

Gabi RICKEN, Hamburg, Annemarie FRITZ, Essen

Ein entwicklungspsychologisches Modell für die Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschul- und frühen Grundschulalter

1. Der diagnostische Ansatz

Um individuelle Förderpläne zu entwickeln, ist die Bestimmung der Lernausgangslage erforderlich (Schuck, 2004). Die Frage, die sich stellt, ist die nach der theoretischen Begründung der Lernstandsaufgaben sowohl hinsichtlich der entwicklungspsychologischen als auch der psychometrischen Fundierung. Welche Fertigkeiten sind zu unterscheiden? Welche sind interindividuell gültige Meilensteine? Wie sind Fertigkeiten zu strukturieren, um für die Beschreibung individueller Entwicklungen und interindividueller Unterschiede nutzbar zu sein?

Fragen dieser Art werden von uns am Beispiel des Rechnen Lernens im Vorschul- und frühen Grundschulalter bearbeitet. Hinweise auf frühe relevante Fertigkeiten ergaben sich aus Längsschnittstudien, die in den letzten Jahren durchgeführt wurden (z. B. Weißhaupt u. a. 2006). Dazu zählen z. B. das Erkennen von Mengeninvarianzen, das simultane Erfassen von Punktmengen oder das Vergleichen von Mengen. Aufgabenlisten dieser Art ermöglichen einen „breiten Blick“. Die einzelne Fertigkeit kann mit altersgleichen Kindern verglichen werden (Haffner u. a. 2005) oder in einen Gesamtwert eingehen (van Luit u. a. 2001). Während die Reduktion der Informationen auf einen Wert keine differenzierte Darstellung einzelner Fertigkeiten ermöglicht, führen Testbatterien mit mehreren Untertests zu Schwierigkeiten in der Bewertung von Untertestprofilen. Was bedeutet es, wenn die Zahlwortreihe bis 10 zwar beherrscht wird, die Frage aber „Wie viele Steine sind das?“ nicht beantwortet werden kann? Spielt es eine Rolle, ob die Antwort auf die Aufgaben: „Auf dem Bild siehst du drei schwarze und vier weiße Vögel. Wie viele Vögel sind es insgesamt?“ in Ziffern oder mit Strichen hingeschrieben wird?

Vor dem Hintergrund solcher Fragen wurde der eigene theoretische Ansatz entwickelt (Fritz & Ricken, i. V.). Dafür wurden Anforderungen unabhängig von ihren Aufgabenformaten auf Gemeinsamkeiten hin systematisiert. Geprüft wurde, ob sich Annahmen über die Qualität des Wissens formulieren lassen, das die Lösung verschiedener Aufgaben ermöglichen. Im Ergebnis entstand ein deskriptives Strukturmodell, indem „typische Muster von Voraussetzungen“, die für das Lösen von Aufgaben erforderlich sind (Schecker & Parchmann, 2006), auf Niveaustufen abgebildet wurden. Der bisher erarbeitete Entwurf des Strukturmodells und der Ansatz der empirischen Validierung werden im Folgenden dargestellt.

2. Das Entwicklungsmodell

Die Modellierung erfolgt auf der Basis der Annahmen von Fuson (1988) und Resnick (1989). Unterschieden werden fünf Niveaustufen:

Stufe I: Zuerst entwickeln sich unabhängig voneinander Fähigkeiten des Reihenbildens, des unspezifischen Mengenvergleichens und der Beherrschung der Zahlwortreihe als Folge von Worten, die noch nicht mit einzelnen Objekten verbunden werden.

Stufe II: Im nächsten Schritt entsteht ein „mentaler Zahlenstrahl“ (Resnick 1983), auf dem Zahlworte eine feste Abfolge haben, ohne dass der Abstand zwischen den Zahlworten von Bedeutung ist. Insofern ist dieser Strahl ein ordinaler. So geordnete Zahlworte können Objekten zugewiesen werden, so dass ein Auszählen von Objektmengen von eins beginnend möglich wird. Das Ergebnis entspricht dem Zahlwort, das an das letzte Objekt vergeben wird. Über das Auszählen sind additive oder subtraktive Aufgaben zu bewältigen, indem die Mengen ausgezählt werden. Eine Einsicht in die Mächtigkeit der gezählten Menge ist damit nicht verbunden.

Stufe III. Der nächste wesentliche Schritt besteht darin, dass die Anzahl der in der Menge enthaltenen Elemente als Mächtigkeit der Menge verstanden wird. Beim Zählen von Elementen steht die 3 nicht für das dritte Element, sondern für alle drei gezählten Objekte. Mit diesem Wissen kann beim Addieren vom ersten Summanden an weitergezählt und Elemente aus einer größeren Menge abgezählt werden. Der Wechsel von der zweiten zur dritten Stufe ist an der Frage „Wie viele sind es?“ zu erkennen. Kinder der Stufe 2 zählen von eins an aus, während Kinder mit einem ersten kardinalen Verständnis das letzte zugeordnete Zahlwort wiederholen.

Stufe IV: Im weiteren Verlauf differenziert sich das Wissen über Mengen und Beziehungen zwischen Mengen aus. Mengen werden als gegliederte Quantitäten verstanden, sie sind aus anderen Mengen zusammensetzen und in Teilmengen zu zerlegen. Es wird verstanden, dass die steigende Mächtigkeit der Zahlwortreihe stetig durch die Menge „eins“ ansteigt. Damit können Differenzen zwischen Mengen bestimmt und erste relationale Beziehungen verstanden werden.

Stufe V: Dieses Wissen, dass Teilmengen gebildet und „verschoben“ werden können, ohne dass sich das Ganze ändert ($8 = 3 + 5$ aber auch $8 = 4 + 4$) wird auf Stufe 5 sicherer und „flexibler“. Damit können Teilmengen weiter zerlegt ($5 + 8 = 5 + 5 + 3$) und Beziehungen zwischen Teilmengen erkannt werden. Additions- und Subtraktionsaufgaben sind als Beziehungen zwischen Teil- und Gesamtmenge zu verstehen.

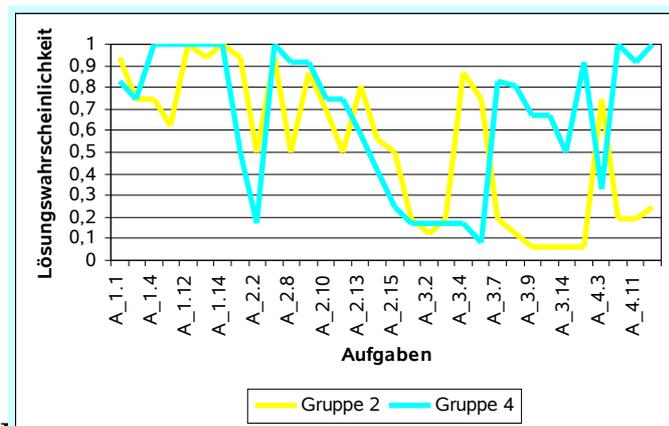
3. Die Daten

Als Ansatz zur Modellprüfung wurde das Verfahren der Latent-Class-Analyse (LCA) verwendet (Rost 2004). Mit diesem Verfahren werden Personen latenten Klassen anhand gleicher Wahrscheinlichkeiten für die Lösung von Aufgaben zugeordnet. Personengruppen unterscheiden sich folglich in den Lösungsprofilen. Von Interesse ist nun, ob die zur Gruppenbildung führenden Profile durch die angenommenen theoretischen Stufen zu interpretieren sind. Das Ausgangsmodell kann aufgrund der gebotenen Kürze nicht dargestellt werden. Die empirisch ermittelten Profile fielen differenzierter aber nicht prinzipiell anders aus als im Ausgangsmodell postuliert. Die folgende Studie wird dargestellt, um den methodischen Zugang zur Validierung des Stufenmodells zu diskutieren. An der Studie nahmen 71 Kinder im Alter zwischen 60 und 81 Monaten und einem IQ zwischen 88 und 145 teil. Die Streuung in diesen Kriterien war beabsichtigt, um eine ausreichende Leistungshomogenität zu erreichen. Die Kinder bearbeiteten 40 Aufgaben im Einzeltest. Der Datensatz wurde hinsichtlich der Dimensionalität mit einer Mokkenanalyse überprüft (Homogenitätskriterium .60). 32 Items erfüllten das Kriterium der Ordnung auf einer Dimension, so dass auf deren Grundlage die Profilbildungen erfolgten. Die Modellvergleiche ergaben eine interpretierbare Anzahl von vier Klassen ($\chi^2 = .140$; Zuordnungswahrscheinlichkeit $> .90$). Eine Gruppe von Kindern löste fast alle Aufgaben vollständig, so dass für diese das Niveau V anzunehmen ist.

Eine weitere Gruppe bewältigt eine erste Aufgabengruppe, die das Auszählen erfordert. Dies entspricht dem II. Niveau. Die Abbildung zeigt die Profile einer dritten (2) und vierten (4) Gruppe. Beide bewältigen nicht das Zählen in Schritten bzw. relationale Aufgaben:

Wie heißt die Zahl, die um 3

kleiner ist als 6? (A3.2- A3.7). Die Gruppe 4 bewältigt aber deutlich besser als Gruppe 2 Aufgaben zur Differenzbestimmung und zur Zerlegung von Mengen (A3.8 – A4.12). Damit dürften sich diese Kinder auf der Stufe 4 befinden, während die Gruppe 2 sicher das Niveau II beherrscht. Im Unterschied zu den schwächsten Kindern (in Abb. nicht dargestellt) lösen sie Mengenvergleichsaufgaben (A2.8 –A.2.13), so dass vermutet werden kann, dass sich das kardinale Verständnis gerade in der Entwicklung befindet.



4. Das Fazit

Die bisher durchgeführte Operationalisierung der Stufenannahmen führt zu einem Aufgabenset, anhand dessen unterschiedlich leistungsstarke Kinder zu klassifizieren sind. Diese Klassen passen in vielen Punkten zu den theoretischen Vorhersagen. Im weiteren Untersuchungsverlauf sind die Daten zu replizieren. Des Weiteren muss die Brauchbarkeit des Ansatzes im Längsschnitt belegt werden. Die Ergebnisse dieser Analysen gehen in die Konstruktion eines Testverfahrens auf der Basis der LCA ein.

Literatur

- [1] Karl Dieter Schuck: Zur Bedeutung der Diagnostik bei der Begleitung von Lern- und Entwicklungsprozessen. Z. f. für Heilpädagogik. 2004
- [2] Steffi Weißhaupt, Sabine Peuker & Markus Wirtz: Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersagen von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. Psychologie in Erziehung und Unterricht. 2006
- [3] Johann Haffner, Karin Baro, Peter Parzer & Franz Resch: Heidelberger Rechentest. HRT 1-4. Hogrefe, Göttingen 2005
- [4] Johannes E. H. van der Luit; Bernadette A. M. Rijt & Klaus Hasemann: Test zur Zahlbegriffsentwicklung. Hogrefe, Göttingen 2001.
- [5] Annemarie Fritz & Gabi Ricken: Ein Kompetenzstufenmodell des Rechenerwerbs. i. V.
- [6] Horst Schecker & Ilka Parchmann: Modellierung naturwissenschaftlicher Kompetenz. Z. f. Didaktik der Naturwissenschaften, 12, 2006
- [7] Karen C. Fuson: Children's counting and concepts of number. New York 1988
- [8] Lauren B. Resnick: Developing mathematical knowledge. American Psychologist, 1989
- [9] Jürgen Rost: Testtheorie – Testkonstruktion (2. Aufl.). Bern 2004