

## **Handlungsorientiertes Vorgehen in der Lehrerausbildung - Schriftliches Rechnen zwischen Beschreiben und Begründen**

### **1. Einleitung**

Aus meinen Beobachtungen in der Lehrerausbildung im Laufe der letzten 15 Jahre heben sich bei den Studierenden ihre unterschiedlichen Kenntnisse in den schriftlichen Rechenverfahren und die erheblichen Defizite im Verständnis der Schritte der Algorithmen ab. Hier einige Anmerkungen, die die Art dieses Vorwissen der Studierenden charakterisieren sollen, die aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

#### **I. Mangelndes Verständnis des Stellenwertprinzips**

Viele Studierende gehen mit einem eingeschränkten Verständnis unseres dekadischen Zahlenaufbaus in ihr Lehramtstudium. Sie sind i.a. nicht in der Lage, die Idee des dekadischen Zahlenaufbaus zu erklären. Allenfalls gelingt es ihnen, anhand eines Zahlenbeispiels den Ziffern je nach Stellung in der Zahl die Begriffe Einer, Zehner und Hunderter zuzuordnen. Ihr Verständnis reicht leider nicht soweit, erklären zu können, dass die Zehner, Hunderter und Tausender durch das 10-er Bündelungsprinzip entstanden sind.

#### **II. „Algorithmisiertes“ Vorwissen der schriftlichen Rechenverfahren**

Das Vorwissen der Studierenden bezüglich der schriftlichen Rechenverfahren hat vornehmlich algorithmischen Charakter. Bekannt und i.a. geläufig sind die einzelnen Rechenschritte, die zur Durchführung der schriftlichen Verfahren notwendig sind, und es gibt durchaus Studierende, die sich während der Schulzeit so auf ihren Taschenrechner gestützt haben, dass sie zum Teil Schwierigkeiten mit der schriftlichen Multiplikation und Division haben.

#### **III. Mangelndes Verständnis der Regeln**

Nach meinen Beobachtungen beherrschen viele Studierende die Regeln der schriftlichen Verfahren vornehmlich in einer algorithmischen Weise. Sie sind nicht in der Lage, diese Regeln erklären zu können, sondern bemerken dazu: „Das man macht halt so“.

#### **IV. Verfahren der Schulzeit prägen nachhaltig**

Die mathematischen Schulleistungen der Studierenden sind in einer so engen Weise gefestigt, dass kaum Transferleistungen geleistet werden können (Hahn & Möller 2004). Auf das Zahlensystem bezogen bedeutet dies, dass die Studierenden kaum andere Stellenwertsysteme kennen und demnach auch nicht in ihnen rechnen können.

Zusammenfassend bezeugen die Studierenden ein kaum vertieftes Verständnis des dekadischen Zahlensystems und nur spärliche Kenntnisse der Unterschiede zum römischen Zahlensystem. Sie kennen sich mit schriftlichen Rechenverfahren aus, können sie syntaktisch bearbeiten, aber unzureichend auf den Gehalt hin bezogen erklären.

So ergibt sich für das spätere Unterrichten und das dafür notwendige Wissen und Können der zukünftigen Lehrpersonen ein enormer hochschuldidaktischer und -methodischer Handlungsbedarf während der Lehrerausbildung. Sollte das aktiv- entdeckende Lernen seitens der Schüler mit Erfolg im Mathematikunterricht der ersten vier Klassenstufen umgesetzt werden, reicht es nicht aus, die zukünftigen Lehrpersonen auf potentiell mögliche Schülersichtweisen aufmerksam zu machen. Vielmehr müssen sie die verschiedenen Möglichkeiten der schriftlichen Rechenverfahren sowie ihre Zugänge kennen und auch rechnen können, um mit diesen Kenntnissen und Fähigkeiten auf die unterschiedlichen Denk- und Methodenansätze der Schüler mit Verständnis motivierend und mit hilfreichen Impulsen reagieren zu können.

Für die Lehrerausbildung stellt sich die Frage: Welche inhaltlichen und methodischen Strategien verhelfen den Studierenden während des Studiums, in ihrem späteren Mathematikunterricht den Schülern die schriftlichen Rechenverfahren nicht nur beschreiben, sondern auch erklären zu können?

## **2. Rechnen am Felderabakus**

Seit langem verwenden wir in den Übungen zur Didaktik der Arithmetik an der Universität Erfurt den Felderabakus, um die Defizite im Vorwissen der Studierenden auszugleichen und ihr Verständnis für die Rechenverfahren zu erweitern, einschließlich des Herausstellens der fundamentalen Idee des Positionssystems, auch aus einer Perspektive der geschichtlichen Entwicklung. Das hochschuldidaktische Potential des handlungsorientierten Umganges mit dem Feldabakus liegt u.a. in den folgenden Überlegungen:

a. Es wird eine Distanz geschaffen zum bereits algorithmisierten Wissen. Dieses methodische Vorgehen bietet den Studierenden die Möglichkeit über ihre eigenen Rechenwege zu reflektieren und zum Überdenken von algorithmisierten Gewissheiten.

b. Dieser Umgang ist handlungsorientiert und bereitet deshalb bestens auf die spätere Unterrichtspraxis vor. Dieser Zugang hat außerdem den Vorteil, die bis dahin gewohnte Perspektive des Arbeitens auf der symbolischen Ebene zu verlassen.

c. Die Grundidee des Positionssystems wird handlungsorientiert konkretisiert (Möller 2004).

Beispiele der Vertiefung des Verständnisses beim Rechnen im dekadischen Positionssystem sind beispielsweise das Erklären der Regel „Wenn man mit 10 multipliziert wird eine Null angehängt“ und die Übertragsverfahren bei der schriftlichen Subtraktion. Sie bieten die Möglichkeit, einerseits das eigene Verständnis dieser Verfahren im Hinblick auf Beschreiben und Begründen zu überprüfen, und andererseits das Bildungspotential dieses mathematikdidaktischen Themas zu reflektieren.

### **3. Thüringer Studie zum Algorithmus der schriftlichen Subtraktion**

Zum Verständnis der schriftlichen Subtraktion haben wir an der Universität Erfurt eine Studie begonnen, die den Status quo des Verständnisses der Lehrpersonen beginnt zu charakterisieren. Zu den Zielen der Studie gehören: die Ermittlung des Wissensstandes der Grundschullehrenden, Einblicke in das Vorgehen bei der Behandlung des Algorithmus, Erfassen der Schwierigkeiten und letztlich Handlungsempfehlungen für die Gestaltung des Mathematikunterrichtes.

Forschungsmethodische Zugänge umfassen eine Kombination von Leitfadengestützten Interviews und Dokumentationen von Unterrichtsstunden zum Thema „Schriftliche Subtraktion“.

Zu den Gesprächsschwerpunkten der Interviews gehören u. a. die folgenden Fragen: Welche Verfahren der schriftlichen Subtraktion kennen und verwenden Lehrpersonen? Wie erklären sie Schülerinnen und Schülern das Verfahren und welche Lehrmaterialien kommen zum Einsatz?

Welche Vorkenntnisse der Schülerinnen und Schüler werden aufgegriffen? Inwieweit spielen Voraussetzungen und Fähigkeiten des halbschriftlichen Rechnens eine Rolle? Welche Schülerschwierigkeiten fallen Lehrkräften bei der Behandlung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion auf?

### **4. Erste Ergebnisse der durchgeführten Interviews**

Bei den ersten Eindrücken, die sich aus den Interviews mit Thüringer Grundschullehrern bisher ergeben haben, finden sich insbesondere die Erläuterungen zum Übertrag als die Stelle, die beschrieben jedoch nicht erklärt bzw. begründet wird. Im Unterricht werden die Sprech- und Schreibweise erläutert, wobei selten die spezielle die Übertragstechnik benannt wird (z. B. Ergänzen mit Erweitern, Entbündeln). Da das Verständnis Übertragstechnik fehlt, mangelt es auch am Benennen und Erklären können. Das Zustandekommen der „Merkzahl“ konnte ebenso nicht erklärt werden.

Nur in wenigen Fällen konnten die Lehrerinnen im Gespräch erklären, dass beim Ergänzen mit Erweitern der Subtrahend gelegt wird und so viele Einer / Zehner / Hunderter dazugelegt werden müssen, dass der Minuend entsteht (außerdem, dass Minuend und Subtrahend bei Aufgaben mit Übertrag durch entsprechendes Hinzufügen erweitert werden müssen). Mögliches Anschauungsmaterial (Geld, Dienes-Material) wurde nicht (durchgängig) verwendet.

Ausgehend von einer Sachsituation beschrieben viele das Abziehen mit Entbündeln beim Umgang mit dem Material, eine Handlung, die jedoch nicht zu dem später eingeführten Verfahren des Ergänzens passt.

Schülerschwierigkeiten liegen nach Aussagen der Lehrkräfte darin, dass die Merzkahl vergessen wird, wobei als Gründe fast ausschließlich Oberflächlichkeit, Selbstüberschätzung und Unkonzentriertheit seitens des Schülers genannt werden. Am eigenen inhaltlichen Verständnis des Verfahrens zweifelt kein Lehrer.

Um Verständnisschwierigkeiten abzubauen, wird durch die Lehrkräfte angegeben differenziert vorzugehen. Dabei wird das Verfahren nochmals individuell „erklärt“, d.h. vorwiegend die Sprech- und Schreibweise mehrfach wiederholt. In diesem Prozess achten Lehrpersonen besonders darauf, dass die Merzkahl geschrieben wird. Neues Material wird in keiner Schule bei Verständnisschwierigkeiten eingesetzt.

Zu den eigenen Verfahrenskennnissen befragt, antworten die Lehrer mit verschiedenen Sprechweisen des Ergänzens: „von-bis-Sprechweise“ bzw. „plus-Sprechweise“. Nur wenigen Lehrern sind andere Verfahren bzw. Übertragstechniken bekannt.

Wichtig ist den meisten Lehrern der sichere Umgang mit der Stellentafel, also das stellengerechte untereinander schreiben, das sichere Beherrschen der Grundaufgaben, der Überschlag, die Kontrollrechnung und das Aufschreiben der Merzkahl.

Zu den ersten Erkenntnissen gehört die Beobachtung, dass nur wenigen Lehrpersonen die Konstanz der Differenz so geläufig ist, dass sie sie auch anwenden können.

PS: Gedankt sei an dieser Stelle Frau Dr. Heike Hahn und Frau Nadine Puschner, die maßgeblich an diesem Erfurter Projekt beteiligt sind.

#### **Literatur:**

Hahn, Heike & Möller, Regina Dorothea (2004): Transferfördernde Gestaltung der studentischen Ausbildung für den Mathematikunterricht, Schneider Verlag Hohengehren

Möller, Regina Dorothea (2004): Entwicklungszeiten für Zahlverständnis – in der Schulzeit und im Studium, Schneider Verlag Hohengehren