Marie TICHÁ, Praha

Zu der Analyse von Fehlern und Fehlvorstellungen in den Texten von Schülerinnen und Schülern

Einige einleitende Anmerkungen

In diesem Beitrag möchte ich einige der Ergebnisse aus der Untersuchung von Entwicklungstrends im Begreifen des Bruchbegriffes aufzeigen. Er knüpft an die Artikel an, in denen ich mich mit der Bildung der Präkonzeption und intuitiver Vorstellungen von Brüchen und mit den Nutzungsmöglichkeiten der Schülerformulierungen der Textaufgaben als diagnostisches Mittel befasstete (Tichá, 2000; Tichá, 2003).
Die Untersuchung führen wir mit dem folgenden Ziel durch (a) zur Entdeckung von Antworten auf folgende Fragen beizutragen: warum haben Kinder Probleme, wo und welche sind die Hindernisse, wie kann man das Nichtverstehen beseitigen, (b) die Kompetenzen der Lehrer zu erhöhen und zur Professionalisierung ihrer Arbeit beizutragen.

Ausgangspunkte

Wir gehen von der Überzeugung aus, dass die Tiefe des Verständnisses mit der systematischen Bereicherung des Vorrats an unterschiedlichen Repräsentationstypen und der Fähigkeit, zwischen ihnen zu übertragen, zusammenhängt (Halford, 1993). Unsere bisherigen Untersuchungen zeigen, dass auf der Grundlage des Studiums der Aufgaben, welche die Schüler selbst schufen (sie lösten Vorgaben der Art *Schreib eine Sachaufgabe, zu deren Lösung es genügt, 1/4+1/2 zu berechnen*), wir das Niveau ihrer Vorstellungen und ihres Verständnisses, Hindernisse beim Verständnis und Missverständnisse feststellen können (Silver, Cai, 1996; Tichá, 2003 usw.).

Arbeitsverfahren

Die Schüler arbeiteten die erwähnte Vorgabe schriftlich aus. Didaktisch interessante Aufgaben vergaben wir mit einem bestimmten zeitlichen Abstand zur Lösung einerseits an ihre Schöpfer, anderseits an gleich alte Schüler. Wesentlich war das Abschlussgespräch mit den Schülern (Schöpfern der Aufgaben und den Lösenden). Didaktisch interessante Aufgaben werden Gegenstand (a) des Gesprächs mit ihrem Urheber, also häufig Instrument der Reedukation und (b) der gemeinsamen Reflexion, deren Teilnehmer Schüler, Gruppen von Lehrern bzw. Gruppen von Lehramtsstudenten sind.

Einige Beispiele der geschaffenen Aufgaben

In dieser Untersuchung zeigte es sich, dass die gleichen Fehlkonzeptionen, die wir bei Schülern der 5. Klasse antrafen, auch in den Arbeiten von Schülern der 8. Klasse auftraten, und sogar bei Studenten von Hochschulen (es zeigt sich Gewohnheit der Grundvorstellungen), z.B.

- *Die Klassen 6.A und 6.B wählten den „Lehrer des Jahres". Die meisten Stimmen hatte Frau Neumann. Aus der 6.A wurde sie von 1/4 der Schüler gewählt, aus der 6.B von 2/3. Welcher Teil der Schüler aus beiden Klassen wählte Frau Neumann? (Wie viele Studenten beider Klassen wählten Frau Neumann?)*

  Berechnung (Urheberin*): 2/3 + 1/4= 3/4*

  Antwort*: 3/4 der Gesamtanzahl an Schülern beider Klassen wählte Frau Neumann.*

Die Schülerin machte sich nicht bewusst, dass sie den Bruch abwechselnd als Operator und als Größe auffasste. Außerdem machte sie sich nicht bewusst, dass sie mit drei unterschiedlichen Ganzen arbeitet. Hier äußerte sich der störende Einfluss der vorhergehenden Kenntnisse des Rechnens mit natürlichen Zahlen (d.h. Konzeptwechsel ist nötig; Prediger, 2006).

Besonders überraschend waren für uns die Aufgaben, welche die Schüler zur Berechnung (3/4 • 20) aufstellten. Und vor allem die Probleme, die sie mit dieser Aufgabe hatten. Zwei Beispiele

- *Einige Kinder fehlten in der Klasse, es blieb nur 3/4 der Klasse übrig. Die Kinder erhalten täglich ein Getränk, und heute bekamen sie 20 Stück. Wie viele Kinder waren in der Klasse, wenn das Trinken für jeden Schüler ausreicht?*

Was stellt die Angabe 20 Stück dar? Was ist das Ganze?

- *Bei der Hochzeit erhielt jeder Hochzeitsgast einen Hochzeitskuchen. Der Kuchen war so groß, dass jeder nur 1/4 aß. Wie viele Viertel blieben insgesamt übrig, wenn es 20 Hochzeitsgäste waren?*

Berechnung *20 • 3 = 60*

Antwort *Es blieben 60 Viertel.*

Das Viertel als neue Einheit (Griesel, 1981).

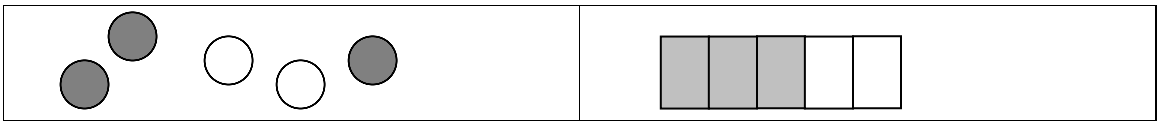
Ein weiterer von den Quellen der Schwierigkeiten

Es wird angegeben, dass die Möglichkeit, einen Bruch auf verschiedene Arten zu interpretieren, die Quelle für Missverständnisse ist und die Schüler verwirrt. Gegenwärtig werden in der Regel fünf miteinander verbundene Unterkonstrukte aufgeführt: Teil – Ganzes, Verhältnis, Operator, Quotient, Maß (part-whole, ratio, operator, quotient, measure), wobei der Unterkonstrukt „Teil–Ganzes" (part-whole) alle übrigen durchzieht (Charalambous, 2006).

Wir bemühen uns festzustellen, wie die Schüler, Lehramtsstudenten, und Lehrer einen bestimmten Bruch interpretieren, welche der fünf genannten Unterkonstrukte/Interpretationen sie in Betracht ziehen.
Die Methode der Schaffung/Bildung von Aufgaben erwies sich als sehr aufschlussreich, daher beschlossen wir, sie auch bei der Feststellung der unterschiedlichen Interpretationen von Brüchen in den Arbeiten der Schüler, Lehramtsstudenten und Lehrer zu nutzen.
Wir vergaben daher einzelnen Gruppen die folgenden Vorgaben

Schülern der 4. und 8. Klasse:

Schreib eine Sachaufgabe zum Bild. Eventuell*: Was kann mit diesem Bild veranschaulicht werden?*



In den Aufgaben, die von Schülern der 4. Klasse aufgestellt wurden, beobachteten wir eine Erscheinung, die H. Griesel (1981) als „der quasikardinale Aspekt“ bezeichnete: „... die Halbe, Drittel, Viertel, ... (werden) als neue Einheiten aufgefasst, ...“. Sie arbeiten mit „Einheiten neuer Art“. In diesem Falle mit „Fünfteln“. Die Bezeichnung „Fünftel“ verstehen sie in gleichem Sinne wie „Apfel“, „Murmel“.

- *Die Mutter hat 5 Äpfel gekauft. Aber Vater hat 3 gegessen. Wie viele Äpfel sind übrig geblieben?*
  5/5 – 3/5 = 2/5
  Der Mutter sind 2 Äpfel geblieben.

In der 8. Klasse haben wir meistens Operatoren und Verhältnisse gefunden.

Lehramtsstudenten:

Situation: Hanka schrieb 1/2 Stunde eine Aufgabe und 1/4 Stunde lernte sie Wörter. Stellen Sie fünf Sachaufgaben auf und rechnen Sie diese aus.
Uns hat die Arbeit weniger Studenten überrascht. Die Farbigkeit der Sujets und die Vielfältigkeit der Interpretationen. Bei den übrigen Studenten trafen wir eher auf didaktisch interessante Aufgaben, die uns auf mögliche unzureichende Vorstellungen und Fehlkonzeptionen nicht nur des Bruchbegriffes aufmerksam machten. Es zeigt sich der Bedarf an den Konzeptwechsel in verschiedenen Gebieten.

- *In einer 1/4 Stunde lernt Hanka 8 Wörter. Wie viel Zeit wird sie brauchen, um 40 Wörter zu lernen?*

Lehrern:

Schreiben Sie Aufgabentypen (konkrete Beispiele), die Ihrer Ansicht nach bei der Behandlung des Themas BRUCH gelöst werden sollten.

Alle Lehrer nahmen Aufgaben auf und betonten diese, in denen der Unterkonstrukt/die Interpretation „Teil - Ganzes“, das Maß und der Operator auftraten. In dieser Gruppe der Befragten trat nicht ein einziges Mal das Verhältnis auf.

Weitere Vorhaben

Es scheint, dass die Aufgabe, die wir an die Studenten vergaben, die interessantesten Ergebnisse brachte. Daher beginnen wir, sie auch an die übrigen beiden Gruppen zu vergeben, also an Schüler der 4. und 8. Klasse und an Lehrer. Wir verarbeiten die Erscheinungen, anhand derer wir die geschaffenen Aufgaben sortieren werden.

In den von Schülern/Studenten erstellten Aufgaben taucht eine breite Skala von Problemen auf. Wir beabsichtigen, die Haupttypen des Nichtverstehens, die bei den von Schülern geschaffenen Aufgaben auftauchten, zu klassifizieren. Auf dieser Grundlage wollen wir eine Übersicht über die Hauptarten des Missverstehens und ihrer Indikatoren erstellen und Wege des Konzeptwechsels suchen.

Literatur

[1] Griesel, H.: Der quasikardinale Aspekt in der Bruchrechnung. Der Mathematikunterricht – Bruchrechnung III. Akademische Verlagsgesselschaft, pp. 87–95, Wiesbaden 1981.

[2] Halford, G.S.: Children’s Understanding: The Development of Mental Models. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale 1993.

[3] Charalambous, Ch. Y., Pitta-Pantazzi, D.: Drawing on a theoretical model to study students’ understandings of Fractions. Educational Studies in Mathematics, Springer, Netherlands 2006.

[4] Prediger, S.: Continuities and discontinuities for fractions: a proposal for analysing in different levels. In J. Novotná et al. (eds.) Proceedings PME 30, Vol. 4, pp. 377-384, Praha 2006.

[5] Silver, E. A., Cai, J. : An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 27, n. 5, 521-539, 1996.

[6] Tichá, M.: Textaufgaben mit Brüchen, die von Schülern konstruiert wurden. In M. Neubrand (ed.) Beiträge zum Mathematikunterricht, pp. 671-674, Franzbecker, Hildesheim, Berlin 2000.

[7] Tichá, M.: Following the path of discovering fractions. In J. Novotná (ed.) SEMT’03, pp. 17-27, UK PedF, Praha 2003.

Anmerkung: Diese Untersuchung wurde durch das Förderungsprojekt GACR 406/05/2444 und durch AdW CR Institutional Research Plan No.AV0Z10190503 unterstützt.