Markus VOGEL, Ludwigsburg

Mit Funktionen naturwissenschaftliche Daten modellieren - eine Chance zum Verstehen von Phänomenen und Werkzeug

Naturwissenschaftliche Phänomene lassen sich über Daten repräsentieren. Kern der Datenanalyse ist, im Rauschen der Daten Gesetzmäßigkeiten aufzufinden. Solche Gesetzmäßigkeiten lassen sich oftmals durch elementare Funktionen modellieren. Mit dem Einsatz von Software wie FATHOM und EXCEL werden diese Modellierungsaktivitäten sehr gut unterstützt. Die dynamische Verknüpfung von Streudiagramm, Funktionsgraph und Residuenplot hilft dabei, Funktionsparameter bestmöglich zu spezifizieren. Dabei erlaubt der Datenkontext, die verwendeten Parameter inhaltlich zu deuten. Dies kann dazu beitragen, dass der Funktionsbegriff weiter erschlossen und vertieft wird.

1. Motivation

Über mehrere Klassenstufen lernen die Schülerinnen und Schüler verschiedene naturwissenschaftliche Gesetzmäßigkeiten, wie z. B. das Fallgesetz, die Grundgleichung der Dynamik, die Linsengleichung, etc. kennen. Die Art der Unterrichtsgestaltung und die Form der sachinhaltlichen Repräsentation wirken entscheidend darauf ein, wie die zugrunde liegenden Phänomene wahrgenommen und in ihrer Struktur erfasst werden.

Die mathematisch-algebraische Formelsprache ist ein sehr effizientes Werkzeug der Naturwissenschaften, um Strukturen phänomenologischer Zusammenhänge abzubilden. Die Effizienz bezieht sich allerdings nur auf die inhaltliche Ebene: Strukturelle Gesetzmäßigkeiten lassen sich exakt und komprimiert darstellen. In didaktischer Hinsicht sind mit dieser Informationsverdichtung Probleme verbunden. „Lernende, denen ein tieferes Verständnis der zugrunde liegenden Konzepte fehlt, haben oftmals keine Idee, wie, warum und in welcher Reihenfolge Gleichungen beim Problemlösen angewendet werden müssen.“ ([5], S. 192f, Übersetzung M. V.)

Aus der paradigmatischen Sichtweise genetischen Lernens lässt sich ein schlüssiges Argument für die genannten Schwierigkeiten ableiten: Formeln und die darin verwendeten parametrischen Funktionen beschreiben das deterministische Konzentrat einer vorausgegangen mathematisch-naturwissenschaftlichen Modellierung. Der Modellierungsprozess lässt sich darin nicht oder nur schwer nachverfolgen. Somit ist ein Nach-Entdecken der naturwissenschaftlichen Gesetzmäßigkeit – ein wesentlicher didaktischer Aspekt mathematisch-naturwissenschaftlichen Arbeitens – ebenfalls mit Schwierigkeiten verbunden. Es erfordert die kontextuelle Rekonstruktion eines Modellierungsvorgangs, der auch für Experten nicht immer einfach ist. Für Novizen stellt sich überdies das Problem, dass die elementaren Funktionen, die in der formelhaften Beschreibung Verwendung finden (z.B. Proportionalitäten, Antiproportionalitäten, quadratische Funktionen), noch nicht sicher beherrscht werden. In der Unterrichtspraxis äußern sich Verständnisschwierigkeiten u. a. darin, dass der Modellcharakter formelhafter Beschreibungen nicht erkannt und das Modell mit der Realität verwechselt wird.

2. Modellieren naturwissenschaftlicher Daten

Naturwissenschaftliche Daten ergeben sich aus der systematischen Beobachtung eines naturwissenschaftlichen Phänomens. Sie sind *Kontextzahlen*, über die Beobachtungen quantifiziert werden. Ihre strukturelle Analyse führt zu abstrakten, von der konkreten Situation der Datenerhebung losgelösten Gesetzmäßigkeiten. Die Datenmenge der Beobachtungspunkte bildet ein Realmodell des zugrunde liegenden Phänomens (vgl. [2]). In dieser Hinsicht stehen Daten zwischen Phänomen und Gesetzmäßigkeit und „ver–mitteln“ zwischen beiden. Die explorative Datenanalyse folgt dem paradigmatischen Grundgedanken, nicht vorgefertigte Modelle an die Daten heranzutragen, sondern unmittelbar an die Daten heranzutreten. Erst aus der Datenexploration und -strukturierung werden Modellannahmen abgeleitet.

Diese Vorgehensweise bietet sich für das eingangs erwähnte Nach–Entdecken naturwissenschaftlicher Gesetzmäßigkeiten gut an: In der inhaltlichen Auseinandersetzung mit Daten, die einer naturwissenschaftlichen Gesetzmäßigkeit zugrunde liegen, ergeben sich Strukturen bzw. Strukturvermutungen aus dem eigenen Suchvorgang. Eine funktionale Beschreibung „fällt dabei nicht vom Himmel“, sondern erwächst aus dem eigenen Bemühen, sich im Rauschen der Daten zurechtzufinden. Gleichzeitig ergibt sich aus diesem Suchvorgang, dass geeignete, weil handhabbare Funktionenmodelle die Daten nicht exakt abbilden, sondern lediglich einen Trend wiedergeben. Abweichungen werden bewusst in Kauf genommen.

So betrachtet gehen in die Datenmodellierung nicht nur deterministische, sondern auch stochastische Überlegungen ein (vgl. [4]). Aus der Strukturgleichung *data = pattern + deviation* nach Borovcnik ([3]) lässt sich hier ableiten:

Phänomen	=	Gesetzmäßigkeit	+	Abweichung
↓		↓		↓
Daten	=	Funktion	+	Residuen

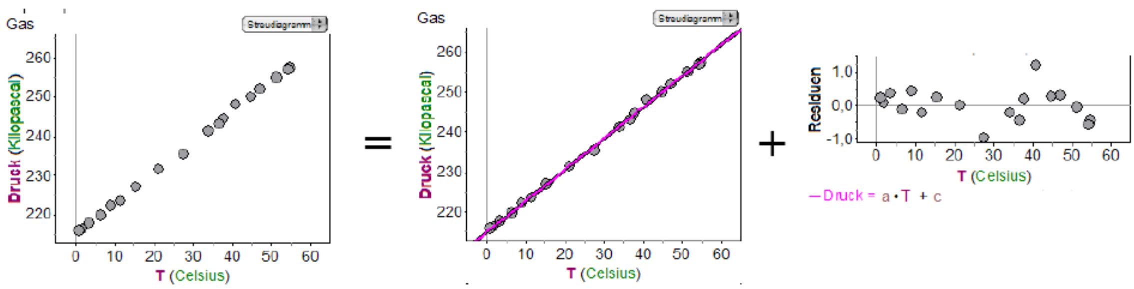
Diese Gleichung hat wichtige Konsequenzen für die Exploration von naturwissenschaftlichen Daten: Mit der Betrachtung der Residuen steht ein Maß für die Güte der funktionalen Anpassung zur Verfügung. Sind die Residuen klein und zufällig (im Sinne von trendfrei) und gleichen sie sich insgesamt nach oben und unten aus, lässt dies auf eine angemessene funktionalen Anpassung schließen (vgl. [1]).

Werden zur funktionalen Modellierung parametrische Standardmodelle verwendet, liefern die Funktionsparameter Informationen über die erfasste Gesetzmäßigkeit. Umgekehrt trägt der naturwissenschaftliche Datenkontext dazu bei, die funktionale Anpassung verstehen und beurteilen zu können. Die funktionale Modellierung naturwissenschaftlicher Daten dient so zur Erschließung von Umwelt und mathematischer Begrifflichkeit.

3. Computergestützte Repräsentationen

Eine explorative Vorgehensweise erfordert Werkzeuge, die erlauben im Datenkontext forschend tätig zu werden. Software wie z. B. FATHOM leistet hier sehr gute Dienste, da über einfachste Handhabung Streudiagramme, Funktionsgraphen und Residuenplots dargestellt werden können. Die intuitive Bedienbarkeit ist von besonderer Bedeutung: Werden keine nennenswerten kognitiven Ressourcen für die Programmbedienung benötigt, verbleibt mehr an Potenzial für die inhaltliche Arbeit.

Zentrales Element ist der Greif– und Zugmodus, mit dem beispielsweise Punkte bewegt, Schieberegler bedient oder Achsen umskaliert werden können. Die dynamische Verknüpfung von Streudiagramm, Funktionsgraph und Residuenplot und die Möglichkeit der Interaktion erlauben es, auf der grafischen Repräsentationsebene der Gleichung *Daten* = *Funktion* + *Residuen* selbstgesteuert zu arbeiten.



Die Abbildung zeigt beispielhaft, wie ein Datensatz, welcher den Zusammenhang zwischen Temperatur und Druck eines konstanten Volumens Luft in einem luftdichten Metallbehälter abbildet, durch eine lineare Funktion modelliert wird. Mit EXCEL können zu geeigneten naturwissenschaftlichen Fragestellungen adaptive Lernumgebungen realisiert werden, die es den Schülerinnen und Schülern erlauben, geeignet ausgewählte Daten selbstständig zu erforschen.

4. Unterrichtliche Umsetzung: Daten-Projekte

Bei der Auswahl geeigneter Inhalte sind für die Lehrkraft zwei Fragen wesentlich: Welche Datensätze vermitteln Phänomene, die noch in der „Explorations-Reichweite“ der Schülerinnen und Schüler liegen, und welche elementaren Funktionen stehen den Schülerinnen und Schülern als Modellierungswerkzeuge zur Verfügung? Im Bereich der Sekundarstufe bieten sich in diesem Zusammenhang verschiedene Themen wie Schallgeschwindigkeit, freier Fall, Abkühlungsprozesse und viele andere mehr an.

In unterrichtsmethodischer Hinsicht lässt der forschende Charakter der explorativen Datenanalyse und die Nähe der Arbeitsweisen der Projektmethode mit den naturwissenschaftlichen Arbeitsweisen (vgl. [6]) die Realisierung in *Daten-Projekten* geeignet erscheinen. Die Daten geeigneter naturwissenschaftlicher Phänomene können in der Projektarbeit selbst erhoben werden. Erweist sich die eigene Datengewinnung als zu aufwendig oder nicht möglich, kann auch mit bereits vorhandenem Datenmaterial (z. B. Internetquellen) gearbeitet werden.

Literatur

[1] Biehler, R. & Schweynoch, S. (1999). Trends und Abweichungen von Trends. *Mathematik lehren*, *97*, 17–22

[2] Blum, W. (2002). ICMI-Study 14: Applications and modelling in mathematics education – discussion document. *Educational studies in mathematics*, *51*, 149–171

[3] Borovcnik, M. (2005). Probabilistic and Statistical Thinking. Online unter: http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/5/Borovcnik.pdf, Zugriffsdatum: 12.04.2007

[4] Engel, J. (1998). Zur stochastischen Modellierung funktionaler Abhängigkeiten: Konzepte, Postulate, Fundamentale Ideen. *Mathematische Semesterberichte*, *45*, 95–112

[5] Stern, E. (2003). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction*, *13*(2), 191–203

[6] Wolters, A. (1994). Projekt- und Fächerübergreifender Unterricht. In: G. Bovet & V. Huwendiek (Hrsg.), *Leitfaden Schulpraxis* (S. 157–196). Berlin: Cornelsen