

Andreas SCHUSTER, Schweinfurt

## Der Variablenbegriff in Mathematik und Informatik

Der Variablenbegriff, ein wichtiges Werkzeug mathematisch-logischen Arbeitens, stellt schon seit längerem auch einen Gegenstand mathematikdidaktischer Diskussion dar (z. B. [1], [2], [3], [5], [6]). Mit der zunehmenden Einbindung der Informatik in den Kanon der Schulfächer gewinnt eine vergleichende Analyse der unterschiedlichen Nuancen, die der Variablenbegriff in Mathematik und Informatik besitzt, im Hinblick auf das Lehren und Lernen in beiden Fächern an Bedeutung. Im Folgenden sollen *exemplarisch* Aspekte angerissen werden, die in diesem Kontext relevant zu sein scheinen. Aufgrund der Kürze des hier zur Verfügung stehenden Raums verbietet sich eine ausführlichere Diskussion, welche weiteren Arbeiten vorbehalten bleiben muss, die gegenwärtig in Vorbereitung sind.

### Der Variablenbegriff als Gegenstand mathematikdidaktischer Betrachtung

Freudenthal unterscheidet in [1], grob gesprochen, zwei *in phänomenologischer Hinsicht* grundsätzlich verschiedene Typen von Variablen, die man als „statisch-linguistisch“ (*polyvalent names*) sowie als „kinematisch“ (*something that really varies*) bezeichnen könnte. Pickert [3] und Steiner [5] arbeiten u. a. heraus, dass für den mathematischen Variablenbegriff das Konzept der *Leerstelle* oder des *Platzhalters* fundamental ist, dem sich die früher im Schulunterricht üblichen eigenständigen Begriffe „allgemeine Zahl“, „Variable“ (oder „Veränderliche“) und „Unbekannte“ subsumieren, wodurch diese nur noch als kontextabhängige Verwendungsweisen des gleichen Begriffs erscheinen. Griesel [2] beschreibt, dass beim mathematischen Variablenbegriff von der Platzhalter- noch eine *Bedarfsnamenauffassung* unterschieden werden muss, wobei Erstere als „fundamentaler für das Verständnis, jedoch schwerfälliger“, Letztere als „weniger anschaulich, aber für gehobene gedankliche Argumentation in der Mathematik angemessener“ bezeichnet werden kann ([2], S. 76). „Die Bedarfsnamenvorstellung ist nicht so leicht enaktiv vollziehbar. Sie läuft eher in einer verinnerlichten Tätigkeit ab“ ([2], S. 77). Es wird also

auf die auch bei der Platzhaltervorstellung mitschwingende Zuordnung zwischen Leerstelle und Ersatzobjekt fokussiert und von der Ersetzungshandlung selbst in schwacher Weise abstrahiert. Somit zeigt der mathematische Variablenbegriff z. B. hier Ansätze einer *Vertikal- oder Schichtenstruktur*, d. h. abstraktere Konzepte fußen auf fundamentalen (möglicher-, aber nicht notwendigerweise „einfacheren“!) Trägerkonzepten.

Zahlreiche Aspekte wären noch zu diskutieren, was sich an dieser Stelle aber verbietet, so u. a. das „Unbestimmtenkonzept“ bei Polynomen, das Verhältnis von Syntax und Semantik, die Beziehung zwischen Zeichen und Bezeichnetem und vor allem auch phänomenologische Gesichtspunkte.

## **Der Variablenbegriff der Informatik als Gegenstand didaktischer Betrachtung**

In der Informatik erweist sich die Materie als deutlich stärker strukturiert. Dies liegt zum einen daran, dass hier der Variablenbegriff (die in der Informatik üblichen Begriffe „formaler Parameter“ und „Variable“ werden hier beide diesem Oberbegriff subsumiert) eine *ausgeprägte Vertikalstruktur* im oben erläuterten Sinne besitzt: So ist eine „Variable“ auf einer tieferen Schicht (also hardwarenah) eine elektronische Schaltung, während sie auf einer höheren Abstraktionsebene als logisches Konstrukt und Werkzeug mit einer bestimmten abstrakten Struktur erscheint.

Zum anderen ist auch bei reiner Betrachtung der *Horizontalstruktur*, also bei Untersuchung der relevanten Begriffsdimensionen auf möglichst einheitlichem Abstraktionsniveau, auf der Ebene einer höheren Programmiersprache eine Vielfalt relevanter Aspekte zu verzeichnen. Als Auswahl mögen hier die Stichworte „Gültigkeitsbereich“, „Bindungsbereich“, „Referenzstufe“, „zulässige Operationen“, „Rechnermodell/Sprachentyp“ und vor allem auch die vielfältigen „Übergabemechanismen“ („Call-by-value“ usw.) dienen. Insbesondere auch Letztere tragen in deutlichem Maße zur Komplexität des Variablenbegriffs der Informatik im Hinblick auf Lehren und Lernen bei, da Berechnungen mit Variablen bei weitgehend identischem syntaktischen Kontext unterschiedliche Ergebnisse erzeugen können, ein Phänomen, was im Hinblick auf die Verwendung von Variablen in der Mathematik als fremdartig erscheinen muss. Diese Vielfalt ist wohl auch Ausdruck der Tatsache, dass die Informatik, in

einem gewissen Unterschied zur Mathematik, Variablentypen zielgerichtet als artifizielle Konstrukte zur Lösung bestimmter Probleme erschafft, also den *teleologischen Aspekt* bei der Genese dieser Werkzeuge besonders betont. Eine genaue Analyse muss also gerade im Fall der Informatik sehr differenziert vorgehen.

Dem Variablenbegriff der Mathematik steht aufseiten der Informatik das Konzept der formalen Parameter in den funktionalen Sprachen sehr nahe, da hier die Metapher des „Platzhalters“ eine recht tragfähige Vorstellung liefert, während das Variablenkonzept der imperativen Sprachen, das als konzeptionelle mentale Repräsentation wohl treffend vom Bild eines „Behälters“ ausgeht, im Hinblick auf die Mathematik eher fremdartig wirkt. Weitere Programmierparadigmen sollen hier nicht diskutiert werden.

### **Zur didaktischen Problematik der Variablenbegriffe**

An dieser Stelle ergibt sich nun die Frage, in welcher Weise sich mathematische und informatische Variablenkonzepte sinnvoll simultan zum Gegenstand von Lernprozessen in der Schule machen lassen. Letztendlich lässt sich diese Frage nur durch empirische Untersuchungen beantworten. Einige in diesem Zusammenhang relevante Aspekte sollen aber kurz angeschnitten werden.

Wird ein fächerübergreifendes Vorgehen von Mathematik- und Informatikunterricht favorisiert, dann bietet sich zunächst einmal an, in einem Schulfach Informatik die Erstbegegnung mit dem Variablenbegriff im Rahmen des „Baukastens der funktionalen Programmierung“ (vgl. hierzu [4]) stattfinden zu lassen, da in diesem Kontext das Konzept der „Leerstelle“ auch in der Informatik tragfähig ist. Die Verwendung einer Tabellenkalkulation zur Simulation und Visualisierung elementarer funktionaler Konzepte (u. a. eben des Leerstellenkonzepts) stellt wohl ein in diesem Zusammenhang geeignetes Vorgehen dar, um den Lernenden nicht schon sehr früh mit dem schwierigen Konzept der rekursiven Programmierung konfrontieren zu müssen und um auf ein Werkzeug zurückzugreifen, das in beiden Fächern (auch in einem visuellen Sinne) sinnvoll einsetzbar ist. Von hier aus lässt sich der Variablenbegriff im Informatikunterricht auf das imperative „Behälterkonzept“ *erweitern*, wobei sich konzeptionelle Unterschiede zum mathematischen Begriff herausarbeiten lassen, wenn man den *Erweiterungsgedanken* in den Vordergrund stellt

und konsequent mit einer entsprechenden Metaphorik arbeitet. Die „Leerstelle“ erscheint so als Spezialfall des „Behälters“. Vor allem das Arbeiten (im imperativen Kontext) mit der so fehleranfälligen Wertzuweisung dürfte sich harmloser gestalten, wenn das Verhältnis der beiden Konzepte zuvor mental adäquat gefestigt wurde.

Natürlich darf nicht übersehen werden, dass die fachlichen Kontexte von Mathematik bzw. Informatik unterschiedliche Nuancen auch bei zahlreichen Details aus dem Umfeld des Variablenbegriffs induzieren, so dass die Klärung der Frage, inwieweit die Verwendung einer einheitlichen Metaphorik im Unterricht überhaupt wünschenswert ist, neben empirischen Untersuchungen eine ausführliche, über den Variablenbegriff hinausgehende *vergleichende Analyse grundlegender Begriffe* erfordert, denn diese stellt eine Voraussetzung dar, um das Beziehungsgeflecht zwischen Mathematik- und Informatikunterricht fruchtbar werden zu lassen.

## Literatur

- [1] Hans Freudenthal: Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster 1983
- [2] Heinz Griesel: Leerstellenbezeichnung oder Bedarfsname – Anmerkungen zur Didaktik des Variablenbegriffs. Mathematische Semesterberichte 29 (1982), S. 68 – 81
- [3] Günter Pickert: Bemerkungen zum Variablenbegriff. Mathematisch-physikalische Semesterberichte 7 (1961), S. 76 – 88
- [4] Sigrid Schubert, Andreas Schwill: Didaktik der Informatik. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 2004<sup>1</sup>
- [5] Hans-Georg Steiner: Logische Probleme im Mathematikunterricht: Die Gleichungslehre. Mathematisch-physikalische Semesterberichte 7 (1960/61), S. 178 – 207
- [6] Hans-Joachim Vollrath: Algebra in der Sekundarstufe. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin 2003<sup>2</sup>