

Herbert HENNING, Magdeburg

## „Ist Schönheit messbar?“ – Anregungen für einen fächerübergreifenden Unterricht

Der **Goldene Schnitt** ist ein „Phänomen“ in der Mathematik, das für fächerübergreifenden und fächerverbindenden Unterricht interessante Möglichkeiten einerseits für die „Vernetzung“ unterschiedlicher mathematischer Inhalte (Geometrie, Algebra, Analysis) andererseits für die Beschreibung und Erklärung interessanter Sachverhalte in Naturwissenschaften (z. B. Biologie) und Kunst (Architektur, Bildende Kunst, Musik) und daraus abgeleiteter konkreter Problemstellungen bietet. [1]

### Der Goldene Schnitt als Teilungsverhältnis

Der „Goldene Schnitt“ ist ein Teilungsverhältnis, das in verschiedenen geometrischen und algebraischen Situationen erscheint.

**Definition** (Goldener Schnitt). *Sei  $a$  die Länge der Strecke  $\overline{AB}$ . Ein Punkt  $S$  teilt diese im Goldenen Schnitt, falls sich die größere Teilstrecke (Major  $M$ ) zur kleineren (Minor  $m$ ) verhält wie die Gesamtstrecke zum größeren Teil:*

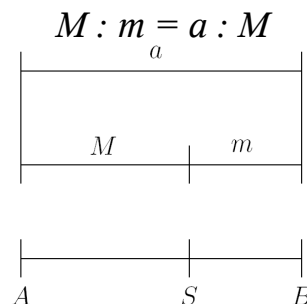


Abb. 1

Die Grundlage für alle weiteren Untersuchungen bildet die Verhältniszahl

$$\mu = \frac{M}{m}$$

Um diese Zahl mathematisch exakt zu bestimmen, benutzen wir obige Definition und ersetzen dabei die Gesamtstrecke  $a$  durch den Ausdruck  $(M+m)$ . Dann gilt

$$x = (M + m) : M.$$

Nach weiteren mathematischen Umformungen erhält man die Gleichung

$$0 = x^2 - x - 1$$

aus

$$x = \frac{M+m}{M} = \frac{M}{M} + \frac{m}{M} = 1 + \frac{m}{M} \quad \left( \text{aus } x = \frac{M}{m} \text{ folgt } \frac{1}{x} = \frac{m}{M} \right)$$

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x^2 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

Als Lösungen für die quadratische Gleichung  $0 = x^2 - x - 1$  ergeben sich folgende zwei Lösungen:

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$$

Für die charakteristische Verhältniszahl des Goldenen Schnittes ergibt sich somit die positive Zahl

$$\mu = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,6180339 \dots$$

Mit diesem Wert lässt sich nun die Proportion gegebener Streckenpaare prüfen oder die Lage von Teilungspunkten bestimmen.

Dies ist ein Beispiel für „Vernetzung“ von Wissen aus verschiedenen mathematischen Gebieten (Geometrie und Algebra).

Nicht nur in der antiken Baukunst (Partheon-Tempel) findet man viele Beispiele für den Goldenen Schnitt als Verhältnis von gestalterisch wichtigen Linien.

Weitere Beispiele sind:

- **Altes Rathaus in Leipzig**

Der Turm teilt die Fassade im Verhältnis vom Goldenen Schnitt



Abb. 2

- **Jo Niemeier „Proportionen in Schwarz-Weiß“**

Die schwarz-weißen Platten und Seiten sind nach dem Goldenen Schnitt aufgeteilt. Es wurde das Zahlenverhältnis 55:35 aus der Fibonacci-Folge gewählt.

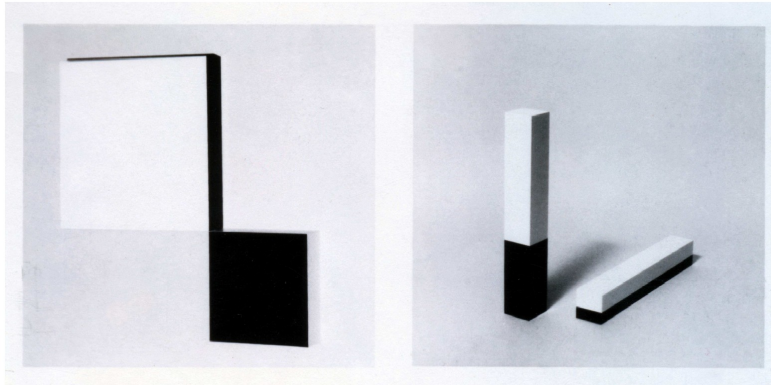


Abb. 3

### **Der Goldene Schnitt als Maß für „Schönheit“**

Ausgehend von der Proportionsstudie des aus Rom stammenden Architekten Marcus Vitruvius Pollio (84 v. Chr.) untersuchten Leonardo da Vinci (1452-1519) und Luca Pacioli (1445-1514) Proportionen von Größen menschlicher Gliedmaßen.

Leonardo da Vinci fand die „göttlichen“ und somit „idealen“ menschlichen Maße, die für Schönheit stehen sollen.

**Unterkörper : Oberkörper = Gesamtlänge : Unterkörper**

Weitere ideale Verhältnisse wären: Der Bauchnabel teilt die Gesamtlänge im Verhältnis des Goldenen Schnittes, wie die Fingerspitzen der entspannt hängenden Arme.

### **Liz Taylor im “Beauty-Check”**

Der amerikanische Schönheitschirurg Stephen Marquardt will die „ultimative Schönheitsformel“ gefunden haben. 20 Jahre wertete er alles aus, was zum Thema Schönheit erforscht wurde und fand die eine Formel für das ideale Maß für Schönheit.

Die Breite eines „perfekten“ Mundes beträgt 1.618-mal die Breite der Nase. Dass Schönheit etwas mit Symmetrie und Proportionen zu tun hat, erkannten schon die griechischen Bildhauer der Antike. Bei einem „idealen“ Frauenkörper bilden Brustspitzen und Nabel die Eckpunkte eines gleichschenkligen („goldenen“) Dreiecks.

Liz Taylor galt über viele Jahre praktisch als „schönste Frau der Welt“. Mit der „Goldenen-Schnitt-Schönheitsschablone“, die Stephen Marquardt nach seiner Idealformel konstruierte, lässt sich nachweisen, dass sie es auch „theoretisch“ ist: Keine Abweichung vom Maß 1:1.618 bei den Proportionen ihres Gesichtes.



Abb. 4

### **Der Goldene Schnitt und die Fibonacci-Zahlen**

Anfang des 13. Jahrhunderts untersuchte Leonardo von Pisa (Fibonacci) eine Folge von Zahlen, bei der jedes Folgeglied als Summe der beiden vorausgehenden gebildet wird. Es erwies sich, dass die „Fibonacci-Folge“ auch wegen des Zusammenhanges mit dem „Goldenen Schnitt“ sehr bedeutsam ist, der sich fächerübergreifend vielfältig thematisieren lässt.

Die Fibonacci-Zahlen waren Grundlage für die Planung wichtiger Proportionen der **Kuppel des Doms von Florenz**. Im Aufrissplan von Giovanni di Gherardo da Prato von 1426 tauchen als Maße die Fibonacci-Zahlen 55, 89 und 144 und 17 bzw. 72 als halbierte Fibonacci-Zahlen 34 bzw. 144 auf (Maßangaben in florentinischen Bracci, 1 florentinischer Bracci entspricht 58.4 cm).

Weitere Beispiele zu Fibonaccizahlen und der „Goldenen Spirale“ zur Beschreibung des Wachstumsverhaltens von Pflanzen (Sonnenblume, Tannenzapfen, Springkrautpflanze u. a.) findet man auch in [2 ]

### **Literatur**

- [1] Herbert Henning und Christian Hartfeldt: Vom Lächeln der Mona Lisa und der Schönheit einer Sonnenblume  
In: Der Mathematikunterricht, 53 (2007), No. 1/2, Seite 93 -102
- [2] Herbert Henning: Der „Goldenen Schnitt“ und die Faszination des Schönen.  
In: „Ausgerechnet...Mathematik und Konkrete Kunst“, Spurbuchverlag Baunach 2007, Seite 42-47