

Gilbert GREEFRATH, Wuppertal

Untersuchung von Modellbildungs- und Problemlöseprozessen

Bisher liegen kaum Erkenntnisse darüber vor, wie Problemlöse- und Modellbildungsprozesse bei Schülerinnen und Schülern tatsächlich ablaufen. Daher wurden im Rahmen einer qualitativen, empirischen Studie Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I bei der Lösung offener, realitätsbezogener Aufgaben beobachtet. Ziel dieser Untersuchung ist es, die Modellbildungs- und Problemlöseprozesse der Schülerinnen und Schüler zu rekonstruieren und geeignet zu beschreiben.

Beschreibungen von Modellbildungsprozessen

Modellbildungsprozesse werden häufig idealisiert als Kreislauf dargestellt. Man findet unterschiedliche Darstellungen solcher Kreislaufprozesse in der Literatur. Gemeinsam ist allen Modellen, dass sie ausgehend von einer realen Situation zu einem Modell in der Mathematik führen. Bei Müller und Wittmann findet man ein Kreislaufmodell des Modellierens, bei dem von der Situation zum Modell nur ein Schritt verwendet wird.

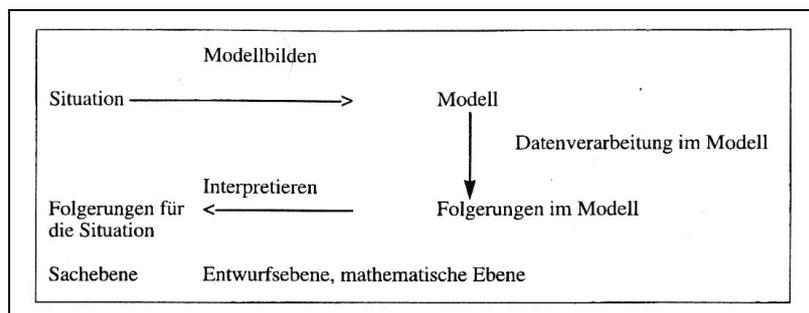


Abb. 1: Müller & Wittmann [6, S. 253]

Eine besonders anschauliche Darstellung des Modellierens stammt von Schupp [9, S. 11]. Dieses Modell unterteilt in einer Dimension Mathematik und Welt. Dies ist bei Modellen des Modellierens allgemein üblich. Zusätzlich wird noch gleichberechtigt zwischen Problem und Lösung in einer zweiten Dimension unterschieden.

Der bekannteste Modellbildungskreislauf ist bei Blum [1, S. 200] beschrieben. Dieser Kreislauf stellt in gewisser Weise ein Standardmodell des Modellierens dar. Ein neueres Modell des Modellierens von Borromeo Ferri [2, S. 92] ist unter kognitiven Gesichtspunkten erstellt worden. Es wurde im Vergleich zum Modell von Blum um die mentale Repräsentation der Situation (Situationsmodell) erweitert. Auch im Modell von Fischer und Malle [3, S. 101] wird der Schritt von der Situation zum mathematischen Modell detaillierter beschrieben. Insbesondere das Einfügen der

Datenbeschaffung ist für die in unserer Studie verwendeten Aufgaben interessant. Zu den genannten Modellen wird häufig ergänzt, dass der Kreislauf nicht immer vollständig oder mehrfach durchlaufen werden kann. Je nach Zielgruppe, Forschungsgegenstand oder Interesse haben die dargestellten Modelle des Modellierens andere Schwerpunkte.

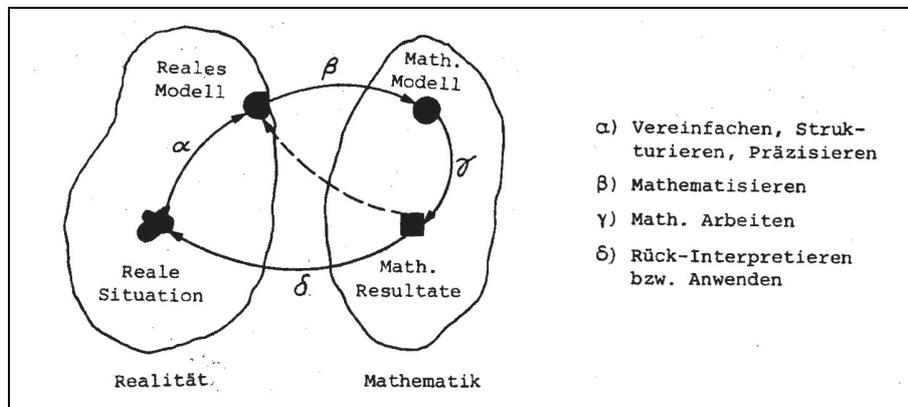


Abb. 2: Blum [1, S. 200]

Beschreibung von Problemlöseprozessen

Polya entwickelte 1949 in seinem Buch *Schule des Denkens* einen Katalog heuristischer Fragen, die bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben helfen sollen [7]. Dazu wird der Problemlöseprozess in die folgenden Abschnitte eingeteilt: *Verstehen der Aufgabe*, *Ausdenken eines Planes*, *Ausführen des Planes* und *Rückschau*. In der Literatur findet man viele ähnliche Strukturierungen von Problemlöseprozessen. So beschreibt Schoenfeld [8] die erste Phase mit *Lesen*. Anschließend folgen *Analysieren*, *Exploration* und *Planung*. Garofalo und Lester fassen diese ersten Schritte als *Orientierung* und *Organisation* zusammen. In beiden Modellen folgt dann die Ausführung [4].

Die Charakterisierungen des Problemlösens beziehen sich also auf die Beschreibung des Lösungsprozesses. Dies ist auch bei den Modellen des Modellierens der Fall. Dort ist allerdings noch zusätzlich ein inhaltlicher Aspekt (z. B. Unterscheidung zwischen Realität und Mathematik) von Bedeutung.

Bausteine von Planungsprozessen

Für die Untersuchung von Modellbildungs- und Problemlöseprozessen wurden offene Aufgaben mit Realitätsbezug verwendet [5]. Je zwei Schülerinnen bzw. Schüler wurden bei der Bearbeitung dieser Aufgaben beobachtet. Die Schülerinnen und Schüler wurden aufgefordert, die Aufgaben zu zweit – ohne weitere Hilfen – zu lösen. Die Arbeit an den Aufgaben wurde mit einer Videokamera aufgezeichnet. Zur Auswertung wurden diese Videodaten komplett transkribiert. Im Rahmen des offenen Kodierens mit drei

Ratern wurden den einzelnen Äußerungen der Schülerinnen und Schülern konzeptuelle Bezeichnungen zugeordnet, die in mehreren Durchgängen diskutiert und modifiziert wurden. Diese Bezeichnungen für einzelne Interviewabschnitte wurden schließlich Kategorien zugeordnet [10, S. 43 ff.]. Eine dieser Kategorien wurde mit *Planung* bezeichnet. Wir interessieren uns hier für Bausteine von Planungsprozessen, die von besonderer Bedeutung für die Lösung von Modellierungsaufgaben sind und häufiger in den Aufgabenlösungen von Schülerinnen und Schülern gefunden wurden. Dadurch werden die Beschreibungen von Problemlöse- und Modellbildungsprozessen miteinander in Beziehung gesetzt. Im Folgenden werden diese Bausteine von Planungsprozessen beschrieben und Phasen des Modellierens zugeordnet.

Orientierungsphasen

Idealtypisch liegen die Orientierungsphasen zu Beginn der Aufgabenbearbeitung. Sie sollten sich direkt auf das gegebene Material beziehen und sind daher vom Ansatz her im Bereich der Realität anzusiedeln. Falls Orientierungsphasen im späteren Verlauf des Interviews noch einmal vorkommen, ist dies ein Zeichen dafür, dass zu Beginn der Arbeit einige Verständnisfragen nicht geklärt wurden. Solche Orientierungsphasen können mit dem Situationsmodell aus dem Modellbildungskreislauf in Verbindung gebracht werden.

Wechsel von Planung in Realität und Mathematik

An einigen Stellen in den Interviews folgen Planungen in der Realität und in der Mathematik dicht aufeinander. Genauer gibt es drei Arten von Wechseln.

Eine Art ist der Wechsel von der Realität in die Mathematik. Diese Art würden wir ausgehend vom Standardmodell des Modellierens am häufigsten erwarten, da das mathematische Modell erst nach dem Realmodell entwickelt werden sollte.

Die zweite Art ist der Wechsel von der Mathematik in die Realität. Dieser Wechsel in der Planung ist nach dem Standardmodell für das Modellieren eher unüblich, da nach dem Erstellen eines mathematischen Modells die Ausführung der Berechnungen und nicht die Planung in der Realität folgen würde. Ein solcher Schritt ist in den Lösungsprozessen häufiger gefunden worden, insbesondere in Interviews, in denen Planungsprozesse sehr genau diskutiert wurden.

Die dritte Art ist ein mehrfacher Wechsel zwischen Realität und Mathematik. Hier handelt es sich um eine Kombination der beiden vorher genannten Wechsel. Dies könnte auf eine intensive Auseinandersetzung mit den realen

und mathematischen Inhalten der Aufgabe hindeuten. Im Standardmodell des Modellierens ist das der Bereich zwischen realem und mathematischem Modell, die sich bei dieser Wechselart nicht mehr trennen lassen.

Teilmodelle

Wir sprechen dann von Teilmodellen in der Realität bzw. Mathematik, wenn in den Planungsphasen Vereinfachungen und Annahmen gemacht werden, die im Bereich der Realität bzw. Mathematik liegen. Diese Planungsschritte können mit dem Erstellen des Realmodells bzw. mathematischen Modells im Modellbildungskreislauf identifiziert werden.

Die genannten Bausteine sind nach ersten Beobachtungen auch geeignet, Planungstypen zu charakterisieren und die Qualität von Planungsprozessen zu beurteilen.

Literatur

- [1] Blum, W. (1985): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion, *Math. Semesterber.* 32 (2), 195-232.
- [2] Borromeo Ferri, R. (2006): Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process, *ZDM* 38 (2), 86-95.
- [3] Fischer, R. & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik*, Mannheim Wien Zürich: Bibliographisches Institut.
- [4] Garofalo, J. & Lester F.K. (1985): Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance, *J. Res. Math. Educ.* 16(3), 163-176.
- [5] Greefrath, G. (2006): *Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben*, Köln: Aulis Verlag Deubner.
- [6] Müller, G. & Wittmann, E. Ch. (1984): *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*, Braunschweig Wiesbaden: Vieweg.
- [7] Polya, G. (1995): *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*, 4. Auflage, Tübingen und Basel: Francke.
- [8] Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical problem solving*, Orlando: Academic Press.
- [9] Schupp, H. (1988): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen, *Der Mathematikunterricht* 34 (6), 5-16.
- [10] Strauss, A. & Corbin, J. (1996): *Grounded Theory: Grundlagen Qualitativer Sozialforschung*, Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.