

Norbert CHRISTMANN, Kaiserslautern

Anregungen für Projekte zum Thema Mathematik und Musik

Studierende des Lehramtes an Gymnasien müssen nach der z. Zt. in Rheinland-Pfalz gültigen Prüfungsordnung interdisziplinäre Veranstaltungen belegen. Ein wesentliches Erkennungsmerkmal solcher Veranstaltungen besteht in der Kopplung eines gewählten Studienfaches (hier Mathematik) mit einem Fach, das nicht studiert wird. Weil Studierende der Mathematik unterschiedliche Zweitfächer haben, bieten sich für interdisziplinäre Veranstaltungen der Mathematik Kombinationen mit Fächern an, die an der TU Kaiserslautern nicht studiert werden können. So wurde im WS 2005/06 ein Seminar zum Thema „Mathematik und Musik“ angeboten. Mit diesem Seminar wurden frühere Ansätze zum gleichen Thema aufgegriffen und durch neue Aspekte ergänzt. In diesem Beitrag soll auf die umfangreiche Materialsammlung aus diesem Seminar auf der Lernplattform der TU Kaiserslautern aufmerksam gemacht werden, man findet dort insbesondere viele Anregungen für (teilweise erprobte) Projekte zum Themenkreis Mathematik und Musik.

1. Zugriff auf die Materialien. Überblick

Für den Zugriff auf die Materialien muss man sich eine WebCT-Id verschaffen (<http://ecampus.uni-kl.de/>), deren Mitteilung an den Autor (christmann@mathematik.uni-kl.de) ermöglicht das Einloggen in den Kurs, Anklicken der „Lehrinhalte“ im Kurs-Menü liefert folgende Inhaltsübersicht:

The screenshot shows a WebCT interface. On the left is a blue sidebar menu titled 'Kurs-Menü' with options: Homepage, Kursübersicht, Lehrinhalte, Kommunikation, Hilfsmittel, Kurs aktuell, Werkzeuge, and Ergänzende Texte. The main content area has a breadcrumb 'Homepage > Lehrinhalte' and a title 'Inhaltsverzeichnis'. A red arrow points to a blue arrow-shaped button labeled 'Lehrinhalte' with the text 'Mathematik und Musik' above it. Below this is a section 'Zur Einführung' containing a list of links:

- ▶ [Mathematik und Musik, ein erster Überblick](#)
- ▶ [Ausarbeitungen der Studierenden](#)
- ▶ [Kreativität und Musik im Mathematikunterricht \(Budweis 2006\)](#)
- ▶ [Mathe + X in Speyer 2007](#)
- ▶ [Informationen zu den Workshops bei Mathe + X](#)
- ▶ [Informationen zu den öffentlichen Vorträgen des Seminars im WS 2005/06](#)
- ▶ [Plakate zum Thema Mathematik und Musik \(als ppt-Präs.\)](#)
- ▶ [Informationen zum Abschlusskonzert im Februar 2006](#)

Diese umständlich anmutende, aber letztlich doch sehr einfache Prozedur erleichtert uns die Benutzerverwaltung (Anzahl und Termine der Zugriffe, Mitteilungen über Neuerungen durch interne Mails). Wegen des eingeschränkten Nutzerkreises fällt es außerdem leichter, vorläufige Versionen von Manuskripten zur Verfügung zu stellen. Hoffnungen auf (Korrekturen/Verbesserungen bewirkende) Rückmeldungen wurden allerdings bisher nicht erfüllt.

2. Hinweise zu einigen Details

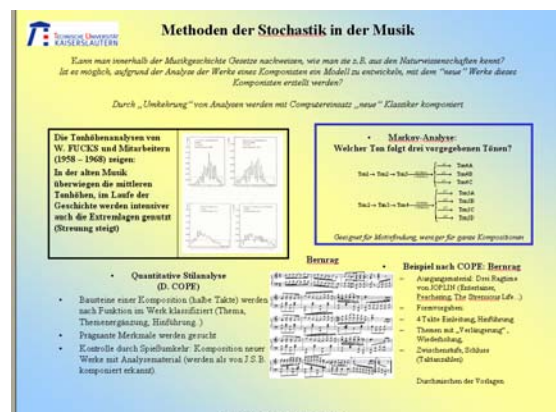
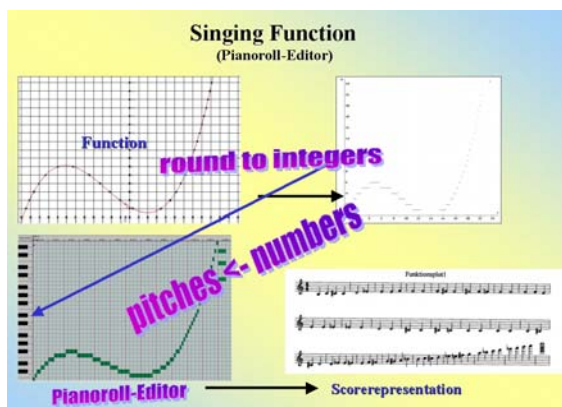
Durch Anklicken einzelner Blöcke öffnen sich Menüs mit deren Einzelthemen.

Im ersten Block wird ein Überblick über die Themenkreise „Geometrie und Musik“, „Tonsysteme und Stimmungen“, „Zufall und Musik“, „Mathematik musikalisch in Szene gesetzt“ gegeben.

Die derzeit auf der Plattform befindlichen Arbeiten der Studierenden befassen sich mit „Eulers Musiktheorie“, „Chaos und Fraktale musikalisch gestaltet“, „Datenspeicherung auf der CD“, „Lateinische Quadrate in der Musik“, „Zahlenmystik und Geometrie im Werk von J. S. Bach“, „Serielle Musik“, „Stochastische Musik von J. Xenakis“, „Methoden der elektrischen Klangerzeugung“.

Die Blöcke „Kreativität und Musik im Mathematikunterricht“, „Mathe + X ..“, „Informationen zu den öffentlichen Vorträgen“ enthalten Ausarbeitungen und Präsentationen von Vorträgen, die innerhalb des Seminars oder auf Tagungen gehalten wurden. Hier werden teilweise Themen aus dem Überblicksabschnitt verfeinert (dies gilt teilweise auch für Arbeiten der Studierenden).

Auf den Plakaten wird versucht, einzelne Themen im Überblick darzustellen. Sie dienen u. a. zur abschließenden Präsentation der Seminarergebnisse beim Abschlusskonzert.



Die innerhalb des Blocks „Informationen zu den Workshops ...“, zu findenden „Stationen“ sind zugleich Themen für Projekte. Die Arbeiten liefern u.a. Anregungen zum Einsatz der Kompositionssoftware PRESTO, zum Bau von Panflöten mit Material aus dem Baumarkt und Hinweise zu Projekten zum Thema „Zufall und Musik“.

Das Programm des Abschlusskonzertes war palindromisch aufgebaut, wobei auch einzelne Stücke besondere Symmetriformen zeigten. Der entsprechende Block enthält hierzu nähere Informationen.

Zum Themenkreis Mathematik und Musik gehört unbedingt das Hören der diskutierten Musik. Sofern keine urheberrechtlichen Probleme bestehen finden sich entsprechende Musikdateien auch auf der Plattform. Bei den Präsentationen fehlen teilweise zwangsläufig (Urheberrecht) Musikdateien, teilweise „erfreuen“ auch Browser die Benutzer durch unterschiedliches Verhalten. Deshalb sollen in naher Zukunft die Musikdateien nochmals getrennt von den zugehörigen Texten gesammelt werden.

3. Zur Begründung des Unterrichtsgegenstandes

Im Lehrplan RP von 1960 für das Gymnasium, S.204 lesen wir:

„Die Mathematik ist ein in sich gegründetes, vielschichtiges Werk des menschlichen Geistes. Sie erwächst aus dem Streben nach Erkenntnis ohne Rücksicht auf einen möglichen Nutzen, erlaubt aber auch Gesetzmäßigkeiten in vielerlei anderen Bereichen ordnend zu erfassen.

Der Schüler muss daher über die praktischen Aufgaben hinaus vorstoßen zu dem Erlebnis der Harmonie und Schönheit dieser Wissenschaft, an deren Aufbau die Kulturvölker aller Zeiten mitgearbeitet haben. Er muss die einzigartige Stellung der Mathematik erkennen, die reine Geisteswissenschaft ist und doch als tragende Grundlage der Naturwissenschaft und Technik überragende praktische Bedeutung hat.“

Hier sind nach meiner Meinung die Bedeutung der Mathematik und die sich daraus ergebenden Konsequenzen für den Mathematikunterricht kurz und sehr treffend beschrieben.

Gerade im Zusammenhang mit der Musik kann die hier beschriebene Doppelstellung der Mathematik verdeutlicht werden. Bei Pythagoras und seinen Anhängern gehörte die **Musik** zusammen mit der Arithmetik, Geometrie und Astronomie zu den **mathematischen Wissenschaften**. Diese enge Verzahnung der beiden Bereiche zeigte sich insbesondere in der Entwicklung unserer mitteleuropäischen Tonsysteme. Die Regeln der Zulassung wurden dabei durch die Mathematik wesentlich mitbestimmt bzw. mit Methoden der Mathematik beschrieben. Die Mathematik erwies sich so lange Zeit als „**Zulassungsstelle**“ von Tonsystemen, die Gesetze zur Zulassung mathe-

matisch formuliert wurden, die Ideen für solche Gesetze entsprangen in vielfältiger Weise inner- und außermathematischen Überlegungen.

Die Eingliederung entsprechender Überlegungen in den Mathematikunterricht hat eine lange Tradition, ist allerdings auch von der jeweiligen Unterrichtsphilosophie mitbestimmt. So finden sich in den aufgabendidaktisch orientierten Analysisbüchern der Nachkriegszeit bei den geometrischen Folgen Aufgaben, in denen die Frequenzen der temperierten Skala berechnet werden. In dieser Form könnte man den musikalischen Hintergrund fast weglassen. Mittels Soundkarten können die Unterschiede zwischen einzelnen Stimmungen auch für Laien hörbar gemacht und damit die Probleme wesentlich besser verdeutlicht werden. Bei dem in diesem Zusammenhang immer wieder erwähnten Monochord wird gern übersehen, dass die Übersetzung als *Instrument mit einer Saite* zwar korrekt ist, aber bereits Pythagoras mit mehrsaitigen Instrumenten gezeigt wurde und heute unter dem Namen Monochord (teilweise für Therapiezwecke) solche mit etwa 20 gleichgestimmten Saiten angeboten werden. Dadurch wird die Überprüfung des Wohlklangs von Intervallen und Akkorden wesentlich erleichtert.

Die Bildende Kunst wurde ebenfalls durch die Mathematik (Geometrie) in Form der Gesetze der Perspektive wesentlich mitbestimmt, wobei deren geometrischen Grundlagen teilweise durch Künstler entwickelt wurden. Alle drei Bereiche erfuhren zu Beginn des 20. Jahrhunderts erhebliche Umwälzungen. Durch D. HILBERTS „Grundlagen der Geometrie“ wurden einerseits die Elemente des Euklid in eine moderne Fassung gegossen, andererseits wurde die Eindeutigkeit der Geometrie damit auch endgültig zugunsten vieler Geometrien aufgegeben. Diese „neuen“ Geometrien mit teilweise „krummen“ Geraden kannten auch Künstler wie z. B. PICASSO, möglicherweise wurde dadurch die Abkehr von der Perspektive etwa im Kubismus begünstigt. In der Musik wurden Gesetze des Zusammenklangs verallgemeinert (Zwölftontechnik) und das Klangspektrum durch neue Klänge (Mikrotöne, elektronische Sounds) wesentlich erweitert. Die Begriffe Punkte, Töne und Pixel wurden also seit Beginn des 20. Jahrhunderts völlig neu gefasst.

Die solchermaßen zeitgleich veränderten Bereiche Geometrie, Musik und Bildende Kunst lassen sich aber auch wunderbar zusammen führen. Geometrisch aufgebaute Kunstwerke (z. B. von Vasarely) können mittels DGS „nachgebaut“ werden, die dabei benutzten Techniken (z. B. Spiegeln, Verschieben) finden sich auch bei der Bearbeitung musikalischer Motive mit der Kompositionssoftware PRESTO, geometrische Methoden erweisen sich so für Musik und Bildende Kunst als fundamental. Für weitere Anregungen hierzu verweisen wir nochmals auf die Materialien auf der Lernplattform.