

**Tünde KÁNTOR, Debrecen**

## **Warum und wie? Ideen über die Ungarischen Abiturprüfungen in Mathematik**

### **Über die neuen Ungarischen Abiturprüfungen**

In 2005 wurde in Ungarn ein neues Abitursystem eingeführt. Die Mathematik Abiturprüfungen werden auf zwei Ebenen (mittlere und höhere) stattfinden. Beide Prüfungen sind zentral.

#### ***Die Motivation und die Ziele***

- Veränderung der Rolle des Mathematikabiturs. Beide Typen des neuen Mathematikabiturs lösen die Aufnahmeprüfungen ab.
- Einleitung neuer mathematischen Themen: Kombinatorik, Graphentheorie, Logik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik.
- Die Vermittlung der für den Alltag wichtigen mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten: Prozentrechnen, geometrische Tatsachen, einfache Rechenfertigkeiten (ohne und mit Taschenrechner), logisches Denken, Problemlösen, Ergebnisse bildlich und anschaulich darstellen, Statistiken und Graphiken verstehen und zu machen, sprachliche Fähigkeiten für die Sache der Mathematik.
- Einführung von neuen Prüfungsformen: Multiple-choice Aufgaben, Aufgaben mit Zahlenantwort, offene Aufgaben und Probleme, graphische Lösungen, Figuren und Zeichnungen zu machen und Lösung der traditionellen mathematischen Aufgaben. Als Hilfsmittel bei der Prüfung sind Funktionaltafeln mit mathematischem Formelhang und nicht programmierbare Taschenrechner zugelassen.

#### ***Mathematische Kenntnisse*** (mittleres –höheres Niveau)

- Methoden des Denkens, Mengen, Logik, Kombinatorik, Graphen (20 % - 25 %)
- Arithmetik, Algebra, Zahlentheorie (25 % - 20 %)
- Funktionen, Elemente der Analysis (15 % - 20 %)
- Geometrie, Analytische Geometrie (25 % - 20 %)
- Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (15 % -15 %)

### ***Über das mittlere Niveau der Mathematik Abiturprüfung***

Die mittlere Abiturprüfung in Mathematik ist eine schriftliche zentrale Abiturprüfung. Jede Arbeit des mittleren Niveaus wird von eigenen Fachlehrern korrigiert. Wenn die Schülerleistung niedrig ist (10-19 %) können die Schüler ein mündliches Examen machen (15', 50 Notenpunkte). Thesen für diese mündlichen Examen bestehen aus 6 Teilen (Definitionen, Begriffe, Aussagen eines Satzes, einfache Aufgaben mit Anwendungen) Die mittlere schriftliche Abiturprüfung besteht aus zwei separierten Teilen: Teil I. (45', 30 Notenpunkte), Teil II. (135', 70 Notenpunkte).

**Teil I.** besteht aus 11 Aufgaben, welche die Kenntnisse von Definitionen, Grundbegriffe, einfachen Zusammenhänge, logisches Denken kontrollieren. Einige von diesen Aufgaben sind Testaufgaben ohne Argumentierung, oder Aufgaben mit offenem Schluss.

**Teil II.** ist separiert für die Teile II.A und II. B. In Teil II.A sind 3 Aufgaben (12-14), in Teil II.B. sind 3 Wahlaufgaben (15-17), von diesen sind 2 Aufgaben obligatorisch zu lösen. Die Aufgaben von dem Teil II. sind zusammengesetzt, haben mehrere Teile und mehrere Fragen.

In dem neuen Abitursystem kommen neue Probleme vor. Der wichtigste Faktor bleibt die Entwicklung der Problemlösefähigkeit, aber wir müssen die neuen Gebiete der Schulmathematik thematische bearbeiten. Wir müssen die Anwendung-, Denk- und Lesekompetenzen verstärken.

#### ***Aufgabe 8.***

Eine reguläre Münze werfen wir dreimal. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit einmal Kopf und zweimal Schrift zu bekommen? Begründen Sie ihre Behauptung!

### ***Über das höhere Niveau der Mathematikabiturprüfung***

Das höhere Niveau der Abiturprüfung in Mathematik ist eine schriftliche zentral Abiturprüfung (240',  $51+64=115$  Notenpunkte) und ein mündliches Examen (obligatorisch, 20', 35 Notenpunkte). Das mündliche Examen besteht von Auswahl eines Themas von den 25 Themen. Der Abiturient soll sein Wissen allein entfalten (Definitionen, Begriffe, Sätze, Zusammenhänge, Anwendungen). Jede Arbeit des höheren Niveaus wird von einer Gruppe der Fachlehrer anderer Gymnasien korrigiert und bewertet.

Das schriftliche höhere Niveau der Abiturprüfung in Mathematik besteht as zwei separierte Teile.

**Teil I.** besteht aus 4 Aufgaben. Diese Aufgaben sind einfach und haben mehrere Fragen.

**Teil II.** besteht aus 5 Wahlaufgaben. Lösung von 4 Aufgaben ist obligatorisch. Mindestens in zwei Aufgaben finden wir alltägliche

Problemen, so müssen für ihre Lösung der Schüler mathematische Modelle bilden. Ihre Themen: Zahlentheorie, Kombinatorik, Trigonometrie, Raumgeometrie.

### **Aufgabe 8.**

Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = |x| + |x - 4|$  und  $g(x) = -2x/7 + 10$ .

a) Gesucht sind die Werte  $x$ , für welche  $f(x) = g(x)$  gilt.

b) Wir definieren die Funktion  $h$  über dem Intervall  $[-5; 10]$  wie folgt:

$$h(x) = f(x), \text{ wenn } f(x) \geq g(x), \quad h(x) = g(x), \text{ wenn } g(x) \geq f(x).$$

Zeichne die Graphen von  $f$  und  $g$  im Intervall  $[-5; 10]$  in einem gemeinsamen Koordinatensystem.

### **Wie? Einige Resultate und Zweifel**

Wir betonen Lebens- und Berufspraktischen Aufgaben. Unser Ziel ist tiefergehendes Verstehen des gelernten Wissens zu entwickeln, und die Anwendungen in neuen und wirklichen Situationen benutzen. Im Zusammenhang der neuen Lehrpläne und neuen Abiturforderungen sind neue Anregungen, neue Entwicklungen, neue Schulbücher (nicht alle!) und neue Aufgabensammlungen entstanden.

*Neue Aspekte sind:*

- Betonung der Rolle der Kontrollierung, die Bewertung der Korrektheit
- Die Lösung soll mit Worten und Masseinheiten formuliert werden
- Graphische Lösungen, passende Zeichnungen anfertigen
- Modellbildung

### *Vorbereitung*

Die Beschäftigung mit Abiturprüfungsaufgaben in Mathematik ist für jeden angehenden Abiturienten sehr wichtig. Die dadurch erreichbare Routine und Sicherheit in der Anwendung von Standardverfahren sichert das gute Resultat an den Prüfungen. Die Schüler/innen müssen ähnliche Aufgaben zu lösen wie in den üblichen Schulbüchern auftreten. Die Schüler/innen können in die Schule oder zu Hause die Aufgabentypen und die alltägliche Problemen ruhig bearbeiten.

In den vorigen Jahren war es klar für die Lehrer/innen und Schüler/innen dass für die zentrale mathematische Abitur die Aufgaben aus der Zusammenfassenden Aufgabensammlung (kurz: Grün Buch) gewählt werden. Für die Vorbereitung könne sie aus diesem Buch schöpfen. Für die schriftlichen zentralen Aufnahmeprüfungen hatten wir viele Aufgabensammlungen aus den Aufgaben des vorigen Jahres.

Für das mittlere Niveau haben wir mehrere Schulbuch Serien (Klassen 9-12), aber es gibt auch unfertige Serien. Wir haben die neue, so genannte Einheitliche Zusammenfassende Mathematische Aufgabensammlung (2 Bände mit 3 Bände Lösungen).

Für das höhere Niveau ist die Vorbereitung nicht genügend. Es fehlen die Bücher und die Aufgabensammlung ist problematisch. Es gibt kein Lösungsheft. Die Formulierung der Aufgaben ist nicht eindeutig. Manchmal Lehrer/innen und Schüler/innen wissen nicht was zu tun.

*Ich präsentiere eine Aufgabe:*

**876.** [1]

Es sei gegeben der Graph einer Polynomfunktion vierten Grades in dem Koordinatensystem.(Fig.1)

- Geben Sie die Koeffizienten des Polynoms an.
- Gesucht sind Minimum- und Maximumorte.
- Wie gross sind die Minimum- und Maximumwerte?
- Wie gross ist der Flächeninhalt zwischen dem Graph der Polynomfunktion und der x-Achse?

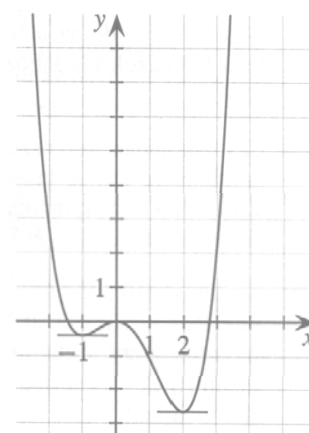


Fig. 1.

*Frage:*

Welche Werte kann ich von dem Graph ablesen?

Warum?

*Hypothese I.:* Relative Extremalpunkte sind:  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ , weil  $f'(-1) = f'(0) = f'(2) = 0$ .

*Hypothese II.:*  $f(-1) = 1$ . Warum? Es scheint so!

Mit Hilfe der Hypothese I. und II. bestimme ich die Koeffizienten der Polynomfunktion viertes Grades:  $f(x) = 1/13 (3x^2 - 4x - 12) x^2$ . So kann ich die relativer Minimal- und Maximalwerte berechnen.

Die Formulierung der Fragen b) und d) ist nicht korrekt. Die gegebene Polynomfunktion viertes Grades hat 3 (oder 4) Nullstellen. Wie viel Flächeninhalte sind notwendig um zu berechnen, ob ein oder zwei?

*Hypothese III.* Warum kann ich nicht zuerst die relativen Maximal- und Minimalwerte ablesen?  $f(-1) \sim -0,4$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(2) \sim -2,5$ .

Auch solche Probleme sind mir bei den Probenabiturprüfungen begegnet.

## Literatur

- Aufgabensammlung für die Abiturienten, Műszaki Kiadó, Bp. 2004 (Ungarisch), ISBN 963-16-2788-8
- Kántor, T.: Zur Lösung mathematischer Problemschwierigkeiten bei dem Lösungsprozess. Beiträge zum MU, Dortmund, 2003, 329-332
- Reiss, K. - Heinze, A.: Begründen und Beweisen im Verständnis von Abiturienten. Beiträge zum Mathematikunterricht, Potsdam, 2000, 520-523.