

Rita BORROMEO FERRI, Hamburg

## **Von individuellen Modellierungsverläufen zur empirischen Unterscheidung von Phasen im Modellierungsprozess**

In der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Diskussion zum Modellieren werden Modellierungskreisläufe samt ihrer Phasen idealtypisch, normativ, beschrieben (siehe u.a. Blum 1996). Eine deskriptive Beschreibung der Phasen des Modellierungsprozesses auf der Basis empirischer Daten von Lernenden ist bisher kaum erfolgt. Vor allem in der deutschsprachigen Modellierungsdiskussion gibt es keinen Konsens darüber, ob einige normativ aufgestellte Modellierungsphasen überhaupt „analytisch“ getrennt werden sollen oder nicht.

### **1. Fragestellung und Ziel der Studie**

Ausgehend von dieser Diskussion ist eine Fragestellung des KOM<sup>2</sup>-Projekts (Kognitionspsychologische Analysen von Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht) daher:

Können die in der didaktischen Literatur zum Modellieren beschriebenen Phasen beim Modellieren (Situationsmodell, Realmodell..) in den Vorgehensweisen der Lernenden rekonstruiert werden?

Mit der Frage, ob sich die einzelnen Phasen im Modellierungsprozess bei Lernenden rekonstruieren lassen, begibt man sich methodisch auf die Ebene von Mikroanalysen.

### **2. Design der Studie**

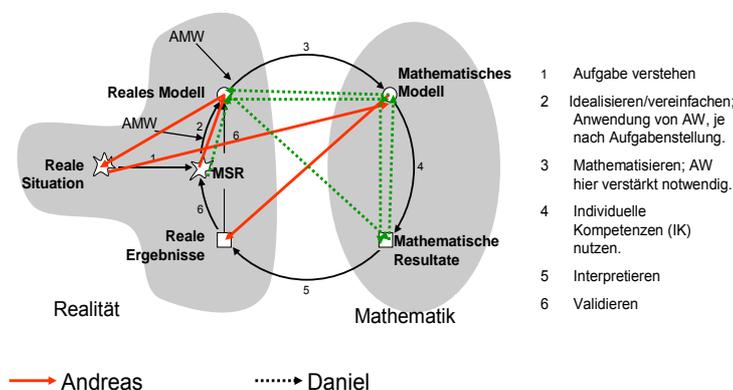
An dieser qualitativen Studie im Rahmen eines Habilitationsprojekts haben 86 Schülerinnen und Schüler der 10. Klasse aus verschiedenen Gymnasien teilgenommen sowie deren drei zugehörigen Mathematiklehrenden. Neben Fragebögen für die Lernenden und Interviews mit den Lehrpersonen wurde jede Klasse 3 drei Stunden videographiert. In jeder Stunde lösten die Schülerinnen und Schüler eine Modellierungsaufgabe, wobei eine Gruppe immer im Fokus der Kamera lag. Bei Plenumsdiskussionen wurde die gesamte Klasse und die Reaktionen der Lehrperson gefilmt. Die Daten wurde vollständig transkribiert und im Sinne der Grounded Theory kodiert und analysiert.

Insgesamt konnten von 35 Lernenden, die in den jeweiligen Klassen in Gruppen gearbeitet haben und im Fokus der Kamera standen, Modellierungsprozesse eingehend rekonstruiert werden.

### 3. Ergebnisse der Studie

#### 3.1 Individuelle Modellierungsverläufe

Die Rekonstruktion der Modellierungsprozesse verdeutlichte auf empirischer Ebene die theoretisch formulierte Annahme, dass der Prozess des Modellierens nicht idealtypisch verläuft. Die Analysen auf der Mikroebene offenbarten darüber hinaus, wie unterschiedlich die einzelnen Individuen den Modellierungsprozess durchliefen. Dabei ähnelten sich einige Prozesse von Lernenden und andere wichen davon ab. Aufgrund dessen schien der Begriff des Modellierungsprozess nicht mehr angemessen, da insbesondere die individuellen Prozesse dazu beitrugen, die Phasen zu unterscheiden. Daher konstruierte ich den Begriff des so genannten „individuellen Modellierungsverlaufs“. Als individueller Modellierungsverlauf wird der Modellierungsprozess des Individuums auf interner und externer Ebene bezeichnet. Das Individuum beginnt den Verlauf in einer bestimmten Phase, durchläuft verschiedene Phasen mehrfach oder einmalig, eine Phase fokussierend oder manche Phasen gar nicht. Bei der Rekonstruktion dieser Verläufe ist man als Forscher auf verbale Äußerungen sowie Darstellungen der Lernenden angewiesen, da der Blick in die Gedankenwelt nicht möglich ist. Somit kann auch von „sichtbaren Modellierungsverläufen“ gesprochen werden.



Anhand des Modellierungskreislaufs sind zwei individuelle Modellierungsverläufe von Lernenden dargestellt. Ersichtlich werden Präferenzen für bestimmte Phasen.

Abb. 1: Individuelle Modellierungsverläufe

Die rekonstruierten individuellen Modellierungsverläufe stellen eine Basis zur Herausarbeitung von Charakteristika der einzelnen Modellierungsphasen dar, um geeignete Beschreibungen zu finden. Damit sollten folgende Fragen geklärt werden, die immer wieder zu Diskussionen führen:

- ❖ Was charakterisiert ein Reales oder Mathematisches Modell?
- ❖ Wo liegen z.B. die Grenzen zwischen mentaler Repräsentation und Realem Modell?
- ❖ Was passiert bei den Phasenübergängen?
- ❖ Ist Validieren gleich Validieren?

### 3.2 Phasenbeschreibungen

Insgesamt konnten auf der Basis der vielen Daten, Phasenbeschreibungen empirisch gewonnen sowie Übergänge zwischen Phasen beschrieben werden, wie im Folgenden, in Kurzform, dargestellt (vgl. auch Borromeo Ferri 2006):

#### *Reale Situation*

Die reale Situation stellt die in der Aufgabe gegebene Situation, umschrieben durch Text oder Bild bzw. durch beides, dar.

#### *Übergang von der realen Situation zur mentalen Situationsrepräsentation*

Beim *Übergang* von realer Situation zur mentalen Situationsrepräsentation findet beim Individuum mehr oder weniger ein Verstehensprozess der gegebenen Aufgabe statt. Auch beim Nicht-Verstehen der Aufgabe kann das Individuum trotzdem in der Aufgabenbearbeitung fortfahren.

#### *Mentale Situationsrepräsentation*

Individuum hat eine mentale Repräsentation der Situation, die unterschiedlich sein kann: bildlich, formal, persönliche Erfahrungen. Unterschied zur realen Situation: a) unbewusste Vereinfachung der Aufgabe und b) individuelle unterschiedliche Präferenz, wie mit der Aufgabe im kommenden Prozess umgegangen wird.

#### *Übergang von mentaler Situationsrepräsentation zum Realem Modell*

Individuen vereinfachen die Aufgabe auf höherer Bewusstseinssebene, denn: bei MSR sind bereits Entscheidungen getroffen, welche die weitere „Filterung“ der Informationen beeinflussen und deutlich werden. Forderung nach/Fragen zum außermathematischem Wissen

#### *Reales Modell*

Phase hat engen Bezug zur mentalen Situationsrepräsentation, da auch das reale Modell vorwiegend intern gebildet wird. Externe Darstellungen können ebenfalls ein reales Modell darstellen, was dann aus den jeweiligen verbalen Äußerungen der Lernenden hervorgehen muss.

#### *Übergang vom Realem Modell zum Mathematischen Modell*

Neben der fortschreitenden Mathematisierung, wird außermathematische Wissen, je nach Aufgabe, verstärkt gefordert und schließlich angewendet.

### *Mathematisches Modell*

Diese Phase ist dadurch gekennzeichnet, dass externe Darstellungen im Sinne von Zeichnungen, Skizzen angefertigt werden, bzw. Formeln aufgeschrieben werden. In dieser Phase finden verbale Äußerungen bereits auf mathematischer Ebene statt und sind losgelöst von der Realität. Die Übersetzung in die Mathematik wird hier abgeschlossen.

### *Übergang vom mathematischen Modell zu mathematischen Resultaten*

Je nach individueller Begabung werden innermathematische Kompetenzen genutzt.

### *Mathematische Resultate*

Individuen schreiben ihre Ergebnisse in den meisten Fällen auf.

### *Übergang von mathematischen Resultaten zu realen Ergebnissen*

Resultate werden von den Individuen interpretiert. (Die Hälfte der Lernenden übergeht diesen Schritt.)

### *Reale Ergebnisse*

Mathematische Ergebnisse sollten in dieser Phase zu realen Ergebnissen gereift sein, die zum Problem der gegebenen Aufgabe mehr oder weniger in Übereinstimmung sind.

### *Validieren*

Individuen überlegen, ob reales Modell mit mentaler Repräsentation und realem Modell übereinstimmen. Zwei Ausprägungen des Validierens können unterschieden werden: a) Intuitives Validieren (eher unbewusst) und b) Wissensbasiertes Validieren (eher bewusst)

## **Literatur**

[1] Blum, Werner (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht –Trends und Perspektiven. In: Kadunz, G. et al (Hrsg.), Trends und Perspektiven, Schriftenreihe der Didaktik der Mathematik, Band 23, Wien: Hölder-Pichler-Temsky, S. 15-38.

[2] Borromeo Ferri, Rita (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. In: Kaiser, G, und Sriraman, B. (Hrsg.) Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (2), S. 86-95.