

Christiane BENZ, Karlsruhe

Entwicklung von Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs $ZE \pm ZE$ im Verlauf des zweiten Schuljahres

Die Erforschung kindlicher Denkwege ist in den letzten Jahren in das Zentrum mathematikdidaktischer Forschung gerückt. Es liegen bereits Ergebnisse für wenige inhaltliche Bereiche der Grundschulmathematik vor, die durch vielfältige Untersuchungen abgesichert sind (z.B. Lernvoraussetzungen von Schulanfängern). In vielen Bereichen bedarf es jedoch noch der Erforschung. Dies trifft auch auf den Themenbereich *Rechenstrategien bei Addition und Subtraktion im Hunderterraum* zu.

Didaktischer Hintergrund

In internationalen Forschungsprojekten kann man feststellen, dass trotz unterschiedlicher Differenzierung und Benennung die Rechenstrategien in folgende Hauptgruppen eingeteilt werden:

Stellenweise: Beide Zahlen werden in Zehner und Einer zerlegt und die Stellenwerte getrennt bearbeitet.

Schrittweise: Nur ein Summand bzw. der Subtrahend wird zerlegt. Man kann in Stellenwerte oder auch bis zum vollen Zehner zerlegen.

Mischform: Beide Zahlen werden in ihre Stellenwerte zerlegt. Zuerst werden entweder beide Zehner oder beide Einer miteinander verknüpft und dann wird schrittweise weiter gerechnet.

Ableiten: Darunter werden alle Strategien gefasst, die operative Beziehungen nutzen, wie z.B. Ableiten von einer bekannten, einfachen Aufgabe.

Vertreter, die schrittweises Rechnen bevorzugen, sind vor allem in Europa zu finden (Beishuizen 1997, Schipper 2001). Ein Grund für die Bevorzugung des schrittweisen Rechnens ist die geringere gedächtnismäßige Anforderung. Außerdem kann *Schrittweise* auch bei Subtraktionsaufgaben mit Zehnerübergang und bei Ergänzungsstrategien eingesetzt werden.

Wittmann (1990, 2003) bewertet schrittweises und stellenweises Rechnen gleichwertig. Er weist darauf hin, dass Kinder mathematische Strukturen und Gesetze nur dann erfahren können (Assoziativgesetz, Kommutativgesetz), wenn verschiedene Strategien zugelassen werden. Er fordert, dass *Stellenweise* gerade bei Subtraktionsaufgaben (auch mit Zehnerübergang) zum Unterrichtsgegenstand gemacht werden soll.

Eine ganz andere Bewertung des stellenweisen Rechnens findet sich im anglo-amerikanischen Raum. Da dort für Addition und Subtraktion im Hunderterraum schriftliche Verfahren gelehrt werden, favorisiert man *Stellenweise* wegen der strukturellen Nähe zu den schriftlichen Verfahren.

Auf dem Hintergrund der verschiedenen Bewertungen der Rechenstrategien sowie aufgrund empirischer Ergebnisse zum unterschiedlichen Einsatz bei Additions- und Subtraktionsaufgaben liegt hier das vorrangige Erkenntnisinteresse bei folgenden Analysepunkten (vgl. Benz 2007):

- Welche Rechenstrategien benutzen die Kinder am Anfang des Schuljahres ohne Beeinflussung des Unterrichts? Wie verändert sich der Einsatz der Rechenstrategien im Laufe des Schuljahres?
- Werden beeinflussende Faktoren für die Auswahl der Strategie sichtbar, wie z.B. Operation oder Zehnerübergang?
- Wie erfolgreich wurden die einzelnen Strategien eingesetzt?

Design

Im Rahmen eines Forschungsprojekts wurden 100 Kinder im Laufe des 2. Schuljahres dreimal zu Rechenanforderungen des zweiten Schuljahres im Rahmen von klinischen Interviews befragt. Die Aufgaben, die die Grundlage für die Auswertung des Rechenstrategieeinsatzes bilden, sind 7 Aufgaben mit der Bauart $ZE \pm ZE$, da bei diesen Aufgaben alle Rechenstrategien angewendet werden können (vgl. Benz 2005, 103f.):

Zahlenaufgaben	25+43, 46+29, 68-25, 71-69
Textaufgaben	Auf einem Backblech liegen 46 Kekse, auf einem anderen Backblech liegen 29 Kekse. Wie viele Kekse sind es zusammen?
	Auf einem Backblech liegen 33 Kekse, es werden 47 Kekse hinzugelegt. Wie viele Kekse sind es zusammen?
	Ich will 71 Kekse backen. 69 Kekse sind schon fertig. Wie viele Kekse muss ich noch backen?

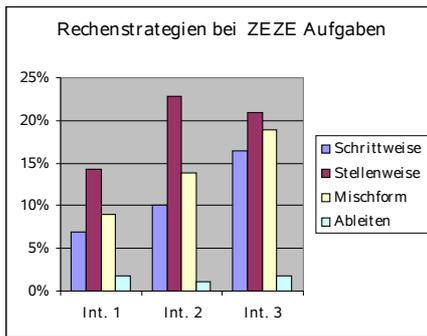
Ergebnisse

Zunehmender Einsatz von Rechenstrategien

Die Rechenstrategien nehmen bereits am Schuljahresanfang mit 33% einen beachtlichen Anteil an den Lösungswegen ein (52% Zählen, 6 % Folgewissen durch Aufgaben mit gleichen Zahlenwerten wie 46+29 und 71-69, die restlichen Prozente beziehen sich auf Mischstrategien). Im Laufe des Schuljahres nehmen die Rechenstrategien in der Schuljahresmitte auf 48% und am Schuljahresende auf 60% zu.

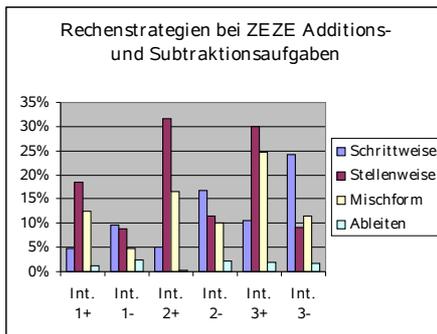
Verwendung aller Rechenstrategien

Während des gesamten Schuljahres wurden bei den zweistelligen Aufgaben alle Strategien eingesetzt, obwohl bei der Aufgabe 71-69 *Stellenweise* auf-



grund des Zehnerübergangs zu Problemen führen kann. Bei allen drei Interviews ist *Stellenweise* die dominante Strategie, wobei *Schrittweise* und *Mischform* stetig zunehmen. Da in den meisten Schulbüchern und Unterrichtsstunden *Schrittweise* favorisiert oder zumindest ausführlich behandelt wurde, verwundert die Zunahme nicht.

Unterschiedlicher Einsatz der Rechenstrategien



Während des ganzen Schuljahres wurden die Rechenstrategien bei Additions- und Subtraktionsaufgaben unterschiedlich verwendet. So dominiert bei den Additionsaufgaben immer *Stellenweise*. Bei den Subtraktionsaufgaben ist *Schrittweise* während des ganzen Schuljahres Hauptstrategie. Die Textaufgabe 71-69, die schrittweises Er-

gänzen als Strategie nahe legt, kann eine Ursache sein, dass bei den Subtraktionsaufgaben *Schrittweise* Hauptstrategie ist. Der unterschiedliche Einsatz bei Additions- und Subtraktionsaufgaben entspricht den Ergebnissen von Thompson & Smith (1999) und Lieshout (1997).

Sowohl bei den Additions- als auch bei den Subtraktionsaufgaben wirkt sich ein anfallender Zehnerübergang (ZÜ) auf die Strategieauswahl aus. Bei Aufgaben ohne ZÜ wurde *Stellenweise* häufiger verwendet, während *Schrittweise* häufiger bei Aufgaben mit ZÜ eingesetzt wurde. Der unterschiedliche Einsatz der Strategien zeigt ein gewisses aufgabenadäquates Verhalten. Wenn die Kinder die Notwendigkeit eines ZÜ bei den Additionsaufgaben bemerkten, nutzten sie seltener *Stellenweise*, da ihr Gedächtnis ansonsten bei der komplizierteren Teilrechnung mit den Einern doppelt belastet gewesen wäre. Ebenso vermieden die Kinder die *Stellenweise* bei Subtraktionsaufgaben mit ZÜ wegen des negativen Zwischenergebnisses.

Unterschiedliche Erfolgsquoten

	Int.1	Int. 2	Int. 3
Schrittweise	7 %	4 %	5%
Stellenweise	28%	18%	11%
Mischform	75%	62%	44%

Um Aussagen treffen zu können, bei denen der Fehlereinsatz auf die Strategie zurückgeführt werden kann, wird der Anteil der Operationsfehler bei den einzelnen Strategien betrachtet. Beispielfhaft werden hier nur die Subtraktionsaufgaben aufgeführt. Erwartungsgemäß zeigen

sich beim Einsatz von *Schrittweise* weniger Operationsfehler als bei *Stellenweise*. Erstaunlicherweise kann bei der Strategie *Mischform* ein sehr hoher Prozentsatz von Operationsfehler festgestellt werden.

Auffälligkeiten bei der Zwillingsaufgabe 71-69

Die Zwillingsaufgabe 71-69 war so gestaltet, dass die Aufgabe einmal als Zahlen- und einmal als Textaufgabe gestellt wurde, wobei der Text die Ergänzungsvorstellung der Subtraktion impliziert: „71 Kekse will ich backen. 69 habe ich schon. Wie viele Kekse muss ich noch backen?“ Allen Kindern wurde zuerst die Textaufgabe und dann die Zahlenaufgabe gestellt. Im folgenden wird nun aufgeführt, ob die Kinder ihre Rechen- und Zählstrategien als Ergänzungs- oder als Abziehstrategien einsetzten.

Bei allen drei Interviews nehmen bei der Textaufgabe die Ergänzungsstrategien über 70% ein. Bei der Zahlenaufgabe hingegen wurden bei allen drei Interviews die Ergänzungsaufgaben für 9%-10% der Lösungen genutzt. (Fehlende Prozente beziehen sich auf Aufgabenbearbeitungen mit falscher Operation oder mit falschen Zahlenwerten). Hier kann im Laufe des Schuljahres keine Zunahme der Ergänzungsstrategien festgestellt werden.

Die meisten Kinder interpretierten die Subtraktionszahlenaufgabe in der semantischen Hinsicht des Abziehens oder Minimierens. Im Sinne eines Zahlensinns erkannten also recht wenige Kinder bei der Zahlenaufgabe den geringen Unterschied. Im Hinblick auf Ausbildung flexibler Rechenstrategien könnte man bezüglich dieser Aufgabe die Behauptung aufstellen, dass die Behandlung verschiedener Rechenstrategien und des Zahlenraums nicht dazu beigetragen haben, bei Subtraktionsaufgaben die Größe der Differenz abzuschätzen und daraufhin die „einfachere“ Strategie zu wählen.

Konsequenzen

Da die Kinder alle – auch nicht im Unterricht behandelte – Strategien benutzen, sollte im Unterricht keine Rechenstrategie ausgeklammert werden, auch wenn man eine Strategie favorisiert.

Die Ergebnisse der Zwillingsaufgabe 71-69 zeigen, dass schon bei der Einführung der Subtraktionsaufgaben der Ergänzungsaspekt berücksichtigt werden sollte.

Literatur

Sämtliche Literaturhinweise können nachgelesen werden in:

Benz, Christiane: Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100. Franzbecker, Hildesheim, Berlin 2005.