

Wolfgang MOLDENHAUER, Bad Berka

## Schriftliche Rechenverfahren aus der Sicht des Gymnasiums

Die Frage, welche schriftlichen Rechenverfahren in welchem Umfang zu beherrschen sind, ordnet sich in die allgemeinere Frage nach unverzichtbaren Unterrichtsinhalten ein. Diese Fragestellung scheint periodisch wiederzukehren (vgl. z. B. [1], [2]) und stark durch die Entwicklung von Rechenhilfsmitteln beeinflusst zu sein (Zahlentafel, Rechenschieber, Taschenrechner, Grafikrechner, Computer-Algebra-Systeme). Eine allgemeine Antwort auf die Fragestellung scheint also nur zum jeweiligen Zeitpunkt und zudem mit einer gewissen Unschärfe möglich zu sein.

*Schriftliche Rechenverfahren* kann man wie folgt charakterisieren:

Die Einzelschritte eines schriftlichen Rechenverfahrens erfolgen nach gegebenen Regeln in fester Reihenfolge.

Diese Charakterisierung ist also an die fundamentale Idee des Algorithmus gebunden. Die Bedeutung schriftlicher Rechenverfahren hat sich in den letzten Jahren erheblich gewandelt.

Die *traditionelle* Sichtweise sieht schriftliche Rechenverfahren als Krönung des Mathematikunterrichts (Man denke z. B. an das lineare Interpolieren in einer Zahlentafel oder das Quadratwurzelziehen per Hand.). In dieser Sichtweise ist mit einem schriftlichen Rechenverfahren ein leichtes, standardisiertes, effektives und effizientes Rechnen ohne (viell!) Nachdenken möglich. Man braucht das jeweilige Verfahren nur vorzumachen, es nachmachen lassen und dann muss geübt (trainiert!) werden.

Eine aktuellere, *moderne* Sichtweise sieht schriftliche Rechenverfahren als Abrundung von Rechenmethoden. Dabei wird eine Einsicht in das Verfahren vermittelt und algorithmisches Denken angeregt. Das Ziel besteht nicht nur im Anwenden, sondern der Schüler soll das jeweilige Verfahren auch Verstehen.

Die *Vorteile* schriftlicher Rechenverfahren sind eine hohe Rechensicherheit, eine starke Denkökonomie (durch Entlastung des Gedächtnisses), Schnelligkeit und Hilfe für eine nachhaltige Sicherung des (Lern)-Erfolges. Als *Nachteile* schriftlicher Rechenverfahren sind die vielen Teilschritte, eine zu frühe Automatisierung, die zu mangelndem Verstehen führen kann, das nicht Wahrnehmen von bestimmten (systematischen) Fehlern (ein Verfahren ohne Einsicht führt zu typischen Fehlern) und der fehlende Beitrag zur Unterstützung des Zahlenverständnisses (So kann eine ständige Anwendung des Verfahrens dazu führen, dass das Verfahren auch dann angewendet wird, wenn

leichtere Wege zum Ziel führen.) zu nennen.

Natürlich hängt diese Sichtweise stark vom didaktischen Vorgehen und vom verwendeten Aufgabenmaterial ab.

### **Grundschule**

Gemäß dem Ziel des Minisymposiums muss eine weiterführende Schule Kenntnis davon haben, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten Schülerinnen und Schüler bzgl. schriftlicher Rechenverfahren mitbringen, um darauf aufbauend zu wiederholen, zu vertiefen und Neues zu lernen. Darüber gibt in Thüringen der Lehrplan Mathematik, Grundschule ([3]) Auskunft. Unter Zielen und Aufgaben des Faches Mathematik wird u. a. formuliert: „In der Auseinandersetzung mit Zahlen, Größen, Sachverhalten und Formen entwickeln die Schüler Kompetenzen. Sie ... gewinnen inhaltliche Vorstellungen zu den Rechenoperationen, beherrschen die Grundaufgaben der Addition und Subtraktion sowie der Multiplikation und Division gedächtnismäßig und erwerben grundlegende Fähigkeiten im Rechnen. Sie können Rechenergebnisse abschätzen und überschlagen. Die Schüler finden einen effektiven, für die Aufgabe angepassten Lösungsweg und entscheiden dabei zwischen dem *mündlichen, halbschriftlichen und schriftlichen Rechnen*.“

### **Gymnasium**

Diese Kompetenzen werden im Gymnasium aufgegriffen. Die nachfolgende Darstellung schränkt sich dabei auf die Division ein. Im Lehrplan Mathematik, Gymnasium ([4]) finden man unter den verbindlichen Vorgaben für die Klassenstufe 5: „Durch von Null verschiedene natürliche Zahlen dividieren. ... Rechenergebnis bei Subtraktionen und Divisionen mit Hilfe der Umkehroperationen kontrollieren. Größen innerhalb eines Größenbereichs - durch eine natürliche Zahl verschieden von Null dividieren, - durch eine Größe desselben Größenbereichs dividieren.“ In den folgenden Klassenstufen wird die Division entsprechend der Erweiterungen der Zahlbereiche ausgebaut. In Klassenstufe 8 wird unter „Termumformungen und Bruchgleichungen“ der Bezug zur Informatik (Algorithmen, Termstrukturen) hergestellt. Terme und Bruchterme mit mehreren Variablen sollen dividiert werden. In Klassenstufe 9 schließlich sollen Gleichungen höheren Grades gelöst werden, für die eine Polynomdivision erforderlich ist.

Hinzuweisen bleibt noch, dass in der Sekundarstufe I ohne die Division als schriftliches Rechenverfahren eine Umrechnung von Zahlen aus dem Dezimalsystem in ein anderes Stellenwertsystem (und umgekehrt) kaum realistisch erscheint. Auch der Euklidische Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers würde nicht zur Verfügung stehen.

## Tests ohne Hilfsmittel

Im Kompetenztest Mathematik, der von allen Schülerinnen und Schüler Thüringens in Klasse 6 zu absolvieren ist (siehe [5]), wurde u. a. 2006 folgende Aufgabe gestellt:

Ordne nach der Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$0,5$  ;  $0,25$  ;  $\frac{3}{2}$  ;  $\frac{3}{3}$  ;  $\frac{3}{4}$  ;  $3,4$

Das Resultat ist mit 68% bedenklich.

Im gleichen Kalenderjahr wurde in der Klassenstufe 11 eine analoge Frage gestellt:

Ordnen Sie die Zahlen der Größe nach:  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{3}{2}$  ;  $0,67$  ;  $\frac{3}{4}$  ;  $\frac{8}{5}$

Das Resultat für den Leistungskurs: 78%, für den Grundkurs: 53,2%

Für den Mathematikunterricht ist das Finden von und das Arbeiten mit Algorithmen unverzichtbar. Es bleibt die Frage, ob die schriftlichen Rechenverfahren – insbesondere die schriftliche Division – genügend Potential bieten, um entsprechende Fähigkeiten zu entwickeln.

## Literatur

- [1] Hischer, H. (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. Bericht über die 10. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 25. bis 27. September 1992 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker 1993
- [2] Herget, W., Heugl, H., Kutzler, B., Lehmann, E.: Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar? In: Der Mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 54 (2001) 8, 458–464
- [3] Lehrplan Mathematik, Grundschule, Thüringen, Thüringer Kultusministerium, 1999
- [4] Lehrplan Mathematik, Gymnasium, Thüringen, Thüringer Kultusministerium, 1999
- [5] [www.kompetenztest.de](http://www.kompetenztest.de) (Stand: April 2007)