

Christoph ABLEITINGER, Wien

Mathematik zum Be-Greifen

Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften überhaupt. Sie hat bis in die heutige Zeit eine Vielzahl von Persönlichkeiten herausgebracht und die Menschheitsgeschichte in unvergleichbarer Weise mitgeprägt. Gerade diesem Aspekt widmet sich ein im Jahr 2003 gegründeter Wiener Verein, der es sich zur Aufgabe gemacht hat, Mathematik als kulturelle Errungenschaft einer breiten Öffentlichkeit zugänglich zu machen.

1. math.space

Dem Verein *math.space* steht dazu ein etwa 200m² großer Raum im Wiener Museumsquartier zur Verfügung, in dem Veranstaltungen für Jung und Alt abgehalten werden. Das Angebot reicht dabei von interaktiven Programmen für Kindergartengruppen, Grundschulklassen und Schulklassen der Sekundarstufe I, mathematischen Geschichten für Schulklassen der Sekundarstufe II bis hin zu Vorträgen für Erwachsene. Das breite öffentliche und mediale Interesse an *math.space*, die große Nachfrage von Schulen sowie die hervorragende Arbeit des Betreiberteams haben dazu geführt, dass mittlerweile jährlich zirka 20.000 Besucher in etwa 500 Veranstaltungen begrüßt werden können.

Im Folgenden wird *eine* Veranstaltungsreihe des *math.space* genauer vorgestellt.

2. Mathematik zum Be-Greifen

Schulklassen der 5. und 6. Schulstufe sind herzlich eingeladen, eines der beiden interaktiven 90min-Programme der Veranstaltungsreihe *Mathematik zum Be-Greifen* zu besuchen. Dieser Einladung folgen etwa 100 Klassen pro Jahr, wobei die Anmeldung durch die jeweiligen LehrerInnen rechtzeitig zu Beginn des Semesters erfolgen sollte, will man einen der angebotenen Termine für seine Klasse reservieren.

Ziel dieser Veranstaltungsreihe ist es, Begeisterung für die Mathematik zu wecken, ein ausgewogenes Bild der Mathematik zu vermitteln, die Vielfältigkeit und Aktualität von mathematischen Inhalten aufzuzeigen, Persönlichkeiten der Mathematik vorzustellen und vor allem unsere Gäste mit mathematischen Geschichten zu faszinieren.

Dazu ist es selbstverständlich notwendig, ein geeignetes Thema auszuwählen, das im besten Fall (noch) nicht im Schulstoff durchgenommen wurde. Zu den Aufgaben des Betreuerteams gehört es dann, adäquate Inhalte zu

finden, sie auf Schülerniveau zu transformieren und für methodisch abwechslungsreiche Aktivitäten zu sorgen. Weiters muss bei der Programmkonzeption beachtet werden, dass aufgrund der sehr unterschiedlichen Schulklassen, die bei uns zu Gast sind, starkes Differenzierungspotenzial vorhanden sein sollte. Die Veranstaltungen müssen also derart aufgebaut sein, dass auf der einen Seite leistungsstarke Klassen gefordert und auf der anderen Seite leistungsschwachen Klassen ebenfalls Erfolgserlebnisse ermöglicht werden. Nachstehend werden die beiden Programme kurz umrissen.

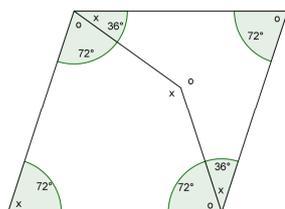
3. Auf den Spuren von Sir Roger Penrose

Parkettierungen, also lückenlose, überlappungsfreie Überdeckungen der Ebene mit kongruenten Kacheln sind ganz allgemein mit beliebigen Drei- und Vierecken möglich. Bei Fünf- und Sechsecken müssen die Figuren schon besondere Eigenschaften aufweisen. Mit regelmäßigen Fünfecken beispielsweise lässt sich die Ebene nicht parkettieren.



Wir schicken die Klassen der 5. Schulstufe auf spielerische Entdeckungsreise, um sie selbst auf diese Erkenntnisse stoßen zu lassen. Die Kinder finden selbständig heraus, mit welchen Figuren Parkettierungen gelegt werden können.

Sie gewinnen recht schnell die Einsicht, dass alle Parkettierungen, die sie aufgelegt haben, periodisch sind, d. h. sich durch Translationen einer Grundfigur in zwei linear unabhängige Richtungen erzeugen lassen. Das können die SchülerInnen unter Zuhilfenahme eines geeigneten Rahmens um die jeweilige Grundfigur nachprüfen. Tatsächlich wurde die erste *nicht-periodische Parkettierung* erst im Jahr 1973 vom Engländer *Roger Penrose* entdeckt. Er hat dazu zwei Figuren konstruiert, mit denen man – vorausgesetzt man kennt die unten beschriebene *Anlegeregeln* – auf recht einfache Weise nichtperiodisch parkettieren kann.



Nebenstehend finden Sie die Konstruktionsanleitung für *kite* und *dart* sowie Markierungen für die *Anlegeregeln*, die besagt, dass nur „x an x“ und „o an o“ gelegt werden darf. Hält man sich nicht an diese Regel, so kann es passieren, dass das entstehende Parkett wieder periodisch wird.



Natürlich kann im Rahmen unserer Veranstaltung kein formaler Beweis dafür gegeben werden, dass die entstehenden Penrose-Tilgungen tatsächlich nichtperiodisch sind, dies soll aber zumindest *intuitiv* klar gemacht werden.

Auch kann nicht gewährleistet werden, dass das neuerworbene Wissen der SchülerInnen gesichert oder überprüft wird, was allerdings auch gar nicht das primäre Ziel von math.space ist. Vielmehr sollen Freude und Begeisterung, die die SchülerInnen bei den abwechslungsreichen Tätigkeiten verspüren und das Erlebnis, dass Mathematik spannend und begreifbar sein kann, in Erinnerung bleiben. Zum Abschluss bekommen die Kinder – wie bei allen unseren interaktiven Veranstaltungen – ein kleines Geschenk. In unserem Fall ist das ein Bastelbogen mit *kites* und *darts* zum Ausschneiden und Anmalen, mit denen die Kinder Zuhause ihr eigenes nichtperiodisches Penrosemuster legen können.

4. Sierpinski und sein geheimnisvolles Dreieck

Das Programm für die 6. Schulstufe beschäftigt sich mit der Entstehung von Fraktalen. So werden zu Beginn des Programms fraktale Objekte wie der Mengerschwamm oder die Kochsche Kurve unter die Lupe genommen.



Beim selbständigen Aufkleben des Sierpinski-Dreiecks durch wiederholte Iteration auf den Boden des math.space lernen die Kinder die selbstähnliche Struktur dieses Objekts kennen.



Eine andere Möglichkeit, zum Sierpinski-Dreieck zu gelangen, besteht darin, das *Pascalsche Dreieck modulo 2* aufzulegen.

Betrachtet man die *Küste Englands*, so stellt man fest, dass auch hier fraktale Strukturen auftauchen. Will man die Küstenlinie vermessen, so wird das Ergebnis umso größer, je detaillierter die Karte ist und je genauer man

misst. Diese Erfahrung machen die SchülerInnen, indem sie die Küstenlinie nacheinander mit drei unterschiedlich langen Holzmaßstäben abmessen.

5. Fachdidaktische Bemerkungen

Wie der Name der Veranstaltungsreihe *Mathematik zum Be-Greifen* schon verrät, soll der Fokus auf der *haptischen Wahrnehmung* liegen. Die Aktivitäten werden demnach so ausgewählt, dass jedes Kind die Möglichkeit bekommt, selbständig mit mathematischen Objekten zu hantieren. Im ersten Programm ist das zunächst das *Parkettieren* mit kongruenten Vielecken, das Überprüfen der Periodizität durch *Verschieben* einer geeigneten Grundfigur in zwei unterschiedliche Richtungen und schließlich noch einmal das wesentlich schwierigere *Parkettieren* mit kites und darts. Im zweiten Programm wird das Sierpinski-dreieck mit Kreppklebeband *aufgeklebt*, die Küstenlinie Englands durch das *Legen* von Holzmaßstäben angenähert sowie das Pascalsche Dreieck *aufgelegt* und durch *Herausnehmen* von bestimmten Teilen in das Sierpinski-dreieck „verwandelt“.

Durch den Einsatz unterschiedlicher Zugänge, wie etwa einer Powerpoint-Präsentation oder Erzählungen über den historischen Kontext, in dem die behandelten mathematischen Inhalte entstanden sind, wird dafür Sorge getragen, dass aber auch die audiovisuelle Wahrnehmung angesprochen wird.

Die schon oben erwähnte notwendige *Differenzierungsmöglichkeit* wird ebenfalls in beiden Programmen berücksichtigt. So ist es für begabte SchülerInnen möglich, eine Parkettierung zu legen, die alle zur Verfügung gestellten Figuren verwendet oder ein Sierpinski-dreieck zu kleben, das bis zur sechsten oder siebenten Iteration fortgesetzt wird, während es für leistungsschwächere Klassen schon ein Erfolgserlebnis darstellt, wenn sie das Parkettieren einer zumindest kleinen Fläche zu Wege bringen oder einige Iterationen beim Sierpinski-dreieck schaffen.

Bei Mathematik zum Be-Greifen ist es uns auch ein Anliegen, die SchülerInnen nicht nur als ganze *Klasse*, sondern auch in *Kleingruppen* und *alleine* arbeiten zu lassen. Dadurch soll vermittelt werden, dass das Mathematiktreiben sowohl kommunikativ im Team als auch im Kopf jedes Kindes für sich stattfinden kann.

6. Weitere Auskünfte

Informationen zu anderen Veranstaltungen, Terminen, Betreibern, Kontaktmöglichkeiten, Presse, Förderern und Sponsoren finden Sie unter math.space.or.at.