

Gert KADUNZ, Klagenfurt

Zum Schreiben von Mathematik

Betrachtungen zum Schreiben über Mathematik finden sich in zahlreichen mathematikdidaktischen Publikationen. Eines der aktuellen Beispiele stellt das Oktoberheft 2005 der *Praxis der Mathematik in der Schule* dar. In ihrem Einleitungsbeitrag beschreiben Sebastian Kuntze und Susanne Prediger (Kuntze/Prediger, 2005) Unterrichtsumgebungen, welche Schreibanlässe zum Schreiben über Mathematik anbieten. Ein solches Schreiben kann, um mit Hermann Maier (Maier, 1999) zu sprechen, als eine textliche Eigenproduktion bezeichnet werden. Mit ihnen, so Maier, werden Schüler angeregt, „sich der Inhalte in besonderer Weise bewusst zu werden, sie zu analysieren und verstehend zu durchdringen“ (Maier, 1999, S. 13). Ähnlich lauten die Einschätzungen zum Verfassen von Texten über Mathematik bei Niederdrenk-Felgner (1999). Auch die mathematikdidaktische Literatur des angelsächsischen Raumes bietet Beispiele für eine solche Sicht auf Schreiben. Ich verweise exemplarisch auf Candia Morgans Arbeit zu diesem Thema.(Morgan, 1998).

In einer Art von Gegenüberstellung oder besser gesprochen als komplementäre Ergänzung zu diesem Schreiben über Mathematik konzentriere ich mich auf das Schreiben von Mathematik, also auf das schriftliche Geschehen von Mathematik in statu nascendi. Der Tätigkeit des „materiellen“ Schreibens im Sinne der Herstellung von mathematischer Schrift gilt mein Augenmerk. Ein Unternehmen, das sich um Schrift bemüht, kann von unterschiedlichen Positionen aus begonnen werden. Eine davon ist die Sicht auf das Geschriebene von der Semiotik her. Damit meine ich die Theorie der Zeichen, welche C.S. Peirce folgt. Peirce' Überlegungen zum Schreibthema sind in dieser Hinsicht in der mathematikdidaktischen Literatur unter dem Titel des „Diagramms“ und des „diagrammatischen Denkens“ ausführlich behandelt worden. Ich verweise beispielhaft auf die entsprechenden Arbeiten von Willi Dörfler und Michael Hoffmann (Dörfler, 2004; Hoffmann, 2005). Eine andere Sicht auf Schrift würden bildtheoretische Ansätze ermöglichen, die unter dem Stichwort „Visualisierung von Mathematik“ zu finden sind (Kadunz, 2003).

Die Position, die ich für meine Einschätzung vom „mathematischem Schreiben“ – im Sinne der Herstellung von sichtbaren Schriftzeichen – hier einnehme, ist eine medientheoretische Sicht, bei der ich mich wesentlich auf Sybille Krämer (Krämer, 2003) beziehe. Ihre Überlegungen gründen einerseits in Gedanken von Linguisten wie beispielsweise Florian Coulmas oder Roy Harris (Coulmas, 1985; Harris, 2001). Beide untersuchten das

Verhältnis von geschriebener und gesprochener Sprache. Andererseits bezieht sich diese medientheoretische Position auch auf epistemologische Ansätze, wie sie Hans-Jörg Rheinberger (Rheinberger, 2005) oder Gaston Bachelard (Bachelard, 1994) formuliert haben.

Was sind nun Krämers Sichtweisen auf Schrift bzw. auf das Verhältnis von Schrift und Sprache und wie lassen sich diese für die Mathematikdidaktik verwenden? Zum ausführlichen Nachvollzug der Verwendung für die Mathematikdidaktik verweise ich auf Kadunz, 2006. Hier mag eine schlaglichtartige Darstellung genügen.

Zum Ersten ist hier festzuhalten, dass für Krämer wie auch für Coulmas oder Harris Schrift mehr ist, als nur materiell und visuell festgehaltene Sprache. Das graphisch-visuelle der Schrift ist nicht nur eine Begleiterscheinung, sondern ist mit der damit einhergehenden Zweidimensionalität konstitutiv für bestimmte Verwendungsweisen von Schrift. Diese Zweidimensionalität ermöglicht buchstäblich die Sichtbarmachung von Aspekten unseres Denkens, die in der gesprochenen Sprache kein Äquivalent besitzen. Blicken wir beispielsweise auf geschriebene Inhaltsverzeichnisse, so ergeben sich für uns aus den tabulatorischen Einrückungen oder den unterschiedlichen Schriftgrößen Orientierungsmarkierungen, welche in der gesprochenen Sprache in dieser Über-sicht-lichkeit nicht ausgedrückt werden können. Die Groß- und Kleinschreibung unterstützt auf ihre Weise die differenzierte Darstellung eines Sachverhaltes. Die gesprochene Sprache muss darauf verzichten. Das Einfügen von Fußnoten in einen Text erlaubt gleichsam das Abschweifen von einer Argumentationslinie, ohne den Leser dazu zu zwingen. Man kann Fußnoten auch nachträglich lesen. Dies ist beim Hören einer gesprochenen Rede nicht möglich.

Neben der Schrift, die einer gesprochenen Sprache zugeordnet ist, finden wir beim Betreiben von Mathematik eine besondere Schrift. Diese Schrift der Mathematik zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass mit ihr Operationen durchgeführt werden können. Daher nennt Krämer sie eine operative Schrift. Eine solche operative Schrift, die man auch mit Mitteln der Peirceschen Semiotik und dem dort definierten diagrammatischen Denken (Hoffmann, 2005) eingehend untersuchen kann, eröffnet durch die Möglichkeit der Durchführung von Operationen (regelgeleitetes Umformen) neue Sichtweisen auf das Geschriebene. Darüber hinaus vermutet Krämer im Anschluss an Hans-Jörg Rheinberger (Rheinberger, 2005, S. 9ff), dass Schrift Dinge unseres Denkens – epistemische Dinge, wie Rheinberger es nennt – sichtbar macht. Ich gehe hier, gerade unter Berücksichtigung des eben erwähnten diagrammatischen Denkens, noch einen Schritt darüber hinaus. Schrift kann, indem sie aufgeschrieben wird,

Dinge des Denkens nicht nur sichtbar machen, sondern diese auch erzeugen. Insofern entstehen Dinge des Denkens, an die wir vorher nicht gedacht haben. Ein Beispiel soll dies erläutern.

Manfred Katzenberger, Lehrer für die Unterrichtsfächer Mathematik und Darstellende Geometrie an einem österreichischen Gymnasium unternahm mit Lernenden aus den Schulstufen 7 bis 9 im Frühjahr 2005 eine Reihe von Unterrichtsversuchen. Er hat mir aus seinen umfangreichen Ergebnissen die im Folgenden verwendeten Daten zur Verfügung gestellt.

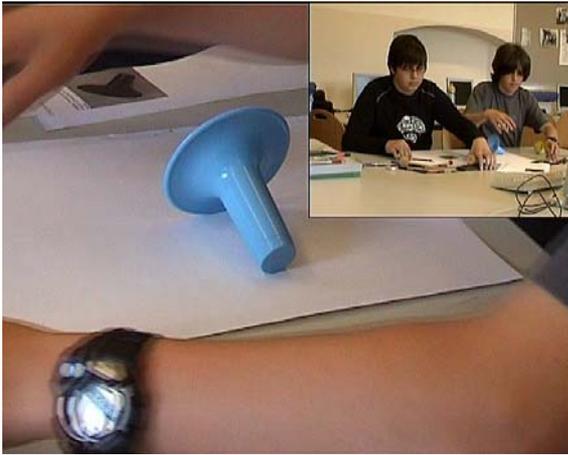


Abbildung 1

Zwei Lernenden der 8. Schulstufe wurde die Aufgabe gestellt, die Bewegung eines vorgegebenen Drehkörpers zu beschreiben. Abbildung 1 zeigt diesen Körper. Die Aktivitäten der Lernenden wurden mit zwei Videokameras aufgezeichnet. Zwei recht unterschiedliche Lösungswege, welche die Lernenden einschlugen, können aus den Videodaten abgelesen werden. In einem ersten Durchgang konzentrierten sich die

Probanden zuerst auf Aktivitäten mit dem Drehkörper selbst. Dabei wurde auf einem Stapel Papier eine Spur der Rollbewegung buchstäblich durch mechanischen Druck erzeugt. Diese Spur wurde als sicht- und fühlbare Schrift in Folge vermessen und daraus eine geometrische Konstruktion gewonnen. Dies lieferte die erste Lösung. Darauf möchte ich hier nicht weiter eingehen.

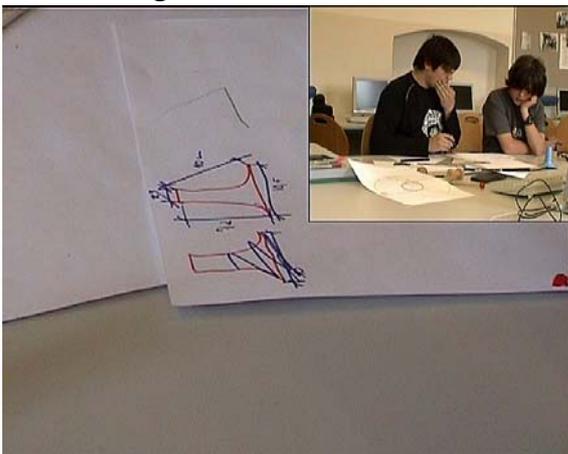


Abbildung 2

Der zweite Lösungsansatz war zu Beginn durch die Verwendung von Messwerkzeugen (Messband, Schiebelehre) geprägt. Die damit gefundenen Daten verwendete einer der Lernenden, ich nenne ihn hier A, um eine bemaßte Aufrisskizze des Drehkörpers zu konstruieren. Abbildung 2 zeigt diese Konstruktion. Im Verlaufe der Diskussionen um diese Zeichnung stellte der zweite Lernende, B

genannt, ihr eine mit dünnen Bleistiftstrichen markierte Bleistiftzeichnung zur Seite. Diese ist in Abbildung 2 zu erkennen. Die gleichzeitige

Sichtbarkeit beider Zeichnungen, der bemaßten Skizze und der Bleistiftzeichnung, veranlassten A letztlich zur Verwendung des Strahlensatzes. Dieser wurde aus der Konstruktion abgelesen und in eine algebraische Darstellung gebracht. Die dann folgenden elementaren Umformungen bildeten den letzten Abschnitt des zweiten Lösungsweges. Stellt man diese Tätigkeiten in aller Kürze der oben vorgestellten Sicht auf Schrift gegenüber, so könnte man – sofern das Datenmaterial ausführlicher vorgestellt ist (vgl. Kadunz, 2006) – vermuten, dass das Aufgeschriebene für die Lernenden eine wesentliche Quelle für neue Ideen zur Lösungsfindung war. Dabei scheint es so zu sein, dass durch das Aufschreiben etwas für den Sehsinn entstand, das den Aktivitäten der Lernenden Orientierung gab. Zugespitzt formuliert ging das Geschriebene in diesen Fällen dem Gedachten und damit dem Gesprochenen voraus.

Literatur:

- Bachelard, G. (1994). *Der neue wissenschaftliche Geist*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Coulmas, F. (1985). Reden ist Silber, Schreiben ist Gold. *Zeitschrift für Literaturwissenschaft und Linguistik*, 59, 94-112.
- Dörfler, W. (2004). Diagrams as Means and Objects in Mathematical Reasoning, in H-G. Weigand (Hrsg.), *Developments in Mathematics Education in German - Speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics 2001*, Hildesheim: Franzbecker.
- Harris, R. (2001). *Rethinking writing*. London, New York: Continuum.
- Hoffmann, M. (2005), *Erkenntnisentwicklung*. Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann
- Krämer, S. (2003). >Schriftbildlichkeit< oder: Über eine (fast) vergessene Dimension der Schrift. In S. Krämer & H. Bredekamp (Hrsg.), *Bild, Schrift, Zahl* (157-176). München: Wilhelm Fink.
- Kadunz, G. (2003). *Visualisierung: Die Verwendung von Bildern beim Lernen von Mathematik*. München: Profil Verlag.
- Kadunz, G. (2006). Schrift, Zahl und Zeichen. In E. Schneider (Hrsg.), *Tagungsband der Didaktiksektion der ÖMG/DMV Tagung 2005 in Klagenfurt* (im Druck). München: Profil.
- Kuntze, S., & Prediger, S. (2005). Ich schreibe, also denk' ich. Über Mathematik schreiben. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 47(5).
- Maier, H. (2000). Schreiben im Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, 99 (April), 10-13.
- Morgan, C. (1998). *Writing Mathematically: The Discourse of Investigation*. London: Falmer Press.
- Niederdrenk-Felgner, Cornelia (2000), Algebra oder Abrakadabra? *mathematik lehren* 99 (4):4-9.
- Rheinberger, H.-J. (2005). *Iterationen*. Berlin: Merve Verlag.