

Andreas PALLACK, Soest

## Mit CAS zum Abitur

Immer mehr Schulen machen sich auf den Weg und setzen in ihren Mathematikkursen – vor allem in der Oberstufe – Computer-Algebra-Systeme (kurz CAS) ein. Im Rahmen des Modellversuchs SINUS-Transfer NRW (siehe z. B. [www.sinus.nrw.de](http://www.sinus.nrw.de)) erhielten einige Schulen Gelegenheit, solche Systeme – begleitet durch kontinuierliche Fortbildung – an ihrer Schule einzuführen. Die meisten dieser Schulen führten ihre Mathematikurse mit CAS bis zum Abitur.

In diesem Beitrag wird über einige Erfahrungen aus diesem Prozess berichtet. Dabei wird der Schwerpunkt auf den Prozess der Einführung der Technologie an den Schulen und die Unterrichtsentwicklung vor Ort – hier mit dem Fokus Weiterentwicklung der Aufgabenkultur durch die Einführung von CAS – gelegt.

Natürlich ist eine ausführliche Darstellung im Rahmen eines Tagungsbandes kaum möglich. Deswegen möchte ich bereits an dieser Stelle auf die Publikation *Impulse für den Mathematikunterricht in der Oberstufe* (MSW (2007)) verweisen.

### **Begriffsklärung oder: Wann ist ein CAS ein CAS?**

Stellen Sie sich vor: Ein System bekommt die Aufgabe  $\sqrt{2}$  und  $\sqrt{3}$  miteinander zu multiplizieren und gibt  $\sqrt{6}$  als Ergebnis aus; handelt es sich dann bei diesem System um ein CAS? Schließlich scheint dieses System ja intern mit Wurzeln exakt zu rechnen, was bedeutet, dass im System ein Regelwerk zum Umgang mit symbolischen Ausdrücken hinterlegt sein muss. Solche Berechnungen können mittlerweile von Systemen durchgeführt werden, die eindeutig nicht zu den CAS-Systemen gezählt werden. Ein Beispiel ist der Taschenrechner CASIO fx-991ES (vgl. [www.casio.de](http://www.casio.de)).

Um Missverständnissen vorzubeugen, möchte ich deswegen sehr klar offenlegen, was im Kontext dieses Beitrags unter dem Begriff CAS verstanden wird:

Die Schulen, über deren Entscheidungen und Arbeit ich in diesem Beitrag berichten möchte, haben in den meisten Fällen das Classpad 300 von CASIO oder den TI-89 Titanium von Texas Instruments, also CAS-Systeme im Handheldformat, eingesetzt. Wenn im Folgenden von CAS gesprochen wird, sind damit stets diese oder vergleichbare Geräte gemeint.

## **Gründe für oder gegen die Einführung von CAS**

In Nordrhein-Westfalen ist die Nutzung von CAS derzeit nicht verpflichtend. Jedoch haben Schulen die Möglichkeit, jegliche neuen Technologien (bis hin zum Laptop mit Mathematiksoftware) einzuführen. Ebenso können sich aber Fachgruppen auch für einfachste Taschenrechner entscheiden.

In Fachgruppen an Schulen finden sich meist sowohl Befürworter wie auch Gegner neuer Technologien. In Diskussionen um die Einführung neuer Technologien tauchen immer wieder, so auch in den Schulen des Modellversuchs, vergleichbare Argumente für bzw. gegen die Einführung von CAS auf:

Beispiele für Argumente PRO CAS:

- Moderner Unterricht braucht zeitgemäße Technologien.
- Schwache Schülerinnen und Schüler werden besonders gefördert, da das System ihre Defizite ausgleicht.
- Offene und realitätsbezogene Aufgaben können behandelt werden.
- Aktives Lernen wird gefördert.
- Schülerinnen und Schüler bekommen eine bessere Ausbildung.
- Umständliches Ablesen (wie z. B. das Ablesen aus Wahrscheinlichkeitstabellen) ist nicht mehr notwendig.
- Lernende werden vom Kalkül entlastet und können sich auf die eigentliche Mathematik konzentrieren.
- Es gibt mehr Spaß beim Lernen

Beispiele für Argumente CONTRA CAS:

- Rechenfertigkeiten gehen verloren.
- Mathematik sollte ganz ohne Rechner auskommen, Rechnerbeweise werden ja auch nicht zugelassen.
- Mit der Einführung sind zu hohe Kosten verbunden.
- Die Technik entwickelt sich zu schnell. Was heute angeschafft wird ist morgen bereits veraltet.
- Die Abnehmer (z. B. Universitäten) verlangen händisches Rechnen.
- Schwache Schülerinnen und Schüler werden noch schwächer.

Sowohl auf der PRO- wie auch auf der CONTRA-Seite finden sich einige Argumente, die sich einer systematischen Überprüfung entziehen, was zeigt, dass diese Diskussionen häufig emotional geführt werden. Andere

Argumente (wie z. B. der Nutzen von CAS für schwache Schülerinnen und Schüler) werden im Rahmen aktueller Forschung systematisch untersucht (siehe z. B. <http://www.math-learning.com/>).

Mein Anliegen ist es nicht die Argumente zu bewerten oder gegeneinander zu gewichten. Jedoch kann man durchaus festhalten, dass die hier dargestellten PRO-Argumente repräsentativ für eine Vision der Lehrerinnen und Lehrer stehen, die sich dazu entschließen, CAS an ihrer Schule einführen.

### **CAS – Ein Motor für die Unterrichtsentwicklung?**

Die Vision der Schulen die CAS einführen, beinhaltet, dass CAS ein Motor für die Unterrichtsentwicklung ist. Das illustrieren die Argumente, die zur Einführung dieser Technologie führten. Doch inwiefern konnte man diesem Anspruch gerecht werden?

Im Modellversuch SINUS-Transfer NRW, einem Modellversuch für die Unterrichtsentwicklung vor Ort, haben sich Lehrerinnen und Lehrer der Herausforderung gestellt, Aufgaben für den Unterricht mit CAS zu entwickeln, um so die Aufgabenkultur an ihren Schulen voranzutreiben. Ich möchte den Rahmen einer Beispielaufgabe, die in diesem Kontext entstanden ist, vorstellen (dieses und weitere Beispiele findet man mit Erläuterungen in MSW (2007)):

#### **Aufgabe:**

*Auf einem großen Musikfestival im Hochsommer möchte der Veranstalter den Besuchern ein besonderes Bungee-Jumping Event anbieten. Bei einem Sprung am Bungeeseil aus einer Höhe von 48 m soll der Springer mit dem ganzen Körper in einen See eintauchen, um anschließend wieder von dem Seil in die Höhe geschleudert zu werden. Damit dieser Sprung nicht zu Verletzungen führt, hat sich der Veranstalter rechtlich abgesichert und herausgefunden, dass der Springer auf keinen Fall mit einer höheren Geschwindigkeit als  $72/11$  m/s auf das Wasser auftreffen darf. Während der Veranstalter sich noch über diese seltsame Zahl wundert, überlegt er, wie er diese Regelung einhalten kann, ohne den besonderen „Kick“ eines solchen Sprungs zu verlieren. Ein Programm berechnet ihm für jede Person die optimale Sprunghöhe. Danach lässt sich der Sprung des nächsten Kandidaten durch die folgende Funktion  $h$  darstellen:*

*$h$ : Zeit nach dem Absprung (in s)  $\rightarrow$  Höhe (in m)*

$$h(x) = 12/11 x^3 - 81/11 x^2 + 48$$

Ich hatte mittlerweile Gelegenheit, diese Aufgabe in verschiedensten Gruppen zu diskutieren. Oft werden diese Diskussionen von Kritikpunkten wie

„eingekleidete Kurvendiskussion“, „physikalisch so nicht haltbar“, „praxisfern, da es kein Bungee-System gibt, das Polynome auswirft“ oder „das CAS wird ja gar nicht richtig genutzt“ eingeleitet.

Bei der Einordnung und Beurteilung von Aufgaben, die Lehrerinnen und Lehrer für ihre Schülerinnen und Schüler entwickelten, sowie bei Aufgaben, die Kolleginnen und Kollegen gemeinsam im Diskurs entwickelten muss berücksichtigt werden, dass diese Aufgaben ein Spiegel der Unterrichtsentwicklung vor Ort sind. Die Aufgaben können deswegen nicht als Repräsentant für zeitgemäßen Mathematikunterricht per se betrachtet werden, sondern eher als Meilensteine in der Weiterentwicklung des Unterrichts vor Ort. So lösten sich die Autoren der hier vorgestellten Aufgabe von der starren Kurvendiskussion und suchten nach einem sinnstiftenden Kontext. Ein nächster Meilenstein könnte z. B. die Reflexion des Funktionsterms oder eine Aufgabe, bei der die Schülerinnen und Schüler selbstständig modellieren müssen, sein. In SINUS-Transfer haben Schulen solche Meilensteine gesucht und auf dieser Suche ihren Unterricht schrittweise weiterentwickelt.

CAS trägt dazu bei, dass an den Schulen über die Ziele von Mathematikunterricht neu nachgedacht wurde. Unterricht verändert sich nicht durch die Existenz von „guten“ Aufgaben, wie sie evtl. in einigen Aufgabensammlungen aneinandergereiht sein mögen. Unterrichtsentwicklung ist eine dauerhafte Aufgabe von Lehrerinnen und Lehrern, die nur vor Ort geleistet werden kann. Selbst entwickelte Aufgaben sind Indikatoren für den Stand dieser Entwicklung. CAS sind Katalysatoren, welche mit ihrer Einführung die Unterrichtsentwicklung beschleunigen.

CAS ist für Schulen, die sich der lohnenden Herausforderung des Neudenkens und der damit verbundenen tief greifenden Veränderung stellen, tatsächlich ein Motor für die Unterrichtsentwicklung. Zum Abschluss und Fazit möchte ich mich eines bekannten und aus meiner Sicht hier perfekt passenden Zitats von Schupp bedienen: *„Der Computer zwingt uns zum Nachdenken über Dinge, über die wir auch ohne Computer längst hätten nachdenken müssen.“*

## Literatur

- [1] MSW (2007): Impulse für den Mathematikunterricht in der Oberstufe. Konzepte und Materialien aus dem Modellversuch SINUS-Transfer NRW. Erscheint im Klett-Verlag.
- [2] Pallack, Andreas (2007): Zentrale Mathematikprüfungen in NRW. Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Hildesheim, Franzbecker Verlag.