

Friedhelm KÄPNICK, Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Intuitives Erfassen, Vortasten und Lösen – ein besonderer Problembearbeitungsstil mathematisch begabter Grundschul Kinder

Als Einstieg: Ein kleines Fallbeispiel

*Welche durch 7 teilbare Zahl lässt beim Teilen durch
2, 3, 4, 5 und 6 den Rest 1? Gibt es mehrere solcher Zahlen?*

Als wir die Aufgabe des indischen Mathematikers Bhaskara (um 600 n. Chr.) in einer Förderstunde mathematisch begabten Viertklässlern stellten, meldete sich Simon nach etwa 10 s und gab freudestrahlend 721 als richtige Lösungszahl an. Auf unsere Frage, wie er so schnell die Lösungszahl ermitteln konnte, schaute er uns überrascht an. Eine Erklärung wusste er nicht. Er meinte nur unsicher: „*Ich kann es nicht erklären. Die Zahl war auf einem Mal da!*“

In einem sensibel geführten Gespräch gelang es uns dann, Simons sprunghafte Gedankengänge zu erkennen, die ihm hierbei selbst erst bewusst wurden. Simon erahnte nach dem Lesen der Aufgabe blitzschnell einen Zusammenhang mit der Zahl 21, da 21 ein Vielfaches von 7 ist und beim Teilen durch 2, 4, und 5 den Rest 1 lässt. Somit erfüllt 21 bereits einen Teil der geforderten Zahleigenschaften. Dann probierte Simon im Kopf sprunghaft weiter, indem er zu 21 zuerst 70 und dann 700 addierte.

Simons Lösung verdeutlicht, dass er die wesentlichen Zahlbeziehungen intuitiv erahnte und auf diese Weise in faszinierend kurzer Zeit eine (übrigens nicht die einzige) Lösung erbrachte. Der Junge konnte zudem seine sprunghaften Lösungsschritte nicht erklären.

Hauptgründe für häufige kindliche Intuitionen beim Problemlösen

Nach unseren Fallstudien spielt offenbar bei allen mathematisch begabten Kindern Intuition beim Lösen anspruchsvoller Problemaufgaben eine Rolle. Hauptgründe könnten hierfür sein:

- a) die besondere Sensibilität dieser Kinder für Mathematik (für Zahlen, Rechenbeziehungen, Muster, ...),
- b) eine noch weitestgehend fehlende Routine und die noch recht beschränkten mathematischen Kompetenzen von Grundschulkindern (Intuition spielt üblicherweise immer dann eine Rolle, wenn „bewusste Klarheit“ noch fehlt.),
- c) das mehr oder weniger für Kinder typische spontane, offene und noch nicht „stilisierte“ Denken bzw. Herangehen an Problemaufgaben,
- d) die Einordnung von Intuition als wesentlicher Aspekt mathematisch-produktiven Tätigseins.

Als exemplarische Belege für den zuletzt genannten Aspekt mögen folgende Selbstreflexionen bekannter Mathematiker und Forscher dienen:

Reflexion von C. F. Gauß (1777-1855) über das Finden eines Beweises:

„Endlich vor ein paar Tagen ist's gelungen – aber nicht mit meinem mühsamen Suchen, sondern bloß durch die Gnade Gottes, möchte ich sagen. Wie der Blitz einschlägt, hat sich das Rätsel gelöst; ich selbst wäre nicht imstande, den leitenden Faden zwischen dem, was ich vorher wusste, dem, womit ich die letzten Versuche gemacht hatte – und dem, wodurch es gelang, nachzuweisen.“ (zitiert nach B. L. v. d. Waerden: Einfall und Überlegung. – Birkhäuser, 1973. - S. 3)

A. Einsteins Erkenntnisstil:

„Wenn Einsteins Denken aufbricht, sind Formeln und Wörter weit weg. Am Anfang finden sich bei ihm Bilder und Anschauungen – in der speziellen Relativitätstheorie zum Beispiel der vorrückende Zeiger einer Turmuhr und die damit verknüpfte Wahrnehmung der Zeit ... seine Einbildungskraft sucht dort, wo die Bilder Schönheit erkennen lassen.“ (aus: E. P. Fischer: Einstein – Ein Genie und sein überfordertes Publikum. – Springer-Verlag, 1996. – S. IX)

Erste „Arbeitsdefinition“ zum Begriff „mathematische Intuition“

Ausgehend von verschiedenen Ansätzen zum Intuitionsbegriff verstehe ich unter „mathematischer Intuition“ in erster Annäherung

- einen vielfach auftretenden und wichtigen Aspekt mathematischen Problemlösens,
- der auf dem jeweiligen Vorwissen und auf den allgemeinen kognitiven Kompetenzen (z.B. dem „flüssigen“ Denken) des Problemlösers basiert,
- der zugleich durch ganzheitlich-komplexes, sinnlich-emotionales Erfassen eines mathematischen Sachverhalts gekennzeichnet ist,
- der nicht ausschließlich an Sprache, sondern auch an subjektiv konstruierte komplexe „Bild- und Symbolwelten“ gebunden ist,
- der in allen Problemlösephasen auftreten und den jeweiligen Stil wie auch die Lösungsqualität mitbestimmen kann, und zwar
 - als sinnlich-emotionales ganzheitlich-komplexes Erfassen einer Problemsituation,
 - als plötzliche, mitunter vage Eingebung einer Lösungsidee,
 - als bruchstückhafte oder diffuse Darstellung, Erklärung bzw. Begründung einer Problemlösung.

Unter den mathematisch begabten Grundschulkindern gibt es Kinder, bei denen Intuition vergleichsweise eine größere Rolle spielt. Hierbei lassen sich nach unseren bisherigen Erkenntnissen wiederum zwei Typen unterscheiden.

a) Typ „Mark“:

- sehr temperament- und fantasievoll,
- denkt blitzschnell, sehr spontan und sprunghaft,

- denkt weniger in Sprache, sondern vielmehr im Un- und Unterbewussten in Bildern und Symbolen, wodurch er viel schneller viel mehr Sachverhalte „verarbeiten“ kann,
- hat eine „pure spontane“ Freude am Finden einer (oft originellen) Lösungs-idee, zugleich aber wenig Motivation zum korrekten Beschreiben, Begründen und Darstellen von Lösungswegen (was aufgrund der „chaotischen“ Denkweise auch sehr erschwert und z. T. für ihn nicht reflektierbar, eigentlich gegen seine „Natur des Denkens“ ist,
- äußert oft bei Erklärungen nur: „*Das sieht man doch!*“, „*Ich habe es gleich gesehen.*“, ...
- hat oft chaotische Heftführung,
- Qualität der Lösungen sehr schwankend (von „genial“ bis „nichts“)

b) Typ „Jan“:

- hat in bestimmten speziellen Bereichen Defizite (z.B. bzgl. sprachlicher Kompetenzen oder des räumlichen Vorstellungsvermögens),
- nutzt Intuition und hat solche Vorgehensweisen auf natürliche Weise entwickelt, um seine Defizite auszugleichen,
- hat zugleich bzw. auf diese Weise eine sehr hohe Sensibilität für Zahlen, Zahlbeziehungen u. Ä. entwickelt,
- denkt auch sehr spontan, ist sehr eifrig beim Problemlösen, kann aber im Unterschied zum Typ „Mark“ beim Beschreiben oder Begründen von Lösungswegen vergleichsweise gründlicher und gewissenhafter sein,
- Qualität der Lösungen nicht so extrem schwankend wie beim Typ „Mark“.

Intuitive Lösungsansätze sind sicher nicht leicht zu erkennen und zu verstehen, sie sollten u. E. deshalb aber nicht als geringwertig beurteilt werden. Da Intuitionen vielfach mathematische Problemlöseprozesse von begabten (und sehr wahrscheinlich auch von weniger begabten) Kindern mitbestimmen, dieser Aspekt aber bisher i. A. wenig beachtet wird, erscheint es notwendig, Orientierungshilfen (Musterbeispiele für das Erkennen von Intuitionen, Empfehlungen zum Umgang mit Intuitionen) für Förderprojekte und für den täglichen Mathematikunterricht zu erarbeiten.