

Dörte HAFTENDORN, Lüneburg

Minisymposium D23: Dynamische Visualisierung in der Lehre von Mathematik

Auf der Grundlage breiter Erfahrung in der Lehre von Mathematik in Schule und Hochschule befassten sich die Vorträge dieses Minisymposiums mit den Möglichkeiten, das Verständnis mathematischer Sachverhalte und Zusammenhänge durch Visualisierungen zu vertiefen, die in einer zum Problem passenden Weise beweglich gestaltet sind. Dabei wurden sowohl Lehrsituationen betrachtet, als auch Möglichkeiten für erkundendes Lernen ausgelotet.

1. Dynamische Mathematik – Bewegung beflügelt Verstehen

Obwohl sich inzwischen herumgesprochen hat, dass Mathematik mehr zu bieten hat als starre Formeln und Kalküle, wird doch wenig unternommen, die kreativen Möglichkeiten, die in der Mathematik selbst angelegt sind, schon für Lernende in den Anfangssemestern bzw. in der Schule fruchtbar werden zu lassen. Computerwerkzeuge ermöglichen "dynamische Mathematik" zum Visualisieren der Zusammenhänge. Es wurde gezeigt, wie schon beim grundlegenden Umgang mit mathematischen Objekten die interaktive kontinuierliche Variation das Verstehen beflügelt. Dieses gilt erst recht bei den Aufgabenstellungen der Analysis, der Numerik und der Stochastik. Eine besondere Vertiefung des Lernens findet dann durch die eigenhändige Variation und Erkundung statt.

In der Diskussion zu diesem Vortrag von Dörte Haftendorn wurde deutlich, dass sich durch ein solches Vorgehen auch die in Betracht kommenden Themen erweitern. Mit Bezug auf die (im nächsten Aufsatz vorgestellte) Untersuchung zur Vielfachheit von Nullstellen wurde von einigen Zuhörern das hier erworbene Vermögen für wenig "nützlich" gehalten, da Polynome höheren Grades als vier (bisher) nicht zum Kanon gehören. Die Vertreter dieser Meinung müssen sich aber fragen lassen, ob das übliche Schulhandwerk angesichts der Computerwerkzeuge nicht sowieso einer gründlichen Revision unterzogen werden müsste. Diese Gedanke wird auch von den anderen angesprochenen Themen nahegelegt.

2. Mathematiklernen mit Animationen

Die Animation mathematischer Sachverhalte mit dem Computer ist weit mehr als das reine Erstellen von Graphen-Abbildungen. Bei der Animation geht es um den Entwurf und die zielgerichtete Realisierung, z.B. für andere Lernende – StudentInnen, LehrerInnen, SchülerInnen. Hierbei können diverse Animationsoptionen (logische zeitliche Abfolge, Geschwindigkeit,

Farben usw.) als Gestaltungselemente verwendet werden. Insofern führen Animationen zu einer vertieften mathematischen Durchdringung von Sachverhalten für einen Betrachter und erst recht für den Konstrukteur. Die vorgestellten Beispiele stammten aus dem Unterricht beider Sekundarstufen.

In der Diskussion zu diesem Vortrag von Eberhard Lehmann wurde besonders hervorgehoben, dass sich durch die Visualisierungen auch die Ästhetik der Mathematik erschließt.

3. Dynamische Visualisierungen zum Fundamentalsatz der Algebra

Funktionen einer komplexen Veränderlichen lassen sich im 3-dimensionalen Raum nicht vollständig veranschaulichen, da eine Dimension zu wenig zur Verfügung steht. Eine mögliche Visualisierung, die von einem der vielen Beweise des Fundamentalsatzes der Algebra inspiriert ist, lässt sich nicht nur dazu verwenden, diesen Fundamentalsatz intuitiv verständlich zu machen, sondern auch dazu, das Verhalten von Polynomen in einer komplexen Veränderlichen unter verschiedenen Gesichtspunkten zu untersuchen. Dies führt zu einer Reihe von Beobachtungen und Fragestellungen, die sich mit einem dynamischen Geometriesystem interaktiv erforschen lassen und interessante mathematische Hintergründe haben.

In der Diskussion zu diesem Vortrag von Dieter Riebesehl fanden Fachmathematiker und Mathematik-Didaktiker eine fruchtbare gemeinsame Basis in der Erkenntnis, dass mit dynamischen Visualisierungen wirklich eine weitere Dimension mathematischen Verstehens erschlossen werden kann.

4. Dynamische Visualisierungen im virtuellen Raum für den Geometrieunterricht

Es wurde anhand ausgewählter raumgeometrischer Themen gezeigt, welche handgeführten Visualisierungen mit dem Werkzeug Cabri 3D möglich sind und was solche Visualisierungen für das Lehren und Lernen von Raumgeometrie bedeuten.

Die Zuhörenden beeindruckte besonders, wie einfach sich z.B. die Platonischen Körper erstellen lassen, wenn man ihre Symmetrien und andere offensichtliche geometrische Eigenschaften ausnutzt. Man war sich einig, dass neben händischem Umgehen, auch Basteln und Bauen, die 3D-DGS zusätzliche mathematische Kompetenzen zu entwickeln vermögen.

5. Zusammenfassend: Dynamische Visualisierung eröffnet weiter- und tiefergehende Möglichkeiten in der Lehre von Mathematik.