundlage der jeweiligen Ausgangskonfiguration ist zunächst einleuchtend, dass mit einer stärkeren Ausbildung des Rahmens auch der Anteil der globalen Tragwirkung ansteigt bzw. bei einer Querschnittskonfiguration hin zu einem schwachen Rahmen der Anteil des „Thick-Face-Plate-Effects“ an der Gesamttragwirkung ansteigt. Im Vergleich der beiden Diagramme wird aber die Komplexität des Lastabtrages deutlich, da der maßgebende zu variierende Parameter immer abhängig von der Ausgangskonfiguration des Querschnitts ist.

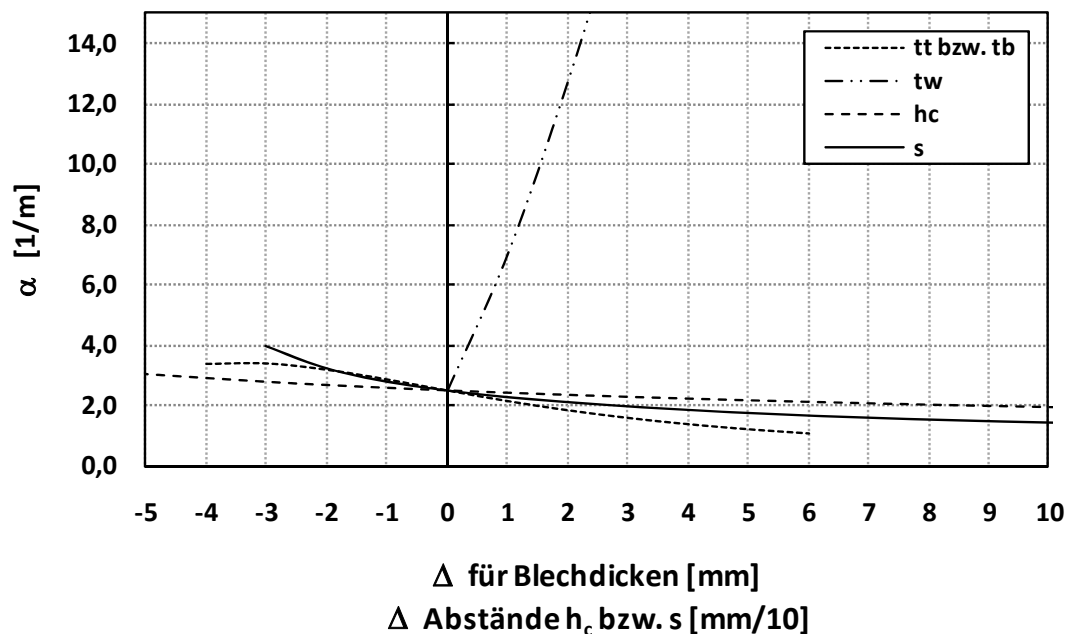


Bild 2.49: Faktor  $\alpha$  in Abhängigkeit der Querschnittsparameter ausgehend von Grundkonfiguration „Case D“  $t_c, t_w, t_b, h_c, s = 5, 1, 5, 150, 50$  [mm], vgl. Tabelle 2.4

### 2.9.5 Berechnung von Hohlplatten

In den im Kapitel 2.7 diskutierten Arbeiten wurden die Erkenntnisse zum Lastabtrag in Querrichtung auf die Berechnung von Hohlplattenstrukturen angewendet. Es zeigte sich, dass die Berücksichtigung der diskreten Struktur bei der Spannungsberechnung insbesondere im Bereich konzentrierter Einzellasten zu einem enormen analytischen Aufwand führen, der ohne den Einsatz entsprechender Software nicht mehr zu lösen ist. Der Schwerpunkt der Forschung in [34] und [36] lag jedoch hauptsächlich auf der Optimierung der Analysezeiten im Vergleich zur Abbildung der diskreten Plattenstruktur in einem komplexen 3D-Modell. Wie in [36] anhand einer Vergleichsrechnung mit einer genauen 3D-FE-Analyse gezeigt werden konnte, kann mit einer Schnittgrößenberechnung mit homogenisierten Querschnittswerten unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ und anschließender Rehomogenisierung sowie Überlagerung der Spannungen aus der lokalen Lasteinleitung eine realitätsnahe Spannungsermittlung durchgeführt werden.

### 2.9.6 Konstruktion

In Kapitel 2.8 wird eine Übersicht der im Schiffbau verwendeten Konstruktionsprinzipien für die Verbindungen von Hohlplatten gegeben und erste Lösungsansätze für die Ausbildung von Anschlüssen im Stahlbrückenbau aus aktuellen Arbeiten vorgestellt.

### 2.9.7 Schlussfolgerungen

Aus der Analyse aktueller Forschungsergebnisse können die in Kapitel 1.3 definierten Ziele dieser Arbeit weiter konkretisiert werden. Es ergeben sich somit folgende Aufgaben/Fragestellungen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden sollen.

- Die Validierung der in [35] angegebenen Formulierung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$ , siehe Gleichung (2.119), erfolgte ausschließlich anhand von Querschnitten mit gleichen Deckblechsteifigkeiten und gleichen Verbindungssteifigkeiten für die Anschlüsse des oberen und des unteren Deckbleches an die Stege. Im vorliegenden zu untersuchenden Anwendungsfall liegen jedoch häufig unterschiedliche Deckblechdicken und auch unterschiedliche Verbindungssteifigkeiten vor. Insbesondere die für die Berechnung der Querschubsteifigkeit notwendige bezogene Verbindungssteifigkeit nach Gleichung (2.112) kann für diese Fälle nicht eindeutig bestimmt werden. Eine analytische Auseinandersetzung mit dieser Formulierung und Erweiterung auf den vorliegenden Anwendungsfall ist somit erforderlich.
- Prinzipiell liegen für die in Kapitel 2.4 - 2.7 diskutierten Arbeiten kaum veröffentlichte Versuchsergebnisse zur Überprüfung der Berechnungsverfahren vor. Die in [31] - [36] erarbeiteten Verfahren wurden fast ausschließlich anhand von FE-Vergleichsrechnungen für den Parameterbereich aus der maritimen Anwendung validiert. Lediglich in [32] erfolgt die Überprüfung der Querschubsteifigkeit anhand eines Plattenstreifenversuchs. Die diskutierten Verfahren sind also generell im realen Bauteilversuch, insbesondere jedoch für den eigenen Parameterbereich zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen bzw. zu erweitern.
- Das in Kapitel 2.7 vorgestellte Verfahren zur Berechnung von Plattenstrukturen unter konzentrierten Einzellasten nutzt zwar die Vorteile der Schnittgrößenberechnung mit Hilfe homogener Querschnittswerte, insgesamt ist der Aufwand zur Schnittgrößenermittlung, der Spannungsberechnung im Zuge der Rehomogenisierung sowie Überlagerung dieser Spannungen mit den Spannungen, die aus der Lasteinleitung selber resultieren, sehr hoch. Des Weiteren ist hierfür ebenso wie für eine genaue Abbildung der Plattenstruktur in einem diskreten 3D-FE-Modell entsprechendes „Know-How“ des durchführenden Ingenieurs sowie in der Regel eine kostenintensive Software erforderlich. Unabhängig von der prinzipiellen Überprüfung des in [34] und [36] vorgestellten Verfahrens auf die Anwendbarkeit für den eigenen Parameterbereich, stellt



sich grundsätzlich die Frage nach einer vereinfachten Berechnungsmöglichkeit für Web-Core-Sandwichplatten.

- Für den Einsatz von Stahlhohlplatten als Fahrbahn im Stahlbrückenbau stellen die bisherigen Lösungen aus der maritimen Anwendung zur Ausbildung von Querstößen keine geeignete Alternative dar. Es werden Lösungsansätze für die konstruktive Ausbildung der Anschlüsse unter Berücksichtigung der Belastungssituationen des Stahlbrückenaus erarbeitet.



## 3 Experimentelle Untersuchungen an Web-Core-Sandwichträgern (Plattenstreifen)

### 3.1 Allgemeines

Da den numerischen Berechnungen grundsätzlich Annahmen bezüglich Material, Imperfektionen, und ggf. Eigenspannungen zu Grunde liegen, die die realen Gegebenheiten zwar annähern, jedoch stets einer gewissen Streuung unterworfen sind, wurden in [44] zur Untersuchung des Tragverhaltens von Hohlplatten eigene experimentelle Untersuchungen an ausgewählten Versuchsgeometrien durchgeführt. Mit den erzielten Versuchsergebnissen konnten die numerischen Modelle entwickelt, angepasst und kalibriert werden.

Für diese Aufgabe durften die Versuchsaufbauten und die jeweilige Versuchsdurchführung wenig Interpretationsspielraum im Hinblick auf die Lagerungsbedingungen und die Lasteinleitungen bieten, um eventuellen Differenzen zwischen den Versuchsergebnissen und den vergleichend durchgeführten FE-Analysen allein auf die zu untersuchende Struktur zurückzuführen.

Daraus ergaben sich folgende Kriterien für den Versuchsaufbau:

- Eindeutige Auflagerbedingungen
- Eindeutige Belastungsart
- Definierte Lasteinleitung für die gesamte Dauer des Versuches
- Genaue Messung der Verformungen und Dehnungen während der Versuchsdurchführung in Abhängigkeit der jeweiligen Belastung

Im Rahmen von [44] sind prinzipiell zwei verschiedene Versuchskonfigurationen durchgeführt worden. Die Untersuchung der Quertragfähigkeit ohne eventuelle Einflüsse aus der Haupttragrichtung erfolgte an Plattenstreifen mit einer Breite von 200 mm. Für die Untersuchung des Gesamttragverhaltens wurden Versuche an kompletten Hohlplatten mit den ungefähren Abmessungen von 4 x 4 Metern analysiert.

Die Fertigung der Hohlplatten erfolgte zunächst bei der Meyer-Werft GmbH in Papenburg. Von diesen Hohlplatten wurden dann in einem zweiten Bearbeitungsschritt quer zur Haupttragrichtung die Plattenstreifen abgesägt, vgl. Bild 3.1. Dieser zweite Bearbeitungsschritt erfolgte bei der Firma Böhler-Uddeholm Deutschland GmbH in Düsseldorf. Die Versuchsdurchführung selbst erfolgte dann am Institut für Bauforschung der Technischen Universität Dortmund.

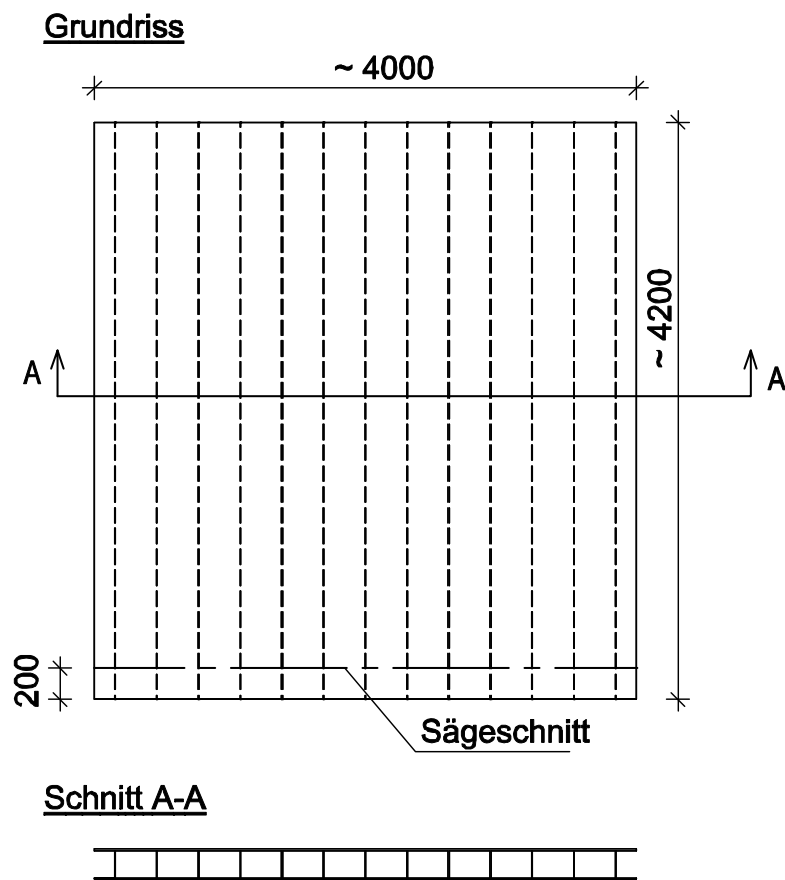


Bild 3.1: Prinzip Zuschnitt Probekörper Web-Core-Sandwichträger

Das wesentliche Ziel der Plattenstreifenversuche war es, die Verbindungssteifigkeiten der Laser-Stichnähte in den Deckblech-Steg-Verbindungen für die vorliegenden Geometrien zu ermitteln. Die Verbindungssteifigkeiten sollten zunächst ohne eventuelle Einflüsse aus dem Lastabtrag in Haupttragrichtung ermittelt werden, um diese dann in einem weiteren Schritt in der Plattenanalyse zweifelsfrei anwenden zu können.

In [44] wurden zwar auch, ähnlich wie in [31] und [32], vgl. Kapitel 2.6, eigene Kleinteilversuchsserien für mit Laser-Stichnähten verschweißte Deckblech-Steg Verbindungen durchgeführt. Die hierbei ermittelten Verbindungssteifigkeiten konnten aber für die Plattenprobekörper nicht zweifelsfrei angewendet werden, da die T-Stöße bei der Herstellung der Hohlplatten zunächst mit konventionell geschweißten Heftnähten fixiert wurden, vgl. 3.2.4. Diese steifen die Verbindung der jeweiligen T-Stöße zusätzlich aus, so dass es für die Ermittlung repräsentativer Verbindungssteifigkeiten erforderlich war auf Probekörper zurückzugreifen, die direkt aus den vorliegenden Hohlplatten gewonnen wurden.

### 3.2 Versuchskonfiguration

Insgesamt sind zwei verschiedene Hohlplattengeometrien untersucht worden, die im Folgenden näher beschrieben werden.

#### 3.2.1 Nominelle Geometrien der Probekörper

Bei der Plattengeometrie A wurde das obere Deckblech mittels Laser-Hybridnaht mit den Stegen verschweißt. D.h. die im Vorfeld mit Fasen vorbereiteten Stege wurden unter Verwendung des Laser-Schweißverfahrens bei gleichzeitiger Zufuhr von Schweißgut voll an das obere Deckblech angeschlossen. Der Anschluss des unteren Deckbleches mit den Stegen erfolgte mittels Laser-Stichnaht durch das untere Deckblech hindurch in den Steg, vgl. Bild 3.2. Von der Plattengeometrie A stand ein Plattenstreifen zur Verfügung, der im Folgenden mit AS (Plattengeometrie **A**, Probekörper **S**treifen) bezeichnet wird.

Die nominellen Querschnittsabmessungen des Plattenstreifens AS ergeben sich nach Bild 3.2 in Verbindung mit Tabelle 3.1:

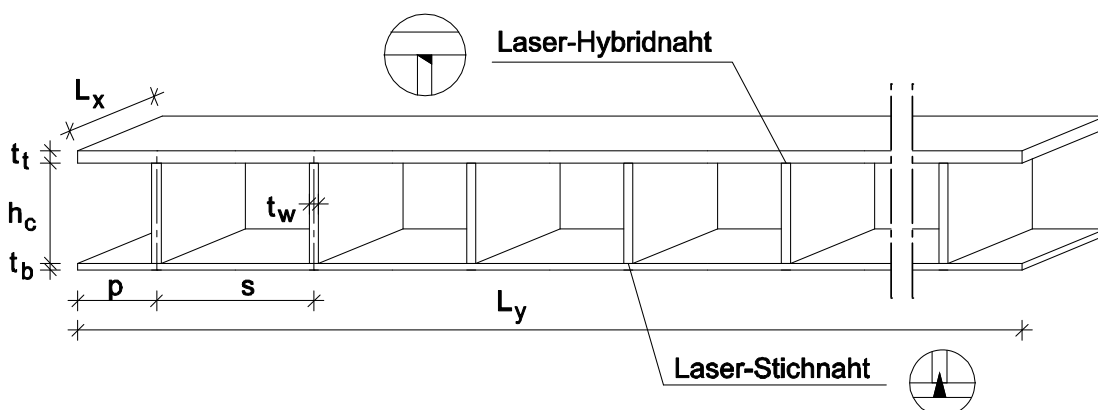


Bild 3.2: Übersicht Geometrieparameter Probekörper AS

Tabelle 3.1: Nominelle Geometrieparameter Probekörper Plattenstreifen AS

AS	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$p$	$L_x$	$L_y$
[mm]	12	6	5	200	300	150	200	3900

Bei der Plattengeometrie B wurde sowohl das obere als auch das untere Deckblech jeweils mittels Laser-Stichnähten durch das jeweilige Deckblech hindurch mit den Stegen verschweißt. Von der Plattengeometrie B standen insgesamt zwei Plattenstreifen zur Verfügung, die im Folgenden mit BS1 und BS2 bezeichnet werden. Die nominellen Querschnittsabmessungen der Plattenstreifen BS1 und BS2 ergeben sich nach Bild 3.3 in Verbindung mit Tabelle 3.2 :

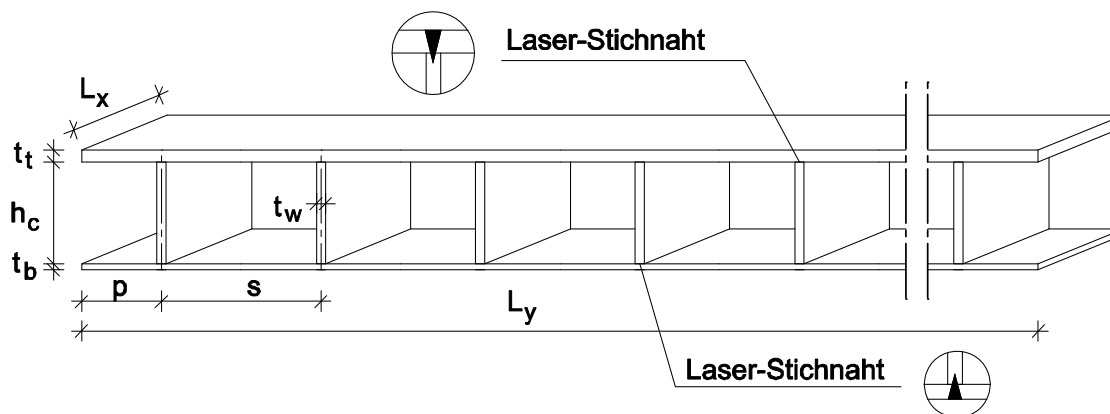


Bild 3.3: Übersicht Geometrieparameter Probekörper BS

Tabelle 3.2: Nominelle Geometrieparameter Probekörper Plattenstreifen BS

BS1, BS2	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$p$	$L_x$	$L_y$
[mm]	10	6	5	200	200	100	200	3800

Zur Analyse des Quertragverhaltens -insbesondere zur Bestimmung der Querschubsteifigkeit- wurden die oben aufgeführten Plattenstreifen in Vierpunktbiegeversuchen untersucht. Durch die Wahl dieses statischen Systems konnten zum Einen die Versuchsergebnisse mit den in Kapitel 2.4 - 2.6 zitierten Untersuchungen aus der maritimen Anwendung verglichen werden. Zum Anderen kann mit den in Kapitel 2.3 angegebenen Formulierungen (2.68) bis (2.70) prinzipiell auch eine analytische Vergleichsrechnung durchgeführt werden.

Die beiden Querschnittstypen AS und BS waren so konfiguriert, dass mit der Untersuchung des Plattenstreifens AS zunächst die Drehfedersteifigkeit des Anschlusses der Stege mit dem unteren Deckblech  $C_{\theta b}$  ermittelt werden konnte. Für den Anschluss des oberen Deckbleches mit den Stegen konnte auf Grund des Vollanschlusses durch die Laser-Hybridnaht von einer biegesteifen Verbindung ausgegangen werden. Somit waren bis auf den Parameter  $C_{\theta b}$  alle übrigen Querschnittsparameter eindeutig definiert, so dass in einer späteren FE-Vergleichsrechnung, siehe Kapitel 4, die Verbindungssteifigkeit des Anschlusses unteres Deckblech-Stege so lange iterativ variiert wurde, bis die Verformungen aus der FE-Analyse mit den experimentell ermittelten Verformungen in Übereinstimmung gebracht werden konnten. Die Drehfedersteifigkeit des Anschlusses der Stege mit dem unteren Deckblech  $C_{\theta b}$  war für diese Blechdickenkombination  $t_b/t_w$  somit eindeutig bestimmt und konnte für die Plattenstreifen BS zweifelsfrei angewendet werden, da hier die gleichen Blechdickenkombinationen vorlagen.

Für die Plattenstreifen BS wiederum waren nun alle Querschnittsparameter bis auf die Drehfedersteifigkeit des Anschlusses der Stege mit dem oberen Deckblech

### 3.2 Versuchskonfiguration

$C_{0t}$  eindeutig bestimmt. Durch eine vergleichende FE-Analyse gemäß dem oben beschriebenen Vorgehen konnte dann auch diese Drehfedersteifigkeit bestimmt werden.

Das statische System mit den entsprechenden Abmessungen, sowie den resultierenden globalen Schnittgrößen ist in Bild 3.4 dargestellt.

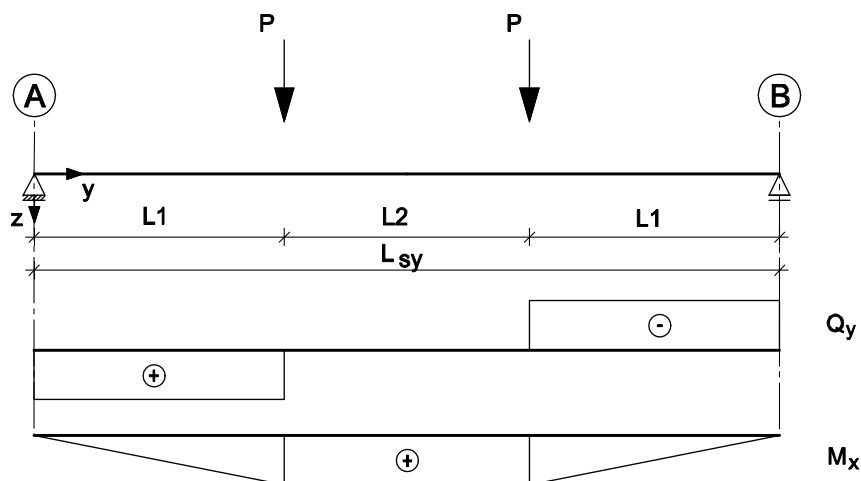


Bild 3.4: Statisches System mit qualitativen Schnittgrößenverläufen

Die Bezeichnung der Schnittgrößen erfolgt hier entsprechend der Balkenstatik, d.h. das Moment  $M_x$  ist ein Moment um die x-Achse des Systems. Der Ursprung des Bezugskordinatensystems für die Plattenstreifen liegt am linken Auflager (Punkt A). Der gegenüberliegende rechte Auflagerpunkt wird entsprechend mit Punkt B bezeichnet.

Ein genereller Überblick über den gesamten Versuchsaufbau inkl. Lasteinleitungs-konstruktion und Auflagersituation wird in Bild 3.5 gegeben.



Bild 3.5: Übersicht des Versuchsaufbaus für die Plattenstreifenversuche

### 3.2.2 Lasteinleitungskonstruktion

Für die Plattenstreifenversuche stand eine Scheiteldruckmaschine der Firma Schenk (Schenk RSP600) mit einer maximalen Pressenkraft von 630 kN zur Verfügung. Die beiden Einzellasten wurden über eine steife Lasteinleitungstraverse, die gelenkig unter der Presse angebracht war, gleichmäßig an zwei Stellen in einem Abstand von 1200 mm in die Versuchsträger eingeleitet. Die Einzellasten wurden dabei über die gesamte Trägerbreite mit Hilfe jeweils einer Stahlwelle als „quasi“ Linienlast, entlang der Stegachse auf den Versuchsträger aufgebracht. Zur Vermeidung eventueller Reibungseffekte wurden unterhalb der Stahlwellen PTFE-Folien angeordnet. Die gesamte Lasteinleitungskonstruktion ist in Bild 3.6 dargestellt.

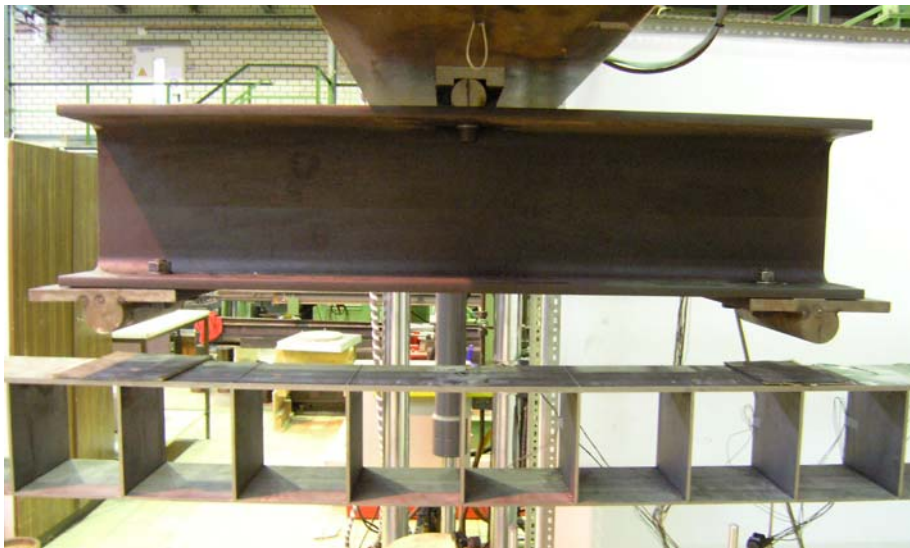


Bild 3.6: Übersicht Lasteinleitungskonstruktion

An den Auflagerböcken wurden die Plattenstreifen gelenkig und horizontal verschieblich aufgelagert. Die Auflagersituation ist in Bild 3.7 schematisch dargestellt.

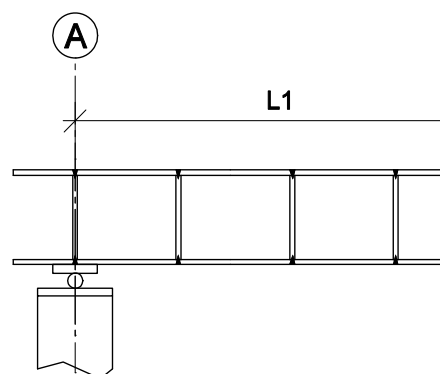


Bild 3.7: Prinzipskizze: Auflagersituation Plattenstreifenversuche



Für beide Plattenstreifengeometrien wurde die Lagerung jeweils unter den Stegen, vgl. Bild 3.7, sowie eine Lasteinleitung in den Stegachsen realisiert, vgl. Bild 3.6. Des Weiteren ergaben sich für beide Geometrien die Systemlängen  $L_1 = L_2 = 1200$  mm gemäß Bild 3.4.

#### 3.2.3 Messtechnik

Während der Versuchsdurchführung wurde mittels einer Vielstellenmessanlage „UPM 60“ der Firma HBM mit einer Rate von 1 Hz folgende Größen gemessen.

- Globale Verformungen des Versuchsträgers an diskreten Stellen des Trägers
- Dehnungsverläufe  $\varepsilon_y$  an diskreten Stellen des oberen und unteren Deckbleches
- Größe der aufgebrachtten Last
- Vertikale Verformung des Lasteinleitungspunktes

Die gemessenen Werte wurden von der „UPM 60“ auf einen PC übertragen und mittels der Software CATMAN 5.0 digital zur weiteren Verarbeitung aufgezeichnet. Alle aufgezeichneten Daten wurden während der Versuche am Bildschirm graphisch dargestellt und überwacht.

##### 3.2.3.1 Messung der Verformungen

Die globalen, vertikalen Verformungen wurden durch induktive Wegaufnehmer der Firma HBM ermittelt. Die Positionen der einzelnen Messstellen der jeweiligen Versuchsträger sind exemplarisch am Plattenstreifen AS dargestellt in Bild 3.8.

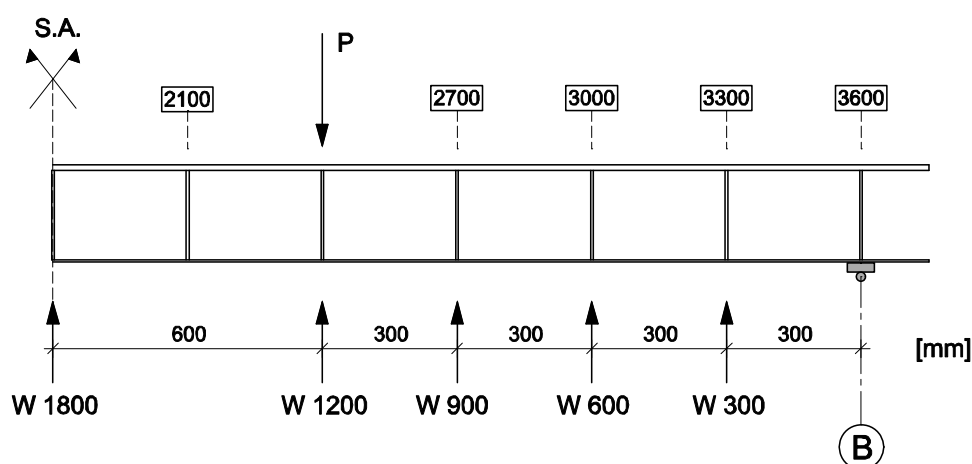


Bild 3.8: Anordnung der Wegaufnehmer Plattenstreifen AS

Die Achsenbezeichnung (gerahmte Zahlen) entspricht dabei der nominellen  $y$ -Koordinate, ausgehend vom linken Auflagerpunkt A, vgl. Bild 3.7. Die Benennung der Wegaufnahme entspricht dem Abstand zur hier dargestellten Auflagerachse am rechten Auflager B. Auf Grund der Symmetrie des Trägers wurde in der Regel jeweils nur eine Seite des Trägers mit Messtechnik bestückt, so dass in Bild 3.8 nur die entsprechende rechte Seite dargestellt ist.

### 3.2.3.2 Messung der Dehnungen

Um die Dehnungen in den Deckblechen der Versuchsträger zu erfassen, wurden an diskreten Stellen auf den Deckblechen der Versuchsträger Dehnungsmessstreifen (DMS) appliziert. Die einzelnen Positionen der DMS sind in den entsprechenden Datenblättern zu den einzelnen Versuchsträgern wie in Bild 3.9 exemplarisch am Plattenstreifen AS dargestellt, verzeichnet.

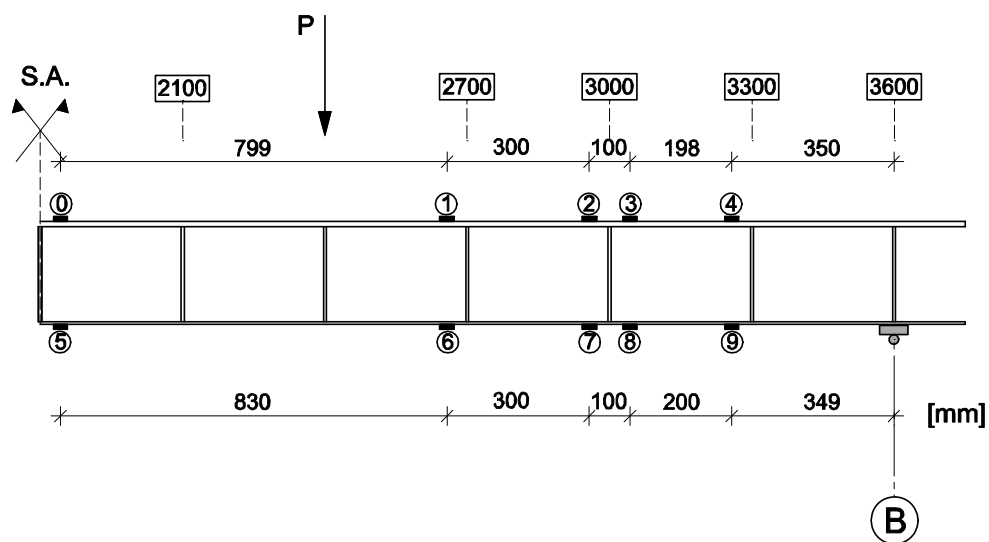


Bild 3.9: Anordnung und Bezeichnung der Dehnungsmessstreifen, Plattenstreifen AS

Auch hier erfolgt die Darstellung wieder nur für die mit der Messtechnik bestückte Trägerhälfte. Bezüglich der Achsenbezeichnung und bezüglich der Vermaßung der Positionen der DMS gelten die unter 3.2.3.1 gemachten Aussagen

### 3.2.3.3 Erfassung des Lastniveaus

Die aufgebrachte Last wurde mittels maschineninterner Kraftmessdose (Schenk PM 630R<sub>n</sub>) gemessen. Durch den Lastverteilungsträger wurde die Pressenlast auf die beiden Lasteinleitungspunkte je zur Hälfte aufgeteilt.

### 3.2.3.4 Ermittlung der Materialeigenschaften

Für die untersuchten Probekörper wurden Schiffbaustähle der Güte GL-A und GL-A36 verwendet. Die Anforderungen an die chemischen und mechanischen Eigenschaften des Schiffbaustahls sind in den Vorschriften der Klassifikationsgesellschaften z.B. des Germanischen Lloyd [R9] festgelegt.

Die verwendeten Schiffbaustähle lassen sich auf Grund der chemischen Zusammensetzung der Stähle zu den in der DIN EN 10025-2 [R2], genormten Baustählen zuordnen:

GL-A	entspricht S235
GL-A36	entspricht St 52-3/S355

Da die angegebenen Werte bezüglich der Streckgrenzen und Zugfestigkeiten sowohl in [R9] als auch in [R2] Mindestwerte sind, die i. A. von den realen Werten abweichen, war es für die Nachvollziehbarkeit der Versuchsergebnisse unabdingbar, die wirklich vorliegenden Materialeigenschaften zu kennen.

Aus diesem Grund wurden im Nachgang der Versuche Zugversuche gemäß DIN EN 10002-1 [R1] an Proben durchgeführt die aus den Probekörpern extrahiert wurden. Es wurden proportionale Proben mit prismatischem Querschnitt nach [R1] Anhang D verwendet, vgl. Bild 3.10.

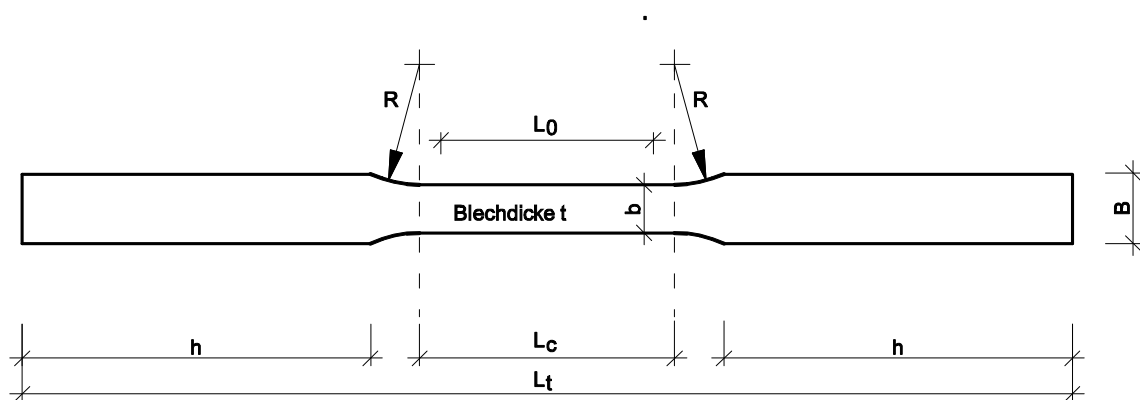


Bild 3.10: Abmessungen Materialzugproben

Die verwendeten Abmessungen ergaben sich aus der jeweiligen Blechdicke sowie den vorgewählten Breiten  $B$  nach [R1]. Je verwendeter Blechdicke wurden zwei Proben des Bleches getestet.

Die in Tabelle 3.3 angegebenen Materialkennwerte gelten somit für die Probekörper der Streifenversuche und für die Probekörper der Plattenversuche gleichermaßen.

### 3 Experimentelle Untersuchungen an Web-Core-Sandwichträgern (Plattenstreifen)

Tabelle 3.3: Zusammenstellung der in Zugversuchen ermittelten Materialkennwerte

Geometrie	Probe [Nr]		t [mm]	b [mm]	Rp <sub>0,2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	Material
	1	t <sub>t</sub>	12,39	13,94	422,93	539,66	204569,0	
	2	t <sub>t</sub>	12,30	13,93	421,89	541,27	231494,8	
<b>A</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>t</sub></b>	<b>12,35</b>	<b>13,94</b>	<b>422,41</b>	<b>540,47</b>	<b>218031,9</b>	<b>GL - A36</b>
	1	t <sub>w</sub>	6,37	16,91	395,20	509,84	185358,2	
	2	t <sub>w</sub>	6,38	16,97	392,05	507,28	212738,9	
<b>A</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>w</sub></b>	<b>6,38</b>	<b>16,94</b>	<b>393,63</b>	<b>508,56</b>	<b>199048,6</b>	<b>GL - A36</b>
	1	t <sub>b</sub>	4,99	16,97	385,43	532,02	214049,3	
	2	t <sub>b</sub>	5,01	16,97	387,28	527,76	227841,5	
<b>A</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>b</sub></b>	<b>5,00</b>	<b>16,97</b>	<b>386,36</b>	<b>529,89</b>	<b>220945,4</b>	<b>GL - A36</b>
	1	t <sub>t</sub>	10,30	13,85	300,83	437,91	196935,3	
	2	t <sub>t</sub>	10,29	13,95	304,34	436,18	214364,2	
<b>B</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>t</sub></b>	<b>10,30</b>	<b>13,90</b>	<b>302,59</b>	<b>437,05</b>	<b>205649,8</b>	<b>GL-A</b>
	1	t <sub>w</sub>	6,43	16,95	410,16	534,15	197052,5	
	2	t <sub>w</sub>	6,45	16,95	397,80	526,25	218504,0	
<b>B</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>w</sub></b>	<b>6,44</b>	<b>16,95</b>	<b>403,98</b>	<b>530,20</b>	<b>207778,3</b>	<b>GL - A36</b>
	1	t <sub>b</sub>	5,36	9,11	385,20	533,50	195535,0	
	2	t <sub>b</sub>	5,35	8,97	383,70	528,80	196826,0	
<b>B</b>	<b>MW</b>	<b>t<sub>b</sub></b>	<b>5,36</b>	<b>9,04</b>	<b>384,45</b>	<b>531,15</b>	<b>196180,5</b>	<b>GL - A36</b>

### 3.2.4 Abmessungen und Vorverformungen der Versuchsträger

Da die Versuche zur Kalibrierung der FEM-Modelle verwendet werden sollten, wurden die Plattenstreifen im Vorfeld der Versuche vermessen, um die Abweichungen von der Sollform möglichst genau zu erfassen. Dabei wurden folgende Größen erfasst:

#### Länge, Breite, Höhe:

Vor Beginn der Versuche wurden die Plattenstreifen hinsichtlich Trägerlänge, Breite und Höhe, sowie hinsichtlich Steghöhe und Stegabstand mit einer Genauigkeit von 0,5 mm vermessen.

#### Blehdicken:

Die Blehdicken der Stege sowie der oberen und unteren Deckbleche wurden mit einer Genauigkeit von 0,1 mm gemessen, nachdem an den zu messenden Stellen die Walzhaut entfernt wurde

#### Vorverformungen:

Im eingebauten Zustand wurden die Träger mittels eines Nivelliergerätes vermessen, um eventuell vorhandene Imperfektionen sowie die durch das Eigengewicht bedingten Durchbiegungen zu ermitteln. Ausgehend von dieser Anfangsverformung handelt es sich bei denen im Versuch gemessenen vertikalen Verformungen folglich ausschließlich um durch die Versuchslasten bedingte Verformungen.

Sowohl die Abmessungen als auch die Vorverformungen wurden für jeden Plattenstreifen separat in entsprechenden Vermessungsprotokollen festgehalten.

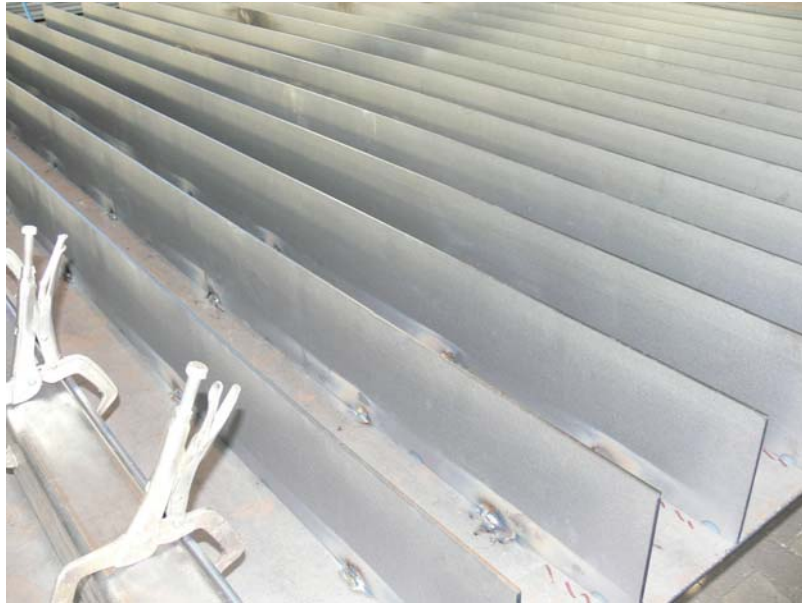
Neben der grafischen Aufbereitung der Vorverformung beinhalten die Vermessungsprotokolle alle gemessenen Einzelwerte, sowie die gemittelten Werte der geometrischen Abmessungen. Sollten bei der Vermessung der Träger Besonderheiten aufgefallen sein, wurden diese ebenfalls vermerkt.

Die Vermessungsprotokolle der Plattenstreifen sind den jeweiligen Versuchsauswertungen in [44] Anhang C vorangestellt.

#### Fertigungsbedingte Imperfektionen:

Die Fertigung der Stahlhohlplatten erfolgt bei der Meyer-Werft üblicherweise in einer Spannvorrichtung, vgl. Kapitel 1.3. Diese ist auf die exakte Positionierung des Lasers zu den Stegen, für die im Schiffbau üblichen Standardgeometrien, abgestimmt. Die Plattengeometrien, die innerhalb des Forschungsvorhabens untersucht wurden, richten sich in ihren Abmessungen jedoch nach den Anforderungen des Stahlbrückenbaus und konnten daher nicht in der vorhandenen Spannvorrichtung gefertigt werden. Die Fertigung der Hohlplatte mit dem Plattenquerschnitt B erfolgte in der Weise, dass zunächst die Stege auf das

Obergurtblech aufgestellt, ausgerichtet und dann im konventionellem Schutzgas-Schweißverfahren mit Heftnähten fixiert wurden, vgl. Bild 3.11.



*Bild 3.11: Fixierung der Stege mittels konventionellen Heftnähten.*

Anschließend wurde das untere Deckblech auf die Stege aufgelegt und mit diesen mittels Laser-Stichnähten verschweißt. Zuletzt wurde die Platte gedreht und das obere Deckblech mittels Laser-Stichnähten mit den Stegen verschweißt. Da die Plattenstreifen direkt von den gefertigten Platten abgesägt wurden, waren auch hier entsprechende Heftnähte vorhanden.

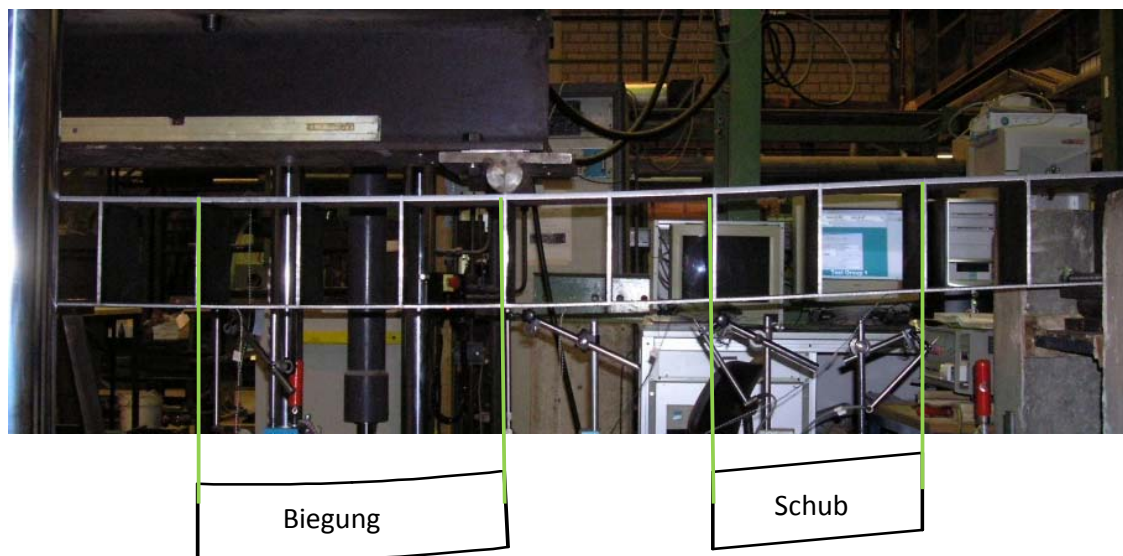
Auf Grund der relativ geringen Schweißnahtbreite der Laserstichnähte von ca. 1 mm haben die zusätzlichen Heftnähte mitunter einen erheblichen Einfluss auf die Steifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindungen und damit auf die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$ . Im Einzelnen wird auf diese Problematik in den jeweiligen Versuchsauswertungen eingegangen

### **3.2.5 Versuchsablauf**

Alle Versuche wurden weggeregelt mit einer Versuchsgeschwindigkeit von 2 mm/Minute durchgeführt. Insgesamt wurden pro Träger insgesamt drei Belastungs-Entlastungszyklen durchgeführt, wobei bei jedem neuen Belastungszyklus die Ziellast erhöht wurde. Da die Plattenstreifen zu einem späteren Zeitpunkt eventuell noch zu Ermüdungsversuchen herangezogen werden sollten, war das Ziel, die Plattenstreifen nur im elastischen Bereich zu belasten.

### 3.3 Versuchsergebnisse

In den Plattenstreifenversuchen konnten bei den größeren Laststufen entsprechend den Schnittgrößen gemäß Bild 3.4, die beiden prinzipiellen globalen Verformungsanteile, die reine Biegeverformung im Bereich des konstanten Momentes zwischen den beiden Lasteinleitungsstellen und die Schubverformung im Bereich der konstanten Querkraft zwischen den Lasteinleitungsstellen und den Auflagern, beobachtet werden, vgl. Bild 3.12.



*Bild 3.12: Verformungen im Plattenstreifenversuch, BS1 – Laststufe 6,7 kN, Identifikation der einzelnen Tragmechanismen.*

Die lokalen Biegeverformungen zwischen den Stegen, die in Kapitel 2.9.3 bei der Vergleichsrechnung mit dem Stabwerksprogramm berechnet wurden, vgl. Bild 2.45, konnten in den eigenen Versuchen nur ansatzweise für das dünnere der beiden Deckbleche (unteres Deckblech), beobachtet werden. Bei den vorliegenden Steifigkeitsverhältnissen der eigenen Versuchsträger waren die lokalen Deckblechverformungen auf Grund der steginduzierten Momente somit nicht sehr stark ausgeprägt. Grundsätzlich konnte aber das Zusammenwirken aller in Kapitel 2 diskutierten Tragmechanismen beim Lastabtrag in Querrichtung mit den eigenen Plattenstreifenversuchen bestätigt werden.

Die in den Versuchen aufgezeichneten Messwerte wurden für jeden einzelnen Plattenstreifen in Form von Last-Verformungskurven und Last-Dehnungskurven für jede einzelne Messstelle für jeden einzelnen Belastungszyklus grafisch aufbereitet. Eine detaillierte Auswertung der Plattenstreifenversuche mit Angabe aller Abmessungen, Materialkennwerten, Imperfektionen, Lastverformungskurven sowie den entsprechenden Dehnungsverläufen ist [44] zu entnehmen.

Eine Zusammenfassung der Versuchsergebnisse der Plattenstreifenversuche ist in Anhang C zusammengestellt. Die weitere Auseinandersetzung mit den Versuchsergebnissen erfolgt in Kapitel 4, so dass an dieser Stelle nicht weiter auf die Ergebnisse der Plattenstreifenversuche eingegangen wird.

### **3.4 Zusammenfassung**

Mit den hier beschriebenen experimentellen Untersuchungen an Web-Core-Sandwichträgern konnten die wesentlichen Mechanismen beim Lastabtrag in Querrichtung bestätigt werden, vgl. Kapitel 2. Es stehen erstmals ausführlich dokumentierte Versuchsergebnisse von Vier-Punkt-Biegeversuchen an Hohlplattenstreifen mit Deckblechdicken des Stahlhoch- bzw. Stahlbrückenbaus zur Verfügung. Diese weisen sowohl unterschiedliche Deckblechdicken für das obere und untere Deckblech als auch unterschiedliche Verbindungssteifigkeiten  $k_{\theta}^t$  und  $k_{\theta}^b$  der jeweiligen Deckblech-Steg-Verbindungen innerhalb einer Struktur auf. Vor dem Hintergrund der wenigen bisher veröffentlichten Versuchsergebnisse, die sich auf den Geometriebereich aus der maritimen Anwendung beschränken, gewinnen die eigenen Versuchsergebnisse wesentlich an Bedeutung. Zudem stellt die gewonnene Datenbasis eine zusätzliche Grundlage für weitere Untersuchungen dar.



## 4 Numerische Analyse von Plattenstreifen

### 4.1 Allgemeines

Zusätzlich zu experimentellen Untersuchungen an Plattenstreifen- und Hohlplatten-Probekörpern wurden umfangreiche numerische Berechnungen durchgeführt. Dabei wurden prinzipiell folgende Ziele verfolgt:

- Für die zu untersuchenden Strukturen mit näherungsweise linearelastisch-idealplastischem Materialverhalten kann mit Hilfe numerischer Berechnungen das Last-Verformungsverhalten ermittelt werden. Damit besteht die Möglichkeit, neben einigen wenigen, kostenintensiven Versuchen, die der Kalibration des FE-Modells dienen, den Einfluss der unterschiedlichen Querschnittsparameter durch numerische Berechnungen gezielt zu untersuchen. Ein größerer Parameterbereich kann so relativ kostengünstig untersucht, sowie umfangreiche Parameterstudien zur Ermittlung der geometrischen Abhängigkeiten auf die Tragfähigkeit der Web-Core-Sandwich-Struktur durchgeführt und analysiert werden.
- Durch die Untersuchung mittels FEM ist eine wirklichkeitsnahe Abbildung der vorliegenden Struktur möglich. Insbesondere der Einfluss der Steifigkeiten der Anschlüsse der Kernquerschnitte an die Deckbleche auf die Querschubsteifigkeit und auf die Lastverteilung sowie der Einfluss der Angriffspunkte der Beanspruchungen im Querschnitt können auch für die Bereiche im Detail untersucht werden, die nicht in den Versuchen mittels Messtechnik erfasst wurden.

Die numerischen Vergleichsrechnungen der Plattenstreifenversuche dienten im speziellen zur Bestimmung der Anschlusssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen. Gemäß den Ausführungen in Kapitel 3.2.1 waren die Geometrien der Plattenstreifenprobekörper gerade so abgestimmt, dass mit den Versuchsergebnissen aus Kapitel 3.3 die Drehfedersteifigkeiten der Laser-Stichnaht-Verbindungen zweifelsfrei ermittelt werden konnten.

### 4.2 Modellierung

Die Modellierung für die numerischen Berechnungen erfolgte mit dem Programmsystem ANSYS 12.x der Firma ANSYS Inc., [S1]. Damit lassen sich grundsätzlich sowohl geometrische und physikalische Nichtlinearitäten berücksichtigen als auch Berechnungen mit großen Verformungen durchführen.

Für die Durchführung der Berechnungen bietet sich die im ANSYS-Programmpaket enthaltene Programmiersprache APDL an. Mit Hilfe von APDL können Befehlsfolgen unter Verwendung von frei wählbaren Parametern in Form von Berechnungsmakros definiert werden.

Im Rahmen der theoretischen Untersuchungen der Plattenstreifen wurden Berechnungsmakros erstellt, mit denen linear-elastische Last-Verformungsberechnungen und Spannungsanalysen an Plattenstreifen unter verschiedenen Beanspruchungen durchgeführt werden können. Die Berechnungsmakros sind in Unterprogramme unterteilt, die zur Eingabe der Parameter, zur Erstellung der Struktur sowie zum Aufruf der einzelnen Rechenschritte dienen. Alle freien Parameter können in einem Eingabemakro definiert werden. Der Ablauf der Berechnung erfolgt dann weitestgehend automatisch für die jeweilige Simulationsreihe.

Im Einzelnen können die folgenden Parameter variiert werden:

- Geometrieparameter, d. h. Stegabstände, Steghöhe, Breite des Plattenstreifens, Blechdicken sowie Trägerlängen
- Art, Angriffspunkt und Verlauf der Beanspruchung
- Lagerungsbedingungen an den Trägerenden
- Materialeigenschaften
- Drehfedersteifigkeit der Verbindung oberes Deckblech/Steg  $C_{\theta t}$
- Drehfedersteifigkeit der Verbindung unteres Deckblech/Steg  $C_{\theta b}$

Unter Berücksichtigung aller Eingabeparameter wird zunächst das Geometriemodell erzeugt. Danach erfolgt schrittweise die statische Berechnung unter der gegebenen Belastung unter Annahme eines ideal-elastischen Materialverhaltens und einer idealen Struktur.

Zur Durchführung der Analysen wurde ein numerisches Modell entwickelt, das aus Schalenelementen besteht. Das Schalenmodell wird aus Elementen des Typs Shell181 aufgebaut. Dieser Elementtyp verfügt über vier Knoten mit jeweils drei möglichen Verschiebungs- und Verdrehungsfreiheitsgraden, vgl. Bild 4.1.

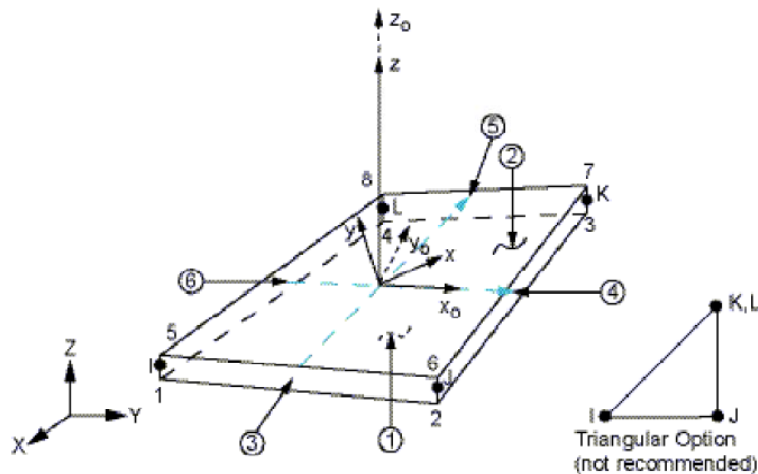


Bild 4.1: Schalelement Typ Shell181 aus dem FE-Programm ANSYS, aus [S1] Users Manual - Online Documentation

Die Querschnitte wurden so modelliert, dass die Mittelebene der Schalelemente der Mittellinie der jeweiligen Querschnittsteile entspricht, vgl. Bild 4.2 und Bild 4.3.



Bild 4.2: ANSYS – Querschnittmodellierung mit Schalelementen

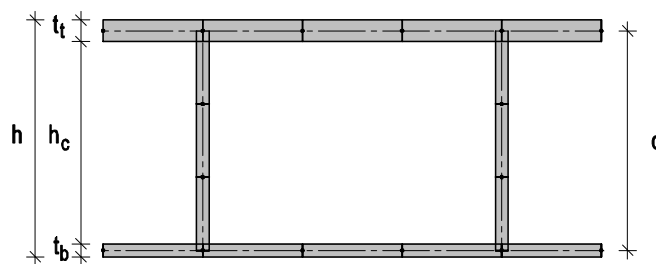


Bild 4.3: ANSYS – Querschnittsmodell mit Schalelementen

Der Vorteil in der Modellierung mit Schalelementen liegt in der oben beschriebenen Möglichkeit einer detaillierten Abbildung des realen Bauteils. Insbesondere die realitätsnahe Spannungsermittlung in den einzelnen Querschnittsteilen lässt sich bei Verwendung von Schalelementen mit noch vertretbaren Rechenzeiten bewältigen. Die Verwendung von Schalelementen ist auch bei der Erhöhung der Elemente im späteren Kapitel zur Abbildung gesamter Plattensysteme die optima-

le Lösung im Vergleich zur Abbildung der Platte mit Volumenelementen, deren Verwendung zu erheblichen Berechnungszeiten führt.

Mit der Modellierung der Plattenstreifen mit Schalenelementen besteht jedoch nicht die Möglichkeit wie bei der Verwendung von Volumenelementen den Anschluss der Stege an die Deckbleche mit der entsprechenden Anschlusssteifigkeit durch die Variation der Schweißnahtbreite, gemäß der Vorgehensweise in Kapitel 2.7.3, zu simulieren, vgl. auch Bild 2.36.

Aus diesem Grund wurden in Kombination mit den verwendeten Schalenelementen die Anschlusssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen durch den Einsatz von Federelementen des Typs Combin14 simuliert, vgl. Bild 4.4.

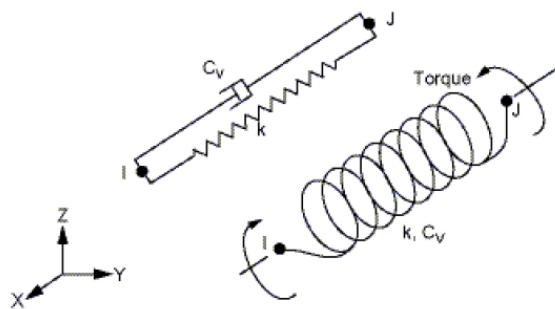


Bild 4.4: Federelement Typ Combin14 aus dem FE-Programm ANSYS, aus S1 Users Manual - Online Documentation

Die Knoten der Schalenelemente in der Verbindungslinie der Stege mit den Deckblechen werden mit diesen Federelementen verbunden. Dabei wird der Rotation um die globale X-Achse des Systems eine entsprechende Federsteifigkeit zugeordnet. Die jeweilige Federsteifigkeit in den einzelnen Knoten ist abhängig von der Länge der Elemente in Richtung der globalen X-Achse und wird dementsprechend je nach der Größe der Elemente aus der „Linienfeder“ aufsummiert. Die übrigen Knotenfreiheitsgrade der Knoten in der Verbindungslinie zwischen Deckblech und Steg werden starr gekoppelt.

Die Lasteinleitung erfolgt als Punktlast in den jeweiligen Knoten der oberen Deckbleche. Dabei wird die in den Versuchen über den entsprechenden Stegachsen auf die Träger aufgebrachte Linienlast, vgl. Bild 4.5, über die Elementbreite aufsummiert und dann als Einzellast in die jeweiligen Knoten eingeleitet. Die Randknoten werden folgerichtig nur mit der Hälfte der so berechneten Knotenlasten belastet.

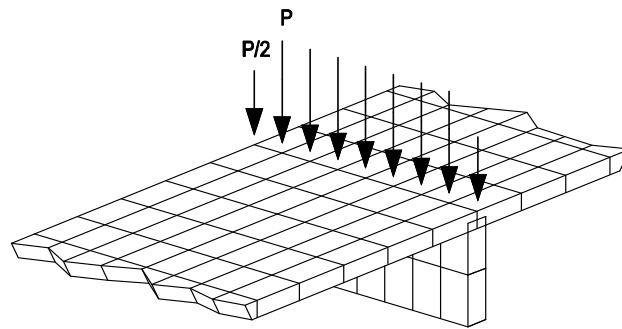


Bild 4.5: ANSYS – Modellierung Lasteinleitung

Die Lagerung der Träger wurde durch die Sperrung der entsprechenden Freiheitsgrade der Untergurtnoten in den gelagerten Stegachsen simuliert.

Im Vorfeld der FE-Berechnungen wurden z.B. in [9] und [18] umfangreiche Untersuchungen bezüglich der Elementgröße des FE-Netzes durchgeführt. Es zeigte sich, dass bei einer Elementgröße von 5 mm das Verhältnis der Ergebnisgenauigkeit zur Rechenzeit für die Gegenrechnung der Streifenversuche optimal war.

### 4.3 Kalibrierung des FE-Modells

Die Kalibrierung des ANSYS-Schalenmodells erfolgt zunächst an den in [33] untersuchten Plattenstreifen gemäß Tabelle 2.4. Die nachfolgenden Diagramme Bild 4.6 - Bild 4.9 dokumentieren die sehr gute Übereinstimmung der eigenen numerischen mit den nach (2.68) - (2.70) analytisch ermittelten Ergebnissen, wobei auch hier wiederum sichtbar wird, dass die Verformungen zwischen den Stegen durch die analytische Lösung nicht wiedergegeben werden können.

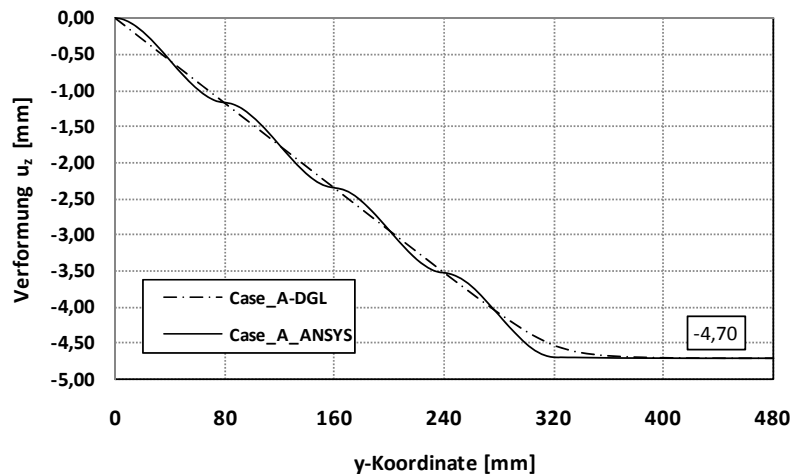


Bild 4.6: ANSYS/DGL – Vergleich FE-Berechnung mit analytischen Ergebnisse Plattenstreifen Case A  $[t_f/t_w \times h_d/s] = [1/4 \times 80/80]$  aus [33]

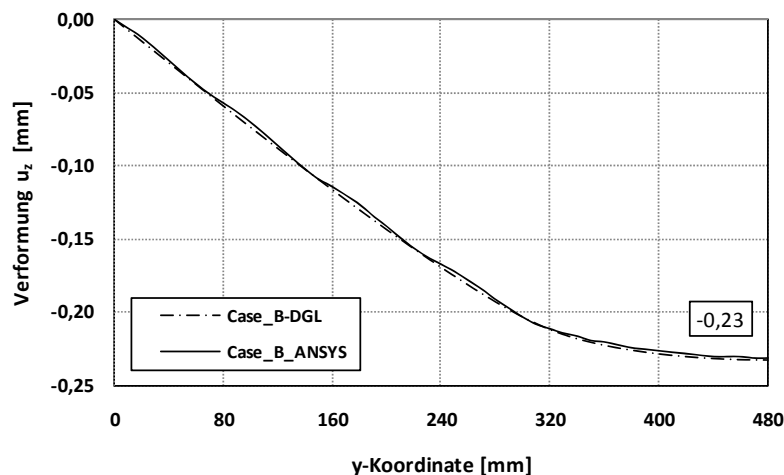


Bild 4.7: ANSYS/DGL – Vergleich FE-Berechnung mit analytischen Ergebnisse Plattenstreifen Case B  $[t_f/t_w \times h_d/s] = [4/4 \times 20/80]$  aus [33]

### 4.3 Kalibrierung des FE-Modells

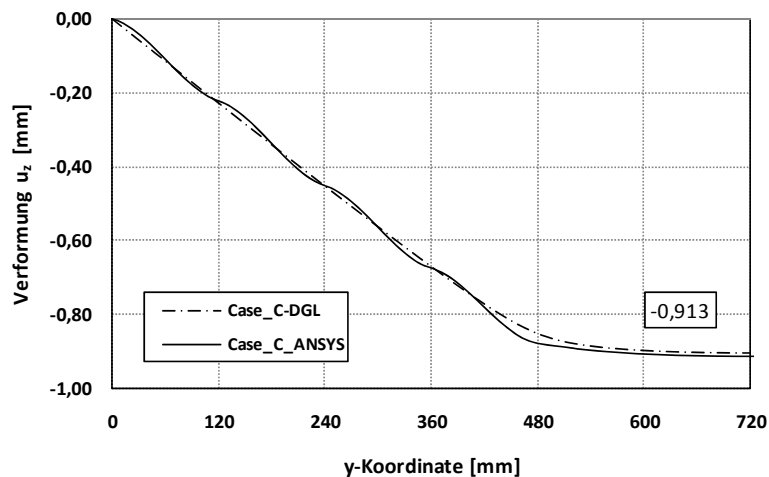


Bild 4.8: ANSYS/DGL – Vergleich FE-Berechnung mit analytischen Ergebnisse Plattenstreifen Case C  $[t_f/t_w \times h_c/s] = [3/4 \times 40/120]$  aus [33]

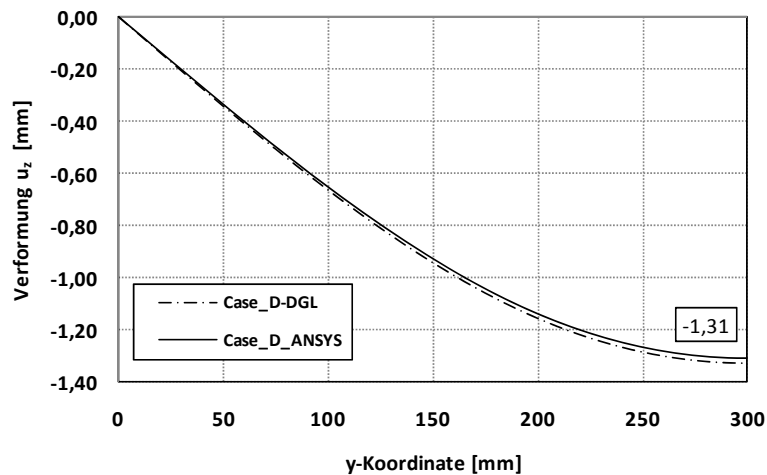


Bild 4.9: ANSYS/DGL – Vergleich FE-Berechnung mit analytischen Ergebnisse Plattenstreifen Case D  $[t_f/t_w \times h_c/s] = [5/1 \times 150/50]$  aus [33]

Der Vergleich der Ergebnisse aus der Verformungsberechnung mit dem ANSYS-Schalenmodell und den analytisch ermittelten Werten und der Abgleich der Ergebnisse mit den von Romanoff in [33] ermittelten Ergebnissen zeigt, dass die Verformungen mit Hilfe des eigenen ANSYS-Modells sehr gut abgebildet werden können. Wie auch bei der hier zitierten Studie lagen die Abweichungen der eigenen FE-Berechnungen zu den analytisch ermittelten Verformungen bei maximal 1,5%.

Für die Überprüfung des ANSYS-Modells anhand einer realen Struktur mit nicht biegesteifen Verbindungssteifigkeiten zwischen den Deckblechen und den Stegen, werden die in [30] veröffentlichten Versuchsergebnisse des Plattenstreifens ge-

mäß Tabelle 2.5 herangezogen. Hierfür liegen sowohl Verformungsergebnisse als auch im Versuch ermittelte Spannungen vor, vgl. Bild 2.29 und Bild 2.30.

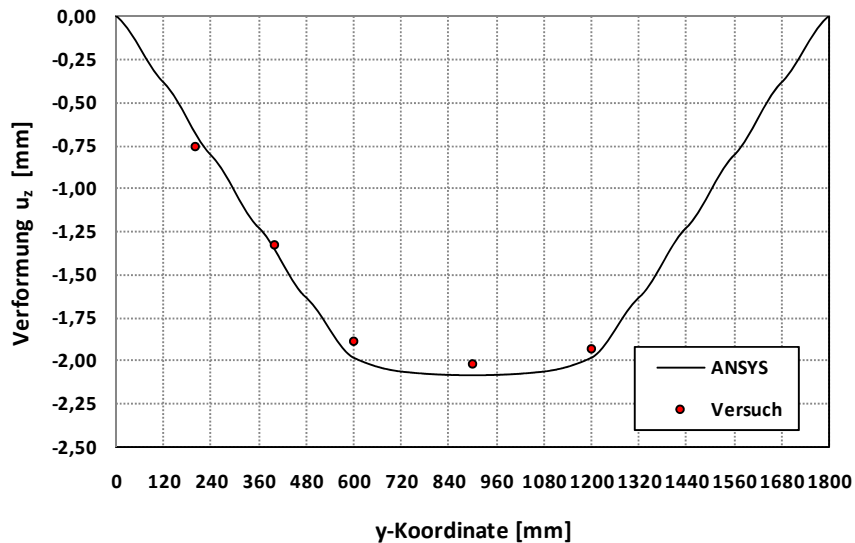


Bild 4.10: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Verformungen aus FE-Berechnung mit Versuchsergebnissen aus [30] - Plattenstreifen  $[t_f/t_w \times h_d/s] = [2.86/3.97 \times 40/120]$

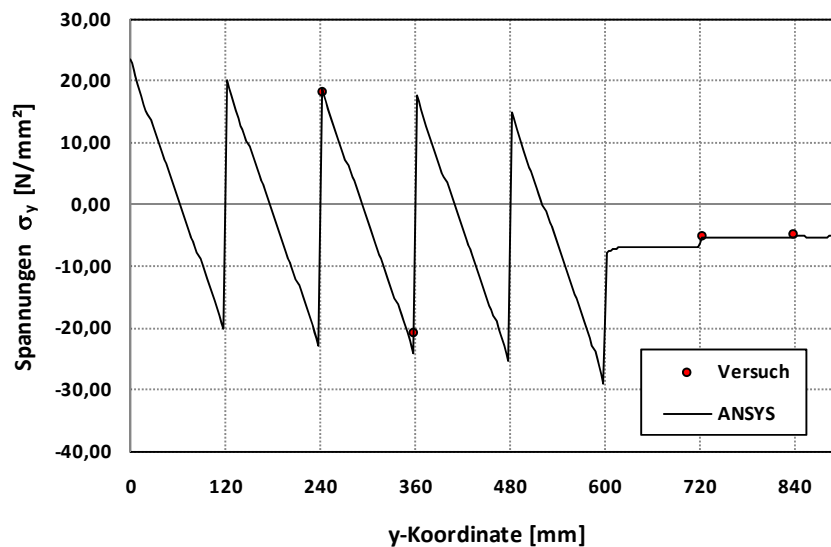


Bild 4.11: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Deckblechspannungen aus FE-Berechnung mit Versuchsergebnissen aus [30] - Plattenstreifen  $[t_f/t_w \times h_d/s] = [2.86/3.97 \times 40/120]$

Die in [32] und [30] dokumentierten Versuchsergebnisse können mit dem eigenen FE-Modell sehr gut wiedergegeben werden. Die Abweichungen zwischen den im Versuch gemessenen Verformungen und den Werten aus der FE-Berechnung



liegen im Durchschnitt bei 4,6 %. Die Abweichungen in den Spannungen liegen durchschnittlich bei 8,6 %.

Auf Grund der sehr guten Übereinstimmungen der Versuchsergebnisse mit den numerisch ermittelten Ergebnissen kann davon ausgegangen werden, dass das vorgestellte FE-Modell für die Vergleichsrechnungen der eigenen Vier-Punkt-Biegeversuche sowie für die Rückrechnungen der Verbindungssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen zweifelsfrei verwendet werden kann.

#### **4.4 Untersuchungen an Plattenstreifen**

Mit dem im vorherigen Kapitel kalibrierten FE-Modell werden nun im Folgenden die Verbindungssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen der vorhandenen Probekörper ermittelt. Die den jeweiligen Anschlüssen zugeordneten Drehfedersteifigkeiten werden dabei in den FE-Berechnungen so lange variiert, bis die in den Versuchen gemessenen Verformungen und Dehnungen mit den FE-Ergebnissen in optimaler Weise übereinstimmen. Die FE-Berechnungen werden dabei unter Berücksichtigung der tatsächlich gemessenen Abmessungen der Querschnitte gemäß den Vermessungsprotokollen aus [44] Anhang C und den Materialkennwerten gemäß Tabelle 3.3 durchgeführt.

##### **4.4.1 Gegenrechnung des Web-Core-Plattenstreifens AS**

Bei dem Plattenstreifen AS wurde ausschließlich das untere Deckblech mit den Stegen mittels Laser-Stichnähten verschweißt. Der Anschluss des oberen Deckbleches an die Stege erfolgte mittels Laser-Hybridnähten als Vollanschluss. In den entsprechenden FE-Simulationen musste also lediglich die untere Drehfedersteifigkeit  $C_{\theta b}$  variiert werden, während für den oberen Anschluss von einer biegesteifen Verbindung ausgegangen werden konnte.

Insgesamt ergab sich eine optimale Übereinstimmung der FE-Ergebnisse und der Versuchsergebnisse bei einer Drehfedersteifigkeit für den unteren Anschluss von  $C_{\theta b} = 116 \text{ kNmm}/(\text{mm rad})$ , vgl. Bild 4.12.

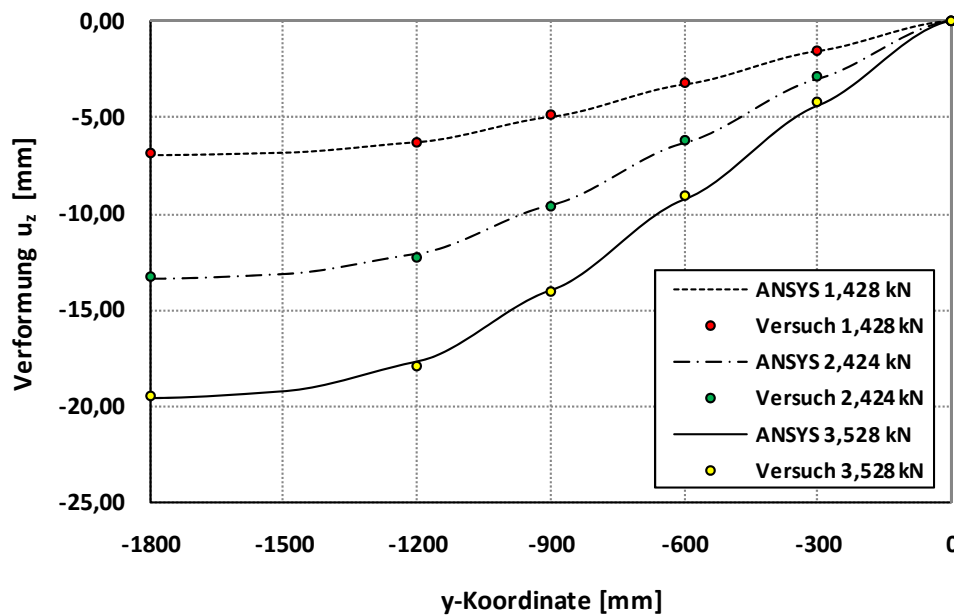


Bild 4.12: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Verformung Plattenstreifen AS -  $C_{\phi t} = \infty$ ,  $C_{\phi b} = 116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$

Im Einzelnen ergeben sich folgende Übereinstimmungen nach Tabelle 4.1.

Tabelle 4.1: Vergleich der Verformungen ANSYS/Versuchsergebnisse für Plattenstreifen AS

Verformungsvergleich Plattenstreifen AS					
Gesamtlast	W -1800	W-1200	W-900	W-600	W-300
[kN]	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch
1,248	1,011	0,998	1,013	1,041	1,047
2,424	1,009	0,990	1,002	1,031	1,066
3,528	1,005	0,982	0,996	1,021	1,043
<b>Mittelwert:</b>					<b>1,017</b>
<b>Standardabweichung</b>					<b>0,023</b>

Der Vergleich der mit ANSYS ermittelten Dehnungen mit den im Versuch ermittelten Dehnungen ergibt ebenfalls eine gute Übereinstimmung, wobei hier jedoch in wenigen Einzelfällen Abweichungen von bis zu 25% verzeichnet wurden. Das liegt im Wesentlichen an der großen Dehnungsänderung in den Deckblechen in der Nähe der Steganschlüsse über einen relativ kleinen Abstand  $dy$ . Schon geringe Abweichungen bezüglich der Position der Dehnungsmessstreifen können somit große Abweichungen zu den im FE-Modell berechneten Dehnungen zur Folge haben. Das FE-Modell wurde mit den aus der genauen Vermessung der Versuchskörper gemittelten Geometrieparametern modelliert. Da diese im Einzelnen jedoch von der tatsächlichen Geometrie abweichen können, lassen sich geringfügige „Unschärfen“ nicht vermeiden. Abgesehen von diesen Einzelfällen werden

die in den Versuchen gemessenen Dehnungen aber durch die FE-Analysen sehr gut wiedergegeben, wie exemplarisch in Bild 4.13 dargestellt.

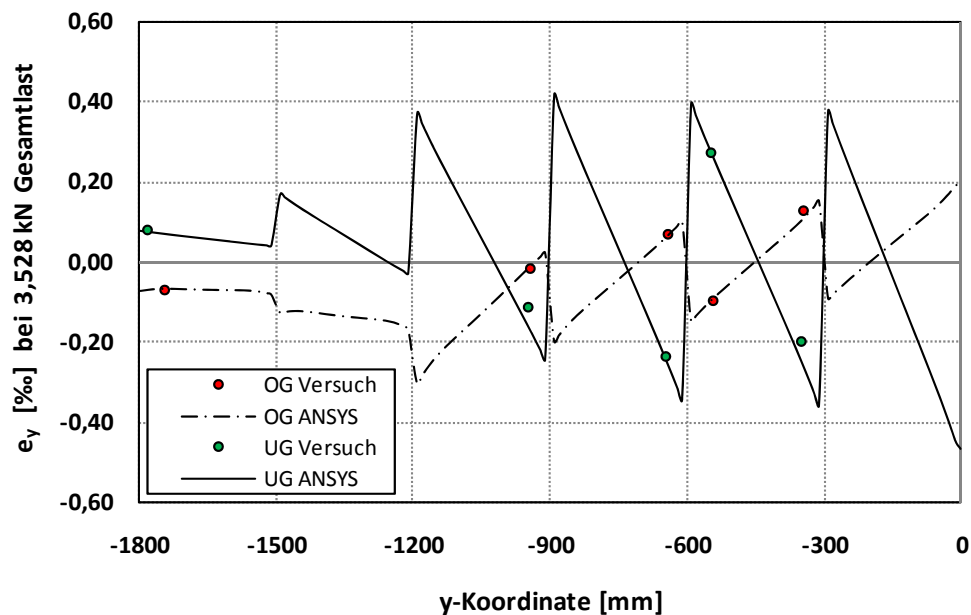


Bild 4.13: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen AS -  $C_{\alpha}=\infty$ ,  $C_{\theta\theta}=116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$ , Gesamtlast = 3,528 kN

Eine Zusammenstellung aller Vergleichsrechnungen der Plattenstreifenversuche erfolgt im Anhang C.

#### 4.4.2 Gegenrechnung der Web-Core-Plattenstreifen BS1 und BS2

Die Ausbildung der Laser-Stichnaht ist im Wesentlichen von der Dicke der zu durchdringenden Bleche abhängig. Je dicker das Deckblech, desto mehr Energie muss zugeführt werden und desto langsamer erfolgt der Schweißprozess. In der Regel ist daher die Anbindung des Deckbleches an die Stege bei dünnen Deckblechen besser als bei dickeren Deckblechen. Die bei den Plattenstreifen BS1 und BS2 verwendete Blechdicke des oberen Deckbleches von nominell 10 mm war die maximal mögliche Deckblechdicke, die prozessbedingt (Laserleistung) auf der Meyer-Werft mit den vorhandenen Laser-Aggregaten mittels Stichnähten durchschweißt werden konnte.

Die Probekörper AS, BS1 Und BS2 waren so konfiguriert, dass sowohl die Stegdicken, als auch die Blechdicken des unteren Deckbleches bei allen Probekörpern gleich gewählt waren. Somit ist die Annahme zulässig, dass sich die Schweißnahtverbindungen der Anschlüsse der unteren Deckbleche mit den Stegen bei den Plattenstreifen AS, BS1 und BS2 gleich verhalten bzw. die Drehfedersteifigkeiten der Verbindungen gleich groß sind.

Die Drehfedersteifigkeit  $C_{\phi b}$  ist nun aus der Vergleichsrechnung AS1 bekannt, vgl. 4.4.1, und wird für die Plattenstreifen BS1 und BS2 mit  $C_{\phi b} = 116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$  angesetzt, so dass hier lediglich die obere Drehfedersteifigkeit in den FE-Berechnungen variiert werden muss. Insgesamt ergibt sich für eine Drehfedersteifigkeit von  $C_{\theta t} = 109 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$  die beste Übereinstimmung der Verformungen aus den FEM-Berechnungen und den Versuchsergebnissen. Der Verformungsvergleich erfolgt hier exemplarisch am Plattenstreifen BS1, vgl. Bild 4.14.

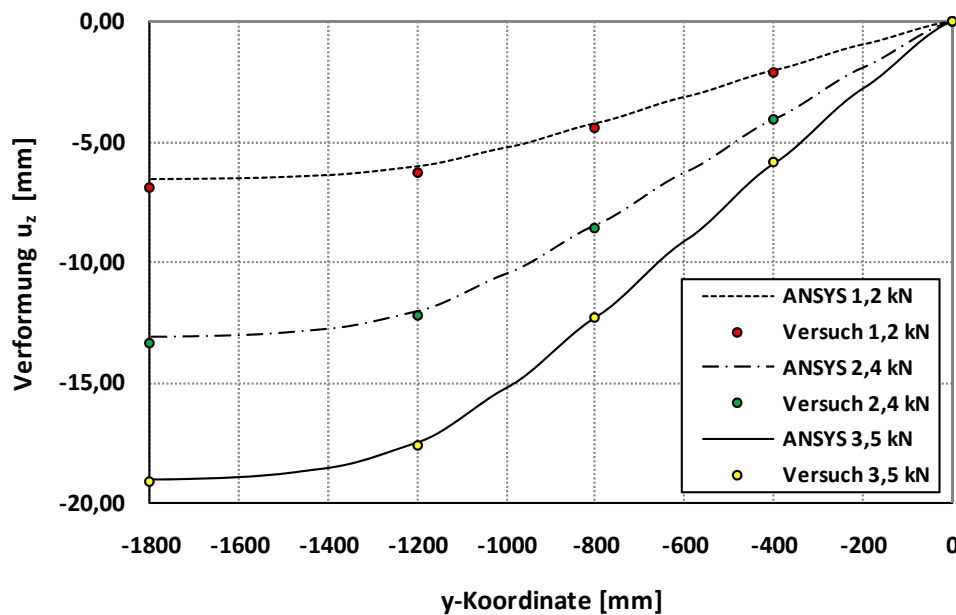


Bild 4.14: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Verformungen Plattenstreifen BS1 -  $C_{\theta t}=109$ ,  $C_{\phi b}=116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$

Der Vergleich der numerisch ermittelten Verformungen zu den in den Versuchen gemessenen Verformungen ist in Tabelle 4.2 und Tabelle 4.3 dargestellt.

#### 4.4 Untersuchungen an Plattenstreifen

Tabelle 4.2: Vergleich der Verformungen ANSYS/Versuchsergebnisse für Plattenstreifen BS1

Verformungsvergleich Plattenstreifen BS1				
Gesamtlast	W -1800	W-1200	W-800	W-400
[kN]	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch
1,2	0,950	0,954	0,946	0,947
2,4	0,978	0,979	0,982	1,002
3,5	1,000	0,996	1,000	1,020
<b>Mittelwert:</b>				<b>0,979</b>
<b>Standardabweichung</b>				<b>0,024</b>

Tabelle 4.3: Vergleich der Verformungen ANSYS/Versuchsergebnisse für Plattenstreifen BS2

Verformungsvergleich Plattenstreifen BS2				
Gesamtlast	W -1800	W-1200	W-800	W-400
[kN]	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch	ANSYS/Versuch
1,2	1,016	0,997	1,010	0,998
2,4	1,019	1,000	1,013	1,002
3,5	1,003	0,984	1,002	1,001
<b>Mittelwert:</b>				<b>1,004</b>
<b>Standardabweichung</b>				<b>0,009</b>

Ebenso wie beim Plattenstreifen AS1 lassen sich mit dem vorhandenen FE-Modell nun auch die Dehnungen der Plattenstreifen BS1 und BS2 mit sehr guter Genauigkeit darstellen, vgl. exemplarische Darstellung in Bild 4.15.

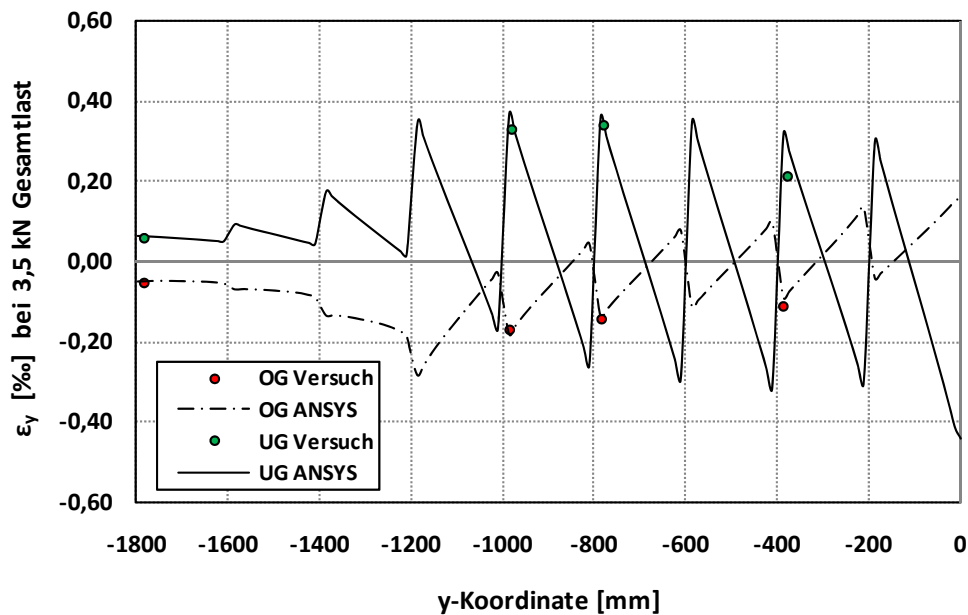


Bild 4.15: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS1 -  $C_{\theta t}=109$ ,  $C_{\theta b}=116$  kNm/(mm rad)], Gesamtlast = 3,5 kN

Für die Zusammenstellung der hier nicht dargestellten Vergleichsrechnungen sei an dieser Stelle wiederum auf Anhang C verwiesen.

In Kapitel 3.2.4 wird auf die zusätzlich zu den Laser-Stichnähten vorhandenen produktionsbedingten Heftnähte am Anschluss der Stege an das obere Deckblech hingewiesen, vgl. Bild 3.11. Diese Heftnähte waren entsprechend auch bei den Plattenstreifen vorhanden, so dass die in den FE-Berechnungen ermittelte Drehfedersteifigkeit  $C_{\theta t}$  für die Verbindung Steg - oberes Deckblech für die Plattenstreifen BS1 bzw. BS2 sowohl die Steifigkeit der Laserstichnähte als auch die Steifigkeit der Heftnähte berücksichtigt. Die Steifigkeit der Heftnähte kann man sich dabei über die gesamten Plattenstreifenbreite als „verschmierte“ Steifigkeit vorstellen.

Für die Gegenrechnung der Hohlplatte im Großbauteilversuch wird diese Verbindungssteifigkeit der Verbindung Steg - oberes Deckblech einschließlich der zusätzlich angebrachten Heftnähte benötigt, da es auf Grund der geschlossenen Struktur der Platte nicht möglich war, diese Heftnähte zu entfernen.

## 4.5 Zusammenfassung

Für die Berechnung von Hohlplattenstrukturen wurde ein komplexes 3D-FE-Modell auf der Basis von Schalenelementen für die Abbildung der einzelnen Bleche in Kombination mit Federelementen für die Berücksichtigung der Verbindungssteifigkeiten zwischen den Deckblechen und den Stegen entwickelt. Die Kalibrierung des Modells erfolgte an Versuchsergebnissen aus [30] und nume-

rischen Analysen aus anderen Forschungsarbeiten, z.B. [33]. Es zeigte sich, dass sowohl die globalen Verformungen der Plattenstreifenversuche, als auch die dazugehörigen Dehnungen und somit Spannungen mit sehr guter Übereinstimmung abgebildet werden können, so dass mit dem entwickelten FE-Modell eine effiziente numerische Berechnung insbesondere im Hinblick auf die noch folgenden Analysen ganzer Plattenstrukturen realitätsnah möglich ist.

Mit dem entwickelten ANSYS-3D-Modell wurden für die in Kapitel 3 beschriebenen eigenen Plattenstreifenversuche Vergleichsrechnungen durchgeführt, um die Anschlusssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen zu ermitteln. Auf Grund der besonderen Abstimmung der Probekörpergeometrien konnten die einzelnen Verbindungssteifigkeiten aus den vorhandenen Versuchsdaten sukzessive ermittelt werden. Diese stehen nun für die Verwendung in FE-Analysen ganzer Plattenstrukturen zur Verfügung.

Die Verbindungssteifigkeit der Stege an das obere Deckblech der Plattenstreifen BS1 und BS2 beinhaltet sowohl die Verbindungssteifigkeit der Laser-Stichnaht als auch die über die Länge der jeweiligen Verbindung verschmierten zusätzlichen Heftnähte. Insgesamt ergeben sich somit für die vorliegenden Probekörpergeometrien die Drehfedersteifigkeiten der Deckblech Steg-Verbindung nach Tabelle 4.4.

*Tabelle 4.4: Übersicht der Drehfedersteifigkeiten der Deckblech-Steg-Anschlüsse für Probekörperquerschnitte*

<b>Streckendrehfedersteifigkeiten</b>		
	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$
<b>Plattenstreifen</b>	<b>[kNmm/(mm rad)]</b>	<b>[kNmm/(mm rad)]</b>
<b>AS1</b>	$\infty$	<b>116</b>
<b>BS1/BS2</b>	<b>109</b>	<b>116</b>

Somit steht erstmals ein an Versuchsergebnissen kalibriertes FEM-Modell, basierend auf Schalenelementen und Federelementen zur Verfügung, mit dem weitere Untersuchungen an Plattenstreifen aber auch an ganzen Plattentragwerken bestehend aus Hohlplatten mit unterschiedlichen Deckblechdicken und unterschiedlichen Verbindungssteifigkeit realitätsnah durchgeführt werden können.





## 5 Untersuchungen zur Querschubsteifigkeit

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Unterschiede beim Lastabtrag in Querrichtung von Hohlplattenstrukturen mit ungleichen Deckblechdicken und ungleichen Verbindungssteifigkeiten gegenüber den in bisherigen Forschungen behandelten Hohlplattenstrukturen mit gleichen Deckblechdicken und gleichen Verbindungssteifigkeiten herausgearbeitet. Ziel ist die Überprüfung der Anwendbarkeit der in 2.6 diskutierten Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  von *Romanoff* für die im Stahlbrückenbau benötigten Blechdicken und Abmessungen der Web-Core-Sandwich-Strukturen.

### 5.1 Betrachtung für gleiche Deckblechdicken und gleiche Verbindungssteifigkeiten

Der wesentliche Parameter für den Lastabtrag in Querrichtung innerhalb von Hohlplattenstrukturen ist gemäß den Ausführungen in Kapitel 2 die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$ . Die wichtigsten Arbeiten der jüngeren Vergangenheit wurden in Kapitel 2 ausführlich diskutiert. Insbesondere die von *Romanoff et. al.* in [35] hergeleitete Formulierung ermöglicht theoretisch die Ermittlung der Querschubsteifigkeit unter Berücksichtigung sowohl verschiedener Deckblechstärken als auch unterschiedlicher Verbindungssteifigkeiten für die Verbindung der Stege mit dem oberen und dem unterem Deckblech.

Die in [35] bereitgestellten Formeln wurden in [32] anhand von Versuchsergebnissen eines Versuchsträgers überprüft und zeigten eine gute Übereinstimmung, vgl. Kapitel 2.6. Allerdings handelte es sich bei dem untersuchten Versuchsträger um einen Querschnitt mit gleichen Deckblechdicken und somit annähernd gleichen Verbindungssteifigkeiten zwischen den Deckblechen und den Stegen.

Die Formeln zur Ermittlung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  werden in den Gleichungen (5.1) - (5.2) noch einmal aufgeführt.

$$D_{Qy}^{Rom} = \frac{12D_w}{s^2 \left( k_{Qy} \left( \frac{D_w}{D_b} + 6 \frac{d}{s} \right) + 12 \frac{D_w}{k_{\theta}^b s} - 2 \frac{d}{s} \right)} \quad (5.1)$$

Der Faktor  $k_{Qy}$  (Gleichung (5.2)) gibt den jeweiligen Anteil der beiden Deckbleche am Lastabtrag der Querkraft an. Bei gleichen Blechdicken der beiden Deckbleche  $t_t = t_b$  und bei gleichen Verbindungssteifigkeiten  $k_{\theta t} = k_{\theta b}$  ergibt sich der Parameter  $k_{Qy}$  zu 0,5. Die einwirkende Querkraft wird dann von beiden Deckblechen zu gleichen Teilen abgetragen. Die beiden Extremwerte  $k_{Qy} = 1$  und  $k_{Qy} = 0$  bedeuten,

dass im ersten Fall die Querkraft vollständig vom unteren Deckblech und im letzten Fall vollständig durch das obere Deckblech abgetragen wird.

$$k_{Qy} = \frac{1 + 12 \frac{D_t}{s} \left( \frac{1}{k_{\theta}^t} - \frac{1}{k_{\theta}^b} \right) + 6 \frac{D_t}{D_w} \frac{d}{s}}{1 + 12 \frac{D_t}{D_w} \frac{d}{s} + \frac{D_t}{D_b}} \quad (5.2)$$

Die Anschlusssteifigkeit der Stege an das obere und untere Deckblech wird durch die beiden Parameter in (5.3) berücksichtigt.

$$k_{\theta}^i = \frac{Q_Q \cdot s}{\theta_c^i}, \quad i = t, b \quad (5.3)$$

Der Parameter  $k_{\theta}^i$  ist dabei die auf die einwirkende Querkraft bezogene Verbindungssteifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindungen. Dabei bezeichnet der Verdrehwinkel  $\theta_c^i$  die relative Verdrehung des Deckbleches gegenüber dem Steg auf Grund der lokalen Verformung in der Schweißverbindung, vgl. Bild 2.25. Für den Fall gleicher Deckblechdicken und gleicher Verbindungssteifigkeiten für die Anschlüsse der Stege an die Deckbleche existiert im Steg auf Grund des Querkraftabtrages durch die Rahmentragwirkung ein linear veränderlicher Momentenverlauf, vgl. Bild 5.1, mit gleich großen Momenten an den Stegenden  $M_{w,t} = M_{w,b}$  (Index w für web) und somit einem Nulldurchgang des Momentenverlaufs in Stegmitte.

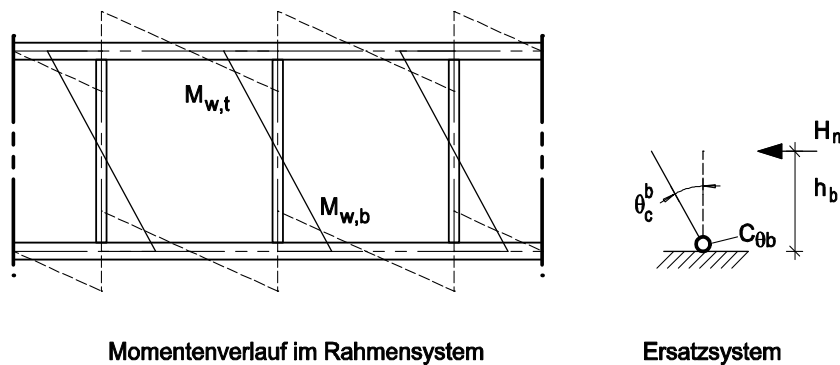


Bild 5.1: Momentenverlauf im Rahmensystem und Ersatzsystem für die Ermittlung der bezogenen Verbindungssteifigkeit

Wie sich leicht zeigen lässt, kann man nun mit Hilfe von Kleinteilversuchen unter Zugrundelegung des dargestellten Ersatzsystems aus Bild 5.1 die bezogenen Verbindungssteifigkeit nach Gleichung (5.4) ermitteln.

$$k_{\theta}^b = 2 \cdot \frac{H_n \cdot h_b}{\theta_c^b} = 2 \cdot C_{\theta b} \quad (5.4)$$

Der Vorfaktor 2 in obiger Gleichung ergibt sich aus der Herleitung durch die Aufteilung der Querkraft je zur Hälfte auf das obere und das untere Deckblech

## 5.2 Betrachtung für ungleiche Deckblechdicken und ungleiche Verbindungssteifigkeiten

### 5.2.1 Erweiterung für ungleiche Verbindungssteifigkeiten und ungleiche Deckblechdicken

Für Querschnitte mit unterschiedlichen Deckblechdicken gilt eine andere Verteilung des Querkraftabtrages auf das untere bzw. obere Deckblech. Analog dem Vorgehen in [11] wird im Folgenden der Einfluss der Steifigkeiten in Abhängigkeit des anteiligen Querkraftabtrages bestimmt. Unter Annahme einer konstanten Querkraft im Sandwichträger ergeben sich die in Bild 5.2 dargestellten Schnittgrößen am herausgeschnittenen Einzelement des Web-Core-Sandwichträgers.

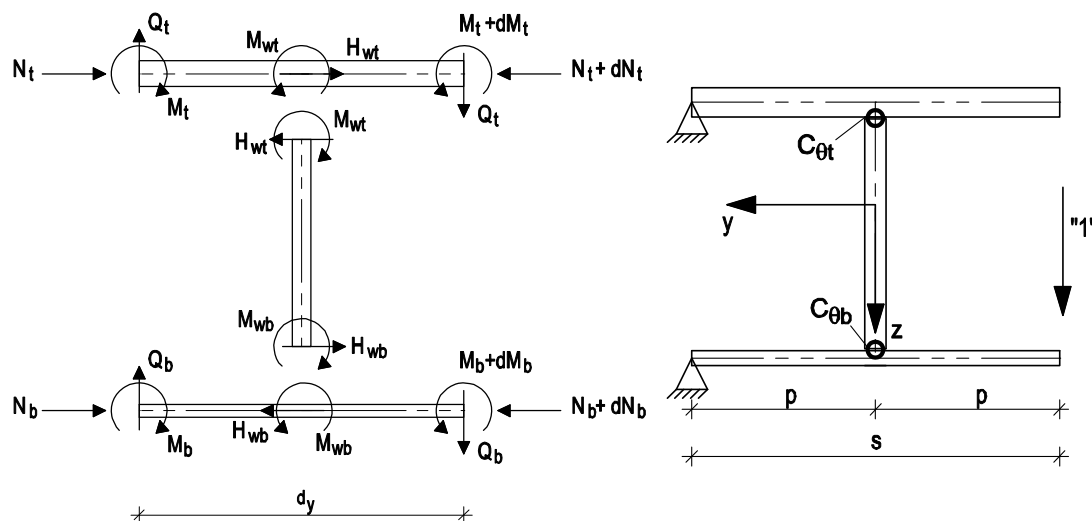


Bild 5.2: Schnittgrößen am herausgelösten Rahmenelement

In Abhängigkeit des Faktors  $k_{Qy}$  lassen sich die konstanten Querkraften in den Deckblechen nach den Gleichungen (5.5) und (5.6) ermitteln.

$$Q_{y,t} = Q_y \cdot (1 - k_{Qy}) \quad (5.5)$$

$$Q_{y,b} = Q_y \cdot k_{Qy} \quad (5.6)$$

Die steginduzierten Kräfte und Momente in den Deckblechen können gemäß den Gleichungen (5.7) - (5.9) dargestellt werden.

$$dN_i = H_{wi} \quad (5.7)$$

$$M_w^t = Q_y \cdot (1 - k_{Qy}) \cdot s \quad (5.8)$$

$$M_w^b = Q_y \cdot k_{Qy} \cdot s \quad (5.9)$$

Für den Steg gelten somit die Beziehungen nach (5.10).

$$M_w^t + M_w^b = H_{wi} \cdot d \Rightarrow Q \cdot s = H_{wi} \cdot d \Rightarrow Q = H_{wi} \cdot \frac{d}{s} \quad (5.10)$$

Bezogen auf die Querkraft ergibt sich im Steg die Momentenverteilung mit den entsprechenden Ersatzsystemen nach Bild 5.3.

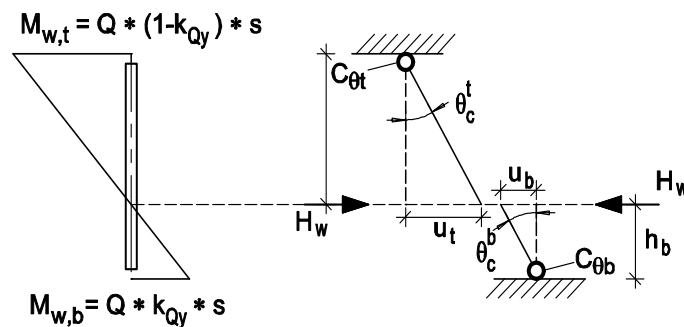


Bild 5.3: Momentenverlauf im Steg und Ersatzsystem für ungleiche Deckblechdicken

Setzt man das Ergebnis von Gleichung (5.10) in Gleichung (5.3) ein, so erhält man Gleichung (5.11).

$$k_{\theta}^i = \frac{H_w \cdot d}{\theta_c^i}, \quad i = t, b \quad (5.11)$$

Aus Bild 5.3 lassen sich direkt die geometrischen Beziehungen nach (5.12) - (5.14) ableiten.

$$h_t = (1 - k_{Qy}) \cdot d \quad (5.12)$$

$$h_b = k_{Qy} \cdot d \quad (5.13)$$

$$\theta_c^i = \frac{u_i}{h_i} \quad (5.14)$$

Mit (5.12) - (5.14) ergeben sich die auf die entsprechende Querkraft bezogenen Verbindungssteifigkeiten nach Gleichung (5.15) und (5.16).

$$k_{\theta}^t = \frac{H_w \cdot h_t^2}{u_t} \cdot \frac{1}{(1 - k_{QY})} = C_{\theta t} \cdot \frac{1}{(1 - k_{QY})} \quad (5.15)$$

$$k_{\theta}^b = \frac{H_w \cdot h_b^2}{u_b} \cdot \frac{1}{k_{QY}} = C_{\theta b} \cdot \frac{1}{k_{QY}} \quad (5.16)$$

Der Faktor  $C_{\theta i}$  mit  $i = t, b$  ist dabei die jeweilige Drehfedersteifigkeit der entsprechenden Schweißnahtverbindung, welche aus Versuchen oder FEM-Berechnungen zu ermitteln ist, vgl. Kapitel 2.6 bzw. Kapitel 2.7.3.

Setzt man bei einer gleichmäßigen Verteilung der Querkraft auf die beiden Deckbleche in den beiden obigen Gleichungen  $k_{QY} = 0,5$  ein, so erhält man als Vorfaktor für die Verbindungssteifigkeit der Schweißnahtverbindung den Wert 2, vgl. Gleichung (5.4).

Die Verteilung des Querkraftabtrages auf die beiden Deckbleche und somit der Momentenverlauf im Steg, vgl. Bild 5.3, ist aber nicht nur vom Verhältnis der beiden Deckblechdicken zueinander abhängig, sondern auch von der Verbindungssteifigkeit der Deckblech-Steg-Verbindung selber.

Die Parameter  $k_{\theta}^t$  bzw.  $k_{\theta}^b$  sind bezogene Verbindungssteifigkeiten, die sich aus experimentell ermittelten Drehfedersteifigkeiten und dem Parameter  $k_{QY}$  bestimmen lassen. Bei Betrachtung der Gleichung (5.2) wird allerdings deutlich, dass der Parameter  $k_{QY}$  wiederum von  $k_{\theta}^t$  und  $k_{\theta}^b$  abhängt, wodurch sich diese drei Parameter zunächst nicht eindeutig bestimmen lassen. Für den Sonderfall gleicher Deckblechdicken (und gleicher Verbindungssteifigkeiten) ist die Annahme gerechtfertigt, dass  $k_{\theta}^t = k_{\theta}^b$  ist und daraus  $k_{QY} = 0,5$  folgt.

Es gibt somit für den Fall eines Web-Core-Querschnitts mit ungleichen Deckblechdicken und unterschiedlichen Verbindungssteifigkeiten der Deckbleche an die Stege zunächst keine Möglichkeit, die Querschubsteifigkeit  $D_{QY}$  direkt zu bestimmen.

In Kapitel 2.6 wird die Herleitung der Querschubsteifigkeit  $D_{QY}$  nach Gleichung (5.1) - (5.3) gemäß [35] explizit angegeben. Mit Hilfe der darin angegebenen Grundgleichungen werden nun Formulierungen für die Querschubsteifigkeit entwickelt, in welche die Drehfedersteifigkeiten der einzelnen Verbindungen direkt implementiert werden können.

Die Stegendverdrehungen  $\theta_w^i$  gemäß Bild 2.25 unter Annahme einer biegesteifen Verbindung ergeben sich in Abhängigkeit der Formulierungen für die Stegmomente (5.8) und (5.9) nach Gleichung (5.17).

$$\begin{aligned}\theta_w^t(d) &= \frac{Q_Q^t s d}{3D_w} - \frac{Q_Q^b s d}{6D_w} \\ \theta_w^b(0) &= -\frac{Q_Q^t s d}{6D_w} + \frac{Q_Q^b s d}{3D_w}\end{aligned}\quad (5.17)$$

Die relative Verdrehung  $\theta_c^i$  zwischen Deckblech und Stegen auf Grund der Verbindungssteifigkeit der Laser-Stichnaht gemäß Bild 2.25 ergibt sich aus Gleichung (5.3). In Verbindung mit den Gleichungen (5.15) - (5.16) lassen sich diese direkt in Abhängigkeit der Querkraft  $Q_Q$  und der jeweiligen Drehfedersteifigkeit nach (5.18) darstellen.

$$\begin{aligned}\theta_c^t &= \frac{(1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s}{C_{\theta t}} \\ \theta_c^b &= \frac{k_{Qy} \cdot Q_Q s}{C_{\theta b}}\end{aligned}\quad (5.18)$$

Die Verformung des Deckbleches  $i$  ergibt sich gemäß Bild 2.19 nach Gleichung (5.19).

$$w_Q^i(y_I) = \frac{Q_Q^i s y_I^2}{12D_i} \left( 3 - 2 \frac{y_I}{s} \right) + (\theta_c^i + \theta_w^i) y_I, \quad i = t, b \quad (5.19)$$

An den Schnittstellen der Stege mit den Deckblechen gilt  $w_Q^t(s) = w_Q^b(s)$ , so dass sich insgesamt folgende Gleichung durch Einsetzen von (5.17) und (5.18) in (5.19) ergibt.

$$\begin{aligned}\frac{(1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s^3}{12D_t} + \left( \frac{(1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s}{C_{\theta t}} + \frac{(1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s d}{3D_w} - \frac{k_{Qy} \cdot Q_Q s d}{6D_w} \right) \cdot s = \\ \frac{k_{Qy} \cdot Q_Q s^3}{12D_b} + \left( \frac{k_{Qy} \cdot Q_Q s}{C_{\theta b}} - \frac{(1 - k_{Qy}) \cdot Q_Q s d}{6D_w} + \frac{k_{Qy} \cdot Q_Q s d}{3D_w} \right) \cdot s\end{aligned}\quad (5.20)$$

Im Gegensatz zur Herleitung in [35] wurde nun die relative Verdrehung der Stege zu den Deckblechen auf Grund der Verbindungssteifigkeit der Laser-Stichnähte in Abhängigkeit des einwirkenden Momentes direkt in die Verformungsgleichung implementiert. Löst man Gleichung (5.20) nach dem Faktor  $k_{Qy}$  auf, so ergibt sich insgesamt Gleichung (5.21).

$$k_{Qy}^{\text{mod}} = \frac{\frac{6d}{D_w} + \frac{12}{C_{\theta t}} + \frac{s}{D_t}}{s \left( \frac{1}{D_b} + \frac{1}{D_t} \right) + 12 \left( \frac{1}{C_{\theta t}} + \frac{1}{C_{\theta b}} + \frac{d}{D_w} \right)} \quad (5.21)$$

Somit erhält man die Möglichkeit zur direkten Berechnung von  $k_{Qy}$  als Alternative zur iterativen Berechnung. Mit diesem Wert für  $k_{Qy}$  und den Gleichungen (5.1) und (5.16) kann nun die Querschubsteifigkeit unter Berücksichtigung unterschiedlicher Deckblechstärken und gleichzeitig unterschiedlicher Drehfedersteifigkeiten direkt berechnet werden.

### 5.2.2 Erweiterung für biegesteifen Anschluss an das obere Deckblech und biegeweichen Anschluss an das untere Deckblech

Für den im Stahlbrückenbau üblicheren Fall eines Vollanschlusses zwischen Stegen und oberem Deckblech, vgl. Probekörpergeometrie AS1 in Kapitel 3.2.1 ergibt sich ein etwas einfacheres System, da die Variable  $C_{\theta t}$  entfällt, vgl. Bild 5.4.

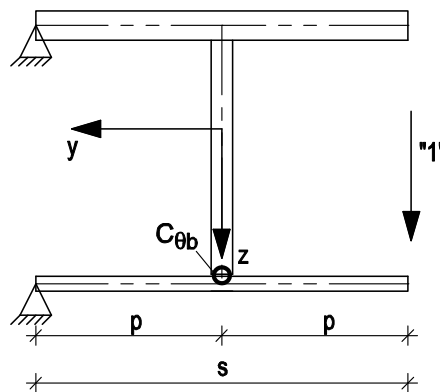


Bild 5.4: Rahmenelement mit Drehfedersteifigkeit am Anschluss Stege – unteres Deckblech

Analog dem oben skizzierten Vorgehen lässt sich für diesen Fall die Formulierung für  $k_{Qy}$  herleiten. Anschaulich wird die Federsteifigkeit  $C_{\theta t}$  in Gleichung (5.21) unendlich steif angenommen, so dass die entsprechenden Quotienten zu null gesetzt werden können. Insgesamt ergibt sich eine etwas einfachere Formulierung gemäß (5.22).

$$k_{Qy}^{\text{mod}} = \frac{\frac{6d}{D_w} + \frac{s}{D_t}}{s \left( \frac{1}{D_b} + \frac{1}{D_t} \right) + 12 \left( \frac{1}{C_{\theta b}} + \frac{d}{D_w} \right)} \quad (5.22)$$

Vergleicht man die in (5.21) und (5.22) angegebenen Gleichungen mit Gleichung (5.2), so lässt sich feststellen, dass sich der Berechnungsaufwand gegenüber dem ursprünglichen Vorgehen in 2.6 nicht erhöht.

### 5.3 Überprüfung der modifizierten Querschubsteifigkeit

Im Folgenden werden am Beispiel ausgewählter Geometrien die in Kapitel 5.2 entwickelten Modifikationen des Faktors  $k_{Qy}$  für die Berechnung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  überprüft. Dabei werden die Querschubsteifigkeiten  $D_{Qy}$  für verschiedene Querschnittsparameter zunächst auf drei verschiedenen Wegen berechnet, vgl. Bild 5.5. Mit diesen Querschubsteifigkeiten werden dann die Verformungen mit Hilfe der analytischen Lösung auf Grundlage der Differentialgleichung der Biegelinie gemäß den Gleichungen (2.68) - (2.70) für den Lastfall „Vier-Punkt-Biegung“ berechnet. Eine Kontrolle über die Güte der Ergebnisse erfolgt mit Hilfe des in Kapitel 4 entwickelten ANSYS-Modells. In allen Berechnungen werden nunmehr die genormten Materialparameter  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$  und  $\nu = 0,3$  verwendet. Als Belastung wurde einheitlich für alle Berechnungen eine Streckenlast von  $1 \text{ kN/m}$  pro Lasteinleitungsstelle im Vier-Punkt-Biegeversuch angesetzt.

#### Ermittlung der Querschubsteifigkeit $D_{Qy}$ Fall A:

Unabhängig von der tatsächlichen Momentenverteilung im Steg und somit unabhängig von dem anteiligen Abtrag der Querkraft in den beiden Deckblechen werden die bezogenen Verbindungssteifigkeiten aus den Drehfedersteifigkeiten mit dem Vorfaktor 2 ermittelt, d.h. es wird unabhängig von den tatsächlichen Steifigkeiten im Querschnitt ein Momentennulldurchgang im Steg bei  $h_c/2$  unterstellt. Mit den so ermittelten bezogenen Verbindungssteifigkeiten wird dann der Faktor  $k_{Qy}$  nach Gleichung (5.2) und die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  nach Gleichung (5.1) berechnet, vgl. Fall A in Bild 5.5.



### 5.3 Überprüfung der modifizierten Querschubsteifigkeit

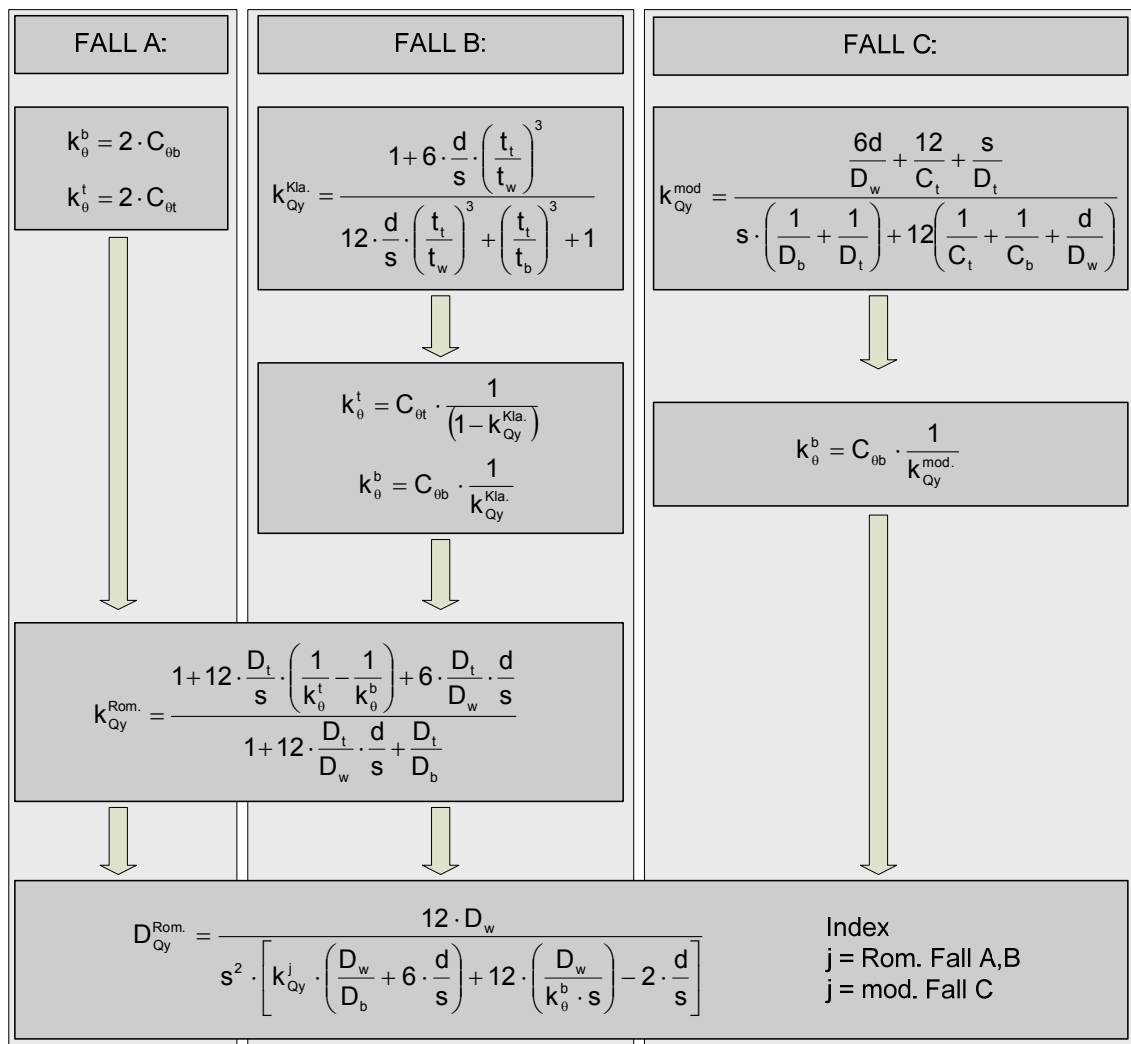


Bild 5.5: Schematische Darstellung der Ermittlung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$

#### Ermittlung der Querschubsteifigkeit $D_{Qy}$ Fall B:

Zunächst wird ausgehend von einem Querschnitt mit biegesteifen Anschlüssen der Stege an die Deckbleche die Verteilung der Querkraft auf die beiden Deckbleche mit Hilfe des Faktors  $k_{Qy}$  nach Gleichung (2.17) bestimmt. Mit dieser Annahme ist somit der Momentenverlauf im Steg in Abhängigkeit der Deckblechdicken bekannt. Mit diesem Momentenverlauf werden dann die bezogenen Verbindungssteifigkeiten mit den Drehfedersteifigkeiten der Anschlüsse berechnet. Mit den so ermittelten bezogenen Verbindungssteifigkeiten wird dann wiederum der Faktor  $k_{Qy}$  nach Gleichung (5.2) und die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  nach Gleichung (5.1) berechnet, vgl. Fall B in Bild 5.5.

#### Ermittlung der Querschubsteifigkeit $D_{Qy}$ Fall C:

Mit den Drehfedersteifigkeiten der Anschlüsse wird unter Berücksichtigung der Querschnittparameter der Faktor  $k_{Qy}$  nach Gleichung (5.21) ermittelt und somit

der Momentenverlauf im Steg bestimmt. Anschließend erfolgt die Ermittlung der bezogenen Verbindungssteifigkeit  $k_{\theta b}$  und letztendlich die Berechnung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  nach Gleichung (5.1), vgl. Fall C in Bild 5.5.

Ein Vergleich der analytisch ermittelten maximalen Verformungen berechnet mit den verschiedenen Querschubsteifigkeiten nach den Fällen A-C, sowie der Abgleich mit den exakten Verformungen aus der FE-Berechnung ist Tabelle 5.1 dargestellt.

Tabelle 5.1: Vergleich Verformungsberechnung mit Querschubsteifigkeiten ermittelt nach Fall A – Fall C

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$	$u_{z,ANSYS}$	$u_{z,ANSYS}/$	$u_{z,ANSYS}/$	$u_{z,ANSYS}/$	
											$u_{zA}$	$u_{zB}$	$u_{zC}$	
[mm]										[kNcm/cm]	[mm]			
1	14	8	6	220	240	200	4320	$\infty$	110	-1,494	0,85	1,20	0,98	
2	14	8	5	180	200	200	3600	$\infty$	90	-1,002	0,80	1,38	0,98	
3	10	6	5	200	200	200	3600	$\infty$	110	-1,796	0,92	1,03	0,97	
4	10	6	5	200	200	200	3600	80	110	-2,672	0,97	0,92	0,96	
5	4	6	1	80	80	200	960	60	60	-0,6578	1,25	0,91	0,95	
6	5	6	5	80	80	200	960	$\infty$	60	-0,1459	0,76	2,56	0,97	
Mittelwert:											<b>0,925</b>	<b>1,334</b>	<b>0,969</b>	
Standardabweichung:											<b>0,160</b>	<b>0,572</b>	<b>0,008</b>	

Während mit den nach Fall A und Fall B ermittelten Querschubsteifigkeiten nur teilweise eine gute Übereinstimmung der analytischen Verformungsberechnung mit den FE-Verformungsberechnungen erzielt werden konnte, stimmen die mit Hilfe des modifizierten Faktors  $k_{Qy}$  nach Gleichung (5.21) bzw. nach Gleichung (5.22) (Fall C) berechneten Verformungen mit den FE-Ergebnissen über den gesamten Parameterbereich sehr gut überein, vgl. exemplarisch Bild 5.6 u. Bild 5.7.

### 5.3 Überprüfung der modifizierten Querschubsteifigkeit

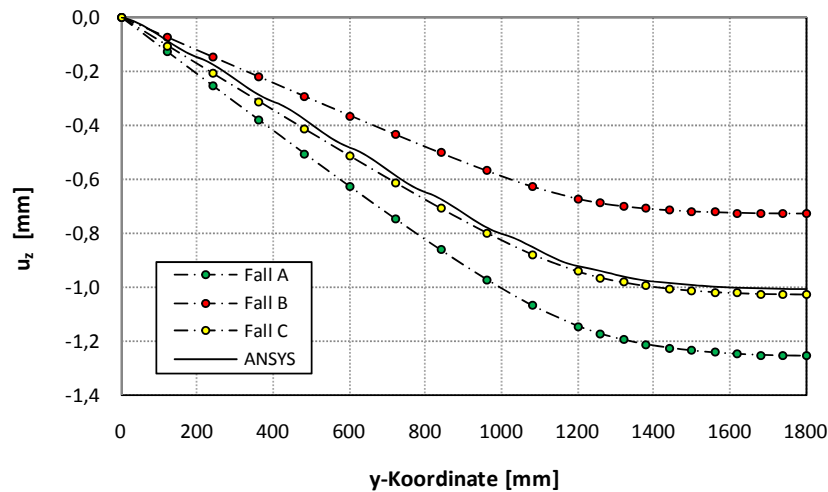


Bild 5.6: Vergleich der Verformungen analytisch/ANSYS Fall A – C, für Geometrie Nr. 2 aus Tabelle 5.1

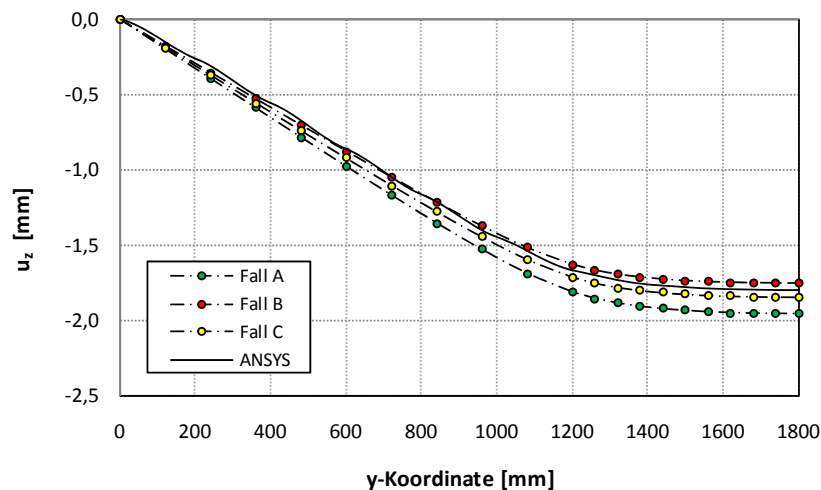


Bild 5.7: Vergleich der Verformungen analytisch/ANSYS Fall A – C, für Geometrie Nr. 3 aus Tabelle 5.1

Mit der modifizierten Berechnung der Querschubsteifigkeit nach Gleichung (5.21) bzw. (5.22) in Kombination mit (5.1) kann nun für die vorhandenen Probekörpergeometrien der Einfluss der Drehfedersteifigkeiten auf das Last-Verformungsverhalten auf einfache Weise analytisch untersucht werden. Ausgehend von den nominellen Geometrieabmessungen und den in Kapitel 4 ermittelten Drehfedersteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen, vgl. Tabelle 5.2 werden diese Steifigkeiten variiert und die maximalen Verformungen unter dem Lastfall „Vier-Punkt-Biegung“ analytisch ermittelt.

Tabelle 5.2: Grundkonfiguration Plattenstreifen AS und BS

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[kNmm/(mm rad)]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	
AS	12	6	5	200	300	$\infty$	116	200	3600	210000	0,3
BS	10	6	5	200	200	109	116	200	3600	210000	0,3

In Bild 5.8 sind die Ergebnisse der Variationsrechnungen dargestellt. Die horizontalen Linien repräsentieren jeweils die Grenzverformung für den Fall einer biegesteifen Verbindung des entsprechend variierten Parameters. Die vertikalen Linien markieren den Bereich, in dem die in Kapitel 4 ermittelten Drehfedersteifigkeiten der Deckblech- Steg- Verbindungen der Probekörper AS und BS liegen.

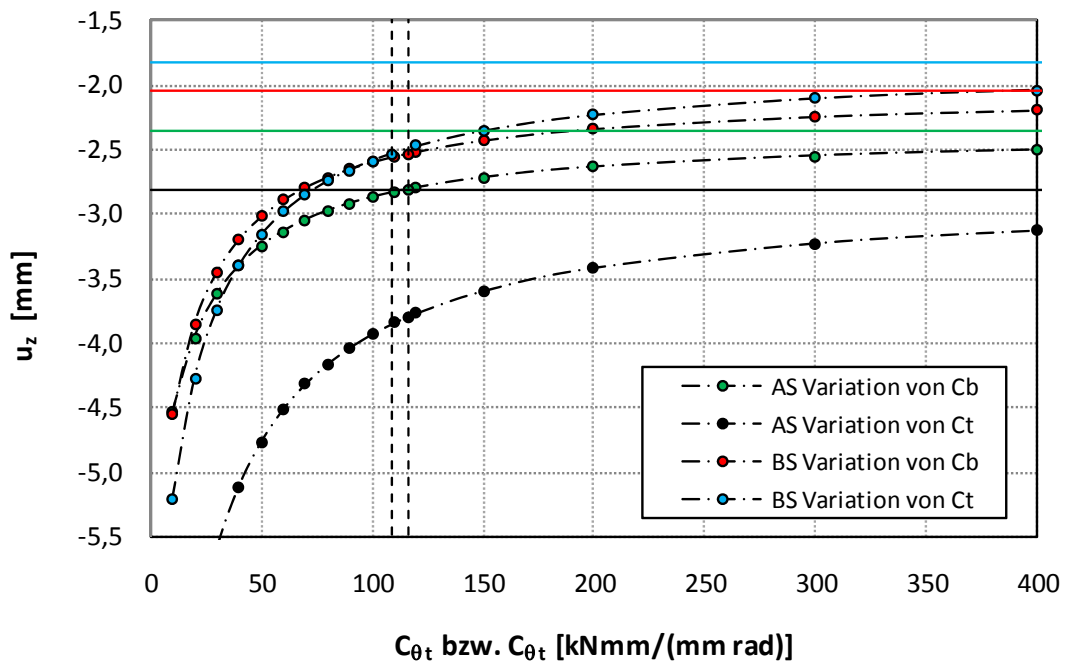


Bild 5.8: Vergleich der Verformungen analytisch, Plattenstreifen AS und BS, vgl. Tabelle 5.2 bei Variation der einzelnen Drehfedersteifigkeiten

Grundsätzlich gilt, dass ausgehend von einem gelenkigen Anschluss  $C_{\theta i}=0$  mit maximaler Verformung schon geringe Steifigkeitssteigerungen der Deckblech-Steg-Verbindungen zu einer erheblichen Reduktion der Gesamtverformung führen. Mit steigender Anschlusssteifigkeit nimmt der Effekt auf die Lastverformung stark ab, die Kurven nähern sich dem Grenzwert der Verformung im Falle eines biegesteifen Anschlusses asymptotisch an. Die Steifigkeiten der Anschlüsse müssen erheblich gesteigert werden um einen spürbaren Effekt auf die Lastverformungen zu bewirken.

Die Anschlusssteifigkeiten der Versuchsträger AS und BS liegen gerade in dem Übergangsbereich, bei dem sich eine Reduktion der Steifigkeiten stärker und eine Erhöhung der Steifigkeiten im Verhältnis dazu geringer auf das Lastverformungsverhalten auswirkt.

### 5.4 Zusammenfassung

Auf Grundlage der vorhandenen Formulierungen zur Berechnung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  war zunächst eine Berücksichtigung verschiedener Deckblechdicken und verschiedener Verbindungssteifigkeiten bei der Ermittlung der Querschubsteifigkeit nicht möglich. Die vorhandenen Berechnungsvorschriften zeigten auf den ersten Blick zwar eine Berücksichtigung dieser Parameter, bei genauerer Analyse wurde jedoch deutlich, dass die auf die Querkraft bezogenen Verbindungssteifigkeiten und der Bestimmungsfaktor  $k_{Qy}$  für die Verteilung der Querkraft auf die beiden Deckbleche jeweils gegenseitige Abhängigkeiten aufweisen, so dass eine direkte Bestimmung der Querschubsteifigkeit zunächst nur für den Fall gleicher Deckblechdicken und gleicher Verbindungssteifigkeiten möglich war.

Formuliert man die relative Verdrehung der Stege gegenüber den Deckblechen in Abhängigkeit der jeweiligen Drehfedersteifigkeit der entsprechenden Verbindung, so lässt sich analog der Herleitung der Querschubsteifigkeit aus [35], vgl. Kapitel (2.6), eine Formulierung für einen modifizierten Faktor  $k_{Qy}$  angeben.

Dieser modifizierte Faktor  $k_{Qy}$  kann nun in die ursprüngliche Formulierung für die Querschubsteifigkeit nach (5.1) eingesetzt werden. Eine Überprüfung der bereitgestellten Formeln erfolgte anhand deren Einsatz bei der analytischen Verformungsberechnung von Plattenstreifen für den Lastfall „Vier-Punkt-Biegung“ mit verschiedenen Querschnittsgeometrien. Die analytisch berechneten Verformungen wurden mit FEM-Berechnungen verglichen, wobei die mittels FEM berechneten Verformungen auf Grund der Untersuchungen in Kapitel 4 als exakte Verformungen vorausgesetzt werden können.

Der Vergleich zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten Verformungen mit den ANSYS-Ergebnissen, so dass hier nun erstmals für den Fall ungleicher Deckblechdicken in Zusammenhang mit ungleichen Verbindungssteifigkeiten eine direkte Möglichkeit zur Berechnung der Querschubsteifigkeit zur Verfügung gestellt werden konnte.



# 6 Experimentelle und numerische Untersuchungen an Web-Core-Sandwichplatten

## 6.1 Allgemeines

Zusätzlich zu den Plattenstreifenversuchen wurden in [44] eigene Großbauteilversuche an kompletten Hohlplattenstrukturen durchgeführt, um das lokale und globale Trag- und Verformungsverhalten von Hohlplatten unter typischen Belastungsansätzen für den Straßenverkehr zu analysieren. „Lokales Tragverhalten“ bedeutet in diesem Zusammenhang der Lastabtrag im Bereich der unmittelbaren Lasteinleitung konzentrierter Einzelradlasten. Mit „global“ wird das Tragverhalten unter Berücksichtigung des Lastabtrags quer zu den Stegen (Querlastabtrag) und in Längsrichtung der Stege (Lastabtrag in Haupttragrichtung) bezeichnet.

Zur optimalen Ausnutzung der kostenintensiven Großbauteilversuche wurde zunächst ein umfangreiches Versuchsprogramm durchgeführt, bei dem auf verschiedenen Positionen in Querrichtung der Platte Einzelradlasten simuliert wurden. Die Belastungen wurden ausschließlich im Bereich elastischer Beanspruchungen durchgeführt. Dabei wurden für die Platten Lagerungsbedingungen sowohl für den einachsigen als auch für den zweiachsigen Lastabtrag geschaffen.

In einem zweiten Schritt wurden Tandemlasten nach DIN-Fachbericht 101 [R3], in Plattenmitte simuliert. Diese Versuche wurden zunächst ebenfalls auf einem elastischen Beanspruchungsniveau unter zweiachsiger und einachsiger Lagerung realisiert. Der Abschluss des jeweiligen Versuchsprogramms bildete ein Traglastversuch bei dem das Lastbild der Tandemlast nach [R3] entsprach. Hierbei wurde jedoch die Höhe der Belastung bis zum Versagen der Platte kontinuierlich gesteigert. Dieser letzte Versuch wurde unter einer einachsigen Lagerungsbedingung in Haupttragrichtung durchgeführt.

Mit den so gewonnen Versuchsdaten stand eine umfassende Datenbasis für weitere Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Hohlplatten und zur Überprüfung der zu entwickelnden mechanischen Modelle und der vorhandenen FE-Modelle zur Verfügung.

## 6.2 Versuchskonfiguration

Im Folgenden werden das Versuchsprogramm und der Versuchsaufbau im Allgemeinen skizziert.

### 6.2.1 Nominelle Geometrien der Hohlplatten

Da die in Kapitel 3 beschriebenen Plattenstreifenversuche zunächst aus vorher gefertigten Hohlplatten größerer Dimensionen generiert wurden, entsprechen die Querschnitte der Platten den Querschnitten der Plattenstreifen AS und BS, vgl. Bild 3.1 - Bild 3.3.

Zur Unterscheidung zwischen Plattenstreifen-Probekörpern und Platten-Probekörpern erfolgt die Benennung der Platten, in dem anstelle des zweiten Buchstaben S für Streifen der Buchstabe P für Platte tritt. Gegenüber den Abmessungen der Querschnittsgeometrien und den genannten Unterschieden in der Schweißdetailausbildung der Plattenstreifen ändert sich bei den Platten lediglich die Länge  $L_x$ . Für die übrigen Geometrieparameter gelten die in 3.2.1 gemachten Angaben, so dass hier lediglich eine tabellarische Zusammenfassung der nominellen Querschnittsparameter der Platten erfolgt, vgl. Tabelle 6.1

Tabelle 6.1: Nominelle Geometrieparameter – Probekörper: Hohlplatten AP und BP

[mm]	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	s	p	$L_x$	$L_y$
AP	12	6	5	200	300	150	3900	3900
BP	10	6	5	200	200	100	3800	3800

Insgesamt standen von jeder Plattengeometrie ein Probekörper und somit zwei Großbauteile zur Verfügung.

### 6.2.2 Versuchsprogramm

Jeder der zwei Plattenquerschnitte AP und BP wurde mit insgesamt zwei verschiedenen Belastungsarten und zwei verschiedenen Lagerungsbedingungen getestet, so dass sich das in Bild 6.1 dargestellte Versuchsprogramm ergab.



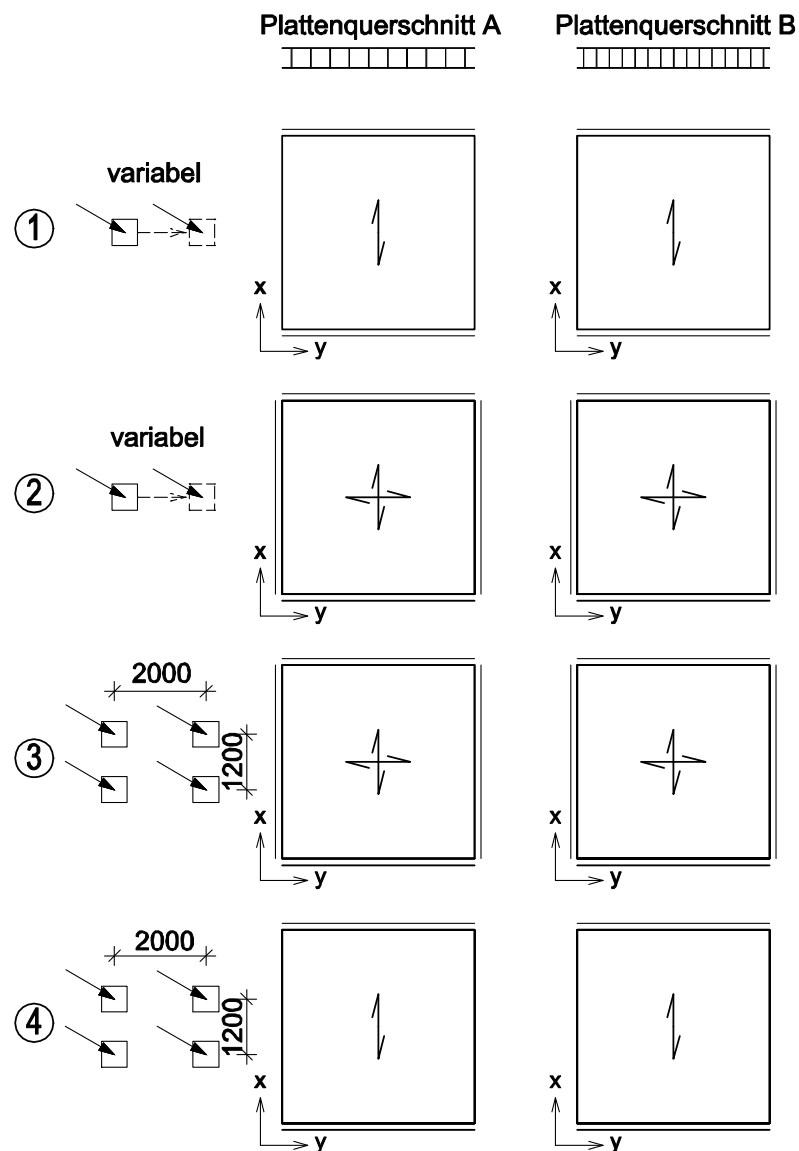


Bild 6.1: Versuchsmatrix Grossbauteilversuche

1. einachsig gespannt (in Richtung der Haupttragrichtung/x-Richtung) mit Simulation einer Einzelradlast in Mitte der Haupttragrichtung und Variation der Lastposition in y-Richtung (elastisches Spannungsniveau)
2. zweiachsig gespannt mit Simulation einer Einzelradlast in Mitte der Haupttragrichtung und Variation der Lastposition in y-Richtung (elastisches Spannungsniveau)
3. zweiachsig gespannt mit Simulation einer Tandem-Last gemäß DIN-Fachbericht 101 in Plattenmitte (elastisches Spannungsniveau)

4. einachsrig gespannt (in Haupttragrichtung/x-Richtung) mit Simulation einer Tandem-Last gemäß DIN-Fachbericht 101 in Plattenmitte (elastisches Spannungsniveau)

Für die Versuchsconfigurationen 1-2 wurden die simulierten Einzelradlasten mit einer Größe von 400 x 400 mm in der Mitte der Haupttragrichtung (x-Richtung) angeordnet und dann stückweise in Richtung der y-Achse über die Platte verschoben. Die Größe der jeweiligen Belastung wurde dabei so gewählt, dass sich die Spannungen voll im elastischen Bereich der jeweiligen Spannungs-Dehnungsbeziehung des verwendeten Materials einstellten. Diese Versuche dienten im Wesentlichen zunächst zum Aufbau einer fundierten Datenbasis zur Untersuchung des lokalen Tragverhaltens im Bereich der Lasteinleitung der simulierten Einzelradlast. Im Bedarfsfall konnten somit die späteren FE-Vergleichsrechnungen bestätigt und mit dem realen Tragverhalten abgeglichen werden.

Die Belastungsgrößen der Versuchsconfigurationen 3 und 4 mit Simulation der Tandemlast nach DIN Fachbericht 101 wurden ebenfalls dem elastischen Bereich angepasst. Bei der abschließenden letzten Versuchsconfiguration wurde dann die Belastung mit dem Lastbild der Tandemlast bis zum Bauteilversagen also bis zur Traglast der Platte gesteigert.

### 6.3 Versuchsaufbau

Die Versuche wurden auf dem Spannfeld des Instituts für Bauforschung der Technischen Universität Dortmund durchgeführt. Hierfür stand ein Prüfgerüst zur Verfügung mit welchem eine Fläche von ca. 5 x 5 Metern mit zwei Pressen von jeweils 1,6 MN bedient werden kann, vgl. Bild 6.2.



Bild 6.2: Prüfgerüst mit 2 x 1,6 MN Prüfzylindern, Institut für Bauforschung TU Dortmund

Da das Verschieben und Einrichten der Pressen mit den dazugehörigen Jochträgern auf Grund deren Massen mit erheblichem Aufwand verbunden war, wurden die Pressen zu Beginn der Versuche in einem Abstand von 2,0 Metern mittig auf der Prüfgerüstfläche ausgerichtet und verspannt, vgl. Bild 6.3.

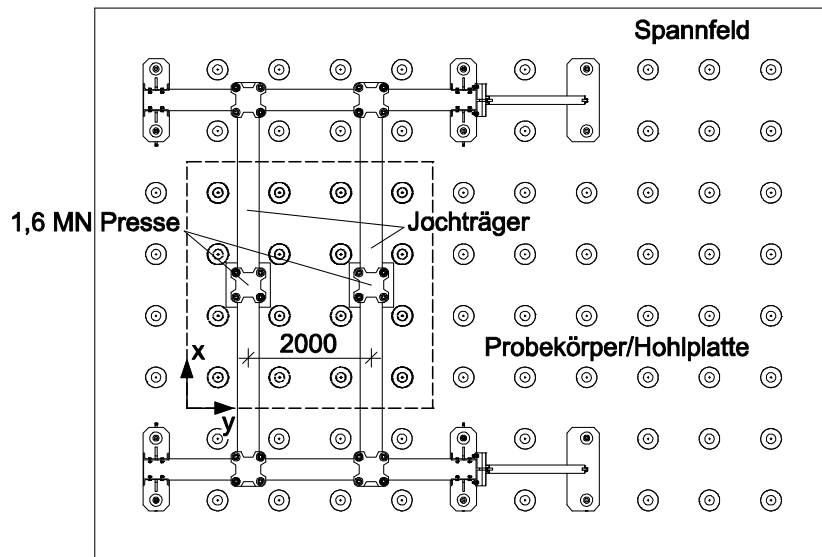


Bild 6.3: Aufsicht Prüfgerüst mit Position der Prüfzylinder

Die Lasteinleitung gemäß der obigen Versuchsmatrix erfolgte dann jeweils mit speziell gefertigten Lasteinleitungskonstruktionen.

#### 6.3.1 Auflagersituation

Die Basis des Versuchsaufbaues wurde aus vier Lagerträgern HEB 500, die entsprechend den gewünschten Lagerachsen der jeweiligen Platte ausgerichtet und auf dem Spannbett verspannt wurden, gebildet. Dabei bestand die Möglichkeit, die Lagerträger parallel zu den Stegen also parallel zur Haupttragrichtung (x-Richtung) der Platte zur Realisierung der einachsigen bzw. zweiachsigen Spannrichtung der Platte wahlweise zu entfernen bzw. zuzustellen, vgl. Bild 6.4.

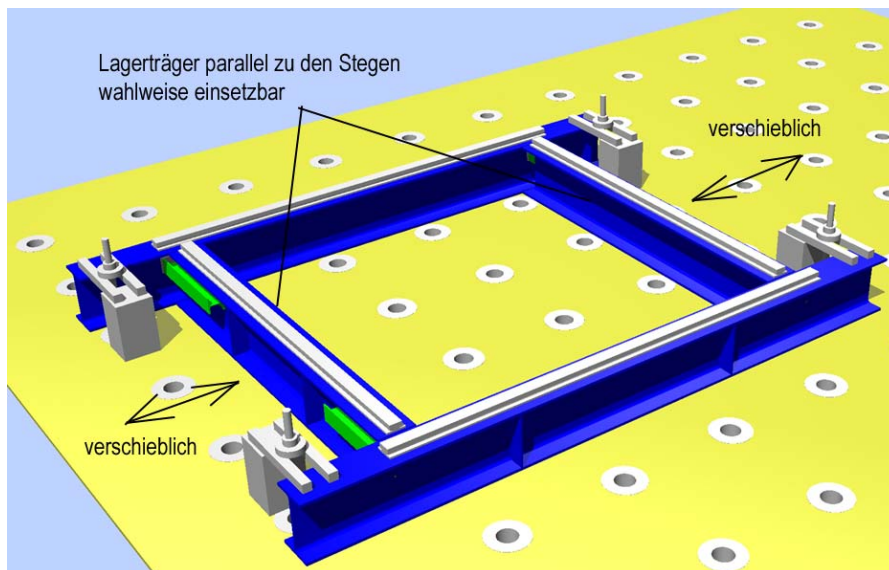


Bild 6.4: Übersicht Lagerträger

Unabhängig von der Spannrichtung wurden die Randlagerungen bei allen Versuchen als gelenkige Randlagerung ausgeführt. Die gelenkige Lagerung wurde durch die Anordnung von Linienkipplagern, die auf den Lagerträgern zunächst ausgerichtet und dann verschraubt wurden, realisiert. Um eventuelle Einflüsse aus Reibung zwischen Probekörper und Linienkipplager zu vermeiden, wurden zwischen der Unterkante der Probekörper und der Oberkante der Linienkipplager PTFE-Folien als Gleitlager angeordnet, vgl. Bild 6.5.

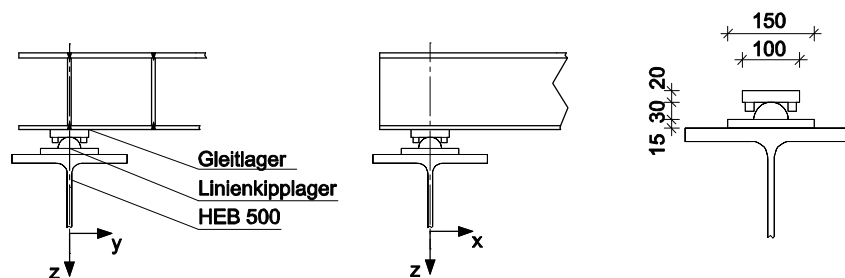


Bild 6.5: Anordnung der Gleit- und Linienkipplager

### 6.3.2 Lasteinleitungskonstruktion

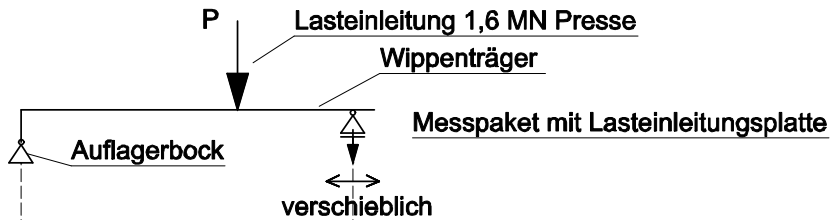
Für die einzelnen Belastungsarten Einzellast und Tandemlast in der oben beschriebenen Versuchsmatrix wurden jeweils unterschiedliche Lasteinleitungskonstruktionen konzipiert, die im Folgenden beschrieben werden.

#### Lasteinleitungskonstruktion – Einzelradlasten:

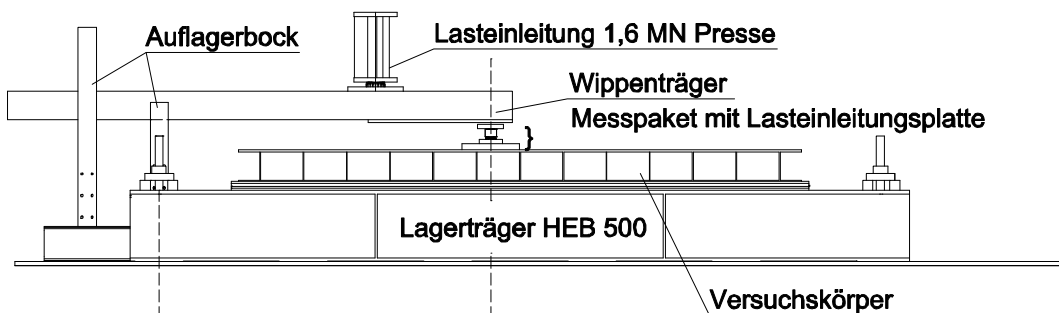
Durch die starre Einrichtung der Pressen im Prüfgerüst im Abstand von 2 m, vgl. Bild 6.3, wurde zur variablen Lasteinleitung der simulierten Einzelradlasten auf

beiden Seiten der Platten jeweils eine Wippenkonstruktion eingesetzt, mit der nahezu jede Lastposition in y-Richtung der Platte realisiert werden konnte. Zur Übersicht halber in Bild 6.6 nur eine Wippenkonstruktion dargestellt.

**STATISCHES SYSTEM:**



**ANSICHT:**



**AUFSICHT:**

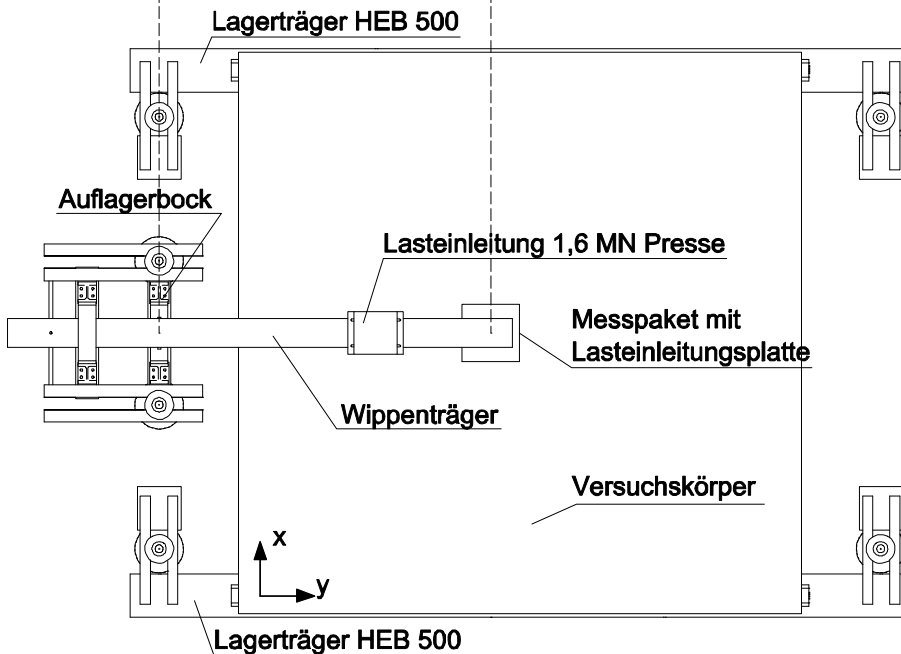


Bild 6.6: Lasteinleitungsstruktur für Einzelradlasten

Durch die unterschiedliche Position der Lasteinleitungsplatte (400 x 400 mm) unterhalb der Wippenkonstruktion und der dadurch bedingten unterschiedlichen

Hebelarme zwischen den Positionen der Lasteinleitungsplatte und der Lasteinleitung des 1,6 MN Prüfzylinders entsprach die ablesbare Last des Zylinders nicht der auf den Versuchskörper einwirkenden, maßgebenden Versuchsbelastung. Durch die Anordnung einer Kraftmessdose direkt oberhalb der Lasteinleitungsplatte konnte die Versuchsbelastung inkl. des jeweiligen Gewichtes der Wippenkonstruktion direkt aufgenommen werden. Zur Vermeidung von durch Reibung verursachten Querlasten wurde zwischen Wippenträger und Lastverteilungsplatte wiederum eine PTFE-Folie angeordnet, vgl. Bild 6.7. Das „Gegenauflager“ des Wippenträgers wurde durch einen Auflagerbock gebildet, der isoliert von den Lagerträgern der Versuchsplatten im Spannfeld verankert wurde.



*Bild 6.7: Lasteinleitung/Messpaket unterhalb des Wippenträgers*

Somit stand für die Versuchskonfigurationen 1-2 eine Lasteinleitungsstruktur nach Bild 6.8 zur Verfügung, mit der während des Versuchsablaufs abhängig von der Position der Lasteinleitungsplatte in y-Richtung die tatsächlich vorhandene Last zuverlässig gemessen werden konnte.



*Bild 6.8: Versuchsaufbau für Einzelradlasten*

### Lasteinleitungsstruktur – Tandemlasten:

### 6.3 Versuchsaufbau

Die Tandemlast aus dem Lastmodell 1 des DIN FB 101 [R3] besteht aus zwei Doppelachsen mit einem Radabstand von 2,0 m (in Plattenquerrichtung) und einem Achsabstand von 1,2 m (in Plattenlängsrichtung). Die Lasteinleitungsflächen betragen wie bei der Einzellast ebenfalls 400 x 400 mm. Das Lastmodell 1 wurde bei allen Platten in Plattenmitte aufgebracht. Auf die zum Lastmodell 1 zugehörigen Flächenlasten wurde aus Gründen der nur schweren versuchstechnischen Umsetzung verzichtet. Bei der Lasteinleitung für diese Versuchskonfigurationen wurde eine Lasteinleitungstraverse (Trägersystem HEA 320) eingesetzt, die die Lasten aus den beiden Pressen 1,6 MN aufnimmt und auf die vier Punkte entsprechend den Abständen der Tandemlast verteilt, vgl. Bild 6.9.

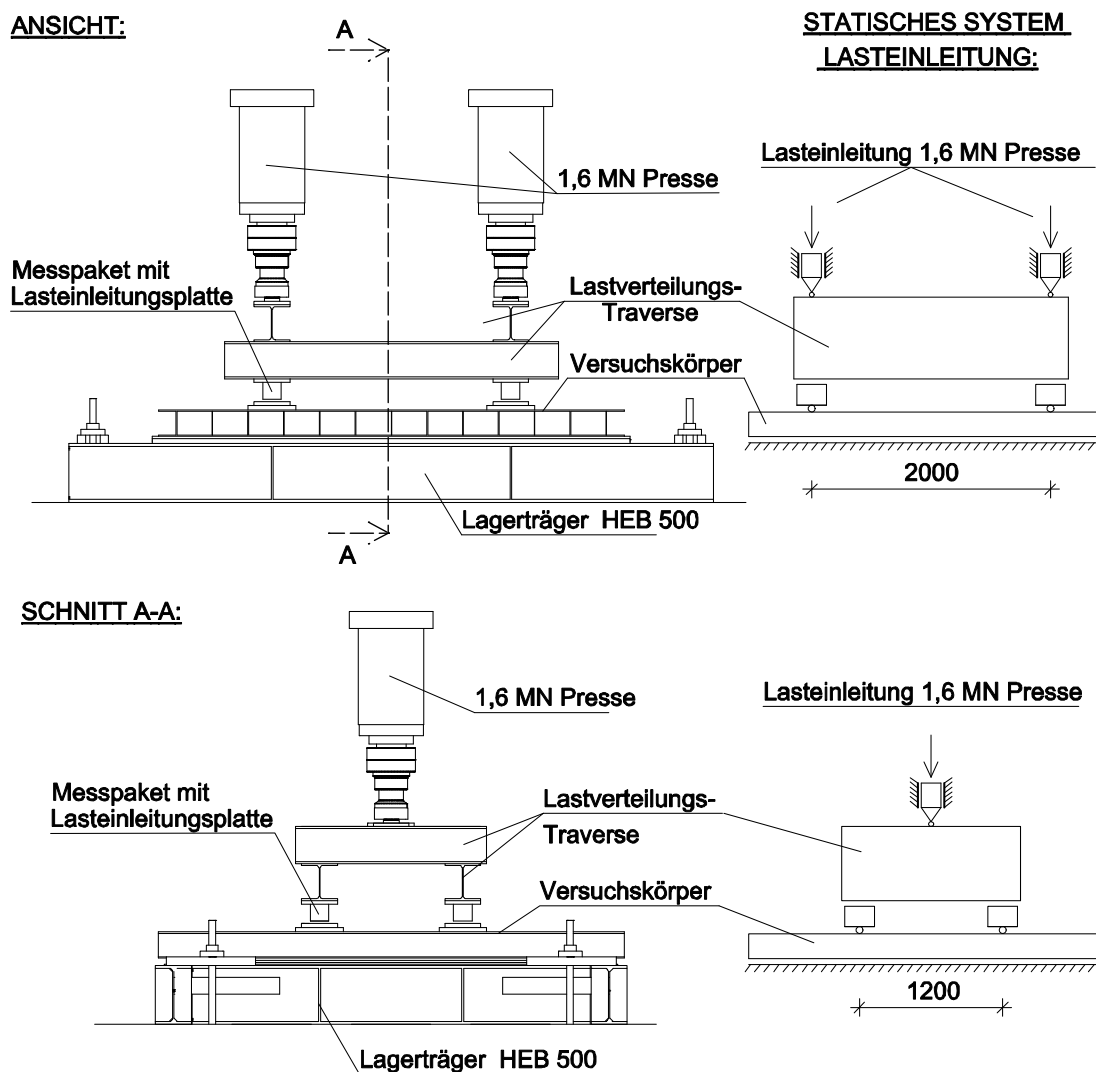


Bild 6.9: Lasteinleitungsstruktur für Tandemlasten

Die Ausführung des Messpakets und der Lasteinleitungsplatte entsprach prinzipiell dem Aufbau gemäß Bild 6.7. Insgesamt ergab sich der gesamte Versuchsaufbau für die Belastungssituation Tandemlasten nach Bild 6.10.



Bild 6.10: Versuchsaufbau für Tandemlasten

### 6.3.3 Messtechnik

Wie auch schon bei den Plattenstreifenversuchen wurde während der Versuchsdurchführung bei den Großbauteilversuchen Messtechnik der Firma HBM verwendet. Auf Grund der verhältnismäßig vielen Messstellen kamen hier jedoch zeitgleich zwei Vielstellenmessanlagen „UPM 60“ zum Einsatz, die in Zeitintervallen von fünf Sekunden die folgenden Größen gemessen haben:

- Globale Verformungen der Platten an diskreten Stellen auf der Ober- und Unterseite der Platte
- Dehnungsverläufe  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$  an diskreten Stellen des oberen und unteren Deckbleches
- Größe der aufgebrachten Last
- Vertikale Verformung des Lasteinleitungspunktes

Die gemessenen Werte wurden von den Vielstellenmessanlagen auf einen PC übertragen und mittels der Software CATMAN 5.0 [S6] digital zur weiteren Verarbeitung aufgezeichnet. Die direkte graphische Darstellung der Lastgrößen in Kombination mit bestimmten Verformungs- und Dehnungsgrößen auf einem Bildschirm diente der Überwachung der Versuche.



6.3.3.1 Messung der Verformungen

Für die Verformungsmessung auf der Oberseite der Platte kamen je nach Versuchskonfiguration bis zu 14 induktive Wegaufnehmer der Firma HBM zum Einsatz. Die Wegaufnehmer wurden entsprechend ihrem Messbereich nach den zu erwartenden Größenordnungen der Verformungen auf der Platte eingesetzt. Dabei wurden die Wegaufnehmer mittels Magnetstativen auf Messträgern positioniert, die unabhängig vom Versuchsaufbau und ohne Kontakt zur Platte gelagert wurden. Für die Verformungsmessung auf der Unterseite der Platte wurden insgesamt neun Positionssensoren (Seilwegaufnehmer) vom Typ WS10SG der Firma ASM mit einem maximalen Messweg von 750 mm eingesetzt.

Für jeden Plattenquerschnitt mit entsprechender Versuchskonfiguration wurde ein Datenblatt erstellt, auf dem die entsprechenden Positionen der Wegaufnehmer tabellarisch und grafisch dargestellt sind. Dabei werden die Positionen der Wegaufnehmer zum einen auf den Plattennullpunkt (x-,y-Maße, Systempunkt auf Eckpunkt der Platte) bezogen und zum anderen auf den Nullpunkt der Systemlinien der Linienkipplager (kx-, ky-Maße) vgl. Bild 6.11.

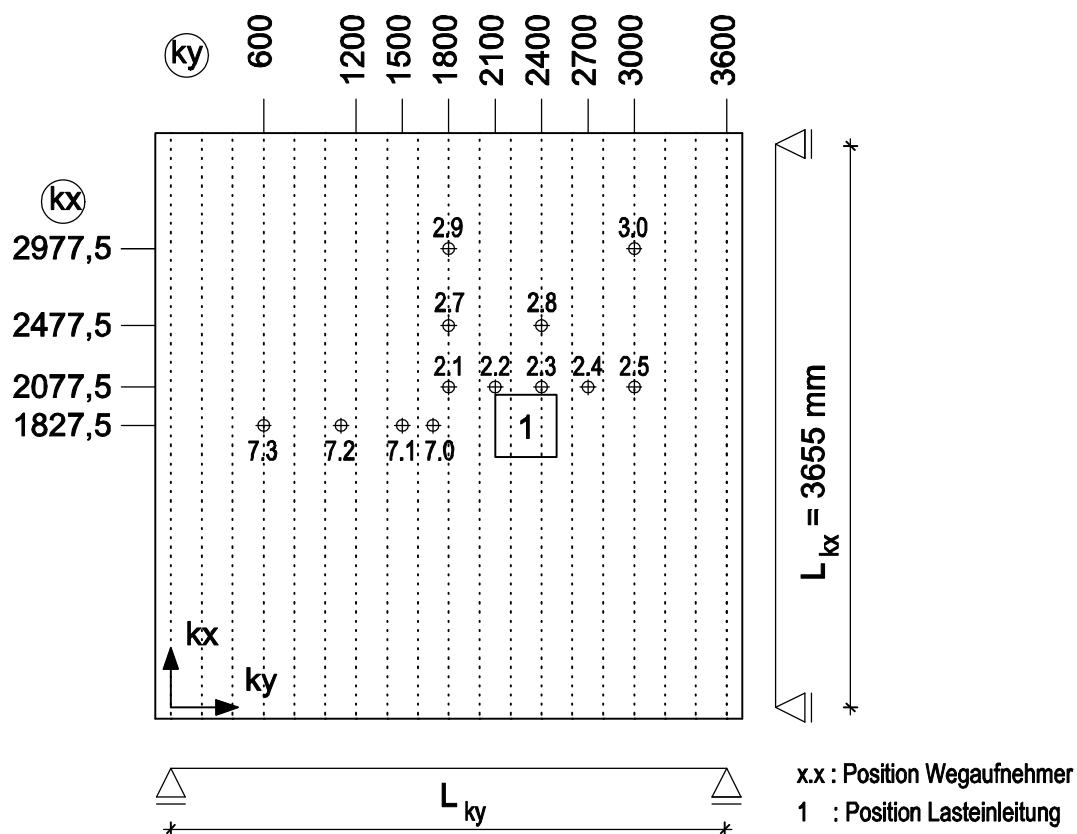


Bild 6.11: Dokumentation – Position der Wegaufnehmer Probekörper BP

### 6.3.3.2 Messung der Dehnungen

Für die Dehnungsmessung während der Versuche wurden ausschließlich Dehnungsmessstreifen (DMS) vom Typ 1-XY11-6/120 der Firma HBM verwendet, mit denen gleichzeitig die Dehnungen in zwei zueinander senkrechten Richtungen gemessen werden konnten. Die Orientierung der Dehnungsmessstreifen wurde so gewählt, dass die Dehnungen in Richtung der Stege also in Haupttragrichtung und senkrecht zu den Stegen folglich in Quertragrichtung gemessen wurden. Insgesamt wurden auf den Oberseiten der Platten an bis zu 21 Stellen und auf den Unterseiten der Platten an 7 Stellen DMS appliziert. Die Dokumentation der Positionen der Messstellen erfolgt analog der Darstellung in Bild 6.11.

### 6.3.3.3 Erfassung des Lastniveaus

Für die Versuche mit den simulierten Einzelradlasten kamen Kraftmessdosen der Firma HBM (Typ C6A) mit einer maximalen Kraft von 500 kN zum Einsatz. Die Erfassung des Lastniveaus bei den Versuchen mit simulierten Tandemlasten erfolgte mit vier Kraftmessdosen der Firma HBM (Typ C6) mit einer maximalen Last von 1000 kN. Parallel zur Messwerterfassung der hier benannten Kraftmessdosen wurden zusätzlich zu Kontrollzwecken die Messwerte der in den 1,6 MN-Pressen integrierten Kraftmessdosen des Prüfgerüsts aufgenommen.

### 6.3.3.4 Ermittlung der Materialeigenschaften

Die in Tabelle 3.3 angegebenen Materialeigenschaften gelten sowohl für die Probekörper der Plattenstreifen als auch für die Probekörper der Hohlplatten.

### 6.3.3.5 Abmessungen der Versuchskörper

Die Abmessungen der Platten in Querrichtung entsprachen den Abmessungen der dazugehörigen Probekörper der Plattenstreifen. Unter einem geringen Verlust an Genauigkeit wurde dabei unterstellt, dass sich die Querschnittsabmessungen über die gesamte Plattenlänge nicht ändern.

## 6.4 Versuchsablauf/Versuchsergebnisse

Für eine detaillierte Beschreibung der Versuche bzw. der Auswertung und Interpretation der einzelnen Versuchsergebnisse der oben skizzierten Versuchsmatrix insbesondere der Traglastversuche wird an dieser Stelle auf [44] verwiesen. Da im Rahmen dieser Arbeit die weiteren Untersuchungen von Platten ausschließlich auf einem elastischen Spannungsniveau durchgeführt werden, werden die Ergebnisse der hier vorgestellten Versuche aus [44] im Folgenden lediglich dazu genutzt, das in Kapitel 4 entwickelte FE-Modell für die weiteren Analysen ganzer Plattenstrukturen zu überprüfen bzw. zu modifizieren.

## 6.5 Überprüfung/Modifikation des FE-Modells an Versuchsergebnissen der Web-Core-Sandwichplatten

### 6.5.1 Überprüfung des FE-Modells für Plattenberechnungen

Für die Vergleichsrechnungen der Plattenversuche wird das in Kapitel 4 für die Berechnung der Plattenstreifen entwickelte FE-Modell in Plattenlängsrichtung erweitert und die Lagerungsbedingungen den Auflagersituationen aus den Großbauteilversuchen angepasst. Dabei erfolgte die generelle Überprüfung des FE-Modells auch auf die Anwendung ganzer Plattenstrukturen in [44], [9], [15] und [18], so dass hier der Vergleich der Ergebnisse auszugsweise an einer Einzelradlast von 120 kN erfolgt, vgl. Bild 6.12 und Bild 6.13. Die Lastposition sowie die Position der einzelnen Auswertungsschnitte für den Vergleich der FE-Ergebnisse mit den in den Versuchen gemessenen Werten können dabei Bild 6.11 entnommen werden.

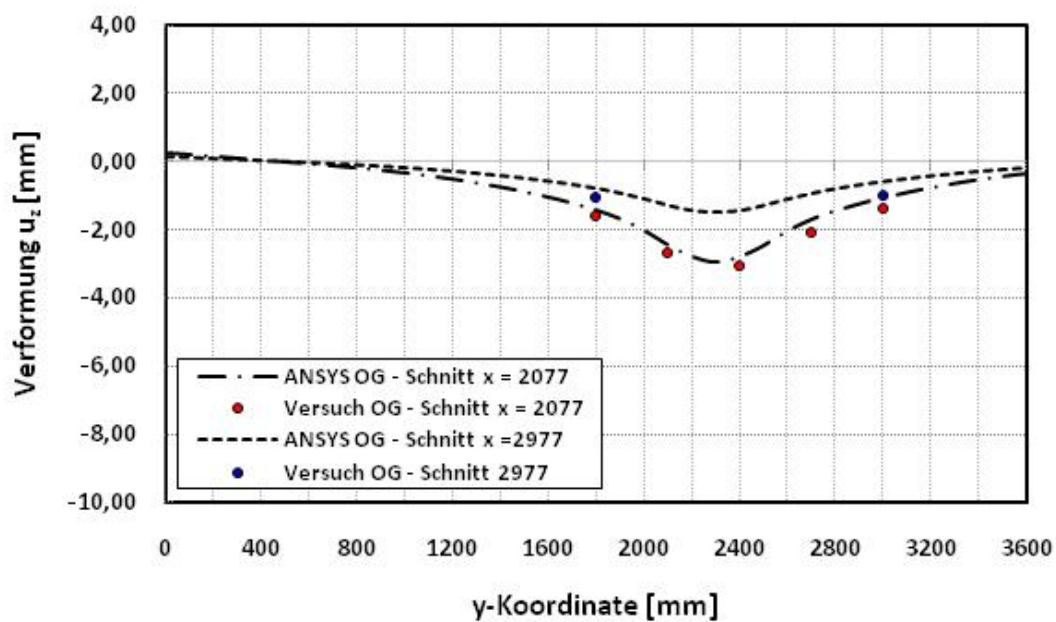


Bild 6.12: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Verformungen – Platte B, 120 kN Lastposition  $k_x/k_y = 1827/2300$

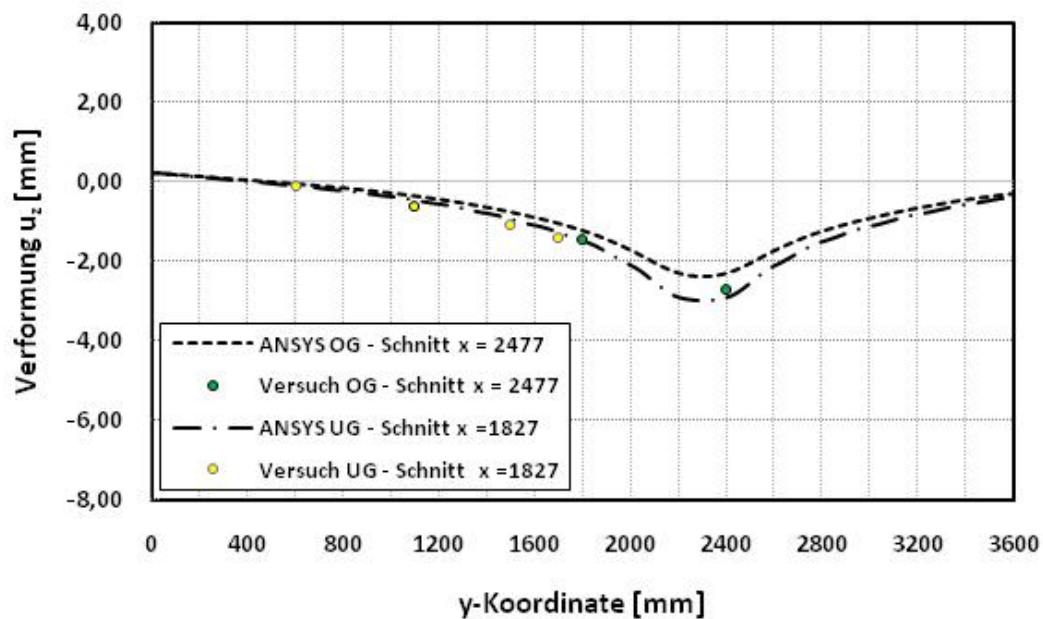


Bild 6.13: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Verformungen – Platte B, 120 kN Lastposition  $k_x/k_y = 1827/2300$

Der Vergleich der Verformungen in Bild 6.12 und Bild 6.13 zeigt insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung der FE-Ergebnisse mit den Versuchsergebnissen. Zwar sind im einzelnen Abweichungen von 22% zu verzeichnen, in absoluten Verformungsunterschieden zwischen FE-Berechnung und Versuchsergebnissen ausgedrückt ist das aber lediglich ein Abweichung von 0,4 mm, was in Anbetracht der Messgenauigkeit der Wegaufnehmer und der Gesamtdimension der Platten eine sehr gute Übereinstimmung bedeutet.

Der Vergleich der Deckblechdehnungen an der Oberkante des oberen und der Unterkante des unteren Deckbleches erfolgt in Bild 6.14 und Bild 6.15.

## 6.5 Überprüfung/Modifikation des FE-Modells an Versuchsergebnissen der Web-Core-Sandwichplatten

---

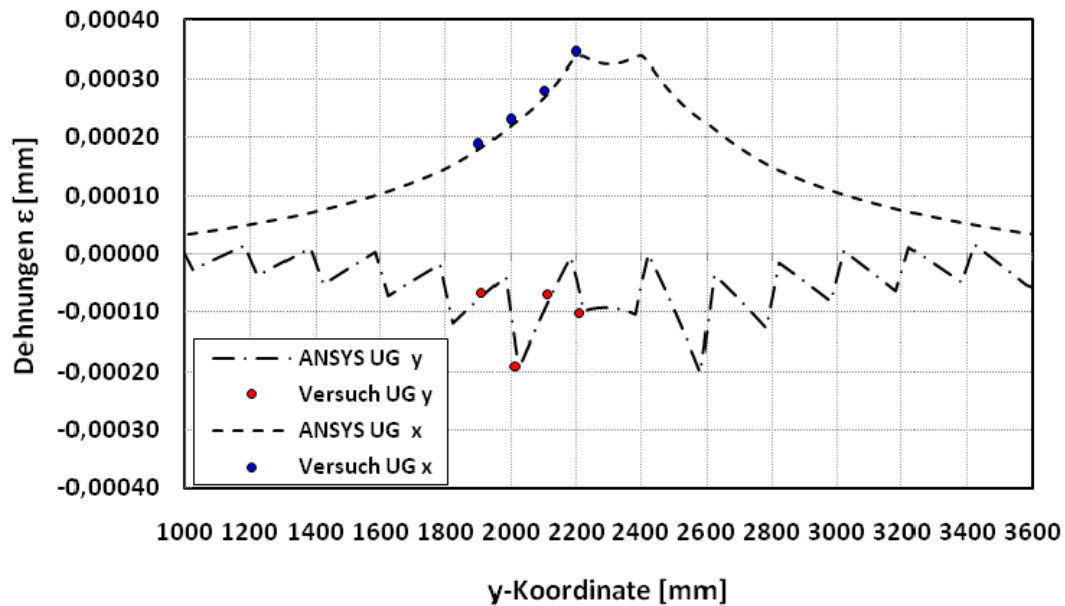


Bild 6.14: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Deckblechdehnungen im Schnitt  $k_x=1827$  – Platte B, 120 kN, Lastposition  $k_x/k_y = 1827/2300$

Während die Dehnungen in Haupttragrichtung (x-Richtung) sowohl am oberen als auch am unteren Deckblech mit Hilfe des FE-Modells sehr gut abgebildet werden können, weichen die in den Versuchen gemessenen Dehnungen in Querrichtung (y-Richtung) insbesondere an den Stützstellen der Stege mit den Deckblechen im Bereich großer Dehnungsgradienten stark von den Dehnungen der FE-Berechnung ab, vgl. Bild 6.15, y-Koordinate=2000.

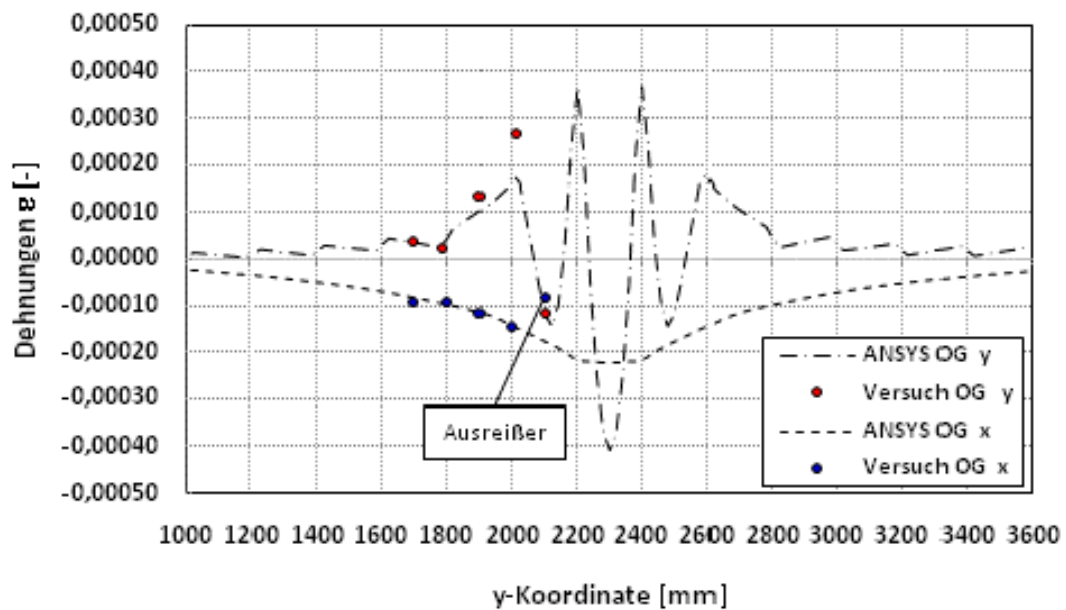


Bild 6.15: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Deckblechdehnungen im Schnitt  $k_x=1827$  – Platte B, 120 kN, Lastposition  $k_x/k_y = 1827/2300$

Die Übereinstimmung der FE-Ergebnisse mit den in den Plattenstreifenversuchen im Bereich der Deckblech-Steg-Verbindungen gemessenen Dehnungen, vgl. Kapitel 4.3, konnte nur bei entsprechender Wahl der Elementgröße erzielt werden. Die hier dargestellten Ergebnisse wurden zunächst mit einer Elementgröße von 20 mm gerechnet.

Das Problem bei dieser Elementgröße besteht jedoch darin, dass insbesondere im Bereich großer Dehnungsgradienten die Integration über eine relativ große Elementlänge dazu führen kann, dass die absoluten Dehnungs- bzw. Spannungsspitzen eventuell nicht sauber abgebildet werden können, vgl. Bild 6.16.

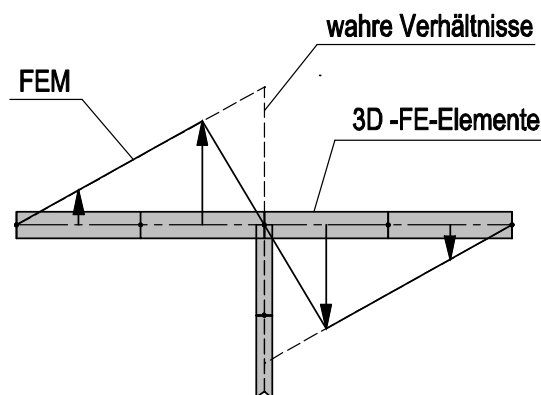


Bild 6.16: Integration der Ergebnisse über Elementlänge innerhalb einer FE-Berechnung und tatsächliche Spannungen in der realen Struktur

Die Berechnung ganzer Plattenstrukturen mit einer Elementgröße von z.B. 2 mm ist jedoch auf Grund begrenzter Prozessorkapazitäten nicht möglich und ist auch prinzipiell nicht nötig, da die großen Abweichungen zwischen der FE-Berechnung und den Versuchsergebnissen lediglich im Bereich großer Dehnungsgradienten folglich im unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung bzw. direkt über den Stegen auftreten, was unmittelbar an den in Bild 6.16 dargestellten Zusammenhängen liegt. Es ist also ausreichend, den Bereich der Lasteinleitung feiner zu vernetzen, in dem große Dehnungs-/Spannungsgradienten zu erwarten sind. Für den nicht unmittelbar betroffenen Bereich der Lasteinleitung kann mit einem gröberen Netz gerechnet werden.

Vor dem Hintergrund weiterer FE-Parameterstudien bietet sich für die Lösung dieser Problematik die Verwendung der Submodell-Technik an, auf die im Folgenden kurz eingegangen wird.

### 6.5.2 Modifikation des FE-Modells/Anwendung der Submodelltechnik

Das Prinzip der Submodelltechnik in Verbindung einer strukturmechanischen Analyse besteht im Wesentlichen aus zwei Schritten. Im ersten Schritt wird zunächst die gesamte Struktur der Platte mit einem angemessenen Vernetzungsgrad berechnet. Dieses Modell sollte ausreichend fein vernetzt sein um adäquate Verformungen berechnen zu können (Grobmodell). Im Allgemeinen werden mit diesem Netz jedoch die Spannungen nicht ausreichend genau berechnet. Im zweiten Schritt erfolgt dann die Modellierung eines separaten Ausschnittmodells des maßgebenden Bereiches, in dem die Spannungen genau berechnet werden sollen. Da es sich hierbei lediglich um einen kleinen Ausschnitt der ganzen Platte handelt, kann dieser entsprechend fein vernetzt werden (Submodell). Die Kopplung der beiden Modelle erfolgt, indem zunächst die Berechnung am Grobmodell durchgeführt wird. Aus den Ergebnissen dieser Grobmodellberechnung werden Verformungen ausgelesen, die auf die Randknoten des Submodells aufgebracht werden. Anschließend erfolgt unter Berücksichtigung dieser Randverzerrungen die Berechnung am Submodell, welches auf Grund der feinen Vernetzung genauere Dehnungs- und Spannungsergebnisse liefert, vgl. [22].

Durch die oben genannten Vergleichsrechnungen zeigte sich, dass die Berechnung der Platten im Grobmodell bei einer Elementgröße von 20 x 20 mm zu realitätsnahen Verformungsgrößen führt. Im Anschluss daran erfolgt die Dehnungs-/Spannungsberechnung am Submodell, wobei sich die Vernetzung des oberen Deckbleche bereichsweise mit einer Elementgröße von 1 x 1 mm als optimaler Kompromiss zwischen der Güte der Ergebnisse und der Modellierungszeit für des FE-Netz und der Rechenzeit selber herausstellte, vgl. Bild 6.17.

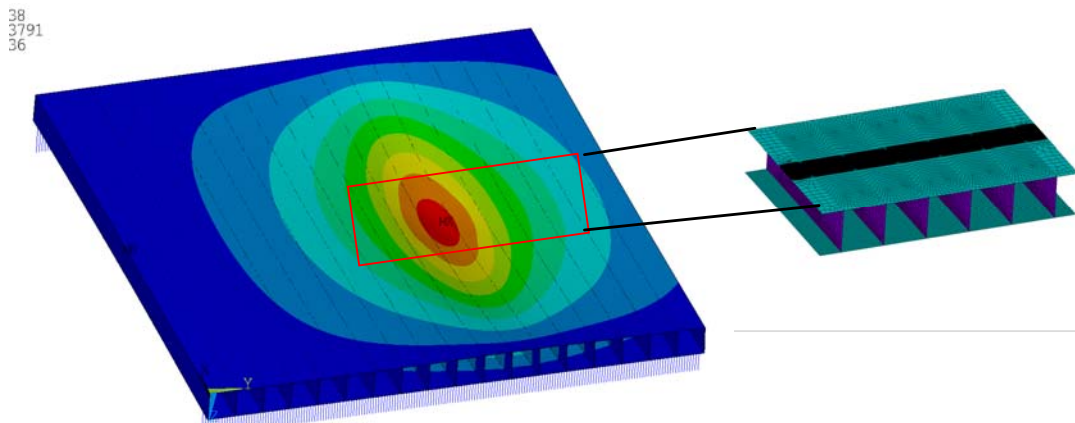


Bild 6.17: Prinzip Plattenberechnung mit fein vernetztem Submodell für Detailberechnung

Für die oben angegebene Vergleichsrechnung ergeben sich z.B. mit der Submodelltechnik und der hier beschriebenen Kombination der Netzfeinheit von  $10 \times 10 / 1 \times 1$  [mm] für die Dehnungen im oberen Deckblech die Ergebnisse nach Bild 6.18.

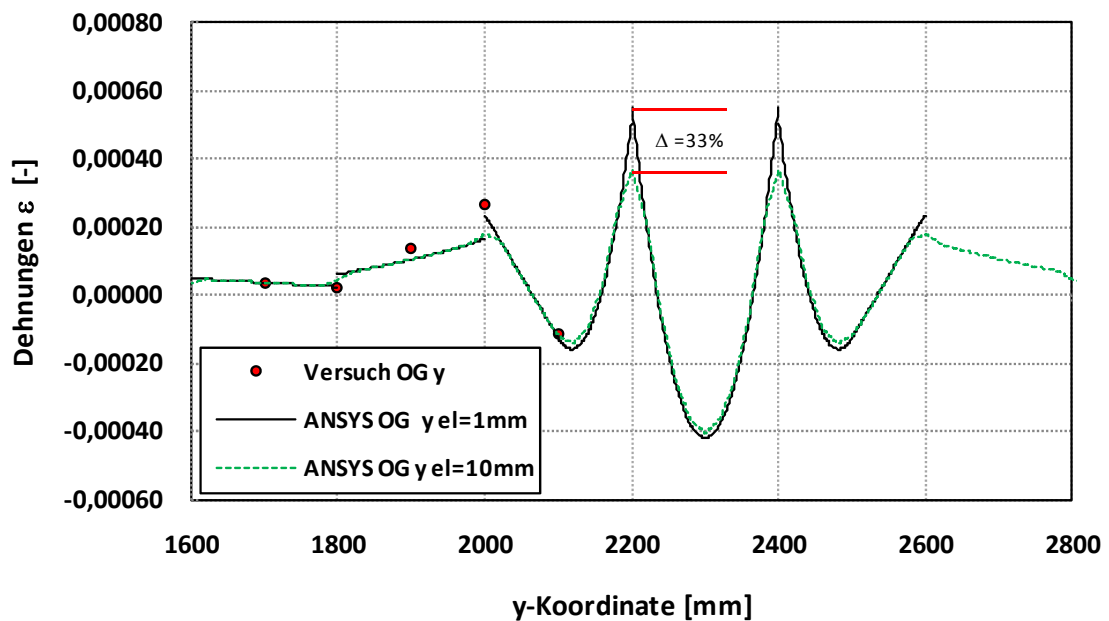


Bild 6.18: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleich der Deckblechdehnungen im Schnitt  $k_x=1827$  – Platte B, 120 kN, Lastposition  $k_x/k_y = 1827/2300$  mit Variation der Elementgröße

Insgesamt entsprechen die mit der Submodelltechnik errechneten Dehnungen über die gesamte Plattenbreite den in den Versuchen gemessenen Dehnungen, vgl. y-Koordinate = 2000 in Bild 6.15 und Bild 6.18



Prinzipiell zeigt Bild 6.18 den Einfluss der Netzfeinheit im Bereich großer Dehnungsgradienten. In der hier dargestellten Vergleichsrechnung werden die Dehnungen bei der ursprünglichen Elementgröße von 10 mm um bis zu 33 % unterschätzt, vgl.  $y$ -Koordinate=2200 und 2400.

Für die weiteren Untersuchungen wird davon ausgegangen, dass das hier beschriebene 3D-FE-Modell unter Anwendung der Submodelltechnik mit der hier angegebenen Netzfeinheit, welches sowohl an den Ergebnissen der Plattenstreifenversuche als auch an den Ergebnissen der Plattenversuche kalibriert wurde, realitätsnahe Ergebnisse liefert.

## 6.6 Zusammenfassung

Im Rahmen von [44] wurden zwei verschiedenen Plattengeometrien unter verschiedenen Lagerungsbedingungen und Belastungsbedingungen in einem umfangreichen Versuchsprogramm experimentell untersucht.

Ziel der experimentellen Untersuchungen war es, neben der Ermittlung des Versagensmodus von Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Einzellasten, vgl. [44], die entwickelten FE-Modelle unter Berücksichtigung der am realen Bauteil gemessenen Geometrien und den tatsächlich ermittelten Materialeigenschaften auch für die Anwendung auf ganze Plattenstrukturen zu überprüfen. Hierbei zeigte sich, dass insbesondere im Bereich der Lasteinleitung für eine realitätsnahe Abbildung der steginduzierten Dehnungen in Querrichtung an den Stützstellen der Deckbleche durch die Stege ein sehr feiner Vernetzungsgrad des FE-Modells erforderlich ist. Da weder der Aufbau des FE-Modells noch die Berechnung der Platte mit dieser Netzfeinheit mit den zur Verfügung stehenden Rechnerkapazitäten in vertretbaren Analysezeiten möglich ist, wird auf die Submodelltechnik zurückgegriffen, bei der eine grob vernetzte Plattenberechnung mit einer Berechnung des relevanten, fein vernetzten Detailbereiches der Platte gekoppelt wird. Insgesamt konnte somit ein an realen Bauteilversuchen kalibriertes FE-Modell für eine detaillierte Analyse ganzer Plattenstrukturen entwickelt werden. Mit dem in diesem Kapitel beschriebenen Versuchsprogramm wurde somit sowohl eine umfangreiche Datenbasis für die Kalibrierung der eigenen FE-Modelle, als auch für weitere Forschungsarbeiten zur Verfügung gestellt.



# 7 Homogenisierte Berechnung von Web-Core-Sandwichplatten unter Berücksichtigung dicker Deckbleche

## 7.1 Allgemeines

In Kapitel 2 wurden die verschiedenen Anteile der Deckblechspannungen in Querrichtung und deren Berechnungsmöglichkeit ausführlich diskutiert. Diese Anteile lassen sich wie folgt grob gliedern:

- Spannungen aus der globalen Biegetragwirkung (hauptsächlich Membranspannungen in den Deckblechen)
- Steginduzierte Spannungen aus dem Lastabtrag der Querkraft  $Q_y$  (lokale Biegespannungen an den Steg-Deckblech Anschlüssen aus Rahmen-tragwirkung)
- Deckblechspannungen aus der Mitwirkung des Deckbleches „Thick-Face-Plate-Effect“
- Deckblechspannungen aus Lasteinleitungseffekten unter konzentrierten Radlasten (Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches in Querrichtung)

In den Kapiteln 2.6 - 2.7 wurde eine Berechnungsmöglichkeit vorgestellt, bei der mit Hilfe von zwei über die vertikale Verformung gekoppelten, FE-Netzen die Effekte des schubweichen Kerns und die Effekte dicker Deckbleche im Rahmen einer homogenisierten Berechnung prinzipiell berücksichtigt werden kann. Die Deckblechspannungen auf Grund der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen in Querrichtung unter konzentrierten Radlasten wurden dabei mit einem zusätzlichen FE-Modell ermittelt.

Unabhängig von dem relativ hohen Aufwand des Verfahrens im Hinblick auf die Modellierung der einzelnen FE-Modelle und im Hinblick auf die Überlagerung der einzelnen Verzerrungsanteile und die aus den Verzerrungen zurückzurechnenden Spannungen lassen sich mit dieser Vorgehensweise die einzelnen Anteile, die über den jeweiligen Tragmechanismus abgetragen werden, in Abhängigkeit der Geometrieparameter der Platte und den daraus resultierenden Querschnittswerten untersuchen.

Das Berechnungsbeispiel aus [34] anhand einer flächig belasteten, allseitig gelagerten und allseitig eingespannten Platte, vgl. Bild 2.33, zeigt weiterhin, dass die Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ bei der dort untersuchten Kombination von Querschnittsgeometrie und Lastfall kaum relevante Größenordnungen

erreichen und somit theoretisch auch vernachlässigt werden könnten. Im veröffentlichten Beispiel aus [36] einer allseitig gelenkig gelagerten Platte für den Lastfall „konzentrierte“ Radlast, vgl. Bild 2.38, ist die Größe der Spannungsanteile aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ nicht direkt ablesbar, da sie zusammengefasst mit den steginduzierten Spannungen abgebildet sind.

Während man davon ausgehen kann, dass die Spannungskomponenten aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ bei der Berechnung ausschließlich querorientierter Web-Core-Plattenstreifen prinzipiell zu berücksichtigen sind, stellt sich die Frage, ob dieser Einfluss bei der Berechnung von Plattenstrukturen bei einem kombinierten Lastabtrag in Haupt- und Querrichtung eventuell in einer zu vernachlässigenden Größenordnung liegt. Diesbezügliche Untersuchungen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Querschnittsparameter sind nicht bekannt, so dass zunächst dieser Fragestellung nachgegangen wird.

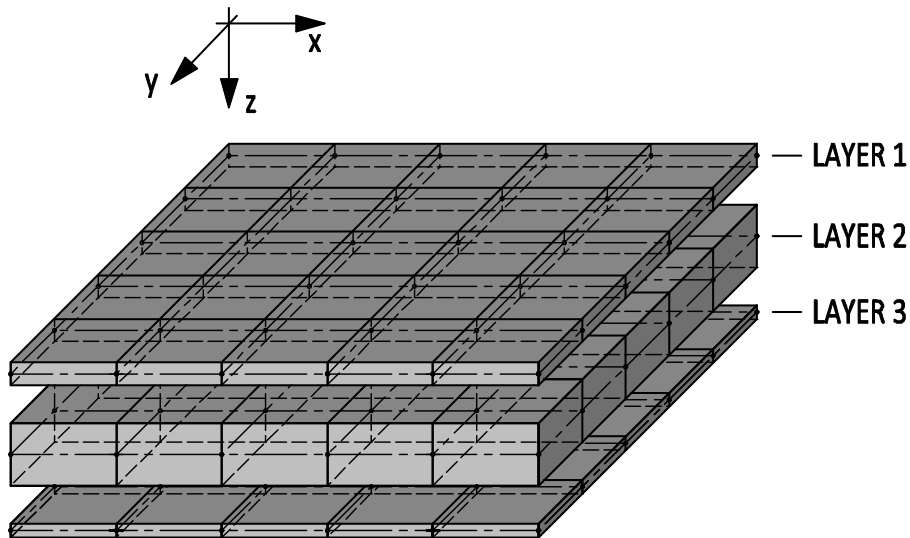
## 7.2 Berechnungsstruktur

Für die Berechnung von homogenisierten Web-Core-Sandwichplatten mit Berücksichtigung des Einflusses dicker Deckbleche wird im Folgenden in ähnlicher Weise vorgegangen wie in [34] und [36] und eine Berechnungsstruktur aufgebaut, mit der die einzelnen Einflüsse mit Hilfe der zuvor beschriebenen Kombination einer homogenisierten FE-Plattenberechnung und einem diskreten FE-Modell zur Berücksichtigung der lokalen Lasteinleitungseffekte untersucht werden können.

### 7.2.1 FE-Layer-Modell

Für die homogenisierte Plattenberechnung wird ein FE-Modell bestehend aus drei verschiedenen „Layern“ (Ebenen) aus Schalen-Elementen modelliert, vgl. Bild 7.1. Hierbei kommen wieder die in Kapitel 4.2 beschriebenen Shell181-Elemente zum Einsatz, vgl. Bild 4.1. Die „Layer eins“ und „drei“ repräsentieren dabei die beiden Deckbleche mit einer homogenen Materialverteilung und schubstarren Eigenschaften und entsprechen somit der in Kapitel 2.7 beschriebenen „Kirchhoff-Platte“. Dem „Layer zwei“ werden die homogenisierten (globalen) Steifigkeiten unter Berücksichtigung der Schubweichheit des inhomogenen Kerns der Web-Core-Sandwichplatte zugeordnet. Hierbei wird für die Berücksichtigung der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  die in Kapitel 5 modifizierte Querschubsteifigkeit zur Berücksichtigung unterschiedlicher Deckblechdicken und unterschiedlicher Verbindungssteifigkeiten für die Anschlüsse des oberen Deckbleches und für die Anschlüsse des unteren Deckbleches an die Stege verwendet. Dieser Layer entspricht somit der in Kapitel 2.7 beschriebenen „Reissner-Mindlin-Platte“. Alle drei Layer werden mit einem gleich großen Knoten- bzw. Elementnetz modelliert, so

dass die übereinander liegenden Knoten in der Plattenberechnung über eine gemeinsame vertikale Verformung gekoppelt werden können.



*Bild 7.1: ANSYS „Layer-Modell“ – für homogenisierte Plattenberechnung*

Das Prinzip der Zuordnung der jeweiligen Steifigkeiten zu den entsprechenden Layern des homogenisierten FE-Plattenmodells mit Angabe der Nummerierung der jeweils verwendeten Formel kann Bild 7.2 entnommen werden.

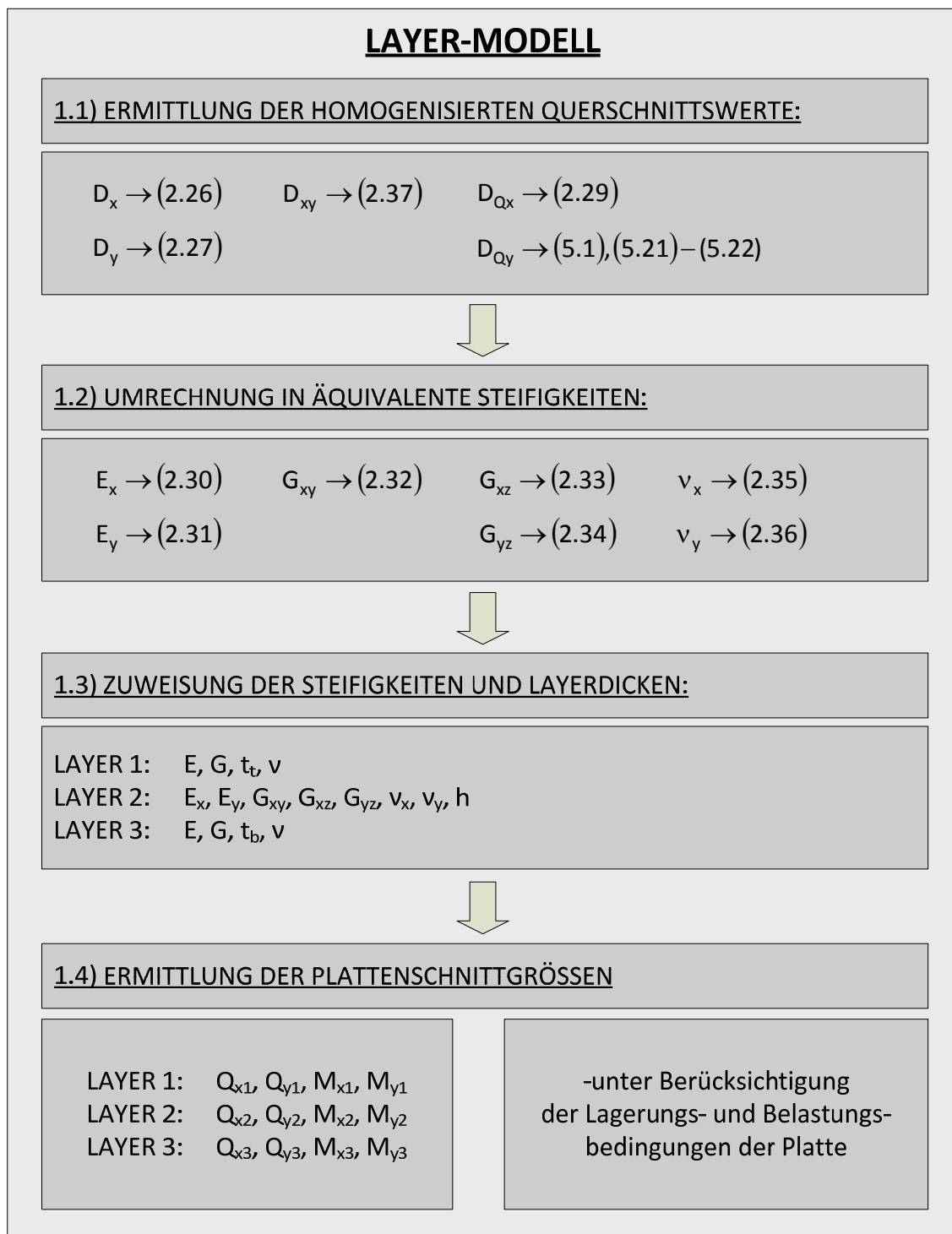


Bild 7.2: Prinzip der Zuordnung der Steifigkeiten zu den einzelnen Layern des FE-Modells, Arbeitsschritte zur Berechnung homogenisierter Plattenschnittgrößen unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“

Mit den so ermittelten Schnittgrößen der einzelnen Layer erfolgt die Spannungsberechnung. Hierfür wurden die Schnittgrößen aus ANSYS ausgelesen und mit Hilfe des Tabellenkalkulationsprogramms EXCEL [S6] ausgewertet. Das Bearbei-

tungsschema der aus diesen Schnittgrößen ermittelten Spannungen entspricht dabei im Wesentlichen dem in Bild 7.3 abgebildeten Ablauf.

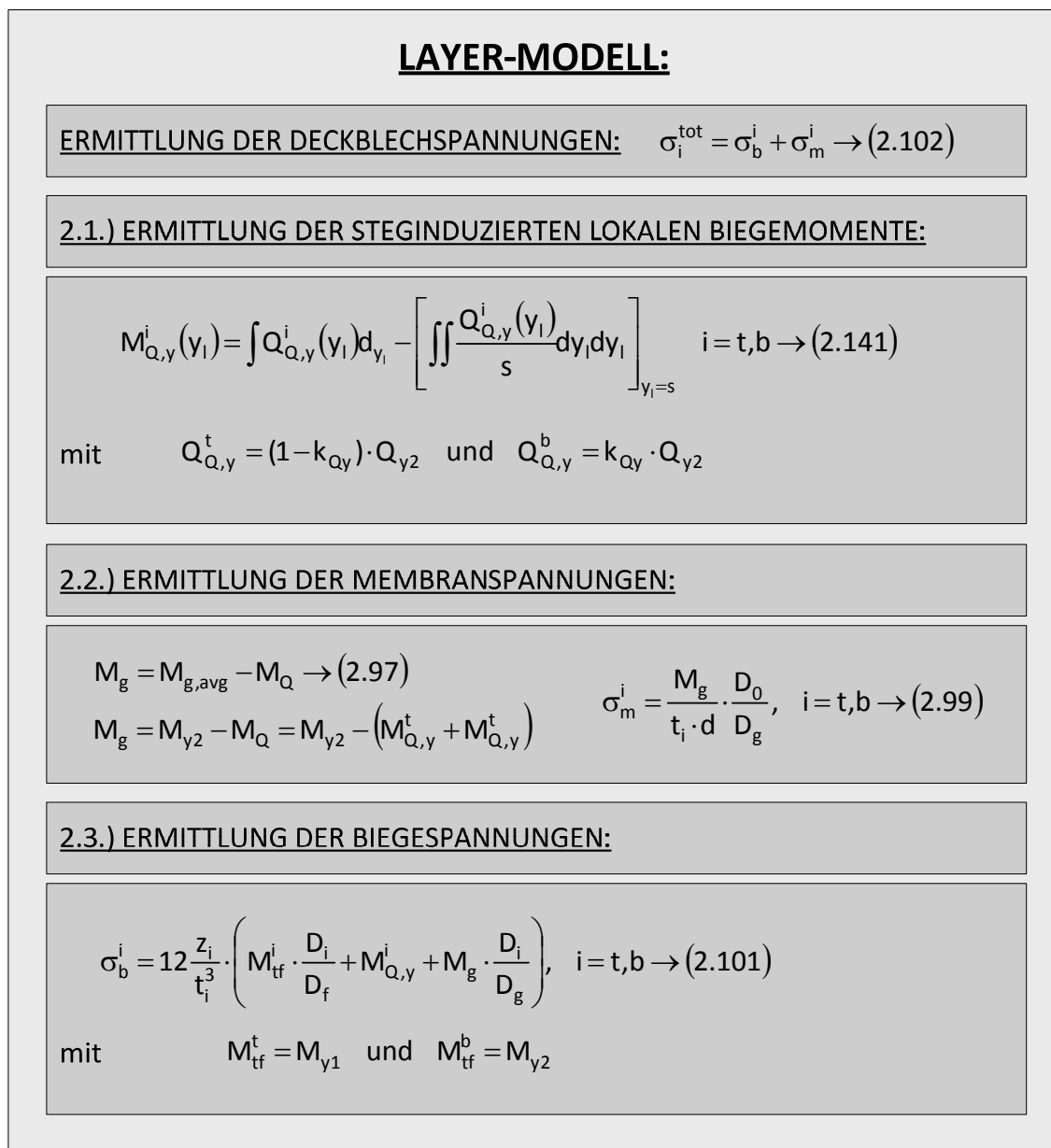


Bild 7.3: Prinzip – Arbeitsschritte zur Spannungsermittlung aus homogenisierten Plattenschnittgrößen unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“

Zunächst erfolgte die Rückrechnung der steginduzierten Momente aus der Querkraft des 2. Layers  $Q_{y2}$ . Hierfür werden die Querkräfte zwischen den Stegen jeweils bereichsweise integriert, vgl. Bild 7.3-2.1.

Das globale Moment  $M_g$  ließ sich aus der Schnittgröße  $M_{y2}$  unter Berücksichtigung der zuvor berechneten steginduzierten Momente gemäß Bild 2.20 ermitteln, so

dass die aus dem globalen Moment resultierenden Membranspannungen in den Deckblechen berechnet werden konnten, vgl. Bild 7.3-2.2.

Die Deckblechspannungen setzen sich dann schließlich insgesamt aus den im Kapitel 2.5 diskutierten Anteilen zusammen, vgl. Bild 7.3-2.3.

### 7.2.2 Lokales Ausschnittmodell

Das lokale Ausschnittmodell zur Berücksichtigung der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen unterhalb der Radlast entspricht dem in Kapitel 4.2 bzw. 6.5.2 beschriebenen 3D-FE-Modell, wobei ähnlich dem in 6.5.2 beschriebenen Submodell lediglich der unmittelbar betroffene Lasteinleitungsbereich mit einem angemessen berücksichtigten Randbereich modelliert wird. Zur Ermittlung der Spannungsspitzen im oberen Deckblech im Bereich der Stützung durch die Stege entspricht die Netzfeinheit in diesem Bereich ebenfalls der oben beschriebenen Netzfeinheit des Submodells. Des Weiteren sind bei diesem Ausschnittmodell die Stege vertikal unverschieblich gelagert, um lediglich die Spannungen des Deckbleches auf Grund des Durchlaufträgereffektes über den Stegen zu berücksichtigen, vgl. Bild 7.4.

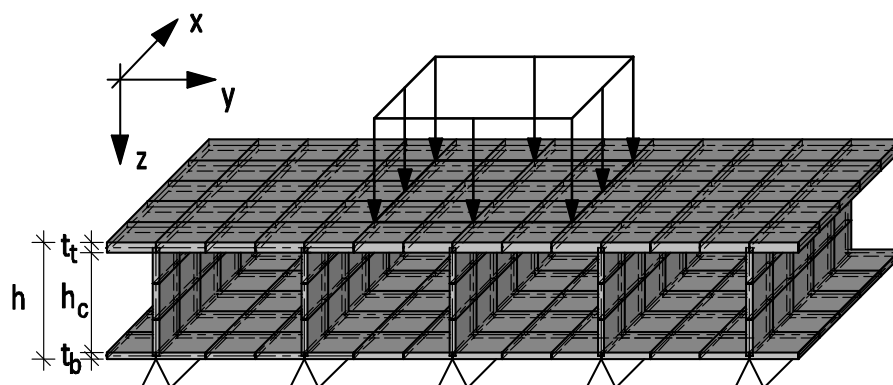


Bild 7.4: ANSYS „Ausschnittmodell“ – für Berechnung der Deckblechspannungen auf Grund von Lasteinleitungseffekten

Aus diesem Ausschnittmodell können die Deckblechspannungen direkt ausgelesen werden und in EXCEL mit den Spannungen aus dem Layermodell überlagert werden.

Für die Bearbeitung der jeweiligen Datensätze gemäß dem in Bild 7.2 und Bild 7.3 dargestellten Schema und für die bereichsweise Integration der Querkraft  $Q_{y2}$  sowie die Überlagerung der einzelnen Spannungskomponenten aus dem Layer- und dem Ausschnittmodell wurden mit der in EXCEL implementierten Skriptsprache „Visual Basic for Applications“ (VBA) entsprechende Auswertungsmakros



programmiert. Mit Hilfe von diesen eigens erstellten Unterprogrammen war die Steuerung der jeweiligen Berechnungsabläufe für die sehr großen Datenmengen überhaupt erst möglich.

Die auf dem hier skizzierten Wege ermittelten Ergebnisse werden im weiteren Verlauf der Arbeit als „Ergebnisse der Berechnungsstruktur“ bezeichnet. Unabhängig davon wird im Einzelnen auf Teilergebnisse des „Layer-Modells“ nach 7.2.1 und auf Ergebnisse des hier beschriebenen „lokalen Ausschnitt-Modells“ zurückgegriffen.

### 7.3 Überprüfung der Berechnungsstruktur

Die Überprüfung der eigenen Berechnungsstruktur erfolgt anhand der beiden in [34] und [36] veröffentlichten Beispiele.

#### 7.3.1 Flächenlast

Für den Vergleich der allseitig gelagerten und allseitig eingespannten Platte gemäß Tabelle 7.1 werden nur die maßgebenden Werte am seitlichen Auflagerrand dargestellt, vgl. Bild 7.5.

Tabelle 7.1: Zusammenstellung der Geometrie- und Belastungsparameter Vergleichsrechnung Platte aus [34]

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$	Last	$k_\theta$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN]
<b>Platte</b>	3,00	4,00	1,00	40	100	3000	3000	206000	0,3	1	$\infty$

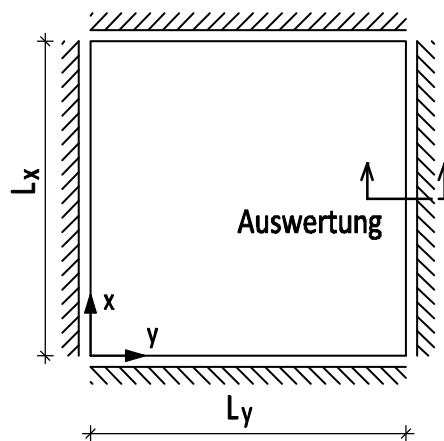


Bild 7.5: Statisches System Vergleichsrechnung aus [34].

In Bild 7.6 sind die Ergebnisse der eigenen Berechnungsstruktur mit den Ergebnissen aus [34] an der Auswertungsstelle gemäß Bild 7.5 vergleichend dargestellt.

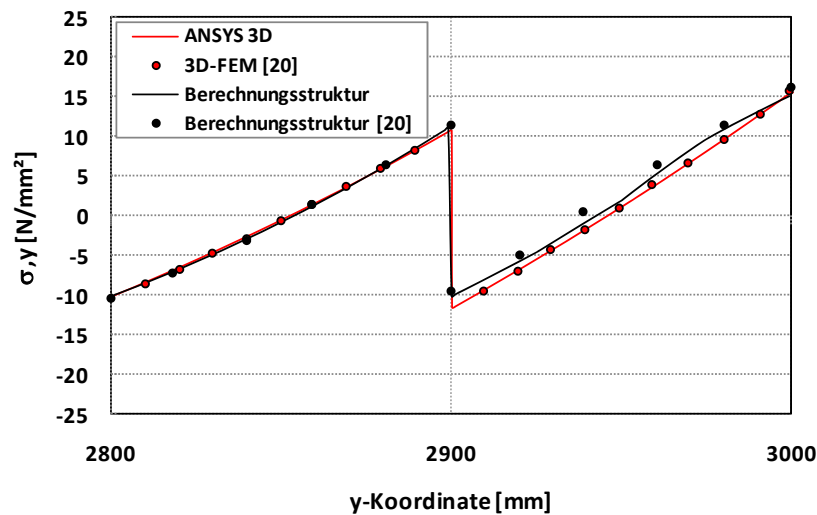


Bild 7.6: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_x/2$  – Berechnungsstruktur und ANSYS 3D mit Ergebnissen aus [34], vgl. Bild 2.33.

Sowohl die mit der eigenen Berechnungsstruktur als auch die mit dem eigenen diskreten 3D-FE-Modell ermittelten Spannungen stimmen sehr gut mit den Ergebnissen aus [34] überein.

### 7.3.2 Einzellast

Für den Vergleich der allseitig gelenkig gelagerten Platte mit mittiger Radlast gemäß Tabelle 7.2 werden nur die maßgebenden Werte direkt unterhalb der Radlast dargestellt, vgl. Bild 7.7.

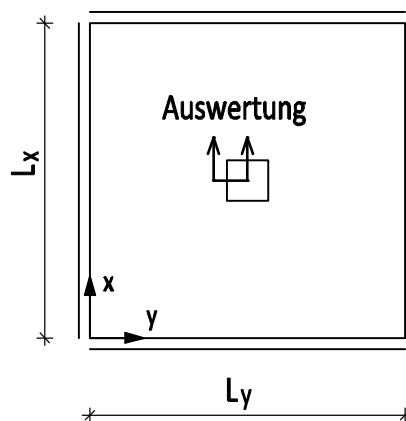


Bild 7.7: Statisches System Vergleichsrechnung aus [36].

### 7.3 Überprüfung der Berechnungsstruktur

Tabelle 7.2: Zusammenstellung der Geometrie- und Belastungsparameter Vergleichsrechnung Platte aus [36]

	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$	Last	Lastfläche	$k_\theta$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[kN]	[mm x mm]	[kN]
Platte	3,00	4,00	3,00	40	120	2800	2880	206000	0,3	5	140 x 140	$\infty$

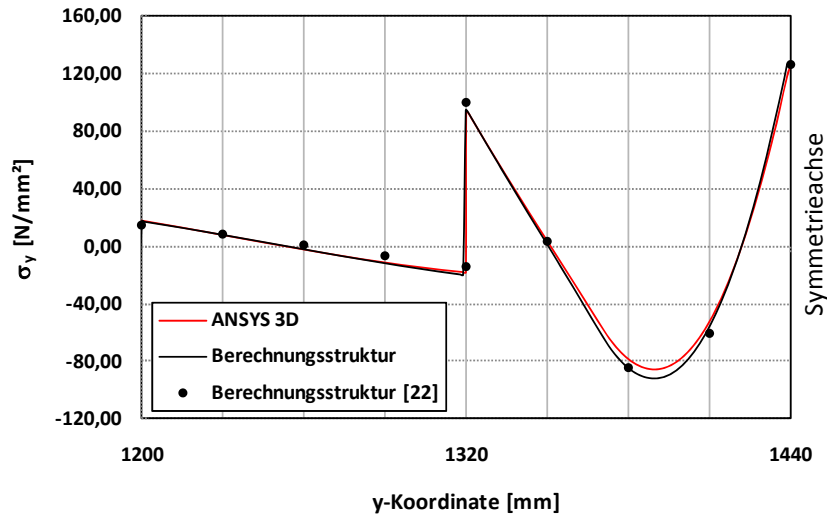


Bild 7.8: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_x/2$  – Berechnungsstruktur und ANSYS 3D mit Ergebnissen aus [36], vgl. Bild 2.38.

Auch beim Lastfall Einzelradlast stimmen die mit der eigenen Berechnungsstruktur ermittelten Spannungen sehr gut mit den in [36] angegebenen Werten überein.

Nach der Überprüfung der in Kapitel 7.2 beschriebenen eigenen Berechnungsstruktur können nun im Folgenden die einzelnen Spannungsanteile an der Gesamtspannung gemäß den Anteilen nach Bild 7.3 Punkt 2.2 und Punkt 2.3 genauer aufgeschlüsselt und analysiert werden, vgl. Bild 7.9.

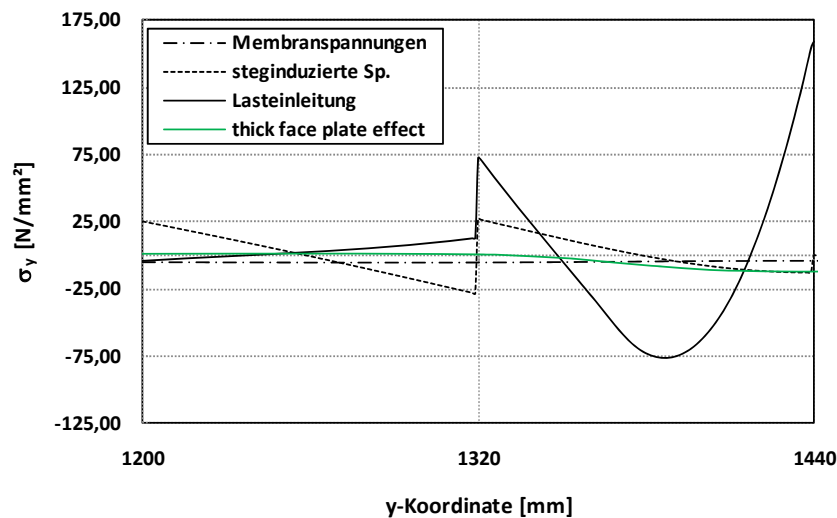


Bild 7.9: Anteile der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$

Im Bereich außerhalb der Lasteinleitung resultieren die maßgebenden Spannungen in Querrichtung aus den steginduzierten Momenten, während im Bereich der Lasteinleitung die Spannungsanteile aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches dominieren. Auffällig ist, dass die Spannungsanteile aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ lediglich auf einen kleinen Bereich ebenfalls im direkten Bereich der Lasteinleitung begrenzt sind. Die Membranspannungsanteile aus der globalen Tragwirkung stellen nur einen geringen Anteil an der Gesamtspannung. Die mit den Membranspannungen einhergehenden Biegespannungen in den Deckblechen, vgl. Bild 2.12, liegen wie in Kapitel 2.4 und 2.5 schon erwähnt, in einer vernachlässigbaren Größenordnung.

Die einzelnen Anteile der mit der Berechnungsstruktur ermittelten Gesamtspannung setzt sich in Plattenmitte nach Tabelle 7.3 zusammen:

Tabelle 7.3: Anteile der Spannungskomponenten der Berechnungsstruktur in Plattenmitte

	$\sigma_m$	$\sigma_{n,0}$	$\sigma_{Q,y}$	$\sigma_{tf}$	$\sigma_{Lasteinleitung}$	$\sigma_{tot}$
[N/mm <sup>2</sup> ]	-3,7	-0,26	-12,52	-11,63	153,95	125,84
Anteil [%]	-2,94	-0,21	-9,95	-9,24	122,34	100,00

### 7.3 Überprüfung der Berechnungsstruktur

---

Die prozentualen und absoluten Abweichungen der Spannungen der Berechnungsstruktur und der ANSYS 3D-Berechnung an den maßgebenden Stellen in Plattenmitte ergeben sich nach Tabelle 7.4.

Tabelle 7.4: Vergleich der Spannungen der Berechnungsstruktur mit Spannungen des ANSYS 3D-Modells.

y-Koordinate	[mm]	1201	1319	1321	1380	1440
$\sigma_y$ ANSYS 3D	[N/mm <sup>2</sup> ]	17,75	-18,22	93,87	86,01	125,31
$\sigma_y$ Berechnungsstruktur	[N/mm <sup>2</sup> ]	17,04	-20,10	94,14	91,99	125,84
Abweichung	[%]	-4,17	9,35	0,29	6,50	0,42

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass die mit der eigens erstellten Berechnungsstruktur ermittelten Spannungen sehr gut mit den Spannungen aus der exakten 3D-FE-Berechnung übereinstimmen. Die Abweichungen liegen lediglich in einem Bereich < 10 % und spiegeln somit die Abweichungen aus [36], vgl. Bild 7.8, wieder.

Eine eventuelle Vernachlässigung der Spannungen im Deckblech aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ ergäbe die Abweichungen nach Tabelle 7.5 zu den Ergebnissen aus dem diskreten 3D-Modell.

Tabelle 7.5: Vergleich der Spannungen der Berechnungsstruktur ohne Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ mit den Spannungen des ANSYS 3D-Modells

y-Koordinate	[mm]	1201	1319	1321	1380	1440
$\sigma_y$ ANSYS 3D	[N/mm <sup>2</sup> ]	17,75	-18,22	93,87	-86,01	125,31
$\sigma_y$ Berechnungsstruktur	[N/mm <sup>2</sup> ]	16,40	-20,28	93,98	-83,23	137,47
Abweichung	[%]	-8,23	10,16	0,12	-3,34	8,85

In dem vorliegenden Beispiel beträgt der Einfluss der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ somit in Plattenmitte direkt unter dem Lastmittelpunkt rund 8%.

Es ist zu erwarten, dass mit steigender Deckblechdicke auch der Anteil der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ ansteigt. Im Folgenden wird im Rahmen einer Parameterstudie dieser Einfluss näher untersucht.

## 7.4 Parameterstudie – lokale Radlasten / variierte Parameter

Zur Überprüfung der zuvor vorgestellten Berechnungsstruktur auch für Geometrieabmessungen abweichend von denen der maritimen Anwendung werden im Folgenden für Hohlplatten mit dickeren Deckblechen die Parametervariationen nach Tabelle 7.6 untersucht.

Tabelle 7.6: Parametervariation zur Überprüfung des Berechnungsstruktur.

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_x$	$L_y$	$E$	$\nu$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$	Last	Lastfläche
	[mm]							[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[kNcm/(cm rad)]		[kN]	[mm x mm]
1	3	4	3	40	120	2800	2880	210000	0,3	$\infty$	116	5	140 x 140
2	3	4	1	40	120	2800	2880	210000	0,3	$\infty$	116	5	140 x 140
3	6	4	3	40	120	2800	2880	210000	0,3	$\infty$	116	5	140 x 140
4	14	6	5	100	100	4000	4000	210000	0,3	$\infty$	116	50	200 x 200
5	14	6	5	100	200	4000	4000	210000	0,3	$\infty$	116	50	200 x 200
6	14	6	5	100	300	4000	4200	210000	0,3	$\infty$	116	50	200 x 200

Das statische System der Platte entspricht dabei dem in Bild 7.7 dargestellten System einer allseitig gelenkig gelagerten Platte mit der Last in Plattenmitte. Dabei waren die Stegabstände mit der Plattenbreite jeweils so abgestimmt, dass der Lastmittelpunkt direkt über dem mittleren Steg lag.

### 7.4.1 Auswertung Parameterstudie

Auf Grund der Symmetrie des Systems und der Belastung erfolgt der Vergleich der Ergebnisse in Bild 7.10 nur für eine Plattenhälfte, dabei erfolgt die Bezeichnung der Platten in den folgenden Auswertungstabellen und im weiteren Verlauf dieser Arbeit folgender Konvention:  $t_t$   $t_w$   $t_b$   $h_c$   $s$   $h_c$   $L_{kx}$   $L_{ky}$   $C_{\theta t}$   $C_{\theta b}$ . Die Ergebnisse der Berechnungsstruktur nach Kapitel 7.2 werden dabei durch die schwarz gestrichelten Graphen dargestellt, die Ergebnisse aus dem diskreten 3D-FE-Modell werden durch die roten Punkten wiedergegeben.

## 7.4 Parameterstudie – lokale Radlasten / variierte Parameter

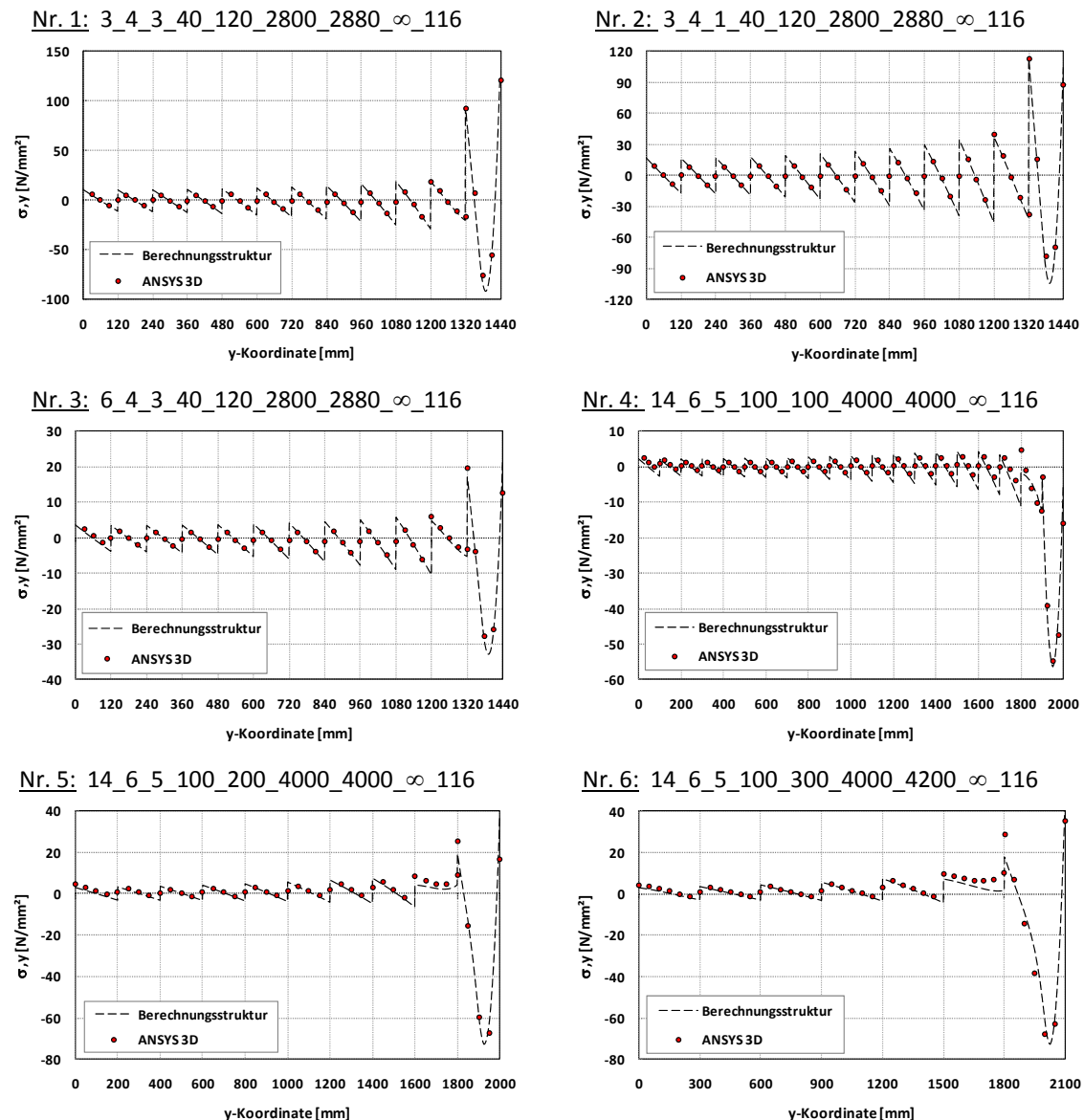


Bild 7.10: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$ , Berechnungsstruktur / ANSYS 3D für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

Während die Ergebnisse außerhalb des unmittelbaren Bereiches der Lasteinleitung sehr gut übereinstimmen sind insbesondere bei den Geometrievariationen mit den Blechdicken  $t=14$  mm im Bereich der Lasteinleitung in Plattenmitte Abweichungen zwischen den Spannungen des 3D-FE Modells und den Spannungen, die mit der Berechnungsstruktur ermittelt wurden, festzustellen.

Die Ergebnisse der Spannungsberechnungen für den Bereich der Lasteinleitung gemäß Bild 7.11 ist in Bild 7.12 genauer dargestellt.

## 7 Homogenisierte Berechnung von Web-Core-Sandwichplatten unter Berücksichtigung dicker Deckbleche

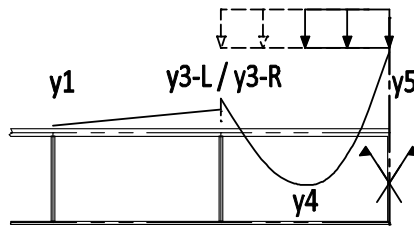


Bild 7.11: Auswertung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$  im unmittelbaren Bereich der Lastenleitung.

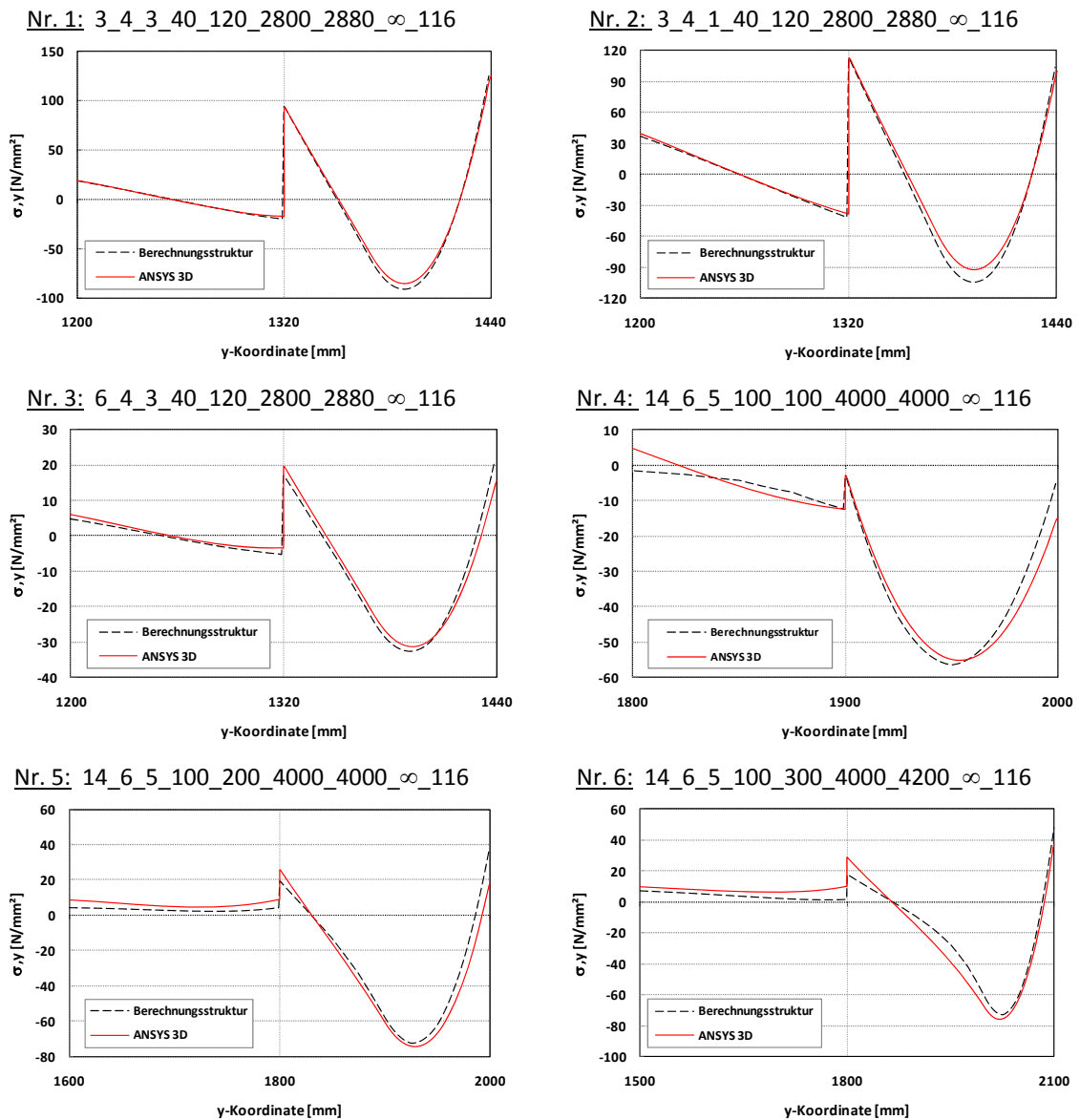


Bild 7.12: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$ , Berechnungsstruktur / ANSYS 3D für die Parametervariation nach Tabelle 7.6



## 7.4 Parameterstudie – lokale Radlasten / variierte Parameter

Durch den Vergleich wird deutlich, dass mit der Berechnungsstruktur der prinzipielle Spannungsverlauf  $\sigma_y$  im direkten Lasteinleitungsbereich ermittelt werden kann. Während die Ergebnisse bei den Parametervariationen mit relativ dünnen Deckblechen nahezu deckungsgleich sind, ergeben sich mit steigender Deckblechdicke jedoch Abweichungen zwischen den Ergebnissen der genauen 3D-FE-Analyse und der Spannungsermittlung mit der Berechnungsstruktur.

Der Vergleich der prozentualen und absoluten Abweichungen in den Auswertungstellen nach Bild 7.11 erfolgt in Bild 7.13.

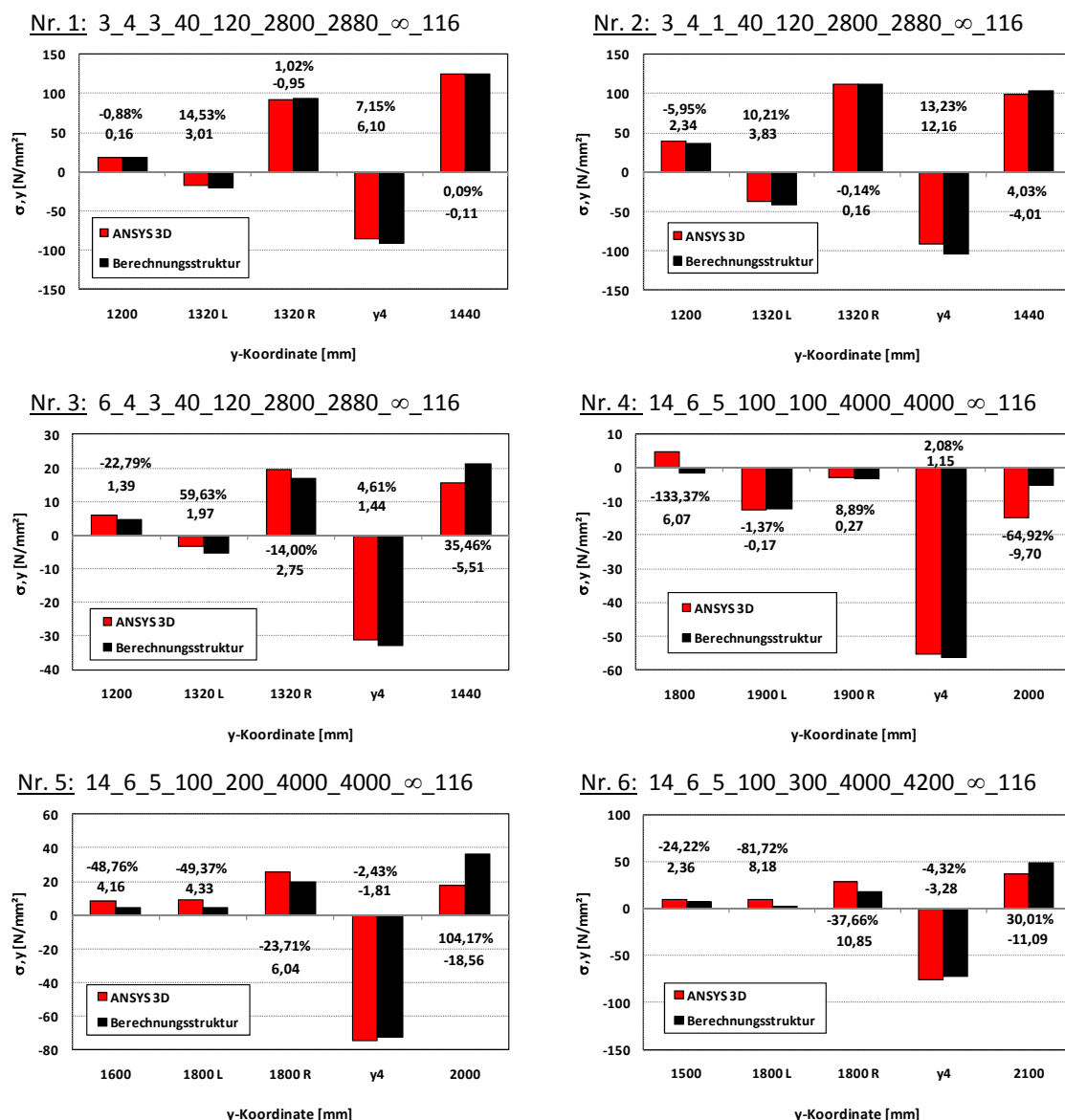


Bild 7.13: Prozentuale und absolute Abweichungen - Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L/2$ , Berechnungsstruktur / ANSYS 3D für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

Im direkten Vergleich der Spannungen an den relevanten Auswertungsstellen nach Bild 7.11 zeigen sich die Abweichungen der Ergebnisse, wobei die maximale prozentuale Abweichung zwischen den beiden Ergebnissen alleine kein ausreichendes Kriterium für die Güte der Lösungen der Berechnungsstruktur im Hinblick auf die praktische Anwendung ist. Im Falle des Vergleichs der Parametervariation Nr. 3 kann z.B. eine relativ hohe prozentuale Abweichung von ca. 60 % zu einer vernachlässigbaren absoluten Abweichung von lediglich 1,97 N/mm<sup>2</sup> führen, vgl. Nr. 3  $\gamma=1320$  L.

Prinzipiell fällt beim Vergleich der Ergebnisse jedoch auf, dass mit steigender Deckblechdicke die absoluten Spannungsunterschiede in Plattenmitte, also direkt über dem mittleren Steg und direkt unter dem Lastmittelpunkt, am Größten sind. Die maximale Abweichung beträgt hier bei der Parametervariation Nr. 5, 18,56 N/mm<sup>2</sup> bzw. 104,17 %.

Bei genauerer Betrachtung der einzelnen Spannungsanteile der Berechnungsstruktur wird der Einfluss der Spannungsanteile aus dem „Thick-Face-Plate-Effekt“ deutlich. In Bild 7.14 sind die einzelnen Spannungsanteile, Spannungen aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches direkt unterhalb der Last (Ausschnitt-Modell) [grün], Membranspannungen [rot], Spannungen aus der Rahmenwirkung in Querrichtung [gelb] und Spannungen aus dem „Thick Face-Plate Effect“ [blau] vergleichend gegenübergestellt.

Der Vergleich erfolgt hier wieder in den relevanten Auswertungsstellen gemäß Bild 7.11. Die Gesamtspannungen sind schwarz dargestellt.

Logischerweise steigt mit steigender Deckblechdicke auch der Gesamtanteil der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effekt“. Während bei den Geometrien Nr.1 -2 die Spannungsanteile aus dem „Thick-Face-Plate-Effekt“ im Verhältnis zur Gesamtspannung verschwindend gering sind, haben diese Spannungsanteile bei den Geometrien Nr. 4-6 einen erheblichen Anteil an der Gesamtspannung.

## 7.4 Parameterstudie – lokale Radlasten / variierte Parameter

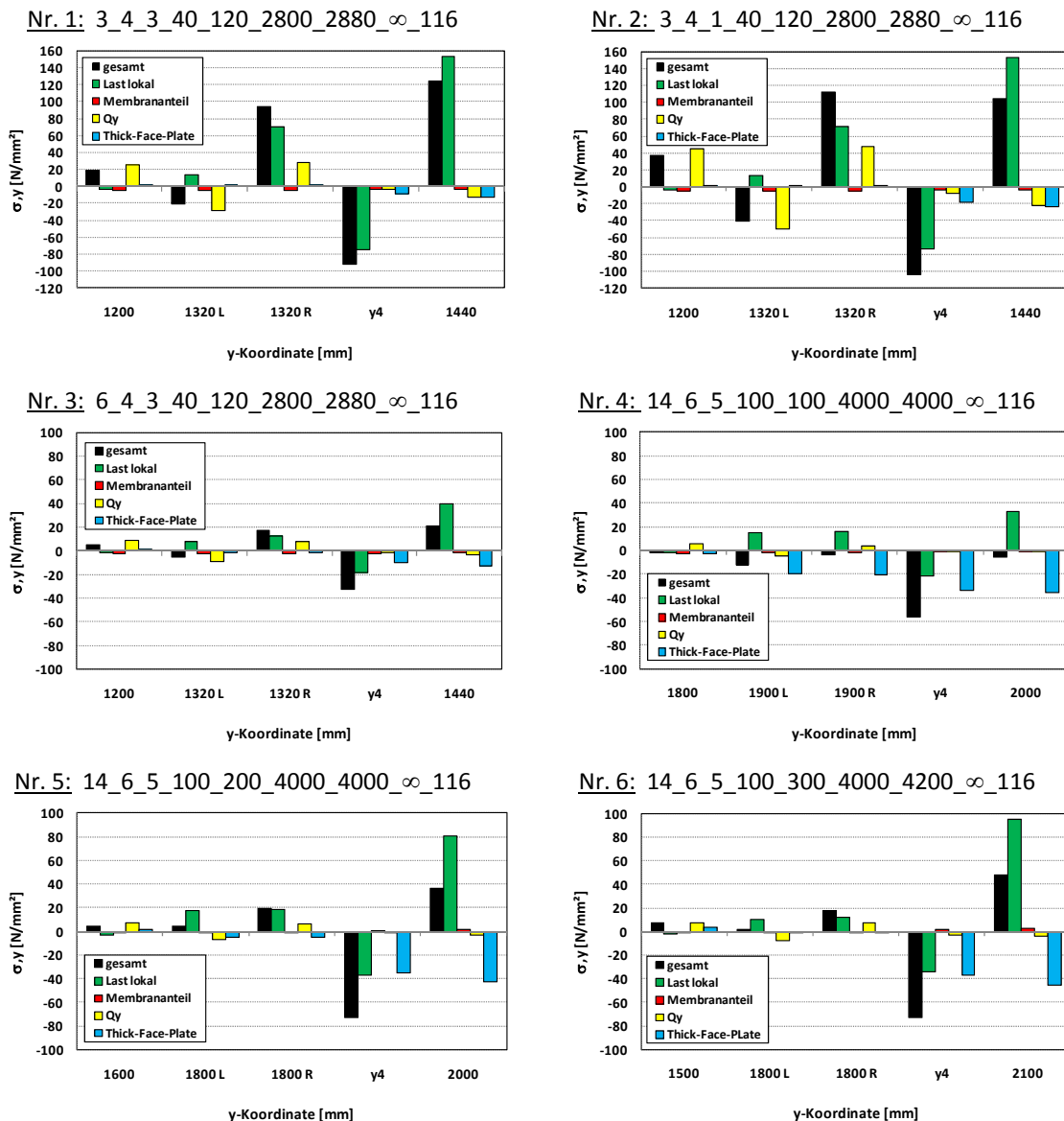


Bild 7.14: Spannungsanteile der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$ , Berechnungsstruktur für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

Die in Bild 7.13 dargestellten Abweichungen in den Ergebnissen zwischen der Berechnungsstruktur und den exakten Ergebnissen aus der 3D-FE-Analyse stehen im direkten Zusammenhang mit den großen Anteilen der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effekt“ an der Gesamtspannung nach Bild 7.14.

Dieser Zusammenhang wird deutlich, wenn man die aus der 3D-FE-Analyse ermittelten Deckblechverformungen mit den Verformungen aus dem Layer-Modell vergleicht, siehe Bild 7.15.

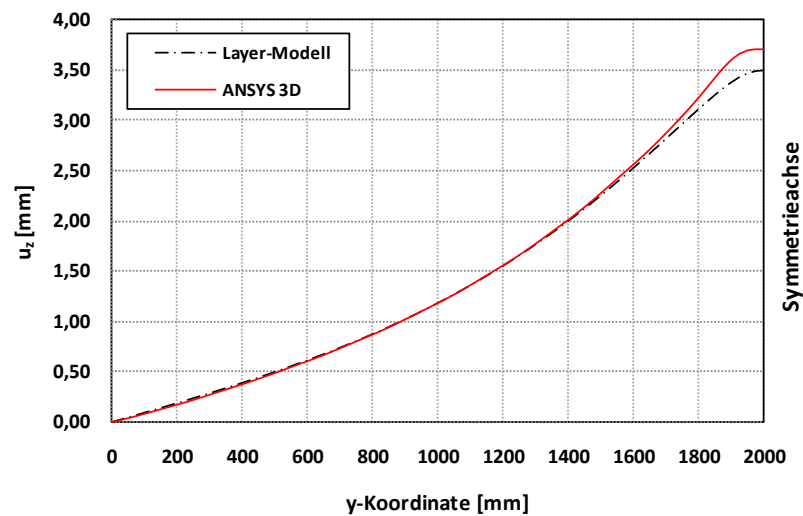


Bild 7.15: Vergleich der Verformungen in Plattenmitte, Layer-Modell mit ANSYS 3D in Plattenmitte  $L_x/2$ , Plattengeometrie Nr. 5

Der Vergleich in Bild 7.15 erfolgt exemplarisch an der Plattengeometrie Nr. 5, hier beträgt der Verformungsunterschied zwar lediglich 6 %, jedoch sind mit dieser Differenz auch zusätzliche Krümmungen und somit zusätzliche Deckblechmomente verbunden.

Das Layermodell ist also offensichtlich nicht in der Lage, die Verformungen direkt unterhalb der Last über den ganzen Parameterbereich korrekt abzubilden. Das liegt daran, dass im Layermodell der einwirkenden Last ein kontinuierlicher Widerstand entgegenwirkt, da hier die Steifigkeit des Steges in homogenisierter Form vorliegt, während im realen Bauteil die diskret angeordneten Stege zu einem Lastabtrag unter zusätzlicher Biegeverformung der Deckbleche führen, vgl. Bild 7.16.

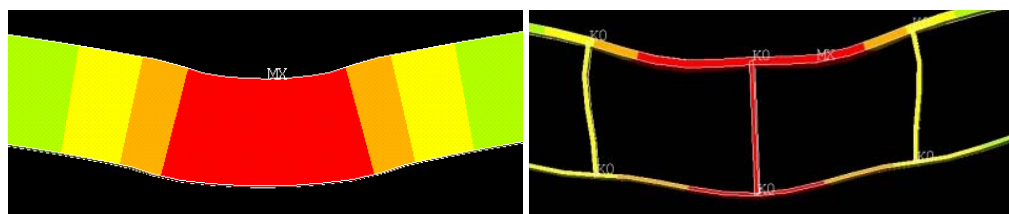


Bild 7.16: Vergleich der Verformungen in Plattenmitte, Layermodell mit ANSYS 3D-Modell im Schnitt  $L_x/2$

Dieses Verformungsverhalten kann auch nicht durch die Überlagerung des Layermodells mit dem Ausschnittmodell berücksichtigt werden, da mit dem Ausschnittmodell nur die Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches in Querrichtung berücksichtigt wird und die Stege starr gelagert sind.

Ein direkter Vergleich der Momente aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ zwischen dem Layermodell und dem diskreten 3D-FE-Modell ist ohne weiteres nicht möglich, da in den Ergebnissen der diskreten Berechnung bereits alle lokalen und globalen Einflüsse enthalten sind. Aus den Deckblechverformungen lassen sich jedoch näherungsweise die Anteile des „Thick-Face-Plate-Effects“ berechnen, in dem man zunächst von den Verformungen des 3D-FE-Modells die Verformungen abzieht, die mit dem Ausschnitt-Modell berechnet wurden. Mit den so errechneten Verformungen liegen näherungsweise die Deckblechverformungen des diskreten Modells ohne den Anteil der Verformung aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches vor, vgl. Bild 7.17.

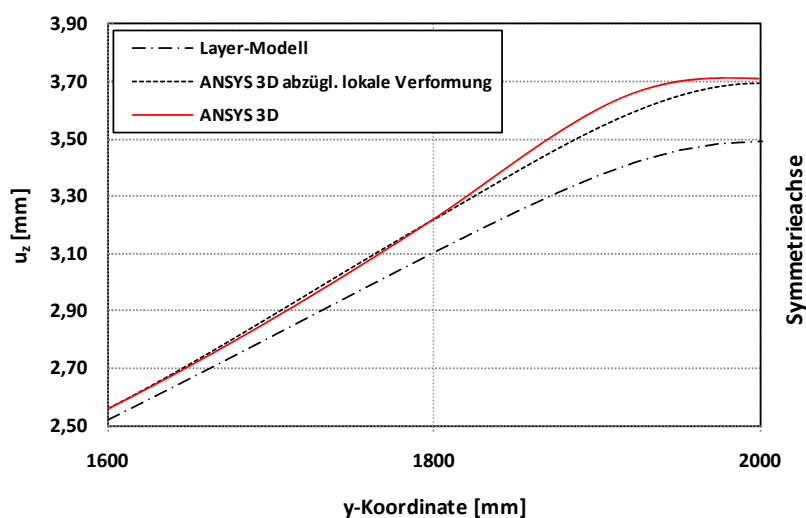


Bild 7.17: Vergleich der Verformungen, Layer-Modell mit ANSYS 3D und ANSYS 3D abzüglich Anteile aus Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches, Plattengeometrie Nr. 5

Mit dieser um der lokalen Verformung „bereinigten“ Deckblechverformung lassen sich nun die Deckblechmomente, die dem „Thick-Face-Plate-Effect“ zuzuordnen sind, aus den Ergebnissen des diskreten 3D-Modells berechnen. Hierzu werden die Verformungen ausgelesen und mit Hilfe des Programms MATLAB [S2] genauer analysiert. Mit MATLAB können in einer programmierbaren Entwicklungsumgebung mathematische Algorithmen durch numerische Verfahren umgesetzt werden. Mit den Werten der Verformungsfigur wurden zunächst durch Interpolation der Wertepaare durch kubische Splines differenzierbare Funktionen aufgestellt. Durch zweifache Ableitung dieser Funktionen erhält man schließlich den Momentenverlauf des Deckbleches im ausgewählten Bereich.

In Bild 7.18 ist neben dem so ermittelten Deckblechmoment aus dem 3D-FE-Modell, das ebenfalls über die Verformung des Layermodells zurückgerechnete

Deckblechmoment sowie das aus dem Layermodell direkt gewonnene Deckblechmoment aufgeführt.

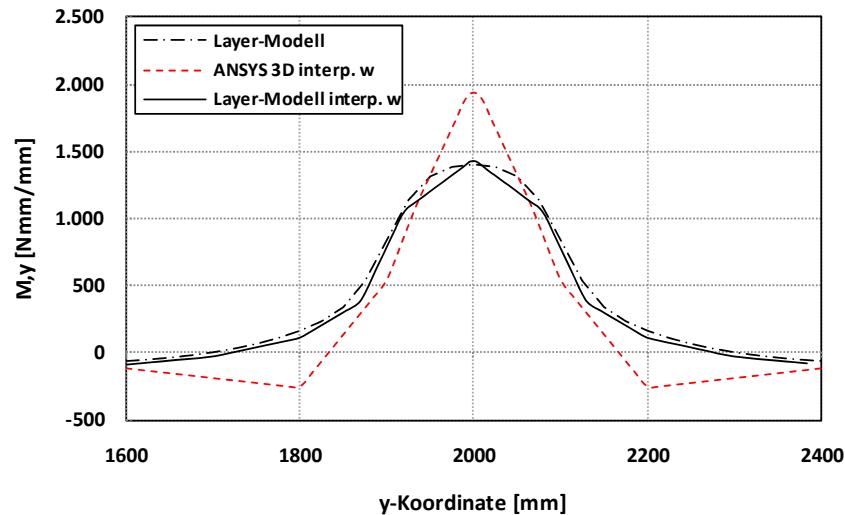


Bild 7.18: Deckblechmomente  $M_y$  in Plattenmitte  $L_x/2$ , Plattengeometrie Nr. 5

Der Vergleich der beiden letztgenannten Momentenverläufe zeigt, dass der hier gewählte Weg der Momentenermittlung über die Deckblechverformungen zu richtigen Ergebnissen führt. Sowohl die Form als auch die absolute Größe des Deckblechmomentes des Layer-Modells können mit den kubischen Ansatzfunktionen für die Verformungen und den entsprechenden Ableitungen ermittelt werden. Für das diskrete 3D-FE-Modell ergeben sich auf Grund der größeren Verformungen jedoch ca. 36 % Prozent größere Momente. Berücksichtigt man die zusätzlichen Spannungen aus diesem größeren Deckblechmoment direkt unterhalb der Last, so ergibt sich für die Geometrie Nr. 5, vgl. Bild 7.13 nur noch eine prozentuale Abweichung von 17,8 % anstelle von 104,2 % und eine absolute Abweichung von lediglich 3,2 N/mm<sup>2</sup> anstelle von 18,6 N/mm<sup>2</sup>.

#### 7.4.2 Zusammenfassung Parameterstudie

Für die Analyse von Web-Core-Hohlplatten wurde in Anlehnung an [34] und [36], vgl. 2.7 eine eigene Berechnungsstruktur entwickelt, mit der zunächst eine Ermittlung der Schnittgrößen unter Berücksichtigung des „Thick-Face-Plate-Effects“ an einem vereinfachten homogenisierten Layermodell erfolgt. Der Einfluss der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen wird durch eine separierte Berechnung an einem diskreten Ausschnittmodell berücksichtigt. Die Deckblechspannungen werden anschließend durch eine Überlagerung der Spannungsanteile aus diesen beiden Modellen ermittelt.

Die Analyse von Platten mit den in Tabelle 7.6 angegebenen variierten Querschnittsparametern zeigte, dass der Einfluss der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ naturgemäß mit steigender Deckblechdicke ansteigt, der Einfluss jedoch auf den unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung selber begrenzt ist. Der prinzipielle Spannungsverlauf kann durch die Berechnungsstruktur gut abgebildet werden. Während die Spannungsermittlung mit der Berechnungsstruktur bei dünnen Deckblechen gute Übereinstimmungen mit den Ergebnissen aus der 3D-FE-Berechnung ergaben, zeigten sich mit steigender Deckblechdicke jedoch signifikante Abweichungen.

Ein Vergleich der Verformungen des diskreten 3D-FE-Modells mit den Verformungen des Layermodells zeigte, dass im Bereich der Lasteinleitung das Layermodell von der Wirklichkeit abweichende Verformungen liefert. Durch weitere Analysen der Verformungen konnten die Abweichungen zwischen den ermittelten Spannungen mit der Berechnungsstruktur nach 7.2 und dem diskreten 3D-FE-Modell auf eben diese Verformungsunterschiede zurückgeführt werden.

Für dünne Deckbleche aus der maritimen Anwendung liefert die Berechnungsstruktur prinzipiell gute Ergebnisse, da die Ausprägung des „Thick-Face-Plate Effects“ verhältnismäßig klein ist. Somit führen eventuelle Abweichungen der errechneten Deckblechverformungen zu relativ geringen Abweichungen in den Gesamtspannungen, da der Anteil der Spannungen aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ im Verhältnis zu den anderen Anteilen relativ gering ist.

Mit steigender Deckblechdicke ist die Genauigkeit der Ergebnisse aus der Berechnungsstruktur abhängig von allen Parametern, die die Ausprägung des „Thick-Face-Plate Effects“ beeinflussen wie z.B. Deckblechdicke, Verhältnis Stegabstand zu Lastbreite, aber auch Verhältnis Deckblechsteifigkeit zu Querschubsteifigkeit.

Im Umkehrschluss bedeutet die Vielzahl der beeinflussenden Parameter auf die Ausprägung der Deckblechspannungen aber auch, dass mit steigender Deckblechdicke keine allgemeingültige Aussage über die Güte, der mit der Berechnungsstruktur ermittelten Ergebnisse gegeben werden kann. Die in Kapitel 7.2 angegebene Berechnungsstruktur kann somit nicht zweifelsfrei für den Bereich dicker Deckbleche angewendet werden.

Unabhängig davon, ob die Spannungsspitzen direkt unterhalb der Last im Detail genau wiedergegeben werden können, können jedoch mit dem Layermodell weitere Untersuchungen zur generellen Schnittgrößenverteilung innerhalb der Platte in Abhängigkeit der Querschnittswerte durchgeführt werden. Im Folgenden werden deswegen anhand der in Tabelle 7.6 angegebenen Parametervariation grundlegende Untersuchungen zur Schnittgrößenverteilung innerhalb der homogenisierten Platte durchgeführt.

## 7.5 Vergleich Layermodell/ vereinfachte Plattenberechnung

Wie im vorherigen Kapitel dargestellt, ist die Berechnungsstruktur nicht dazu geeignet für alle Querschnittgeometrien die Spannungen direkt unterhalb der Lasteinleitung wirklichkeitsnah zu ermitteln.

Da der „Thick-Face-Plate-Effect“ allerdings nur im begrenzten Bereich der unmittelbaren Lasteinleitung zu signifikanten Spannungen führt, bietet die Berechnung mit homogenisierten Plattensteifigkeiten jedoch prinzipiell die Möglichkeit, für den „ungestörten“ Bereich der Platte die Schnittgrößen zu berechnen und die Spannungen für diese Bereiche mit Hilfe der Rehomogenisierung zu ermitteln. Da in den ungestörten Bereichen die Deckbleche fast ausschließlich über das globale Tragverhalten am Lastabtrag beteiligt sind und der „Thick-Face-Plate-Effect“ somit nur eine untergeordnete Rolle spielt, stellt sich die Frage, ob das in 7.2.1 vorgestellte Layermodell evtl. vereinfacht werden kann.

Im Folgenden werden deswegen die Schnittgrößen aus dem Layermodell nach 7.2.1 mit den Schnittgrößen verglichen, die sich aus einer vereinfachten Berechnung der Platte ergeben, bei der die Platte durch eine einzelne homogenisierte Ebene idealisiert wird.

Der Vergleich der Schnittgrößen erfolgt also zwischen dem Layermodell, bei der die Schubstarren Eigenschaften der Deckbleche mit den schubweichen Eigenschaften der homogenisierten Kernschicht gekoppelt sind und einer idealisierten Platte, bei der die Deckbleche nicht explizit berücksichtigt werden und die Steifigkeit der einzelnen Schicht nur aus den homogenisierten Steifigkeiten ermittelt wird, vgl. Bild 7.19

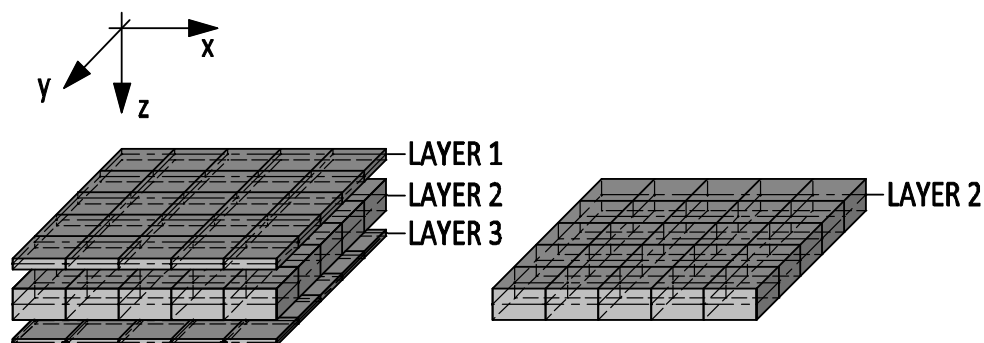


Bild 7.19: Vergleich gekoppeltes Layer-Modell und vereinfachtes Plattenmodell

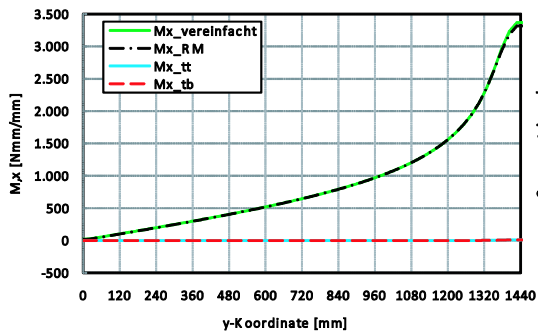
In Bild 7.20 sind zunächst für die Parametervariation nach Tabelle 7.6 die Momente in Haupttragrichtung  $M_x$  in Plattenmitte vergleichend gegenübergestellt. In den einzelnen Diagrammen sind die Momentenanteile der einzelnen Schichten des



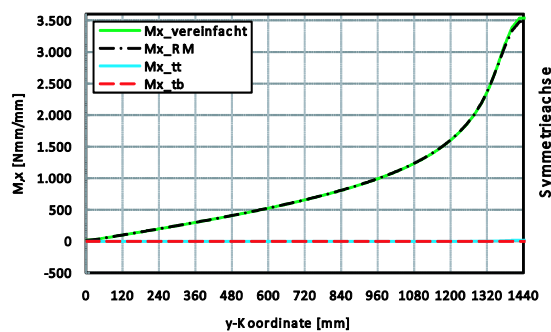
## 7.5 Vergleich Layermodell/ vereinfachte Plattenberechnung

Layer-Modells oberes Deckblech ( $M_{x\_tt}$ ), Kernschicht ( $M_{x\_RM}$ ) und unteres Deckblech ( $M_{x\_tb}$ ) sowie die Momente in Haupttragrichtung aus der vereinfachten Plattenberechnung aufgeführt.

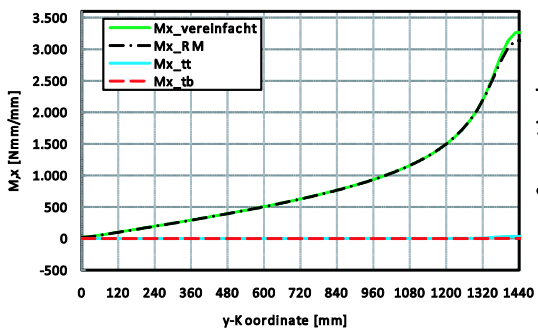
Nr. 1: 3\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



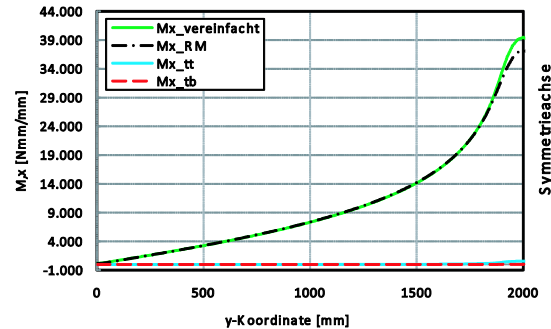
Nr. 2: 3\_4\_1\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



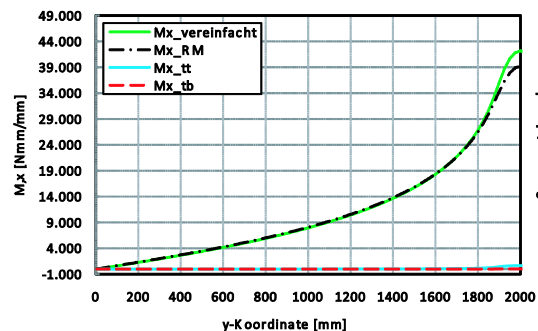
Nr. 3: 6\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



Nr. 4: 14\_6\_5\_100\_100\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 5: 14\_6\_5\_100\_200\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 6: 14\_6\_5\_100\_300\_4000\_4000\_∞\_116

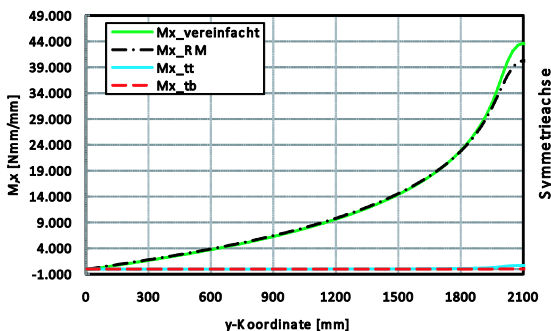


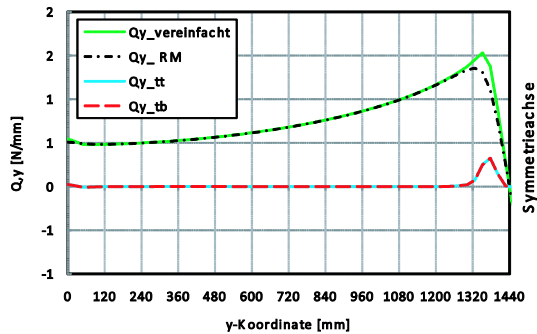
Bild 7.20: Vergleich der Schnittgrößen  $M_x$  Plattenmitte  $L_x/2$ , Layer-Modell und vereinfachtes Plattenmodell für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

Die Ergebnisse spiegeln die generellen Aussagen aus 7.4 wieder. Mit zunehmender Dicke beteiligen sich die Deckbleche am Lastabtrag. Diese Beteiligung ist jedoch ausschließlich begrenzt auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich, so dass die Schnittgrößen die mit den beiden verschiedenen Modellen nach Bild 7.19 ermittelt wurden, für den „ungestörten“ Bereich deckungsgleiche Ergebnisse liefern.

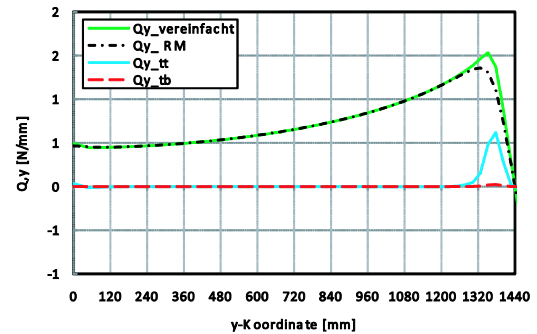
## 7 Homogenisierte Berechnung von Web-Core-Sandwichplatten unter Berücksichtigung dicker Deckbleche

Identische Aussagen lassen sich für den Vergleich der Querkräfte  $Q_y$ , vgl. Bild 7.21 und für die Momente  $M_y$ , vgl. Bild 7.22 machen.

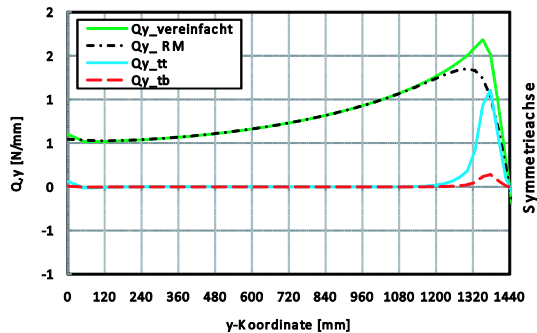
Nr. 1: 3\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



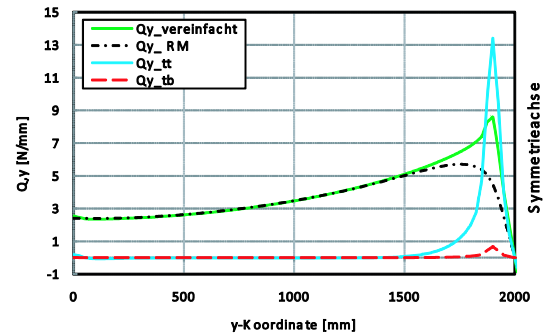
Nr. 2: 3\_4\_1\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



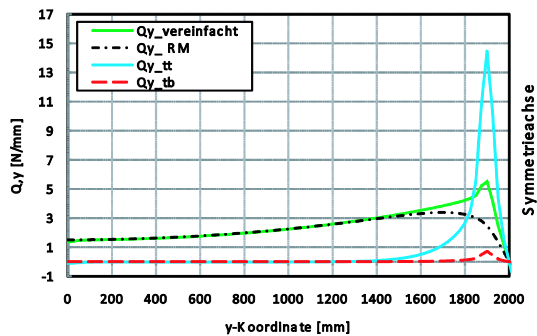
Nr. 3: 6\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



Nr. 4: 14\_6\_5\_100\_100\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 5: 14\_6\_5\_100\_200\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 6: 14\_6\_5\_100\_300\_4000\_4000\_∞\_116

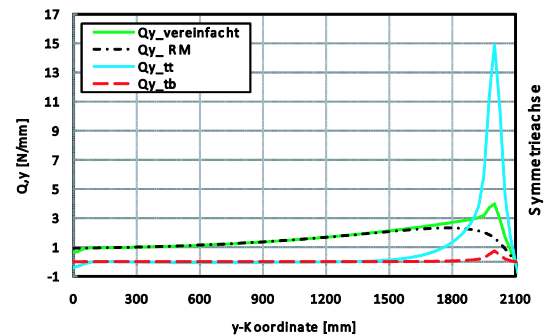
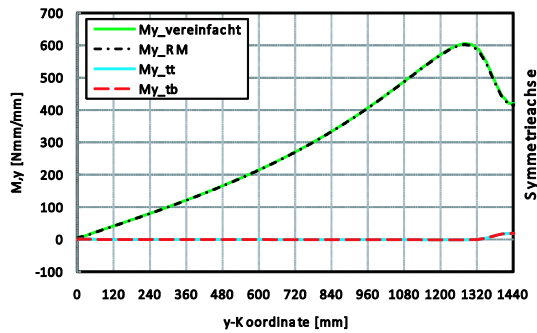


Bild 7.21: Vergleich der Schnittgrößen  $Q_y$  Plattenmitte  $L_x/2$ , Layer-Modell und vereinfachtes Plattenmodell für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

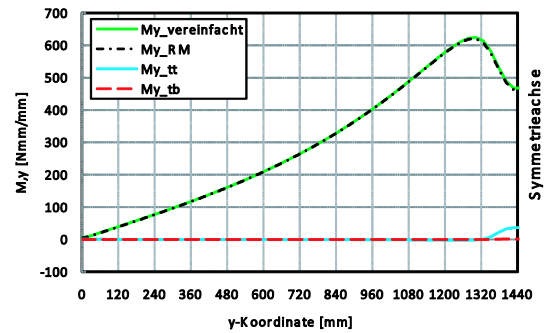
Ebenso wie die Abweichungen der Momente in Haupttragrichtung  $M_x$ , sind auch die Abweichungen der Querkräfte  $Q_y$  und  $M_y$  zwischen den Modellen begrenzt auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich. Bei den hier gewählten Stegabständen und Lastbreiten kann ab einem Abstand vom Lastmittelpunkt von zwei Stegabständen kein signifikanter Unterschied mehr zwischen den Schnittgrößen der beiden Modelle festgestellt werden.

## 7.5 Vergleich Layermodell/ vereinfachte Plattenberechnung

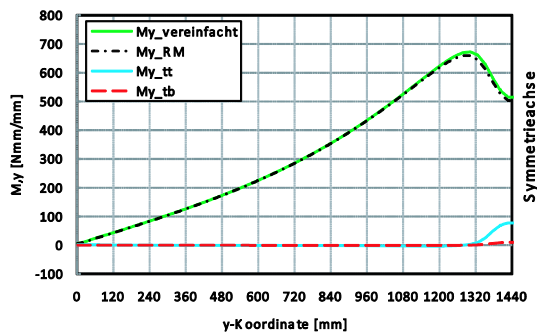
Nr. 1: 3\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



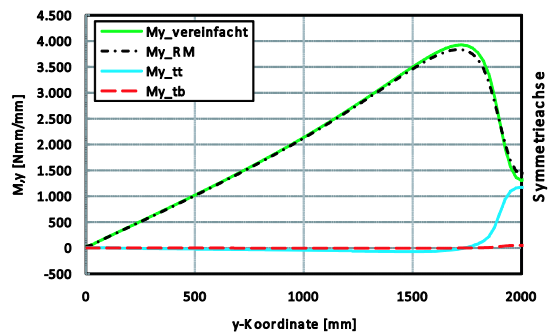
Nr. 2: 3\_4\_1\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



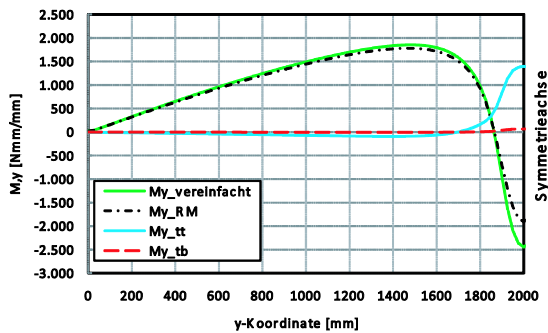
Nr. 3: 6\_4\_3\_40\_120\_2800\_2800\_∞\_116



Nr. 4: 14\_6\_5\_100\_100\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 5: 14\_6\_5\_100\_200\_4000\_4000\_∞\_116



Nr. 6: 14\_6\_5\_100\_300\_4000\_4000\_∞\_116

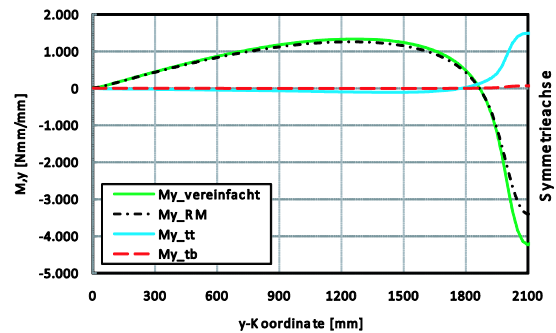


Bild 7.22: Vergleich der Schnittgrößen  $M_y$ , Plattenmitte  $L_x/2$ , Layer-Modell und vereinfachtes Plattenmodell für die Parametervariation nach Tabelle 7.6

Betrachtet man die Momentenverläufe  $M_y$  der Kernschicht des Layer-Modells an sich, so stellt man bei den beiden Geometrievarianten Nr. 5 und Nr. 6 ein Wechsel der Vorzeichen in Feldmitte fest, vgl. Bild 7.22. Hieraus ergeben sich somit in diesem Bereich im oberen Deckblech aus der globalen (Membran-) Tragwirkung Zugspannungen und im unteren Deckblech Druckspannungen. Das negative Moment in Feldmitte scheint zunächst im Widerspruch mit dem in 7.4.1 aus der Verformung abgeleiteten Moment zu stehen, vgl. Bild 7.17 und Bild 7.18. Hierbei handelte es sich jedoch um das positive Deckblechmoment.

Die Querschnitte Nr. 4 bis Nr. 6 unterscheiden sich ausschließlich durch den Stegabstand  $s$ , so dass sich die Querschnittswerte dieser drei Geometrien im

Wesentlichen nur in den Werten der Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$  unterscheiden, vgl. Tabelle 7.7.

Tabelle 7.7: Homogenisierte Querschnittswerte für die Plattenquerschnitte nach Tabelle 7.6

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta t}$	$D_x$	$D_y$	$D_{xy}$	$D_{Qx}$	$D_{Qy}$	$\alpha$ (2.72)
	[mm]					[kNcm/(cm rad)]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kN/m]	[kN/m]	[1/m]	
1	3	4	3	40	120	$\infty$	116	621	583	449	592308	576	23,57
2	3	4	1	40	120	$\infty$	116	341	278	214	430769	294	23,38
3	6	4	3	40	120	$\infty$	116	890	836	643	834615	1023	14,84
4	14	6	5	100	100	$\infty$	116	11138	9327	7175	2019231	2306	6,48
5	14	6	5	100	200	$\infty$	116	10284	9327	7175	1776923	1044	4,36
6	14	6	5	100	300	$\infty$	116	9979	9327	7175	1696154	642	3,42

Der Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf  $M_y$  der Kernschicht muss somit in dem starken Abfall der Querschubsteifigkeit von Querschnitt Nr. 4 bis Nr.6 begründet sein. In [26] wird ebenfalls über diesen Effekt berichtet. Auch hier ging er einher mit einer Reduktion der „Verzerrungssteifigkeit“ in Querrichtung.

Ein Erklärungsansatz für diesen Effekt wird von Giencke in [8] bereitgestellt. Demnach kommt es in den Deckblechen in Querrichtung auf Grund der Schubbelastung zu Querverschiebungen, wobei sich die Querfasern im oberen Deckblech verkürzen und im unteren Deckblech verlängern. Auf Grund von Kontinuitätsbedingungen kommt es bezüglich der Verformungen in Querrichtung im oberen Deckblech zu Querkzugspannungen und im unteren Deckblech zu Querkdruckspannungen

Dieser Erklärungsansatz kann mit dem hier vorliegenden Fall nachvollzogen werden. In Bild 7.23 ist für die Geometrie Nr. 5 die Verformung in Querrichtung, in Feldmitte  $L_x/2$ , in dem Bereich des negativen Momentes in stark skaliertes, überzeichneter Form dargestellt. Ausgehend vom unbelasteten Zustand ist die Verkürzung des oberen Deckbleches in y-Richtung erkennbar, diese „Lücke“ ist nur durch die Dehnung der Fasern in Plattenmitte zu schließen, während die Fasern des unteren Deckbleches entsprechend gestaucht werden müssen. Das dazugehörige Moment ist dementsprechend negativ.

Im Vergleich dazu ist in Bild 7.23 ebenfalls die Verformung in Plattenmitte in Querrichtung für die Geometrie Nr. 3 abgebildet. Im Gegensatz zur Geometrie Nr. 5 sieht man ausgehend vom unverformten Zustand die „Endpositionen“ des oberen und des unteren Deckbleches. Die Einhaltung der Kontinuitätsbedingungen für die Verformung in y-Richtung ist hier nur durch entgegengesetzte Dehnungen

der Deckbelche wie im Fall der Geometrie Nr. 5 möglich, das dazugehörige Moment ist dem entsprechend positiv.

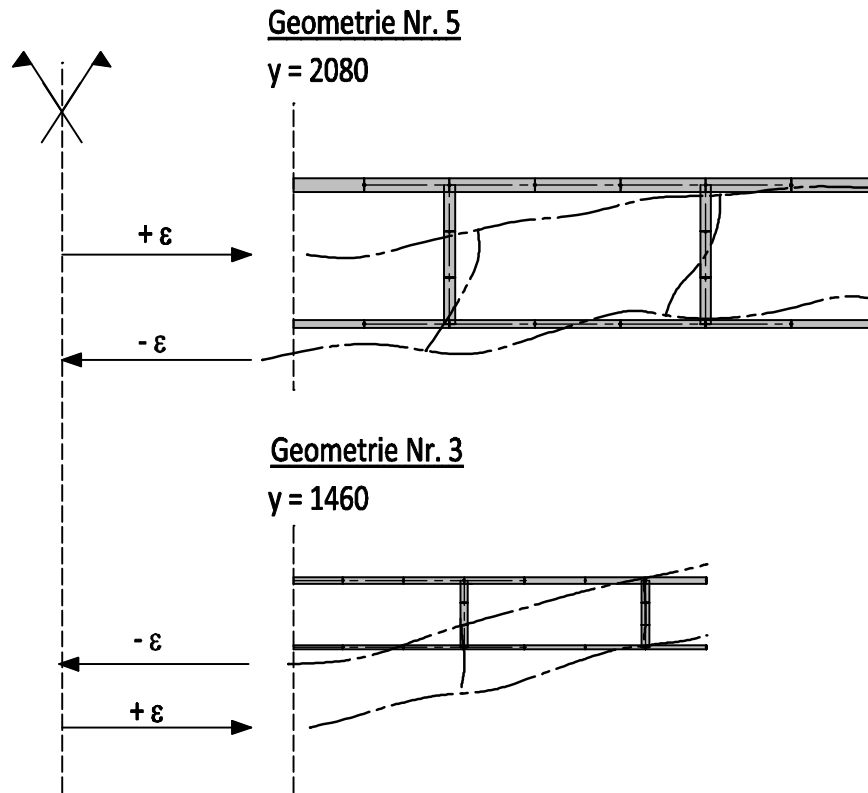


Bild 7.23: Vergleich Verformungen/Verzerrungen in Plattenmitte der Plattengeometrien Nr.3 und Nr.5

Je größer die Querschubsteifigkeit, desto mehr ähnelt die Verformung in Querrichtung der Verformung unter Annahme der Bernoulli-Hypothese bei dem die Querschnitte eben zur Querschnittsachse bleiben. Im Grenzfall der schubstarrten Platte finden gar keine Schubverzerrungen statt, das obere Deckblech erfährt in Querrichtung Druck und das unter Deckblech in Querrichtung Zug. Das Moment  $M_y$  in Querrichtung ist positiv. Je nach Ausprägung der Schubverformung ändert sich das Verhältnis und es kommt zum Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf  $M_y$ .

Der Vergleich der Querschubsteifigkeiten  $D_{QY}$  der Geometrie Nr. 3 und Nr. 5 zeigt, dass dieser Effekt nicht alleine von  $D_{QY}$  abhängig sein kann, da diese bei den beiden gewählten Geometrien nahezu identisch sind und gemäß den Ergebnissen in Bild 7.22 bei der Geometrie 3 im Gegensatz zur Geometrie Nr. 5 kein Vorzeichenwechsel im Momentenverlauf  $M_y$  stattfindet. Vielmehr ist der bestimmende Parameter für das Moment  $M_y$  der Faktor  $\alpha$  gemäß Gleichung (2.70), der eben-

falls in Tabelle 7.7 angegeben ist. Mit kleiner werdendem  $\alpha$  steigt auch der Momentenabfall  $M_y$  in Feldmitte.

## 7.6 Zusammenfassung

Zur Ermittlung der Spannungen in Hohlplattenstrukturen unter konzentrierten Einzellasten wurde in Anlehnung an die Arbeiten [34] und [36] eine eigene Berechnungsstruktur auf Basis einer homogenisierten Plattenberechnung in Kombination mit einem lokalen 3D-FE-Modell aufgebaut. Die Überprüfung der Berechnungsstruktur anhand der in [34] und [36] veröffentlichten Beispiele aus der maritimen Anwendung und anhand des eigenen an Versuchsergebnissen kalibrierten 3D-FE-Modells zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse.

Nähere Untersuchungen mit variierten Plattenquerschnitten und Deckblechdicken zeigten jedoch, dass im Bereich konzentrierter Einzelradlasten Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Berechnungsstruktur und den diskret ermittelten Ergebnissen auftraten. Die Abweichungen waren hierbei abhängig von den Geometrieabmessungen des Plattenquerschnitts, dem Verhältnis der Lastgröße zum Stegabstand sowie natürlich von der Deckblechdicke selber.

Durch eine Aufschlüsselung der einzelnen Spannungsanteile konnte dargestellt werden, dass die Einflüsse des „Thick-Face-Plate-Effects“ auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich begrenzt sind. Eine genauere Analyse zeigte, dass die Deckblechverformungen und somit die Spannungen des „Thick-Face-Plate-Effects“ in diesem Bereich durch die Berechnungsstruktur nicht ausreichend genau wiedergegeben werden können, daher kommt es zu Abweichungen der Spannungen im Vergleich zu den diskret ermittelten Ergebnissen. Da die Abweichungen in Abhängigkeit der Querschnittsabmessungen der Platte aber auch in Abhängigkeit des Verhältnis der Lastgröße zum Stegabstand variieren, muss die verwendete Berechnungsstruktur zumindest für den Bereich dickerer Deckbleche nur als bedingt geeignet für die Spannungsberechnung unter lokalen Radlasten in Hohlplattenstrukturen eingestuft werden.

Für den ungestörten Bereich ist das homogenisierte Plattenmodell jedoch sehr wohl dazu geeignet die Spannungen aus den Plattenschnittgrößen zurückzurechnen. Durch einen Vergleich der Schnittgrößen des Layer-Modell unter Berücksichtigung des schubweichen Kerns und der schubstarrten Deckbleche mit einer Plattenberechnung, bei dem die gesamte Platte nur durch eine einzelne Schicht mit homogenisierten Steifigkeiten abgebildet wird, konnte gezeigt werden, dass die Abweichungen in den globalen Schnittgrößen ebenfalls nur auf den unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung begrenzt sind. Für die Schnittgrößenbe-

rechnung der Platte im ungestörten Bereich kann somit auf eine relativ aufwendige Modellierung der Platte mit mehreren Ebenen verzichtet werden. Hierfür können einfache, kostengünstige und in der Praxis verbreitete 2D-Plattenprogramme verwendet werden.

Die Erkenntnisse dieses Kapitels können im Folgenden für die Entwicklung eines alternativen Berechnungskonzeptes zur Spannungsermittlung unter konzentrierten Radlasten in Stahlhohlplatten genutzt werden.





# 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

## 8.1 Allgemeines

Die Untersuchungen im vorangegangenen Kapitel zeigte, dass das in [34] und [36] vorgestellte Konzept der Spannungsermittlung für Hohlplatten mit dickeren Deckblechen nicht zweifelsfrei angewendet werden kann.

Abgesehen davon dient das Verfahren jedoch hervorragend dazu, die einzelnen Anteile am Lastabtragverhalten in Querrichtung in Abhängigkeit der Plattensteifigkeiten zu quantifizieren und näher zu untersuchen, vgl. Kapitel 7. Mit diesen grundlegenden Erkenntnissen wird nun im Folgenden ein Konzept entwickelt, mit welchem die Deckblechspannungen in Stahlhohlplatten unter konzentrierten Einzelradlasten ermittelt werden können. Der Fokus liegt dabei auf der Reduktion der Aufgabe in Teilprobleme, die mit einfachen Programmen gelöst werden können, die den in der Praxis tätigen Ingenieuren zugänglich sind. Auf Grund der Vielzahl der Variationsmöglichkeiten bei der Ausbildung der Plattengeometrie aber auch bei der auf die Platte einwirkenden Lasten ist es dabei nicht das primäre Ziel, ein für alle Bereiche allgemeingültiges Bemessungskonzept zu entwickeln, sondern vielmehr eine prinzipielle Vorgehensweise zu untersuchen, mit der für typische Plattenabmessungen aus dem Brückenbau Spannungsermittlungen durchgeführt werden können.

## 8.2 Grundlagen

Aus den vorangegangenen Untersuchungen dienen folgende Erkenntnisse für weitere Überlegungen:

- Die Einflüsse des „Thick-Face-Plate-Effects“ sind bei Plattentragwerken im Wesentlichen auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich konzentrierter Einzellasten begrenzt.
- Im Bereich der Lasteinleitung dominieren in Querrichtung die Spannungsanteile aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ und aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen.
- In den ungestörten Bereichen kann die Ermittlung der Plattenschnittgrößen in Haupt- und Quertragrichtung mit einem vereinfachten 2D-FE-Modell erfolgen. Die wesentlichen Deckblechspannungen in Querrichtung resultieren in diesen Bereichen aus den steginduzierten

Momenten, die nach Bild 7.3 Punkt 2.1 berechnet werden können. Im Bereich der Lasteinleitung können die Schnittgrößen einer vereinfachten 2D-Plattenberechnung von den tatsächlichen Gegebenheiten innerhalb der realen Struktur abweichen.

- Die Membranspannungen in Querrichtung aus der globalen Tragwirkung sind in der Regel sehr klein und können somit gegebenenfalls vernachlässigt werden.

### 8.3 Grundidee des Berechnungskonzeptes

Die Deckblechmomente sind, wie in 7.4 herausgearbeitet wurde, abhängig von der Lastverteilung und Weiterleitung der auf das Deckblech einwirkenden Last. Die Modellierung mit drei Layern gemäß Bild 7.1 führte zu Ergebnissen, die vom diskreten Modell abwichen. Dieses lag im Wesentlichen daran, dass im Gegensatz zum kontinuierlichen Widerstand des homogenisierten Kerns diskrete Widerstände auf Grund der in diskreten Abständen angeordneten Stege vorhanden sind. Diese erhalten in Abhängigkeit des Stegabstandes und der Lastbreite unterschiedliche Lastanteile. Die Modellierung der Platte mit den drei Layern kann der tatsächlichen Gegebenheit somit nicht gerecht werden.

Insofern scheint es sinnvoll, die prinzipielle Idee, die lokalen Einflüsse im Bereich der Lasteinleitung in einem lokalen, separierten Modell zu ermitteln, beizubehalten. Hiermit sollen dann sowohl die Effekte aus der Durchlaufträgerwirkung der Deckbleche als auch aus der Durchbiegung der Deckbleche („Thick-Face-Plate-Effect“) berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird an dem Konzept einer zweigeteilten Berechnung festgehalten, wobei die Berechnung der globalen Schnittgrößen mit einem vereinfachten 2D-Plattenmodell mit homogenisierten Querschnittswerten vorgenommen wird. Mit dieser Vorgehensweise werden die globalen Schnittgrößen unter Berücksichtigung der orthotropen Eigenschaften der Hohlplatte (z.B. Schubweichheit in Querrichtung) in Abhängigkeit der jeweiligen Lagerungsbedingung der Platte ermittelt. Die Abweichungen der globalen Schnittgrößen gegenüber der diskreten Struktur im Bereich der Lasteinleitung müssen dann ggf. mit entsprechenden Korrekturfaktoren ausgeglichen werden. Für die vereinfachten 2D-Plattenberechnungen wird innerhalb dieser Arbeit auf das Modell aus Kapitel 7.5 zurückgegriffen, vgl. Bild 7.19 rechts.

Die Durchbiegung des Deckbleches in Querrichtung im Gesamtverband der Stahlhohlplatte ist abhängig von der Durchbiegung der Stege. Im theoretischen Fall unendlich steifer Stege ohne Biegeverformung in Haupttragrichtung der Platte bleibt als lokale Komponente nur die Deckblechverformung auf Grund der Durchlaufträgerwirkung der Deckbleche in Querrichtung. Im Falle endlicher

Biegesteifigkeit der Deckbleche in Haupttragrichtung ergeben sich entsprechende Durchbiegungen der Stege. In diesem Fall erfährt das Deckblech durch die Stege eine federelastische Stützung, wobei sich die Federsteifigkeit unter anderem aus der Durchbiegung der Stege ergibt. Mit dieser Betrachtung stellt sich die Grundidee des vereinfachten Berechnungskonzeptes gemäß Bild 8.1 dar.

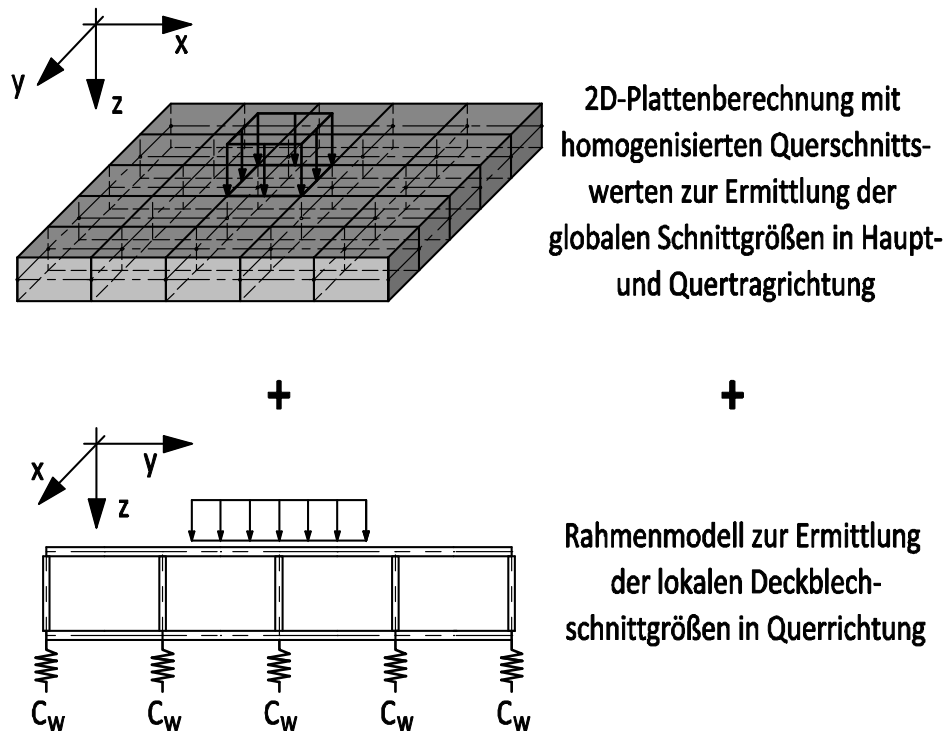


Bild 8.1: Grundprinzip des vereinfachten Berechnungskonzeptes

Die Berechnung der lokalen Deckblechspannungen in Querrichtung erfolgt an einem unter den Stegen federelastisch gestützten Ersatzrahmensystem. Dieses Rahmensystem ist ein gedanklich aus der Platte herausgeschnittener Plattenstreifen mit der anteiligen Last in Abhängigkeit der Dimension des Plattenstreifens. Die Spannungen aus diesem Rahmensystem werden dann mit den Spannungen überlagert, die sich aus den globalen Momenten ergeben, die mit der 2D-Plattenberechnung ermittelt werden.

### 8.3.1 Rahmenmodell

Für die 2D-Plattenberechnung wird auf das in Kapitel 7.5 verwendete Modell zurückgegriffen. Die Untersuchungen am Rahmenmodell können theoretisch mit dem in 2.9.2 verwendeten R-Stab-Modell durchgeführt werden. Parametrisierte Berechnungen und deren Auswertungen sind mit R-Stab [S6] jedoch nur mit erheblichem Aufwand möglich, so dass hier wieder auf das Programmsystem ANSYS [S1] zurückgegriffen wird. Für die Anwendung in der Praxis können diese Berech-

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

nungen dann mit Stabwerk- bzw. einfachen Plattenprogrammen durchgeführt werden.

Die Modellierung des Rahmens erfolgt hier mit einfachen Balkenelementen des Typs BEAM4. Dieser Elementtyp verfügt über zwei Knoten mit jeweils drei möglichen Verschiebungs- und Verdrehungsfreiheitsgraden, vgl. Bild 8.2.

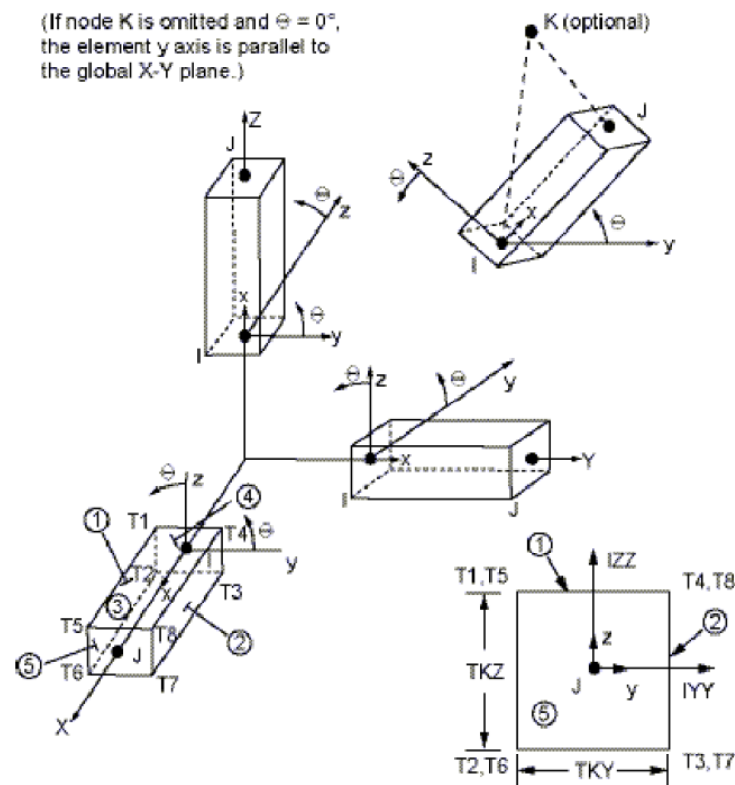


Bild 8.2: Balkenelemente Typ BEAM4 aus dem FE-Programm ANSYS, aus S1 Users Manual - Online Documentation [S1]

Für die Generierung der Wegfedern und der Drehfedern am Anschluss der Deckbleche an die Stege wurde wieder auf die COMBIN14 Elemente zurückgegriffen, vgl. Bild 4.4.

### 8.3.2 Eingrenzung der Geometrieparameter

Insgesamt können bei der Stahlhohlplatte folgende Parameter variiert werden:

- $t_t$  Dicke oberes Deckblech
- $t_w$  Stegdicke
- $t_b$  Dicke unteres Deckblech
- $s$  Stegabstand
- $h_c$  Steghöhe

### 8.3 Grundidee des Berechnungskonzeptes

---

- $C_{\theta t}$  Drehfedersteifigkeit der Schweißnahtverbindung im Anschluss oberes Deckblech-Steg
- $C_{\theta b}$  Drehfedersteifigkeit der Schweißnahtverbindung im Anschluss unteres Deckblech-Steg
- $L_{kx}$  Plattenlänge (System)
- $L_{ky}$  Plattenbreite (System)

Die große Anzahl der Variationsmöglichkeiten bedingt eine Reduktion auf die im Brückenbau relevanten Dimensionen. Dabei dienen als Anhaltswerte für die typischen Blechdicken der Stahlhohlplatte als Fahrbahn im Stahlbrückenbau die in [R4] angegebenen Empfehlungen für die bauliche Durchbildung orthotroper Platten.

- $t_t \geq 14 \text{ mm}$
- $t_w \geq 6 \text{ mm}$
- $s \quad s/t_t \leq 25 \text{ und } s \leq 300 \text{ mm}$

Des Weiteren gibt die Arbeit von Weitz [47] eine sehr gute Übersicht über realisierte Fahrbahnplatten im Stahlbrückenbau. Wertet man die über 40 aufgeführten orthotropen Platten aus, so ist eine Eingrenzung der übrigen Parameter möglich, so dass für die weiteren Untersuchungen die Plattengeometrien wie folgt variiert werden:

- $t_t \quad 14 \text{ mm}$
- $t_w \quad 6 \text{ mm}$
- $t_b \quad 6 \text{ mm}$
- $s \quad 200, 220, 240, 260, 280, 300 \text{ [mm]}$
- $h_c \quad 200, 240, 280 \quad \text{[mm]}$
- $L_{kx} \quad 3000, 4000, 5000, (6000) \quad \text{[mm]}$
- $L_{ky} \quad \sim 4000 \quad \text{[mm]}$

Für die Drehfedersteifigkeiten der Schweißnahtverbindungen zwischen den Stegen und den Deckblechen wird entsprechend der Probekörpergeometrie A, vgl. Bild 3.2, für die folgenden Analysen von einer biegesteifen Verbindung der Stege an das obere Deckblech ausgegangen. Im Einsatzfall der Hohlplatte als Fahrbahn im Stahlbrückenbau ist der Vollanschluss des Steges an das obere Deckblech schon aus Gründen einer höheren Ermüdungsfestigkeit obligatorisch.

Für die Drehfedersteifigkeit des Anschlusses der Stege an das untere Deckblech ist die Ausbildung der Laser-Stichnaht maßgebend. Die im Rahmen von [44] ausgeführten Laser-Stichnähte sind in eigenen Ermüdungs(tast)versuchen untersucht

worden. Es zeigte sich, dass diese unter dem Gesichtspunkt der Ermüdungsbeanspruchung als praktisch nicht tragfähig einzustufen sind. Für den Einsatz in dynamisch beanspruchten Konstruktionen sind die Laser-Stichnähte somit grundsätzlich in weiteren Forschungsarbeiten zu optimieren und zu qualifizieren. Vor dem Hintergrund aktueller Entwicklungen in der Laser-Schweißtechnik ist zu erwarten, dass z.B. eine der maßgebenden Größen für die (Ermüdungs-) Festigkeit der Laser-Stichnähte, die Schweißnahtbreite, erheblich erhöht werden kann. Darüber hinaus kann auch mit der Verwendung ausgewählter Stahlsorten die Ermüdungsfestigkeit der Laser-Stichnähte günstig beeinflusst werden. Unabhängig von der tatsächlichen Ausbildung der Laser-Stichnaht in der Verbindung der Stege mit dem unteren Deckblech wird somit in den folgenden Analysen zunächst ebenfalls von einer biegesteifen Verbindung für den Anschluss der Stege an das untere Deckblech ausgegangen. Im Anschluss daran erfolgt der Vergleich mit der in Kapitel 4.4 ermittelten Drehfedersteifigkeit  $C_{\theta b}$  für die eigenen Versuchskörper.

### 8.3.3 Statische Systeme / Laststellung

Die in dieser Arbeit untersuchten Systeme beschränken sich auf einachsig oder zweiachsig gespannte Platten. Dabei wird von einer ideellen, gelenkigen Lagerung ausgegangen. Für die Belastung wurde eine Radlast nach [R3] mit einer Radaufstandsfläche von 400 x 400 mm simuliert, die Lastgröße beträgt dabei einheitlich 200 kN. In Anlehnung an [3] werden die beiden relevanten Laststellungen gemäß Bild 8.3 untersucht.

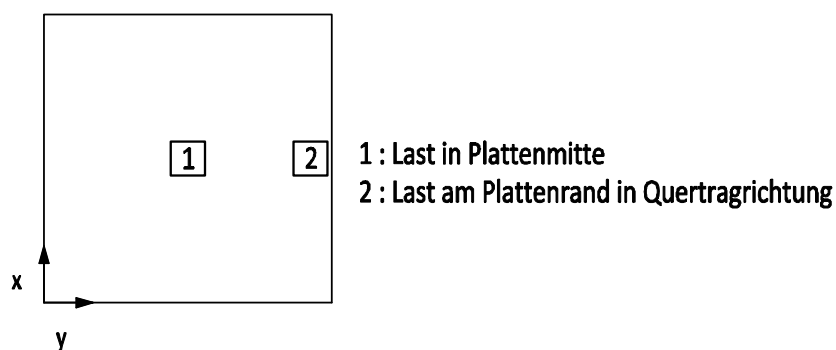


Bild 8.3: Variation der Lastposition

Im Falle mittig auf der Platte positionierter Radlasten wird diese mittig über dem Steg in Plattenmitte angeordnet. Auf Grund dieser Positionierung weicht die Plattenbreite je nach Stegabstand geringfügig von der in 8.3.2 angegebenen Plattenbreite von 4000 mm ab.

## 8.4 Last in Plattenmitte

Insgesamt ergeben sich somit für die weiteren Untersuchungen die Geometrieparameter nach Tabelle 8.1.

Tabelle 8.1: Variation der Plattengeometrien

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_{kx}$	$L_{ky}$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$	$D_x$	$D_y$	$D_{xy}$	$D_{Qx}$	$D_{Qy}$	$\alpha$ (2.70)
	[mm]							[kNcm/(cm rad)]		[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kN/m]	[kN/m]	[1/m]
1	14	6	6	200	200	3000-6000	4000	$\infty$	$\infty$	45024	38948	29960	2100000	955	4,10
2	14	6	6	200	220		3960	$\infty$	$\infty$	44509	38948	29960	2055944	853	3,87
3	14	6	6	200	240		3840	$\infty$	$\infty$	44074	38948	29960	2019231	768	3,68
4	14	6	6	200	260		4160	$\infty$	$\infty$	43703	38948	29960	1988166	697	3,50
5	14	6	6	200	280		3920	$\infty$	$\infty$	43383	38948	29960	1961538	637	3,35
6	14	6	6	200	300		4200	$\infty$	$\infty$	43103	38948	29960	1938462	585	3,21
7	14	6	6	240	200	3000-6000	4000	$\infty$	$\infty$	65441	55177	42444	2196923	827	3,81
8	14	6	6	240	220		3960	$\infty$	$\infty$	64575	55177	42444	2144056	740	3,61
9	14	6	6	240	240		3840	$\infty$	$\infty$	63846	55177	42444	2100000	668	3,43
10	14	6	6	240	260		4160	$\infty$	$\infty$	63222	55177	42444	2062722	607	3,27
11	14	6	6	240	280		3920	$\infty$	$\infty$	62684	55177	42444	2030769	555	3,13
12	14	6	6	240	300		4200	$\infty$	$\infty$	62213	55177	42444	2003077	511	3,00
13	14	6	6	280	200	3000-6000	4000	$\infty$	$\infty$	90225	74228	57098	2293846	729	3,58
14	14	6	6	280	220		3960	$\infty$	$\infty$	88883	74228	57098	2232168	654	3,39
15	14	6	6	280	240		3840	$\infty$	$\infty$	87752	74228	57098	2180769	591	3,22
16	14	6	6	280	260		4160	$\infty$	$\infty$	86785	74228	57098	2137278	538	3,08
17	14	6	6	280	280		3920	$\infty$	$\infty$	85949	74228	57098	2100000	493	2,94
18	14	6	6	280	300		4200	$\infty$	$\infty$	85219	74228	57098	2067692	454	2,83

## 8.4 Last in Plattenmitte

In einer ersten Voruntersuchung wird die prinzipielle Anwendbarkeit des vorgeschlagenen Konzeptes untersucht. Dabei wird vorerst der Fall einer in Haupttragrichtung einachsigt gespannten Platte mit der Last in Feldmitte analysiert.

### 8.4.1 Abschätzung der Wegfedersteifigkeit $C_w$

Die Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  des Ersatzrahmensystems gemäß Bild 8.1 wurden in einem ersten Schritt aus den maximalen Verformungsgrößen der diskreten 3D-FE-Berechnung  $u_z$  ermittelt. Die Federsteifigkeiten wurden zunächst mit den exakten Verformungen der Stege ermittelt, um die Vorgehensweise an sich zu überprüfen. In einem späteren Schritt sollte dann das Berechnungskonzept mit den Verformungen aus der homogenisierten Plattenberechnung erfolgen, um letztlich ganz auf das 3D-FE-Modell verzichten zu können. Die benötigte Last zur Berechnung

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

der Wegfeder wird näherungsweise aus den Auflagerlasten am Rahmenmodell unter Annahme einer starren Lagerung berechnet, vgl. Bild 8.4. Dabei liegt dieser Vorgehensweise die Annahme zu Grunde, dass die Stegverformung in Haupttragrichtung über die Lasteinleitungslänge nahezu konstant ist.

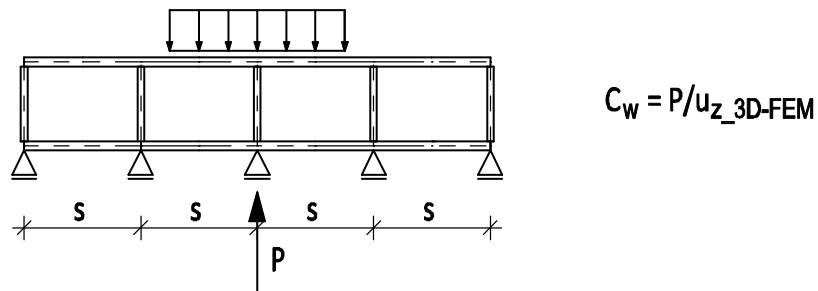


Bild 8.4: Prinzip: Ermittlung der anteiligen Last zur Berechnung der Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  am starr gelagerten Rahmensystem

### 8.4.2 Interpretation der Ergebnisse mit Wegfedersteifigkeiten $C_w$ nach 8.4.1

Ein auszugsweiser Vergleich der Ergebnisse der oben skizzierten Methode mit den Ergebnissen aus dem diskreten 3D-FE-Modell zeigt die prinzipielle Anwendbarkeit des Verfahrens. In den beiden unten angegebenen Diagrammen sind die Spannungen  $\sigma_y$  aus der diskreten 3D-FE-Berechnung mit den Ergebnissen der Rahmenberechnung für ein und denselben Plattenquerschnitt jedoch für zwei unterschiedliche Plattenlängen angegeben, vgl. Bild 8.5 und Bild 8.6. Die Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für das jeweilige Rahmenmodell wurden gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise ermittelt. Eventuelle Einflüsse aus den Spannungen in Haupttragrichtung sind in den dargestellten Rahmenergebnissen noch nicht berücksichtigt.

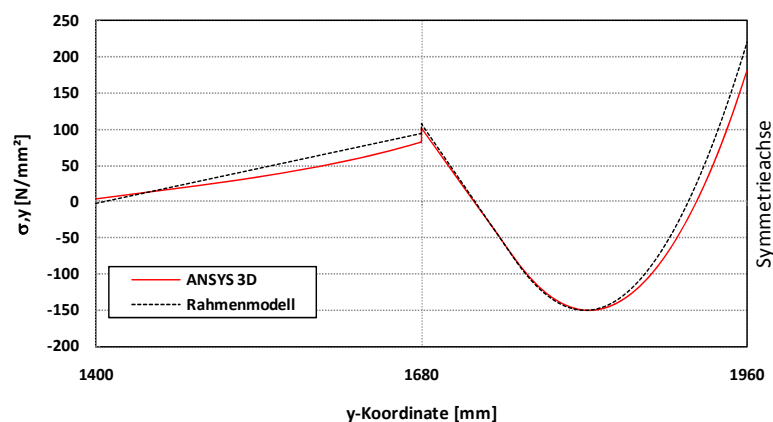


Bild 8.5: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$ , 14\_6\_6\_240\_280\_4000\_3920\_∞\_∞, ANSYS 3D und Ersatzrahmenmodell



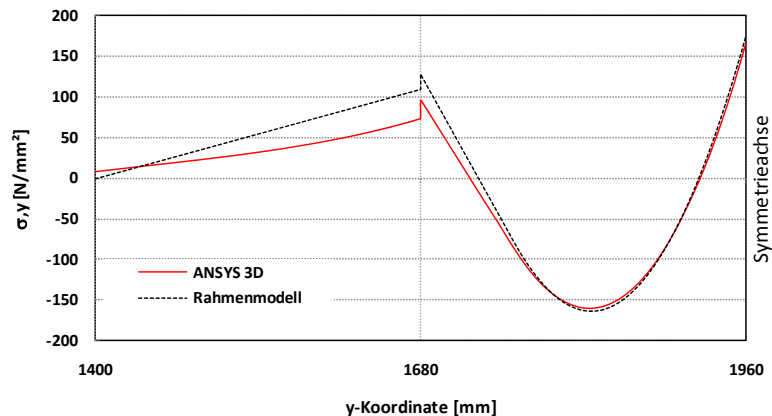


Bild 8.6: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$ , 14\_6\_6\_240\_280\_6000\_3920\_∞\_∞, ANSYS 3D und Ersatzrahmenmodell

Während bei der kürzeren Platte die Abweichungen zu den exakten Ergebnissen in den Spannungen  $\sigma_y$  über dem Steg in Plattenmitte rund 22 % ( $40 \text{ N/mm}^2$ ) betragen, weichen die Spannungen  $\sigma_y$  bei der längeren Platte in Feldmitte nur um rund 6 % ( $10 \text{ N/mm}^2$ ) ab. Der Vergleich der Spannungen über dem Steg  $y=1680 \text{ mm}$  fällt hingegen für die kürzere Platte deutlich besser aus als für die längere Platte. Die Vorgehensweise, die Wegfedern des Rahmenerersatzsystems alleine über die Plattenverformung zu bestimmen, liefert zwar grundsätzlich ähnliche Spannungsverläufe wie die am diskreten Modell bestimmten Spannungen, die Abweichungen streuen aber stark über den untersuchten Parameterbereich. Die zum Vergleich herangezogene Plattenlänge von  $6000 \text{ mm}$  stellt zwar an sich keinen baupraktischen Fall dar und ist im Rahmen der Untersuchungen eher als absoluter Grenzfall zu betrachten, unabhängig davon wird aber deutlich, dass die Bestimmung der Wegfedern alleine über die Plattenverformungen nicht zu qualitativ gleichwertigen Ergebnissen über den gesamten Parameterbereich der untersuchten Plattenlängen führen. Das liegt daran, dass die Änderung der globalen Verformung in Abhängigkeit der Plattenlänge nicht im gleichen Maße erfolgt, wie die relative Verformung der benachbarten Stege im Bereich der Lasteinleitung. Unabhängig davon weisen die generellen Übereinstimmungen der Spannungsverläufe aber darauf hin, dass es sich bei der grundsätzlichen Idee um einen vielversprechenden Ansatz handelt, den es weiter zu verfolgen gilt.

### 8.4.3 Bestimmung der Wegfedersteifigkeit $C_w$

Um im Rahmen eines eventuellen Bemessungsverfahrens auf die Vorteile der vereinfachten Spannungsberechnung am Ersatzrahmen sowie der vereinfachten 2D-Plattenberechnung nicht verzichten zu müssen, werden im Folgenden aus den vorhandenen Daten des 3D-FE-Modells die für den Ersatzrahmen notwendigen Wegfedern bestimmt und für die weitere Verwendung grafisch aufbereitet.

Die Ermittlung der Wegfedern findet dabei wie folgt statt:

1. Ermittlung der Deckblechbiegespannungen  $\sigma_{y\_3D-FE}$  über dem belasteten Steg aus den Datensätzen der 3D-FE-Berechnung
2. Rückrechnung des Momentes  $M_{y\_3D-FE}$  aus den Biegespannungen  $\sigma_{y\_3D-FE}$
3. Variation der Wegfeder  $C_w$  im Rahmenmodell nach Bild 8.1 bis zur Übereinstimmung des Balkenmomentes  $M_{y\_Beam}$  mit dem Deckblechmoment  $M_{y\_3D-FE}$ .

Für die einzelnen Bleche der diskreten Struktur gilt der ebene Spannungszustand und somit für die Deckbleche die Gleichungen (8.1):

$$\begin{aligned}\sigma_x^t &= \frac{E_t}{1-\nu_t^2} (\varepsilon_x + \nu_t \varepsilon_y), \\ \sigma_y^t &= \frac{E_t}{1-\nu_t^2} (\varepsilon_y + \nu_t \varepsilon_x)\end{aligned}\tag{8.1}$$

In den Deckblechspannungen  $\sigma_y$  aus dem diskreten 3D-FE-Modell sind somit Spannungsanteile aus der Haupttragrichtung enthalten. Mit den Spannungskomponenten  $\sigma_y$  auf der Ober- und Unterseite des oberen Deckbleches lassen sich jedoch die lokalen Biegespannungsanteile  $\sigma_y$  in guter Näherung zurückrechnen. Die linear veränderlichen Spannungsanteile über die Höhe der Deckbleche aus den Momenten in Haupttragrichtung sind minimal, so dass sich die linear veränderlichen Spannungen  $\sigma_y$  über die Deckblechhöhe ausschließlich den Biegemomenten in Querrichtung zuordnen lassen, vgl. Bild 8.7.

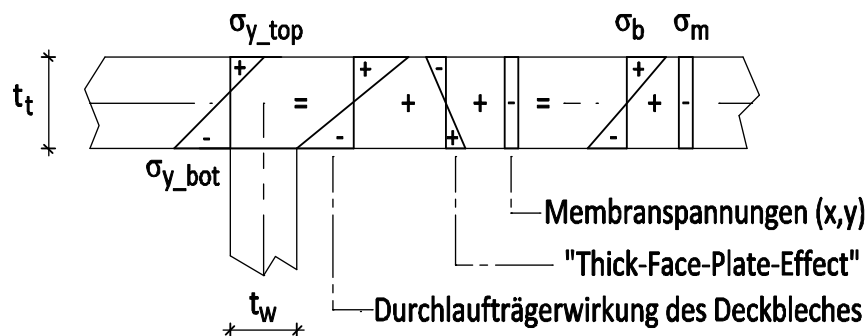


Bild 8.7: Anteile Deckblechspannungen ANSYS 3D-FE-Modell

Mit den so ermittelten Biegespannungen  $\sigma_y$  liegen genau die Spannungsanteile des Deckbleches vor, die mit dem Ersatzrahmenmodell ermittelt werden sollen.

Mit der Steifigkeit der Deckbleche lassen sich wiederum im zweiten Schritt die Deckblechmomente in Plattenquerrichtung berechnen. Im dritten Schritt werden dann in einer Parameterstudie anhand des Ersatzrahmenmodells die Wegfedern

$C_w$  soweit variiert, bis die aus den Spannungskomponenten am diskreten 3D-FE-Modell zurückgerechneten Deckblechmomente mit den Momenten des Ersatzrahmenmodells übereinstimmen. Für die Optimierung der Iteration wurde das Newton-Verfahren benutzt, vgl. [25].

Die auf diesem Wege ermittelten Wegfedersteifigkeiten für das Ersatzrahmensystem lassen sich dann z.B. sortiert nach den in Tabelle 8.1 angegebenen Steghöhen in Abhängigkeit der übrigen Variationsparameter nach Bild 8.8 angeben. Die Wegfedersteifigkeiten sind dabei pro Längeneinheit in x-Richtung des Ersatzrahmensystems nach Bild 8.1 angegeben.

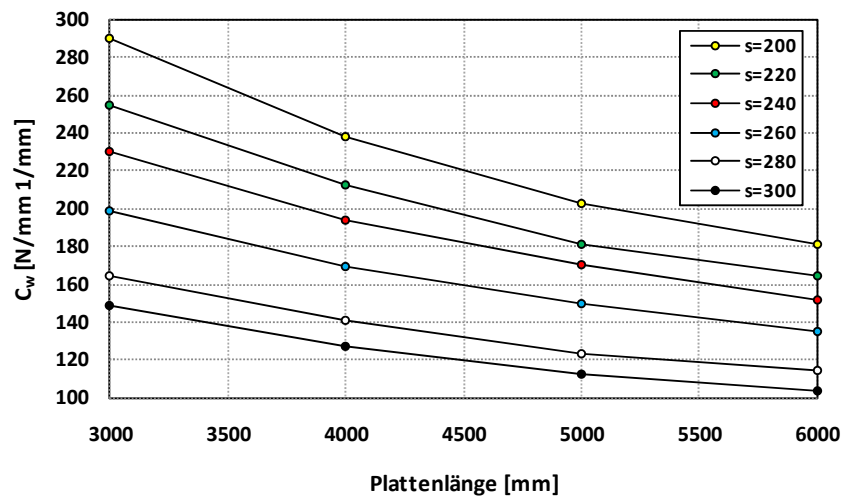


Bild 8.8: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem nach Bild 8.1 für den Parameterbereich  $14\_6\_6\_200\_s\_L_{kx}\_4000\_∞\_∞$

Durch eine entsprechende Umsortierung lassen sich die Ergebnisse für die Wegfedersteifigkeiten des Ersatzrahmensystems in einer anwenderfreundlicheren Darstellung gemäß Bild 8.9 angeben.

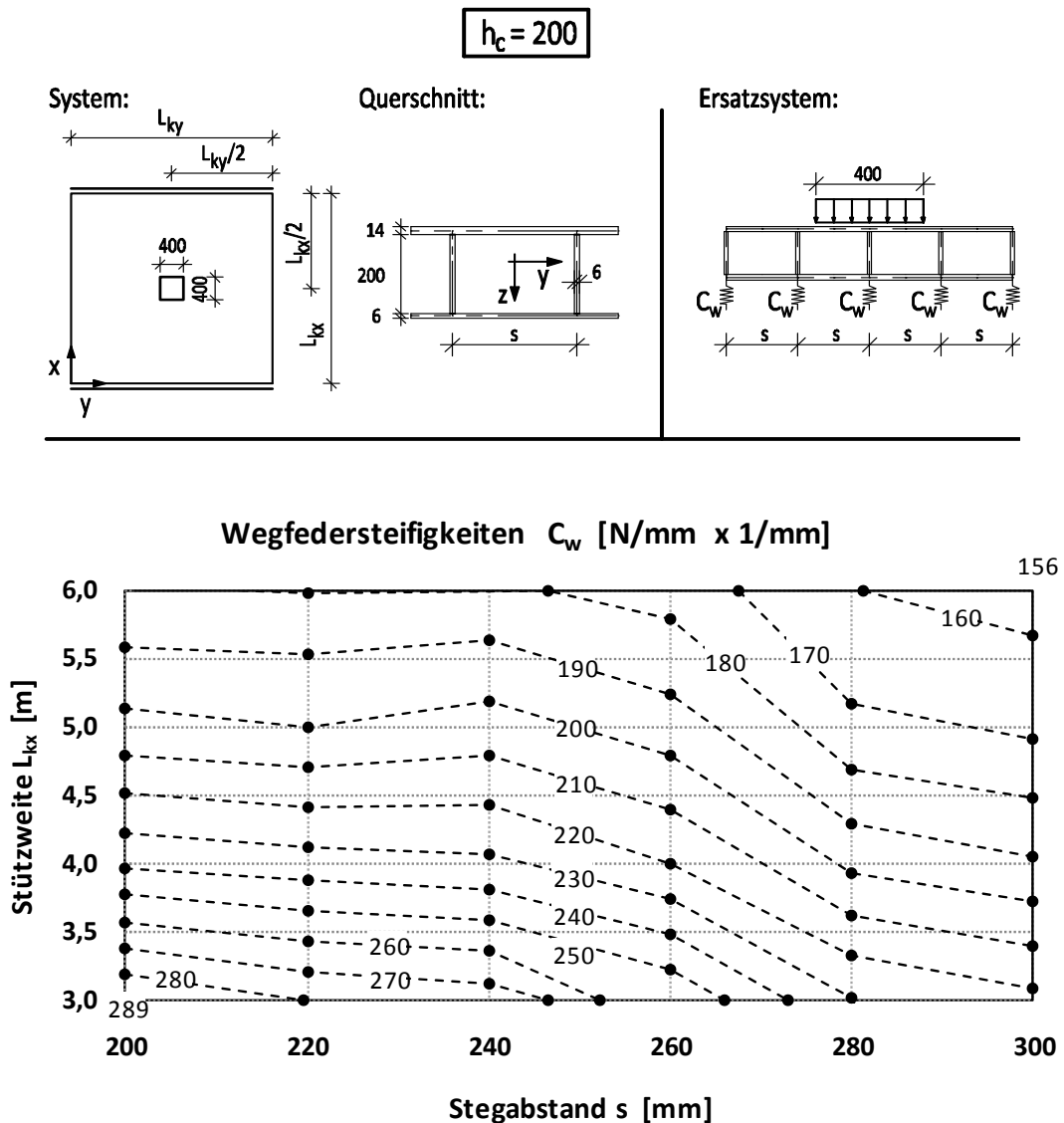


Bild 8.9: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem nach Bild 8.1 für den Parameterbereich  $14\_6\_6\_200\_s\_L_{kx}\_4000\_∞\_∞$

Auf gleiche Art und Weise können für die beiden anderen untersuchten Steghöhen nach Tabelle 8.1 ebenfalls entsprechende Diagramme angegeben werden, vgl. Anhang D. Ein erster Vergleich der mit diesen Wegfedersteifigkeiten ermittelten Spannungen  $\sigma_y$  am Ersatzrahmenmodell mit den am diskreten 3D-FE-Modell ermittelten Spannungen für das Beispiel aus Bild 8.5 zeigt Bild 8.15. Dieser Vergleich gilt jedoch nur als erste Näherung, da in den Spannungen der diskreten 3D-FE-Berechnung noch Spannungsanteile aus der Haupttragrichtung gemäß Bild 8.7 enthalten sind.

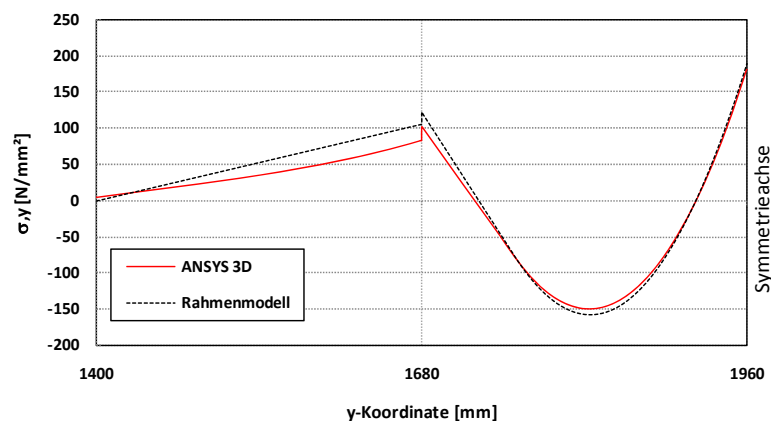


Bild 8.10: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$ , 14\_6\_6\_240\_280\_4000\_3920\_∞\_∞, ANSYS 3D und Ersatzrahmenmodell

Prinzipiell gelingt eine bessere Abbildung der Spitzenspannungen über dem mittleren Steg, jedoch zu Ungunsten der Übereinstimmung der Spannungen über dem Steg an der Position  $y = 1680\text{mm}$ . Eine endgültige Überprüfung der Güte der Ergebnisse gelingt jedoch erst, wenn die Spannungsanteile aus der Haupttragrichtung entsprechend berücksichtigt werden.

#### 8.4.4 Spannungen in Haupttragrichtung

Eine separierte Betrachtung der Spannungen in Haupt- und Quertragrichtung ist nicht ohne weiteres möglich, da sich die Spannungen über die Querdehnungen nach Gleichung (8.1) gegenseitig beeinflussen.

Die Deckblechspannungen  $\sigma_y$  aus den Verzerrungen in Haupttragrichtung die sich zu den Spannungen aus dem Lastabtrag in Querrichtung addieren, können durch das Ersatzrahmenmodell nicht berücksichtigt werden. Prinzipiell stehen in dem geplanten Nachweiskonzept für die Berechnung der Spannungen in Haupttragrichtung nur die mit der homogenisierten Plattenberechnung ermittelten Schnittgrößen zur Verfügung.

Aus den in der 2D-Plattenberechnung ermittelten Momenten in Haupttragrichtung  $M_{x\_2D}$  lassen sich die Deckblechspannungen mit den Z-Koordinaten der Schichtgrenzen des homogenisierten Querschnitts nach Tabelle 2.2 zunächst mit Gleichung (8.2) ermitteln.

$$\sigma_x = \frac{M_{x\_2D} \cdot z_{s,x,0}}{D_x} \cdot E_x \quad (8.2)$$

Der Vergleich zwischen den so ermittelten Spannungen und den tatsächlichen Spannungen aus der diskreten 3D-FE-Berechnung erfolgt in Bild 8.11. In Anlehnung

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

an den Momentenverlauf  $M_{x,2D}$  aus der homogenisierten Plattenberechnung ergibt sich ein stetiger Spannungsverlauf  $\sigma_x$ .

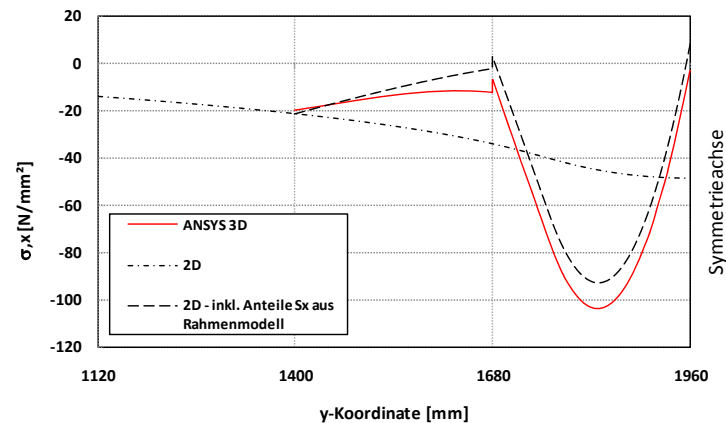


Bild 8.11: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  14\_6\_6\_240\_280\_4000\_3920\_∞\_∞, ANSYS 3D, 2D und 2D inkl. Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Ersatzrahmenmodell

Der Vergleich mit den Spannungen  $\sigma_x$  aus der diskreten 3D-FE-Berechnung zeigt, dass der prinzipielle Spannungsverlauf in Haupttragrichtung im Lasteinleitungsbe- reich affin zum Spannungsverlauf in Quertragrichtung ist, was an der Kopplung der beiden Tragrichtungen über den ebenen Spannungszustand liegt.

Ermittelt man sich die Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus dem Einfluss der Quertragrichtung indem man die mit dem Ersatzrahmenmodell ermittelten Spannungen  $\sigma_y$  mit der Querdehnzahl multipliziert und zu den Spannungen  $\sigma_x$  aus der 2D-Plattenberechnung addiert, vgl. Kurve „2D-inkl. Anteile  $\sigma_x$  aus Rahmenmodell“ in Bild 8.11, so gelingt eine Annäherung an den tatsächlichen Spannungsverlauf  $\sigma_x$  aus der diskreten 3D-FE-Berechnung.

Die noch vorhandenen Abweichungen in den Spannungen  $\sigma_x$  sind jedoch nicht alleine auf die Abweichungen der Spannungen  $\sigma_y$  des Ersatzrahmemodells von den tatsächlichen Spannungen  $\sigma_y$  der diskreten 3D-FE-Berechnung zurückzuführen. Vielmehr unterscheidet sich auch in Haupttragrichtung der Spannungsverlauf der Spannungen  $\sigma_x$  der diskreten Struktur von der idealisierten, homogenisierten Struktur. In Bild 8.12 wird dieser Effekt deutlich, hier erfolgt der Vergleich der Spannungen  $\sigma_x$  aus der homogenisierten Berechnung mit den Spannungen  $\sigma_x$  aus der diskreten 3D-FE-Berechnung. Diese diskreten Spannungen  $\sigma_x$  sind jedoch um die Anteile der Spannungen, die sich aus dem Einfluss der Quertragrichtung ergeben bereinigt worden.

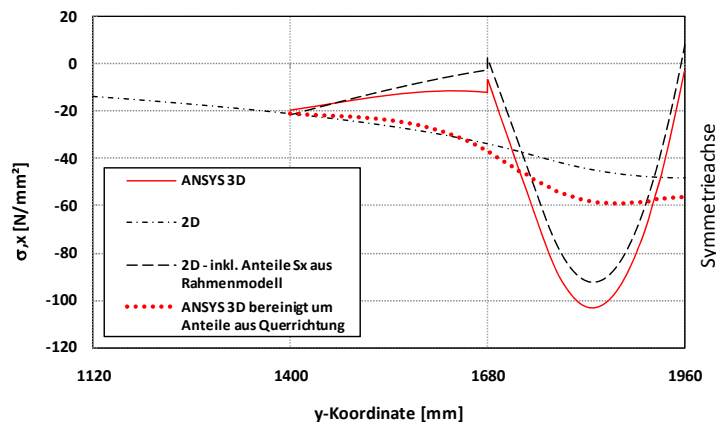


Bild 8.12: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$ , 14\_6\_6\_240\_280\_4000\_3920\_∞\_∞, ANSYS 3D, 2D und 2D inkl. Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Ersatzrahmenmodell sowie ANSYS 3D bereinigt um Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Querrichtung

Der Unterschied der bereinigten Spannungen  $\sigma_x$  der diskreten Struktur zur homogenisierten Spannungsberechnung ist erheblich. Eine wirklichkeitsnahe Ermittlung der Spannungen sowohl in Haupt- als auch in Quertragrichtung setzt somit voraus, dass zunächst die Spannungen in Haupttragrichtung mit den Schnittgrößen der vereinfachten 2D-Plattenberechnung richtig erfasst werden.

Da der Einfluss der diskreten Struktur auf den Spannungsverlauf auch in Haupttragrichtung in der homogenisierten 2D-Plattenberechnung nicht erfasst werden kann, wird im Folgenden untersucht, in wie weit eine Korrektur der vereinfacht berechneten Spannungen in Abhängigkeit der Geometrieparameter erfolgen kann.

#### 8.4.5 Ableitung von Korrekturfaktoren für die Spannungen in Haupttragrichtung

Die Abweichungen zwischen den aus der vereinfachten 2D-Plattenberechnung und den aus der diskreten 3D-FE-Berechnung ermittelten Spannungen lassen sich prinzipiell in zwei Anteile unterteilen. Zum einen weicht die absolute Größe der diskret ermittelten Spannungen direkt über dem belasteten Steg von der homogenisiert ermittelten Spannung ab, zum anderen ergibt sich auf Grund der diskreten Struktur ein über den Stegen in Querrichtung „wellenförmiger“ Spannungsverlauf  $\sigma_x$ , vgl. Bild 8.12.

Sowohl die Ausprägung des wellenförmigen Spannungsverlaufes  $\sigma_x$  in Quertragrichtung als auch die absolute Abweichung der Spannungen über dem mittleren Steg ist grundsätzlich abhängig vom Stegabstand. Dabei gilt, je größer der Stegabstand, desto größer die Abweichung. Des Weiteren hängt die Ausprägung der wellenförmigen Abweichung auch von der belasteten Fläche bzw. vom Verhältnis des Stegabstandes zur Lastbreite ab. In Bild 8.13 sind exemplarisch die Spannungen  $\sigma_x$

für den Fall angegeben, bei dem sich die Lasteinleitung genau über zwei Stegabstände erstreckt.

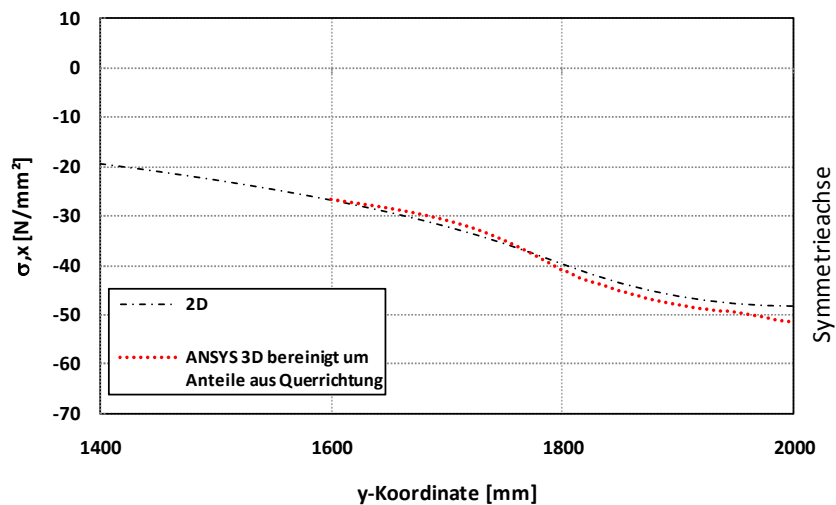


Bild 8.13: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$ , 14\_6\_6\_240\_200\_4000\_4000\_∞\_∞, ANSYS 3D bereinigt um Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Querrichtung und 2D

Sowohl die absolute Abweichung, als auch die wellenförmige Abweichung in den ermittelten Spannungen sind in dem hier dargestellten Beispiel mit einem Stegabstand von 200 mm im Vergleich zu einem Stegabstand von 280 mm, vgl. Bild 8.12, sehr gering.

#### 8.4.5.1 Berücksichtigung der absoluten Abweichung

Wertet man die Abweichungen zwischen den um die Querrichtung bereinigten Spannungen  $\sigma_x$  der diskreten 3D-FE-Berechnung und den Spannungen  $\sigma_x$  aus der 2D-Plattenberechnung in den Auswertungsstellen gemäß Bild 7.11 aus, so lässt sich für die Abweichungen an den Positionen der Stege ein linearer Zusammenhang feststellen, wobei mit steigendem Abstand zur Lastmitte die Abweichungen immer kleiner werden, vgl. Bild 8.14 (Pos. y1 minimale Abweichung, Pos. y5 maximale Abweichung).



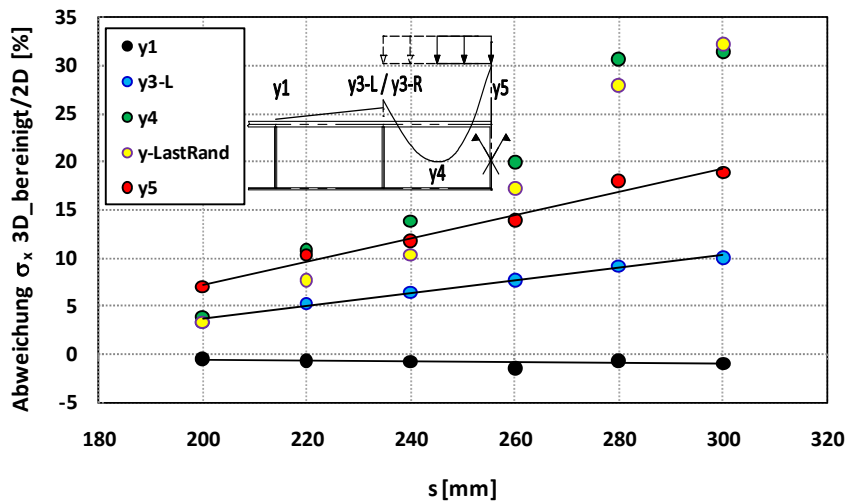


Bild 8.14: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppe  $h_c = 240$  mm, Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm, gemäß Tabelle 8.1

Für die beiden anderen Geometriegruppen  $h_c = 200$  und  $h_c = 280$  gemäß Tabelle 8.1 ergeben sich für die Abweichungen an den Positionen der Stege ähnliche Zusammenhänge. Insgesamt lassen sich die Differenzen zwischen den Spannungen  $\sigma_x$  aus der 2D-Plattenberechnung und den tatsächlichen Spannungen aus der diskreten 3D-FE-Berechnung unter dem Lastmittelpunkt ( $y_5$ ), für alle untersuchten Geometrien (Nr.1-18) einer Plattenlänge, näherungsweise durch eine einzige lineare Ausgleichgrade in Abhängigkeit des Stegabstandes  $s$  abbilden, vgl. Bild 8.15.

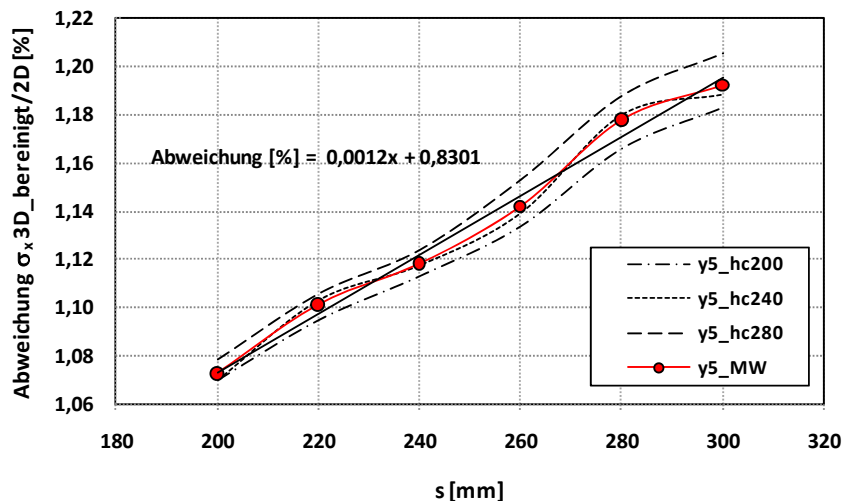


Bild 8.15: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  unter dem Lastmittelpunkt, ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppen gemäß Tabelle 8.1 und Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm

Auf gleiche Art und Weise lassen sich für die übrigen Plattenlängen ebenfalls Ausgleichsgeraden ermitteln, vgl. Anhang E. Insgesamt ergeben sich für die untersuchten Plattenlängen für diese Ausgleichsgeraden die Funktionsgleichungen nach Tabelle 8.2 (Nr.1 – Nr.4), die sich auf Grund der geringen Abweichungen durch eine einzige Funktion darstellen lassen, vgl. Tabelle 8.2 Nr.5.

Tabelle 8.2: Ausgleichsgeraden für Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kl}/2$  ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppen gemäß Tabelle 8.1 für verschiedene Plattenlängen

Nr.	Plattenlänge [mm]	Abweichungen [%] - Ausgleichsgeraden				
		[-]		[mm]		[-]
1	3000	0,0013	x	s	+	0,8248
2	4000	0,0012	x	s	+	0,8301
3	5000	0,0011	x	s	+	0,8534
4	6000	0,0011	x	s	+	0,8343
5	3000-6000	0,0012	x	s	+	0,8357

Mit dieser gemittelten Funktion und der Annahme, dass sich die Abweichungen in den Spannungen - ausgehend von der Position  $y_1$  = „keine Abweichung“ bis hin zur Position  $y_5$  = „maximale Abweichung“- linear aufbauen, lässt sich eine dimensionsgebundene Funktion für den Korrekturfaktor  $\eta_1$  in Abhängigkeit des Stegabstandes für den relevanten Bereich von  $2 \times s$  angeben, vgl. Gleichung (8.3).

$$\eta_1 = \frac{0,0012 \cdot s - 0,16435}{2 \cdot s} \cdot y + 1, \quad y, s \text{ in [mm];} \quad 0 \leq y \leq 2 \cdot s \quad (8.3)$$

#### 8.4.5.2 Berücksichtigung der „wellenförmigen“ Abweichung

Der Vergleich zwischen Bild 8.12 und Bild 8.13 zeigt die Abhängigkeit der „wellenförmigen“ Abweichung zwischen den homogenisiert und diskret berechneten Spannungen  $\sigma_x$  vom Verhältnis des Stegabstandes zur Lastbreite.

Die maximale Abweichung ergibt sich beim größten untersuchten Stegabstand von 300 mm, während sie vernachlässigbar klein ist, wenn die Lasteinleitung sich genau über zwei Stegabstände erstreckt. Unter Berücksichtigung der in Bild 8.16 angegebenen Bezeichnungen gilt, je größer der Abstand  $a$  zwischen Steg und Last, desto größer die Abweichung der am diskreten Modell ermittelten Spannungen zu den Spannungen der homogenisierten Plattenberechnung.

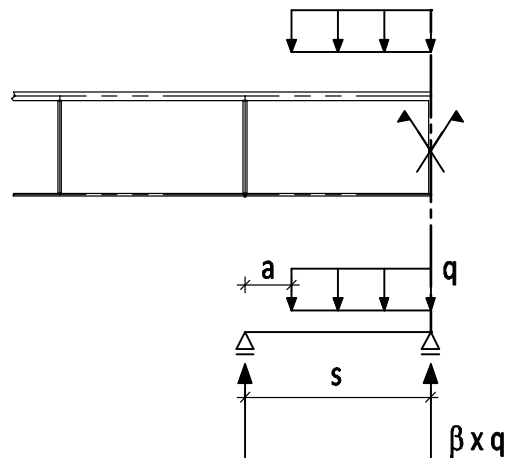


Bild 8.16: Modell: Lastaufteilung in Abhängigkeit von  $a$  und  $s$ .

Ausgehend von dieser Betrachtungsweise lässt sich mit einem Wichtungsfaktor  $\beta$  für die Auflagerlast des mittleren Steges in Abhängigkeit des Abstandes  $a$  und des Stegabstandes  $s$ , vgl. Bild 8.16 die wellenförmige Abweichung zwischen den ermittelten Spannungen durch eine sinusförmige Ausgleichsfunktion gemäß Gleichung (8.4) korrigieren.

$$\eta_2 = -\sin\left(\frac{y}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y \leq 2 \cdot s \quad (8.4)$$

Der Wichtungsfaktor  $\beta$  für die Auflagerlast ermittelt sich dabei nach Gleichung (8.5).

$$\beta = \left(\frac{s}{2} - \frac{a^2}{2 \cdot s}\right) \cdot \frac{1}{100} \quad (8.5)$$

Erhöht man die Spannungen  $\sigma_x$  aus der homogenisierten 2D-Plattenberechnung mit den beiden Funktionen  $\eta_1$  und  $\eta_2$  so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Spannungen  $\sigma_x$  aus der FE-Berechnung am diskreten 3D-Modell. In Bild 8.17 ist der Vergleich exemplarisch für das bisher verwendete Beispiel nach Bild 8.11 und Bild 8.12 dargestellt.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

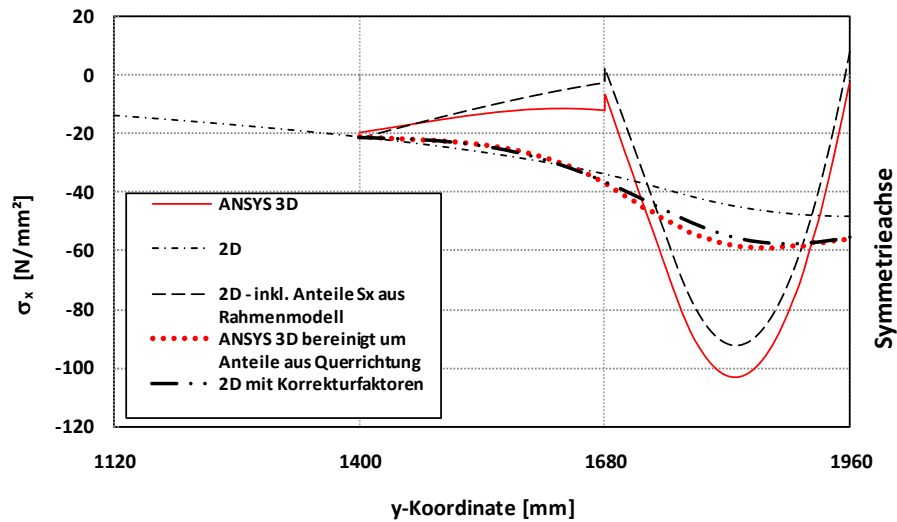


Bild 8.17: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , 14\_6\_6\_240\_280\_4000\_3920\_∞\_∞

Insgesamt lassen sich die beiden Faktoren  $\eta_1$  und  $\eta_2$  zu einem gemeinsamen Korrekturfaktor  $\eta = \eta_1 + \eta_2$  zusammenfassen und für die praktische Anwendung grafisch aufbereiten, vgl. Bild 8.18.

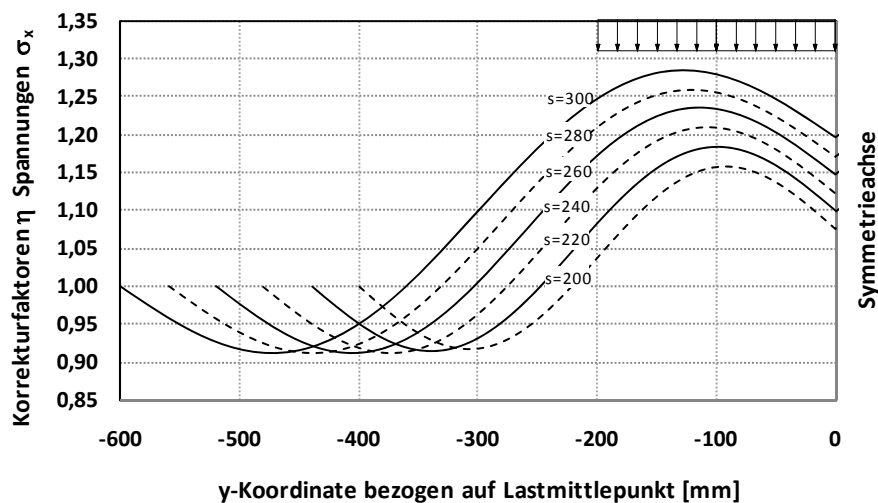


Bild 8.18: Korrekturfaktoren  $\eta$  für Spannungen  $\sigma_x$  aus 2D-Plattenberechnung im Schnitt  $L_{kx}/2$  bezogen auf Lastmittelpunkt

### 8.4.6 Spannungsermittlung - Vergleich der Ergebnisse

Im Folgenden werden für die Plattengeometrien nach Tabelle 8.1 die Spannungen in Haupt- und Nebentragsrichtung gemäß dem vereinfachten Konzept nach Bild 8.1 ermittelt. Für die Ermittlung der lokalen Deckblechspannungen im Bereich der Radlast mit dem Ersatzrahmenmodell werden die gemäß Kapitel 8.4.3 bestimmten Wegfedersteifigkeiten verwendet. Die Spannungsberechnung erfolgt dann insgesamt mit den globalen Schnittgrößen aus der homogenisierten 2D-Plattenberechnung (Index\_2D) und den Schnittgrößen aus der Ersatzrahmenberechnung (Index\_Beam) gemäß (8.6).

$$\begin{aligned}\sigma_x^t &= \eta \cdot \frac{M_{x\_2D} \cdot z_{s,x,0}}{D_x} \cdot E + \nu \cdot \frac{M_{y\_Beam}}{t_t^2} \cdot 6 + \left[ \nu \cdot \frac{M_{y\_2D}}{t_t \cdot d_i} \cdot \frac{D_0}{D_g} \right] \\ \sigma_y^t &= \nu \cdot \left( \eta \cdot \frac{M_{x\_2D} \cdot z_{s,x,0}}{D_x} \cdot E \right) + \frac{M_{y\_Beam}}{t_t^2} \cdot 6 + \frac{M_{y\_2D}}{t_t \cdot d_i} \cdot \frac{D_0}{D_g}\end{aligned}\quad (8.6)$$

Der jeweils erste Term berücksichtigt dabei die Momente in Haupttragsrichtung, der zweite Term berücksichtigt die Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches in Querrichtung, sowie die Spannungen aus der lokalen Deckblechbiegung („Thick-Face-Plate-Effect“). Der letzte Term berücksichtigt die Membranspannungen in den Deckblechen aus dem globalen Moment in Querrichtung. Diese Spannungen sind für die Haupttragsrichtung kaum von Bedeutung, da die Spannungen im Verhältnis zu den anderen Spannungskomponenten eher eine untergeordnete Rolle spielen und über die Querdehnzahl nur anteilig in die Summe der Spannungen in Haupttragsrichtung eingehen. In Quertragsrichtung tragen die Membranspannungsanteile geringfügig zur besseren Übereinstimmung der so ermittelten Spannungen mit den am diskreten 3D-FE-Modell berechneten Spannungen bei. Das Diagramm in Bild 8.19 gibt eine Übersicht über die Abweichungen der Spannungen  $\sigma_y$ , die mit dem vereinfachten Verfahren berechnet wurden, im Vergleich zu den exakten Spannungen, die am diskreten 3D-FE-Modell berechnet wurden. Dabei sind sowohl alle Geometrieparameter nach Tabelle 8.1 als auch alle unter 8.3.2 angegebenen vier Plattenlängen berücksichtigt. Somit handelt es sich um die Auswertung von insgesamt 72 Plattenberechnungen.

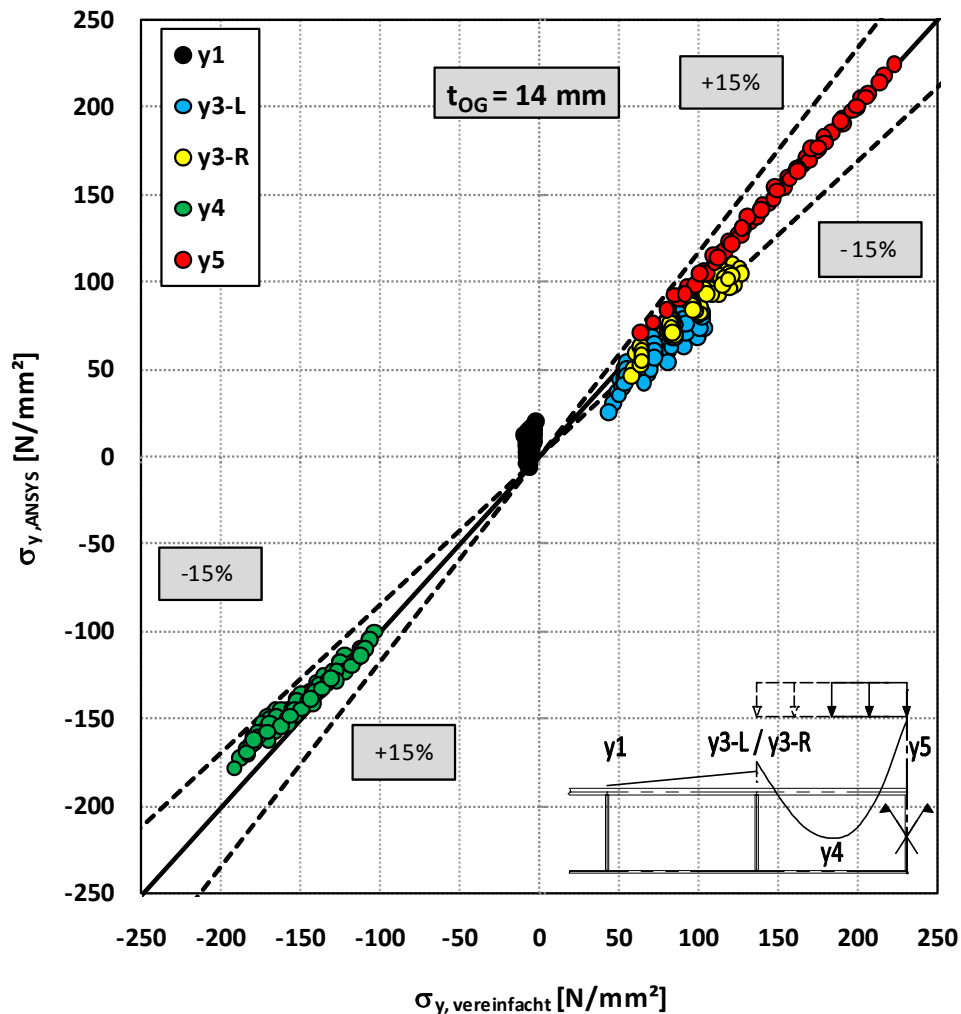


Bild 8.19: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

Die Abweichungen in den relevanten Stellen y5 und y4 der maximalen Spannungen betragen über den gesamten untersuchten Parameterbereich maximal 15%. Die Abweichungen in den Positionen y1-y3 fallen teilweise höher aus. Das liegt daran, dass die Spannungen aus dem Ersatzrahmenmodell an diesen Stellen die Ergebnisse aus der diskreten 3D-FE-Berechnung generell weniger genau abbilden, vgl. Bild 8.10. Für die Positionen y2-y3 liegen aber diese Abweichungen in der Regel auf der sicheren Seite, die Spannungen an den Stellen y1 sind minimal und somit nicht bemessungsrelevant. Da insbesondere auf einem geringen Spannungsniveau die prozentuale Abweichung kein ausreichendes Kriterium für die Güte der Ergebnisse ist, vgl. Kapitel 7.4.1, werden in Bild 8.20 die Ergebnisse im Rahmen einer absoluten 10% - Grenze, bezogen auf eine Materialstreckgrenze von  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  dargestellt.

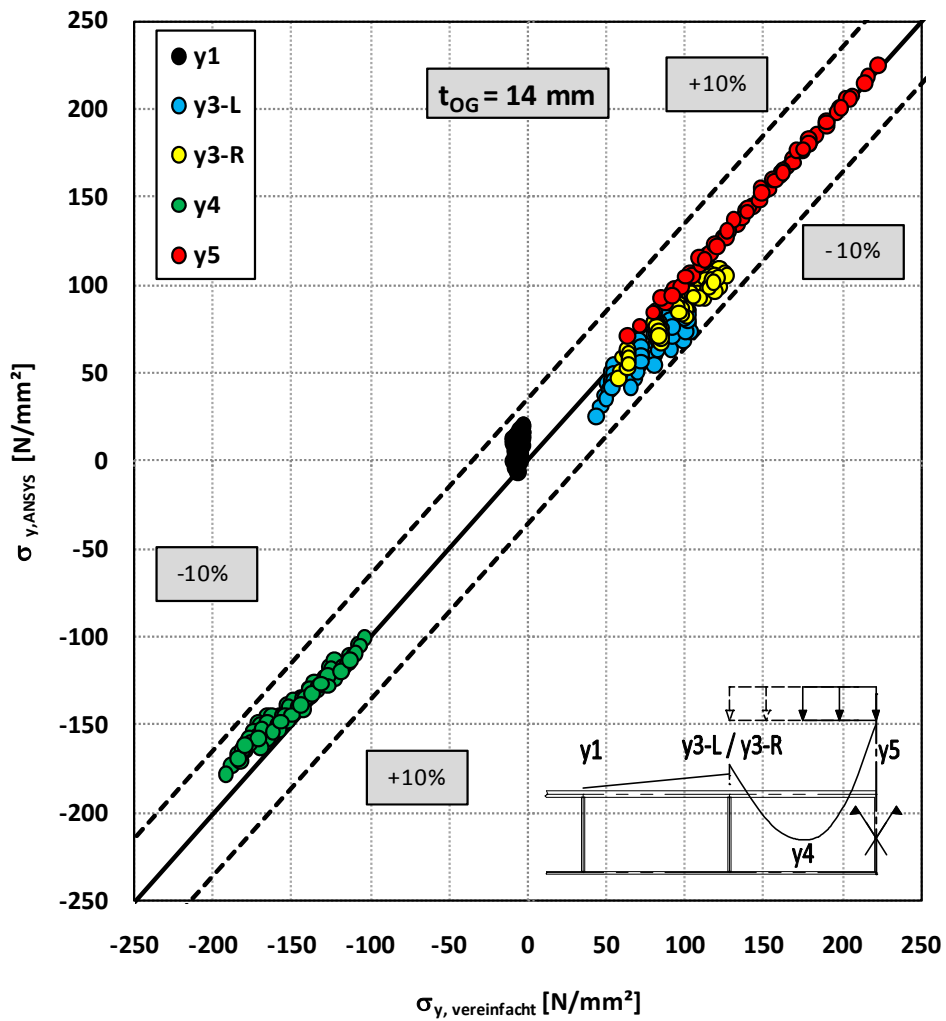


Bild 8.20: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept, 10% Grenze bezogen auf  $f_y=355 \text{ N/mm}^2$

Demnach weichen alle vereinfachten Ergebnisse weniger als  $3,5 \text{ kN/cm}^2$  von den diskret ermittelten Ergebnissen ab.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

Der entsprechende Vergleich der Spannungen in Haupttragrichtung erfolgt in Bild 8.21 und Bild 8.22.

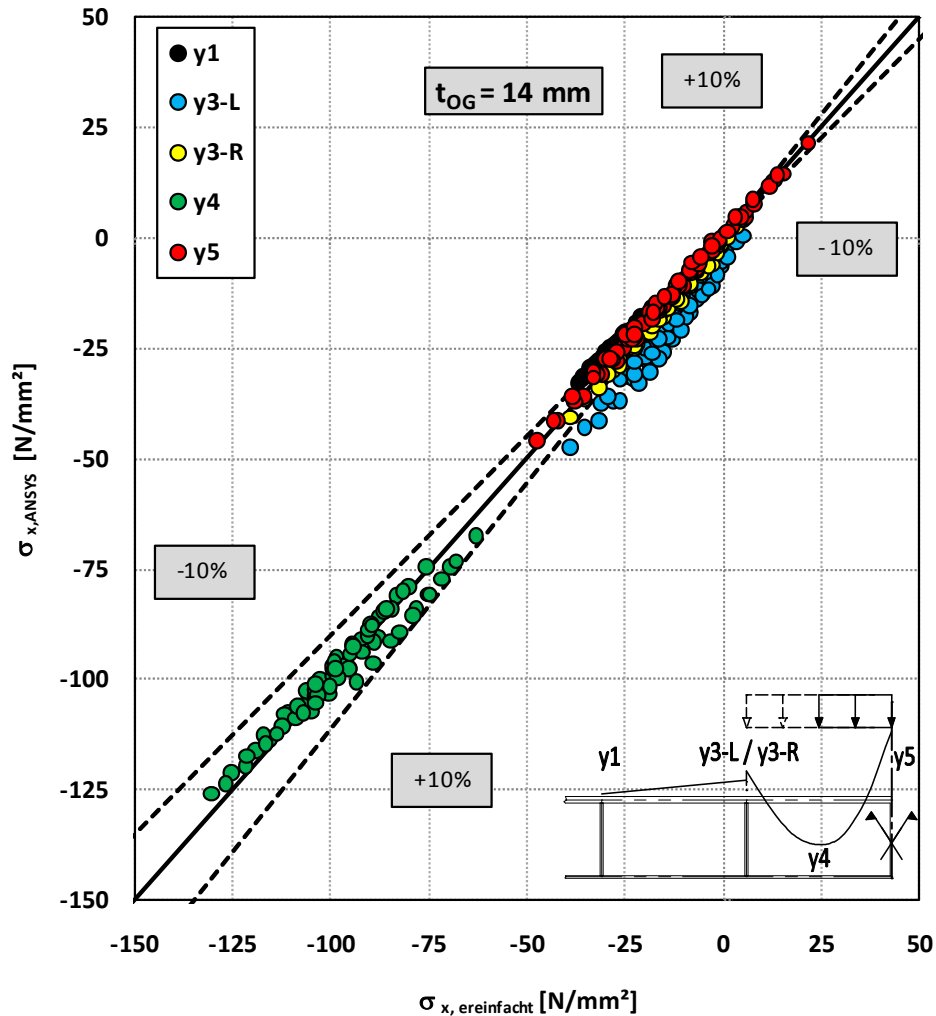


Bild 8.21: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

Wiederum werden die relevanten Ergebnisse an den Positionen  $y5$  und  $y4$  sehr gut wiedergegeben. Über den gesamten Parameterbereich weichen die Ergebnisse in den Positionen  $y5$  und  $y4$  um maximal 10% voneinander ab. In den Positionen  $y1$ - $y3$  treten wieder größere Abweichungen auf.

In Bild 8.22 erfolgt wieder die Darstellung der Ergebnisse mit Angabe einer absoluten Grenze bezogen auf eine Materialstreckgrenze von  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ .



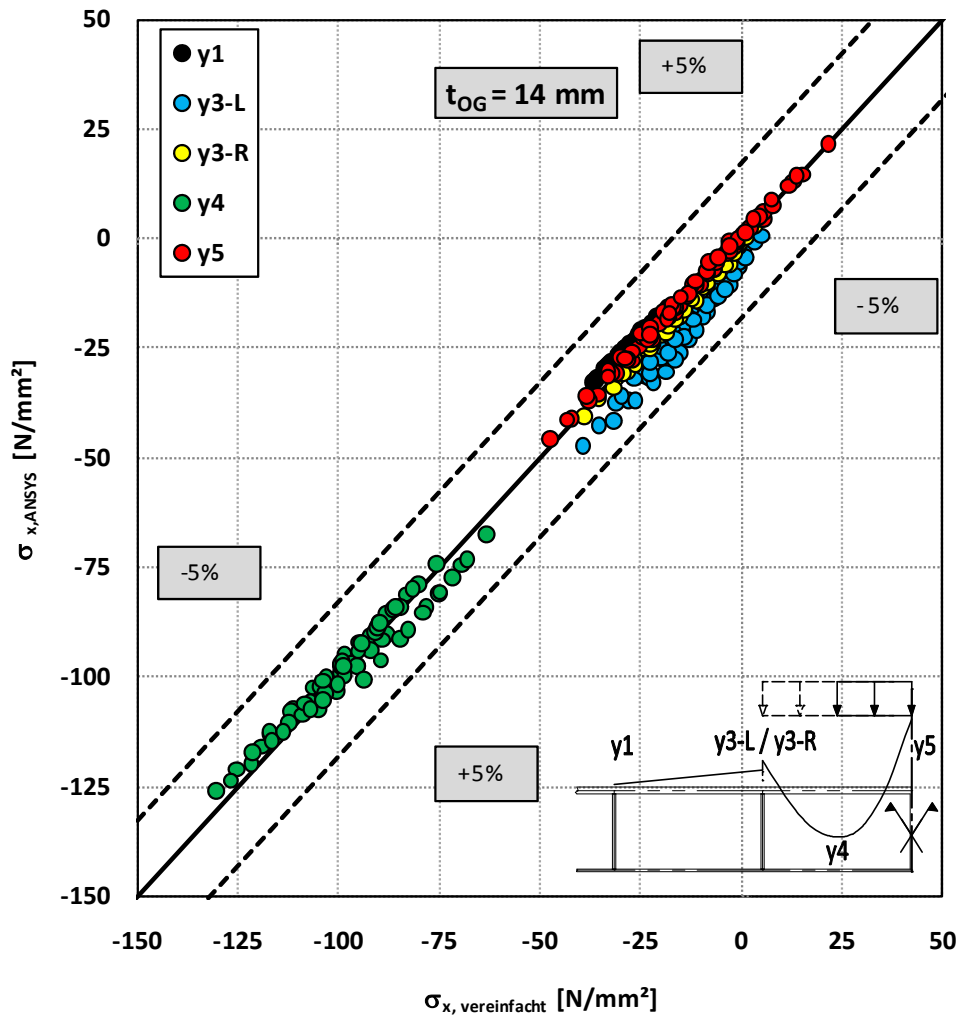


Bild 8.22: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept, 5% Grenze bezogen auf  $f_y=355 \text{ N/mm}^2$

Vergleicht man die Spannungen in Haupt- und Quertragrichtung so stellt man fest, dass sich in Querrichtung größere Spannungen  $\sigma_y$  als in Haupttragrichtung  $\sigma_x$  einstellen.

Prinzipiell werden mit fallendem Wert a aus Bild 8.16 die Übereinstimmungen der Ergebnisse besser, vgl. exemplarisch Bild 8.23 und Bild 8.24.

8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

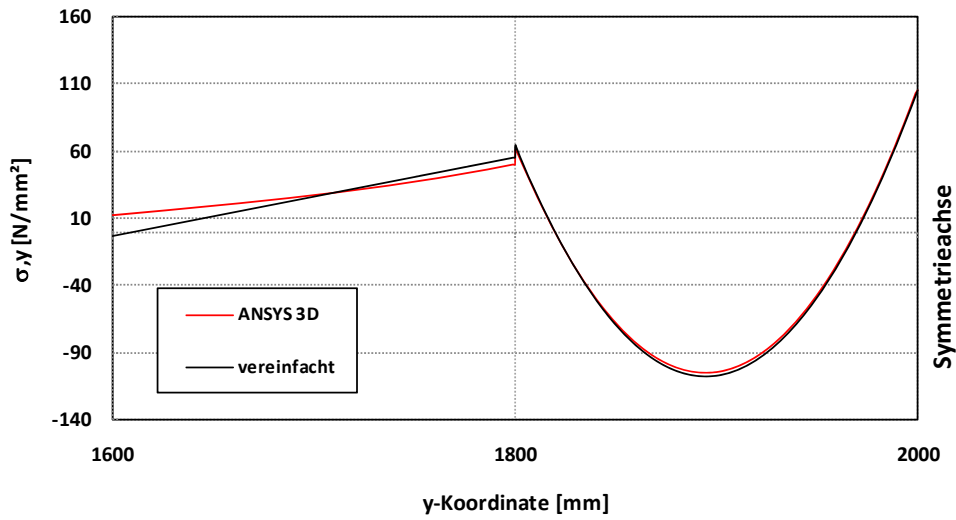


Bild 8.23: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , 14\_6\_6\_280\_200\_4000\_4000\_∞\_∞, ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

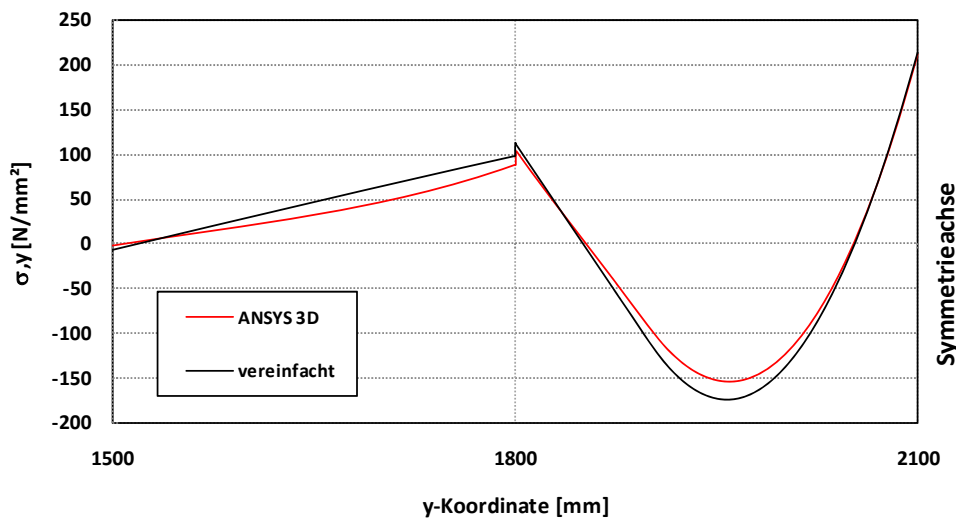


Bild 8.24: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , 14\_6\_6\_280\_300\_4000\_4200\_∞\_∞, ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

### 8.4.7 Einordnung der Ergebnisse / kritische Diskussion des vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung

Der Vergleich der Ergebnisse im vorangegangenen Kapitel zeigt, dass mit dem entwickelten, vereinfachten Konzept unter Verwendung der abgeleiteten Korrekturfaktoren eine sehr gute Übereinstimmung mit den Deckblechspannungen der diskreten 3D-FE-Berechnung in den bemessungsrelevanten Stellen erzielt werden konnte. Mit zunehmendem Abstand vom Lastzentrum waren jedoch größere Abweichungen zwischen den beiden Spannungsberechnungen festzustellen.

Sowohl die in Kapitel 8.4.5 entwickelten Korrekturfaktoren  $\eta_1$  und  $\eta_2$  als auch die in Kapitel 8.4.3 angegebenen Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  wurden speziell dafür ermittelt, dass die mit den vereinfachten Ansätzen ermittelten Spannungen im Bereich des Lastmittelpunktes (Spannungsmaximum) gerade mit den Spannungen aus der 3D-FE-Berechnung am diskreten Modell in optimaler Weise übereinstimmen.

Eine bessere Übereinstimmung der Ergebnisse in den Bereichen, die vom Lastmittelpunkt weiter entfernt sind, kann unter Umständen über eine weitere Optimierung des Ersatzrahmenmodells erfolgen. Hier könnten Ergebnisse z.B. mit einer Variation der Wegfedersteifigkeiten am Rand des Ersatzrahmenmodells bzw. mit einer Variation der Lastform, welche auch einen partiellen Lastabfluss in Haupttragrichtung berücksichtigt, weiter optimiert werden, vgl. Bild 8.25.

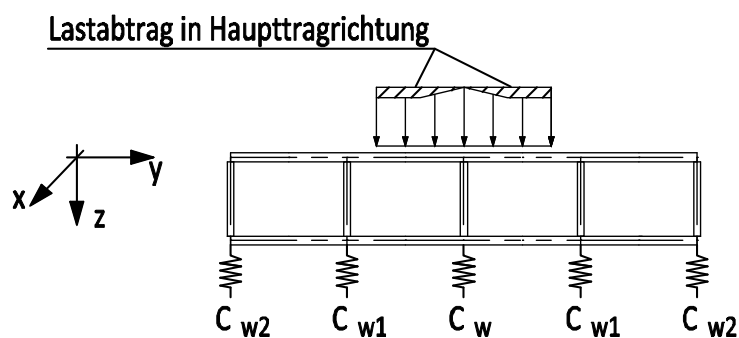


Bild 8.25: Mögliche Modifikationen des Ersatzrahmenmodells zur Verbesserung der Genauigkeit der Berechnungsergebnisse des vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung

In Bezug auf eine möglichst einfache Handhabung des Verfahrens und auf Grund der Tatsache, dass die maximalen Spannungen mit dem vorgeschlagenen Konzept sehr gut abgebildet werden, wird diese Option jedoch nicht weiterverfolgt.

Unabhängig davon steht mit dem hier entwickelten Verfahren ein vereinfachtes Konzept zur Verfügung, mit dem man mit Hilfe von einfachen, in der Ingenieurpraxis zur Verfügung stehenden Programmen in der Lage ist, die Deckblechspannungen in Stahlhohlplatten unter konzentrierten Radlasten wirk-

lichkeitsnah zu ermitteln. Der Vorteil dabei ist der modulare Aufbau des Verfahrens. Die Deckblechspannungen in Querrichtung auf Grund der lokalen Lasteinleitung und des „Thick-Face-Plate-Effects“ können unabhängig von den Plattenschnittgrößen an einem Ersatzrahmen ermittelt werden. Für die Bereitstellung und Entwicklung der für die Berechnung am Ersatzrahmen benötigten Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  ist man zwar auf FE-Analysen und Vergleichsrechnungen am diskreten 3D-FE-Modell angewiesen, mit diesen entsprechend abgestimmten Analysen können jedoch Hilfsmittel für größere Parameterbereiche entwickelt und für die Anwendung in der Praxis zur Verfügung gestellt werden. Die Ermittlung der globalen Plattenschnittgrößen kann mit vereinfachten 2D-Plattenprogrammen oder mit entsprechenden Näherungslösungen z.B. nach *Robinson* erfolgen, vgl.[27].

Der Vergleich der maximalen Spannungen in Haupt- und Quertragrichtung zeigt jedoch auch die Notwendigkeit der besonderen Berücksichtigung der Spannungen  $\sigma_y$  in Querrichtung. Diese sind in der Regel sehr viel größer als die Spannungen in Haupttragrichtung und somit für die Nachweisführung maßgebend.

Bei orthotropen Platten war es bisher üblich, die lastverteilende Wirkung in Quertragrichtung begünstigend für die Rippenmomente in Haupttragrichtung zu berücksichtigen. Mit diesen im Verhältnis zum Rippenmoment ohne Querverteilung geringeren Rippenmomenten wird dann der Spannungsnachweis in Haupttragrichtung geführt, vgl. *Giencke* [7]. Die Spannungen in Quertragrichtung werden bei der Einhaltung konstruktiver Bedingungen für die orthotrope Platte, vgl. [R4], nicht weiter verfolgt. Basierend auf der Arbeit von *Giencke* wird von *Sedlacek* in [38] ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Hohlplatten vorgestellt. Auch hier liegt der Fokus der Arbeit auf der Bestimmung der Momente in Haupttragrichtung unter Berücksichtigung der lastverteilenden Wirkung in Querrichtung. Angaben zur Größe der Schnittkräfte in Querrichtung bzw. zur Spannungsrückrechnung werden nicht gemacht.

Die Vernachlässigung der Quertragrichtung bzw. die ausschließliche Betrachtung der Haupttragrichtung bei der Nachweisführung der Hohlplatte kann jedoch zu unsicheren Ergebnissen führen, vgl. Bild 8.19 und Bild 8.22.

In den bisherigen Untersuchungen ist von einer konstanten Plattenbreite ausgegangen worden. Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Plattenbreite näher untersucht.

### 8.4.8 Einfluss der Plattenbreite

In den vorangegangenen Kapiteln wurde in Abhängigkeit der Stegabstände und Plattenlängen aus den Ergebnissen der Parameterstudien Wegfedersteifigkeiten bereitgestellt, um in einer vereinfachten Berechnung die Deckblechspannungen im Bereich der Lasteinleitung der Platte hinreichend genau berechnen zu können.

#### 8.4.8.1 Einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platten

Mechanisch einleuchtend ist, dass mit schwindender Plattenbreite der „Thick-Face-Plate-Effect“ ebenfalls geringer wird und der Durchlaufträgereffekt des Deckbleches steigt. Im Grenzfall Plattenbreite = Lastbreite wirkt das Deckblech in Querrichtung ausschließlich als „Träger auf Stützen“. Eine Wechselwirkung zwischen dem globalen Biegemoment in Querrichtung  $M_y$  und der Durchlaufträgerwirkung sowie dem „Thick-Face-Plate-Effect“ findet nicht statt, weil sich eine Plattentragwirkung erst gar nicht ausbilden kann. Bei diesem Grenzfall können die Spannungen im Deckblech aus der Querverteilung der Radlasten berechnet werden, indem anstelle einer Wegfeder im Ersatzrahmenmodell eine vertikale Auflagerung modelliert wird.

Auf Grund dieser Betrachtung ist die im Ersatzrahmenmodell anzusetzende Wegfedersteifigkeit prinzipiell, nicht nur wie in Bild 8.9 dargestellt abhängig von der Plattenlänge, sondern ebenfalls abhängig von der Plattenbreite.

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage in wie weit der Einfluss des „Thick-Face-Plate-Effects“ von dem Verhältnis Plattenlänge  $L_{kx}$  zu Plattenbreite  $L_{ky}$  abhängt.

Es bedarf der Klärung, ob für die in Bild 8.9 angegebenen Wegfedersteifigkeiten ein Gültigkeitsbereich der Seitenlängenverhältnisse  $L_{kx}/L_{ky}$  angegeben werden kann oder ob die Wegfedersteifigkeiten eventuell auch noch in Abhängigkeit der Plattenbreite dargestellt werden müssen.

Im Folgenden werden mit dem in Kapitel 7.2.1 beschriebenen Layer-Modell für die in Tabelle 8.1 angegebenen Geometriedaten und Plattenlängen, Parameterstudien unter Variation der Plattenbreite durchgeführt. Die Veränderung des Biegemomentes  $M_{y1}$  der Deckblechschicht gibt Aufschluss über die Abhängigkeit des „Thick-Face-Plate-Effects“ vom Plattenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky}$ .

Mit den in Tabelle 8.1 angegebenen Querschnittsgeometrien wurden Plattenlängen von 3000, 4000, 5000 und 6000 mm untersucht. Die Plattenbreiten variierten dabei schrittweise in 1000 mm-Schritten zwischen 6000 und 3000 mm, so dass sich insgesamt folgende Plattengeometrien bzw. Seitenverhältnisse ergaben, vgl. Tabelle 8.3.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

Tabelle 8.3: Plattengeometrien/Seitenverhältnisse

Plattenlänge L <sub>x</sub> [mm]	Verhältnis L <sub>x</sub> /L <sub>y</sub> [-]
6000	1,0-6,0
5000	0,83-5,0
4000	0,67-4,0
3000	0,5-3,0

Wertet man die ermittelten maximalen Deckblechmomente  $M_{y1}$  in Plattenmitte für jede Plattenlänge sortiert nach den Steghöhen aus, ergeben sich qualitativ ähnliche Ergebniskurven. Für die beiden extremen Kombinationen kleinste Steghöhe und längste Platte sowie größte Steghöhe und kleinste Plattenlänge werden im Folgenden die Ergebnisse dargestellt, vgl. Bild 8.26 und Bild 8.27.

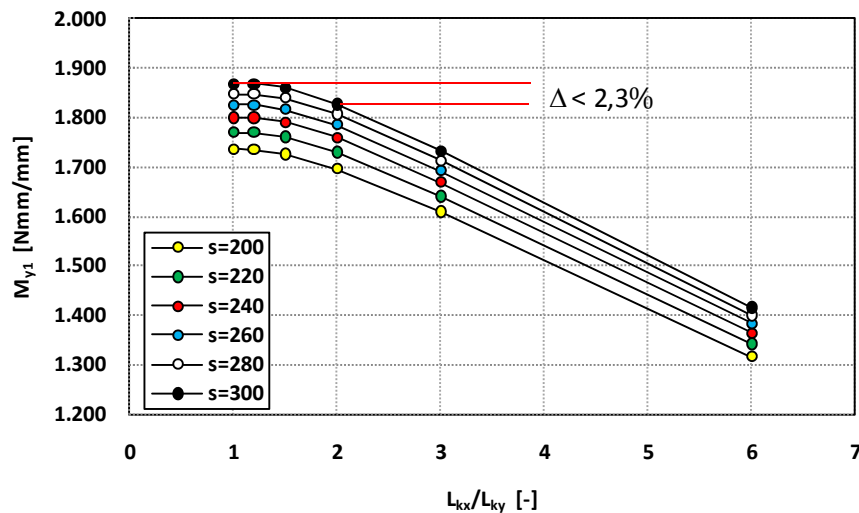


Bild 8.26: Auswertung maximale Momente  $M_{y1}$  für maximale Plattenlänge  $L_{kx}=6000$  und Steghöhe 200 mm, einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platten

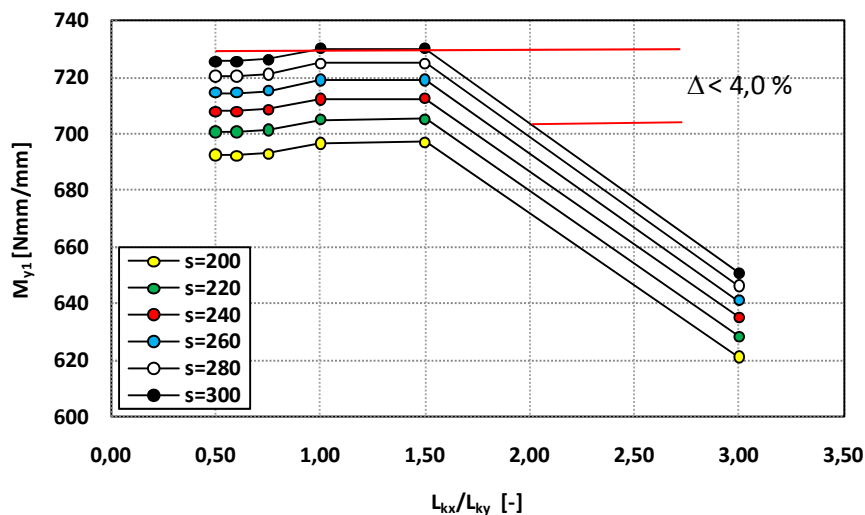


Bild 8.27: Auswertung maximale Momente  $M_{y1}$  für minimale Plattenlänge  $L_{kx}=3000$  und Steghöhe 280 mm, einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platten

Prinzipiell lässt sich feststellen, dass im Bereich kleiner Verhältnisse von Plattenlänge zu Plattenbreite die Momente des oberen Deckbleches, welche aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ resultieren, nahezu konstant sind. Erst bei größeren Verhältnissen also schmaler werdenden Platten nehmen, wie zu erwarten war, auch die Deckblechmomente aus dem „Thick-Face-Plate-Effect“ ab. Bildlich gesprochen ist also eine gewisse Plattenbreite erforderlich, um das Deckblech am Lastabtrag über das Maß der Durchlaufträgerwirkung hinaus zu aktivieren. Bei schmalen Platten wirkt das Deckblech in Querrichtung also nur als lastverteilender Durchlaufträger. Erst bei größeren Plattenbreiten bildet sich der „Thick-Face-Plate Effect“ aus, infolgedessen die entsprechenden Deckblechmomente  $M_{y1}$  des oberen Deckbleches größer werden. Ab einer bestimmten Plattenbreite hat eine weitere Vergrößerung der Plattenbreite keinen Einfluss mehr auf diesen Effekt, da er im Wesentlichen im Bereich der lokalen Lasteinleitung wirkt, vgl. Bild 8.28.

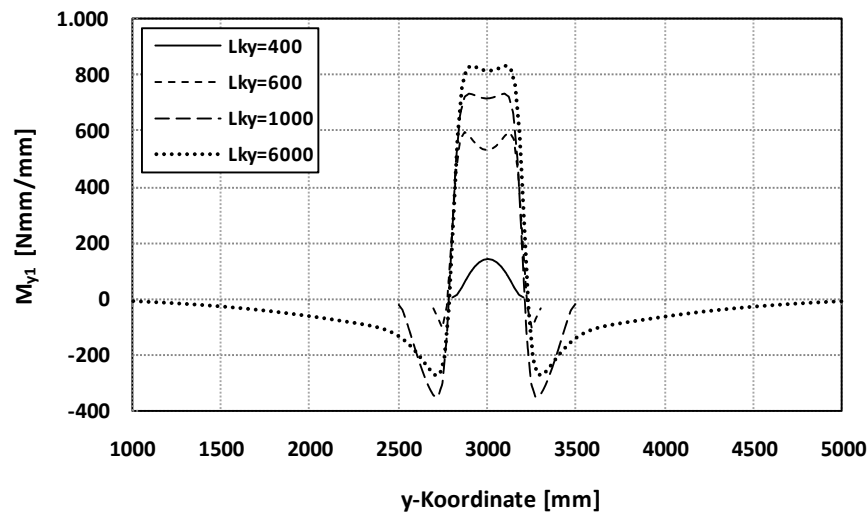


Bild 8.28: Auswertung Momente  $M_{y1}$  für minimale Plattenlänge  $L_{kx}=3000$  und Steghöhe 280 mm, einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platten

Als obere maßgebende Grenze für die Anwendbarkeit des Ersatzrahmenmodells wird hier das Plattenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} = 2,0$  festgelegt. Für die Ergebnisse aus der Parameterstudie mit der 6,0 m und 4,0 m langen Platte liegen für das Seitenlängenverhältnis 2,0 die maximalen Momente  $M_{y1}$  des oberen Deckbleches explizit vor, vgl. Bild 8.26. Für die Plattenlängen  $L_{kx} = 5,0$  m und 3,0 m werden die Deckblechmomente für das Seitenlängenverhältnis 2,0 aus den beiden benachbarten Verhältniswerten linear interpoliert, vgl. Bild 8.27. Über alle untersuchten Platten- und Geometrieverhältnisse ist die Differenz zwischen den maximalen Deckblechmomenten und den Deckblechmomenten beim Seitenlängenverhältnis 2,0 kleiner als 4,0 %, was als ausreichend genau im Sinne des vereinfachten Bemessungskonzeptes erachtet wird. Auch baupraktisch ist diese Begrenzung sinnvoll. Bei zu schmalen Platten mit einem großen Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky}$  reduzieren sich zwar die Deckblechmomente  $M_{y1}$ , auf Grund der Reduzierung der Querverteilung gleicht die Tragwirkung der Hohlplatte aber immer mehr einem Balken ohne Querverteilung. Der Einsatz der Hohlplatte wäre dann nicht mehr effektiv.



## 8.4.8.2 Zweiachsig gespannte Platten

Mit der gleichen Vorgehensweise können die Grenzen des Plattenlängenverhältnisses  $L_{kx}/L_{ky}$  für die Anwendbarkeit des Ersatzrahmensystem mit den ermittelten Wegfedern nun auch für den Fall einer allseitig gelagerten Platte bestimmt werden. Die Untersuchungen in Kapitel 7.5 zeigen, dass der „Thick-Face-Plate-Effect“ auch bei den untersuchten Platten mit allseitiger Lagerung auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich begrenzt ist, vgl. Bild 7.20 bis Bild 7.22. Gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.3.3 ist aber der „Thick-Face-Plate-Effect“ nicht nur abhängig vom Parameter  $\alpha$ , sondern auch von den Spannweiten in Querrichtung. Die oben bestimmten Grenzen für den Fall einer einachsigen Lagerung müssen für den Fall einer allseitigen Lagerung überprüft werden, dabei werden die gleichen Geometrie- und Plattenparameter untersucht wie unter 8.4.8.1. Mit den auszugswise dargestellten Ergebnissen der maximalen Deckblechmomente in Abhängigkeit der Plattenlängenverhältnisse, vgl. Bild 8.29 und Bild 8.30, werden die Aussagen aus Kapitel 2.3.3 bestätigt. Mit Verringerung der Spannweite in Querrichtung steigen die Deckblechmomente an, diese beteiligen sich nun nicht mehr ausschließlich im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich mit ihrer eigenen Biegesteifigkeit am Lastabtrag sondern auch in den übrigen Plattenbereichen in Querrichtung.

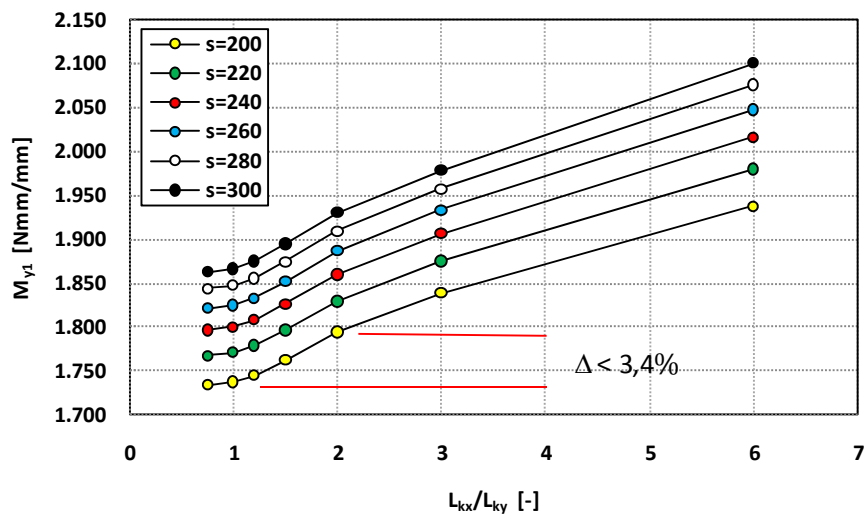


Bild 8.29: Auswertung maximale Momente  $M_{y1}$  für maximale Plattenlänge  $L_{kx}=6000$  und Steghöhe 200 mm, zweiachsig gespannte Platten

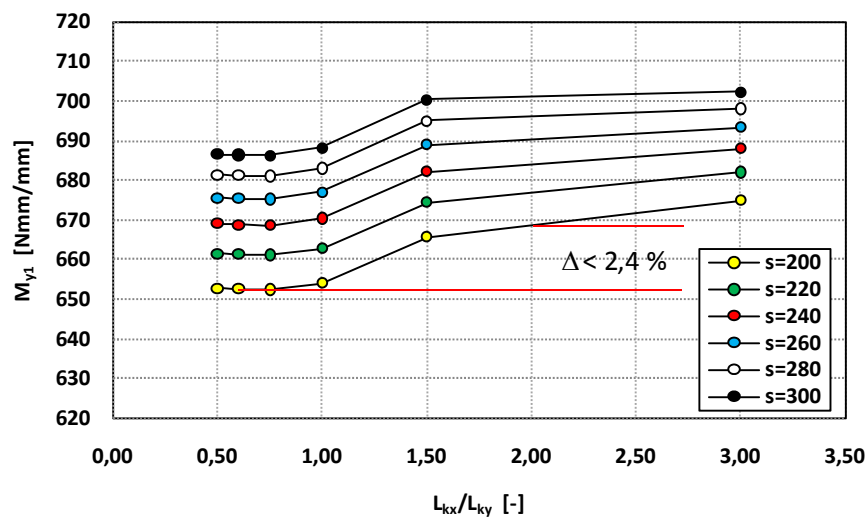


Bild 8.30: Auswertung maximale Momente  $M_{y1}$  für minimale Plattenlänge  $L_{kx}=3000$  und Steghöhe 280 mm, zweiachsig gespannte Platten

Ebenso wie bei den einachsig gespannten Platten liegen bei den zweiachsig gespannten Platten die Abweichungen bis zu einem Plattenseitenverhältnis von  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$  in einem vertretbaren Rahmen (kleiner 4 %), so dass die im Anhang D angegebenen Wegfedersteifigkeiten zur Berechnung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  am Ersatzrahmenmodell sowohl bei einachsig als auch bei zweiachsig gespannten Platten, mit einem Seitenlängenverhältnis von  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$ , angewendet werden können.

#### 8.4.9 Einfluss der Drehfedersteifigkeit am Anschluss der Stege an das untere Deckblech

Die bisherigen Untersuchungen erfolgten unter der Voraussetzung eines biegesteifen Anschlusses der Stege an die Deckbleche. Im Hinblick auf entsprechende Entwicklungen in der Laser-Schweißtechnik und eine diesbezügliche Optimierung der Laser-Stichnaht ist davon auszugehen, dass die in Kapitel 4.4 ermittelten Steifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen als Untergrenze anzusehen sind. Im Folgenden wird der Einfluss der Anschlusssteifigkeiten auf die Deckblechspannungen weiter untersucht. Dabei wird lediglich die Steifigkeit des Anschlusses des unteren Deckbleches an die Stege variiert. Für die oberen Anschlüsse wird weiterhin von einem Vollanschluss und somit einer biegesteifen Verbindung ausgegangen. Die Anschlusssteifigkeit hat ausschließlich Einfluss auf die Querschubsteifigkeit  $D_{Qy}$ , so dass sich die in Tabelle 8.1 angegebenen Plattensteifigkeiten unter Berücksichtigung der Anschlusssteifigkeiten gemäß Tabelle 8.4 darstellen.

## 8.4 Last in Plattenmitte

Tabelle 8.4: Variation der Plattengeometrien

Nr.	$t_t$	$t_w$	$t_b$	$h_c$	$s$	$L_{kx}$	$L_{ky}$	$C_{\theta t}$	$C_{\theta b}$	$D_x$	$D_y$	$D_{xy}$	$D_{Qx}$	$D_{Qy}$	$\alpha$ (2.70)	$D_{Qy}/D_{Qy-Tab\ 8.1}$	
	[mm]							[kNcm/(cm rad)]		[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kN/m]	[kN/m]	[1/m]	[%]	
1	14	6	6	200	200	3000-6000		4000	$\infty$	116	45024	38948	29960	2100000	730	3,58	0,76
2	14	6	6	200	220			3960	$\infty$	116	44509	38948	29960	2055944	656	3,40	0,77
3	14	6	6	200	240			3840	$\infty$	116	44074	38948	29960	2019231	595	3,23	0,77
4	14	6	6	200	260			4160	$\infty$	116	43703	38948	29960	1988166	543	3,09	0,78
5	14	6	6	200	280			3920	$\infty$	116	43383	38948	29960	1961538	499	2,96	0,78
6	14	6	6	200	300			4200	$\infty$	116	43103	38948	29960	1938462	461	2,85	0,79
7	14	6	6	240	200	3000-6000		4000	$\infty$	116	65441	55177	42444	2196923	646	3,37	0,78
8	14	6	6	240	220			3960	$\infty$	116	64575	55177	42444	2144056	582	3,20	0,79
9	14	6	6	240	240			3840	$\infty$	116	63846	55177	42444	2100000	528	3,05	0,79
10	14	6	6	240	260			4160	$\infty$	116	63222	55177	42444	2062722	482	2,91	0,79
11	14	6	6	240	280			3920	$\infty$	116	62684	55177	42444	2030769	444	2,79	0,80
12	14	6	6	240	300			4200	$\infty$	116	62213	55177	42444	2003077	410	2,69	0,80
13	14	6	6	280	200	3000-6000		4000	$\infty$	116	90225	74228	57098	2293846	582	3,20	0,80
14	14	6	6	280	220			3960	$\infty$	116	88883	74228	57098	2232168	524	3,03	0,80
15	14	6	6	280	240			3840	$\infty$	116	87752	74228	57098	2180769	476	2,89	0,80
16	14	6	6	280	260			4160	$\infty$	116	86785	74228	57098	2137278	435	2,77	0,81
17	14	6	6	280	280			3920	$\infty$	116	85949	74228	57098	2100000	400	2,65	0,81
18	14	6	6	280	300			4200	$\infty$	116	85219	74228	57098	2067692	370	2,55	0,82

In der letzten Spalte der Tabelle 8.4 sind die Verhältnisse der Querschubsteifigkeiten mit den Werten für die Anschlusssteifigkeit  $C_{\theta b} = 116 \text{ kNcm/(cm rad)}$  zu den Querschubsteifigkeiten mit den biegesteifen Anschlüssen (vgl. Tabelle 8.1) angegeben. Demnach vermindert sich die Schubsteifigkeit in Querrichtung für den untersuchten Parameterbereich um maximal 24 % wenn die in 4.4 ermittelten Drehfedersteifigkeiten für die Anschlüsse der Stege an das untere Deckblech berücksichtigt werden.

Ein Vergleich der Deckblechspannungen erfolgt zunächst jeweils für die Querschnitte (1, 7, und 13) mit den größten Abweichungen in der Querschubsteifigkeit für alle vier Plattenlängen im Vergleich zur biegesteifen Ausbildung der Anschlüsse. Die Unterschiede in den Deckblechspannungen betragen bei diesem Vergleich für in Haupttragrichtung gespannte Platten maximal 2%, was in Anbetracht der relativ großen Reduktion der Querschubsteifigkeit zunächst hinterfragt werden muss.

Eine Reduktion der Schubsteifigkeit um 24 % bedeutet eine Reduktion des für den „Thick-Face-Plate-Effect“ bestimmenden Parameters  $\alpha$  von nur noch rund 13%. Ein Vergleich der Schnittgrößen des Layer-Modells, vgl. Kapitel 7.2.2 zeigt beispielsweise für die Plattengeometrie Nr. 1, dass diese Reduktion von  $\alpha$  zwar eine Erhöhung des globalen Momente  $M_{y2}$  um ca. 14 % aber eine Erhöhung des Deckblechmomentes  $M_{y1}$  um lediglich 4 % zur Folge hat, vgl. Bild 8.31 und Bild 8.32.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

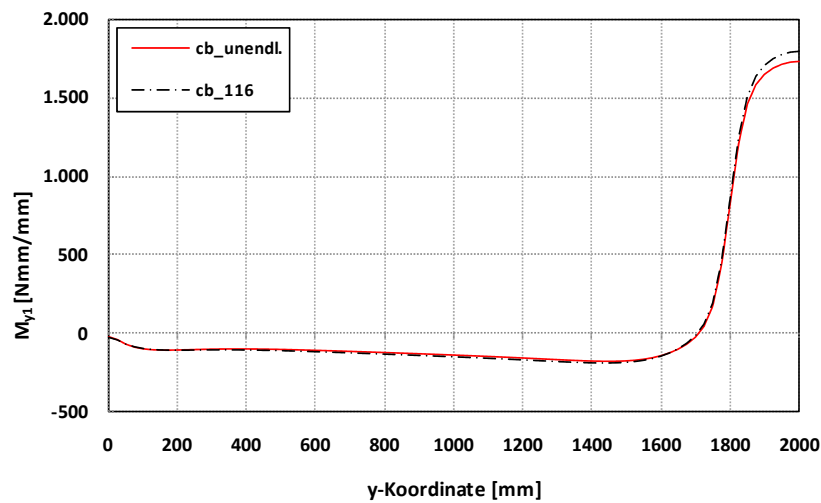


Bild 8.31: Vergleich der Deckblechmomente  $M_{y1}$ , 14\_6\_6\_200\_200\_6000\_4000\_∞\_∞/116, einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platte

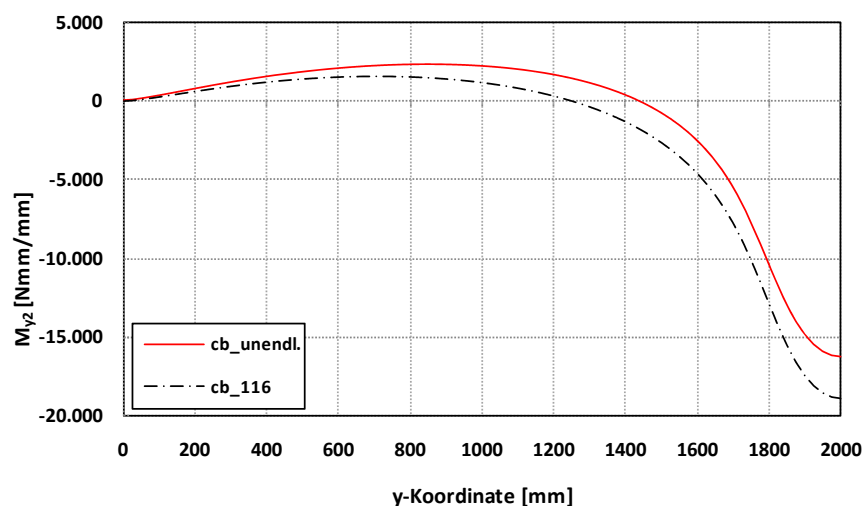


Bild 8.32: Vergleich der globalen Momente  $M_{y2}$ , 14\_6\_6\_200\_200\_6000\_4000\_∞\_∞/116, einachsig (in Haupttragrichtung) gespannte Platte

Für diese „Unempfindlichkeit“ der Deckblechmomente gegenüber einer Änderung der Querschubsteifigkeit können im Wesentlichen zwei Gründe angegeben werden.

- 1.) Mit den untersuchten Querschnitten und der biegesteifen Verbindung der Stege mit dem oberen Deckblech liegen Konfigurationen vor, bei denen sich eine Änderung der Verbindungssteifigkeit für die Anschlüsse der Stege an das untere Deckblech nur unwesentlich auf die Gesamtsteifigkeit der Struktur auswirkt. Dieser Zusammenhang ist in Kapitel 5.3 schon vorweg diskutiert worden. Demnach macht sich eine Reduktion

einer Verbindungssteifigkeit, je nach Grundkonfiguration, erst ab einem gewissen Grenzwert bemerkbar, vgl. Bild 5.8.

- 2.) Bei den Plattenstreifen, die ausschließlich in Querrichtung Lasten abtragen führt eine Reduktion der Querschubsteifigkeit eher zu einer Umlagerung im Tragmechanismus und somit zu einer Erhöhung der Deckblechspannungen, vgl. Kapitel 2.4. Im Gegensatz dazu wird die Deckblechsteifigkeit bei den bisher untersuchten Platten mit ausgeprägter Steifigkeit in Haupttragrichtung lediglich zur lokalen Lastquerverteilung aktiviert. Der „Thick-Face-Plate-Effect“ ist bei Platten somit lokal begrenzt. Außerhalb des Lasteinleitungsbereiches liegen bei Einhaltung der in Kapitel 8.4.8 bestimmten Seitenverhältnisse der Platten keine nennenswerten Deckblechmomente  $M_{y1}$  mehr vor.

Für den Fall allseitig gelagerter Platten bei denen sich insbesondere bei großen Plattenseitenverhältnissen  $L_{kx}/L_{ky}$  die Quertragwirkung stärker bemerkbar macht wird der Einfluss einer reduzierten Verbindungssteifigkeit für den unteren Anschluss für den gesamten Parameterbereich gemäß Tabelle 8.4 überprüft.

Über den gesamten untersuchten Bereich ergab sich für die Deckblechmomente mit den Plattengeometrien nach Tabelle 8.4 gegenüber den Deckblechmomenten nach Tabelle 8.1 eine maximale Erhöhung um 4%. In Bild 8.33 sind auszugsweise die Verhältnisse der Deckblechmomente für die Geometrien Nr. 1, Nr. 7 und Nr. 13, vgl. Tabelle 8.4, in Abhängigkeit der Seitenlängenverhältnisse für die maximalen Plattenlängen von  $L_{kx}=6000$  mm und den variierten Plattenbreiten  $L_{ky}$  dargestellt.

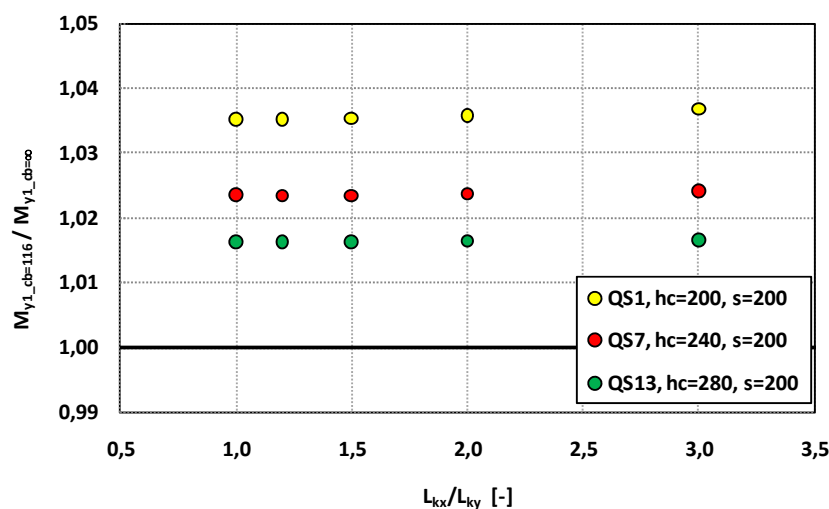


Bild 8.33: Vergleich der Deckblechmomente  $M_{y1}$ , für zweiachsig gespannte Platten, Tabelle 8.4, Geometrie Nr. 1, 7, und 13

Die obige Aussage unter 2.) findet hier Bestätigung, die Abweichungen der Deckblechmomente  $M_{y1}$  werden mit steigender Steghöhe  $h_c$  und somit steigender Biegesteifigkeit der Platten in Haupttragrichtung geringer.

Auf Grund der geringen Abweichungen können die bisher entwickelten Hilfsmittel wie, die Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für das Ersatzrahmenmodell (vgl. Kapitel 8.4.3), die Korrekturfaktoren  $\eta$  für die Momente in Haupttragrichtung (vgl. Kapitel 8.4.5) sowie die in Kapitel 8.4.8.1 und 8.4.8.2 bestimmten Anwendungsgrenzen der Plattenseitenverhältnisse  $L_{kx}/L_{ky}$  auch für Drehfedersteifigkeiten  $C_{\theta b} \geq 116$  kNmm/(mm rad) angewendet werden.

## 8.5 Last am Plattenquerrand

Analog dem Vorgehen in Kapitel 8.4 wird nun die prinzipielle Anwendbarkeit des vereinfachten Berechnungskonzeptes für den Lastfall „Last am Plattenquerrand“ gemäß Bild 8.3 überprüft. Dabei wird wieder von einem biegesteifen Anschluss für beide Deckblech-Steg-Verbindungen ausgegangen, so dass die Querschnittswerte der untersuchten Plattengeometrien Tabelle 8.1 entnommen werden können. Des Weiteren konzentrieren sich die Untersuchungen auf allseitig gelagerte Platten. Die Lastpositionierung erfolgt analog 8.3.3 mittig über dem auflagnahen Steg.

Insbesondere der große Steifigkeitssprung zwischen den federelastisch gestützten randnahen Stegen und dem vertikal unverschieblich gelagerten Randsteg erschwerte die Modellfindung für das Ersatzrahmensystem, so dass in Vorstudien folgende vier Grundmodelle für das Ersatzrahmenmodell zur Ermittlung der Deckblechschnittgrößen in Querrichtung der Platte untersucht wurden, vgl. Bild 8.34.

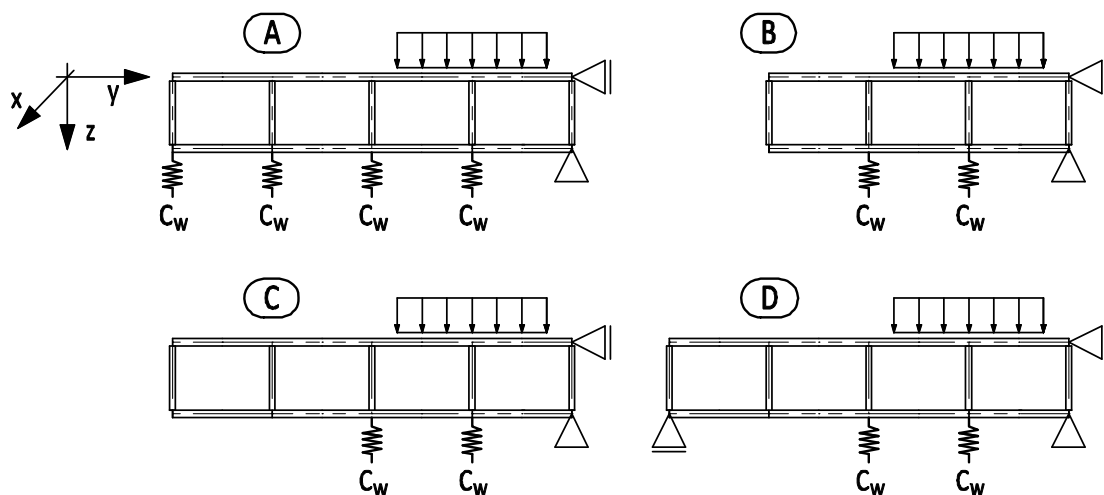


Bild 8.34: Untersuchte Ersatzrahmenmodelle zur Ermittlung der lokalen Deckblechschnittgrößen für den Lastfall „Last am gelagerten Plattenquerrand“

Insgesamt wurde der Schnittgrößenverlauf der lokalen Deckblechmomente von dem Ersatzrahmenmodell D am besten wieder gegeben.

### 8.5.1 Bestimmung der Wegfedersteifigkeit $C_w$

Analog dem Vorgehen in Kapitel 8.4.3 wurden für die Bestimmung der Wegfedersteifigkeiten wieder die Deckblechbiegespannungen über dem mittig unter der Last angeordneten Steg aus den vorhandenen Datensätzen der 3D-FE-Berechnung herangezogen. Die Wegfedersteifigkeiten, die am Ersatzrahmenmodell über dem belasteten Steg die gleichen Deckblechbiegespannungen erzeugten, wie im 3D-FE-Modell, wurden mit dem Rahmenmodell nach Kapitel 8.3.1 iterativ ermittelt. Für

8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

die Geometriegruppe  $h_c=280\text{mm}$  stellen sich die Wegfedersteifigkeiten gemäß Bild 8.35 dar.

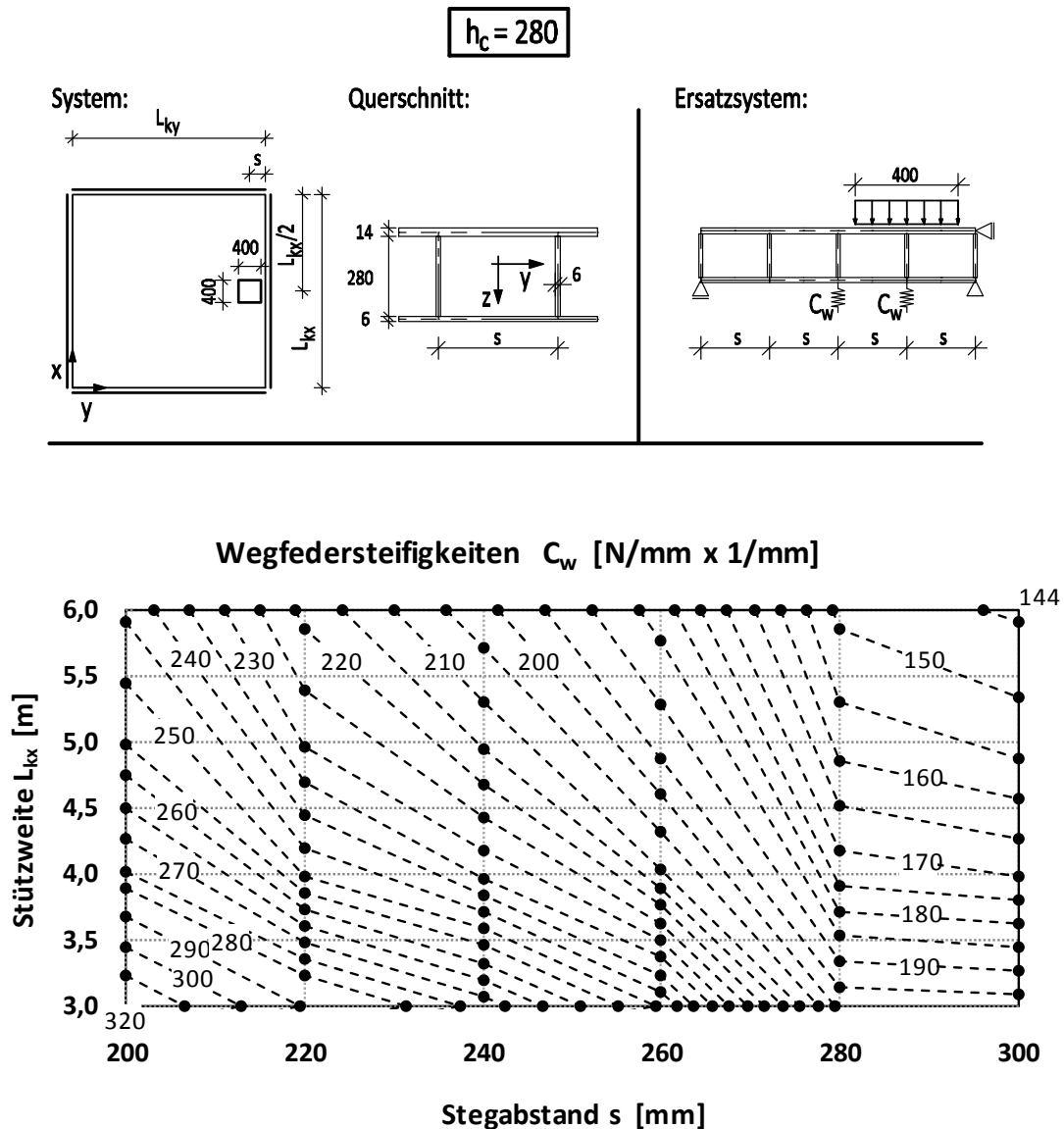


Bild 8.35: Wegfedersteifigkeiten für das Ersatzsystem nach Bild 8.34 D für den Parameterbereich  $14\_6\_6\_280\_s\_L_{kx}\_4000\_∞\_∞$

Die Diagramme für die beiden Geometriegruppen  $h_c=200\text{mm}$  und  $h_c=240\text{mm}$  sind Anhang D zu entnehmen.



### 8.5.2 Ableitung von Korrekturfaktoren für die Spannungen in Haupttragrichtung

Die Abweichung zwischen den Spannungen  $\sigma_x$  aus der vereinfachten 2D-Plattenberechnung und den aus der diskreten 3D-FE-Berechnung ermittelten Spannungen  $\sigma_x$ , die von den Spannunganteilen  $\sigma_x$  aus der Quertragrichtung bereinigt wurden, vgl. Bild 8.36, lassen sich prinzipiell wieder in die zwei Anteile, absolute Abweichungen der Spannungen an den Positionen der Stege und „wellenförmige“ Abweichungen der Spannungen zwischen den Stegen unterteilen.

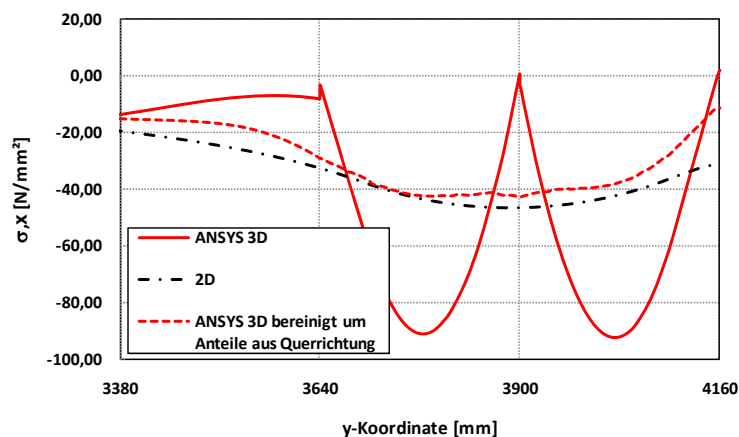


Bild 8.36: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$ , 14\_6\_6\_200\_260\_4000\_4160\_∞\_∞, ANSYS 3D, 2D und ANSYS 3D bereinigt um Spannungsteile  $\sigma_x$  aus Querrichtung

Wertet man die absoluten Abweichungen an den Auswertungsstellen  $y_1$ ,  $y_5$  und  $y_7$ , vgl. Bild 8.37, aus, so erhält man wiederum für eine Geometriegruppe einer Steghöhe pro Plattenlänge einen linearen Zusammenhang in Abhängigkeit des Stegabstandes.

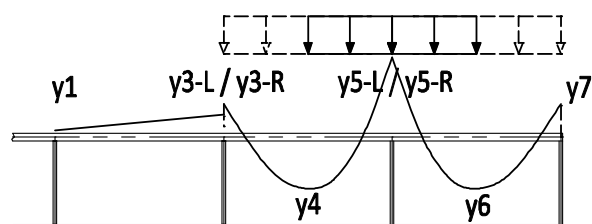


Bild 8.37: Benennung und Position der Auswertungsstellen der Deckblechspannungen im unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung

Für die drei untersuchten Steghöhen kann pro Auswertungsstellen unter geringem Genauigkeitsverlust eine einzelne gemittelte Ausgleichsgerade angesetzt werden, siehe Bild 8.38.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

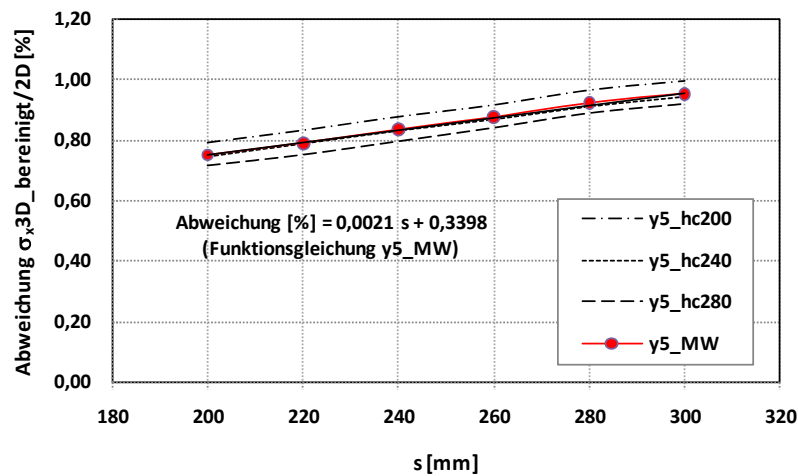


Bild 8.38: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  an der Position  $y_5$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppen gemäß Tabelle 8.1 und Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm

Diese Ausgleichgeraden wiederum variieren in Abhängigkeit der untersuchten Plattenlängen nur minimal, vgl. Bild 8.39, so dass sich die Abweichungen der Spannungen  $\sigma_x$  in den Positionen  $y_1$ ,  $y_5$  und  $y_7$  für den gesamten untersuchten Parameterbereich durch jeweils eine einzige gemittelte Funktion darstellen lässt.

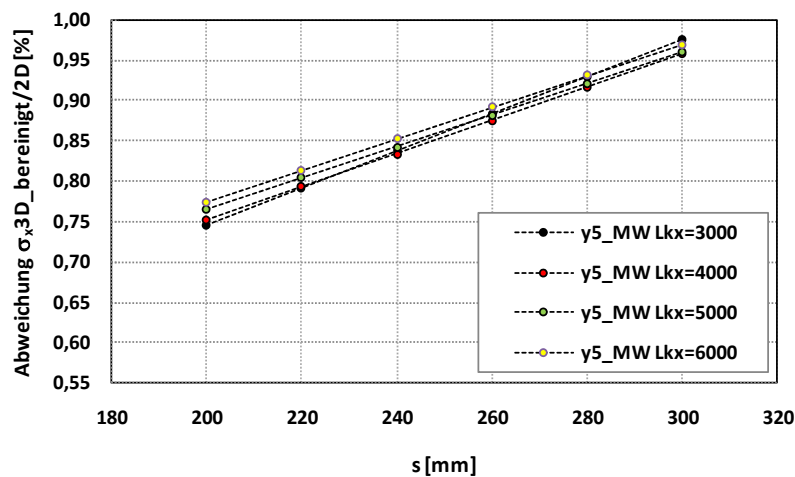


Bild 8.39: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  an der Position  $y_5$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppen gemäß Tabelle 8.1

Insgesamt ergeben sich für die Auswertungspositionen  $y_1$ ,  $y_5$  und  $y_7$  die in Tabelle 8.5 angegebenen gemittelten Funktionen für die Abweichungen zwischen den Spannungen  $\sigma_x$  aus der vereinfachten 2D-Plattenberechnung und den aus der diskreten 3D-FE-Berechnung ermittelten Spannungen  $\sigma_x$ , die von den Spannungsanteilen  $\sigma_x$  aus der Quertragrichtung bereinigt wurden.

## 8.5 Last am Plattenquerrand

Tabelle 8.5: Ausgleichsgeraden für Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{xx}/2$  ANSYS 3D\_bereinigt und 2D für die Geometriegruppen gemäß Tabelle 8.1 für verschiedene Plattenlängen an den Auswertungsstellen  $y_1$ ,  $y_5$  und  $y_7$  gemäß Bild 8.37

Nr.	Plattenlänge [mm]	Abweichungen [%] - Ausgleichsgeraden $y_1$				
		[-]		[mm]		[-]
1	3000	0,0010	x	s	+	0,5156
2	4000	0,0007	x	s	+	0,5591
3	5000	0,0005	x	s	+	0,5882
4	6000	0,0005	x	s	+	0,6013
MW	3000-6000	0,0007	x	s	+	0,5661
Nr.	Plattenlänge [mm]	Abweichungen [%] - Ausgleichsgeraden $y_5$				
		[-]		[mm]		[-]
5	3000	0,0023	x	s	+	0,2861
6	4000	0,0021	x	s	+	0,3398
7	5000	0,0020	x	s	+	0,3746
8	6000	0,0020	x	s	+	0,3848
MW	3000-6000	0,0021	x	s	+	0,3463
Nr.	Plattenlänge [mm]	Abweichungen [%] - Ausgleichsgeraden $y_7$				
		[-]		[mm]		[-]
9	3000	0,0008	x	s	+	0,1600
10	4000	0,0007	x	s	+	0,1770
11	5000	0,0008	x	s	+	0,1709
12	6000	0,0009	x	s	+	0,1598
MW	3000-6000	0,0008	x	s	+	0,1669

Mit diesen gemittelten Funktionen lässt sich wieder eine Bestimmungsgleichung für den Korrekturfaktor  $\eta_1$  angeben. Auf Grund der unsymmetrischen Lagerungsbedingung des Ersatzrahmensystems bezogen auf den Lastmittelpunkt ergeben sich jedoch zwei verschiedene Bestimmungsgleichungen (8.7) und (8.8) des Korrekturfaktors  $\eta_1$  für die beiden in Bild 8.40 angegebenen Bereiche I und II.

8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

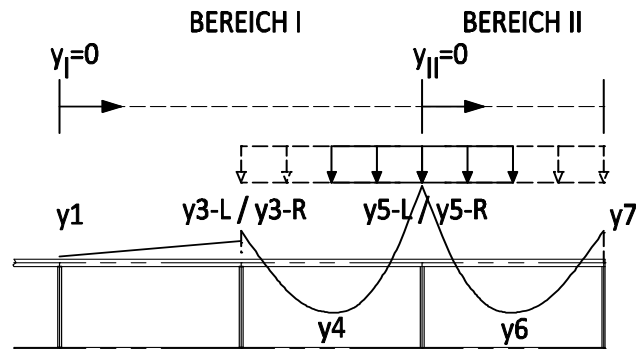


Bild 8.40: Einteilung der Bereiche I und II für die Berechnungsvorschrift des Korrekturfaktors nach Gleichung (8.7) und (8.8)  $\eta_1$

$$\eta_1 = \frac{0,0014 \cdot s - 0,22}{2 \cdot s} \cdot y_I + 0,00066 \cdot s + 0,57 \quad y_I, s \text{ in [mm]; } 0 \leq y_I \leq 2 \cdot s \quad (8.7)$$

$$\eta_1 = \frac{-0,0013 \cdot s - 0,18}{s} \cdot y_{II} + 0,0021 \cdot s + 0,35 \quad y_{II}, s \text{ in [mm]; } 0 \leq y_{II} \leq s \quad (8.8)$$

Mit dem Korrekturfaktor  $\eta_1$  ergibt sich für das in Bild 8.36 angegebene Beispiel eine Annäherung der Spannungen  $\sigma_x$  aus der vereinfachten 2D Plattenberechnung an den tatsächlichen Spannungsverlauf der  $\sigma_x$  Spannungen aus dem 3D-FE-Modell, vgl. Bild 8.41.

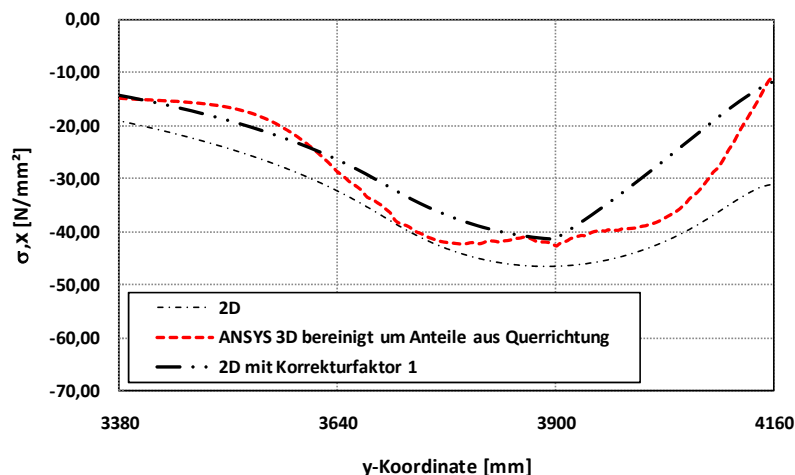


Bild 8.41: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  14\_6\_6\_200\_260\_4000\_4160\_∞\_∞, 2D und ANSYS 3D bereinigt um Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Querrichtung sowie 2D modifiziert mit Korrekturfaktor  $\eta_1$

Für den Korrekturfaktor  $\eta_2$  kommt für den Bereich I wieder der sinusförmige Ansatz gemäß Gleichung (8.4) und (8.5) zu tragen. Dem Steifigkeitssprung auf Grund der vertikal unverschieblichen Randlagerung wird für den Bereich II mit einem Vorfaktor zwei in Gleichung (8.9) Rechnung getragen.

$$\eta_2 = 2 \cdot \sin\left(\frac{y_{II}}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y_{II} \leq s \quad (8.9)$$

Insgesamt lassen sich die beiden Faktoren  $\eta_1$  und  $\eta_2$  für den Lastfall „Last am gelagerten Plattenquerrand“ wieder zu einem gemeinsamen Korrekturfaktor  $\eta = \eta_1 + \eta_2$  zusammenfassen und für die praktische Anwendung grafisch aufbereiten, vgl. Bild 8.42.

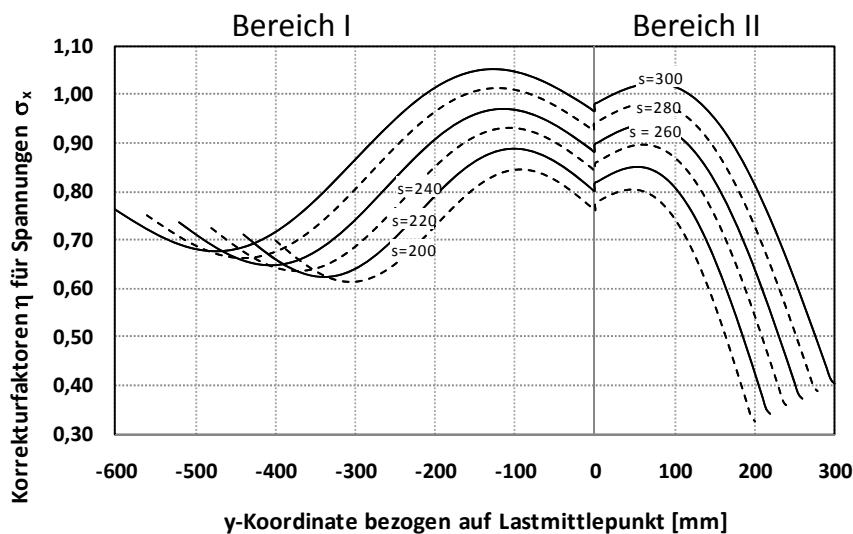


Bild 8.42: Korrekturfaktoren  $\eta$  für Spannungen  $\sigma_x$  aus 2D-Plattenberechnung im Schnitt  $L_{KX}/2$  bezogen auf Lastmittelpunkt

Mit Hilfe der Korrekturfaktoren erfolgt dann die Spannungsermittlung mit Hilfe der Gleichungen (8.6).

Durch die Verwendung der Korrekturfaktoren gelingt eine Annäherung der  $\sigma_x$  Spannungen der 2D-Schnittgrößen an den tatsächlichen Spannungsverlauf der bereinigten Spannungen in Haupttragrichtung. Für das verwendete Fallbeispiel aus Bild 8.36 und Bild 8.41 stellen sich die so korrigierten Spannungen  $\sigma_x$  letztendlich nach Bild 8.43 dar.

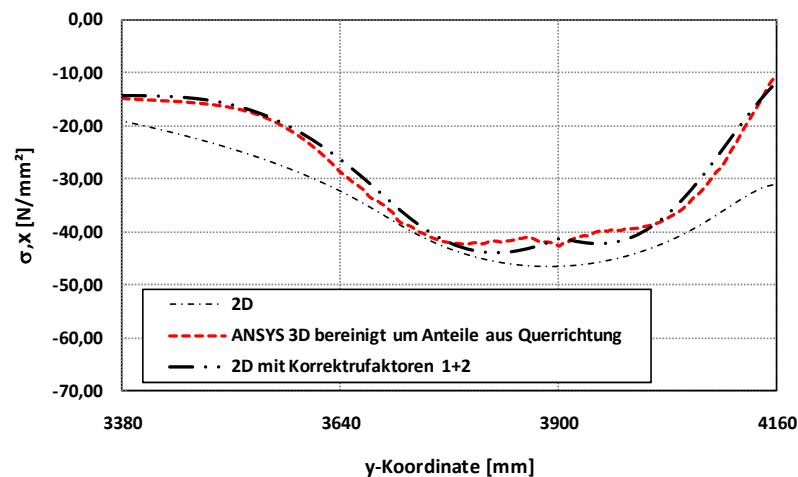


Bild 8.43: Vergleich der Deckblechspannungen  $\sigma_x$ , 14\_6\_6\_200\_260\_4000\_4160\_∞\_∞, 2D und ANSYS 3D bereinigt um Spannungsanteile  $\sigma_x$  aus Querrichtung sowie 2D modifiziert mit Korrekturfaktor  $\eta_1 + \eta_2$

Die Güte der Ergebnisse der globalen Schnittgrößenberechnung mit dem vereinfachten 2D-Modell wird unmittelbar durch die Betrachtung von Bild 8.42 und Bild 8.43 deutlich. Im Bereich I liegen die Abweichungen in etwa in der gleichen Größenordnung wie bei der Laststellung in Feldmitte, vgl. Bild 8.18, im Bereich II weichen die mit den Schnittgrößen des vereinfachten 2D-Plattenmodells ermittelten Spannungen  $\sigma_x$  jedoch erheblich (bis zu 70 %) von den tatsächlichen Spannungen in Haupttragrichtung ab. Das liegt im Wesentlichen daran, dass im Bereich der Randlagerung mit dem vereinfachten 2D-Plattenmodell die Schnittgrößen  $M_x$  überschätzt werden. Bild 8.44 zeigt exemplarisch den Unterschied der Schnittgrößen  $M_x$  zwischen der vereinfachten 2D-Plattenberechnung und dem Layer-Modell nach Kapitel 7.2.1.

Die geringen Unterschiede in der Schnittgrößenberechnung zwischen der vereinfachten 2D-Plattenberechnung und dem Layer-Modell beim Lastfall „Last in Plattenmitte“ traten ausschließlich im direkten Lasteinleitungsbereich auf vgl. Bild 7.20 bis Bild 7.22. Das Deckblech diente in diesem Fall im Wesentlichen zur Lasteinleitung und Lastquerverteilung. Ab einem Bereich von ca. zwei Stegabständen war kaum noch ein Unterschied zwischen den ermittelten vereinfachten 2D- und den Layer-Schnittgrößen festzustellen. Der Lastabtrag erfolgte dann nur noch über die globale Tragfähigkeit der Platte.

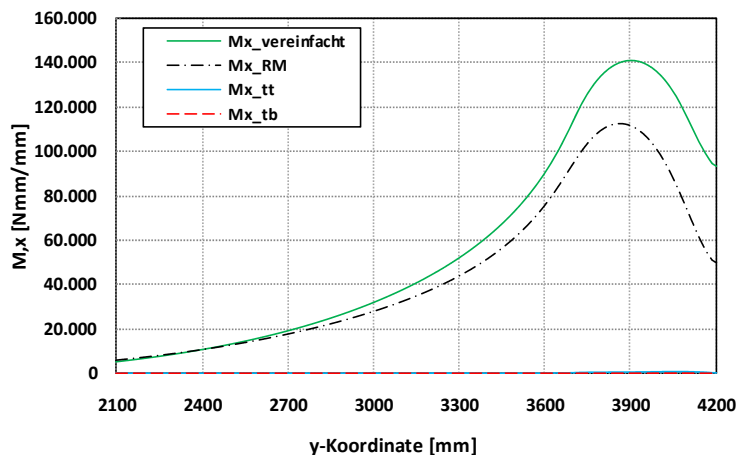


Bild 8.44: Vergleich der Schnittgrößen  $M_x$  in Plattenmitte  $L_{xx}/2$ , Layer-Modell und vereinfachtes 2D-Plattenmodell, 14\_6\_6\_240\_300\_4000\_4200\_∞\_∞

Insbesondere im Bereich von starken Steifigkeitssprüngen im Bereich der Lasteinleitung in Form von starren Auflagern erfolgt der Lastabtrag vermehrt direkt über das Deckblech zum Auflager hin. Eine Vernachlässigung der Deckblechsteifigkeit in der 2D-Plattenberechnung führt somit dazu, dass die globalen Schnittgrößen über die gesamte Plattenbreite stärker von den Schnittgrößen des Layer-Modells und somit auch stärker von den Gegebenheiten der diskreten Struktur abweichen. Es sind daher erheblich größere Korrekturfaktoren nötig, die diese Fehler wieder ausgleichen.

### 8.5.3 Vergleich der Ergebnisse

Im Folgenden werden für die Plattengeometrien nach Tabelle 8.1 die Deckblechspannungen in Haupt- und Nebentragsrichtung gemäß dem vereinfachten Konzept ermittelt. Dabei werden die lokalen Spannungen  $\sigma_y$  mit dem Ersatzrahmenmodell nach Bild 8.34 D unter Verwendung der Wegfedern aus Kapitel 8.5.1 berechnet. Die Spannungsberechnung  $\sigma_x$  erfolgt mit den Schnittgrößen aus der homogenisierten 2D-Plattenberechnung unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren aus Kapitel 8.5.2. Insgesamt ergeben sich die Deckblechspannungen mit den Formulierungen aus Gleichung (8.6). Die Auswertung erfolgt in gewohnter Form mit besonderer Berücksichtigung der relativen Abweichungen und der Eingrenzung der Abweichungen bezogen auf eine absolute Grenze.

## 8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

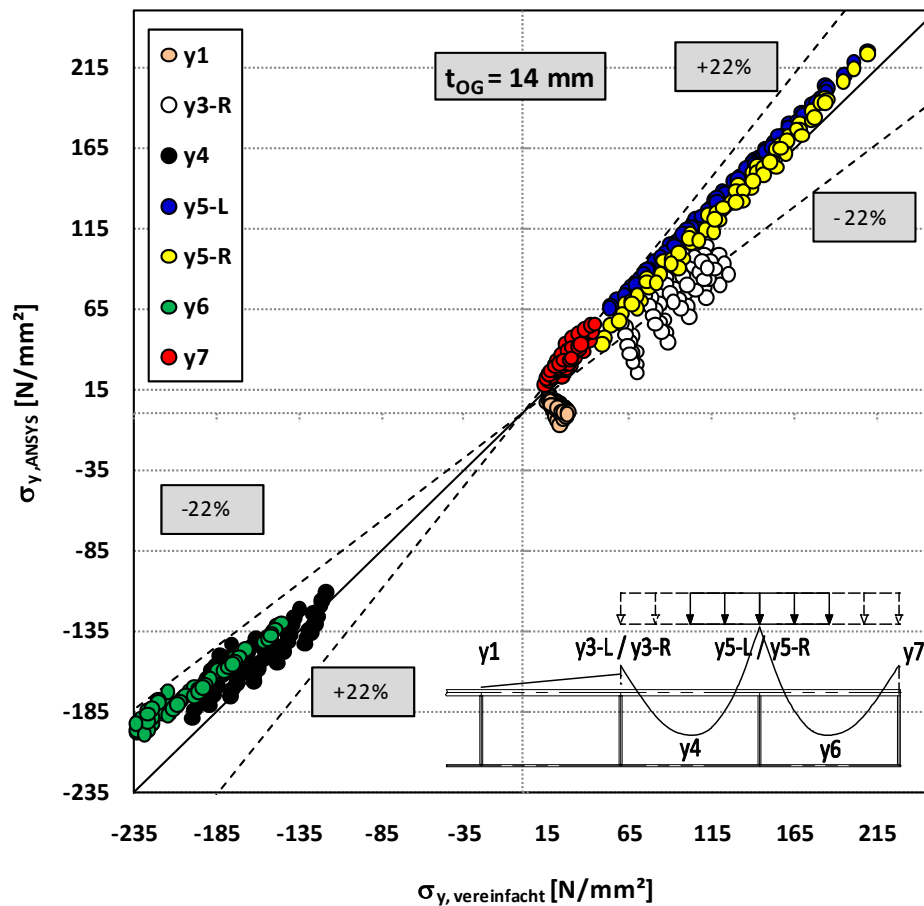


Bild 8.45: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{Kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

Die Abweichungen in den relevanten Stellen y4, y5 und y6 der maximalen Spannungen betragen über den gesamten untersuchten Parameterbereich maximal 22%, vgl. Bild 8.45. Wie auch schon beim Lastfall „Last am gelagerten Plattenquerrand“ werden die relativen Abweichungen mit zunehmendem Abstand vom Lastzentrum größer.

Die Darstellung der Ergebnisse mit einer absoluten bezogenen Grenzabweichung erfolgt in Bild 8.46.



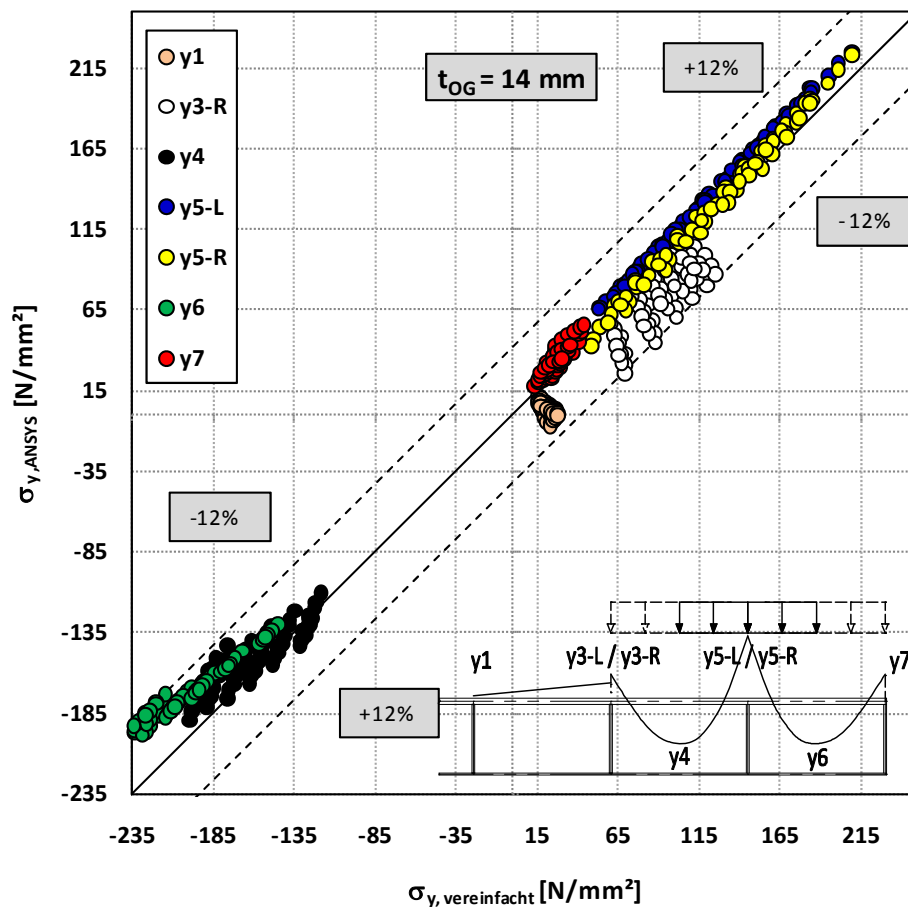


Bild 8.46: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_y$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept, 12 % Grenze bezogen auf  $f_y=355 \text{ N/mm}^2$

Die dargestellte Grenze bezieht sich wieder auf eine Materialstreckgrenze von  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ . Demnach weichen alle Ergebnisse des vereinfachten Berechnungskonzeptes weniger als  $4,26 \text{ kN/cm}^2$  von den diskret ermittelten Ergebnissen ab.

Die Ergebnissenauigkeit wird, wie auch schon beim Lastfall „Last in Plattenmitte“, mit zunehmendem Abstand zum Lastmittelpunkt schlechter. Die Möglichkeit das räumliche Lastabtragverhalten der Hohlplatte mit einem einfachen Rahmenmodell abzubilden ist natürlich begrenzt. Da für die Bestimmung der Wegfedersteifigkeiten des Rahmenmodells explizit die Spannungen direkt unter dem Lastmittelpunkt herangezogen wurden, stimmen diese Spannungen prinzipiell besser mit den Spannungen aus dem 3D-FE-Modell überein.

8 Entwicklung eines vereinfachten Konzeptes zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwichplatten unter konzentrierten Radlasten

Die Gegenüberstellung der Spannungen  $\sigma_x$  der diskreten 3D-FE-Berechnung mit der vereinfachten Berechnung erfolgt in Bild 8.47 und Bild 8.48. Im Vergleich zu den Spannungen  $\sigma_y$  betragen die relativen Abweichungen in den bemessungsrelevanten Stellen  $y_4$ ,  $y_5$  und  $y_6$  lediglich 12%.

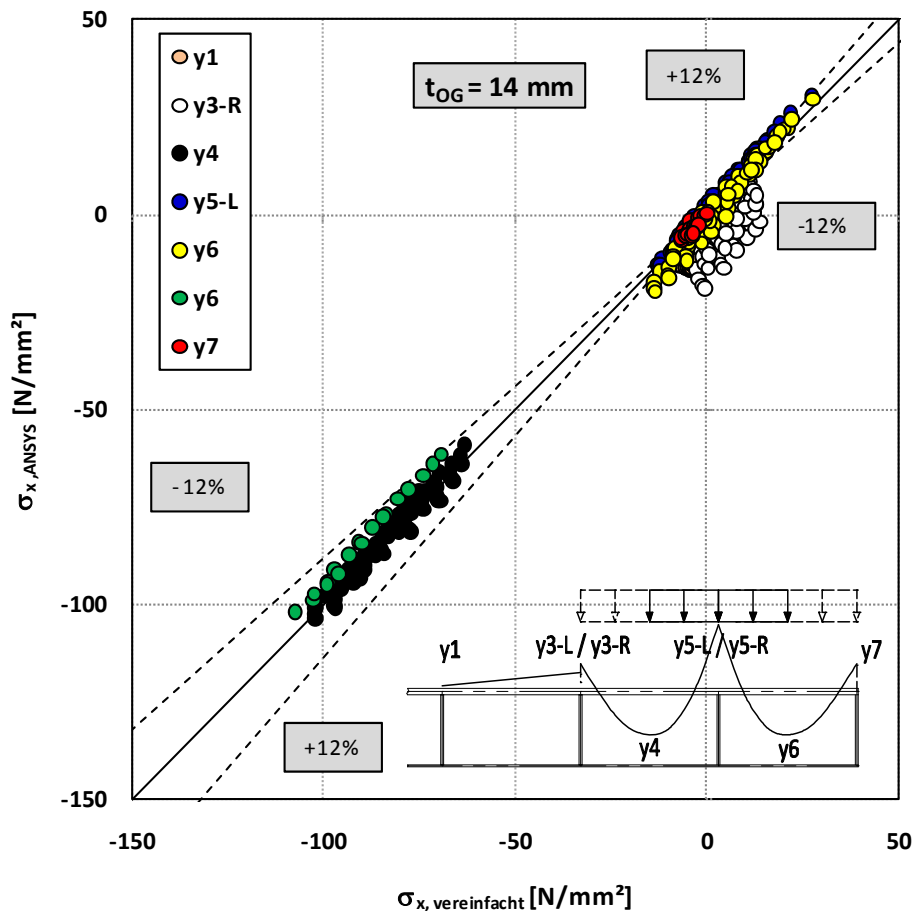


Bild 8.47: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kk}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept

Der absolute Ergebnisunterschied beträgt weniger als 1,8 kN/cm<sup>2</sup> bzw. 5% bezogen auf eine Materialstreckgrenze von  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ , vgl. Bild 8.48.

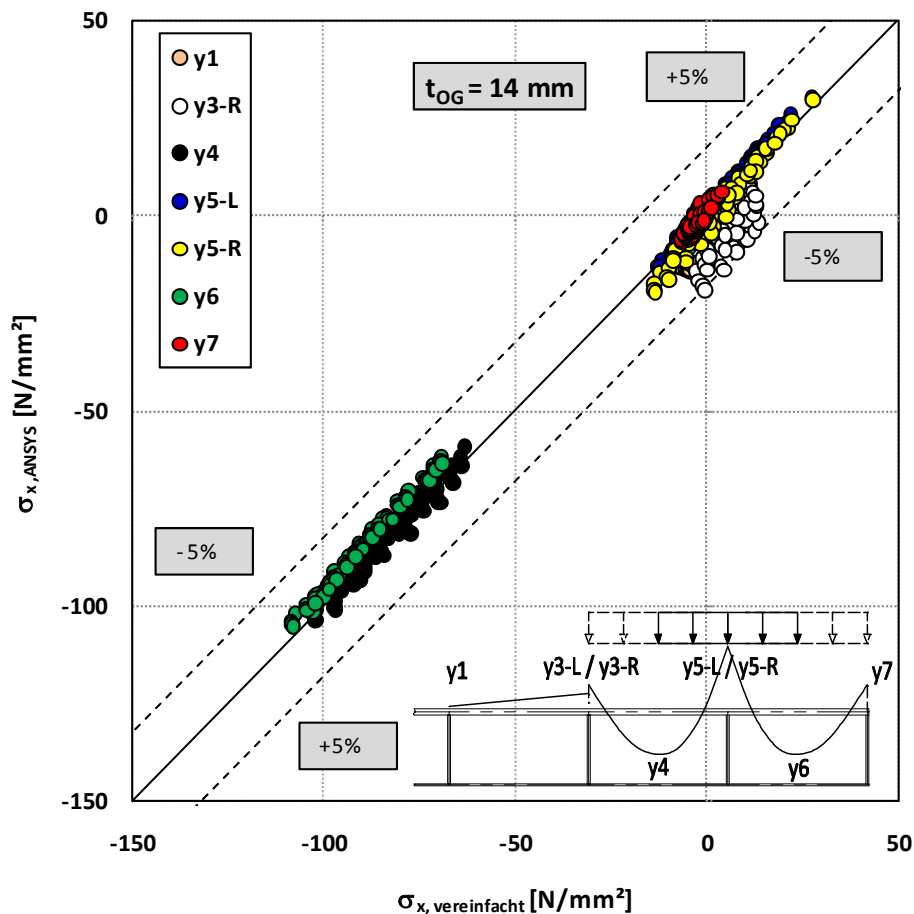


Bild 8.48: Abweichung der Deckblechspannungen  $\sigma_x$  im Schnitt  $L_{kx}/2$ , ANSYS 3D und vereinfachtes Berechnungskonzept, 5 % Grenze bezogen auf  $f_y=355 \text{ N}/\text{mm}^2$

Beim Vergleich der maximalen Spannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  wird, wie auch schon beim Lastfall „Last in Plattenmitte“ deutlich, dass bei einem allein auf die Haupttragrichtung beschränktem Nachweisverfahren die maximalen Spannungen, die sich in Quertragrichtung einstellen, nicht erfasst werden. Diese Nachweisverfahren führen somit zu unsicheren Ergebnissen.

Als Grenzen für die Anwendung des Ersatzrahmensystems und der Korrekturfaktoren werden für diesen Lastfall die gleichen Seitenlängenverhältnisse angesetzt, wie beim Lastfall „Last in Plattenmitte“. Auf Grund der Nähe der Last zum gelagerten Plattenquerrand ist eine Beeinflussung durch den gegenüberliegenden gelagerten Plattenquerrand bei den Seitenlängenverhältnissen von  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$  nicht zu erwarten.

## 8.6 Zusammenfassung

Als Grundlage des vorgestellten Berechnungskonzeptes zur Ermittlung der maximalen Spannungen unter konzentrierten Radlasten in Web-Core-Sandwichplatten diente die Erkenntnis, dass die lokalen Biegebeanspruchungen der Deckbleche im Wesentlichen auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich beschränkt sind und mit zunehmendem Abstand zur Last an Bedeutung verlieren.

Als Schlussfolgerung daraus wurden die globalen und lokalen Beanspruchungen zunächst separiert berechnet.

Die globalen Schnittgrößen wurden in einem ersten Schritt aus einer vereinfachten 2D-Plattenberechnung unter Berücksichtigung der homogenisierten (orthotropen) Plattensteifigkeiten bestimmt. Diese wurden für die Spannungsermittlung in Haupttragrichtung herangezogen. Ein Vergleich mit den genauen Spannungen  $\sigma_x$  aus der diskreten 3D-FE-Berechnung zeigte jedoch, dass eine Spannungsermittlung ausschließlich mit den Schnittgrößen der 2D-Plattenberechnung ungenaue Ergebnisse liefert. Aus einer vergleichenden Analyse konnten jedoch Korrekturfaktoren abgeleitet werden, mit denen der ermittelte Spannungsverlauf  $\sigma_x$  aus den Schnittgrößen der 2D-FE-Plattenberechnung an den Spannungsverlauf  $\sigma_x$  der 3D-FE-Berechnung angepasst werden kann. Somit kann auf eine aufwendige Abbildung der Hohlplattenstruktur in komplexen 3D-FE-Modellen verzichtet werden.

Das Lastabtragverhalten in Querrichtung im unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung wurde durch ein Rahmensystem mit federelastischer Stützung der Stege abgebildet. Die am Rahmensystem ermittelten Deckblechschnittgrößen in Querrichtung beinhalten somit den Einfluss aus der Durchlaufträgerwirkung des Deckbleches über den Stegen, als auch den Anteil aus der Durchbiegung des Deckbleches in Abhängigkeit der Stegverformung („Thick-Face-Plate-Effect“). Für die realitätsnahe Bestimmung der Wegfedersteifigkeiten des Ersatzrahmenmodells wurden zunächst die Spannungen  $\sigma_y$ , die den lokalen Effekten (Durchlaufträgerwirkung und „Thick-Face-Plate-Effect“) zuzuordnen sind, über dem mittig belasteten Steg aus einer diskreten 3D-FE-Berechnung der gesamten Platte zurückgerechnet. In einer nachfolgenden Analyse wurden die Wegfedersteifigkeiten an einem Rahmenmodell iterativ so bestimmt, dass die Spannungen aus dem Rahmenmodell mit den lokalen Spannungen aus der 3D-FE-Analyse übereinstimmen.

Für die gegenseitige Beeinflussung der beiden Spannungskomponenten in Haupt- und Quertragrichtung wurde eine entsprechende Berechnungsvorschrift unter Berücksichtigung der Querdehnungen angegeben.

Für das entwickelte Berechnungskonzept lässt sich somit insgesamt das in Bild 8.49 dargestellte Ablaufschema angeben.

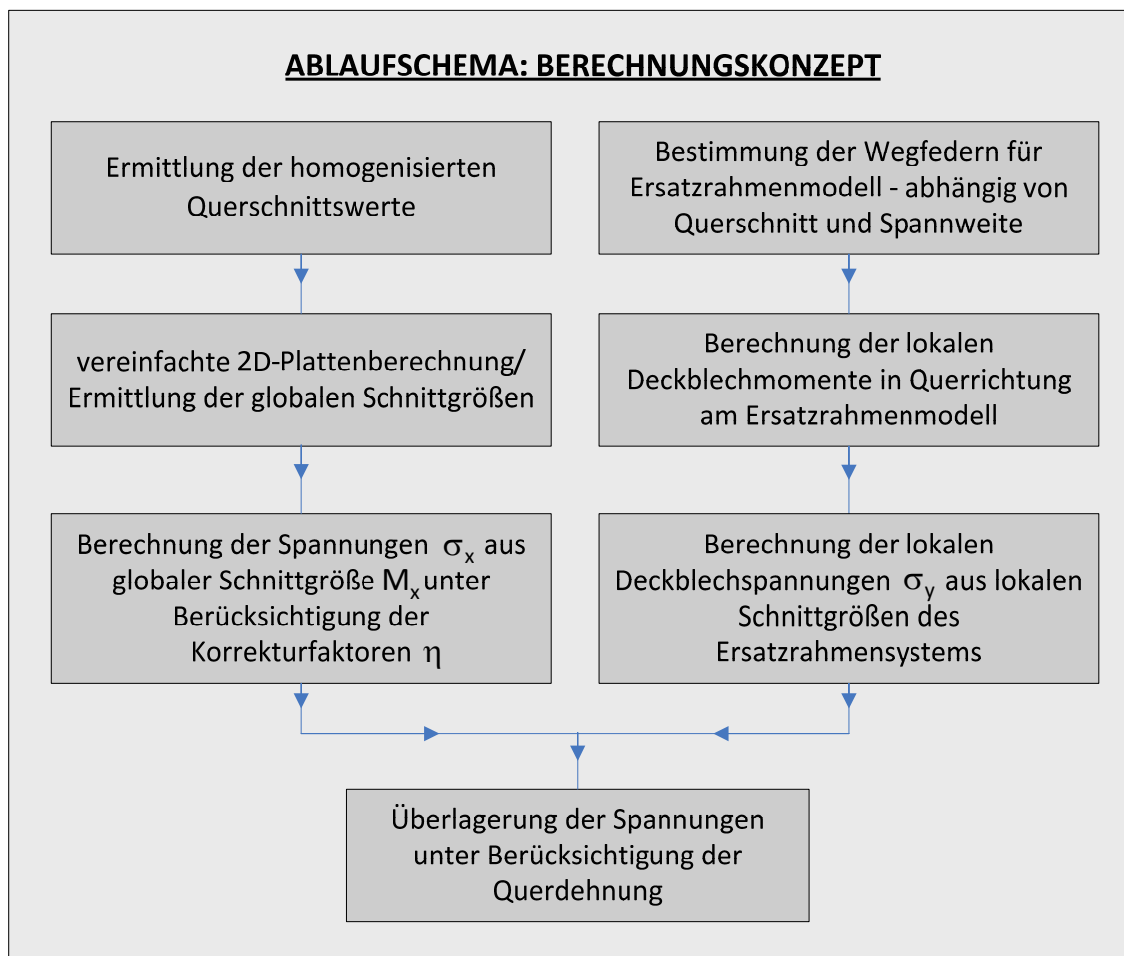


Bild 8.49: Schematische Darstellung des entwickelten Berechnungskonzept

Die Überprüfung des vereinfachten Verfahrens für den Fall einer mittig belasteten Platte zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der vereinfachten Spannungsbe-rechnung mit den Spannungen der diskreten 3D-FE-Berechnung. Mit zunehmendem Abstand zum Lastmittelpunkt nahmen jedoch auch die Ergebnis-ungenauigkeiten zu.

Da der Einfluss des „Thick-Face-Plate-Effects“ unter anderem auch abhängig vom Verhältnis Plattenlänge/Plattenbreite ist wurden durch weitere Parameterstudien mit Hilfe des Layer-Modells, vgl. 7.2.1, Grenzbedingungen für die Seitenverhält-nisse der Platten für die Anwendbarkeit des Ersatzrahmenmodells mit den ermittelten Wegfedersteifigkeiten angegeben.

Eine Überprüfung der Vorgehensweise für den Lastfall „Last am gelagerten Plat-tenquerrand“ zeigte, dass hier ebenso ein Rahmenerersatzmodell inkl. Wegfedersteifigkeiten und auch Bestimmungsgleichungen für die Korrekturfaktoren

der Spannungen in Haupttragrichtung angegeben werden können. Letztere sind logischerweise direkt abhängig von der Übereinstimmung der Schnittgrößen  $M_x$  der vereinfachten 2D-Plattenberechnung mit den entsprechenden globalen Schnittgrößen der diskreten Platte. Insbesondere im Bereich von starken Steifigkeitssprüngen in Form von z.B. starren Auflagern weichen die Schnittgrößen der 2D-Plattenberechnung jedoch stärker von den tatsächlichen Gegebenheiten ab, so dass für diesen Lastfall auch größere Korrekturfaktoren benötigt werden.

Prinzipiell konnte mit dem angegebenen Verfahren ein vereinfachtes Konzept zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwich-Platten unter konzentrierten Radlasten vorgestellt werden. Mit der Verwendung der bereitgestellten Ersatzrahmensysteme, Wegfedersteifigkeiten und Korrekturfaktoren, kann z.B. im Rahmen von Vorbemessungen eine schnelle Aussage zur Spannungsausnutzung der Deckbleche in den hoch beanspruchten Bereichen getroffen werden ohne auf die Benutzung kostenintensiver komplexer 3D-FE-Programme angewiesen zu sein.

Analog der prinzipiell dargestellten Vorgehensweise können mit entsprechend abgestimmten relativ kompakten Parameterstudien, Hilfsmittel für große Parameterbereiche entwickelt werden. Diese können dann je nach Anwendungsfall neben unterschiedlichen Blechdickenkombinationen und Lagerungsbedingungen auch verschiedene Lastgrößen, verschiedene Lastpositionen auf der Platte und verschiedene lokale Lastpositionen bezogen auf die Stegposition berücksichtigen. Da sich die Schnittgrößen der Ersatzrahmensysteme grundsätzlich mit analytischen Formulierungen berechnen lassen kann prinzipiell auch auf die Verwendung von Stabwerksprogrammen verzichtet werden, so dass für die Spannungsermittlung lediglich ein einziges Programm zur Ermittlung der 2D-Plattenschnittgrößen benötigt wird.

## 9 Entwicklung von Konstruktionsprinzipien für das Fügen von Hohlplatten

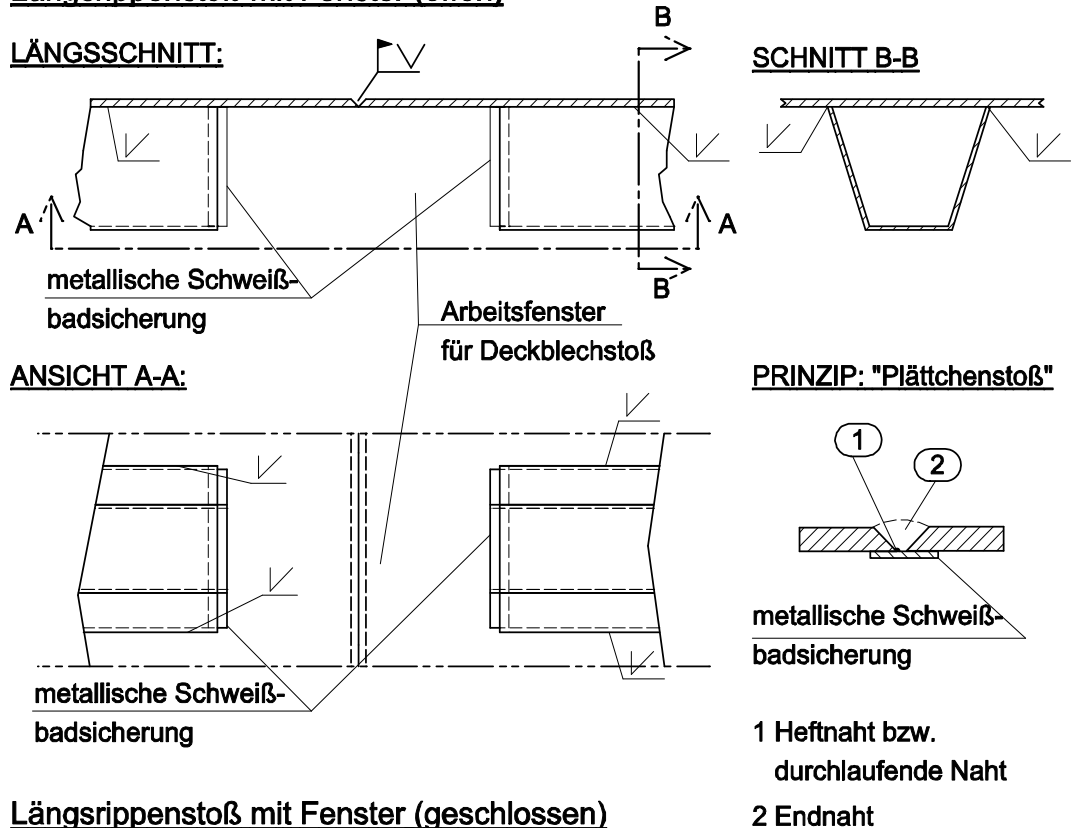
### 9.1 Allgemeines

Die Verbindung der Hohlplatten untereinander sowie die Anbindung an die lastweiterleitende Konstruktion ist auf Grund der geschlossenen Struktur der Platten problematisch. Insbesondere bei der Ausbildung der Querstöße ist der Anschluss bzw. die Verbindung der querkraftführenden Stege mit einem erhöhten Aufwand verbunden. Auf der Grundlage der im Schiffbau entwickelten Verbindungen sowie der gängigen Konstruktionsmethoden des Stahlbrückenbaus werden im Folgenden alternative Möglichkeiten für die Anschlussausbildung entwickelt. Ziel ist es, dabei sowohl die Querkräfte in den Stegen als auch die Normalkräfte in den Deckblechen so zu übertragen, dass der Kraftfluss direkt erfolgt um die lokalen Beanspruchungen innerhalb des Anschlusses möglichst gering zu halten.

### 9.2 Geschweißte Lösung

Bei der Ausführung von Querstößen orthotroper Fahrbahnplatten werden die Trapezrippen mit sogenannten Fenstern versehen, um zunächst das Fahrbahnblech zu verschweißen. Nach dem Fügen des Fahrbahnbleches wird dann der noch offene Bereich zwischen den Trapezrippen mit einem Zwischenstück geschlossen. Die Schweißnahtvorbereitung erfolgt in diesem Fall durch Anbringen einer metallischen Schweißbadsicherung. Bei diesem sogenannten „Plättchenstoß“ können die Wandungen der Trapezrippen über die gesamte Blechdicke voll verschweißt werden. Angaben zur Ausführung und den zulässigen Toleranzen können [R4] entnommen werden. Mit dieser Konstruktionsmethode ist das Fügen der geschlossenen Struktur bestehend aus Deckblech und Trapezsteife grundsätzlich möglich, vgl. Bild 9.1.

**Längsrippenstoß mit Fenster (offen)**



**Längsrippenstoß mit Fenster (geschlossen)**

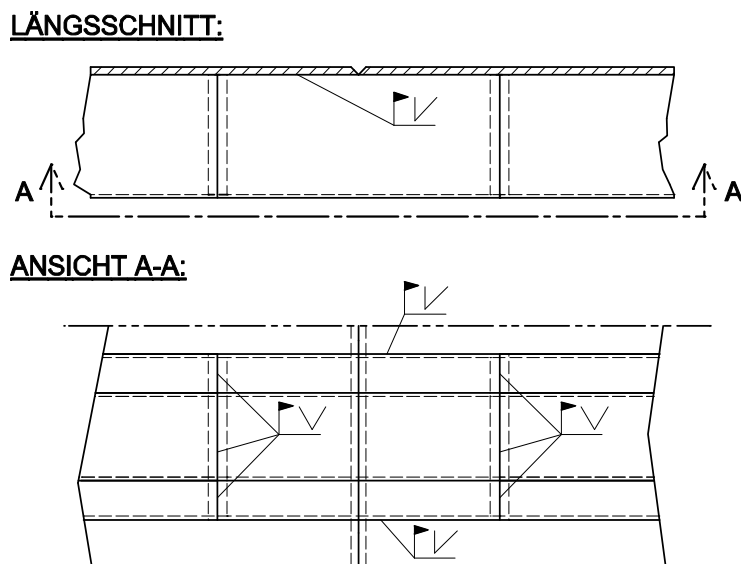


Bild 9.1: Ausführung Querstoß orthotroper Platten

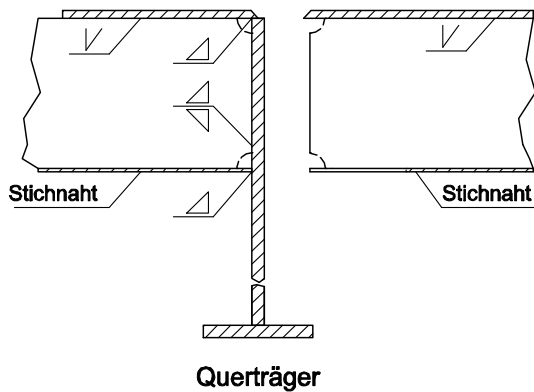
Im Folgenden wird ausgehend von dieser Lösung ein Querstoß für Hohlplatten skizziert. Ziel war es hierbei, die Stützung der Deckbleche durch die Stege auch im Stoßbereich nicht zu unterbrechen und gleichzeitig die querkraftführenden Stege der Hohlplatte voll an den Querträgersteg anzuschließen, vgl. Bild 9.2. Die Zugäng-



lichkeit für das Verschweißen der Stege der Hohlplatte mit den Querträgerstegen wird durch Arbeitsfenster gewährleistet, die in einem der Deckbleche angeordnet sind. Diese Vorgehensweise führt jedoch zu einer großen Anzahl von nachträglich zu schließenden Arbeitsfenstern, was einen erhöhten Aufwand bei der Schweißnahtvorbereitung und Anpassung der metallischen Schweißbadsicherung zur Folge hat.

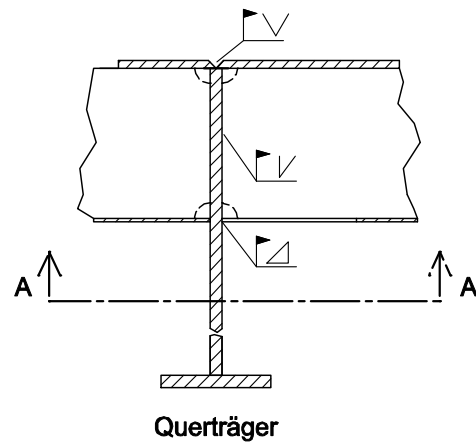
**Hohlplattenquerstoß - Werkstattnähte**

**LÄNGSSCHNITT:**



**Hohlplattenquerstoß - Baustellennähte**

**LÄNGSSCHNITT:**



**ANSICHT A-A:**

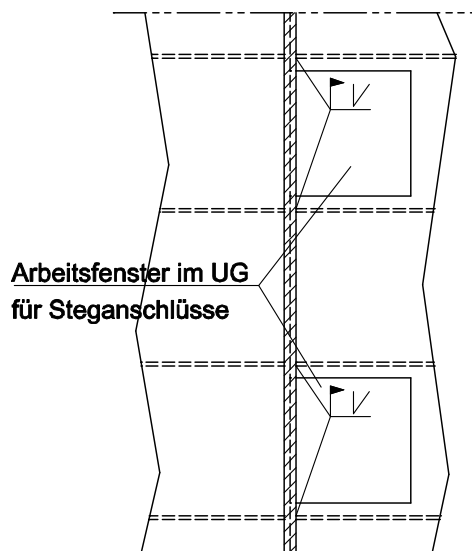
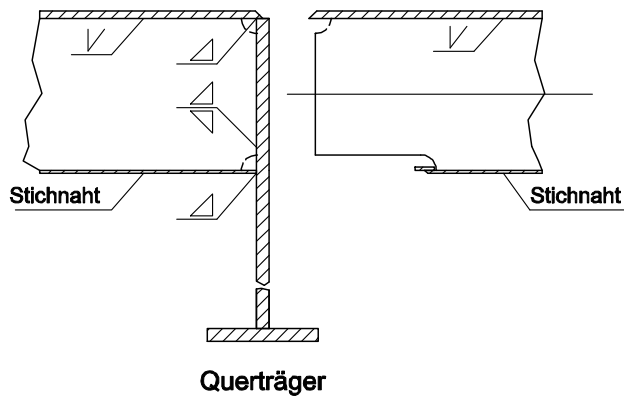


Bild 9.2: Hohlplattenquerstoß mit kontinuierlicher Stützung der Deckbleche

Verzichtet man auf die durchgehende Stützung der Deckbleche kann ein durchgehendes Arbeitsfenster angeordnet werden. Der Schweißaufwand für das Schließen des Arbeitsfensters verringert sich dabei jedoch nur unerheblich, vgl. Bild 9.3.

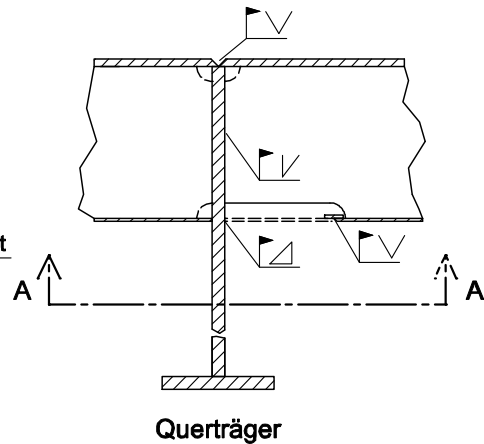
**Hohlplattenquerstoß - Werkstattnähte**

**LÄNGSSCHNITT:**

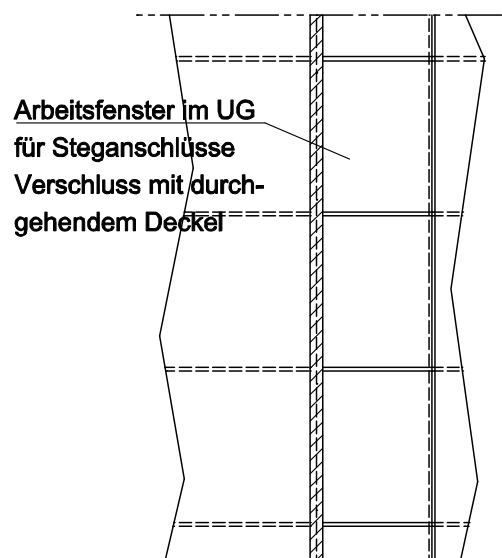


**Hohlplattenquerstoß - Baustellennähte**

**LÄNGSSCHNITT:**



**ANSICHT A-A:**



*Bild 9.3: Hohlplattenquerstoß mit unterbrochener Stützung des unteren Deckbleches*

Bei dieser Ausführung erhöht sich jedoch im Vergleich zur Stoßausbildung nach Bild 9.2 die Beulgefahr des gedrückten Untergurtbleches erheblich, da die Stüt- zungen durch die Stege fehlen, siehe auch Erläuterungen in Kapitel 9.3.

Die Arbeitsfenster wurden in Bild 9.2 und Bild 9.3 im unteren Deckblech angeord- net, diese sind zum einen frei von lokalen Radlasten und zum anderen ist auf Grund der geringeren Untergurtdicke weniger Schweißgut einzubringen als bei der Anordnung der Fenster im oberen Deckblech. Der Nachteil dieser Anordnung liegt in der ungünstigen Überkopf-Schweißposition unter Montagebedingungen, was geringere Schweißgeschwindigkeiten und eine größere Wahrscheinlichkeit für

handwerklich bedingte Fehler im Vergleich zur Wannenposition, die sich bei der Anordnung der Arbeitsfenster im oberen Deckblech ergeben würde, zur Folge hat. Die Stoßausführung nach Bild 9.3 mit einem Arbeitsfenster im oberen (nicht beulgefährdetem) Deckblech hätte den Vorteil, dass die durchgehenden Schweißnähte mittels teilautomatisiertem Verfahren z.B. dem UP-Schweißverfahren prozesssicher ausgeführt werden könnten. Der Nachteil liegt hier bei der größeren Beanspruchung des oberen Deckbleches im ungestützten Bereich durch lokale Radlasten.

Eine Querstoßausbildung nach Bild 9.2 ist somit einer Ausführung gemäß Bild 9.3 vorzuziehen.

Unabhängig von den gezeigten Querstoßvarianten kann eine Anbindung der Hohlplatte an die Hauptträgerstege entsprechend Bild 9.4 erfolgen.

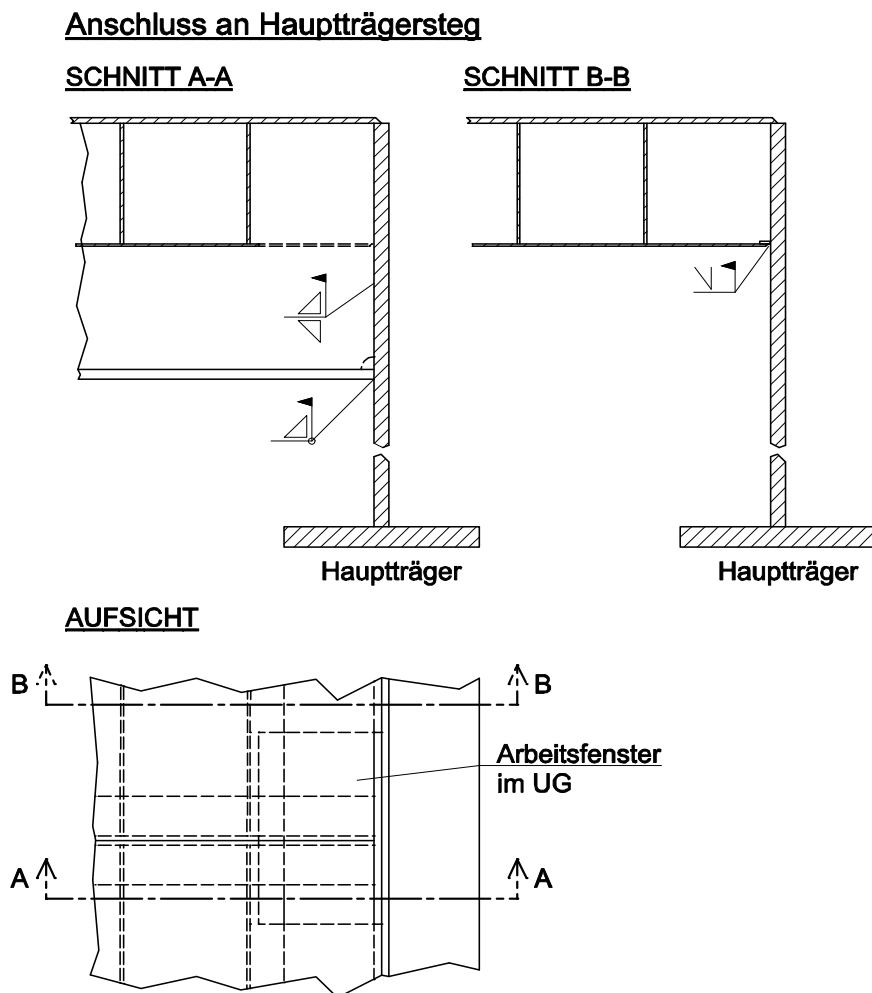
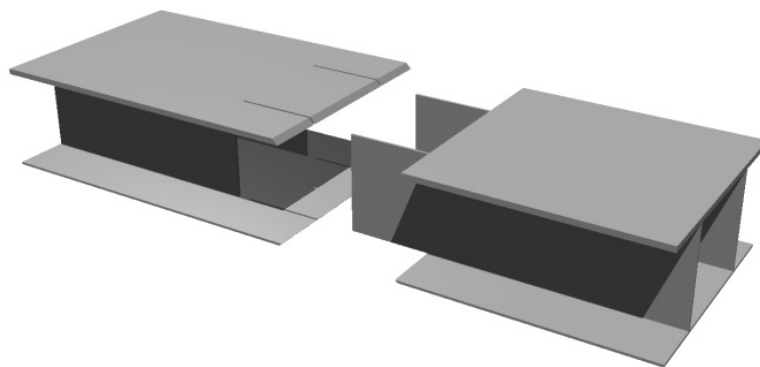


Bild 9.4: Hohlplattenanschluss an Hauptträgersteg

Der nötige Zugang zum Verschweißen der Querträgerstege mit den Hauptträgerstegen erfolgt auch hier durch die Anordnung eines Arbeitsfensters im unteren Deckblech der Hohlplatte.

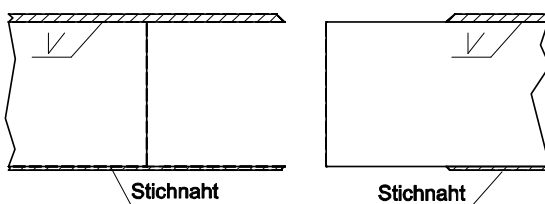
Bei den bisher gezeigten Varianten waren die Querstöße der Hohlplatte immer an den Querträgern angeordnet. Somit müssen im Stoß jeweils die maximalen Platten-Biegemomente und Querkräfte übertragen bzw. angeschlossen werden. Mit einer Verlegung der Querstöße in den Feldbereich der Hohlplatten reduzieren sich die zu übertragenden Kräfte, wodurch auf einen Vollanschluss der Stege im Stoßbereich eventuell verzichtet werden kann. Im Folgenden werden zwei Varianten für einen solchen Anschluss vorgestellt und diskutiert.

In Variante 1 werden die Enden der anzuschließenden Hohlplatten paarweise gemäß Bild 9.5 vorgefertigt.



**Hohlplattenquerstoß - Werkstattnähte**

**LÄNGSSCHNITT:**



**Hohlplattenquerstoß - Baustellennähte**

**LÄNGSSCHNITT:**

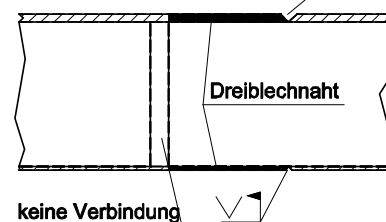


Bild 9.5: Hohlplattenquerstoß im Feldbereich Variante 1

Das Verschweißen der beiden Hohlplatten erfolgt hierbei ausschließlich in der Deckblechebene, die Stege werden nicht verschweißt. Die Übertragung der Normalkräfte in den Deckblechen erfolgt sowohl über den Querstoß der Deckbleche als auch über die Dreiblechnaht, was zu einer gewissen Belastungszerrung der einzelnen Schweißnähte führt. Die Querkraftübertragung stellt sich über eine Vierendeelwirkung gemäß Bild 2.15 ein. Dabei stehen für die Querkraftübertragung ausschließlich die beiden Deckbleche zur Verfügung.

Erste Spannungsanalysen der Struktur mit dem Programmsystem R-FEM [S3], zeigen den Nachteil dieser Konstruktion auf. Dadurch, dass die Querkraft im Bereich der Stegaussparung über die beiden Deckbleche übertragen werden muss, stellen sich insbesondere in den Eckbereichen extreme Spannungsspitzen ein, vgl. Bild 9.6.

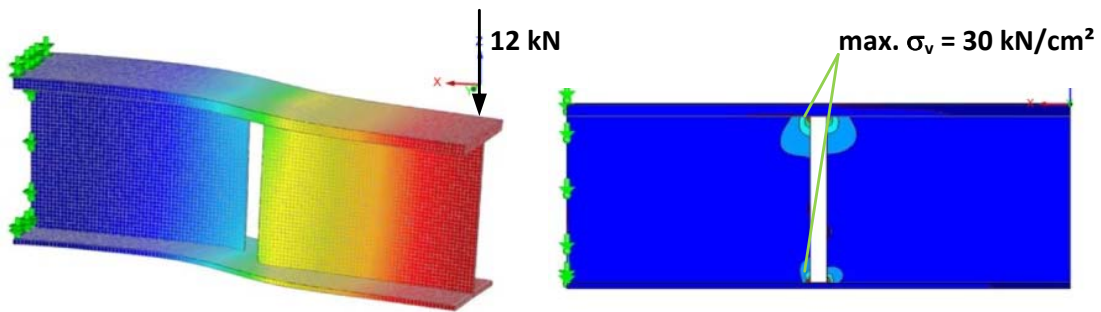


Bild 9.6: Verformungs- und Spannungsberechnung Variante 1 mit Darstellung der maximalen Vergleichsspannungen; 14\_6\_6\_200\_200, Profillänge 600 mm

Verfolgt man die Idee der Querkraftübertragung mittels Vierendeelwirkung weiter und fügt entsprechende Profile im Stoßbereich zur Verstärkung ein, so erhält man eine in Bild 9.7 dargestellte modifizierte Variante 2 des Hohlplattenquerstoßes.

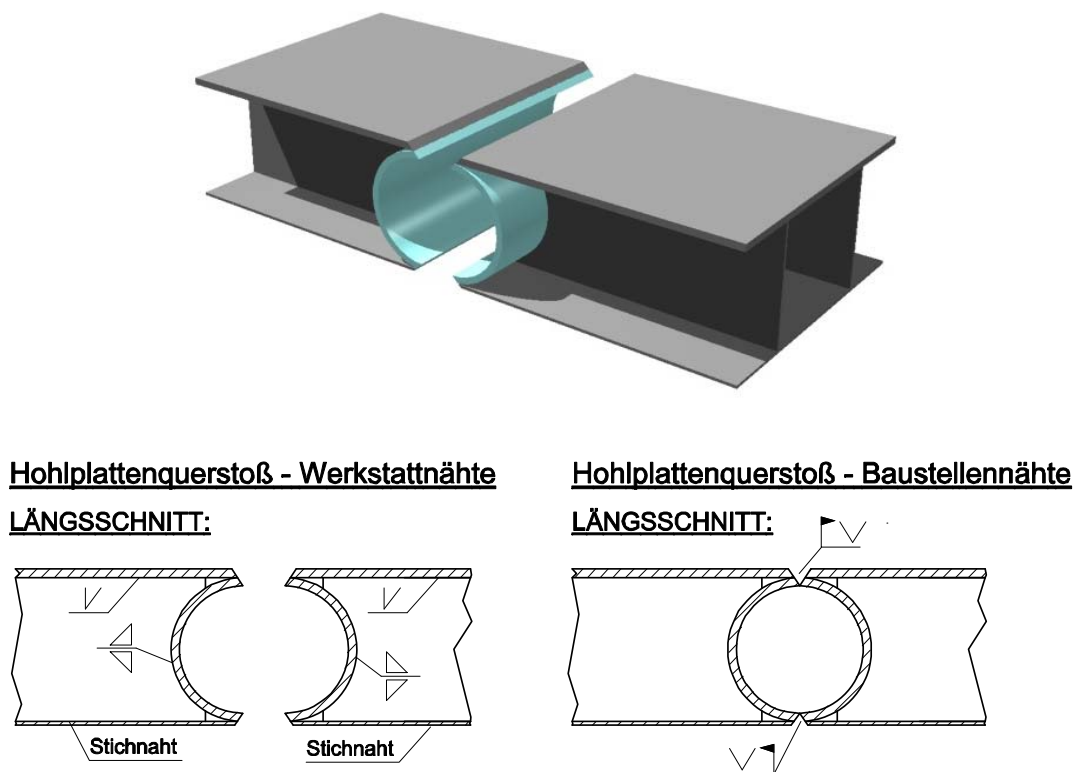


Bild 9.7: Hohlplattenquerstoß im Felbereich Variante 2

Die Übertragung der Normalkraft in den Deckblechen sowie die Übertragung der Querkräfte erfolgt an ein und derselben (geschweißten) Stelle im Deckblech, dieses wird jedoch durch das eingefügte Profil entsprechend ertüchtigt. Diese Verstärkung lässt sich relativ problemlos in den Fertigungsprozess der Halbzeuge gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.8, vgl. Bild 2.41, einfügen.

Durch die gleichmäßigere Einleitung der Querkräfte in die Rohrwandung können die Spitzenspannungen im Vergleich zur Ausführung gemäß Variante 1 erheblich reduziert werden, vgl. Bild 9.8.

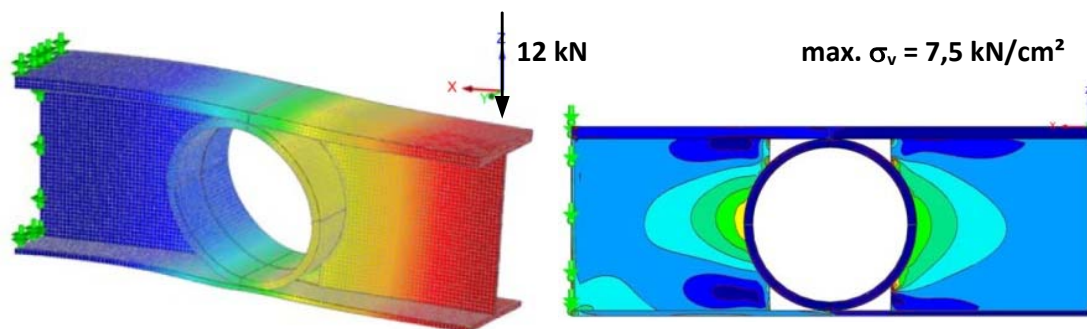


Bild 9.8: Verformungs- und Spannungsberechnung Variante 2 mit Darstellung der maximalen Vergleichsspannungen; 14\_6\_6\_200\_200, Profillänge 600 mm, Rohr  $D=200$ ,  $t=10$

Die ermittelten maximalen Vergleichsspannungen betragen bei der Variante 2 ein Viertel der maximalen Vergleichsspannung der Variante 1.

Ein zusätzlicher Vorteil eines in Querrichtung durchlaufenden Profils gemäß Bild 9.7, liegt in der Möglichkeit, dieses im Nachgang mit Beton zu verpressen und somit die Querkraftübertragung zu optimieren und Spannungsspitzen weiter abzubauen.

Insbesondere vor dem Hintergrund einer ermüdungsgerechten Konstruktion gilt es Spannungskonzentrationen und Störungen im Spannungsfluss durch z.B. Schweißnähte so weit es geht zu vermeiden. Im Folgenden wird deswegen ein alternatives Konzept zur ausschließlich geschweißten Anschlussausbildung für den Hohlplattenquerstoß vorgestellt.

### 9.3 Alternative Lösung

Auf Grundlage von Lösungen aus dem Verbundbau für die Übertragung von Schubkräften mit Hilfe von Betondübeln, vgl. Bild 9.9, wird im Folgenden eine zur geschweißten Lösung alternative Möglichkeit der Querkraftübertragung zwischen den Hohlplatten- und Querträgerstegen an den Plattenquerstößen diskutiert.

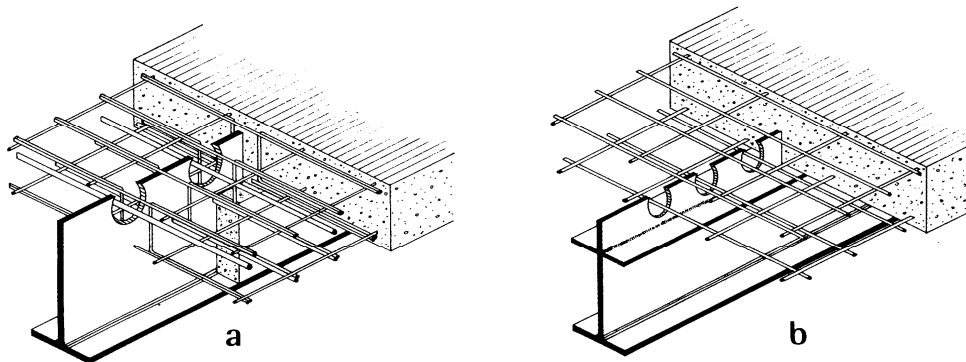


Bild 9.9: Ausführungsbeispiele für Verbundträger mit Betondübeln, aus [19]

Das Konzept der Schubübertragung in Bild 9.9 wurde für den Plattenquerstoß entsprechend Bild 9.10 umgesetzt. Innerhalb des Anschlusses wird die Querkraft der Stege zunächst von den Wänden der Stegaussparungen in den Beton eingeleitet. Durch Betondruckstreben können die Querkräfte dann auf den Querträgersteg abgesetzt und weitergeleitet werden. Die Druckdiagonalen, die sich im Beton ausbilden stützen sich dabei in Querrichtung teilweise gegenseitig ab, vgl. Bild 9.10.

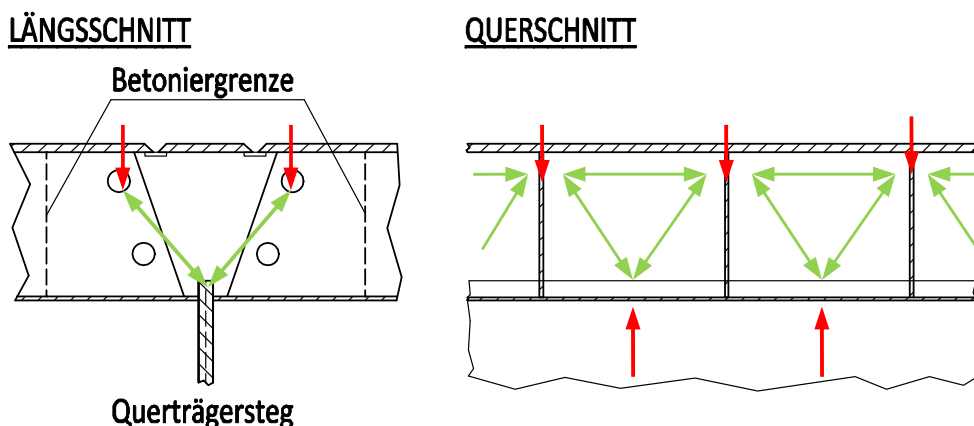


Bild 9.10: Prinzip der Querkraftübertragung, Kräfte (rot), Druckdiagonalen (grün)

In der Bearbeitungsreihenfolge zur Herstellung der Verbindung wird zunächst das untere Deckblech an den Querträgerstegen mit konventionellen Schweißverfahren angeschlossen. Es folgt der Einbau der Betoniergrenzen. Nach dem

anschließenden Bewehren, Verfüllen, Verdichten und Aushärten des Betons kann das obere Deckblech mittels konventionell geschweißtem Plättchenstoß geschlossen werden.

### 9.3.1 Bauteilversuch

Dieses Konzept der Querkraftübertragung am Querträgersteg wurde in [44] an einem eigenen Bauteilversuch überprüft. Für die Realisierung des Probekörpers zur experimentellen Untersuchung des Plattenquerstoßes stand ein Plattenstreifen der Probekörpergeometrie A gemäß Bild 9.11 zur Verfügung, vgl. auch Kapitel 3.2.1.

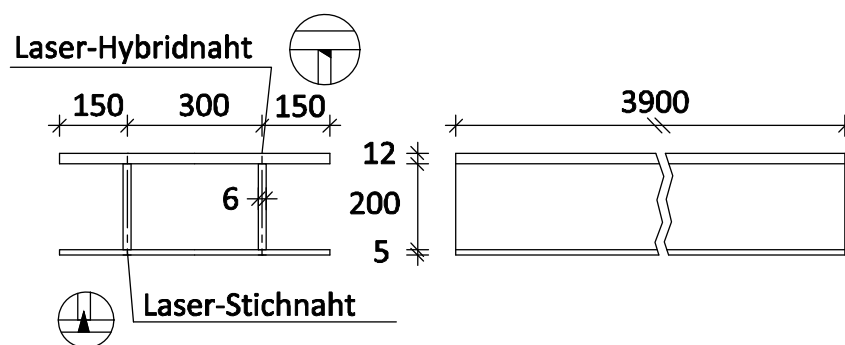


Bild 9.11: Plattenstreifen Querschnitt A für Querstoß-Versuch

Der Plattenstreifen wurde halbiert und die Stoßstellen entsprechend Bild 9.12 vorbereitet.

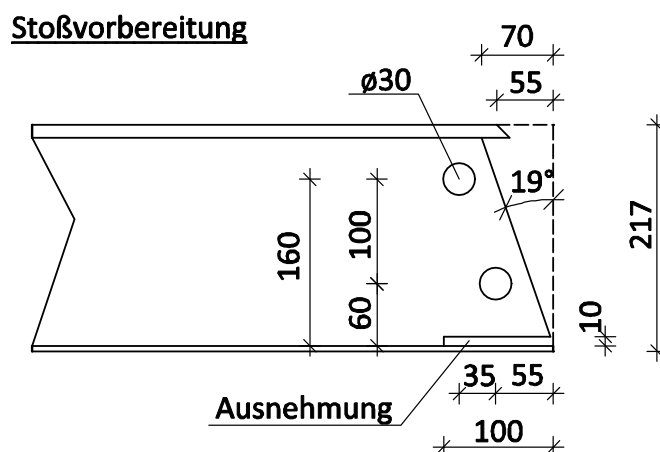


Bild 9.12: Stoßvorbereitung

Für die Ausbildung der Betondübel wurden in den Stegen jeweils zwei Aussparungen mit den Durchmessern 30 mm vorgesehen. Die Größe der Aussparung sind in Anlehnung an das in [27] angegebene Bemessungskonzept für Betondübel ermittelt worden. Damit im Versuch gewährleistet werden konnte, dass die Querkraft



der Stege ausschließlich über die Betondübel in den simulierten Querträgersteg eingeleitet wird, wurden in der Verbindung der Stege mit dem Untergurt Ausnehmungen ausgeführt, vgl. Bild 9.12. Diese Ausnehmungen wurden vor dem Betoniervorgang mit einer elastischen Dichtmasse ausgefüllt um eventuelle Kontaktkräfte auszuschließen. Aus dem gleichen Grund ist beim Betonieren darauf geachtet worden, dass zwischen Betonoberkante und der Unterkante des oberen Deckbleches ein Luftspalt verblieb. Zur Aufnahme der Auflagerlasten wurden im Abstand von 1000 mm Auflagersteifen angeschweißt. Auf Grund der Neigung der Betondruckstreben, vgl. Bild 9.10, wurden zur Aufnahme der daraus resultierenden Zugkräfte Bewehrungsstäbe gemäß Bild 9.13 angeordnet.

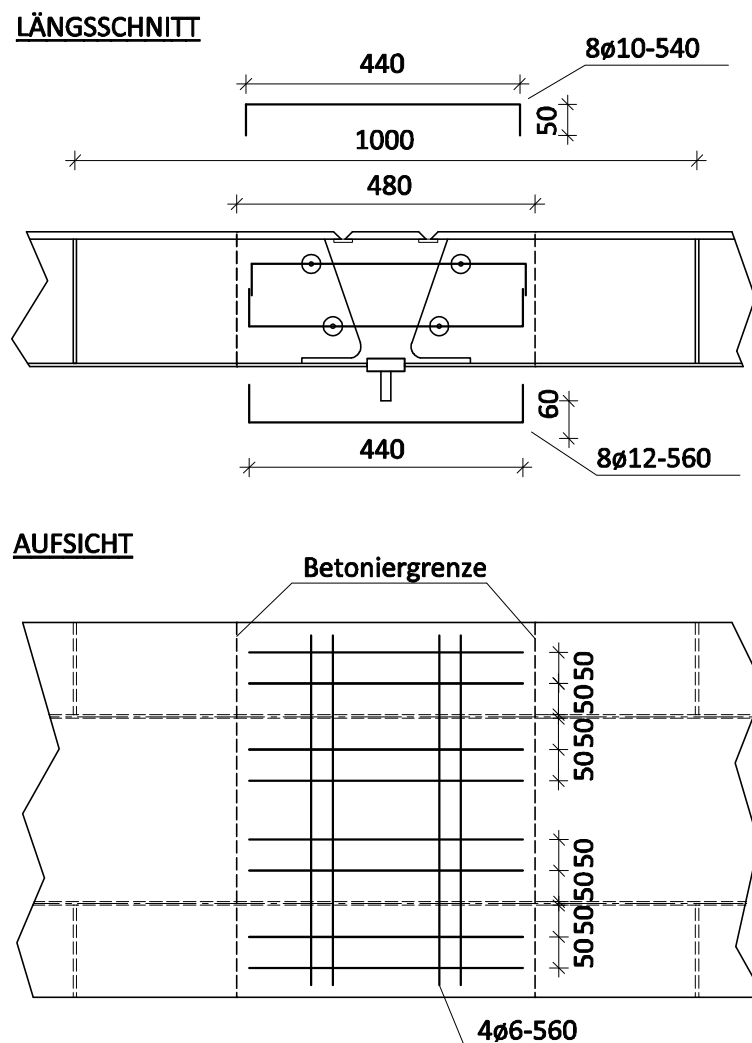


Bild 9.13: Plattenquerstoß Bewehrungsanordnung

Die Belastungssituation des simulierten Fahrbahnplattenquerstoßes über dem Querträger wurde annähernd in einem Drei-Punkt-Biegeversuch abgebildet, vgl. Bild 9.14.

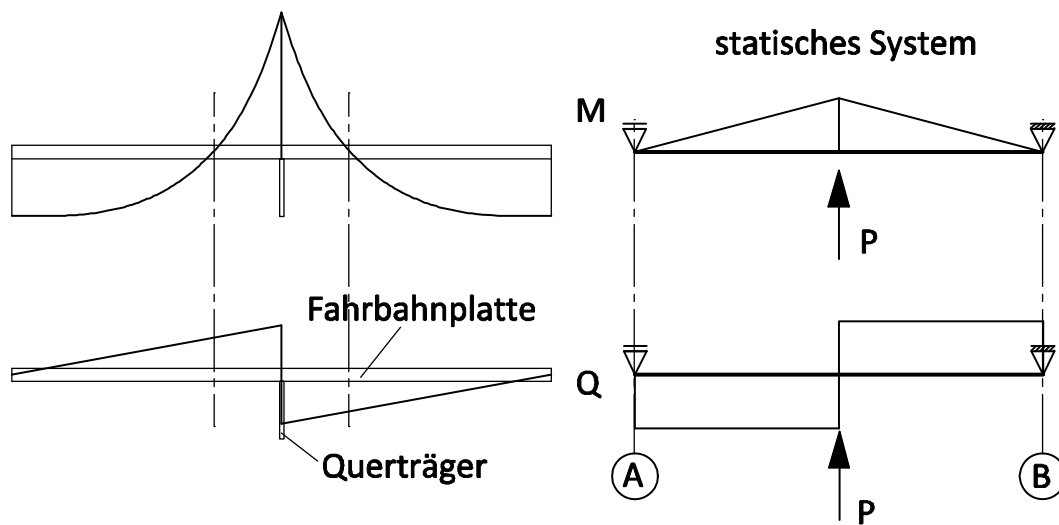


Bild 9.14: Statisches System - Versuch Plattenquerstoß

Auf Grund einer einfacheren Umsetzung wurde das statische System im Versuch um  $180^\circ$  gedreht realisiert. Insgesamt ergab sich somit der gesamte Versuchsaufbau entsprechend Bild 9.15.

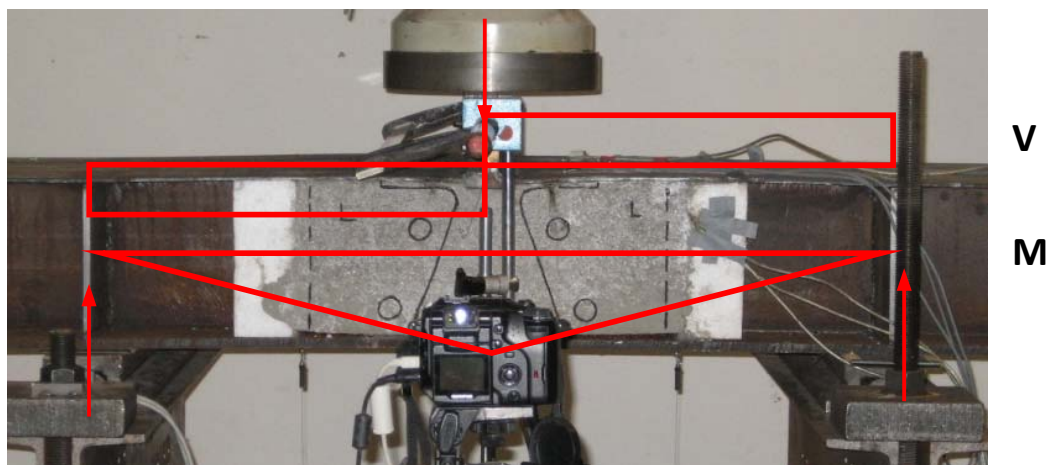


Bild 9.15: Versuchsaufbau Plattenquerstoß

Im Versuch wurde der Querträgersteg durch die lasteinleitende Presse simuliert. Die Lasten wurden dabei über die gesamte Breite des Plattenstreifens über ein entsprechendes „Querträger-Steg-Blech“ eingeleitet. Die Auflager wurden reibungsfrei und frei verdrehbar ausgebildet.

Mit der aus den Zugversuchen ermittelten Festigkeit der Stege gemäß Tabelle 3.3 wurde die plastische Querkrafttragfähigkeit des getesteten Querschnitts ohne Berücksichtigung einer Momenteninteraktion zu 544 kN ermittelt. Der Abstand der Auflager wurde so gewählt, dass sich bei Erreichen der maximalen Querkraft

annähernd die elastische Momententragfähigkeit des Querschnitts in Feldmitte einstellte.

### 9.3.2 Versuchsergebnis

Für eine ausführliche Beschreibung der genauen Versuchsdurchführung, und aller im Versuch gemessenen Daten sei an dieser Stelle auf [44] verwiesen. Für die Diskussion der wesentlichen Versuchsergebnisse sind in wichtigsten Messdaten des Traglastversuches auszugsweise aufgeführt.

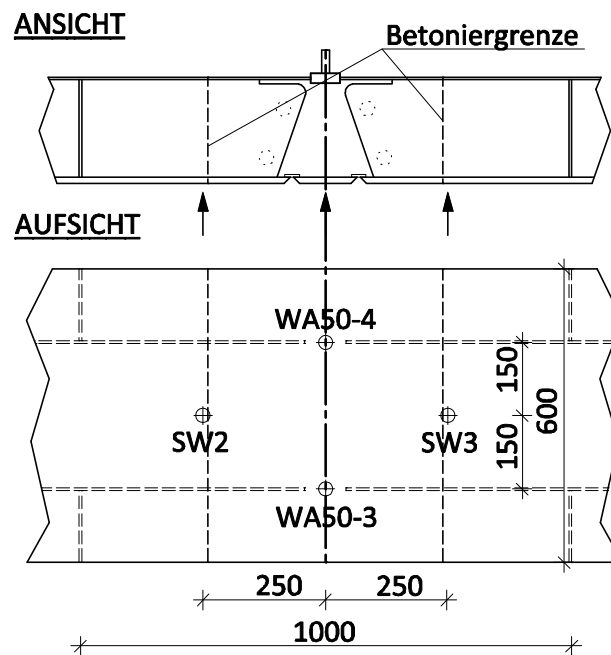


Bild 9.16: Anordnung der Wegaufnehmer - Versuch Plattenquerstoß

Während des Versuches wurden die Verformungen unter anderem direkt unter der Last und in einem Abstand von 250 mm rechts und links der Lasteinleitung gemessen. Somit lagen die Durchbiegungen in den Viertelpunkten des Versuchsträgers vor.

Bild 9.17 gibt einen Überblick über die maßgeblichen Last-Verformungsbeziehungen im Traglastversuch. Dargestellt ist hierbei die Pressenkraft über die im Versuch gemessenen Verformungen an den Positionen gemäß Bild 9.16.

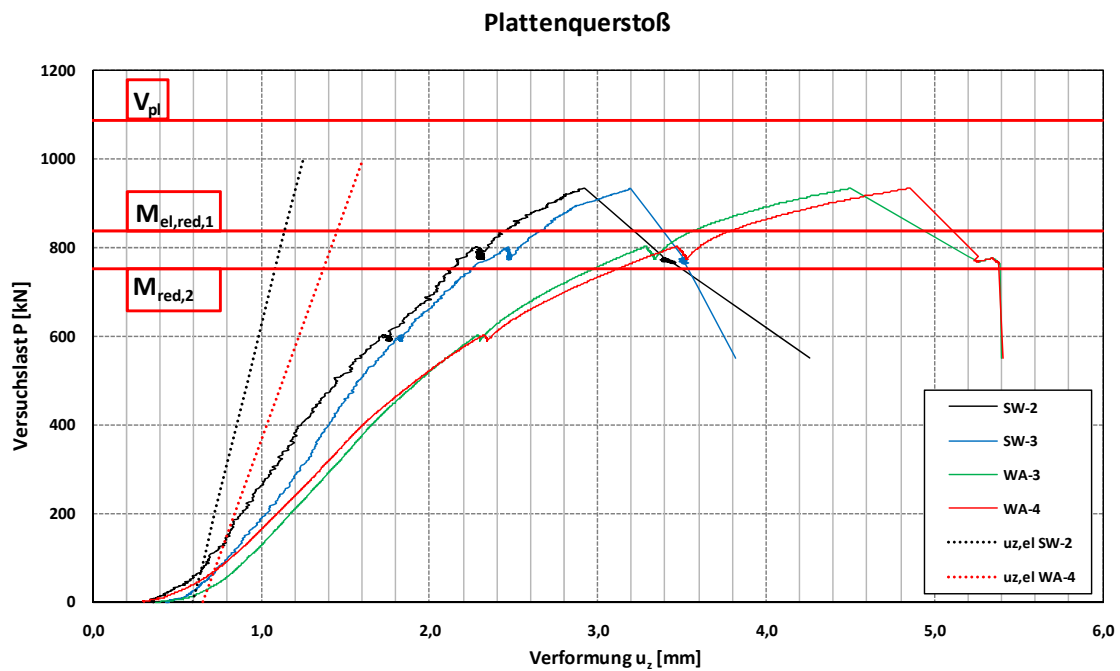


Bild 9.17: Last-Verformungsdiagramm - Plattenquerstoß

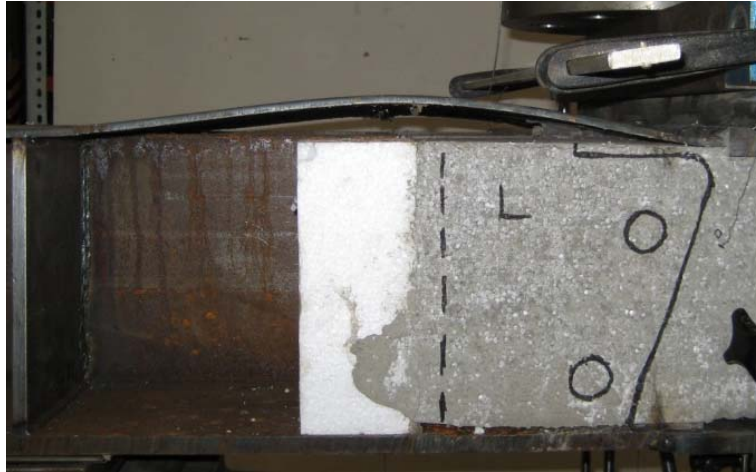
Nach einer anfänglichen nichtlinearen Last-Verformungsbeziehung, die zunächst aus Überbrückungen von Spalten zwischen den Beton- und Blechkanten zurückzuführen sind, erfolgte eine relativ gleichmäßige Verformung bei gleichzeitiger Laststeigerung. Grundsätzlich existiert jedoch kein ausgeprägter linearer Lastverformungsbereich. Ab einer Gesamtlast von ca. 600 kN wuchsen die Verformungen stark überproportional an, die Nichtlinearität der Lastverformungsbeziehung wurde somit größer. Das Versagen des Trägers erfolgte plötzlich bei einer Belastung von 936 kN.

Einhergehend mit dem überproportionalen Verformungszuwachs ab einer Prüflast von 600 kN konnten am gedrückten Obergurt (unters Deckblech) des Versuchsträgers wachsende Beulverformungen festgestellt werden, vgl. Bild 9.18.



Bild 9.18: Beulverformung des gedrückten Obergurtes (unteres Deckblech) bei einer Prüflast von 600 kN

Diese Beulverformungen wuchsen bis zum Versagen der Laser-Stich-Nähte weiter an, was letztendlich zum Abriss des gedrückten Obergurtes von den Stegen führte, vgl. Bild 9.19.



*Bild 9.19: Versagenszustand bei einer Prüflast von 936 kN*

Zum Vergleich sind in Bild 9.17 die Ergebnisse einer elastischen Verformungsrechnung mit einem durchgehenden Stahlquerschnitt entsprechend Bild 9.11 im Viertelpunkt (schwarz) und direkt unter der Lasteinleitung (rot) punktiert eingezeichnet. Insgesamt verhält sich die ausgeführte Verbindung somit weniger steif als bei einer entsprechenden Lasteinleitung auf einem durchgehenden Stahlträger entsprechenden Querschnitts, wie der Vergleich mit den punktierten Geraden zeigt. Das ist unter anderem auf die Beulverformungen zurückzuführen, die durch die eingepprägten Imperfektionen beim Verschweißen der unteren Deckbleche noch begünstigt wurden.

Zur Orientierung im Diagramm sind des Weiteren Grenzlaster angegeben, bei denen zum einen die plastische Querkrafttragfähigkeit der Stege  $V_{pl}$  und zum anderen die elastische Momententragfähigkeit  $M_{el,red,1}$  erreicht ist.  $M_{el,red,1}$  wurde dabei mit dem wirksamen Widerstandsmoment des Stahlquerschnitts ermittelt, hierfür wurden für das beulgefährdete, druckbeanspruchte untere Deckblech nur die wirksamen Querschnittsteile gemäß Eurocode 3, [R6] und [R7], angesetzt. Dabei wurden die Ausnehmungen zwischen den Stegen und den Untergurten entsprechend Bild 9.12 zunächst nicht berücksichtigt. Der bei Betrachtung eines reinen Stahlquerschnitts unter der gegebenen Belastung ebenfalls beulgefährdete Steg wurde dabei auf Grund der Stützung durch den anliegenden Beton jedoch voll angesetzt.

Behandelt man das untere Deckblech im Bereich der Ausnehmungen gemäß Bild 9.12 wie einen Knickstab, was der tatsächlichen Versagensform in Bild 9.19 entspricht und ermittelt sich hierüber eine maximale Momentenbeanspruchbarkeit

$M_{red,2}$ , so lässt sich zusätzlich noch eine dritte Grenze für die maximale Prüflast angeben, mit der die Tragfähigkeit der Verbindung sicher abgeschätzt werden kann.

Insgesamt konnte die maximale Querkrafttragfähigkeit der Stege von 544 kN ( $V_{pl}$ ) und somit die darauf bezogene Prüfkraft von 1088 kN im Versuch nicht ganz erreicht werden. Bei einer Gesamtlast von 936 kN also ca. 86 % der durch die reine plastische Querkrafttragfähigkeit der Stege bedingten maximalen Prüflast kam es zum Versagen des Versuchsträgers. Dieses Versagen war jedoch nicht durch die Traglast der Betondübel für die Querkraftübertragung gekennzeichnet sondern vielmehr auf das „Beulversagen“ des druckbeanspruchten Obergurtes (unteres Deckblech) zurückzuführen. Hierfür lassen sich die Tragfähigkeiten mit den gültigen Normen [R6] und [R7] Abschätzen.

Grundsätzlich steht somit ein vielversprechendes Anschlusskonzept für Plattenquerstöße mit üblichen Mitteln des Stahlverbundbaus zur Verfügung mit der die hohen Querkräfte der Hohlplattenstege in die Querträger eingeleitet werden können.

## 9.4 Zusammenfassung

Auf Basis der gängigen Konstruktionsmethode für den Querstoß orthotroper Fahrbahnplatten wurden zunächst Möglichkeiten zur Ausbildung geschweißter Hohlplattenquerstöße abgeleitet. Insbesondere der gleichzeitige Anschluss der querkraftführenden Stege an die Querträger sowie die durchgehende Stützung beider Deckbleche durch die Stege macht für die geschlossenen Struktur der Hohlplatte eine Vielzahl von Arbeitsfenster erforderlich. Das nachträgliche Verschließen dieser Arbeitsfenster ist jedoch mit einem erhöhten Schweißaufwand unter Montagebedingungen verbunden. Zudem liegen mit jeder Schweißnaht potentielle Störungen in Spannungsfluss vor, was sich in Kombination mit den maximalen Plattenschnittgrößen über den Querträgern negativ auf die Ermüdungsfestigkeit auswirkt.

Verzichtet man auf den Anschluss der Stege werden sowohl die Momente als auch die Querkräfte über die Deckbleche kurzgeschlossen. Dieses führt zu erheblichen Spannungskonzentrationen. Durch eine einfache Analyse konnte gezeigt werden, dass durch die Anordnung von Profilen quer zu den Stegen die Spannungsspitzen erheblich reduziert werden können.

Auf Grundlage der Übertragung von Schubkräften mit Hilfe von Betondübeln wurde ein zur konventionellen geschweißten Lösung, alternatives Konzept für die Ausbildung von Plattenquerstößen entwickelt und erfolgreich im Bauteilversuch

getestet, so dass eine weitere effektive Konstruktionsmöglichkeit zur Verfügung steht.

Vor dem Einsatz in der Praxis sind die aufgeführten Konzepte insbesondere auch im Hinblick auf die Ermüdungsfestigkeit unter dynamischen Beanspruchungen noch eingehend zu untersuchen. Die angestellten Überlegungen und Erkenntnisse dieses Kapitels können dafür als Grundlage dienen.





# 10 Zusammenfassung

## 10.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das Tragverhalten von lasergeschweißten Stahlhohlplatten im Geometrie- und Blechdickenbereich sowie unter den Lastansätzen des Stahlbrückenbaus untersucht. Die vorhandenen analytischen sowie numerischen Ansätze für die Berechnung von Hohlplatten aus der maritimen Anwendung wurden analysiert, auf die Anwendbarkeit für den eigenen Geometrie- und Parameterbereich überprüft und ggf. weiterentwickelt. Im Ergebnis wurde ein vereinfachtes Konzept zur Ermittlung der Deckblechspannungen unter konzentrierten Radlasten auf Grundlage von anschaulichen einfach zu handhabenden Rahmenmodellen abgeleitet.

Grundlage bildeten umfangreiche experimentelle und theoretisch-numerische Untersuchungen an Hohlplattenstrukturen des eigenen Anwendungsbereiches. Dabei erfolgte zunächst die Analyse des Querlastabtrages. Hierfür wurde ein komplexes 3D-FE-Modell für die Berechnung von Plattenstreifen auf der Basis von Schalenelementen für die Abbildung der einzelnen Bleche in Kombination mit Federelementen für die Berücksichtigung der Verbindungssteifigkeiten zwischen den Deckblechen und den Stegen entwickelt und mit analytischen Vergleichsrechnungen sowie numerischen und experimentellen Ergebnissen aus anderen Forschungsarbeiten kalibriert. In Kombination mit eigenen 4-Punkt-Biegeversuchen an Plattenstreifen konnten die Verbindungssteifigkeiten der Deckblech-Steg-Verbindungen für die vorliegenden Versuchskörper bestimmt werden.

Mit den aus der Literatur gegebenen Formulierungen zur Berechnung der Querschubsteifigkeit, die im Rahmen von analytischen Strukturberechnungen auf Grundlage von homogenisierten Querschnittswerten verwendet werden, war eine Berücksichtigung unterschiedlicher Deckblechdicken und verschiedener Verbindungssteifigkeiten bisher nicht ohne Weiteres möglich. Durch die Beschreibung der relativen Verdrehungen zwischen Stegen und Deckblechen in Abhängigkeit von der Drehfedersteifigkeit der jeweiligen Verbindung konnte eine modifizierte Formulierung für die Querschubsteifigkeit hergeleitet und mit Vergleichsrechnungen am zuvor kalibrierten FE-Modell überprüft werden.

Die Überprüfung des entwickelten FE-Modells im Hinblick auf die Anwendung zur Berechnung ganzer Plattenstrukturen, erfolgte an eigenen Großbauteilversuchen. Es zeigte sich, dass insbesondere für die Spannungsanalyse an den Verbindungsstellen der Stege mit den Deckblechen sowie im Bereich der konzentrierten

Radlasten ein sehr feiner Vernetzungsgrad erforderlich ist. Aus diesem Grund wurde das vorhandene FE-Modell für die Berechnung ganzer Plattensysteme erweitert. Mit Hilfe der Submodelltechnik wurde eine grob vernetzte Plattenberechnung mit einer im relevanten Lasteinleitungsbereich fein vernetzten Analyse gekoppelt, so dass schlussendlich die Spannungsspitzen sauber abgebildet werden konnten. Insgesamt stand somit ein komplexes 3D-FE-Modell, das an Großbauteilen kalibriert wurde, für die Berechnung ganzer Plattenstrukturen und somit für weitere Analysen zur Verfügung.

Die in aktuellen Forschungsarbeiten etablierte Methode zur Reduzierung der Analysezeiten anstelle einer komplexen Abbildung der Hohlplattenstruktur im 3D-FE-Modell zunächst eine vereinfachte Plattenberechnung durchzuführen, bei der die Deckbleche als Kirchhoff-Platte mit einer homogenisierten Reissner-Mindlin-Platte für den Schubweichen Kern gekoppelt werden (Layer-Modell), wurde überprüft. Der Einfluss der Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche mit den daraus resultierenden Spannungen wird dabei durch die Zuweisung eines eigenen Layers berücksichtigt. Für die Überprüfung dieser Vorgehensweise auf den in dieser Arbeit untersuchten Anwendungsfall wurde eine eigene Berechnungsstruktur umfangreich programmiert und mit den veröffentlichten Ergebnissen aus der maritimen Anwendung kalibriert.

Durch vergleichende Analysen konnte gezeigt werden, dass die Berechnungsstruktur insbesondere mit steigender Deckblechdicke von den diskreten 3D-FE-Berechnungen abweichende Ergebnisse lieferte. Diese Abweichungen sind auf den Umstand zurückzuführen, dass die lokalen Deckblechbiegungen im Bereich der Lasteinleitung in der homogenisierten Plattenberechnung selbst mit der Kopplung einer Schubweichen und einer Schubstarren Platte nicht ausreichend genau wiedergegeben werden können. Im Falle dünner Deckbleche sind die daraus resultierenden Fehler klein, während sie mit steigender Deckblechdicke an Bedeutung gewinnen. Unabhängig davon lassen sich aber mit der Berechnungsstruktur die einzelnen Lastabtraganteile in Querrichtung in Abhängigkeit der jeweiligen Steifigkeiten grundsätzlich untersuchen. Es zeigte sich, dass die Eigenbiegesteifigkeit der Deckbleche bei Plattenstrukturen nur im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich aktiviert wird („Thick-Face-Plate-Effect“), während außerhalb des Lasteinleitungsbereiches die globalen Quertragmechanismen aus der Vierendeelwirkung zwischen den Stegen und Deckblechen und den Normalkräften in den Deckblechen maßgebend sind.

Der Vergleich der Schnittgrößen aus dem Layer-Modell mit einer homogenisierten Plattenberechnung, bei der die gesamte Platte nur durch eine einzelne Schicht mit homogenisierten Steifigkeiten abgebildet wurde, zeigte, dass die Abweichungen

zwischen den globalen Schnittgrößen der beiden Modelle ebenfalls nur auf den unmittelbaren Lasteinleitungsbereich begrenzt sind.

Basierend auf diesen Erkenntnissen wurde ein vereinfachtes Konzept zur Ermittlung der Deckblechspannungen entwickelt. Hierbei erfolgt zunächst eine Berechnung der globalen Schnittgrößen mit Hilfe einer einfachen 2D-Plattenberechnung in Abhängigkeit der Lagerungsbedingungen und der homogenisierten Steifigkeiten der Platte. Die orthotropen Eigenschaften der Hohlplatte bleiben dabei durch die differenzierte Ermittlung der Steifigkeiten in Richtung der jeweiligen Hauptachse grundsätzlich erhalten. Auf Grund der diskreten Steifigkeiten der Stege in Querrichtung und der Vernachlässigung der Deckblechsteifigkeiten ergeben sich aber Abweichungen zur tatsächlichen Struktur. Diese werden für die relevanten Momente in Haupttragrichtung der Platte durch Korrekturfaktoren ausgeglichen, die aus Parameterstudien mit dem diskreten 3D-FE-Modell in Abhängigkeit des Stegabstände und der Lastbreite abgeleitet wurden. Für die Korrekturfaktoren stehen somit sowohl mathematische (programmierbare) Formulierungen als auch graphisch aufbereitete Hilfsmittel für die praktische Anwendung zur Verfügung.

Für das Lastabtragverhalten in Querrichtung im Bereich der konzentrierten Lasteinleitung und die Ermittlung der daraus resultierenden maßgebenden Spannungen wurde der Plattenquerschnitt als Rahmenmodell idealisiert. Durch die federelastische Stützung der Rahmenstiele (Stege der Hohlplatte) kann sowohl die Durchlaufträgerwirkung der Deckbleche über den Stegen als auch die Durchbiegung des Deckbleches in Abhängigkeit der Stegverformung („Thick-Face-Plate-Effect“) berücksichtigt werden. Die hierfür notwendigen Federsteifigkeiten wurden durch vergleichende Berechnungen am diskreten 3D-FE-Modell ermittelt und für die praktische Anwendung aufbereitet.

Die Gesamtspannungen ermitteln sich anschließend durch Überlagerung der Spannungsanteile aus der Haupt- und Quertragrichtung. Die Überprüfung dieser Vorgehensweise erfolgte an ausgesuchten Laststellungen und anhand von auf den Brückenbau abgestimmten Geometrie- und Blechdickenbereichen. Für die Anwendung des Verfahrens wurden Grenzen bezüglich der möglichen Plattenabmessungen und Verbindungssteifigkeiten angegeben.

Mit dem entwickelten Verfahren liegt somit ein vereinfachtes Konzept zur Spannungsermittlung in Web-Core-Sandwich-Platten unter konzentrierten Radlasten vor. Mit der Verwendung der bereitgestellten Ersatzrahmensysteme, Wegfedersteifigkeiten und Korrekturfaktoren kann z.B. im Rahmen von Vorbemessungen eine schnelle Aussage zur Spannungsausnutzung der Deckbleche in den hoch beanspruchten Bereichen von Hohlplatten getroffen werden, ohne bei der Nach-

weisführung auf die Benutzung kostenintensiver komplexer 3D-FE-Programme angewiesen zu sein.

Für die unterschiedlichsten Anwendungsbereiche der Hohlplatten lassen sich in der Regel die maßgebenden Lastfälle identifizieren, für die die Nachweise geführt werden müssen. Entsprechend der in dieser Arbeit verwendeten Methoden und Modelle können hierfür, speziell zugeschnitten auf die jeweiligen Anwendungsfälle, Hilfsmittel für die entsprechenden Parameterbereiche entwickelt werden.

Der Abschluss der Arbeit wird durch die Diskussion verschiedener Konzepte für die konstruktive Einbindung einzelner Hohlplatten in das Gesamtsystem einer Brückenstruktur gebildet. Diese Einbindung ist auf Grund der geschlossenen Struktur der Hohlplatten aufwendiger als bei der üblichen Bauweise mit orthotropen Platten. Die wesentlichen Probleme wurden herausgearbeitet und Lösungsvorschläge unterbreitet. Diese können als Grundlage für weiterführende Forschungen dienen.

# 11 Literatur

## 11.1 Normen, Regelwerke und Vorschriften

- [R1] **DIN EN 10002:** Metallische Werkstoffe: Zugversuch. Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur, Deutsches Institut für Normung e.V.; 2001
- [R2] **DIN EN 10025:** "Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen. Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle", Deutsches Institut für Normung e.V.; 04/2005
- [R3] **DIN Fachbericht 101:** Einwirkungen auf Brücken, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2003
- [R4] **DIN Fachbericht 103:** Stahlbrücken, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2003
- [R5] **GL (2008):** „Klassifikations- und Bauvorschriften - II – Werkstoffe und Schweißtechnik, Kapitel 2: Stahl- und Eisenwerkstoffe“, Germanischer Lloyd, Hamburg
- [R6] **DIN EN 1993-1-1:** Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil1.1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005
- [R7] **DIN EN 1993-1-5:** Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil1.5: Plattenförmige Bauteile, Deutsche Fassung EN 1993-1-5:2006
- [R8] **DIN EN 1993-1-8:** Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil1.8: Bemessung von Anschlüssen, Deutsche Fassung EN 1993-1-8:2005
- [R9] **DIN EN 1994-1-1:** Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton - Teil1.1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung EN 1994-1-1:2004

## 11.2 Fachliteratur

- [1] **Allen, H.G.:** "Analysis and Design of Structural Sandwich Panels", Pergamon Press, Oxford, 1969

- [2] **Barthold, F.J.:** "Einführung in die Finite Elemente Methode – Stabtragwerke", Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Numerische Methoden und Informationsverarbeitung, Skript, März 2010
- [3] **Bild, S.:** "Beitrag zur Verbesserung der Haltbarkeit von Fahrbahnbelägen auf orthotropen Platten", Rheinisch-Westfälische Hochschule Aachen, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Dissertation, 1985
- [4] **Bright, S.R.; Smith, J.W.:** "A new design for steel bridge decks using laser fabrication", The Structural Engineer, November 2007 (6)
- [5] **Bright, S.R.; Smith, J.W.:** "Fatigue performance of laser-welded steel bridge decks", The Structural Engineer, November 2004 (2)
- [6] **Fricke, W.:** "Vorlesungen zur Schiffskonstruktion III", Institut für Konstruktion und Festigkeit von Schiffen, Technische Universität Hamburg-Harburg, April 2009
- [7] **Giencke, E.:** "Die Berechnung von Hohlrippenplatten", Der Stahlbau, 29. Jahrgang, Heft 1 Januar 1960; Schluss in Heft 2 Februar 1960
- [8] **Giencke, E.:** "Die Hohlplatte, eine schubweiche Platte", ZAMM 43 Heft 7/8, Seite 311-324, (1963)
- [9] **Giese, P.:** "Lasergeschweißte Hohlplatten im Brückenbau: Untersuchungen zur Tragfähigkeit und Vergleich experimenteller und numerischer Ergebnisse", Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Stahlbau, Diplomarbeit, 2008
- [10] **Jos. L. Meyer GmbH:** "Werknormen zu Sandwichpaneelen", Meyer-Werft (2004)
- [11] **Klanac A.:** "Bending of steel sandwich panels under lateral loading", Helsinki University of Technology, Ship Laboratory, Report M285, 2004
- [12] **Kolsters, H.; Zenkert, D.:** "Numerical and Experimental Validation of Stiffness Model for Laser-Welded Sandwich Panels with Vertical Webs and Low Density Core", Licentiate's Thesis, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 2002
- [13] **Kolsters, H.; Zenkert, D.:** "Numerical and Experimental Validation of Stiffness Model for Laser-Welded Sandwich Panels with Vertical Webs and Low Density Core, " Licentiate's Thesis, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 2002

- [14] **Kujala, P.; Romanoff, J.; Tabri, K.; Ehlers, S.:** "All Steel Sandwich Panels – Design Challenges for Practical Application on Ships.", Proc. PRADS' 2004; Schiffbautechnische Gesellschaft, Hamburg.
- [15] **Linkamp, M.:** "Parameterstudie und Vergleich der Untersuchung zum Tragverhalten von Stahlhohlplatten im Stahlbrückenbau", Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Stahlbau, Diplomarbeit, 2009
- [16] **Lock, T.S.; Cheng, Q.H.:** "Analysis of a Sandwich Panel as 2-D Orthotropic Thick Plate Continuum", Proceedings of the Tenth (2000) International Offshore and Polar Engineering Conference, Seattle, USA, May 28 - June 2, 2000
- [17] **Lock, T.S.; Cheng, Q.H.:** "Elastic Stiffness Properties of Truss-Core Sandwich Panel", Journal of Structural Engineering, May 2000
- [18] **Lübke, S.:** "Einsatz von Stahlhohlplatten mit Trapezquerschnitt im Brückenbau", Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Stahlbau, Diplomarbeit, 2008
- [19] **Mangering, I.; Zapfe, C.:** "Nachweisverfahren und Sanierungsmöglichkeiten für Stahlträgerdecken mit Betonausfachung.", Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau (5/2002), Universität der Bundeswehr München
- [20] **Materna, D.; Barthold, F.-J.:** "Einführung in Matlab", Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Numerische Methoden und Informationsverarbeitung, Skript, März 2007
- [21] **Meyer-Werft :** "Werknorm zu Sandwichpaneelen ", Jos. L. Meyer GmbH, Papenburg
- [22] **Müller, G.; Groth, C.:** "FEM für Praktiker", Expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1999
- [23] **Petersen, C.:** "Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten", Vieweg, 3. Auflage, 1997
- [24] **Plantema, F.J.:** "The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates and Shells", John Wiley & Sons Inc., New York, 1966
- [25] **Plato, R.:** "Numerische Mathematik kompakt", Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 2000

- [26] **Rahlwes, K.:** "Beitrag zur Berechnung von Hohlplatten", Technische Hochschule Hannover, Fakultät für Bauwesen, Dissertation, 1967
- [27] **Robinson J.R.:** "The buckling and bending of orthotropic sandwich panels with all Edges simply-supported", Aeronautical Quarterly, 1955 May, London
- [28] **Roland, F; Reinert, T.:** "Laser welded sandwich panels for the ship building industry", In Lightweight construction – latest developments, London, 24-25 February 2000
- [29] **Romanoff, J.; Klanac, A.:** "Design formulations for filled structural sandwich panels", Helsinki University of Technology, Ship Laboratory, Report M-288, 2004
- [30] **Romanoff, J.; Kujala, P.:** "The effect of laser-welds dimensions on transverse shear stiffness and stress state of steel sandwich panels", 6<sup>th</sup> International Conference on Sandwich Structures, March 31 to 2 April 2003, Ft. Lauderdale, Florida, CRC Press
- [31] **Romanoff, J.; Remes, H.; Socha, G.; Jutila, M.:** "Stiffness and Strength Testing of Laser Stake Welds in Steel Sandwich Panels", Helsinki University of Technology, Ship Laboratory, Report M291, 2006
- [32] **Romanoff, J.; Remes, H.; Socha, G.; Jutila, M.; Varsta, P.:** "The Stiffness of Laser Stake Welded T-joints in Web-Core Sandwich Structures", Thin-Walled Structures, Vol.45, No. 4, 2007, pp. 453-462
- [33] **Romanoff, J.; Varsta, P.:** "Bending Response of Web-Core Sandwich Beams", Composite Structures, Vol. 73, No. 4, 2006, pp. 478-487
- [34] **Romanoff, J.; Varsta, P.:** "Bending Response of Web-Core Sandwich Plates", Composite Structures, Vol.81, No. 2, 2007, pp. 292-302
- [35] **Romanoff, J.; Varsta, P.; Klanac, A.:** "Stress Analysis of Homogenized Web-Core Sandwich Beams", Composite Structures, Vol. 79, No. 3, 2007, pp- 441-422
- [36] **Romanoff, J.; Varsta, P.; Remes, H.:** "Laser-Welded Web-Core Sandwich Plates under Patch-Loading", Marine Structures, Vol. 20, No. 1-2, 2007, pp. 25-48
- [37] **Sedlacek H.; Sedlacek, G.:** "Zur Anwendung von Hohlplatten für Fahrbahnkonstruktionen", Der Bauingenieur, 45. Jahrgang, Heft 10, Oktober 1970



- [38] **Sedlacek, G.:** "Einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung von Hohlplatten", Die Bautechnik, 6/1971
- [39] **Sedlacek, H.:** "Aluminium für tragende Konstruktionen im Ingenieurbau", Der Bauingenieur, 42. Jahrgang, Heft 4 und Heft 5, 1967
- [40] **Sedlacek, H.:** "Das neue Plattenprogramm von Krupp Industrie- und Stahlbau, Rheinhausen", Technische Mitteilungen Krupp, Werksberichte, Band 32 (1974), Heft 1
- [41] **Sedlacek, H.:** "Tragende Platten im Straßen- und Brückenbau", Technische Mitteilungen Krupp, Werksberichte, Band 22 (1964), Heft 4
- [42] **Stamm, K.; Witte, H.:** "Sandwichkonstruktionen - Berechnung, Fertigung, Ausführung", Springer-Verlag, Wien New York, 1974
- [43] **Timoshenko, S.P.; Gere, J.M.:** "Mechanics of Materials", Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972
- [44] **Ungermann, D.; Dissel, P.; Klostermann, O.:** "Einsatz von Stahlhohlplatten als Fahrbahn im Stahlbrückenbau – Entwicklung der Grundlagen und Optimierung der Bemessung, Konstruktion, Herstellung und Unterhaltung zur Verbesserung der Wirtschaftlichkeit von Stahlbrücken", Schlussbericht AiF Forschungsvorhaben 15024 N/1 ; Technische Universität Dortmund, Lehrstuhl Stahlbau, 2010
- [45] **Ungermann, D.; Klostermann, O.:** "Application of Steel Hollow Plates in Steel Bridge Construction", Steel Bridges: Advanced Solutions & Technologies, Conference Proceedings of 7<sup>th</sup> International Conference on Steel Bridges, 4-6 June, Guimaraes - Portugal, 2008
- [46] **Weber, M.; Schwimmer, M.:** "Microsoft EXCEL- Programmierung – Das Handbuch", Microsoft – Press Deutschland, 2005
- [47] **Weitz, F.R.:** "Entwurfsgrundlagen und Entscheidungskriterien für Konstruktionssysteme im Großbrückenbau unter besonderer Berücksichtigung der Fertigung", Technische Hochschule Darmstadt, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, Dissertation, 1975
- [48] **Whitney, J.M.; Pagano, N.J.:** "Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates", Journal of Applied Mechanics, December 1970
- [49] **Wilke, R.; Wittl, U.; Schüpferling, S.; Furtner, A.:** "Matlab; Getting Started With Matlab", Hochschule Regensburg University of Applied Sciences, Fakultät Informatik und Mathematik, März 2009

- [50] **Xanthanos, P. P.:** "Theory and Design of Bridges", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994
- [51] **Zapfe, C.:** "Trag- und Verformungsverhalten von Verbundträgern mit Betondübeln zur Übertragung der Längsschubkräfte.", Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau (01/2001), Universität der Bundeswehr München
- [52] **Zenkert, D.:** "The Handbook of Sandwich Construction", Emas Publishing, 1997

### 11.3 Software

- [S1] **ANSYS;** FE-Software Version 12.x; ANSYS Inc.
- [S2] **MATLAB:** Software Version R2008b, Mathworks
- [S3] **R-FEM:** Software Version 5.x, Ingenieur Software Dlubal
- [S4] **R-STAB:** Software Version 5.x, Ingenieur Software Dlubal
- [S5] **EXCEL:** Microsoft Office Excel 2007, Microsoft Corporation
- [S6] **CTAMAN AP:** Software Version 3.1, HBM Deutschland



## Anhang A: Zusammenstellung der Formulierungen/Ablaufschema - Berechnungskonzept

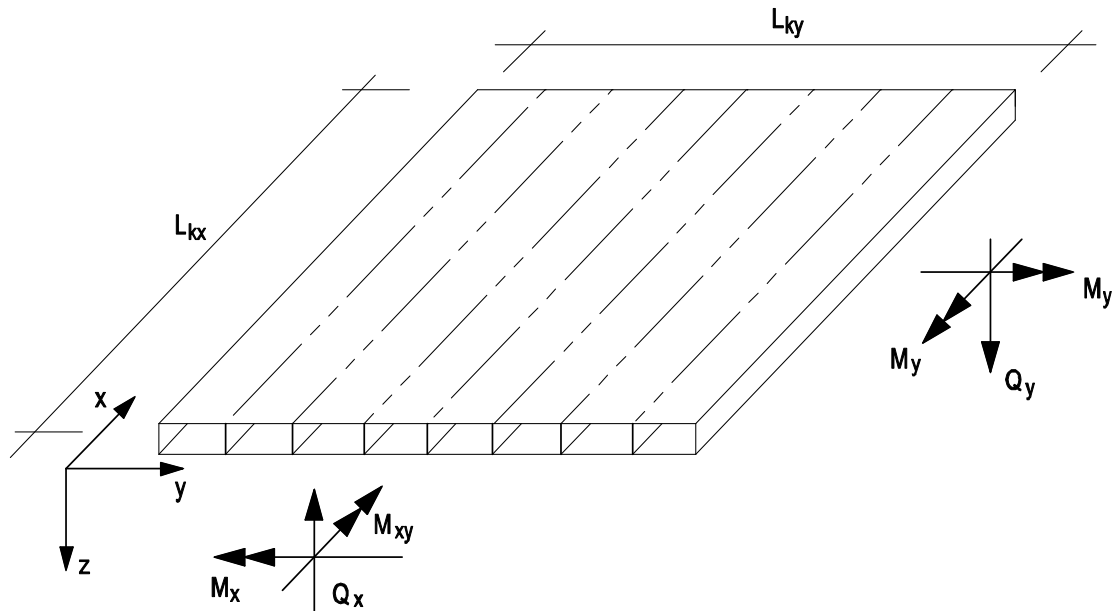


Bild A.1: Definition Plattengeometrie und Schnittgrößen

Koordinaten, System-, Spannungs- und Schnittgrößen:

$x, y, z$	Systemhauptachsen
$xy, yz, xz$	Bezeichnung der Plattenebenen
$L_{kx}$	Plattenlänge (Spannweite)
$L_{ky}$	Plattenbreite (Spannweite)
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung
$M_x$	Plattenbiegemoment in x-Richtung
$M_y$	Plattenbiegemoment in y-Richtung
$M_{xy}$	Drillmoment
$Q_x$	Querkraft in x-Richtung
$Q_y$	Querkraft in y-Richtung

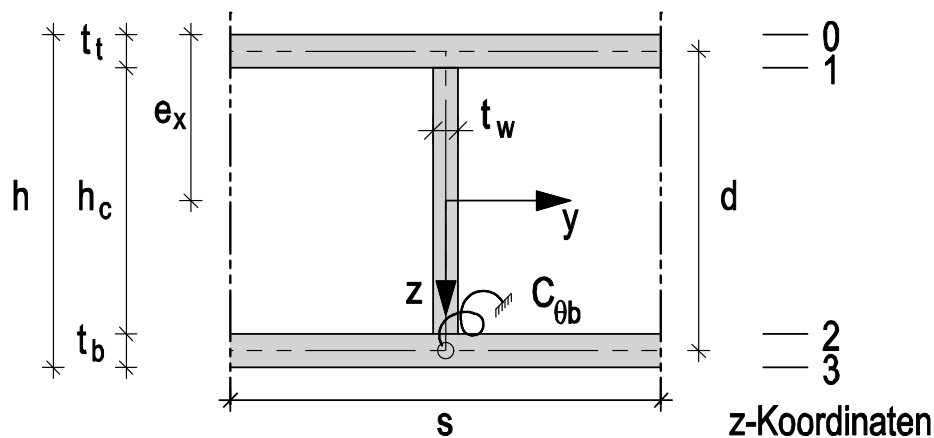


Bild A.2: Definition Querschnittsabmessungen

Querschnittsgrößen:

- $e_x$  Lage des Schwerpunktes in x-Richtung (Bezugsebene ist die Querschnittsoberkante)
- $e_y$  Lage des Schwerpunktes in y-Richtung (Bezugsebene ist die Querschnittsoberkante)
- $h$  Querschnittshöhe
- $d$  ideelle Querschnittshöhe
- $s$  Stegabstand
- $h_c$  Steghöhe/Kernhöhe
- $t_t$  Blechdicke des oberen Deckbleches
- $t_b$  Blechdicke des unteren Deckbleches
- $t_w$  Blechdicke des Stegbleches
- $C_{\theta b}$  Drehfedersteifigkeit des Anschlusses unteres Deckblech/Steg

z-Koordinaten bezogen auf die jeweilige Schwerelinie:

x-Richtung	y-Richtung
$z_{s,x,0} = -e_x$	$z_{s,y,0} = -e_y$
$z_{s,x,1} = -e_x + t_t$	$z_{s,y,1} = -e_x + t_t$
$z_{s,x,2} = h - e_x - t_b$	$z_{s,y,2} = h - e_y - t_b$
$z_{s,x,3} = h - e_x$	$z_{s,y,3} = h - e_y$

Physikalische Kenngrößen, Festigkeiten:

E	Elastizitätsmodul	(210.000 N/mm <sup>2</sup> )
G	Schubmodul	(80.769 N/mm <sup>2</sup> )
$\nu$	Querdehnzahl	(0,3)
$f_y$	Streckgrenze	
$\varepsilon_y$	Fließdehnung	

Steifigkeiten:

$D_t$	Biegesteifigkeit des oberen Deckbleches
$D_b$	Biegesteifigkeit des unteren Deckbleches
$D_w$	Biegesteifigkeit des Stegbleches
$D_x$	Biegesteifigkeit der homogenisierten Platte in x-Richtung
$D_y$	Biegesteifigkeit der homogenisierten Platte in y-Richtung
$D_{xy}$	Drillsteifigkeit der homogenisierten Platte
$D_{Qx}$	Längsschubsteifigkeit der homogenisierten Platte (x-Richtung)
$D_{Qy}^{Rom.}$	Querschubsteifigkeit der homogenisierten Platte (y-Richtung)
$V_w$	Reduktionsfaktor für Homogenisierung des Steges über den Stegabstand
$k_{Qy}^{mod}$	Faktor für Aufteilung der Querkraft auf das obere und untere Deckblech
$k_{\theta b}$	bezogene Verbindungssteifigkeit
k	Schubkorrekturfaktor 5/6
$C_w$	Wegfedersteifigkeit für Ersatzrahmensystem nach Anhang D

äquivalente Steifigkeitskoeffizienten für 2D-Plattenberechnung:

$E_x$	E-Modul in x-Richtung
$E_y$	E-Modul in y-Richtung
$G_{xy}$	G-Modul in xy-Ebene
$G_{xz}$	G-Modul in xz-Ebene
$G_{yz}$	G-Modul in yz-Ebene
$\nu_x$	Querdehnzahl in x-Richtung
$\nu_y$	Querdehnzahl in y-Richtung

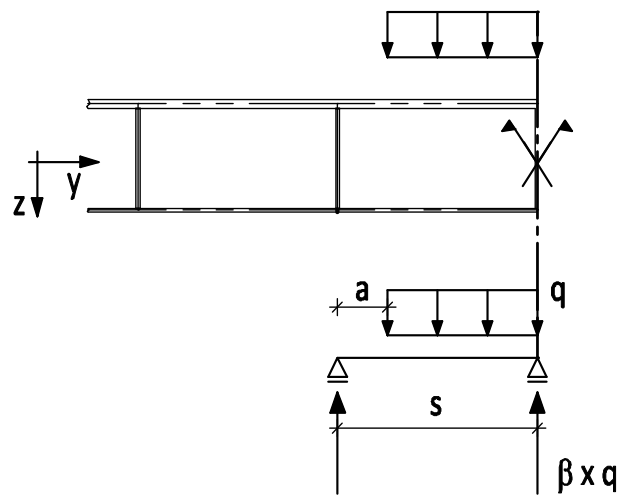


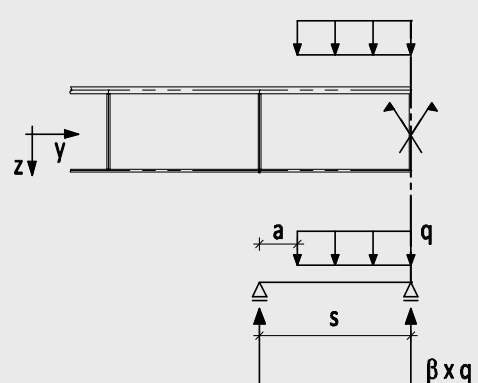
Bild A.3: Modell Lastaufteilung in Abhängigkeit von  $a$  und  $s$

Hilfswerte für Korrektur der Spannungen in Haupttragrichtung  $\sigma_x$

- $\beta$  Wichtungsfaktor
- $a$  geometrische Größe in Abhängigkeit von Stegabstand und Lastbreite
- $\eta, \eta_1, \eta_2$  Korrekturfaktoren

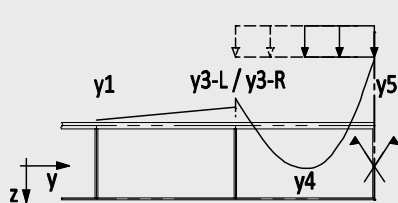
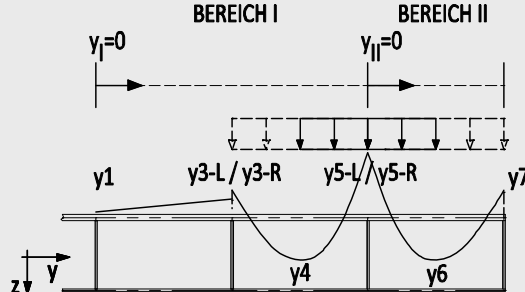
Indizes:

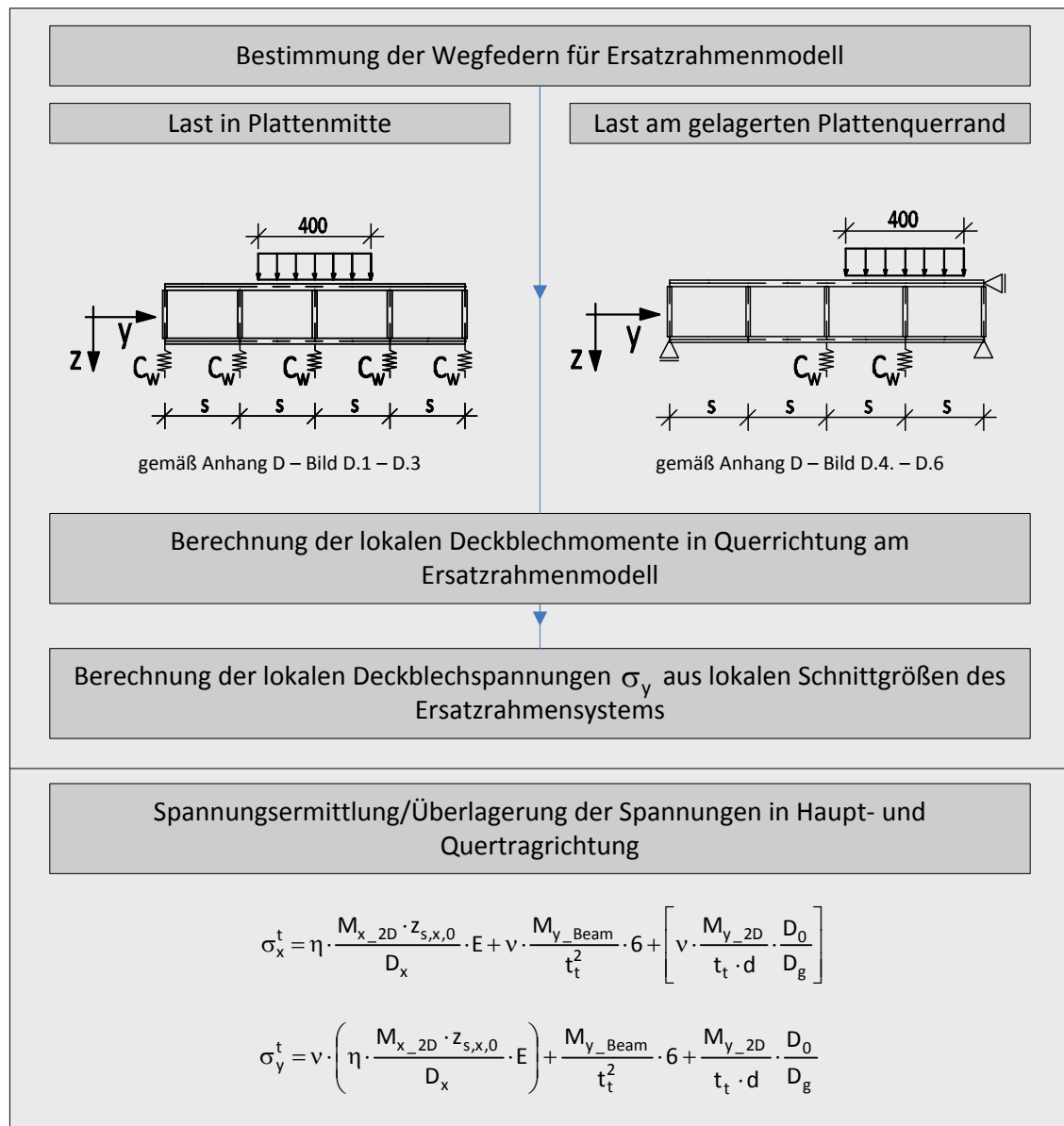
- $c$  Kern/core
- $w$  Steg/web
- $t$  oben/top
- $b$  unten/bottom
- $x, y, z$  Beziehung auf die jeweilige Querschnittshauptachse
- $xy, xz, yz$  Beziehung auf die jeweilige Ebene
- $\_2D$  Schnittgrößen aus 2D-Plattenberechnung
- $\_Beam$  Schnittgrößen aus Ersatzrahmenberechnung

Ermittlung der homogenisierten Querschnittswerte	
$e_x = \frac{t_t \cdot \frac{t_t}{2} + V_w \cdot h_c \cdot \left(t_t + \frac{h_c}{2}\right) + t_b \cdot \left(h - \frac{t_b}{2}\right)}{t_t + V_w \cdot h_c + t_b}$ $e_y = \frac{t_t \cdot \frac{t_t}{2} + t_b \cdot \left(h - \frac{t_b}{2}\right)}{t_t + t_b}$ $D_{xy} = \frac{2 \cdot G \cdot t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b}$ $D_{Qx} = G \cdot (t_t + t_b + V_w \cdot h_c)$ $k_{Qy}^{mod} = \frac{\frac{6d}{D_w} + \frac{s}{D_t}}{s \left(\frac{1}{D_b} + \frac{1}{D_t}\right) + 12 \left(\frac{1}{C_{\theta b}} + \frac{d}{D_w}\right)}$ $E_x = \frac{12 \cdot D_x}{h^3} \quad E_y = \frac{12 \cdot D_y}{h^3} \quad G_{xy} = \frac{6 \cdot D_{xy}}{h^3}$	$D_x = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + h_c^3 \cdot V_w + t_b^3) + t_t \cdot \left(e_x - \frac{t_t}{2}\right)^2 + t_b \cdot \left(h - e_x - \frac{t_b}{2}\right)^2 + V_w \cdot h_c \cdot \left(e_x - \frac{h_c}{2} - t_t\right)^2 \right)$ $D_y = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + t_b^3) + \frac{t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b} \right)$ $D_t = \frac{E \cdot t_i^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad i = t, w, b$ $k_{\theta}^b = C_{\theta b} \cdot \frac{1}{k_{Qy}^{mod}}$ $D_{Qy}^{Rom} = \frac{12 D_w}{s^2 \left( k_{Qy}^{mod} \left( \frac{D_w}{D_b} + 6 \frac{d}{s} \right) + 12 \frac{D_w}{k_{\theta s}^b} - 2 \frac{d}{s} \right)}$ $G_{xz} = \frac{D_{Qx}}{k^2 \cdot h} \quad G_{yz} = \frac{D_{Qy}}{k^2 \cdot h} \quad \nu_y = \nu \cdot \frac{D_y}{D_x}$
vereinfachte 2D-Plattenberechnung/Ermittlung der globalen Schnittgrößen	
Bestimmung der Hilfswerte für die Korrektur der Spannungen $\sigma_x$	
	$\beta = \left( \frac{s}{2} - \frac{a^2}{2 \cdot s} \right) \cdot \frac{1}{100}$



Berechnung der Korrekturfaktoren  $\eta$  für Spannungen  $\sigma_x$  aus globaler Schnittgröße  $M_x$

Last in Plattenmitte	Last am gelagerten Plattenquerrand
 $\eta_1 = \frac{0,0012 \cdot s - 0,16435}{2 \cdot s} \cdot y + 1;$ <p><math>y, s</math> in [mm]; <math>0 \leq y \leq 2 \cdot s</math></p> $\eta_2 = -\sin\left(\frac{y}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y \leq 2 \cdot s$	 $\eta_1 = \frac{0,0014 \cdot s - 0,22}{2 \cdot s} \cdot y_I + 0,00066 \cdot s + 0,57;$ <p><math>y_I, s</math> in [mm]; <math>0 \leq y_I \leq 2 \cdot s</math></p> $\eta_1 = \frac{-0,0013 \cdot s - 0,18}{s} \cdot y_{II} + 0,0021 \cdot s + 0,35$ <p><math>y_{II}, s</math> in [mm]; <math>0 \leq y_{II} \leq s</math></p> $\eta_2 = 2 \cdot \sin\left(\frac{y_{II}}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y_{II} \leq s$ $\eta_2 = -\sin\left(\frac{y}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y_I \leq 2 \cdot s$



## Anhang B: Beispielrechnung

### Randbedingungen:

Nachfolgend wird anhand eines Berechnungsbeispiels das vereinfachte Konzept zur Spannungsermittlung zusammenfassend dargestellt. Die Berechnung erfolgt an einer allseitig gelagerten Platte, für den Lastfall „Last in Plattenmitte“ und dem in Bild B.1 angegebenen Querschnitt.

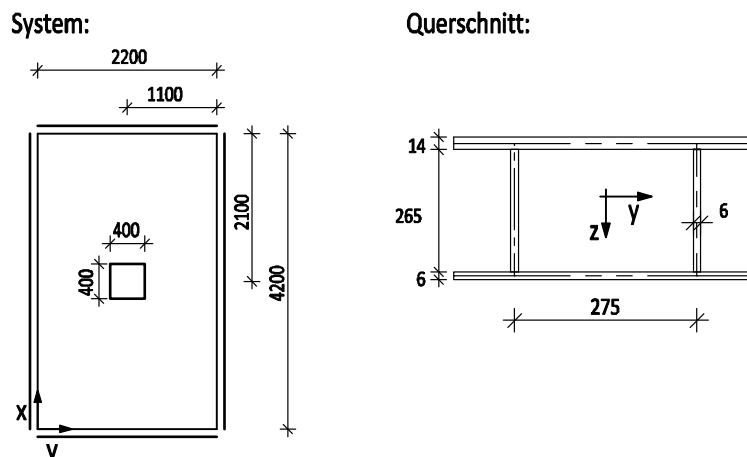


Bild B.1: Übersicht Plattensystem und Querschnitt – Berechnungsbeispiel

### Berechnungsablauf:

#### Ermittlung der Querschnittswerte:

Schwerpunkte gemäß Gleichung (2.3) und (2.4), mit  $V_w = t_w/s$

$$e_x = \frac{t_t \cdot \frac{t_t}{2} + V_w \cdot h_c \cdot \left( t_t + \frac{h_c}{2} \right) + t_b \cdot \left( h - \frac{t_b}{2} \right)}{t_t + V_w \cdot h_c + t_b}$$

$$= \frac{14 \cdot \frac{14}{2} + 0,022 \cdot 265 \cdot \left( 14 + \frac{265}{2} \right) + 6 \cdot \left( 277 - \frac{6}{2} \right)}{14 + 0,022 \cdot 265 + 6} = 102,3 \text{ mm}$$

$$e_y = \frac{t_t \cdot \frac{t_t}{2} + t_b \cdot \left( h - \frac{t_b}{2} \right)}{t_t + t_b} = \frac{14 \cdot \frac{14}{2} + 6 \cdot \left( 277 - \frac{6}{2} \right)}{14 + 6} = 89,5 \text{ mm}$$

Biege- und Drillsteifigkeit gemäß Gleichung (2.26), (2.27) und (2.37):

$$D_x = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + h_c^3 \cdot V_w + t_b^3) + t_t \cdot \left( e_x - \frac{t_t}{2} \right)^2 + t_b \cdot \left( h - e_x - \frac{t_b}{2} \right)^2 + V_w \cdot h_c \cdot \left( e_x - \frac{h_c}{2} - t_t \right)^2 \right)$$

$$210000 \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (14^3 + 265^3 \cdot 0,022 + 6^3) + 14 \cdot \left( 102,3 - \frac{14}{2} \right)^2 + 6 \cdot \left( 285 - 102,3 - \frac{6}{2} \right)^2 + 0,022 \cdot 265 \cdot \left( 102,3 - \frac{265}{2} - 6 \right)^2 \right)$$

$$= 7,5955 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}$$

$$D_y = E \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (t_t^3 + t_b^3) + \frac{t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b} \right) = 21000 \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot (14^3 + 6^3) + \frac{14 \cdot 6 \cdot 275^2}{14 + 6} \right)$$

$$= 6,6753 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}$$

$$D_{xy} = \frac{2 \cdot G \cdot t_t \cdot t_b \cdot d^2}{t_t + t_b} = \frac{2 \cdot 81000 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 275^2}{14 + 6} = 5,1455 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}$$

Längsschubsteifigkeit gemäß Gleichung (2.29):

$$D_{Qx} = G \cdot (t_t + t_b + V_w \cdot h_c) = 81000 \cdot (14 + 6 + 0,022 \cdot 265) = 2092230 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Querschubsteifigkeit gemäß Gleichung (5.1), (5.16) und (5.22):

$$D_t = \frac{E \cdot t_t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{210000 \cdot 14^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 52769230 \text{ Nmm}$$

$$D_w = D_b = \frac{E \cdot t_{w/b}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{210000 \cdot 6^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 4153846 \text{ Nmm}$$

$$k_{Qy}^{\text{mod}} = \frac{\frac{6d}{D_w} + \frac{s}{D_t}}{s \left( \frac{1}{D_b} + \frac{1}{D_t} \right) + 12 \left( \frac{1}{C_{\theta b}} + \frac{d}{D_w} \right)}$$

$$= \frac{\frac{6 \cdot 285}{4153846} + \frac{275}{52769230}}{275 \cdot \left( \frac{1}{4153846} + \frac{1}{52769230} \right) + 12 \cdot \left( \frac{285}{4153846} \right)} = 0,466$$

$$D_{Qy}^{\text{Rom}} = \frac{12D_w}{s^2 \left( k_{Qy}^{\text{mod}} \left( \frac{D_w}{D_b} + 6 \frac{d}{s} \right) + 12 \frac{D_w}{k_{\theta s}^b} - 2 \frac{d}{s} \right)}$$

$$= \frac{12 \cdot 4153846}{275^2 \left( 0,466 \left( \frac{4153846}{4153846} + 6 \frac{275}{275} \right) + 12 \frac{4153846}{\infty \cdot 275} - 2 \frac{275}{275} \right)} = 522,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Umrechnung der Steifigkeitskoeffizienten für vereinfachte 2D-Plattenberechnung gemäß Gleichungen (2.30) - (2.36):

$$E_x = \frac{12 \cdot D_x}{h^3} = \frac{12 \cdot 7,5955 \cdot 10^{10}}{275^3} = 43827 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_y = \frac{12 \cdot D_y}{h^3} = \frac{12 \cdot 6,6753 \cdot 10^{10}}{275^3} = 38517 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$G_{xy} = \frac{6 \cdot D_{xy}}{h^3} = \frac{6 \cdot 5,1455 \cdot 10^{10}}{275^3} = 14845 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

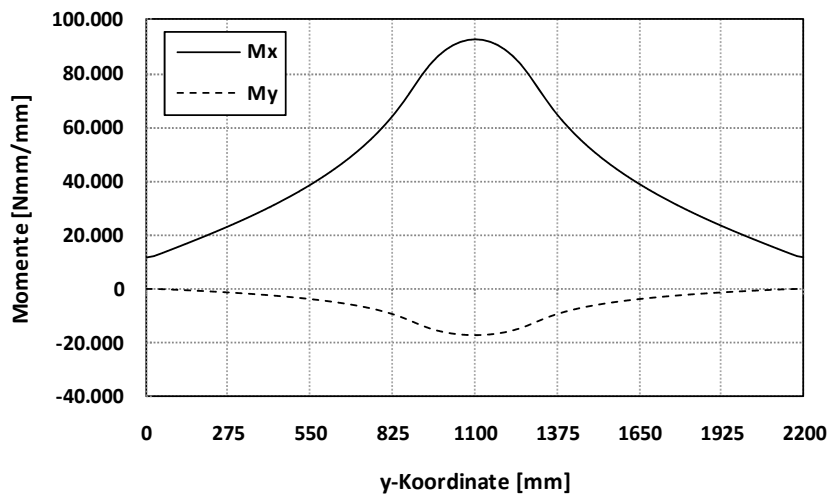
$$G_{xz} = \frac{D_{Qx}}{k^2 \cdot h} = \frac{2092230}{\frac{5}{6} \cdot 275} = 9130 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$G_{yz} = \frac{D_{Qy}}{k^2 \cdot h} = \frac{522,28}{\frac{5}{6} \cdot 275} = 2,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$v_x = v \Rightarrow v_x = 0,3$$

$$v_y = v \cdot \frac{D_y}{D_x} \Rightarrow v_y = 0,3 \cdot \frac{6,6753 \cdot 10^{10}}{7,5955 \cdot 10^{10}} = 0,264$$

**Globale Schnittgrößen aus vereinfachter 2D-Plattenberechnung in Plattenmitte  $L_{kx}/2$  mit ANSYS [S1]:**



tabellarische Auswertung an den relevanten Stellen:

y-Pos.	550	825	965	1100	[mm]
$M_x$	38690	64424	85299	92697	[Nmm/mm]
$M_y$	-3703	-9196	-14915	-16888	[Nmm/mm]

**Ermittlung der Korrekturfaktoren  $\eta_1$  und  $\eta_2$ :**

$$\eta_1 = \frac{0,0012 \cdot s - 0,16435}{2 \cdot s} \cdot y + 1, \quad y, s \text{ in [mm]; } 0 \leq y \leq 2 \cdot s$$

$$\eta_2 = -\sin\left(\frac{y}{s} \cdot \pi\right) \cdot \frac{\beta}{10}, \quad 0 \leq y \leq 2 \cdot s$$

$$\beta = \left(\frac{s}{2} - \frac{a^2}{2 \cdot s}\right) \cdot \frac{1}{100} = \left(\frac{275}{2} - \frac{75^2}{2 \cdot 275}\right) \cdot \frac{1}{100} = 1,273$$

tabellarische Auswertung an den relevanten Stellen:

y-Pos.	550	825	965	1100	[mm]
y'-Pos bezog.	0	275	415	550	[mm]
$\eta_1$	1,0	1,083	1,125	1,166	[-]
$\eta_2$	0	0	0,127	0	[-]

**Ermittlung der Wegfedern für das Ersatzrahmensystem:**

für  $h_c = 240\text{mm} \Rightarrow C_w = 230$ ; vgl. Bild D.2 Anhang D

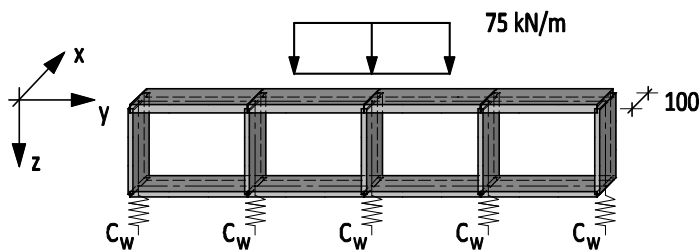
für  $h_c = 280\text{mm} \Rightarrow C_w = 275$ ; vgl. Bild D.3 Anhang D

für  $h_c = 265$  aus linearer Interpolation  $C_w = 258 \text{ N/mm} \times 1/\text{mm}$

**Ersatzrahmen der Breite 100 mm mit anteiliger Last und aufsummierter Wegfedersteifigkeit  $C_w$**

Streckenlast:  $0,1 \text{ m} \times 120 \text{ kN} / (0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}) = 75 \text{ kN/m}$

punktueller Wegfeder  $C_w = 100 \text{ mm} \times 258 \text{ N/mm} \times 1/\text{mm} = 25800 \text{ N/mm}$

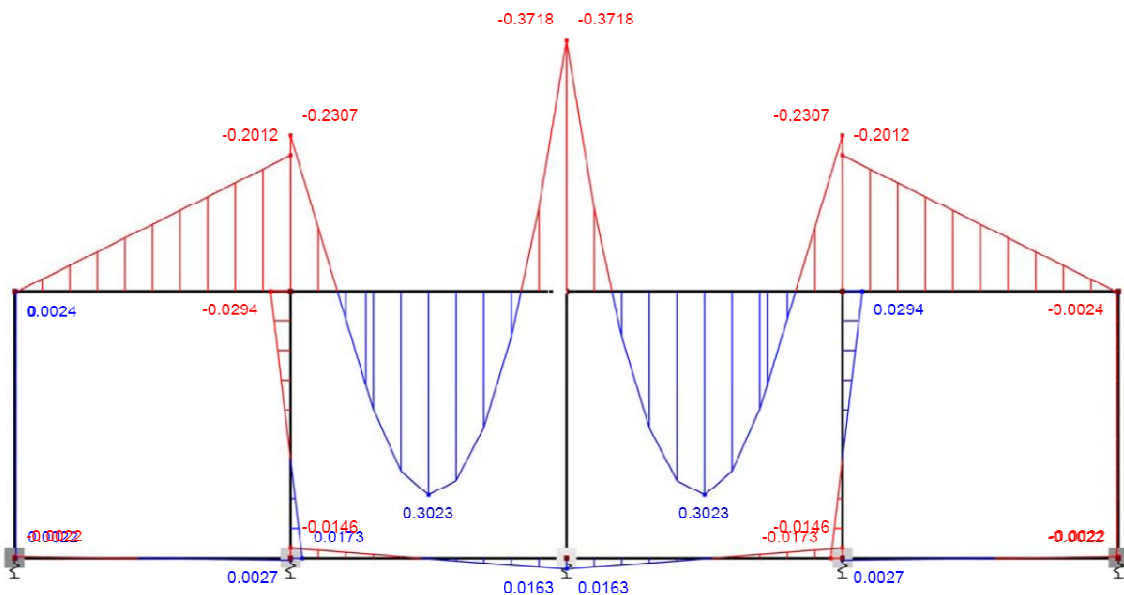


**Berechnung der lokalen Deckblechschnittgrößen am Ersatzrahmen**

Streckenlast:  $0,1 \text{ m} \times 120 \text{ kN} / (0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}) = 75 \text{ kN/m}$

punktueller Wegfeder  $C_w = 100 \text{ mm} \times 258 \text{ N/mm} \times 1/\text{mm} = 25800 \text{ N/mm}$

Schnittgrößen in kNm:



tabellarische Auswertung an den relevanten Stellen:

y-Pos.	550	825	965	1100	[mm]
y'-Pos bezog.	0	275_R	415	550	[mm]
M <sub>y</sub>	0,0024	-0,2307	0,3023	-0,3718	[kNm]
M <sub>y</sub>	24	-2307	3023	-3718	[Nmm/mm]

### Spannungsberechnung der Deckblechspannungen

$$\sigma_x^t = \eta \cdot \frac{M_{x\_2D} \cdot z_{s,x,0}}{D_x} \cdot E + v \cdot \frac{M_{y\_Beam}}{t_t^2} \cdot 6 + \left[ v \cdot \frac{M_{y\_2D}}{t_t \cdot d} \cdot \frac{D_0}{D_g} \right]$$

$$\sigma_y^t = v \cdot \left( \eta \cdot \frac{M_{x\_2D} \cdot z_{s,x,0}}{D_x} \cdot E \right) + \frac{M_{y\_Beam}}{t_t^2} \cdot 6 + \left[ \frac{M_{y\_2D}}{t_t \cdot d} \cdot \frac{D_0}{D_g} \right]$$

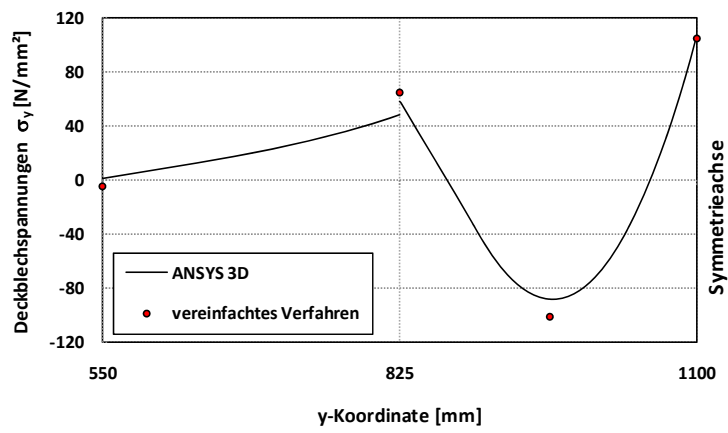
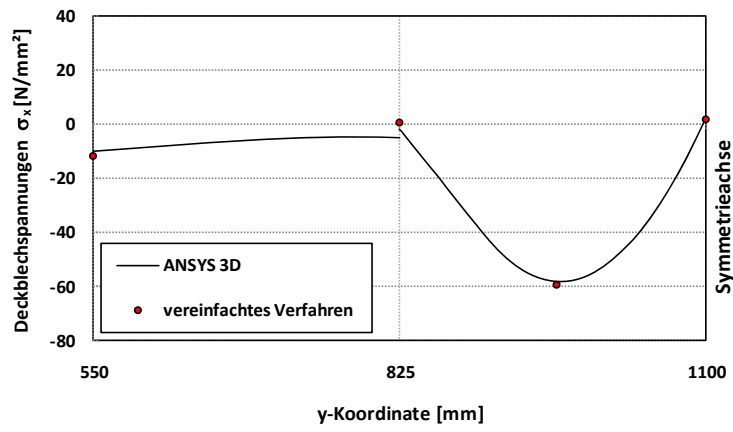
tabellarische Auswertung der Spannungen  $\sigma_x$  an den relevanten Stellen:

y-Pos. [mm]	M <sub>x_2D</sub>	M <sub>y_Beam</sub>	[M <sub>y_2D</sub> ]	Σ [N/mm <sup>2</sup> ]
550	-10,94	-0,22	-0,29	-11,45
825_R	-19,73	21,19	-0,72	0,74
965	-30,21	-27,76	-1,16	-59,13
1000	-30,57	34,14	-1,32	2,26

tabellarische Auswertung der Spannungen  $\sigma_y$  an den relevanten Stellen:

y-Pos. [mm]	M <sub>x_2D</sub>	M <sub>y_Beam</sub>	[M <sub>y_2D</sub> ]	Σ [N/mm <sup>2</sup> ]
550	-3,28	-0,73	0,00	-4,02
825_R	-5,92	70,62	0,01	64,71
965	-9,06	-92,546	-0,01	-101,61
1000	-9,17	113,82	0,01	104,65



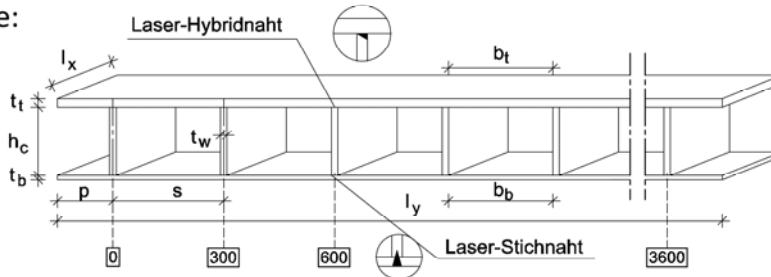


## **Anhang C: Zusammenstellung der Versuchsdaten und Vergleichsrechnungen der Plattenstreifenver- suche**

Nachfolgend sind die Ergebnisse sowie die vergleichenden FEM- Berechnungen der Plattenstreifenversuche AS, BS1 und BS2 für die jeweiligen Laststufen dargestellt

## Versuchsträger AS

### Geometrie:



### nominell [mm]:

$t_t = 12$     $h_c = 200$     $I_x = 200$   
 $t_w = 6$     $s = 300$     $I_y = 3900$   
 $t_b = 5$

### gemessen - gemittelt [mm]:

$t_t = 12,3$     $h_c = 198$     $I_x = 199,5$   
 $t_w = 6,4$     $s = 300$     $I_y = 3896,8$   
 $t_b = 5,1$

### Scheiteldruckmaschine:

Schenk RSP600 ( $F_{max} = 630$  kN)  
 Kraftmessdose: Schenk PM 630R<sub>n</sub>

### Vielstellenmessgerät:

HBM UPM 60 mit  
 HBM Catman V5.0

### Geschwindigkeit:

$v = 2$  mm/min

### Material:

#### Obergurt:

$f_y = 422$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 540$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 218031 N/mm<sup>2</sup>

#### Steg:

$f_y = 393$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 508$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 199048 N/mm<sup>2</sup>

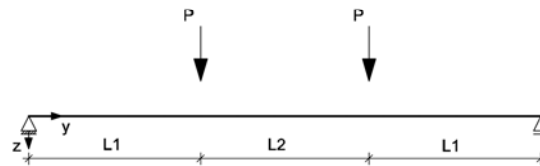
#### Untergurt:

$f_y = 386$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 529$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 220945 N/mm<sup>2</sup>

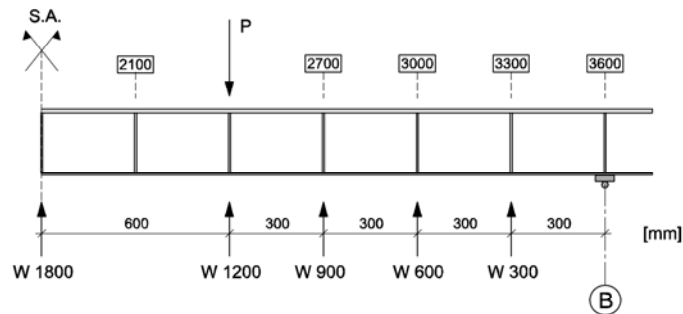
### statisches System:

#### Stützweiten:

$L_1 = 1200$  mm  
 $L_2 = 1200$  mm



### Verformungsmessung:



### Dehnungsmessung:

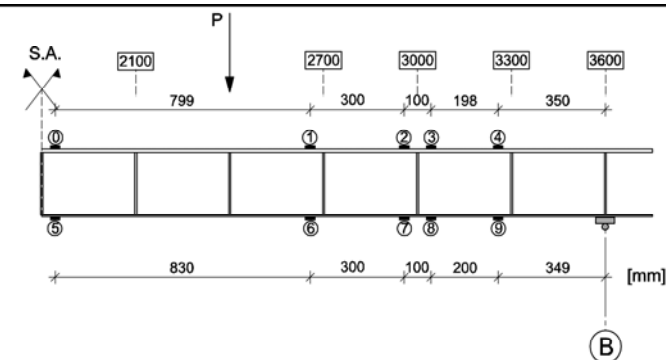


Bild C.1: Datenblatt Plattenstreifen AS

Tabelle C.1: Versuchsergebnisse Verformungen Plattenstreifen AS

Verformungen Plattenstreifenversuch AS						
Gesamtlast	Wegaufnehmer					
[kN]	W-1800	W-1200	W-900	W-600	W-300	0
1,248	6,83	6,25	4,87	3,14	1,48	0
2,424	13,29	12,24	9,56	6,16	2,83	0
3,528	19,42	17,96	14,00	9,06	4,21	0

Tabelle C.2: Versuchsergebnisse Dehnungen OG Plattenstreifen AS

Dehnungen Obergurt Plattenstreifenversuch AS [‰]					
Gesamtlast	Nr. 0	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
[kN]	1747	948	648	548	350
1,248	-0,025	-0,007	0,024	-0,032	0,047
2,424	-0,047	-0,013	0,05	-0,064	0,089
3,528	-0,068	-0,018	0,072	-0,096	0,127

Tabelle C.3: Versuchsergebnisse Dehnungen UG Plattenstreifen AS

Dehnungen Untergurt Plattenstreifenversuch AS [‰]					
Gesamtlast	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9
[kN]	1779	949	649	549	349
1,248	0,027	-0,038	-0,072	0,081	-0,059
2,424	0,054	-0,079	-0,160	0,184	-0,132
3,528	0,079	-0,112	-0,235	0,274	-0,200

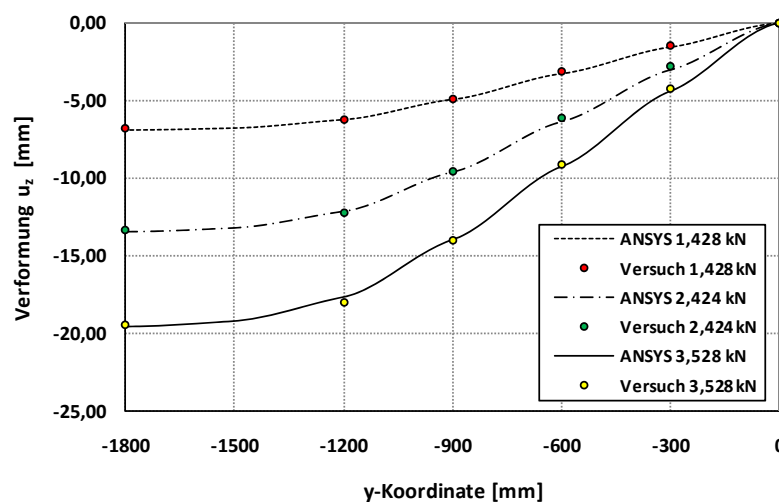


Bild C.2: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Verformung Plattenstreifen AS

Anhang C: Zusammenstellung der Versuchsdaten und Vergleichsrechnungen der Plattenstreifenversuche

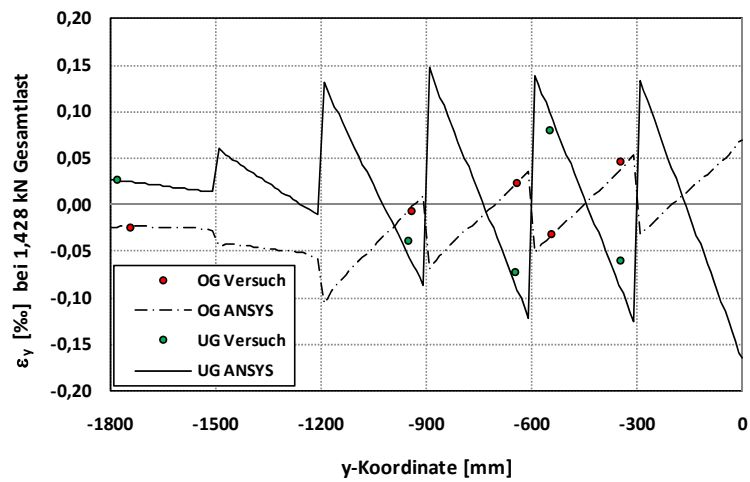


Bild C.3: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen AS

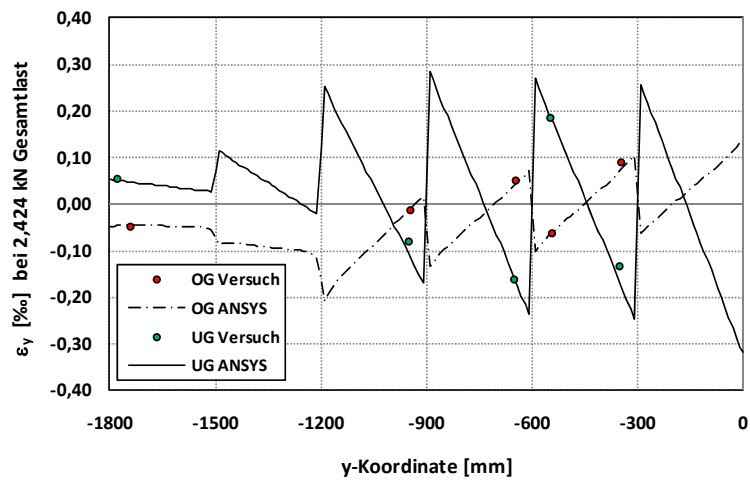


Bild C.4: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen AS

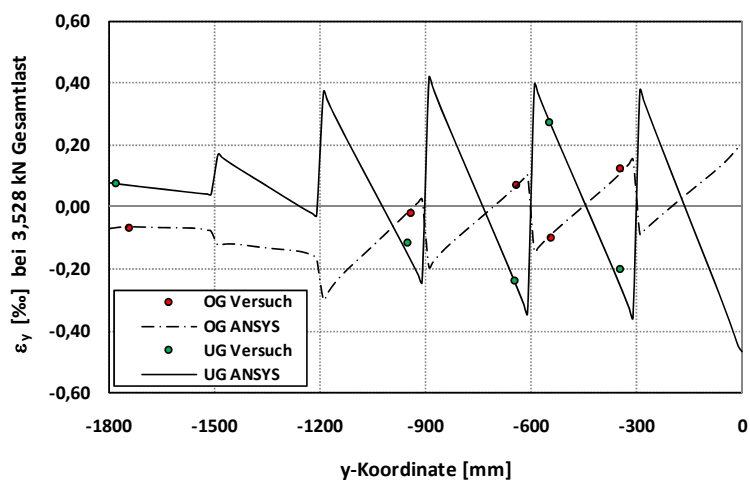
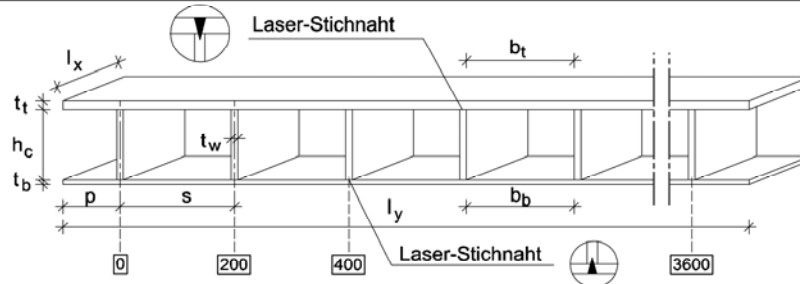


Bild C.5: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen AS

## Versuchsträger BS1

Geometrie:



nominell [mm]:

$t_t = 10$     $h_c = 200$     $l_x = 200$   
 $t_w = 6$     $s = 200$     $l_y = 3800$   
 $t_b = 5$

gemessen - gemittelt [mm]:

$t_t = 10,3$     $h_c = 199,2$     $l_x = 200,4$   
 $t_w = 6,5$     $s = 196,4$     $l_y = 3792,3$   
 $t_b = 5,5$

Scheiteldruckmaschine:

Schenk RSP600 ( $F_{max} = 630$  kN)

Kraftmessdose: Schenk PM 630R<sub>n</sub>

Vielstellenmessgerät:

HBM UPM 60 mit

HBM Catman V5.0

Geschwindigkeit:

$v = 2$  mm/min

Material:

Obergurt:

$f_y = 303$  N/mm<sup>2</sup>

$f_u = 437$  N/mm<sup>2</sup>

E-Modul = 205650 N/mm<sup>2</sup>

Steg:

$f_y = 404$  N/mm<sup>2</sup>

$f_u = 530$  N/mm<sup>2</sup>

E-Modul = 20778 N/mm<sup>2</sup>

Untergurt:

$f_y = 384$  N/mm<sup>2</sup>

$f_u = 531$  N/mm<sup>2</sup>

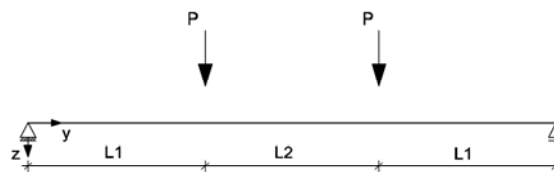
E-Modul = 196180 N/mm<sup>2</sup>

statisches System:

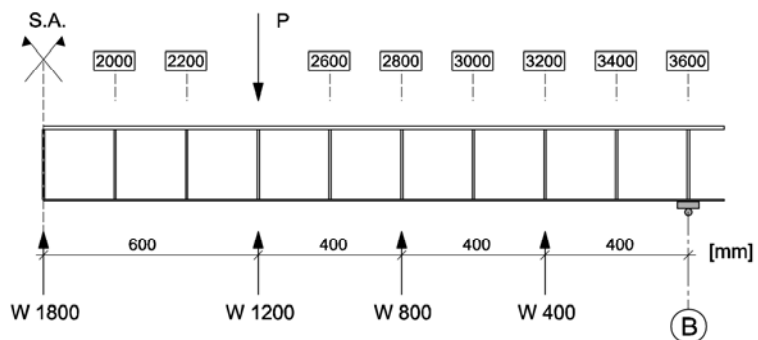
Stützweiten:

$L_1 = 1200$  mm

$L_2 = 1200$  mm



Verformungsmessung:



Dehnungsmessung:

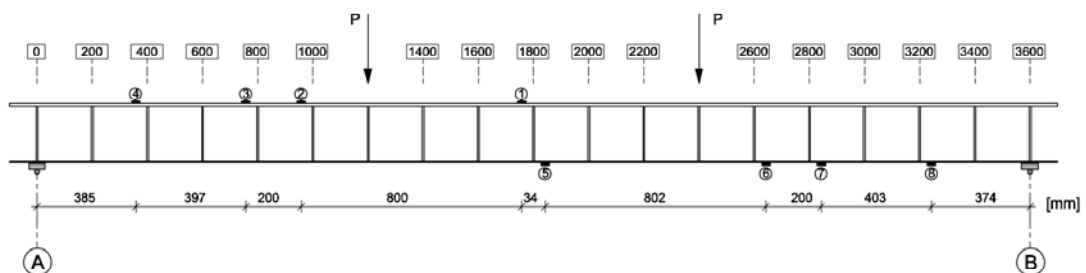


Bild C.6: Datenblatt Plattenstreifen BS1

Tabelle C.4: Versuchsergebnisse Verformungen Plattenstreifen BS1

Verformungen Plattenstreifenversuch BS1					
Gesamtlast	Wegaufnehmer				
[kN]	W-1800	W-1200	W-800	W-400	0
1,2	-6,86	-6,27	-4,442	-2,132	0
2,4	-13,35	-12,24	-8,574	-4,035	0
3,5	-19,07	-17,58	-12,297	-5,789	0

Tabelle C.5: Versuchsergebnisse Dehnungen OG Plattenstreifen BS1

Dehnungen Obergurt Plattenstreifenversuch BS1 [‰]					
Gesamtlast	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	
[kN]	-1782	-982	-782	-385	
1,2	-0,016	-0,059	-0,043	-0,031	
2,4	-0,034	-0,115	-0,094	-0,069	
3,5	-0,052	-0,171	-0,146	-0,111	

Tabelle C.6: Versuchsergebnisse Dehnungen UG Plattenstreifen BS1

Dehnungen Untergurt Plattenstreifenversuch BS1 [‰]					
Gesamtlast	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	
[kN]	-1779	-977	-777	-374	
1,2	0,024	0,104	0,112	0,066	
2,4	0,044	0,222	0,229	0,142	
3,5	0,06	0,33	0,337	0,211	

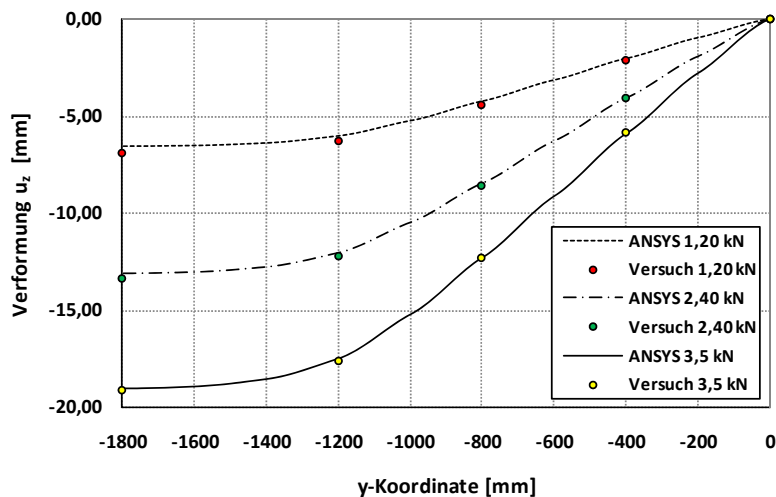


Bild C.7: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Verformung Plattenstreifen BS1

Anhang C: Zusammenstellung der Versuchsdaten und Vergleichsrechnungen der Plattenstreifenversuche

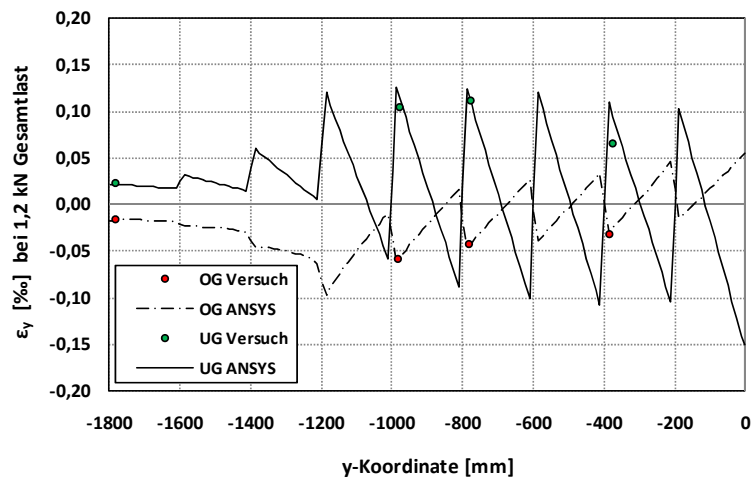


Bild C.8: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS1

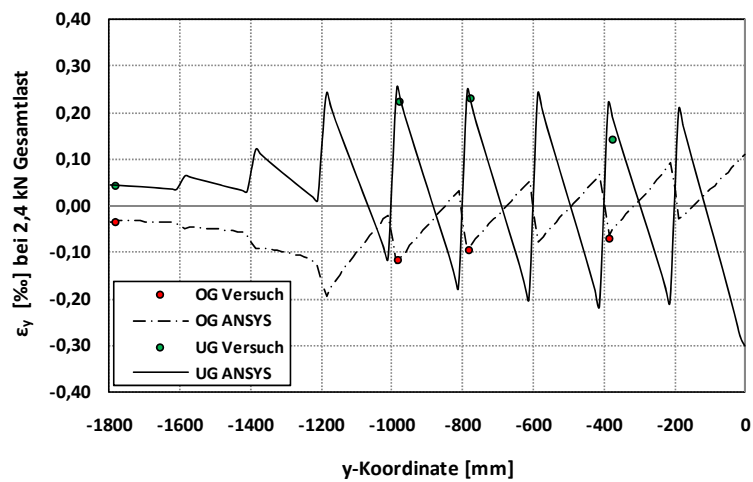


Bild C.9: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS1

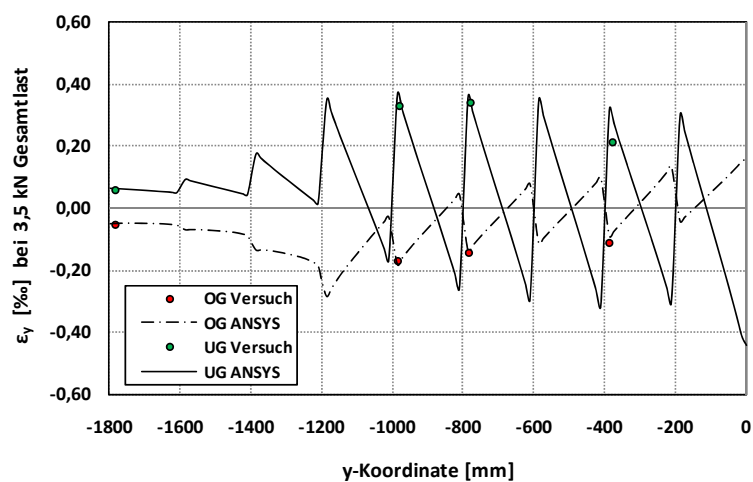
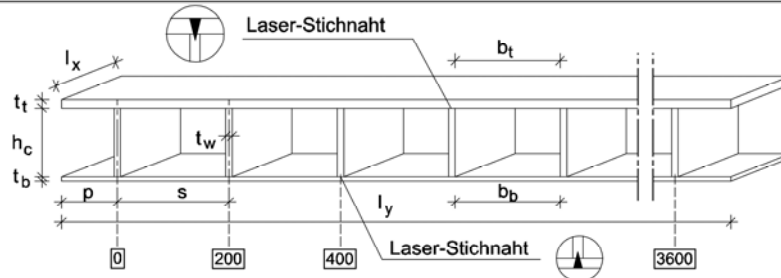


Bild C.10: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS1



## Versuchsträger BS2

Geometrie:



nominiell [mm]:

$t_t = 10$     $h_c = 200$     $l_x = 200$   
 $t_w = 6$     $s = 200$     $l_y = 3800$   
 $t_b = 5$

gemessen - gemittelt [mm]:

$t_t = 10,3$     $h_c = 199,3$     $l_x = 200,7$   
 $t_w = 6,5$     $s = 196,5$     $l_y = 3789,0$   
 $t_b = 5,4$

Scheiteldruckmaschine:

Schenk RSP600 ( $F_{max} = 630$  kN)  
 Kraftmessdose: Schenk PM 630R<sub>n</sub>

Vielstellenmessgerät:

HBM UPM 60 mit  
 HBM Catman V5.0

Geschwindigkeit:

$v = 2$  mm/min

Material:

Obergurt:

$f_y = 303$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 437$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 205650 N/mm<sup>2</sup>

Steg:

$f_y = 404$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 530$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 20778 N/mm<sup>2</sup>

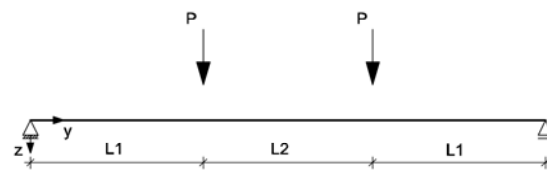
Untergurt:

$f_y = 384$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_u = 531$  N/mm<sup>2</sup>  
 E-Modul = 196180 N/mm<sup>2</sup>

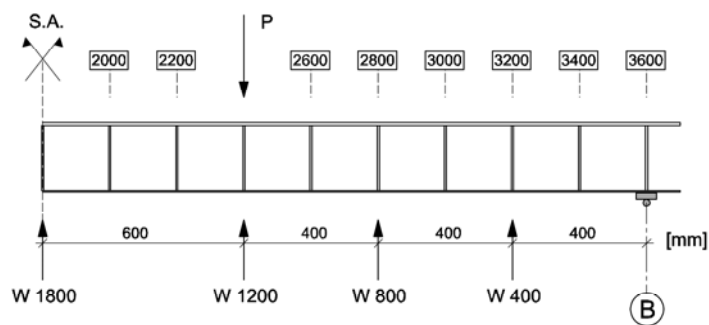
statisches System:

Stützweiten:

$L_1 = 1200$  mm  
 $L_2 = 1200$  mm



Verformungsmessung:



Dehnungsmessung:

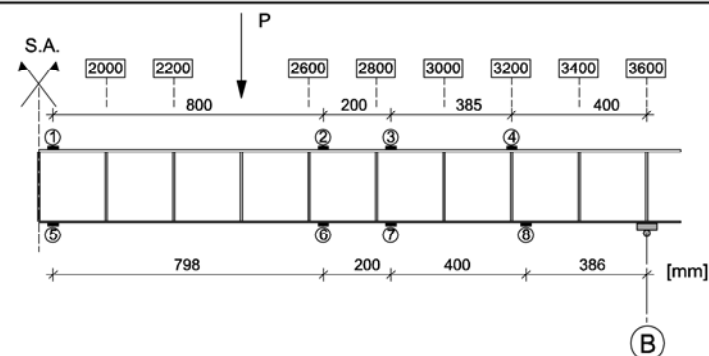


Bild C.11: Datenblatt Plattenstreifen BS2

Tabelle C.7: Versuchsergebnisse Verformungen Plattenstreifen BS2

Verformungen Plattenstreifenversuch BS2					
Gesamtlast	Wegaufnehmer				
[kN]	W-1800	W-1200	W-800	W-400	0
1,2	-6,41	-6	-4,158	-2,023	0
2,4	-12,81	-11,99	-8,308	-4,036	0
3,5	-19,01	-17,79	-12,272	-5,902	0

Tabelle C.8: Versuchsergebnisse Dehnungen OG Plattenstreifen BS2

Dehnungen Obergurt Plattenstreifenversuch BS2 [‰]					
Gesamtlast	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	
[kN]	-1785	-985	-785	-400	
1,2	-0,017	-0,051	-0,027	-0,008	
2,4	-0,036	-0,112	-0,054	-0,014	
3,5	-0,062	-0,169	-0,083	-0,024	

Tabelle C.9: Versuchsergebnisse Dehnungen UG Plattenstreifen BS2

Dehnungen Untergurt Plattenstreifenversuch BS2 [‰]					
Gesamtlast	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	
[kN]	-1784	-986	-786	-386	
1,2	0,023	0,087	0,078	0,063	
2,4	0,048	0,175	0,154	0,15	
3,5	0,06	0,247	0,211	0,225	

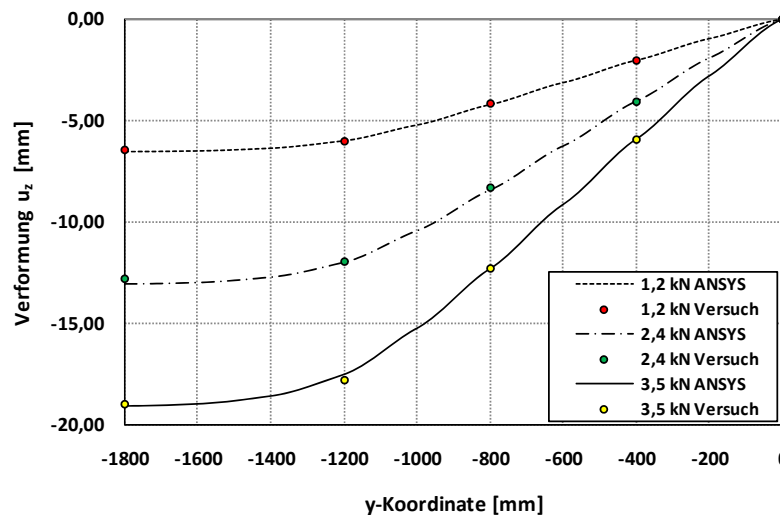


Bild C.12: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Verformung Plattenstreifen BS2

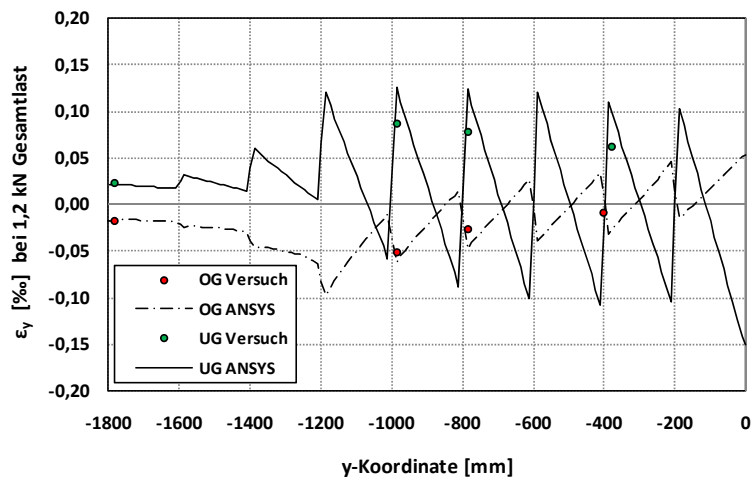


Bild C.13: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS2

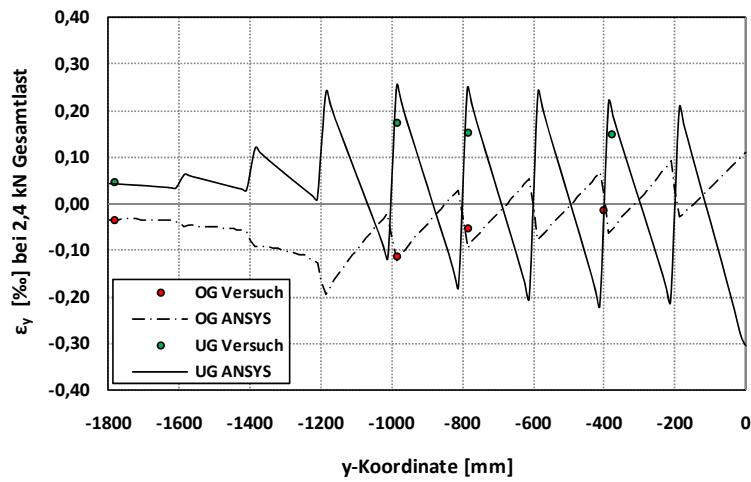


Bild C.14: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS2

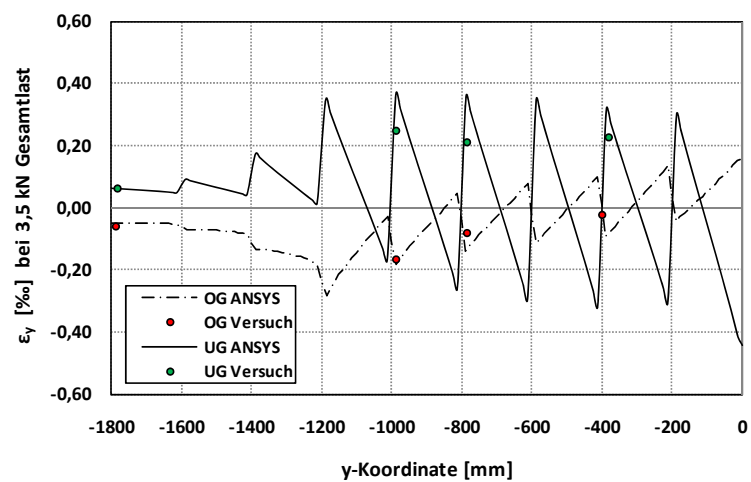
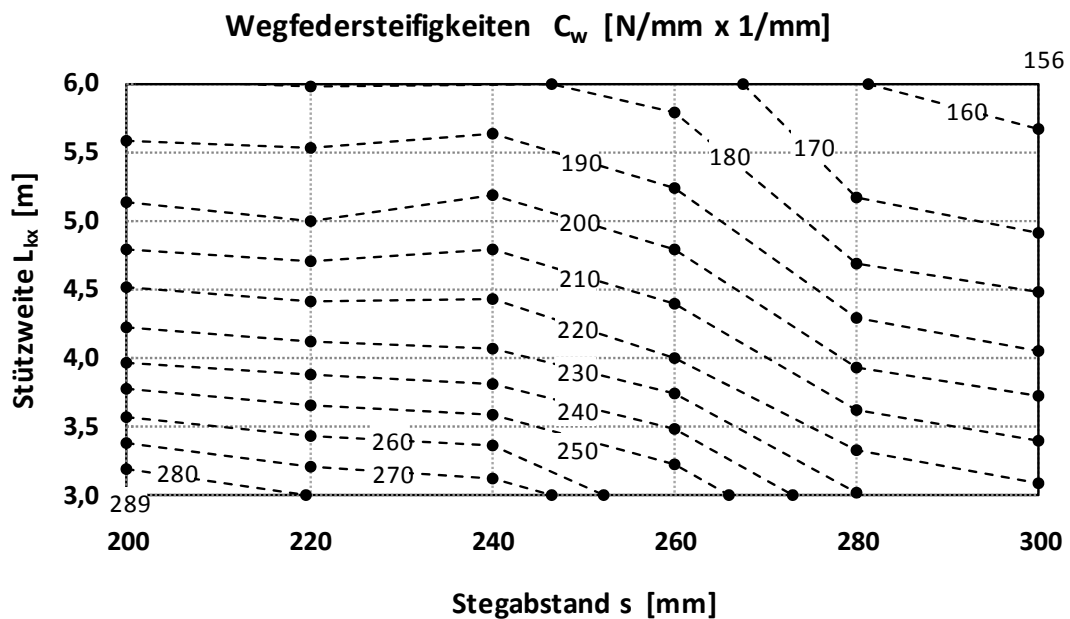
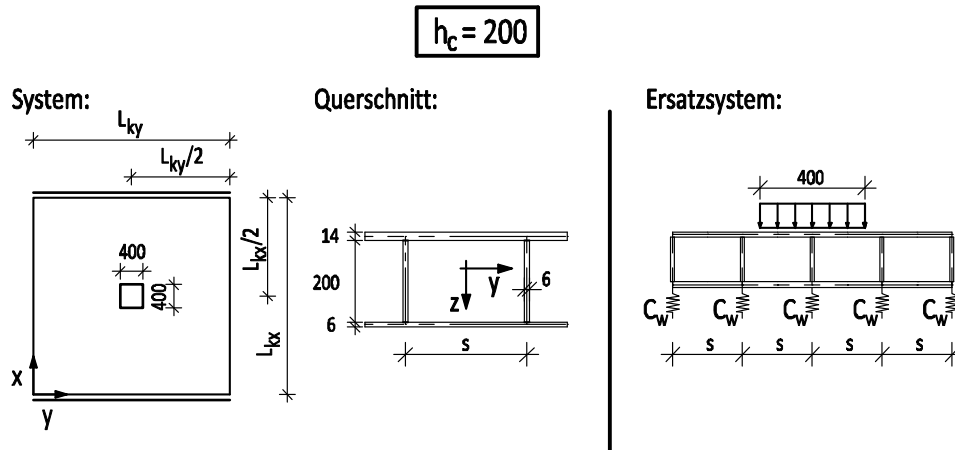


Bild C.15: ANSYS/Versuchsergebnisse – Vergleichsrechnung Dehnungen Plattenstreifen BS2

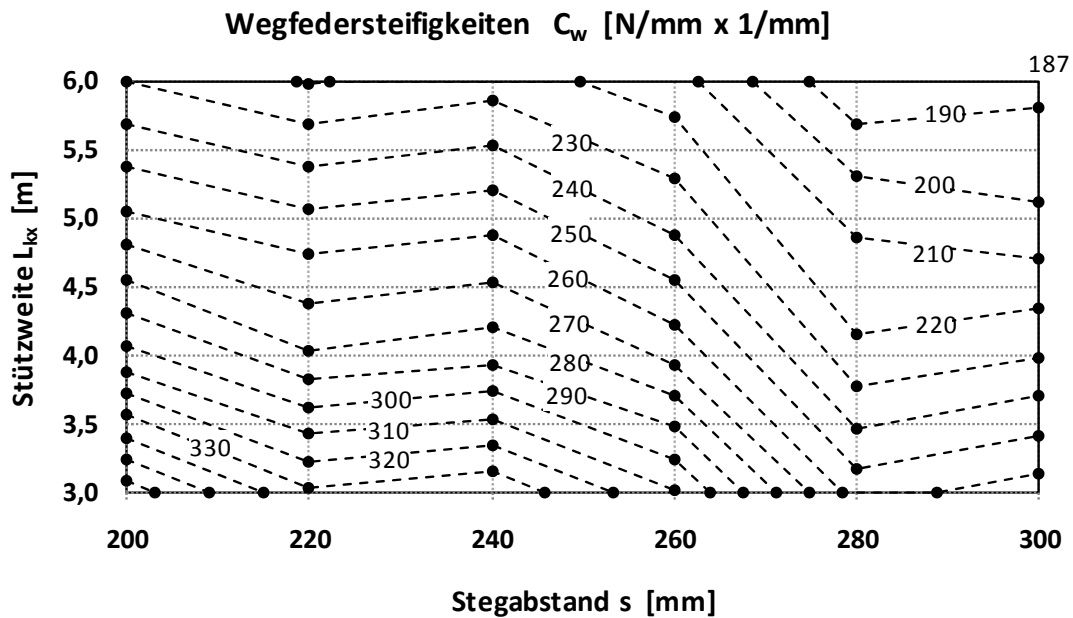
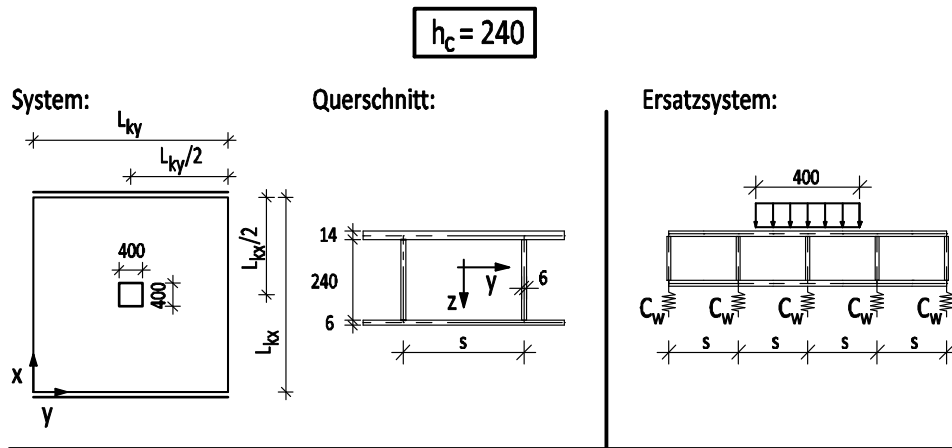
# Anhang D: Wegfedersteifigkeiten $C_w$ für Ersatzrahmensysteme



**Gültig für:**

- in Haupttragrichtung einachsig gespannte Platten
- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{\theta b} \geq 116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$

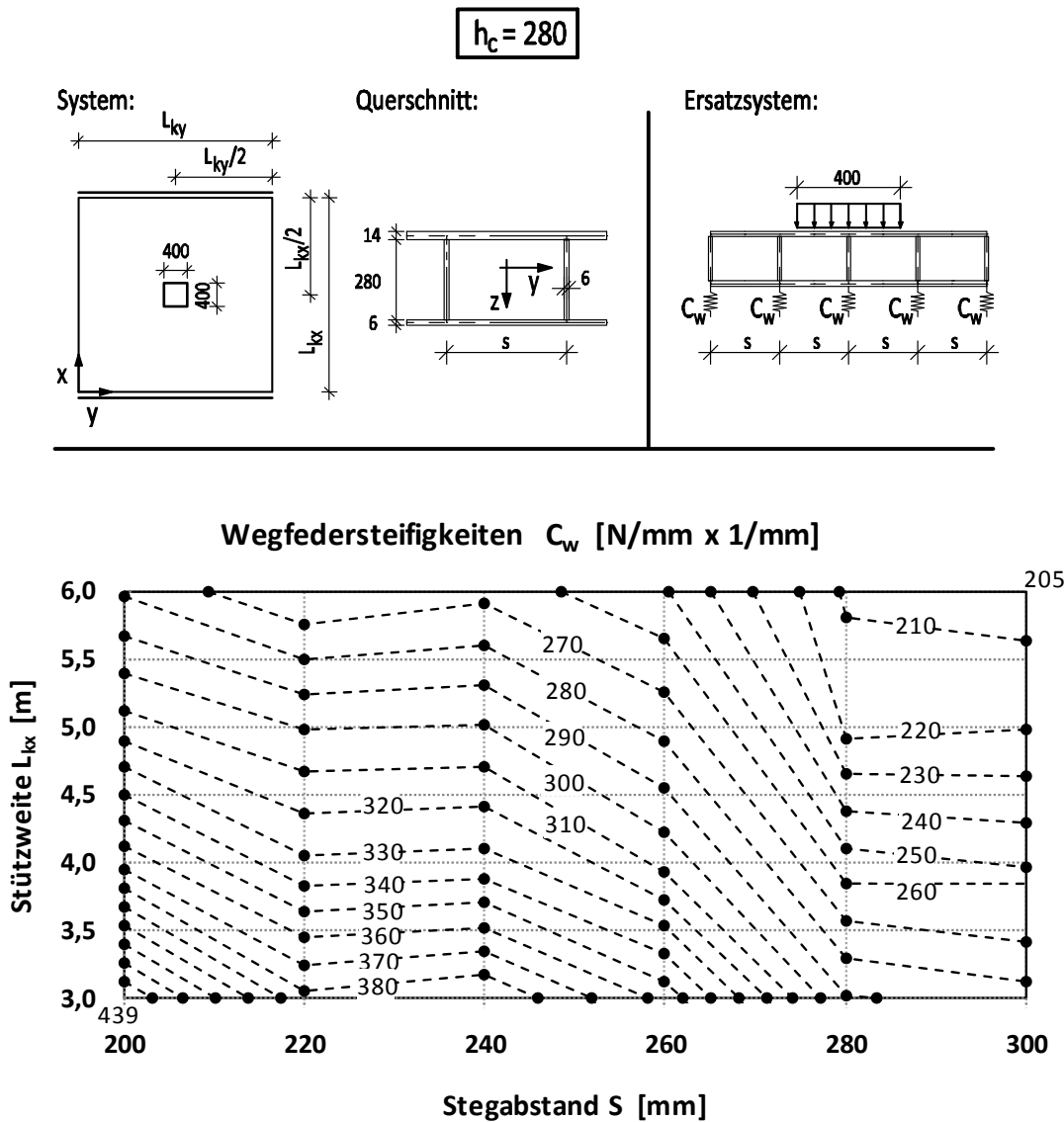
Bild D.1: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 200 \text{ mm}$ , Last in Plattenmitte, Schnitt  $L_{kx}/2$



Gültig für:

- in Haupttragrichtung einachsig gespannte Platten
- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{\theta b} \geq 116 \text{ kNmm}/(\text{mm rad})$

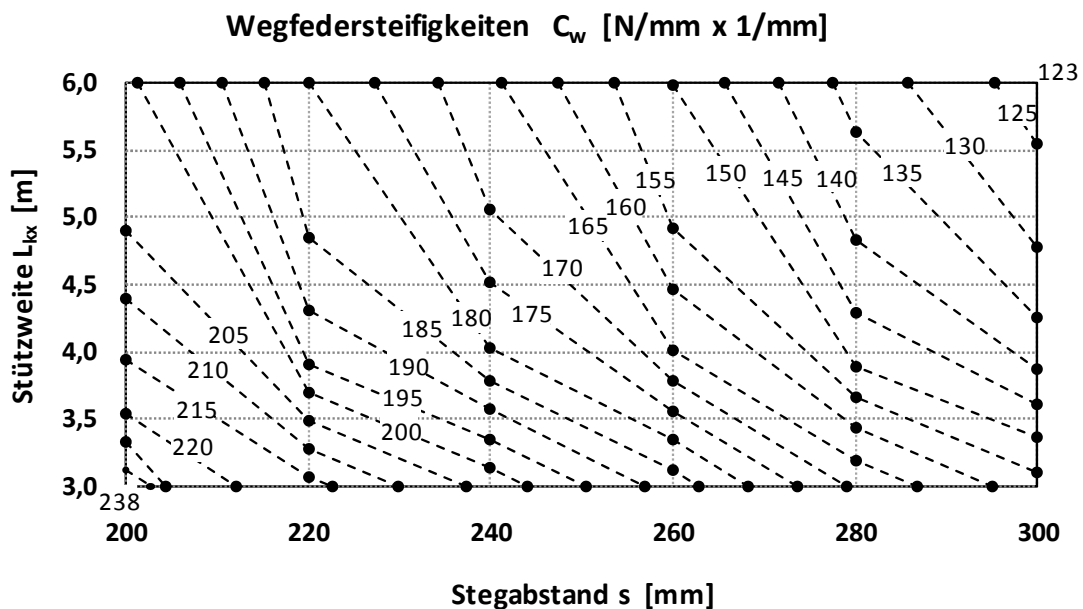
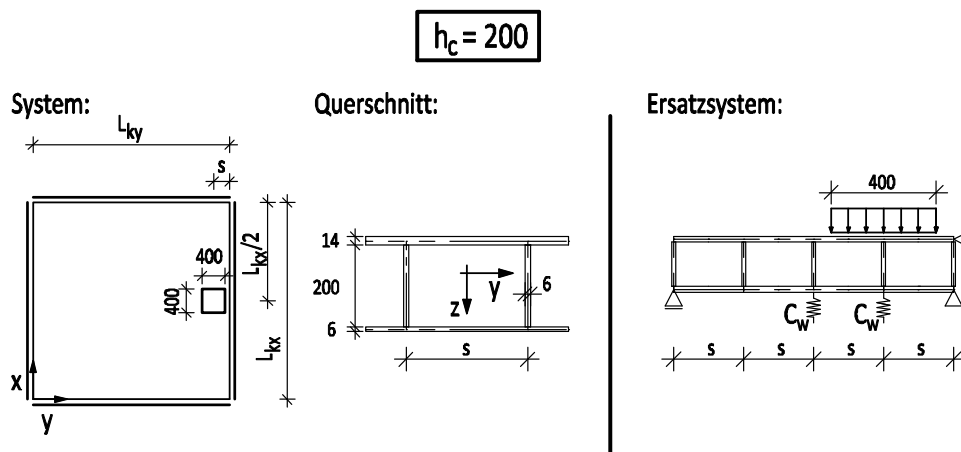
Bild D.2: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 240 \text{ mm}$ , Last in Plattenmitte, Schnitt  $L_{kx}/2$



Gültig für:

- in Haupttragrichtung einachsig gespannte Platten
- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{0b} \geq 116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$

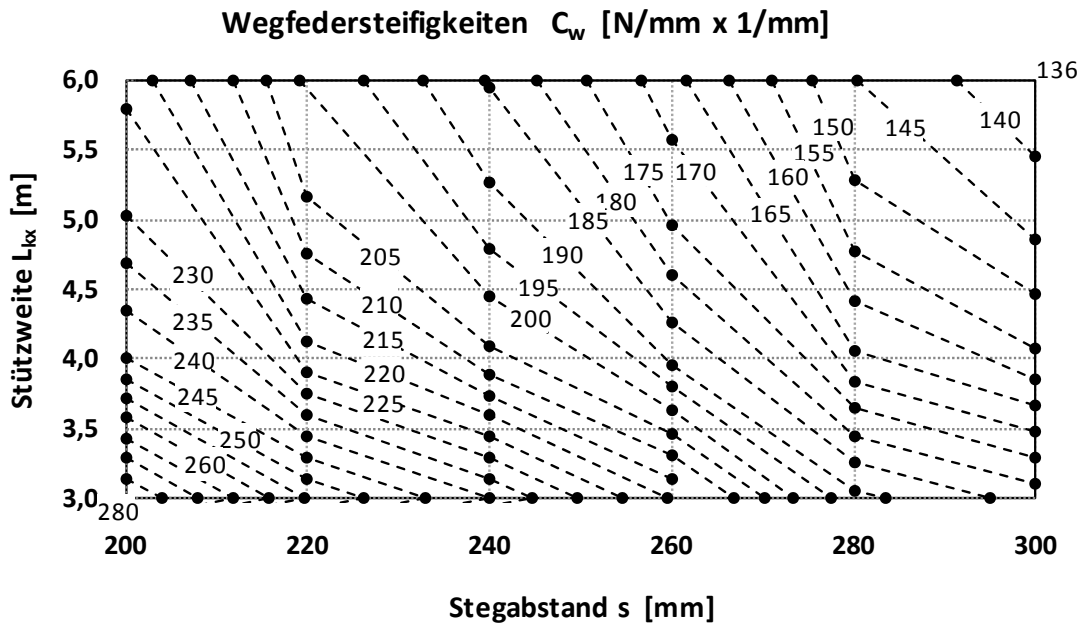
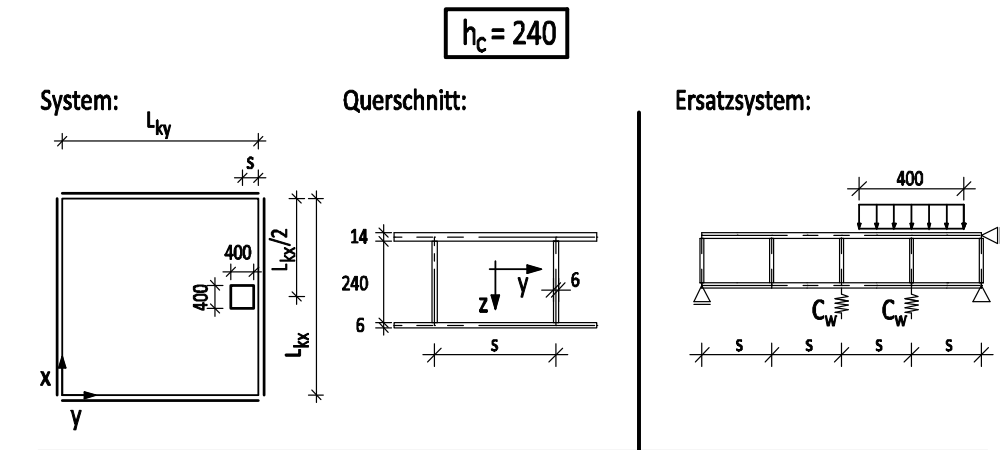
Bild D.3: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 280 \text{ mm}$ , Last in Plattenmitte, Schnitt  $L_{kx}/2$



**Gültig für:**

- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{\theta b} \geq 116 \text{ kNm}/(\text{mm rad})$

Bild D.4: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 200 \text{ mm}$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Schnitt  $L_{kx}/2$

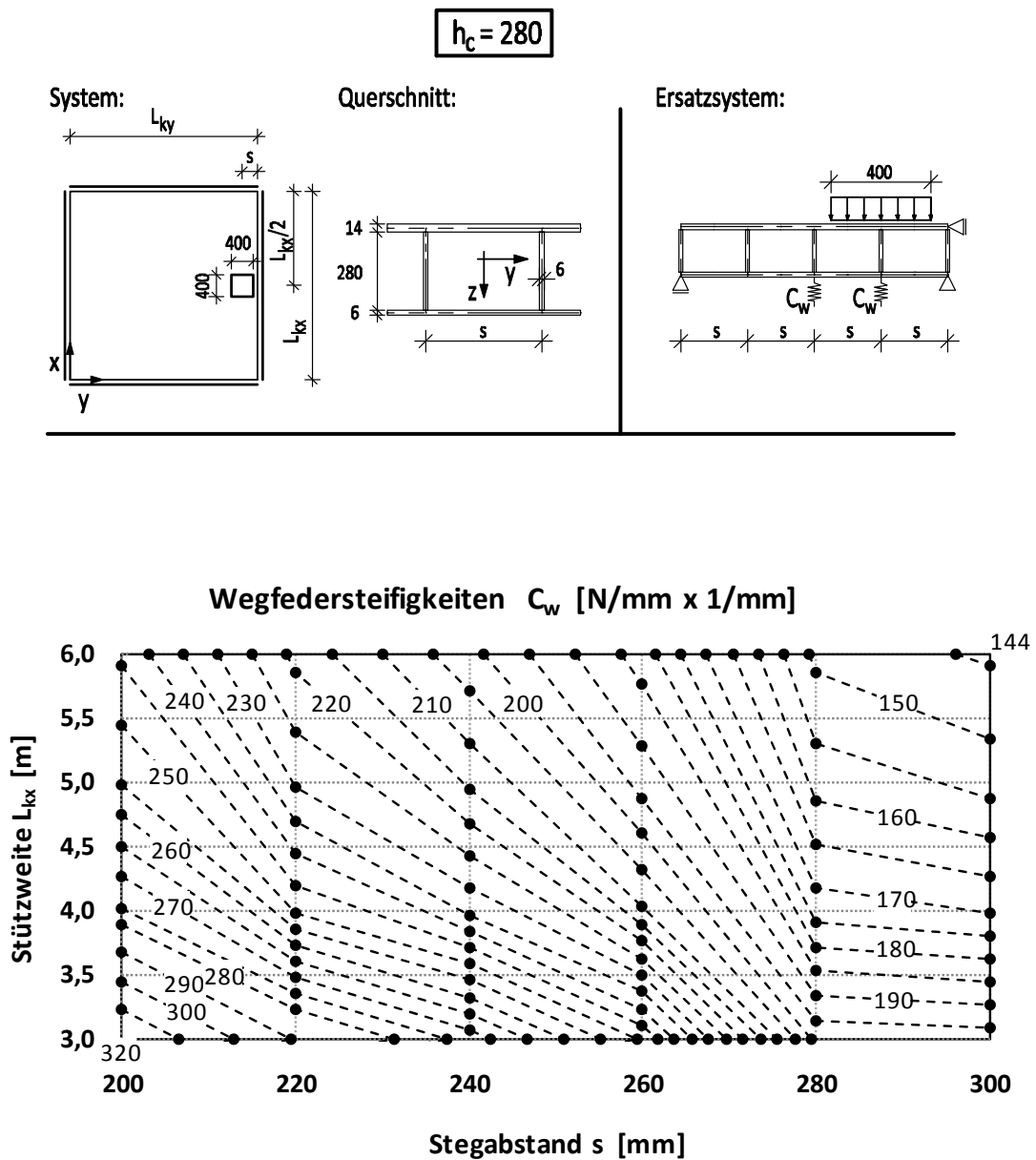


**Gültig für:**

- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{\theta b} \geq 116 \text{ kNmm}/(\text{mm rad})$

Bild D.5: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 240$  mm, Last am gelagerten Plattenquerrand, Schnitt  $L_{kx}/2$





**Gültig für:**

- zweiachsig gespannte Platten
- Seitenlängenverhältnis  $L_{kx}/L_{ky} \leq 2,0$
- Vollanschluss der Stege an das obere Deckblech
- $C_{\theta b} \geq 116 \text{ kNmm}/(\text{mm rad})$

Bild D.6: Wegfedersteifigkeiten  $C_w$  für Ersatzrahmensystem der Geometriegruppe  $h_c = 280 \text{ mm}$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Schnitt  $L_{kx}/2$



## Anhang E: Ausgleichsgeraden/Abweichungen der Deckblechspannungen in Hauptrichtung (Auszug)

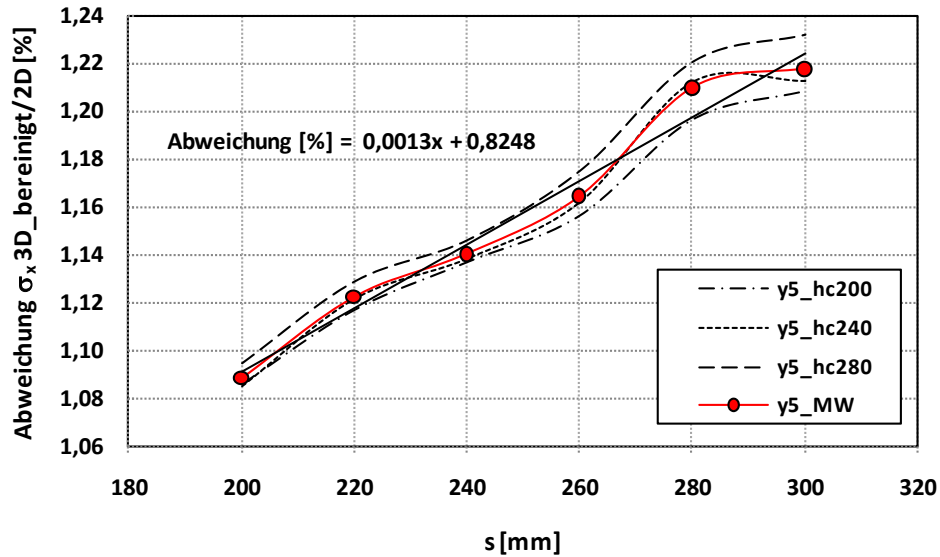


Bild E.1: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last in Plattenmitte, Plattenlänge  $L_{kx} = 3000$  mm

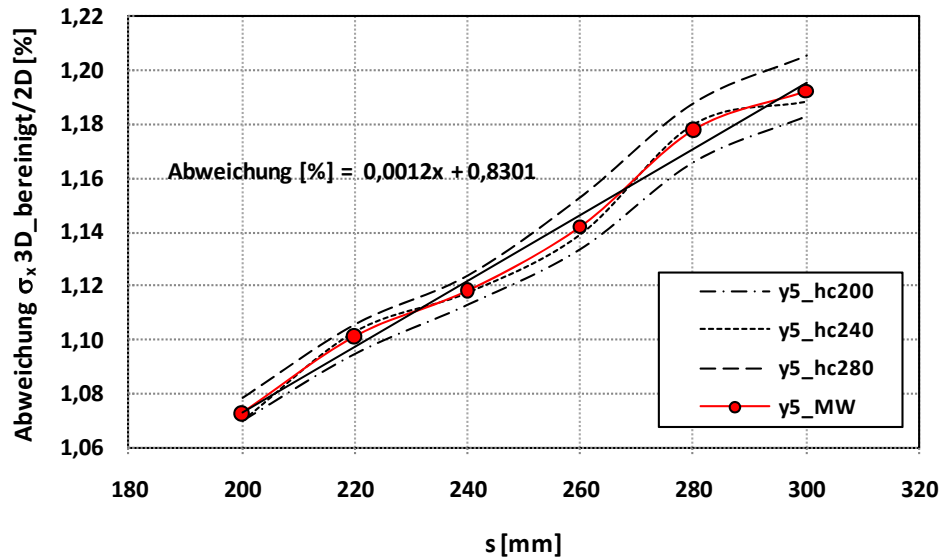


Bild E.2: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last in Plattenmitte, Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm

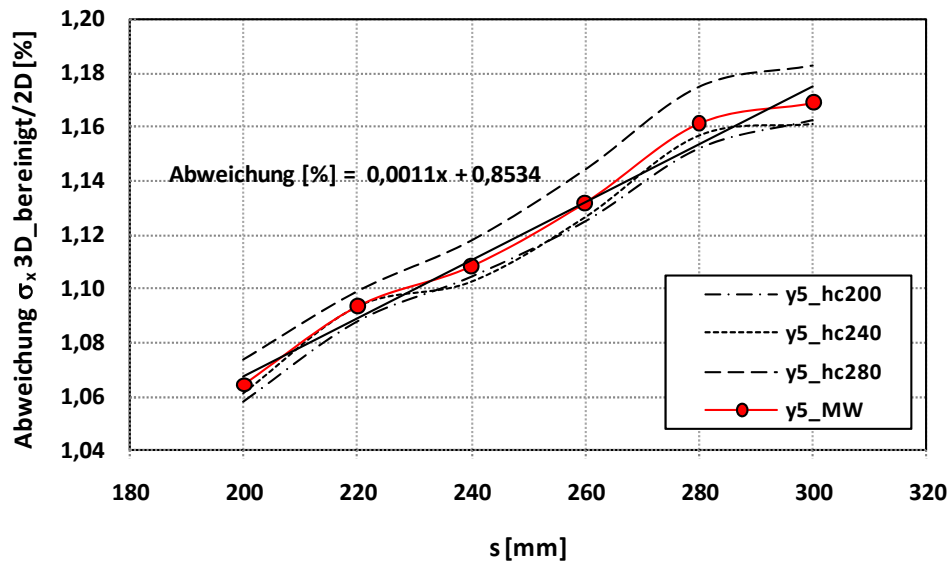


Bild E.3: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last in Plattenmitte, Plattenlänge  $L_{kx} = 5000$  mm

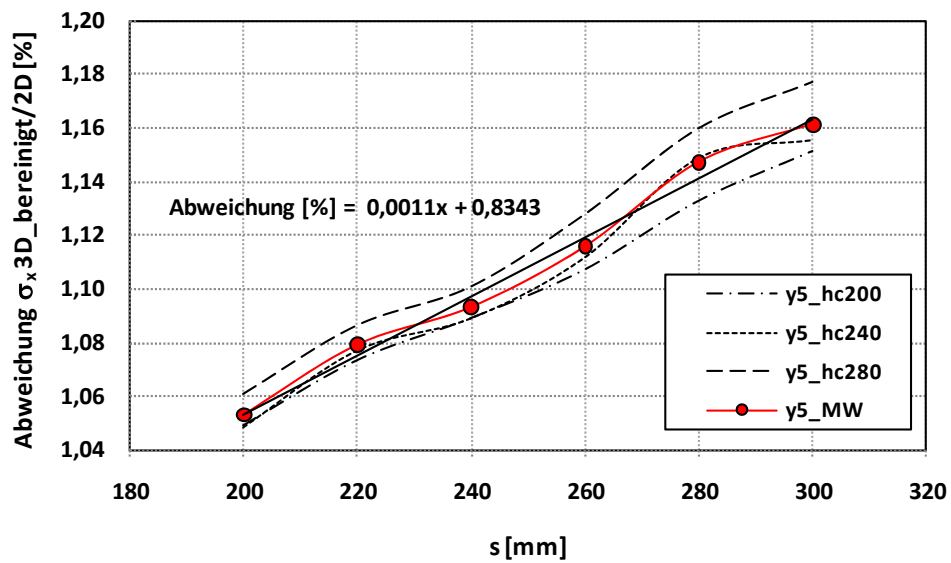


Bild E.4: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last in Plattenmitte, Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm

Anhang E: Ausgleichsgeraden/Abweichungen der Deckblechspannungen in Hauptrichtung  
(Auszug)

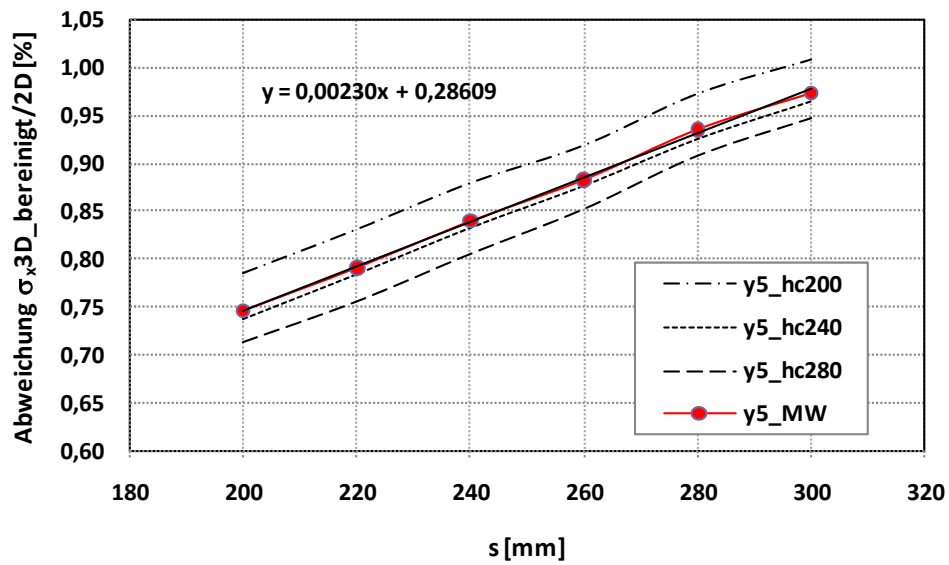


Bild E.5: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Plattenlänge  $L_{kx} = 3000$  mm

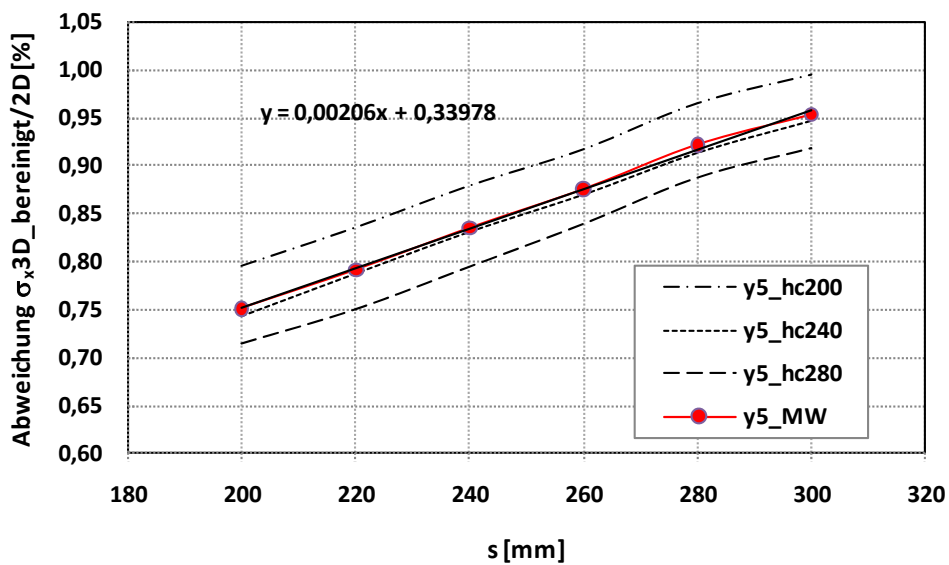


Bild E.6: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Plattenlänge  $L_{kx} = 4000$  mm

Anhang E: Ausgleichsgeraden/Abweichungen der Deckblechspannungen in Hauptrichtung (Auszug)

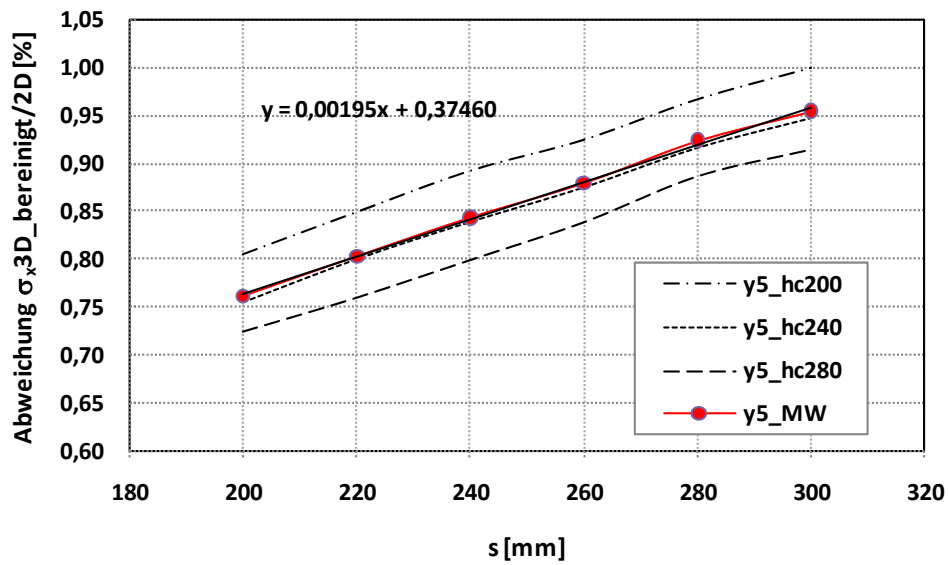


Bild E.7: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Plattenlänge  $L_{kx} = 5000$  mm

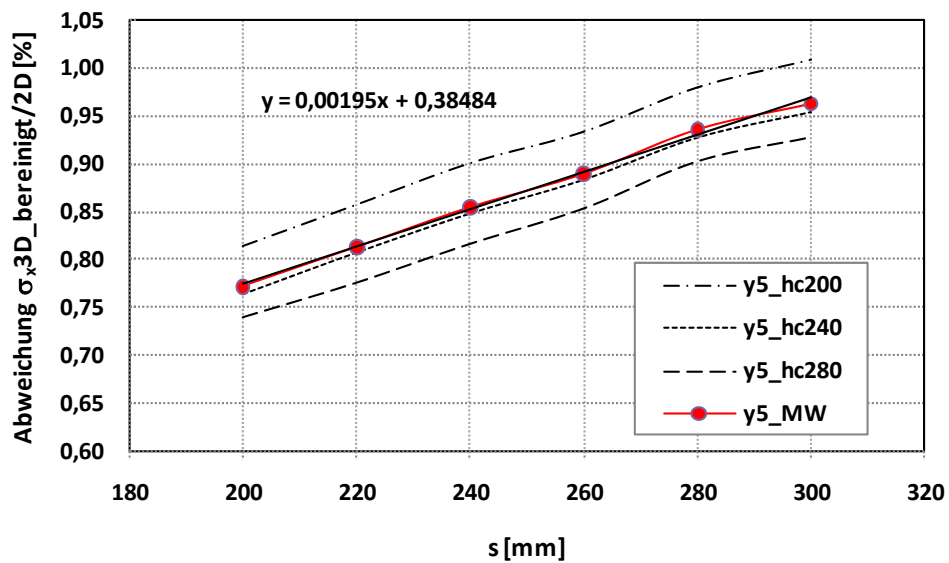


Bild E.8: Abweichungen im Schnitt  $L_{kx}/2$ , Last am gelagerten Plattenquerrand, Plattenlänge  $L_{kx} = 6000$  mm







# Lebenslauf

## zur Person:

Name: Oliver Klostermann  
Geburtsdatum: 18. September 1974  
Geburtsort: Gronau  
Staatsangehörigkeit: deutsch

## zum Ausbildungs- und Berufsweg:

08/1987 – 06/1994      Heinrich-von-Kleist Gymnasium Berlin,  
Erwerb der Hochschulreife

09/1994 – 02/1997      Ausbildung zum Konstruktionsmechaniker der Fach-  
richtung Metall- und Schiffbautechnik bei der Krupp  
Stahlbau GmbH, Berlin

03/1997 – 08/1998      Facharbeiter – Brückenbaufertigung bei der Krupp  
Stahlbau GmbH, Berlin

10/1998 – 08/2004      Studium an der Technischen Universität Dortmund,  
Fachrichtung Bauingenieurwesen, Vertiefungsrich-  
tung konstruktiver Ingenieurbau;  
Abschluss: Diplom-Ingenieur

seit 08/2004              Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl Stahl-  
bau, Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen,  
Technische Universität Dortmund

seit 08/2004              Freier Mitarbeiter in den Ingenieurbüros  
Prof. Ungermann, Dortmund und  
PSP- Planung und Entwicklung im Bauwesen, Aachen

