

## Realität im „Klassenzimmer“ oder Wie können Modellbildungskompetenzen in der S I entwickelt werden?

### Modellbildungskreislauf

Es gibt verschiedene Varianten für die Darstellung des Modellbildungskreislaufs, die stets das zu untersuchende Realproblem, das mathematische Modell und die Resultate als Bestandteile enthalten. Auf der Basis des Modellbildungskreislaufs nach BLUM/LEISS [1] wurde dieser Kreislauf als Phasenmodell dargestellt. Das Aufstellen eines Realmodells und die Betrachtung der mathematischen Berechnungen sollen innerhalb des Kreislaufs gesondert berücksichtigt werden. Wie dargestellt, wird außerdem zwischen der Lösungsevaluation aus mathematischer und realer Sicht unterschieden.

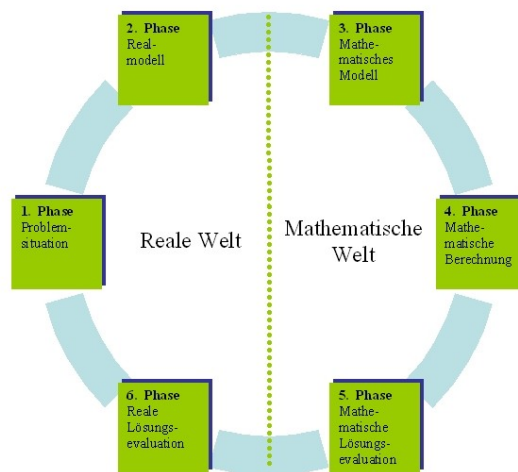


Abb. 1

### Modellbildungswerkzeuge

Die Verwendung von Werkzeugen ermöglicht die Betrachtung auch komplizierter Beschreibungen, Auch die graphische Darstellung benötigt praktisch keine Zeit. Hinzu kommt der Aspekt der relativen Fehlerfreiheit (zumindest was die technische Ausführung betrifft).

Unterstützend wirken Werkzeuge auch im Sinne des Probierens und Simulierens von Einflussfaktoren. Kritisch muss bemerkt werden, dass es dabei häufig dazu kommt, dass eine "sinnlose" Genauigkeit erreicht werden möchte oder "blind" ohne Systematik probiert wird. Dabei werden notwendige Intervalle oder Grenzen missachtet. Grobe Abschätzungen und die ständige bewusste Kontrolle der Arbeitsschritte und Ergebnisse sind erforderlich.

## **Modellieren als Denkschulung**

Der Erwerb mathematischer Grundbildung wird zunehmend charakterisiert durch die Entwicklung von Modellierungsfähigkeiten und somit in der Modellbildungskompetenz bei Schülern im Prozess des Erfassens von Sachsituationen und der Lösung von Anwendungsproblemen. Modellbildungskompetenzen sind dabei diejenigen Fähigkeiten, Fertigkeiten und Einstellungen, die für den Modellierungsprozess von Bedeutung sind. Modellbildungskompetenzen beinhalten das Strukturieren, Mathematisieren und Interpretieren von Problemen und deren Lösung sowie die Fähigkeit, mit mathematischen Modellen zu arbeiten, das Modell zu validieren, das Modell und seine Ergebnisse kritisch zu analysieren und zu beurteilen, über das Modell zu kommunizieren und den Prozess der Modellbildung zu beobachten und selbst regulierend zu steuern. Mathematische Modellbildung ("Modellierungstätigkeiten") dominiert die Phasen eines Problemlöseprozesses.

Fähigkeiten und Fertigkeiten in der Modellbildung können in einem Niveaustufenmodell strukturiert werden, das durch die folgenden Stufen charakterisiert werden kann (

**Niveaustufe 1:** Erkennen und Verstehen des Modellbildungskreislaufes (Fähigkeit den Modellbildungsprozess zu beschreiben, Fähigkeit einzelne Phasen zu charakterisieren, die Fähigkeit einzelne Phasen zu unterscheiden bzw. während eines Modellbildungsprozesses zu lokalisieren)

**Niveaustufe 2:** Selbstständige Modellbildung (Fähigkeit verschiedene Lösungsansätze zu entwickeln, die Fähigkeit zur Einnahme verschiedener Modellbildungsperspektiven, Fähigkeit zur selbst-ständigen Modellbildung)

**Niveaustufe 3:** Reflexion über Modellbildung (Fähigkeit zur kritischen Analyse des Modellbildungsprozesses, Fähigkeit über den Anlass von Modellbildung zu reflektieren, Fähigkeit Kriterien der Modellbildungsevaluation zu charakterisieren)

Die einzelnen Niveaustufen können durch Modellierungsfähigkeiten beschrieben werden, deren Ausprägung entscheidend die Modellbildungskompetenz **Problemlösen** bestimmt.

### **Niveaustufenakzentuierte Modellbildungsaufgaben**

Diese Aufgabe der **Niveaustufe 1** erfordert die Fähigkeiten zur kritischen Auseinandersetzung mit einem vorgegebenen Modell. Dazu muss ausgehend von Fallbeispielen der Modellbildungsprozess nachvollzogen werden und es soll ständig eine Kontrolle der vorliegenden Gleichung, an gegebenen und eigenen Beispielen, stattfinden. Neben einfachen kombinato-

rischen Fähigkeiten sollten die Schüler über Kenntnisse zur Lösung quadratischer Gleichungen verfügen. Ferner wird vorausgesetzt, dass die vorgegebene Gleichung bewertet werden kann, indem sie durch die Anwendung von Beispielen gestützt oder entkräftet wird.

*Sebastian wird bei Sportturnieren häufig als Protokollführer engagiert. Bei diesen Turnieren spielt in der Regel jede Mannschaft gegen jede. Um einen Zeitplan aufzustellen, muss er zu Beginn jedes Turniers die Anzahl der Spiele bestimmen. Für 3 bzw. 4 Mannschaften hat er diese Anzahl bereits ermittelt: 3 Spiele bei 3 Mannschaften (A-B, A-C, B-C) und 6 Spiele bei 4 Mannschaften (A-B, A-C, A-D, B-C, B-D, C-D)*

Abb. 4

*Bei Turnieren, an denen noch mehr Mannschaften teilnehmen, nimmt diese Vorgehensweise viel Zeit in Anspruch. Um den Aufwand zu verringern, möchte Sebastian eine Formel aufstellen. Er unterbreitet dafür folgenden Vorschlag:  $s = [n(n-1)]/2$*

*Prüfe die Formel anhand der von Sebastian und an eigenen Beispielen! Für welche Anzahl von Mannschaften kann sie verwendet werden? In der 1. Fußball-Bundesliga finden in jeder Saison an 34 Spieltagen jeweils 9 Spiele statt. Aus Gründen der Fairness wird jede Begegnung zweimal angesetzt (Heim- und Auswärtsspiel). Wie viele Mannschaften spielen in der 1. Bundesliga?*

Die Aufgabe FLÄCHEN fokussiert auf Fähigkeiten der Mathematisierung und beleuchtet nur einen Teil des Modellbildungsprozesses auf der **Niveaustufe 2** zur Vorbereitung auf die Lösung der Modellbildungsaufgabe

*Wieviel Konfetti kann man mit Hilfe eines Lochers aus einem DIN A4-Blatt herausstanzen?*

*Gib jeweils eine Formel zur Berechnung der weißen Flächen an. Notwendige Annahmen, Vereinfachungen und Variablen sind explizit anzugeben.*

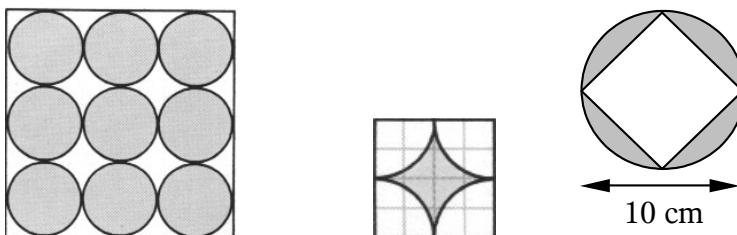


Abb. 2

Innerhalb der folgenden Modellbildungsaufgabe werden Verfahrenkenntnisse zur Modellvalidierung sowie Fähigkeiten, die durch **Niveaustufe 3** sich charakterisiert lassen herausgebildet:

*Mittels eines Laufrades werden Entfernungen, z.B. bei Verkehrsunfällen gemessen. Schildere stichpunktartig die Methode der Entfernungsmessung mittels Laufrad. Wie könnte man die Qualität (Genauigkeit) der Entfernungsmessung mittels Laufrad überprüfen? Von welchen Einflussgrößen hängt die Genauigkeit der Entfernungsmessung mittels Laufrad ab? Welche der ermittelten Einflussgrößen sind mathematisch leicht berechenbar?*



Abb. 3

## Literatur

- [1] Werner Blum, Dominique Leiß: Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe in: mathematik lehren No. 128