

Wilhelm STERNEMANN, Lüdinghausen

Minisymposium D29: Dynamische Systeme im heutigen Mathematikunterricht

Dynamische Systeme (Salopp: „Chaostheorie“ und „Fraktale Geometrie“) sind ein wichtiger Teil der aktuellen oft computerunterstützten Forschung, werden aber in den Schullehrplänen und auch in der Grundausbildung des Mathematikstudiums wenig beachtet.

Dieses Minisymposium will an dieses Fachgebiet erinnern. Im Hintergrund steht die Frage, welche Begriffe daraus nützlich oder gar notwendig für die mathematische Bildung wären, ob Ergänzungen der Inhalte des MU und der Lehrerausbildung auch an der Hochschule angebracht sind? Dabei geht es um:

- a) Grundmuster komplexerer Verhaltensweisen und Verhaltensänderungen einfacher dynamischer Systeme auf dem Level von Sek I und Sek II.
- b) die Erfahrungen zum Skalieren und Messen bei den diese oft begleitenden fraktalen geometrischen Formen.

Von der eher zufällige Auswahl der drei folgenden Beiträge beziehen sich die ersten beiden (Albers, Sternemann) auf a) und der dritte (Pöppe) auf handfeste Modelle zu fraktalen geometrischen Figuren in der Schule.

Vorbemerkung zu den Beiträgen:

Dr. Christoph Pöppe ist mit seinen Publikationen zu Fraktalen und fraktaler Geometrie u.a. dafür mit dem Großen Medienpreis der DMV ausgestattet und gibt hier Erfahrungen aus einer Reihe von Bastelprojekten zu Fraktalen Figuren weiter, in denen er die Schüler für die Geometrie begeistern konnte.

Zu den dynamischen Systemen hier eine kleine Vorbemerkung:

Eigentlich geht es um eindimensionale Iterationen. Iterationen sind so alt wie die Mathematik. Sie heißen Algorithmen, rekursive Folgen oder Reihen oder Differenzgleichungen. Bei einer Iteration entdeckte z.B. der Pythagoräer Hippiasos die Inkommensurabilität von Seite und Diagonale im Pentagramm. Es ließen sich beliebig viele Beispiele auflisten bis hin zur bekannten Newtoniteration.

Neu ist heute, dass man durch den Computer bei sehr einfachen Iterationsvorschriften Einblicke in erstaunlich komplexe Verhaltensweisen gewährt werden kann. Wesentliche Teile davon lassen sich auf dem Level der Schulmathematik mathematisch gut verstehen und erklären. Sie heißen heute auch „diskrete dynamische Systeme“. Ihr Gegenstück sind die „stetigen dy-

namischen Systeme“. Hier fließt die Zeit passend zu unserer physikalischen Wahrnehmung nicht in diskreten Schritten sondern kontinuierlich bzw. stetig (in IR). Zwischen den diskreten und stetigen Systemen gibt es Verbindungen (z.B. iterative Näherungslösungen, Poincaréschnitte u.a.) aber auch Trennendes (Wesensunterschiede!).

Die m.E. in den Wissenschaften mehr im Vordergrund stehenden stetigen Systeme sind meist durch Differentialgleichungen ausgedrückt. Zu ihnen wurde, initiiert von J. Forrester um 1960, mit den Bausteinen „Bestandgrößen“ und „Flussgrößen“ (= Änderungsraten) eine leistungsfähige auch für Nichtmathematiker verständliche Simulationsprache entwickelt, mit der man einen sehr großen Bereich der Systeme in allen Wissenschaften modellieren kann. Mit Diagrammdarstellungen auf dem Papier und auf dem Bildschirm, wozu die Software auch direkt Modellrechnungen ausführen kann, entwickelte sich diese sog. Systemdynamik zu einer eigenen Methode. Sie ist auch für den Unterricht gut geeignet. Vorangetrieben wird dieser Ansatz in der Mathematikdidaktik bekanntlich u.a. von G. Ossimitz Klagenfurt. Bekannt ist auch die entsprechende preiswerte Software „Dynamics“, die W. Hupfeld in NRW (www.learn-line.de) entwickelt hat und zu der es eine umfangreiche Modellsammlung aus den verschiedensten Anwendungsbereichen gibt.

Bei solchen stetigen Systemen steht eher die komplexe Vernetzung von mehreren dieser Zustands- und Flussgrößen im Vordergrund und weniger die K. im Verhalten der Prozesse. Bei den diskreten Systemen speziell die nichtlinearen Iterationen sind die unterrichtlichen Möglichkeiten sind eher auf Verstehen von komplexen Verhalten der Prozesse in der Zeit ausgerichtet. Zur Aufarbeitung auch dieser Inhalte für den Unterricht ist bereits viel geleistet worden. Die Liste der Autoren wäre lang, u.a. sind da H.O. Peitgen und seine Bremer Mitarbeiter, zu denen auch Reimund Albers gehört (Siehe Literatur in den Beiträgen). Man hat aber den Eindruck, dass sehr wenig davon in den Lehrplänen und Schulbüchern der heutigen doch vom Computer geprägten Zeit zu finden ist. Dies gilt auch besonders für die mathematischen Anfängervorlesungen an den Hochschulen.

Das Minisymposium könnte fragend in einem kleinem Kreis auf diesen sehr schönen und längst nicht ausgeschöpften Teil der Mathematik hinweisen. Es könnte aber auch die sehr große Gemeinde der von diesen Thema Begeisterten KollegInnen anregen, an weiteren Materialien für den Unterricht zu experimentieren. Über weitere Kontakte mit Gleichgesinnten freuen wir uns.