

Katja MAASS, Freiburg

Was sind Modellierungskompetenzen?

Die Integration von Modellierungen in den Mathematikunterricht wird in der didaktischen Diskussion seit langem gefordert. Doch obwohl der Begriff der „Kompetenz“ in der internationalen didaktischen Diskussion einen hohen Stellenwert einnimmt, wurde der Begriff „Modellierungskompetenzen“ noch nicht abschließend beschrieben (Blum et al. 2002). Daher wurde eine empirische Studie durchgeführt, für die u.a. folgende Fragen erkenntnisleitend waren: Was sind Modellierungskompetenzen? Inwieweit können Lernende der Klasse 8 Modellierungskompetenzen erwerben?

Theoretischer und methodologischer Ansatz

Die folgenden Begriffsdefinitionen bilden die Grundlage des theoretischen Ansatzes der Studie: In *Modellierungsprozessen* wird ausgehend von außermathematischen Problemen mit mathematischen Mitteln eine Lösung gesucht, die auf ihre Eignung in der Realität überprüft wird (Blum 1996). *Modellierungskompetenzen* umfassen die Fähigkeiten, solche Modellierungsprozesse zielgerichtet und angemessen durchführen zu können sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten in Handlungen umzusetzen. *Metakognition* bezeichnet das Denken über das eigene Denken und die Steuerung des eigenen Denkens (Sjuts 2003).

Zur Beantwortung der erkenntnisleitenden Fragen wurden in den Mathematikunterricht zweier 8. Klassen über einen Zeitraum von 15 Monaten 6 Modellierungsbeispiele integriert. Bei der Unterrichtsgestaltung wurde auf eine größtmögliche Selbstständigkeit der Lernenden und die Entwicklung von Metakognition Wert gelegt (z.B. durch die Diskussion unterschiedlicher Lösungswege und Vorstellungen vom Modellieren sowie die Vermittlung von Metawissen über Modellierungsprozesse). Die Leistungen im Modellieren, in Mathematik sowie die Vorstellungen vom Modellierungsprozess wurden durch Tests, Klassenarbeiten, Interviews und Concept Maps erhoben (vgl. Maaß 2004). Die Auswertung erfolgte durch eine detaillierte Analyse der Daten, der Erstellung von Schülerprofilen und fallvergleichenden Analysen.

Ergebnisse der Studie

Ein grundlegendes Ergebnis der Studie ist, dass in Klasse 8 Modellierungskompetenzen und Metawissen über Modellierungsprozesse vermittelt werden können. Fast alle Lernenden waren am Ende der Studie in der Lage, selbstständig Probleme mit unbekanntem Sachkontext zu

modellieren und verfügten über ein angemessenes Wissen über Modellierungsprozesse.

Um Hinweise darüber zu erhalten, welche Teilkompetenzen zum Modellieren nötig sind, wurden die Fehler, die die Lernenden gemacht haben, analysiert. Dabei wurde deutlich, dass Fehler in allen Teilschritten des Modellierungsprozesses auftraten. So gab es verschiedene Fehler beim Aufstellen des Realmodells, beim Aufstellen und Bearbeiten des mathematischen Modells, sowie beim Interpretieren und Validieren. Die folgenden Beispiele zeigen exemplarisch einige der typischen Fehler:

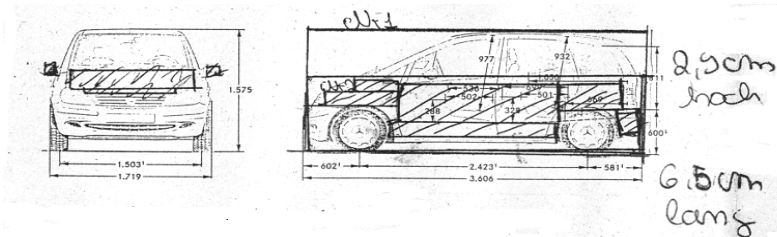


Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es Adenauer von „Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll? (aus Herget, Jahnke, Kroll 2001, S. 20)

Ich stand die Größe des Kopfes.
 1. Als erste such ich mir einen großen Kopf.
 1. Wie groß ist der Kopf?
 A Er ist etwa 1,30m bis 1,50m groß.
 Da ein Kind auch so groß ist.
 2. Was für ein Teil ist der Kopf von der Körpergröße
 etwa $1/31$ Teil des Körpers

Dieser Schüler erkennt richtig, dass er die Größe des Kopfes mit Hilfe der Größe der Kinder schätzen muss und schließlich das Verhältnis von Kopf zu Körper betrachten muss. Dabei nimmt er an, dass das Verhältnis von Kopf zu Körper $1/31$ ist. Hier wird also bei der Bildung des Realmodells eine abwegige Annahme getroffen, die die Realität verzerrt.

Weitere Fehler waren beim Bilden und beim Arbeiten im mathematischen Modell zu finden, wie die folgende Lösung zur Frage „Wie groß ist die zu lackierende Oberfläche des Mercedes?“ zeigt:



1. Möglichkeit; man setzt die A-Klasse in einem Quader: $a \cdot b = 2,9 \cdot 6,5 = 18,85 \text{ m}^2$

Diese Schülerin hat zuvor korrekt drei Möglichkeiten zur Bildung des Realmodells beschrieben und möchte nun eine davon – die Annäherung durch einen Quader – mathematisch beschreiben und lösen. Dabei betrachtet sie jedoch – wie das Bild zeigt – keinen Quader, sondern ein

Rechteck und rechnet auch entsprechend. Darüber hinaus wird nicht gemäß des Maßstabes umgerechnet.

Der folgende Ausschnitt einer Schülerlösung zeigt einen typischen Fehler im Rahmen der Validierung:

A photograph of a handwritten note on a piece of paper. The text is written in cursive and reads: "Lösungsweg 2 ist sehr genau und ist leicht zu rechnen".

Die Validierung ist sehr oberflächlich. Der Schüler zieht keine geeigneten Vergleichswerte hinzu und blickt nicht kritisch auf das Vorgehen zurück.

Neben den Fehlern, die sich auf die Teilschritte des Modellierungsprozesses bezogen, konnten zahlreiche Fehler und Probleme beschrieben werden, die den ganzen Modellierungsprozess betreffen:

- Zahlreiche Aspekte des Sachkontextes wurden beschrieben, ohne darauf Bezug zu nehmen.
- Manche Lernende verloren den Überblick über ihr Vorgehen.
- Der gesamte Modellierungsprozess wurde zu knapp dargestellt.
- Einige Schülerinnen und Schüler berichteten von ihren eigenen lebensweltlichen Erfahrungen ohne Bezug zur Modellierung zu nehmen.
- Modellierungen wurden ohne Ergebnis abgebrochen, weil die Rechnung zu unübersichtlich wurde bzw. eine Vorgehensweise gewählt wurde, die nicht ausgeführt werden konnte.

Welche Faktoren haben Einfluss auf die Modellierungskompetenzen?

Insgesamt konnten folgende Einflussfaktoren rekonstruiert werden:

1. Metakognitive Modellierungskompetenzen: Bei vielen der untersuchten Lernenden konnten durch die Analyse der Fehler und der Fehlvorstellungen über den Modellierungsprozess Hinweise auf Zusammenhänge zwischen den Metakenntnissen über den Modellierungsprozess und den Modellierungskompetenzen rekonstruiert werden. So traten z.B. Fehlvorstellungen über das Realmodell gemeinsam mit Schwächen beim Bilden des Realmodells auf. Dabei konnten auch parallele Entwicklungen im Hinblick auf die Verbesserung der Leistungen beobachtet werden.

2. Kompetenzen im zielgerichteten Vorgehen: Die Analyse der Fehler zeigt, dass die Modellierung teilweise ohne Ergebnis abgebrochen wurde, zum Teil viele Sachinformationen genannt wurden, ohne sie in der Modellierung zu verwenden und manche Lernenden den Überblick über das eigene Vorgehen verloren. Dies zeigt, dass die Lernenden beim Modellieren einen Sinn für das zielgerichtete Vorgehen haben müssen.

3. Kompetenzen im Argumentieren: Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Lernenden z.T. nicht bezogen auf den Modellierungsprozess

argumentieren, sondern sich auf ihre lebensweltlichen Erfahrungen beziehen. Andere beschreiben ihr Vorgehen gar nicht oder nur sehr knapp. Kompetenzen im Argumentieren sind daher nötig,

4. *Mathematische Leistungsfähigkeit*: Die Daten zeigen, dass sich eine gute mathematische Leistungsfähigkeit förderlich auf die Modellierungskompetenzen auswirken kann. Allerdings wurde auch deutlich, dass bei einer gegebenen mathematischen Leistungsfähigkeit eine Variationsbreite bzgl. der Modellierungskompetenzen vorliegen kann.

5. *Einstellung gegenüber den Modellierungsbeispielen*: In der Studie konnten Zusammenhänge zwischen den Modellierungskompetenzen und der Einstellung gegenüber den Modellierungsbeispielen festgestellt werden. Eine ablehnende Haltung schien sich negativ auf bestimmte Leistungen beim Modellieren, nämlich das Bilden des Realmodells und die Validierung auszuwirken.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurde eine Definition von Modellierungskompetenzen formuliert, die jedoch nicht als umfassend anzusehen ist, da wesentliche Aspekte, wie z.B. die sprachliche Kompetenz nicht Gegenstand der Studie waren, aber sicherlich wichtig sind.

Modellierungskompetenzen umfassen die Teilkompetenzen zur Durchführung der einzelnen Schritte des Modellierungsprozesses, Metakognitive Modellierungskompetenzen, die Kompetenz, Sachprobleme zu strukturieren und zielorientiert bei der Lösung vorzugehen, die Kompetenz, mit Bezug auf die Modellierung zu argumentieren und diese Argumentation zu verschriftlichen sowie Kompetenzen, die Möglichkeiten, die die Mathematik zur Lösung von realen Problemen bietet, zu erkennen und sie positiv zu beurteilen.

Literatur

Blum, Werner (1996): Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. – In: Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Band 23, Trends und Perspektiven, S.15-38.

Blum, Werner et al. (2002): ICMI Study 14: Application and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. – In: Journal für Mathematik-Didaktik, Jg. 23, Heft 3/4, S.262-280.

Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W. (2001): Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. – Cornelsen, Berlin. S. 20.

Maaß, Katja (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie. – Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin.

Sjuts, Johann (2003): Metakognition per didaktisch- sozialem Vertrag. – In: Journal für Mathematikdidaktik 24 (1), S. 18–40.