

Erich Ch. WITTMANN, Dortmund

## **Die fachwissenschaftliche Basis des Lehrerwissens: Elementarmathematik**

Die Philosophen haben die Welt nur verschieden *interpretiert*, es kommt aber darauf an, sie zu verändern.

Karl Marx, 11. Feuerbachthese  
(Inscription im Treppenaufgang des Hauptgebäudes der Humboldt-Universität)

Mit dem vorliegenden Beitrag soll der Blick auf die fachwissenschaftliche Komponente der Lehrerbildung gerichtet werden, die nach Auffassung des Autors der blinde Fleck der Bildungspolitik in den Bemühungen um eine Verbesserung des Mathematikunterrichts ist.

Der Beitrag ist folgendermaßen aufgebaut: im ersten Abschnitt wird aufgezeigt, dass die weithin herrschende Praxis der fachwissenschaftlichen Mathematiklehrerbildung nicht zu den heutigen Vorstellungen von Lehren und Lernen in der Schule passt. Im zweiten Teil wird dargelegt, dass dieses Problem durch die aktuellen empirisch-analytischen Forschungen zur Professionalisierung kaum berührt wird, sondern nur konstruktiv durch neue Lehrerausbildungskonzepte gelöst werden kann. Dafür wird ein Beispiel gegeben. Im dritten Abschnitt wird kurz angedeutet, welche Art von fachdidaktischer Forschung nötig ist, um die Entwicklung neuartiger Konzepte zu unterstützen.

### **1. Die Dysfunktionalität der fachwissenschaftlichen Lehrerausbildung**

In seinem „Neubau des Rechenunterrichts“ beschrieb Johannes Kühnel das „Lehrverfahren der Zukunft“ folgendermaßen ([1], S. 70):

„Statt Stoff darzubieten, wird [der Lehrer] künftig die Fähigkeiten des Schülers zu entwickeln haben ... Und das Tun des Schülers ist nicht mehr auf Empfangen eingestellt, sondern auf Erarbeiten. Nicht Leitung und Rezeptivität, sondern Organisation und Aktivität ist es, was das Lehrverfahren der Zukunft kennzeichnet.“

Erst nach der Phase der „Neuen Mathematik“, die sozusagen zuerst den Boden lockern musste, ist es gelungen, diese Auffassungen von Lehren und Lernen in den Lehrplänen zu verankern. Historische Bedeutung kam dabei dem Lehrplan Mathematik für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen zu, der unter der Federführung von Heinrich Winter entstand und 1985 in Kraft trat. In diesem Lehrplan wurde zum ersten Mal das Prinzip des entdeckenden Lernens als oberstes Unterrichtsprinzip verankert und die Aufgabe des Lehrers folgendermaßen beschrieben:

„Den Aufgaben und Zielen des Mathematikunterrichts wird in besonderem Maße eine Konzeption gerecht, in der das Mathematiklernen als ein

konstruktiver, entdeckender Prozess aufgefasst wird ... Die Aufgabe des Lehrers besteht darin, herausfordernde Anlässe zu finden und anzubieten, ergiebige Arbeitsmittel und produktive Übungsformen bereitzustellen und vor allem eine Kommunikation aufzubauen und zu erhalten, die dem Lernen aller Kinder förderlich ist.“

In diesem Lehrplan finden sich auch die allgemeinen Lernziele, die Winter in [2] ausführlich beschrieben hat und die als Vorbild für die allgemeinen Kompetenzen „Modellieren, Problemlösen, Argumentieren, Darstellen von Mathematik, Kommunizieren“ in den Bildungsstandards fungierten. In den Standards für die Grundschule heißt es dazu:

„Allgemeine mathematische Kompetenzen zeigen sich in der lebendigen Auseinandersetzung mit Mathematik und auf die gleiche Weise, in der tätigen Auseinandersetzung, werden sie erworben. Die angestrebten Formen der Nutzung von Mathematik müssen daher auch regelmäßig genutzte Formen des Mathematiklernens sein.“

Ziel der Lehrerbildung muss es sein, die Studierenden zu einem Unterricht im Sinne der Bildungsstandards zu befähigen. Der Autor vertritt die These, dass dies heute weithin nur in unzureichender Form geschieht, da sich die fachwissenschaftlichen Teile der Lehrerbildung *grosso modo* viel zu stark an der fertigen, komprimierten Mathematik orientieren, zu sehr von reproduktiven Lehr-/Lernformen geprägt sind, zu weit von Inhalten der Schulmathematik entfernt sind und Ausdrucksmittel benutzen, die für die Kommunikation mit Schülerinnen und Schülern ungeeignet sind. Der Autor stützt diese These nicht nur auf die weit verbreiteten Lehrbücher, sondern auch auf viele Skripten und Übungsblätter verschiedener Hochschulen und auch auf viele Gespräche mit Kolleginnen und Kollegen. Was die Ausbildung für das Gymnasium anbelangt, sei auf die Analyse von Wolfgang Kroll verwiesen, für den die fachwissenschaftliche Ausbildung den Studierenden „allenfalls eine falsche Vorstellung von ihrer unterrichtlichen Aufgabe“ vermittelt (zitiert in [3], Abschnitt 4).

## **2. Ansätze zu einer veränderten fachwissenschaftlichen Ausbildung**

Mathematiker vertreten oft die Meinung, die fachwissenschaftliche Ausbildung habe lediglich die „Standards“ des Faches zu sichern und es sei Aufgabe der Didaktik und der Erziehungswissenschaften, den Studierenden professionelles Wissen zur Umsetzung des Fachwissens in unterrichtliches Handeln zu vermitteln und zu erforschen, welche Faktoren diese Umsetzung begünstigen und welche sie schwächen. Dieser Meinung ist folgende Tatsache entgegenzuhalten: Das Mathematikstudium und der Mathematikunterricht sind keine getrennten Welten. Im Studium wird nicht einfach Stoff aufgenommen, der gewissermaßen didaktisch neutral für pädagogisch-didaktische Unterrichtsmaßnahmen zur Verfügung steht. Im

Studium werden zwangsläufig auch die Lehr-/Lernauffassungen der Studierenden geprägt, da sie naturgemäß sich selbst als Lernende und die Hochschullehrer als Lehrende erfahren. Reproduktive Lehr-/Lernformen prägen den Studierenden daher Einstellungen und Verhaltensweisen auf, die für den Unterricht hinderlich sind.

John Dewey hat in einem fundamentalen Beitrag zur Lehrerbildung bereits vor 100 Jahren die Bedeutung der fachwissenschaftlichen Ausbildung klar erkannt und den Vorschlag gemacht, diese Ausbildung für die Entwicklung von professionellem Wissen zu nutzen, das die spätere Unterrichtstätigkeit direkt positiv beeinflusst ([4], 263):

„Fachwissen wird manchmal als etwas angesehen, das methodisch irrelevant ist. Wenn man sich diese Auffassung zu eigen macht, und sei es auch nur unbewusst, wird die Methodik eine äußere Zutat zum Fachwissen, die unabhängig vom Fachwissen ausgearbeitet und *dann* angewandt werden muss. Die Fachinhalte, die den Studierenden als Gegenstände geboten werden, müssen aber ihrer Natur entsprechend organisiert sein ... sie bilden Material, das im Hinblick auf regulierende geistige Prinzipien ausgewählt und geordnet wurde. Daher liegt eine Methode im Stoff selbst – eine Methode der höchsten Form, die der menschliche Geist je entwickelt hat: der wissenschaftlichen Methode. ... Vor diesem Hintergrund ist an der „akademischen“ Ausbildung etwas falsch, wenn die Studierenden im Studium nicht beständig Musterbeispiele der besten Art für die Art geistiger Aktivität erhalten, die charakteristisch ist für geistige Entwicklung und daher auch für Lernprozesse.“ (Übers. E.Ch.W.)

Dewey wollte damit keineswegs den Wert der fachdidaktischen und erziehungswissenschaftlichen Ausbildung schmälern, sondern einfach darauf hinweisen, dass die fachwissenschaftliche Ausbildung, wenn sie geeignet organisiert ist, das professionelle Handeln von Lehrern wesentlich unterstützen kann.

Damit sich die fachwissenschaftliche Ausbildung positiv auswirken kann, muss sie insbesondere nach folgenden Kriterien organisiert werden:

1. Die Ausbildung muss sich auf die elementaren Bereiche des Fachwissens konzentrieren und die Studierenden zu einem sicheren Umgang mit nicht-symbolischen Darstellungsformen befähigen, die für die Kommunikation mit Schülerinnen und Schülern in erster Linie benötigt werden.

2. Mathematische Prozesse müssen in den Vordergrund gerückt werden (genetische Sichtweise). Die Studierenden müssen insbesondere die Möglichkeit erhalten, sich so gründlich mit den allgemeinen Kompetenzen vertraut zu machen, dass sie sich im Rahmen der Elementarmathematik selbstständig mathematisch betätigen können.

Eine Möglichkeit für eine in diese Richtung veränderte Ausbildungspraxis zeigt das von einem Autorenteam entwickelte Buch „Arithmetik als

Prozess“ auf ([5]). Im ersten Kapitel dieses Buches werden sieben Teilbereiche der Arithmetik über je 10 Leitprobleme erschlossen, die von den Studierenden mit gewissen Anleitungen eigenständig zu bearbeiten sind. Im dritten Kapitel werden diese Bereiche systematisch abgehandelt, wobei vorrangig nicht-symbolische Darstellungsformen benutzt werden. Geplant ist eine Reihe „Elementarmathematik und Prozess“, deren Bände alle Bereiche der Elementarmathematik bis hin zur elementaren Analysis umfassen und nach dem Vorbild von „Arithmetik als Prozess“ aufgebaut sind. Die Arbeit an einer solchen Reihe wäre ein ideales „joint venture“ für elementarmathematisch interessierte Didaktiker und didaktisch interessierte Mathematiker. Der Autor ist für Kontakte in dieser Richtung offen.

### **3. Das elementarmathematische Forschungsprogramm**

Der Erfolg einer „Elementarmathematik vom genetischen Standpunkt“, die den Bildungsstandards entspricht, hängt davon ab, dass es gelingt,

1. elementarmathematische Theorien in inhaltlich-anschaulicher Form mit integrierten Anwendungen zu konzipieren und
2. eine Grammatik nicht-symbolischer Darstellungen zu entwickeln, auf die „operative Beweise“ gegründet werden können.

Dies erfordert eine moderne Form von „Stoffdidaktik“, da nur auf diese Weise die nötigen konstruktiven Leistungen erbracht werden können. Analysen und empirische Untersuchungen von Bildungsforschern und Didaktikern dürfen nicht von dieser Aufgabe ablenken.

### **Literatur**

- [1] Johannes Kühnel; Neubau des Rechenunterrichts. Bad Heilbrunn, Klinkhardt 1956
- [2] Heinrich Winter: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? ZDM 4/1975, S. 107 - 116
- [3] Gerhard N. Müller et. al.(Hg.): Arithmetik als Prozess. Seelze/Velber, Kallmeyer, 2003
- [4] John Dewey: The Relation of Theory and Practice in Education. The Middle Works 1899 - 1924, ed. by Jo Ann Boydston, vol. 3, 249 – 272, Carbondale/Ill., Southern Illinois Press 1977
- [5] Gerhard N. Müller et al. (Hg.): Arithmetik als Prozess, Seelze/Velber 2004