

Regina Dorothea MÖLLER, Erfurt

## **Schriftliche Rechenverfahren als Komponente der fundamentalen Idee des Algorithmus**

### **Einleitung**

Immer wieder neu wird auf allen Schulstufen des Mathematikunterrichtes über Auswahl und Abfolge, über Strukturierung und Vertiefung der einzelnen Stoffgebiete diskutiert. Die sich wandelnden Einschätzungen über unterschiedliche Akzentuierungen in Lehr- und Lernprozessen und auch die Einflüsse der technologischen Neuerungen haben seit jeher Auswirkungen auf die Bedeutung einzelner mathematischer Inhalte.

Nach modernen Erkenntnissen werden bei mathematischen Lehr- und Lernprozessen problemorientierte Zugänge bevorzugt, die den Schülern einen konstruktiven Zugang zu den mathematischen Inhalten erleichtern sollen. Die einfache Handhabung des Taschenrechners und sein erschwinglicher Preis machen ihn als technisches Rechenhilfsmittel erstrebenswert. Sein alltäglicher Gebrauch hat deshalb einen nicht zu unterschätzenden Einfluss auf Bedeutung und Gewichtung der mathematischen Inhalte im Unterricht.

Im Spannungsfeld zwischen den heute propagierten mathematikdidaktischen Standards bzw. den zu erreichenden Lehrplanziele für den Mathematikunterricht hinsichtlich der Einführung technologischer Hilfsmittel ergibt sich die Frage, welche Inhalte mit welcher Intensität im Mathematikunterricht akzentuiert werden sollen. Für die Grundschule bzw. für die Sekundarstufe I stellt sich diese Überlegung insbesondere für den Prozess der Erarbeitung und den Grad der Beherrschung der schriftlichen Rechenverfahren.

Um der Diskussion eine breitere Basis zu geben, sollen die schriftlichen Grundrechenarten unter der Perspektive der zu unterrichtenden Algorithmen betrachtet werden. Algorithmen gehören zu den fundamentalen Ideen des Mathematikunterrichtes, die auf allen Stufen ihre entsprechenden exemplarischen Ausprägungen haben. Diese Sichtweise erlaubt es, eine Perspektive einzunehmen, die den Grundschulunterricht mit einschließt, aber auch über ihn hinausweist (vgl. Beitrag von Wolfgang Modenhauer).

### **Die Bedeutung der schriftlichen Rechenverfahren unter verschiedenen Strömungen**

Die schriftlichen Rechenverfahren bilden seit jeher ein Kernstück der arithmetischen Schulmathematik. Ihre Bedeutung hat dieses Thema aufgrund der hohen Nützlichkeit im Alltag, die bis heute an Wichtigkeit unverändert blieb. Die schriftlichen Rechenverfahren gehören sowohl im engeren (der Mathematikunterricht zielt direkt auf die Beherrschung schriftlicher Re-

chenverfahren, weil sie ebenso fundamental wie von großem Nutzen für jeden Einzelnen sind) als auch im weiteren Sinne (die Rechenverfahren dienen der Auseinandersetzung mit individuellen Fähigkeiten, weil sie Bildungsprozesse befördern können) zur Lebensvorbereitung (vgl. Heymann 1996). Sie sind unbestreitbar Grundlage der elementaren mathematischen Bildung und bilden somit die Voraussetzung für das in den Sekundarstufen nachfolgende algorithmische Arbeiten in den Gebieten der Arithmetik und der Algebra. Beispiele sind die Polynomdivision oder der euklidische Algorithmus. Interessanterweise wird bei der Behandlung dieser Inhalte die fehlende Fertigkeit im elementaren Bereich beklagt.

Dennoch unterlag sein Inhalt immer unterschiedlichen Strömungen, deren europäischer Anteil bei den Rechenbüchern von Adam Ries gesehen werden kann. Er hat die Rechenarten kaum erklärt, aber sie auf einfache Weise beschrieben und zum Nachahmen empfohlen. Trotz dieser aus heutiger Sicht schlichten Methode „seiner Rechenrezepte“ hat Adam Ries zu seiner Zeit aufklärerisch gewirkt, da er mit Hilfe seiner Rechenbücher zur Emanzipation der Bürger in ökonomischen Belangen wesentlich beitrug.

Seit jener Zeit wechselten mathematische, pädagogische und auch lernpsychologische Erkenntnisse und beeinflussten den Rechenunterricht in didaktischen Fragestellungen und methodischen Verfahren.

In den 80-er Jahren des letzten Jahrhunderts wurde bezüglich der Rechenverfahren eine betont algorithmische Sichtweise gefordert (vgl. DIFF 1975). Durch die in Flussdiagrammen dargestellten Abfolgen hob man die Verarbeitung von Eingangsdaten mittels genau spezifizierter Verfahren zu Ausgabedaten hervor. Das Erstellen von Algorithmen, ob in einem Flussdiagramm oder als eine Abfolge sprachlicher Formulierungen, galt als ein Gewinn für das Verständnis der Schüler.

In diesem Zusammenhang wurde ein vertieftes Zahlverständnis auch dadurch erreicht, dass man auch in anderen Zahlssystemen gerechnet hat (DIFF, 1973, S. 50f). Später wurde das Rechnen in einem anderen Stellenwertsystem als Lehrplanziel aufgegeben und nur das Zweiersystem als exemplarisch für die grundlegende Arbeitsweise des Computers beibehalten.

Zu den Vorteilen algorithmischen Arbeitens gehören die hohe Rechensicherheit, eine starke Denkökonomie durch Standardisierung, eine Erhöhung der Schnelligkeit und eine Hilfe für die Sicherung des Lernerfolges. Eine besondere Beachtung verdient das Bemühen um Einsicht in die Rechenschritte des schriftlichen Verfahrens und eine stärkere Betonung der Kontroll- und Überschlagsrechnungen. Nachteilig im Sinne einer nachprüfbareren Rechenleistung ist die Komplexität mancher Verfahren, so dass es bei vielen Teilschritten zu Fehlern kommen kann. Eine zu frühe Automatisierung kann ein mangelhaftes Verstehen nach sich ziehen, weil die (Teil-)Rechnungen auf der symbolischen Ebene als Manipulation der Zahlen angesehen wird.

Obwohl immer wieder darauf hingewiesen wird (z.B. Müller/ Wittmann, 1977, S.197), algorithmisches Arbeiten nicht zu unterschätzen, haben die schriftlichen Rechenverfahren auch durch die didaktische Forderung der Durchführung halbschriftlicher Rechnungen nicht das ihnen zustehende Gewicht, wenn man sie mit der heute modern gewordenen Forderung nach „number sense“ vergleicht.

Ein Grund stellt der kostengünstige Erwerb und die einfache Handhabung des Taschenrechners dar. Selbst Grundschulkinder können ihn leicht bedienen, eine Realität, die im Mathematikunterricht zu einer Betonung der Kontroll- und Überschlagsrechnungen geführt hat. Diese doch recht schnelle Entwicklung brachte eine Diskussion um den Gebrauch des Taschenrechners im Mathematikunterricht der Grundschule hervor, die auch in den Lehrplänen Einzug hält, so dass viele Lehrpläne keine Stringenz bezüglich der Einhaltung der schriftlichen Rechenverfahren mehr aufweisen oder einzelne Rechenverfahren bzgl. der ausprägenden Rechenverfahren anders gewichten. Vielfach bekannte man sich dazu, die schriftliche Division als einen Inhalt anzusehen, den man nur noch zu verstehen braucht. Offen ist, ob tatsächlich ein Verstehen ohne verständiges Rechnen möglich ist. In den Bildungsstandards ist die schriftliche Division nicht mehr als Beispiel für sinnvolles algorithmisches Arbeiten vertreten.

Heute bieten die Lehrpläne bei den Rechenverfahren der vier Grundrechenarten eine Auswahl an, die die halbschriftlichen Rechenverfahren (die i.a. viel mehr schriftlichen Aufwand bedürfen als die schriftlichen Verfahren) besonders betonen. Den Schülern soll eine größtmögliche Wahlfreiheit gewährt werden, damit sie in konstruktiver und selbstständiger Weise zu einem Rechenergebnis gelangen. Diese Selbstständigkeit soll außerdem zu einem vertieften „number sense“ führen. Während also beim Thema „number sense“ auf Vielfalt geachtet wird und besonders viele Übungen dazu im Unterricht angeboten werden, um zu erreichen, dass die Schüler ein Zahlgefühl entwickeln, bleibt die Vielfalt in der Phase der Erarbeitung der schriftlichen Rechenverfahren außen vor (vgl. Beitrag von Heike Hahn). Man begrenzt sie auf einige wenige, und stellt auch noch das Normalverfahren in Frage, weil der Taschenrechner dies schneller vollzieht.

Für die Grundschulmathematik scheint die Balance in der Wertigkeit beider grundlegender Themen „Zahl“ und „Rechnen“ verloren zu gehen. Was durch die Betonung des Themas „number sense“ zu vielfachen Übungen geführt hat mit der Hoffnung auf vertieftes Zahlverständnis, wurde durch unnötige Verengung bei den Rechenverfahren bisher verschenkt. Eine Folge ist mangelndes algorithmisches Rechenverständnis, das sich auf der Grundschulebene nicht entwickeln kann und das deshalb auf den Sekundarstufen auch nicht genügend ausgebildet ist. Ein Verständnis für algorithmisches Arbeiten entwickelt sich eben auch aus dem Tun heraus und nicht

nur losgelöst als Einsicht in ein Verfahrensweise, die außerdem die begründenden Gesetzmäßigkeiten vernachlässigt.

### **Literatur**

DIFF (1973). Deutsches Institut für Fernstudien; Mathematik für Grundschullehrer; E 11 Algorithmen Schriftliche Rechenverfahren  
Heymann, H.W. (1996): Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim  
Müller, G./ Wittmann, E. (1978): Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Braunschweig