

Bernd NEUBERT, Gießen

## **Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Grundschule?**

Durch die Zielstellungen in den Bildungsstandards wird für die Umsetzung der Leitidee „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“ auf das Einschätzen von Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten als eine Möglichkeit der Integration von Elementen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in den Unterricht der Grundschule orientiert. Im Folgenden werden ausgewählte Ergebnisse zweier Studien vorgestellt. Ziel der Studien war es zu untersuchen, welche Kompetenzen Grundschüler ohne Vorkenntnisse zur Wahrscheinlichkeitsrechnung aus dem vorangegangenen Unterricht zum Einschätzen von Gewinnchancen an Zufallsgeneratoren schon besitzen. In der ersten Studie wurden Schüler 4. Klassen mit Aufgaben gleicher mathematischer Struktur zum Urnenmodell und zum Glücksrad konfrontiert, in der zweiten Studie wurden Schülern einer 3. Klasse verschiedene Aufgaben zum Glücksrad gestellt.

### **Untersuchungen zu Aufgaben gleicher mathematischer Struktur an unterschiedlichen Zufallsgeneratoren**

An der Studie zu Aufgaben gleicher mathematischer Struktur (vgl. Lotz 2006) nahmen 24 Probanden zweier 4. Klassen teil. In Einzelinterviews wurden ihnen vier Aufgaben zum Glücksrad gestellt. Nach einer Woche lösten die Schüler vier strukturgleiche Aufgaben zum Zufallsgenerator Urne.

In *Aufgabe 1* sollten zwei Zufallsgeneratoren hinsichtlich ihrer Gewinnchancen verglichen werden. Diese hatten die gleiche Gesamtanzahl von 8 Feldern (Kugeln) bei unterschiedlicher Anzahl der günstigen Möglichkeiten: 4 von 8 zu 3 von 8 günstigen Möglichkeiten.

In *Aufgabe 2* sollte die Farbe mit der größten Gewinnchance innerhalb eines Zufallsgenerators gewählt werden. Die Farbanteile der Felder bzw. Kugeln waren 4mal rot, 3mal blau, 1mal gelb.

In *Aufgabe 3* sollten zwei Zufallsgeneratoren mit unterschiedlicher Gesamtanzahl an Feldern (Kugeln) verglichen werden („An welchem Glücksrad (bei welcher Kiste) ist deine Gewinnmöglichkeit größer?“): 5 von 12 günstigen zu 4 von 8 günstigen Möglichkeiten. Das erste Glücksrad (Urne) hatte noch 4 blaue und 3 gelbe Felder, das zweite noch je 2 blaue und gelbe.

In *Aufgabe 4* wurde das Verständnis für die Begriffe „mögliches Ereignis“, „sicheres Ereignis“ und „unmögliches Ereignis“ anhand der Auswahl von vorgegebenen Spielregeln, mit denen es „möglich“ („sicher“, „unmöglich“) ist zu gewinnen, erkundet.

Während bei den Aufgaben 1, 2 und 4 kaum Probleme auftraten, trafen beim Vergleich der Zufallsgeneratoren mit unterschiedlicher Anzahl von Feldern in Aufgabe 3 zwar 15 Schüler die richtige Entscheidung bei der Aufgabe zum Glücksrad, aber nur ein Schüler gab eine plausible Begründung. Bei der Aufgabe zur Urne entschieden 11 Schüler richtig, 10 davon begründeten auch korrekt. Es war festzustellen, dass sich viele Schüler beim Vergleich der Gewinnchancen ausschließlich an den günstigen Möglichkeiten orientierten und ungünstige vernachlässigten. In unserer Studie begründeten 8 Schüler bei der Aufgabe zum Glücksrad und 13 Schüler bei der Aufgabe zur Urne ihre Entscheidung auf diese Weise. 1 Schüler beim Glücksrad und 10 Schüler bei der Urne setzten bei ihren Begründungen die günstigen Möglichkeiten ins Verhältnis zu den ungünstigen: „Weil die Felder bei Glücksrad B größer sind und es weniger andere Felder gibt.“ bzw. „In Kiste B gibt es zwar weniger rote Kugeln, aber dafür sind weniger andere Kugeln in der Kiste.“ Über die Unterschiede der Ergebnisse zwischen den Zufallsgeneratoren lassen sich nur Vermutungen anstellen. Es scheint, dass das Glücksrad auf Grund seines Aufbaus zu mehr Kriterien für die Begründung anregt als die Urne. Auch in unserer Untersuchung traten für das Glücksrad noch zwei weitere Begründungen auf: „Weil zwei kleine Felder bei Glücksrad A so viel sind, wie ein großes Feld bei Glücksrad B.“ (7 Schüler) und „Weil die Felder bei Glücksrad B größer sind und es weniger andere Felder gibt.“ (7 Schüler). Von diesen erscheint uns vor allem die erste interessant, bei der über den Flächenvergleich versucht wird, auf Verhältnisse zu schließen.

### **Untersuchungen zu Aufgaben am Glücksrad**

An der Studie zum Glücksrad (vgl. Hemme-Unger 2006) nahmen 25 Schüler einer 3. Klasse teil. Der Zugang zur Untersuchung, die aus acht Aufgaben bestand, erfolgte über ein Spiel, bei dem zwei Glücksräder als Zufallsgenerator genutzt wurden. Beide Glücksräder hatten acht Felder mit folgenden Färbungen: Glücksrad 1: 5mal rot, 2mal gelb, 1mal blau, Glücksrad 2: 5mal blau, 2mal gelb, 1mal rot. Wenn eine bestimmte Farbe fiel, durfte eine entsprechende Spielfigur um ein Feld nach vorn gesetzt werden. Die Kinder sollten den Spielverlauf beobachten („Gibt es eine Farbe, die öfter gewinnt als die anderen?“), ihre Beobachtungen begründen (*Aufgabe 1 und 2*) und Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Glücksrädern herausarbeiten (*Aufgabe 3*).

In *Aufgabe 4* sollte an einem Glücksrad mit 4 roten und je zwei grünen, violetten, gelben und blauen Feldern die Entscheidung für die günstigste Farbe getroffen werden.

In den *Aufgaben 5 und 6* sollten mehrere Glücksräder hinsichtlich der Gewinnchancen verglichen werden. Bei *Aufgabe 5* wurden die Kinder mit zwei gleich großen Glücksrädern mit jeweils 8 Feldern konfrontiert. Für die Färbung der Glücksräder wurden jeweils die Farben blau, rot und gelb verwendet und bei beiden Glücksrädern war die gleiche Anzahl an Feldern in den drei Farben (4mal blau, je 2mal rot und gelb) gefärbt. Blau wurde als Gewinnfarbe festgelegt. Die Glücksräder unterschieden sich in der Anordnung der Farben. Bei Glücksrad 1 waren die blauen Felder gleichmäßig verteilt, bei Glücksrad 2 befanden sich diese vier Felder in einem zusammenhängenden Block. Um den Schülern die Strukturierung ihrer Antwort zu erleichtern, standen vier Antwortmöglichkeiten zur Verfügung: „Ich wähle Glücksrad 1, weil...“, „Ich wähle Glücksrad 2, weil...“, „Es ist egal, welches Glücksrad man wählt, weil...“ und „Ich bin mir nicht sicher“. Die Schüler sollten sich durch Ankreuzen für eine Antwort entscheiden und durch Vervollständigung des Satzes die Entscheidung begründen. Die vierte Antwortmöglichkeit wurde hinzugefügt, um zu verhindern, dass die Schüler die Antwort raten und dadurch das Ergebnis „verfälschen“.

In *Aufgabe 6* sollten drei Glücksräder verglichen werden. Diese hatten 5, 7 bzw. 3 Felder. Innerhalb eines Glücksrads hatte jedes Feld eine andere Farbe. Die Kinder sollten entscheiden, an welchem Glücksrad die Gewinnchance für die Farbe „Grün“ am größten ist.

In *Aufgabe 7* sollten die Schüler die Gewinnchance der Farbe „Gelb“ eines Glücksrads mit 6 Feldern, von denen vier gelb gefärbt waren, anhand von vorgegebenen Begriffen („unmöglich“, „sehr unwahrscheinlich“, „unwahrscheinlich“, „wahrscheinlich“, „sehr wahrscheinlich“, „sicher“) qualitativ einschätzen.

In *Aufgabe 8* war ein leeres Glücksrad mit 8 gleich großen Feldern so zu färben, dass die eigenen Gewinnchancen möglichst groß sind. Rot war als Gewinnfarbe vorgegeben.

Wie vermutet kamen die Schüler mit den meisten Aufgaben gut zurecht. An dieser Stelle soll auf Phänomene zu den Aufgaben 5 und 7 eingegangen werden, die auf Grenzen in der Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsverständnisses deuten. So entschieden sich in Aufgabe 5 beim Vergleich der „aus Sicht der Wahrscheinlichkeitsrechnung gleichartigen Glücksräder“ 4 Schüler für Glücksrad 1, 18 für Glücksrad 2, 2 für „Es ist egal“ und einer für „Ich bin mir nicht sicher“. Lediglich ein Schüler gab die korrekte Be-

gründung „Bei beiden Glücksrädern gibt es blau viermal“. Von den Schülern, die sich für Glücksrad 2 entschieden, gaben die meisten als Begründung für ihre Entscheidung an, dass die Chancen größer sind, wenn die Gewinnfelder nebeneinander liegen.

Bei der qualitativen Einschätzung der Gewinnwahrscheinlichkeit in Aufgabe 7 ordneten alle Schüler einen Begriff aus der oberen Hälfte der Skala zu (1mal „wahrscheinlich“, 7mal „sehr wahrscheinlich“, 17mal „sicher“). Es ist deshalb davon auszugehen, dass die Schüler die Begriffe verstanden und mit ihnen eine Vorstellung verbanden. Die Schüler konnten die Gewinnchance in der Tendenz richtig einschätzen. Die häufige Entscheidung für den Begriff „sicher“ gibt aber zu der Annahme Anlass, dass viele Schüler den Begriff „sicher“ (noch) nicht im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwenden.

### **Fazit**

Ebenso wie in früheren Studien zeigte sich, dass Grundschüler Aufgaben zum Einschätzen von Gewinnchancen mit unterschiedlichen Zufallsgeneratoren erfassen. Hinsichtlich der Auswahl von Vergleichskriterien traten neben erfolgreichen Strategien auch Fehlvorstellungen auf. Vergleiche mit Hilfe des Verhältnisbegriffs waren auch bei Viertklässlern kaum zu beobachten. Begriffe wurden nicht (nur) im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung, sondern auch im Sinne der Umgangssprache verwendet.

### **Literatur**

- [1] Lotz, Kathrin: Lösungsverhalten von Schülern der 4. Klasse beim Bearbeiten von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung mit gleicher Struktur – untersucht an den Zufallsgeneratoren Glücksrad und Urne. - Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik, eingereicht dem Amt für Lehrerbildung – Außenstelle Gießen, 2006 (unveröffentlicht)
- [2] Hemme-Unger, Ulrike: Kompetenzen von Schülern einer 3. Klasse beim Lösen von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung - untersucht am Beispiel des Glücksrads. - Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik, eingereicht dem Amt für Lehrerbildung – Außenstelle Gießen, 2006 (unveröffentlicht)