

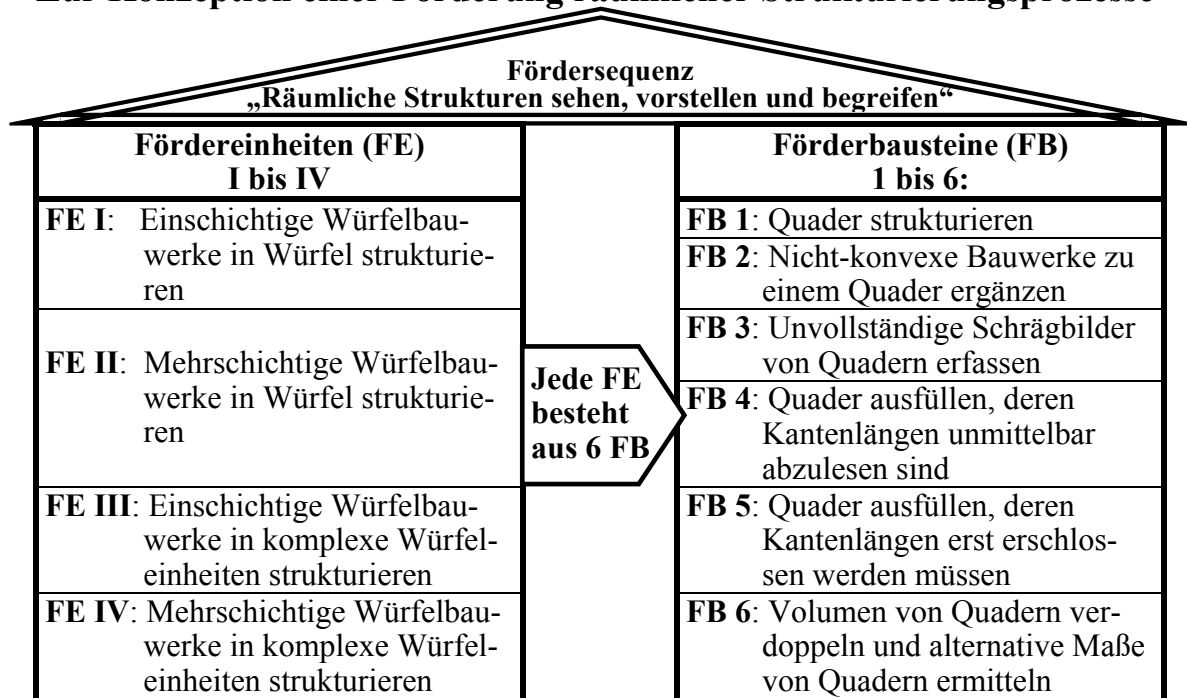
Carla MERSCHMEYER-BRÜWER, Bielefeld

Räumliche Strukturen "begreifen" - Fördermöglichkeiten in der Grundschule?!

Räumliche Strukturierungsprozesse bilden eine Grundlage flexiblen Denkens. Sie dienen insbesondere der Vorstellung von alltäglichen Situationen und der Bewältigung mathematischer Probleme. In der Grundschule sind insbesondere Lehrkonzepte zur Zahlbegriffsentwicklung und zu arithmetischen Rechenoperationen sowie zum Flächeninhaltskonzept und zur Volumenbegriffsbildung mit Anforderungen an kindliche Strukturierungskompetenzen verbunden.

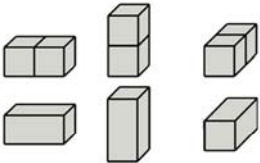
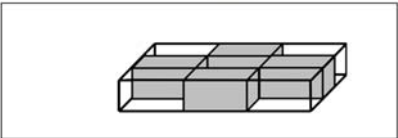
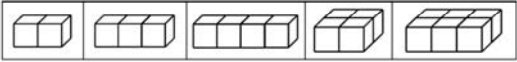
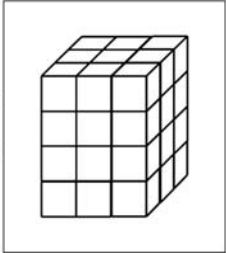
Aus der Beobachtung, dass Kinder keineswegs selbstverständlich räumliche Strukturierungen, z. B. zu Bildern von Würfelbauwerken, bewältigen, sondern häufig Fehlvorstellungen oder wenig ökonomische Strategien ausbilden (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2001), erwächst die Frage nach einer möglichen Förderung. Deshalb wurde eine Fördersequenz mit variierenden Aufgabenstellungen zu Würfelbauwerken entwickelt, in Fallstudien erprobt und in einem Vor- und Nachtestdesign evaluiert, um ihren Einfluss auf kindliche Strukturierungskompetenzen als auch auf –prozesse zu prüfen.

Zur Konzeption einer Förderung räumlicher Strukturierungsprozesse



Für die Förderungen wurden Aufgaben zu Bauwerken aus Würfeln und aus komplexen, aus Würfeln zusammengesetzten Bausteinen eingesetzt, die -entsprechend den unterschiedlichen Möglichkeiten zur Volumen- bzw. Anzahlbestimmung – in die Kontexte eines Untergliederns und Bauens von

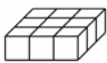
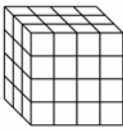
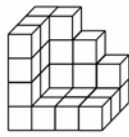
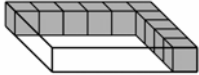
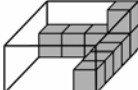
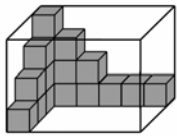
Bauwerken in Einheiten sowie eines Füllens von Schachteln mit Einheiten eingebettet sind (vgl. auch Battista 1998). Das Auffüllen und Nachbauen bzw. Untergliedern wird für unterschiedlich komplexe Bauwerke mit jeweils verschieden komplexen Bausteinen real sowie mental durchgeführt (vgl. FE I bis IV). Für jede Komplexitätsstufe variieren diese Kontexte sowie die Ansprüche an die kindlichen Strukturierungskompetenzen (FB 1 bis 6). Zu jeder Problemstellung können sich die Kinder auf verschiedenen Handlungsebenen artikulieren, konkret handelnd, argumentativ oder rein mental analysierend. Dabei werden die Kinder mit Fortschreiten der Fördermaßnahme immer mehr zu einer rein mental-analytisch entwickelten Lösung zur Strukturierung des Bauwerks aufgefordert (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2003).

Beispiele für Aufgaben zur Förderung „Räumliche Strukturen sehen, vorstellen und begreifen“ aus	
FE III, FB 3:	FE IV, FE 4:
<p style="text-align: center;">Fülle die Schachtel mit Päckchen aus!</p> <p>Fülle die Schachtel vollständig mit Päckchen aus je zwei Würfeln aus.</p>   <p>> In diese Schachtel passen insgesamt ____ Päckchen.</p> <p>> In der Schachtel sind bereits ____ Päckchen.</p> <p>> Man kann noch ____ Päckchen zum Quader ergänzen.</p>	<p style="text-align: center;">Baue Quader aus Päckchen</p> <p>Aus Würfeln werden verschiedene Päckchen zum Bauen zusammengefügt.</p>  <p>Wie viele der oben abgebildeten Päckchen füllen jeweils den Quader vollständig aus? Verwende jeweils nur eine Art von Päckchen zur selben Zeit. Du kannst die Päckchen in verschiedene Lagen drehen, aber nicht in kleinere Stücke zerbrechen.</p> 

Die Erhebungen

Die Untersuchungen wurden als Fallstudien mit sechs Kindern der Laborschule Bielefeld sowie mit zwei Kindern mit ausgeprägten, individuellen Lernschwierigkeiten in Mathematik durchgeführt. Dabei fanden die Förderungen mit jeweils zwei Kindern in Form eines halbstandardisierten Interviews statt. Die beiden Kinder konnten jeweils untereinander kooperieren und sich gegenseitig zu weiteren Überlegungen anregen.

Zur Überprüfung des Erfolgs der Schulungen wurden den Kindern in einem Vor- und Nachtest jeweils Schrägbilder von verschiedenen Würfelbauwerken und von quaderförmigen Schachteln präsentiert. Die Kinder sollen für jedes Bild die Anzahl der in dem Bauwerk bzw. in der Schachtel vorhandenen Würfel bestimmen. Die Denkprozesse der Kinder sollen zum einen anhand ihrer Augenbewegungen sowie zum anderen anhand ihrer Artikulationen in einem nachfolgenden Interview rekonstruiert werden.

Beispiele aus insg. 15 Aufgaben zu Würfelkonfigurationen und 10 Aufgaben zu Schachteln, die im Vor- bzw. Nachtest den Kindern präsentiert wurden:			
„Aus wie vielen Würfeln besteht das Bauwerk?“			
„Fülle die Schachtel vollständig aus. Wie viele Würfel passen insgesamt in die Schachtel?“			

Die Methode der Dokumentation und Analyse von Augenbewegungen zur Erklärung der Denkprozesse, die die räumlichen Strukturierungsprozesse begleiten, erfolgt in Anlehnung an Merschmeyer-Brüwer (2001), wurde jedoch technisch vollständig erneuert und erweitert. Für die Dokumentation und Auswertung der Augenbewegungen¹ wurde eine vollständig neue und weiterführende Software entwickelt, der sog. „Eye-Data-Analyzer“.

Ein Beispiel – Leo, ein leistungsfähiger Schüler einer 4. Klasse

Im Vortest löste Leo bereits 12 von 15 Aufgaben zu Würfelkonfigurationen, aber nur 5 von 10 Aufgaben zu Schachteln richtig. Im Nachtest löst er bis auf eine Aufgabe zu Würfelkonfigurationen alle 25 Aufgaben korrekt. Neben dieser Verbesserung hinsichtlich der Resultate seiner Problemlösungen, ist eine Weiterentwicklung seiner räumlichen Strukturierungsprozesse bei der Bearbeitung der Aufgaben festzustellen, die insbesondere durch seine Augenbewegungsmuster dokumentiert ist. So bezog sich Leo vor der Förderung überwiegend auf Strategien, die noch wesentlich auf ein Strukturieren und Zählen von Einzelwürfeln fußten. Dabei gelang es ihm, diese Würfel räumlich adäquat zueinander in Beziehung zu setzen (Strategiekomplex 3, vgl. Merschmeyer-Brüwer 2002, S. 42 und 2001, S. 485 und S. 271ff.). Im Nachtest hat Leo in 9 der 15 Aufgaben zu Würfelkonfigurationen und in 6 von 10 Aufgaben zu Schachteln eine Strategie eines höheren Komplexes (Strategiekomplex 4) angewendet, er hat nämlich komplexe Strukturierungseinheiten aus mehreren Würfeln (z. B. Stangen oder Schichten) gebildet und diese simultan registriert. Die Anzahlbestimmung erfolgt mit höherwertigen Rechenoperationen, wie z. B. Multiplikation. Für weitere 5 Aufgaben zu Würfelkonfigurationen und 3 Aufgaben zu Schachteln hat er im Nachtest eine evolvierte Strategie innerhalb seines bereits im Vortest gewählten Strategiekomplexes angewendet. Bei einer Aufgabe

¹ Die Durchführung der Eye-Tracker-Erhebungen erfolgte in Kooperation mit Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen der AG Neuroinformatik (Technische Fakultät der Universität Bielefeld. Die Dokumentation der Ergebnisse wurde durch Mittel der Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld unterstützt.

ist seine Strategie unverändert und bei einer Aufgabe auf eine weniger entwickelte Strategie innerhalb des gewählten Komplexes zurückgefallen.

Bilder aus den Tests und Leos Augenbewegungsmuster während der Aufgabebearbeitungen: „Wie viele Würfel passen insgesamt in die Schachtel?“	
Vortest	Nachtest
<p>Leo bestimmt die Würfelanzahl nach 15,3 s und 47 Fixationen auf dem Bild mit 24, statt korrekt mit 30. Leo zerlegt dabei dieses Würfelbauwerk in parallele x-Stangen von Einzelwürfeln und zählt linear die Würfel in einer Stange (hier der x-6er-Stange) so oft (mit Bezug zur y-5er-Stange) ab, wie strukturidentische Stangen dazu im Bauwerk vorhanden sind. (Offensichtlich hat er die bereits in der Schachtel vorhandene x-Sechserstange nicht berücksichtigt.)</p>	<p>Leo gibt die Würfelanzahl nach 8,1 s mit 25 Fixationen auf dem Bild korrekt mit 30 an. Er strukturiert die Würfelanordnung in parallele Stangen, erfasst die Anzahl an Würfel in allen (ggf. strukturgleichen) Stangen simultan und addiert schrittweise (von Stange zu Stange) die Würfelanzahl pro Stange.</p>

Fazit: Die Methode der Augenbewegungsanalyse erweist sich als besonders geeignet, die nach Förderung auftretenden qualitativen Veränderungen der individuellen Strukturierungsprozesse und –kompetenzen der Kinder aufzuzeigen. Die eingesetzte Fördersequenz zeigt, dass auch gute Schüler (wie z. B. Leo), die bereits über hinreichende Strukturierungskompetenzen verfügen, noch profitieren und ihre individuellen Strukturierungskompetenzen verbessern können. Die Betrachtung der weiteren untersuchten Kinder zeigt, dass die o. g. Fördermaßnahme durch differenziertes Variieren der Artikulationsmöglichkeiten sowie der Aufgabenkontexte sinnvolle Ansatzpunkte zur individuellen Förderung räumlicher Strukturierungskompetenzen bietet.

Literatur:

- Battista, M. T. (1998): How Many Blocks? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(6), 404-411.
- Merschmeyer-Brüwer (2001). *Räumliche Strukturierungsprozesse bei Grundschulkindern zu Bildern von Würfelkonfigurationen - Empirische Untersuchungen mit Augenbewegungsanalysen*. Europäische Hochschulschriften, Reihe 11, Bd. 825, Europäischer Verlag der Wissenschaften Peter Lang, Frankfurt u.a.
- Merschmeyer-Brüwer, C. (2002). Räumliche Strukturierungsweisen bei Grundschulkindern zu Bildern von Würfelkonfigurationen – Augenbewegungen als Indikatoren für mentale Prozesse. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Jg. 23, Heft 1, S. 28-50.
- Merschmeyer-Brüwer, C. (2003). Räumliche Strukturen - kinderleicht? *Grundschulunterricht*, Heft 6, S. 39-48.