

Barbara SCHMIDT-THIEME (Ludwigsburg)

Unmathematisches Argumentieren im Mathematikunterricht

Die KMK formulierte in ihren Empfehlungen neben den inhaltlichen Kompetenzen eine Reihe von „allgemeinen mathematischen Kompetenzen“, darunter den Kompetenzbereich „Argumentieren und Beweisen“. In der internationalen Mathematikdidaktik existiert eine Vielzahl von Untersuchungen zum Beweisen im Mathematikunterricht, in welchem Zusammenhang vielfach das Stichwort „Argumentieren“ fällt: es scheint sich dabei um eine spezielle Form, ein „mathematisches“ Argumentieren zu handeln. Diese Sicht auf Art und Funktion des Argumentierens unterscheidet sich jedoch grundlegend von denen in anderen wissenschaftlichen Disziplinen, was folgende Äußerung eines Argumentationstheoretikers widerspiegelt: „Dann sieht die Mathematikdidaktik Argumentieren also als eine Art defizitären Beweisens?“ Im Folgenden werden nach einem kurzen Überblick über Aspekte des Argumentierens aus mathematikdidaktischer Sicht Blicklichter darauf aus der Sicht anderer Disziplinen geworfen und abschließend von dieser erweiterten Basis aus zurück auf den Mathematikunterricht geblickt.

1. Argumentieren als Vorform des Beweisens

Argumentieren wird in mathematikdidaktischen Arbeiten meist in engem Zusammenhang mit Begründen und Beweisen gesehen. Da Beweis und Beweisen sicherlich zentral für die Mathematik sind, ist es unbestreitbar, dass Schülerinnen und Schüler an Beweise und die Kunst des Beweisens im Mathematikunterricht herangeführt werden müssen. Hierbei fällt dem Argumentieren klar die didaktische Funktion der Vorstufe für einen abstrakteren, formalen Beweis zu. Diese Sicht des Argumentierens ist also formal-logizistischer Art, da es um die Feststellung einer Wahrheit durch formal-logische Schlüsse geht (s. dazu etwa Hefendehl-Hebecker 2003, 94/5: „Infragestellen, Überprüfen und Begründen vollziehen sich auf dem Wege der Argumentation.“).

Neben der Sicherung des Wahrheitsanspruchs vermitteln Beweise und Argumentationen auch Einsicht in Sachverhalte. Die Frage „*Warum* ist diese Aussage wahr?“ fordert Systematisieren und Vernetzen. Vor/Übungen für schriftlich-formale Beweise unter Einbezug von Handlungen oder der Anschauung unterstreichen diesen lerntheoretischen Aspekt des Argumentierens.

Eine Funktion möchte man mathematischem Argumentieren und Beweisen auch über den Mathematikunterricht hinaus zusprechen in der Annahme, dass die hierbei geübte Rationalität auch auf alltägliches Handeln Einfluss

hat. Untersuchungen aus der Argumentationstheorie (Lueken 2005) und Feststellungen aus der Deutschdidaktik (Quasthoff 2003) können dies nicht unbedingt stützen.

Der Prozess des Argumentierens bildet den Untersuchungsgegenstand in Arbeiten mit Ansätzen aus der Interaktionstheorie. Krummheuer (1991) versteht unter Argumentation generell jede Kommunikation im Unterricht, in der die Beteiligten kooperatives Handeln zu ermöglichen versuchen. Es sind Aushandlungsprozesse mit dem Ziel der Erstellung eines Arbeitskonsens und liefern damit Erklärungsmöglichkeit für das Zustandekommen von Lernen im Schulunterricht. Das Zustandekommen einer Argumentation, soziale Regelmäßigkeiten des Argumentationsprozesses sowie Ziele und Funktionen von Argumentationen im Mathematikunterricht untersucht Schwarzkopf (2000). Unter einer Argumentation wird ein Kommunikationsprozess verstanden, in dem die Beteiligten einen Begründungsbedarf explizit anzeigen und zu befriedigen versuchen. Schwarzkopf stellt u. a. fest: „In der Mathematik sind nur Argumente von Interesse, durch die eine Konklusion zweifelsfrei belegt wird. In einem Unterrichtsfach, das weniger mathematikspezifisch ausgerichtet ist, hätte die Argumentation anders verlaufen können. Dort würde man möglicherweise auf unmathematische Modalitäten reagieren, indem man verschiedene Argumente und deren Ausnahmebedingungen gegeneinander abwägt“ (443).

2. Argumentieren zur Entwicklung von Orientierungen

Grundsätzlich gesehen ist Argumentation als Fähigkeit, als Kunst verankert in die Tradition der *septem artes liberales*. Sie findet sich als Logik/Dialektik im Trivium neben der Grammatik und der Rhetorik und diene in der logizistischen Tradition der Suche nach Wahrheit oder Norm. Damit ergeben sich Abgrenzungsschwierigkeiten zum Erklären oder Beweisen. Erweitert man den Fokus jedoch auf argumentierende Rede in der alltäglichen Praxis, so wird eine Betrachtung nicht nur ihrer logischen, sondern auch ihrer semantischen und pragmatischen Formeigenschaften nötig (Lueken 2000). Aus drei Disziplinen seien daher ausgewählte Überlegungen als Denkanstöße zu einer Neuinterpretation von Formen und Funktionen des Argumentierens im Mathematikunterricht vorgestellt.

2.1 Argumentieren in der Philosophie und Rhetorik

Aufgrund der fundamentalen Relativierung von Gewissheit im 20. Jh. (Relativitätstheorie, Unentscheidbarkeit der Logik) sieht Wohlrapp 2005 das Ringen um einen Konsens in strittigen Fragen als letztes verbliebenes Mittel rationalen Handelns. An die Stelle der Wahrheit tritt somit das Konzept der *argumentativen Gültigkeit*.

Lueken 2000 unterscheidet drei Paradigmen der Argumentation: a) die logische Folgerung; b) die forensische Entscheidung z.B. in der Rechtsspre-

chung, in welcher anstelle logisch-formaler Schlussweisen geregelte Entscheidungsverfahren Argumentationen zugrunde liegen; c) den offenen Dialog, in dem die *Regeln selbst zur Disposition* stehen können. Letzteres entspricht realen Argumentationsprozessen in der Lebenspraxis.

Kopperschmidt 1989 beschreibt Argumentation als *rationale* Form der *Verständigung*, d.h. der Übereinkunft zweier Personen. Für eine Argumentationsanalyse bedarf es der Untersuchungen der Voraussetzungen, Verfahren und Struktur einer Argumentation. Als Voraussetzung betont er die Notwendigkeit einer Existenz einer *res controversia/strittigen Angelegenheit*; dabei geht es in der Regel nicht um eine Aussage an sich, sondern um die für sie gemachten Geltungsansprüche.

2.2 Argumentation in der Linguistik

Die Linguistik beschäftigt sich mit Argumentationen im Rahmen der (pragmatischen) Textlinguistik. Sie unterscheidet grob zwischen drei *Textformen/Vertextungsmustern*: Narration, Deskription (Eigenschaften von Objekten) und Argumentation (Gültigkeit von Propositionen). Ihre Aufgabe ist die Beschreibung der Funktion und Struktur dieser Muster, wobei in neuerer Zeit der Fokus vermehrt vom Produkt auf den eigentlichen Prozess des Argumentierens verschoben wird, d.h. die Bestimmung der *nicht/sprachlichen Mittel von Handelnden* in Auseinandersetzungssituationen (Vogt 2005).

2.3 Argumentation in der Deutschdidaktik

Unterrichtseinheiten zur Argumentation finden sich in allen Schulbüchern, doch handelt es sich um Einführungen in das deduktiv rationale Argumentieren. Erfahrungen zeigen jedoch, dass die dort gelernten Muster selten auf reale Situationen übertragen werden. Das liegt zum einen an dem generellen Problem der Sprachdidaktik, inwieweit arrangierte Situationen tatsächlich eine Verbesserung der alltäglichen Praxis bewirken können (Quasthoff 2003), zum anderen, dass die erweiterte Sicht von Argumentation als interaktive, alltagsweltliche Handlung die Entwicklung eines *Kompetenzrahmens Argumentation* im Deutschunterricht erfordert (Spiegel 2005).

3 Offenes Argumentieren im Mathematikunterricht

Der mathematische Unterrichtsalltag zeigt Möglichkeiten wie Notwendigkeiten, die mathemati(k)didaktisch eingeengte Sicht auf Argumentieren im Sinne der eben beschriebenen Weisen zu erweitern: neben dem mathematischen Argumentieren als Vorform des Beweisens existiert und sollte gefördert werden ein unmathematisches/offenes Argumentieren zur Entwicklung von Orientierungen, d. h. ein Argumentieren als verständigungsorientiertes Handeln.

Unmathematisches/offenes Argumentieren zur Entwicklung von Orientierungen setzt eine strittige Angelegenheit in der Mathematik als Thema voraus. Diese muss nicht unbedingt „außermathematischer“ Art sein wie die Modellierungsargumentation bei Büchter/Leuders 2005 (Modellauswahl, Interpretation von Ergebnissen). Diskutiert werden kann über Rechenstrategien, über gelungene Erklärprozesse oder die Gültigkeit von Beweisen, über Vor- und Nachteile verschiedener Repräsentationen oder Symbolsysteme für unterschiedliche mathematische Handlungen.

Unmathematisches/offenes Argumentieren als verständigungsorientiertes Handeln steht für einen dialogischen Forschungsprozess. Dieser kann z. B. initiiert werden in Gruppenarbeit oder Strategie-, Rechenkonferenzen. Somit hat diese Form des Argumentierens sicherlich einen Nutzen über den Mathematikunterricht hinaus als authentisches Beispiels für im Deutschunterricht erarbeitete Muster. Voraussetzung allerdings ist die Schaffung einer weiteren, offenen Argumentationskultur im Mathematikunterricht.

Literatur

Büchter, Andreas, Timo Leuders: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern, Leistung überprüfen. Cornelsen Scriptor 2005.

Hefendehl-Hebeker, Lisa, Stephan Hußmann: Beweisen – Argumentieren. In: T. Leuders, (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufen I und II, Cornelsen 2003, 93-106.

Kopperschmidt, Josef: Methodik der Argumentationsanalyse. Frommann-Holzboog: Stuttgart 1989.

Krummheuer, Götz: Lernen mit Format. Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie. Diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts. Dt. Studien-Verlag: Weinheim 1991.

Lueken, Geert-Lueke: Paradigmen einer Philosophie des Argumentierens. In: G.-L. Lueken (Hrsg.): Formen der Argumentation. Leipziger Universitätsverlag 2000, 13-51.

Lueken, Geert-Lueke: Fördert formale Logik argumentative Kompetenz? Über Sinn und Unsinn von Logik-Kursen. Vortrag auf Symposium „Argumentieren in Schule und Hochschule“ 2005.

Quasthoff, Uta: Entwicklung mündlicher Fähigkeiten. In: U. Bredel u. a. (Hrsg.): Didaktik der deutschen Sprache. Band 1. Schöningh 2003, 107-120.

Schwarzkopf, Ralph: Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und Fallstudien. Franzbecker 2000.

Spiegel, Carmen: Streit. Eine linguistische Untersuchung verbaler Interaktionen in alltäglichen Zusammenhängen. Narr 1995.

Vogt, Rüdiger: Argumentieren multimodal oder zweidimensional. Linguistische Perspektiven. Vortrag auf Symposium „Argumentieren in Schule und Hochschule“ 2005.

Wohlrapp, Harald: Was ist und zu welchem Ende sollte Argumentationsforschung betrieben werden? Vortrag auf Symposium „Argumentieren in Schule und Hochschule“ 2005.