Werner BLUM, Kassel

Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?

1. Einführung

Ein Beispiel zur Einstimmung: Gegeben ist das Foto eines Paars von Riesenschuhen (2,37 m breit und 5,29 m lang). *Aufgabe*: Wie groß wäre der Riesenmensch, dem diese Schuhe passen würden? Zwei Hauptschüler (9. Klasse) haben die Aufgabe so gelöst:

2,37m · 5,29 m = 12,5373 m

Antwort: Der Mensch wäre 12,53 m groß.

Diese Lösung folgt der bekannten Schülerstrategie: Entnimm dem Aufgabentext die gegebenen Größen und rechne mit ihnen nach einem vertrauten Schema (und denk dabei nicht über den Kontext nach).

„Riesenschuhe" ist ein Beispiel für eine realitätsbezogene Aufgabe mit einer Modellierungsanforderung (Welche Annahmen über den Zusammenhang Fußgröße – Körpergröße kann ich sinnvoll treffen?). Das Beispiel zeigt exemplarisch, dass Modellieren schwer sein kann.

Realitätsbezüge waren stets ein wichtiges Thema der didaktischen Diskussion zum Mathematikunterricht (siehe Blum/Niss 1991 sowie insbesondere Kap. 1 in Blum et al. 2007). „Realität" ist dabei (nach Pollak 1979) der „Rest der Welt" außerhalb der Mathematik. Das Wort „Modellieren" selbst (das inzwischen geradezu ein Modewort geworden ist) kam dabei erst relativ spät auf. „*Mathematisches Modellieren*" soll das *Übersetzen* zwischen Realität und Mathematik bezeichnen (genauer in **3**).

Träger von Modellierungsaktivitäten sind *Aufgaben* (in einem weiten Sinne). Unter einer *Modellierungsaufgabe* verstehe ich eine realitätsbezogene Aufgabe, die substantielle Anforderungen in Bezug auf die Übersetzungsprozesse Realität ↔ Mathematik stellt. Beispiele hierfür sind etwa:

- Lohnt es sich, zum Tanken von Trier nach Luxemburg (20 km entfernt) zu fahren? (Aufgabe „Tanken", siehe Blum/Leiß 2005)
- Wie sollte man die für ein bestimmtes Einkommen zu zahlenden Einkommensteuern festsetzen?
- Wie viel Papier erhält ein Haushalt innerhalb eines Jahres alleine durch Werbung? (Maaß 2007)

Bei solchen Aufgaben ist das primäre Ziel, das jeweilige Realproblem in den Griff zu bekommen. Dagegen dienen die schulklassischen eingekleideten „*Textaufgaben*“ in erster Linie dazu, Anlässe zur Beschäftigung mit Mathematik zu schaffen. Bei solchen Aufgaben ist a priori klar, dass es genau eine Lösung gibt, dass genau die zur Lösung benötigten Daten gegeben sind und dass der grade vorher gelernte Stoff zur Lösung ausreicht. Nach Kirsch (1991) sind solche Aufgaben „so konstruiert, dass die Rechnung funktioniert, auch wenn der Sachverhalt gedanklich nicht voll erfasst ist“.

Im Folgenden beschäftige ich mich mit dem Thema Modellieren unter verschiedenen Blickwinkeln (beschränkt auf 10 Seiten). Viele Beispiele (wie schon das einleitende) stammen dabei aus dem DFG-Projekt DISUM (Genaueres hierzu ist in den Beiträgen von Leiß/Blum, Müller u.a. und Schukajlow/Messner in diesem Band zu finden). In DISUM wird das Lehrer- und Schülerhandeln in Lernumgebungen mit Modellierungsaufgaben untersucht, mit einem Schwerpunkt auf den Klassen 8-10. Entsprechend konzentriert sich auch die vorliegende Arbeit auf diese Klassenstufen.

2. Wunsch und Wirklichkeit

Realitätsbezüge, Anwendungen und Modellieren sind fast immer als wichtig für den Mathematikunterricht angesehen worden. Die wesentlichen *Gründe* hierfür sind (vgl. Blum/Niss 1991, Kaiser 2006 und Winter 1995):

- Mathematik als Hilfe zum Weltverstehen
- Realitätsbezüge als ein Vehikel zur Entwicklung von Kompetenzen und von adäquaten Einstellungen und Haltungen
- Realitätsbezüge als Beitrag zu einem angemessenen Mathematikbild
- Realitätsbezüge als Hilfe beim Mathematiklernen (Motivation, Begriffsbildung, Verstehen, Behalten, Begründen)

Allgemeiner: Realitätsbezüge als ein Beitrag (natürlich nicht der einzige!), dem Unterricht mehr *Sinn* zu geben. Mit Recht ist Modellieren auch eine der zentralen Kompetenzen in den Bildungsstandards Mathematik.

Je nach den verfolgten Zielen sind unterschiedliche *Typen* von Aufgaben optimal. Dabei haben, wenn es um Kompetenzentwicklung und Lernunterstützung geht, auch eingekleidete Aufgaben ihren Platz. Wichtig ist nur, dass ihr Charakter offengelegt wird und nicht Fiktionen für die Wirklichkeit ausgegeben werden. Und wichtig ist natürlich eine ausgewogene Mischung verschiedener Typen, von authentischen Modellierungsaufgaben bis zu künstlichen Einkleidungen.

So weit die normativen Wunschvorstellungen. Hierzu gibt es einen breiten Konsens in der nationalen und internationalen didaktischen Diskussion, und es gibt ermutigende Trends in den letzten 25 Jahren (vgl. Blum 1996). Wie sieht die *Unterrichtsrealität* aus? Die PISA-Ergebnisse zeigen: *Schüler* haben weltweit große Probleme mit Modellierungsaufgaben, Modellieren ist offensichtlich *schwer*! Das liegt auch (natürlich nicht nur) am Mathematikunterricht. Alle Untersuchungen zeigen, dass im Alltagsunterricht in Deutschland (und auch anderswo) Modellieren eher wenig vorkommt. Wenn Realitätsbezüge behandelt werden, dann sind es vorwiegend Textaufgaben zum jeweiligen Stoffgebiet, die für die nächste Klassenarbeit eingeübt werden.

Wie gering der Anteil des Modellierens ist, zeigen unsere Erhebungen im Rahmen des COACTIV-Projekts (siehe Brunner u.a. 2006). U. a. haben wir sämtliche Klassenarbeiten der deutschen PISA-Klassen 2003 und 2004 erhoben und nach vielen Facetten (siehe Jordan u.a. 2005) klassifiziert. Die durchschnittliche Modellierungsintensität betrug hier auf einer von 0 bis 3 reichenden Skala 0.21 bzw. 0.33. Zum Vergleich: Die Modellierungsintensität der PISA-Aufgaben 2003 liegt auf dieser Skala immerhin bei 1.52.

In diesem Lichte sind die enttäuschenden Modellierungsfähigkeiten der Schüler eigentlich wenig überraschend. Weshalb ist die Situation im Unterricht so? Das liegt wesentlich daran, dass Modellieren auch für *Lehrer* schwer ist, der Unterricht wird hierdurch komplexer und weniger vorhersagbar, und es ist außermathematisches Sachwissen nötig (Freudenthal 1973, Pollak 1979, Blum 1996, Burkhardt 2004). Oft wird als Grund für die mangelnde Berücksichtigung von Realitätsbezügen auch fehlendes Beispielmaterial für den Unterricht genannt. Das mag vor 25 Jahren noch richtig gewesen sein, aber inzwischen gibt es eine große Fülle erprobter und bewährter Materialien. Von den deutschsprachiger Quellen seien hier nur erwähnt die MUED-Materialien, die ISTRON-Schriftenreihe bei Franzbecker oder Bücher wie Herget/Jahnke/Kroll 2001, Blum u.a. 2006 oder Maaß 2007. Überhaupt hat sich die Situation in den letzten 10 Jahren schon verbessert, insbesondere dank Projekten wie SINUS. Dennoch gibt es bei uns und anderswo noch immer eine große *Lücke* zwischen der didaktischen Diskussion und der Wirklichkeit des Unterrichts.

3. Ein kognitiver Blick auf das Modellieren

Weshalb ist Modellieren so schwer? Das liegt wesentlich auch an den kognitiven Ansprüchen von Modellierungsaufgaben per se. Um dies besser zu verstehen, ist ein *Modell* des Modellierungsprozesses nützlich. In der Literatur gibt es Dutzende solcher Modelle. Wir haben im DISUM-Projekt ein siebenschrittiges Modell entwickelt, das vor allem diagnostisch hilfreich ist. Idealtypisch steht dabei am Anfang (Schritt 1) das Konstruieren eines mentalen Modells der gegebenen Problemsituation. Dies wird dann (Schritt 2) durch Vereinfachungs-, Idealisierungs- und Strukturierungsaktivitäten in ein Realmodell überführt, das einer mathematischen Behandlung zugänglich ist. Mathematisierung (Schritt 3) führt zu einem mathematischen Modell, das (Schritt 4) mit mathematischen Methoden bearbeitet wird. Die entstehenden mathematischen Ergebnisse werden (Schritt 5) in die Realität zurückübersetzt und dann (Schritt 6) validiert. Eventuell wird dieser Zyklus mehrfach durchlaufen. Am Ende (Schritt 7) steht die Darlegung einer Antwort auf das Ausgangsproblem.

Der Vorzug dieses Modells ist die idealtypische Isolierung der wesentlichen Schritte beim Modellieren. Jeder dieser Schritte ist eine potentielle kognitive Hürde beim Lösen von Modellierungsaufgaben (siehe **4**). Reale Bearbeitungsprozesse laufen natürlich i. a. nicht so linear ab, vielmehr gibt es spezifische „Modellierungsverläufe“ (Borromeo Ferri 2007; vgl. auch Leiß 2007), die sich dann günstig in diesem Modell verorten lassen.

Unter *mathematischem Modellieren* möchte ich die vier Schritte 2, 3, 5 und 6 verstehen. Vom kognitiven Standpunkt ist es sinnvoll, entsprechend diesen Schritten verschiedene *Teilkompetenzen* des Modellierens zu definieren. Mit *Modellierungskompetenz* möchte ich die Fähigkeit bezeichnen, diese Prozessschritte problemadäquat ausführen zu können sowie gegebene Modelle analysieren und vergleichen zu können (Blum et al. 2007, Kap. 1).

Beim Lösen von eingekleideten Textaufgaben sind nur vier Schritte nötig: 1) Durchlesen, 2) Entkleiden, 3) Rechnen, 4) Rechnung kontrollieren und Antwortsatz schreiben. Die notwendigen Modellierungsaktivitäten sind hierbei also sehr bescheiden. Auf diesem Hintergrund wird noch klarer, was Modellieren so schwer macht: Man muss, bevor es zum eigentlichen Mathematisieren kommt, die Schritte des Konstruierens eines Situationsmodells und hieraus eines mathematisierbaren Realmodells selbst vollziehen. Griesel (2005) spricht von der nötigen „idealisierenden Abstraktion“, die Lernenden naturgemäß schwerfällt und die „eine völlig neue Qualität des Mathematikunterrichts“ erfordert.

Die Kompetenz des mathematischen Modellierens ist, wie gesehen, untrennbar mit anderen Kompetenzen verwoben, nämlich mit Text-Lesen und Ergebnis-Darlegen („Kommunizieren“), Entwerfen und Anwenden von Bearbeitungsstrategien („Problemlösen“) sowie vielfältigem innermathematischen Arbeiten. Alleine deshalb ist Modellieren kognitiv anspruchsvoll. Hinzu kommt, dass in allen Modellierungsschritten inhaltliche Vorstellungen von den involvierten mathematischen Inhalten benötigt werden, z. B. zu proportionalen Funktionen bei der einführenden Aufgabe „Riesenschuhe“. Realsituationen sind auch deshalb schwer zu durchschauen, weil oft spezifisches Weltwissen notwendig ist. *Fazit* (nicht überraschend): Modellieren ist eine äußerst vielschichtige und kognitiv anspruchsvolle Tätigkeit. Dies in den Unterricht zu integrieren und bei Schülern entsprechende Kompetenzen aufzubauen, ist für Lehrer bestimmt sehr anspruchsvoll. Ist das vielleicht doch *zu* schwer für Schüler und Lehrer?

4. Einige empirische Erkenntnisse

Dass die Schwierigkeit von Modellierungsaufgaben tatsächlich nicht an Äußerlichkeiten liegt, sondern wesentlich an der kognitiven Komplexität der nötigen Übersetzungsprozesse, zeigen mehrere *regressionsanalytisch* angelegte Studien, so von Blum u.a. und von Cohors-Fresenborg u.a. zu den PISA-2000-Aufgaben (in Neubrand 2004) und jüngst von der internationalen PISA Mathematics Expert Group (noch unveröffentlicht) zu den PISA-2003-Aufgaben; die aufgeklärte Varianz liegt hier bei über 60 %.

Mehrere *qualitative* Studien zeigen: Alle potentiellen kognitiven Hürden bei Modellierungsaufgaben (siehe **3**) lassen sich auch beobachten, spezifisch je nach Aufgabe und Individuum. Es gibt also empirische Hinweise darauf, dass man tatsächlich unterschiedliche Teilkompetenzen des Modellierens unterscheiden kann (siehe schon Treilibs 1979). Z.B. liegen die im einführenden Beispiel erkennbaren Schülerschwierigkeiten schon im ersten Bearbeitungsschritt. Statt ein adäquates Situationsmodell zu konstruieren, weichen die Schüler in eine Ersatzstrategie aus. Dies ist eine häufig zu beobachtende und im Alltagsunterricht durchaus erfolgreiche Strategie (Verschaffel/Greer/deCorte 2005). Ebenso lassen sich Schwierigkeiten bei allen anderen Schritten identifizieren. Eigenständige Validierungsaktivitäten von Schülern sind dabei kaum zu beobachten, vielmehr scheint für die Korrektheit von Lösungen ausschließlich die Lehrkraft zuständig zu sein.

Auffallend ist, dass bei Schülern kaum Lösungsstrategien erkennbar sind. Auch das Bewusstsein für sinnvolle Ergebnis-Genauigkeiten ist nur schwach ausgeprägt. Das gilt mitunter sogar für Lehrer. Weitere Beobachtungen zum *Lehrerverhalten*: Spontane Lehrerhilfen bei Schülerschwierigkeiten sind meist nicht adaptiv und minimal, i. a. geben Lehrer inhaltliche statt „bloß“ strategische Hilfen. Oft sind die Pole „Schüler arbeiten alleine“ und „Schüler arbeiten unselbständig“ anzutreffen, d.h. es fehlt eine adäquate Balance zwischen Lehreranleitung und Schülerselbständigkeit. Besonders wichtig und keinesfalls selbstverständlich ist die Feststellung, dass es einen fundamentalen Unterschied macht, ob Schüler alleine oder selbständig mit Lehrerunterstützung arbeiten, kurz: dass Lehrer unentbehrlich sind (Pauli/Reusser 2000). Überhaupt zeigen ja neueste Ergebnisse aus dem COACTIV-Projekt, wie entscheidend wichtig für die Lernfortschritte der

Schüler die professionelle Kompetenz der Lehrkraft ist, insbesondere ihr fachdidaktisches Wissen.

Im Folgenden einige weitere empirische Erkenntnisse zum Modellieren aus verschiedenen Studien (wobei die Forschungslage insgesamt noch nicht befriedigend ist, siehe Niss 2001 und Blum et al. 2007). Ich beschränke mich hier auf die Wiedergabe von Resultaten, weitgehend ohne Belege:

- Gemäß „Situated Cognition" lernt man Modellieren nicht durch einen mystischen Transfer aus irgendwelchen andersartigen Aktivitäten, vielmehr *muss* Modellieren explizit gelernt werden, durch zielgerichtete Aktivitäten in geeigneten Lernumgebungen.
- Modellieren *kann* gelernt werden (u. a.: Kaiser-Meßmer 1986, Maaß 2004), es braucht Zeit und es kommt auf den Unterricht an. Dabei sind die bekannten und empirisch gut gesicherten *Qualitätskriterien* auch für einen Mathematikunterricht wichtig, der auf Modellierungskompetenzen abzielt, nämlich:
  - eine fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung,
  - die kognitive Aktivierung der Lernenden,
  - eine effektive und schülerorientierte Unterrichtsführung.

  Speziell ist *strategisches* Verhalten auch beim Modellieren hilfreich (vgl. Kap. 3.3 in Blum et al. 2007). Solche metakognitiven Aktivitäten sind für alle Schüler sinnvoll und profitabel, nicht nur für die guten.
- Schüler- und Lehrer-*Beliefs* sind ein bedeutsamer Einflussfaktor auch beim Modellieren. Sie sind kurzfristig stabil, aber mittelfristig veränderbar (u. a. Maaß 2004).
- Schüler- und Lehrer-*Denkstile* sind ein bedeutsamer Einflussfaktor auch beim Modellieren (Borromeo Ferri 2007).

5. Folgerungen

Die Titelfrage „Ist Modellieren zu schwer?" lässt sich sowohl aus theoretisch-kognitiver als auch aus empirischer Sicht kurz so beantworten: Modellieren ist schwer, aber nicht zu schwer, vielmehr gibt es dichte Hinweise auf Gelingensbedingungen, deren Berücksichtigung – bei Konstanthalten anderer Bedingungen – bessere Lernerfolge mit sich bringt. Insofern liegen entsprechende Folgerungen für das Lehren und Lernen nahe.

Die erste Folgerung ist selbstverständlich, aber höchst konsequenzenreich:

Folgerung 1: Die bekannten *Qualitäts*kriterien für guten Mathematikunterricht (siehe **4**) müssen speziell auch in einem modellierungsorientierten Unterricht berücksichtigt werden. Der Ansatz der „Neuen Aufgabenkultur“ (wie beim SINUS-Projekt) ist dabei ein Schlüssel zum Erfolg.

Speziell scheint entscheidend zu sein:

Folgerung 2: Auch im modellierungsorientierten Mathematikunterricht muss stets die *Balance* zwischen größtmöglicher Schülerselbständigkeit und geringstmöglicher Lehreranleitung gewahrt werden (im Sinne des bekannten Montessori-Prinzips „Hilf mir, es selbst zu tun“).

Auch dies klingt fast selbstverständlich, ist aber in der Unterrichtspraxis höchst selten zu finden. Entsprechende Schulungen kommen in der bisherigen Lehrerbildung kaum vor. Über ein gelungenes Beispiel (konstruktives Umgehen mit einem Schülerfehler im Zusammenhang mit der Modellierungsaufgabe „Leuchtturm“) habe ich in Blum (2007) im Detail berichtet.

Zum strategischen Verhalten: Zum Glück gibt es für das Modellieren ein spezifisches strategisches Werkzeug, nämlich den Modellierungskreislauf. Nun ist das in **3** vorgestellte siebenschrittige Modell für Forschungszwecke höchst adäquat, für Schüler und mitunter auch für Lehrer aber zu subtil. Wir haben in DISUM eine vierschrittige Variante für Schüler entwickelt, den sogenannten „Lösungsplan“ (für Details siehe Blum 2006): „1) Aufgabe verstehen, 2) Modell erstellen, 3) Mathematik benutzen, 4) Ergebnis erklären“. Wir konnten mehrfach dessen erfolgreichen Einsatz bei Schülerschwierigkeiten beobachten, teilweise vom Lehrer induziert, teilweise von den Schülern selbständig herangezogen. Insofern liegt nahe:

Folgerung 3: Hilfreich für Schüler und Lehrer ist ein Werkzeug analog zum „Lösungsplan“ (für Schüler als Hilfe bei allfälligen Schwierigkeiten im Lösungsprozess, für Lehrer als Basis für Diagnosen und Interventionen). Nötig ist eine systematische Einübung in dessen Gebrauch.

Schließlich ist eine entscheidende globale Folgerung diese:

Folgerung 4: Modellierungskompetenz muss *langfristig* und *gestuft* aufgebaut werden, u. a. durch

- eine allmähliche Steigerung der Komplexität von Aufgaben,
- ein breites Spektrum von Aufgabentypen und eine systematische Variation der Kontexte,
- den parallelen Aufbau heuristischer Fähigkeiten,
- häufige Übungs- und Festigungsphasen.

Hiermit sollte möglichst schon in der Grundschule begonnen werden. Dies sollte nicht losgelöst vom lehrplangemäßen Aufbau der Stoffinhalte geschehen, sondern in diesen integriert.

6. Ermutigende Ergebnisse

Zahlreiche empirische Untersuchungen ebenso wie inzidentielle Unterrichtsbeobachtungen legen den Schluss nahe, dass es ein enormes Potential für Verbesserungen des Mathematikunterrichts gibt, in Deutschland wie auch anderswo. Dies gilt speziell auch für den Aufbau von Modellierungskompetenz. Wir haben im Rahmen von DISUM eine zehnstündige Unterrichtseinheit zum Modellieren konstruiert, um kontrolliert zu untersuchen, unter welchen Bedingungen was für Lernzuwächse möglich sind. Die Unterrichtseinheit war curricular in das Thema Satzgruppe des Pythagoras eingebunden. Sie wurde in mehreren Haupt- und Realschulklassen durchgeführt. Insbesondere haben wir im Herbst 2006 in vier Realschulklassen untersucht, wie sich zwei Unterrichtsformen, „operativ-strategischer" und „direktiver" Unterricht, auswirken. Das Design war klassisch angelegt:
Auswahltest (PISA) zur Homogenisierung/ Vortest (Pythagoras und Modellieren)/ Treatment mit Begleitbefragungen/ Nachtest/ Follow-Up-Test.
Die bei der Homogenisierung ausgesonderten Schüler bildeten eine eigene Untersuchungsgruppe; sie bekamen keinerlei Lehrerunterstützung, sondern mussten alleine arbeiten. Alle Schüler, ob im Unterricht oder in den alleinarbeitenden Gruppen, bekamen dieselben Aufgaben in derselben Abfolge.

Was „operativ-strategischer" bzw. „direktiver" Unterricht bedeutet, ist in den Beiträgen von Leiß/Blum und von Müller u.a. in diesem Band nachzulesen. Kurz gesagt soll im operativ-strategischen Design jene Balance zwischen Lehreranleitung und Schülerselbständigkeit (wie sie oben in Folgerung 2 formuliert ist) realisiert werden, wobei die Lehrerinterventionen auf Basis der „Lösungspläne" (siehe Folgerung 3) erfolgen sollen. Das „direktive" Design soll den deutschen Alltagsunterricht modellieren. Beide Designvarianten wurden als Optimalunterricht konzipiert und von erfahrenen und gezielt geschulten SINUS-Lehrkräften realisiert.

Hier sind einige wesentliche *Ergebnisse* unserer Untersuchung:

- Die Realisierung eines designadäquaten „operativ-strategischen" Unterrichts ist höchst anspruchsvoll. Lehrer tendieren trotz Schulung öfter zu inhaltlichen, mitunter fehlerpräventiven, jedenfalls selbständigkeitseinschränkenden Interventionen. Es gelingt auch bei Kleingruppenarbeit nicht immer, die geistige Aktivität aller Schüler aufrechtzuerhalten.
- Die mittleren Lernzuwächse zwischen Vortest und Nachtest sind bei beiden Designvarianten signifikant. Normativ gesehen bleiben die Modellierungsleistungen aber auch nach dem Treatment eher enttäuschend.
- Die Lernzuwächse der „operativ-strategisch" unterrichteten Schüler sind im Mittel höher und vor allem (Follow-Up-Test) deutlich nachhaltiger

als die der „direktiv“ unterrichteten Schüler, und deren Zuwächse sind wiederum deutlich höher als die der alleine arbeitenden Schüler.

- Beim „operativ-strategischen“ Design profitieren leistungsstärkere Schüler mehr als beim „direktiven“ Design. Bei Alleinarbeit erreichen i. W. nur leistungsstärkere Schüler Lernzuwächse.

Wegen der geringen Fallzahlen sind dies i. W. nur Tendenzaussagen. Wir planen für Herbst 2007 eine größere Studie, um belastbarere Resultate zu bekommen. Und natürlich kann eine zehnstündige Unterrichtsreihe nur begrenzte Wirkung haben. Doch bereits die jetzigen Resultate sind durchaus ermutigend: Modellieren scheint lehr- und lernbar zu sein!

Mit diesen Ergebnissen im Hintergrund ist es eigentlich nicht weiter gerechtfertigt, tagtäglich allüberall gegen lernwirksame Lehr-/Lernprinzipien zu verstoßen. Vielmehr sind alle Anstrengungen darauf zu richten, diese Prinzipien im *Alltagsunterricht* zu implementieren. Notwendig hierfür ist eine Implementation der vorliegenden Erkenntnisse in die *Lehreraus- und -fortbildung*. Beide Forderungen werden sicher nicht zum ersten Mal erhoben. Mein Optimismus, dass beides realisierbar ist, gründet vor allem auf den neuen Möglichkeiten, die sich durch die Bildungsstandards eröffnen.

Natürlich gibt es weiterhin eine Fülle *offener Fragen,* die einer systematischen wissenschaftlichen Untersuchung bedürfen, u. a.:

- Was ist bei einem *langfristig* angelegten Aufbau von Modellierungskompetenz tatsächlich erreichbar? Speziell dabei: Wie kann man den Aufbau von *Teilkompetenzen* optimieren?
- Wie kann das Zusammenspiel *verschiedener* Kompetenzen systematisch gefördert werden?

Die letzte Frage liegt im Zentrum aller Anstrengungen, geht es doch nicht nur um die Förderung von Modellierungskompetenz, sondern um eine umfassende mathematische Bildung unserer Kinder und Jugendlichen.

Literatur

Blum, W. (1996): Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: Trends und Perspektiven (Hrsg.: Kadunz, G. u.a.), Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Bd. 23. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 15-38

Blum, W. (2006): Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In: Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis (Hrsg.: Büchter, A. u.a.). Franzbecker, Hildesheim, 8-23

Blum, W./ Drüke-Noe, C./ Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg., 2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Cornelsen-Scriptor, Berlin

Blum, W./ Galbraith, P./ Henn, H.-W./ Niss, M. (Eds, 2007): Modelling and Applications in Mathematics Education. Springer, New York

Blum, W./ Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der “Tanken”-Aufgabe. In: mathematik lehren, H. 128, 18-21

Blum, W./ Niss, M. (1991): Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. In: Educational Studies in Mathematics 22(1), 37-68

Borromeo Ferri, R. (2007): Modelling Problems from a Cognitive Perspective. In: Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics (Eds: Haines, C. et al.). Horwood, Chichester, 260-270

Brunner, M. u.a. (2006): Die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften: Konzeptualisierung, Erfassung und Bedeutung für den Unterricht. Eine Zwischenbilanz des COACTIV-Projekts. In: Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule (Hrsg.: Prenzel, M./ Allolio-Näcke, L.). Waxmann, Münster, 54-82

Burkhardt, H. (2004): Establishing Modelling in the Curriculum: Barriers and Levers. In: ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education – Pre-Conference Volume (Eds*:* Henn, H.-W./ Blum, W.). Universität Dortmund

Freudenthal, H. (1973): Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band 1. Stuttgart, Klett

Griesel, H. (2005): Modelle und Modellieren. In: Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation (Hrsg.: Henn, H.-W./ Kaiser, G.). Franzbecker, Hildesheim, 61-70

Herget, W./ Jahnke, T./ Kroll, W. (2001): Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Cornelsen, Berlin

Jordan, A. u.a. (2005): Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben. Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. Materialien aus der Bildungsforschung Nr. 81, Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin

Kaiser-Meßmer, G. (1986): Anwendungen im Mathematikunterricht, Band 2. Franzbecker, Salzdetfurth

Kaiser, G. (2006): A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 38(3), 302-310

Kirsch, A. (1991): Formalismen oder Inhalte? Schwierigkeiten mit linearen Gleichungssystemen im 9. Schuljahr. In: Didaktik der Mathematik 19(4), 294-308

Leiß, D. (2007): Lehrerinterventionen im selbständigkeitsorientierten Prozess der Lösung einer mathematischen Modellierungsaufgabe

Maaß, K. (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht. Franzbecker, Hildesheim

Maaß, K. (2007): Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I. Cornelsen-Scriptor, Berlin

Neubrand, M. (Hrsg., 2004): Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland – Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000. Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden

Niss, M. (1991):). Issues and Problems of Research on the Teaching and Learning of Applications and Modelling. In: Modelling and Mathematics Education: ICTMA-9 (Eds: Matos, J. F. et al.). Horwood, Chichester, 72-88

Pauli, C./ Reusser, K. (2000): Zur Rolle der Lehrperson beim kooperativen Lernen. In: Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften 3, 421-441

Pollak, H. (1979): The Interaction between Mathematics and Other School Subjects. In: New Trends in Mathematics Teaching IV (Ed.: UNESCO). UNESCO, Paris, 232-248

Treilibs, V. (1979): Formulation Processes in Mathematical Modelling. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham

Verschaffel, L./ Greer, B./ deCorte, E. (2000): Making Sense of Word Problems. Lisse: Swets&Zeitlinger

Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 37–46