Susanne PREDIGER, Universität Bremen

Wenn man Schwein gehabt hat, kann man zwei Dreien kriegen

Fallbeispiel zu Überschneidungseffekten bei stochastischen Vorstellungen

Überschneidungseffekte in konstruktivistischer Sicht

Es gehört zum Standardgedankengut einer konstruktivistischen Lerntheorie, dass Lernen sich immer nur als individuelle, aktive Konstruktion mentaler Strukturen vollziehen kann, wobei die individuell entwickelten Vorstellungen und Konzepte ganz erheblich mitgeprägt werden von den Vorerfahrungen und dem Vorwissen, auf das diese neuen Vorstellungen aufbauen können (z.B. Gerstenmaier/Mandl 1995, Aufschnaiter u.a. 1992). Dies führt häufig zu Überschneidungseffekten.

Überschneidungseffekte sind in der Mathematikdidaktik zunächst auf der rein sprachlichen Ebene untersucht worden (z.B. Vollrath 1978). Lernende bringen in den Unterricht zu eingeführten Fachbegriffen „bereits Bedeutungsvorstellungen mit [...], jedoch solche von anderer Art“ (Maier/Schweiger 1999, S. 121). Diese Wortbedeutungen können die mathematischen Begriffsbedeutungen „störend überlagern und deren korrekte Auffassung erschweren“ (Maier/Schweiger 1999, S. 122).

Insbesondere die naturwissenschaftsdidaktische Lehr-Lernforschung hat in vielen empirischen Untersuchungen gezeigt, dass Überschneidungseffekte nicht nur im sprachlichen Bereich, sondern noch gravierender im Bereich der Vorstellungen, Strategien und Denkweisen den Lernprozess beeinflussen. Dabei ist das Verhältnis von eingebrachten Vorstellungen und zu lernenden wissenschaftlichen Vorstellungen oft nicht konfliktfrei. Gleichzeitig ist die Diskrepanz in vielen Fällen weder Lehrkraft noch Lernenden bewusst (Duit/von Rhöneck 1996).

Das hier skizzierte Fallbeispiel kann die Bedeutsamkeit von Überschneidungseffekten auch für mathematische Lernprozesse exemplarisch sichtbar machen. Da es hier nur in kleinen Auszügen vorgestellt werden kann, sei für das ausführliche Transkript, seine Analyse und theoretische Einordnung in eine interkulturelle Perspektive auf Prediger (2004) sowie eine Langfassung dieses Beitrags auf der Homepage der Autorin verwiesen.

Fallbeispiel: Karina, Lisa und das Augensummenspiel

Der Ausschnitt stammt aus einer Lehr-Lernsituation, in der zwei Studierende, hier genannt Emil und Johannes, im Rahmen einer klinischen Untersuchung mit zwei elfjährigen Mädchen, hier Karina und Lisa genannt, gearbeitet haben.

Die Lehr-Lernsituation wurde für die Kinder als Spiel eingeführt, in dem sie auf Zahlen von 1 bis 12 setzen sollten. Gewinnen konnte, wessen Zahl als Augensumme zweier Würfel gewürfelt wurde. Es wurde gesetzt, gespielt, Buch geführt und nachgedacht über die zentrale (so von den Kindern formulierte) Frage: „Welche Zahl ist die schlauste, auf die wir setzen können?“.

197	L:	Dann ist am einfachsten zu würfeln – *(2 sec Pause, guckt auf das Blatt)* Na ja so gesehen – die Vier und die Zwei kann man leicht würfeln...
198	J:	... Nein, also welche Zahl, 6, 7 oder 8? Insgesamt? Die setzt sich ja immer aus zwei Würfeln zusammen. Welche Zahl zusammen ist dann Deiner Meinung nach die schlauste Zahl. Die ganzen Paare, auch die die man umtauscht. Also 7, das ist Sechs-Eins und Eins-Sechs auch.
199	L:	(*starrt auf das Blatt, sucht, 5 sec)*
200	J:	Hast Du was gefunden?
201	L:	(*guckt auf)* Ja, also zwei hab ich, die man ziemlich leicht würfeln kann. Die Vier und die Zwei und die Zwei und die Vier, und wo hab ich? Da. Die Fünf und die Drei und die Drei und die Fünf. Die beiden kann man ziemlich leicht würfeln.
202	E:	Zwei, Drei, Vier und Fünf, die sind leichter?
203	L:	Ja.
204	E:	Als Eins und Sechs?
205	L	Ja, weil ne Sechs, das ist schon schwierig, dass man ne Sechs würfelt.
206	E:	Und, die Zwei ist einfacher?
207	K:	Ja

Hier zeigen sich unterschiedliche Perspektiven: Lisa widmet sich der Frage, welches einzelne Würfelergebnis am einfachsten zu erreichen ist. Sie ist dabei von ihren individuellen „Vorerfahrungen“ geprägt, dass eine Sechs beim Spielen seltener auftaucht als eine Zwei oder Fünf (eine gängige Vorstellung, wie Wolpers/Götz 2002, S. 140 betonen). Eine Augensumme ist in dieser Sicht wenig wahrscheinlich, wenn sie aus „schwierigen“ einzelnen Würfelergebnissen zusammen gesetzt ist. Die Aufmerksamkeit muss in diesem Erreichbarkeitsansatz notwendig auf die einzelnen Würfelergebnisse fokussiert sein.

Im Gegensatz dazu gehen die beiden Lehrenden wie selbstverständlich von einer Gleichwahrscheinlichkeitsannahme für die einzelnen Würfelergebnisse aus und fokussieren ihre Aufmerksamkeit auf die Würfelbilder, also die Zusammensetzung von jeweils zwei (gleich wahrscheinlichen) Würfelergebnissen. Die hinter der unterschiedlichen Aufmerksamkeitsfokussierung liegenden divergierenden Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der einzelnen Würfelergebnisse werden im Gespräch nicht expliziert.

Im weiteren Verlauf setzen Johannes und Emil auf direkte Instruktion, um den angestrebten Ansatz des Möglichkeiten-Zählens zu vermitteln. Unter relativ kleinschrittiger Anleitung kommen die Studenten vordergründig zu ihrem gesetzten Ziel, dass die Mädchen eine Augensumme in all die sie ermöglichenden Würfelbilder („Möglichkeiten“) zerlegen (Z. 208-239). Die Qualität der auf diese Weise vermittelten Einsichten in das neu eingeführte Zählprinzip wird allerdings unmittelbar darauf deutlich:

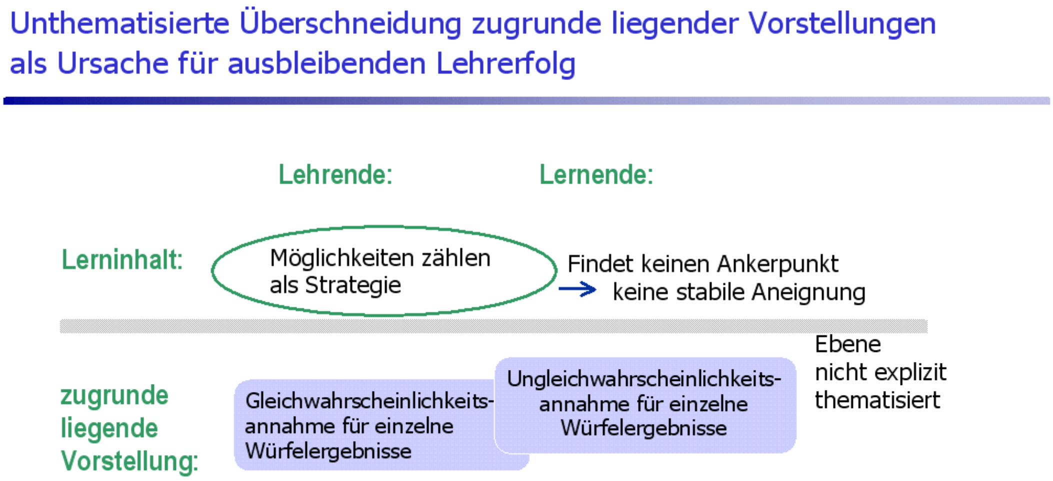
240 J: Dann gucken wir mal bei den anderen? Wie viel sind es da?
241 K,L: *(starren aufs Blatt und zählen leise vor sich hin, 9 sec)*
242 E: Wieso. Warum hast Du nicht beispielsweise Zwei und Fünf hier dazu geschrieben? Du hast doch schon Fünf und Zwei als Möglichkeit.
243 L: Ja weil man, wenn man ähm, dann kann man das ähm in Gedanken umdrehen, dass hier die Zwei und da die Fünf ist.
244 K: *(nimmt den Stift und malt es dazu)* Man kann das natürlich auch, so dass man das umdrehen kann, hinzeichnen dann.
245 E: Ja, und wenn man das alles zusammenaddiert, was bekommt man denn dann als Gesamtmöglichkeiten?
246 L,K: *(gucken und zählen)*
247 E: Ja, entweder Fünf-Zwei, oder Zwei-Fünf...
248 L: sechzehn Möglichkeiten
249 E: sechzehn Möglichkeiten
250 L: *(nickt)* weil das sind weil das hier sind acht Kästchen, und dann - da sind keine gleichen Zahlen bei, und wenn man diese ähm umdreht, dann hat man andere Möglichkeiten, und das sind wieder acht. Und acht und acht sind sechzehn.
251 E: acht und acht sind sechzehn.
252 L: Ja, weil, dann hat man eben sechzehn.

Obwohl die Mädchen zuvor den Instruktionen der Studenten gefolgt waren, schlägt ihre divergierende Aufmerksamkeitsfokussierung auf die einzelnen Würfelergebnisse wieder durch, die sie dazu bewegt, statt der Würfelbilder einzelne Würfelergebnisse zu zählen.

Die lernhinderliche Überschneidungssituation kann auch im restlichen Gespräch nicht erfolgreich aufgelöst werden.

Einordnung des Fallbeispiels

Diese Szene konkretisiert – neben vielen offensichtlichen Schwierigkeiten in der Gesprächsführung von Seiten der Studenten - in aller Deutlichkeit schon in dem kurzen Zeitraum des Gesprächs ein Phänomen, das als langfristiger Effekt in der Literatur zur Didaktik der Stochastik wohl bekannt ist: *Die Überschneidung mit unhinterfragten alltäglichen Vorstellungen kann die Aneignung stochastischer Vorstellungen erschweren, wenn sie nicht aufgegriffen und reflektiert werden.* Ein Teil des geringen Erfolges des Stochastikunterrichts wird auf dieses Phänomen zurückgeführt, zumal gerade im Bereich Stochastik mehr unhinterfragte alltägliche Vorstellungen zu existieren scheinen als in anderen Themengebieten (Wolpers/Götz 2002, S. 137-140).



In dem konkreten Fallbeispiel sollte als Lerninhalt die Strategie des Möglichkeiten-Zählens vermittelt werden (vgl. Abbildung). Sie basiert auf der Gleichwahrscheinlichkeitsannahme für die einzelnen Würfelergebnisse. Diese überschneidet sich jedoch mit der von den Mädchen favorisierten Ungleichwahrscheinlichkeitsannahme, über die allerdings nicht kommuniziert wurde. Auf diesem Nährboden konnten die Mädchen sich die Strategie nicht wirklich zu eigen machen. Die Situation wurde dadurch erschwert, dass keinem der vier Beteiligten während des Gesprächs der lernhinderlich Überschneidungseffekt hinreichend bewusst war, so dass nur auf der oberen Ebene kommuniziert werden konnte.

Über das Fallbeispiel hinaus

Das Beispiel zeigt die Wichtigkeit folgender Forschungsfragen, die in vielen mathematischen Gebieten relevant sind (vgl. z.B. Prediger 2003, 2004): Wie gelingt der Übergang von individuellen vorunterrichtlichen Vorstellungen zu fachlich erwünschten Vorstellungen nachhaltig? Wie geht man mit evtl. existierenden divergierenden Perspektiven um?

Gerade Überschneidungseffekte sind ein wichtiges Phänomen, das nicht nur in der Lerntheorie, sondern auch in der mathematikdidaktischen Forschung und Entwicklung mehr Beachtung verdient.

Es bleibt weiterer Forschungs- und Entwicklungsarbeit vorbehalten, die vorunterrichtliche Vorstellungen von Lernenden konsequent aufzunehmen und Überschneidungssituationen produktiv zu nutzen (vgl. Lengnink 2005).

Literatur

Für Literaturangaben sei auf die längere Fassung dieses Beitrags auf meiner Homepage unter Publikationen verwiesen, ebenso für längere Transkriptausschnitte.

Prediger, Susanne (2004): Mathematiklernen in interkultureller Perspektive. Mathematikphilosophische, deskriptive und präskriptive Betrachtungen, Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik, Bd. 6, Profil Verlag, München/Wien, S. 154 ff.