

Lutz FÜHRER, Frankfurt am Main

## **„Dreisatz“ oder Wie viel Volksbildung darf's denn sein?**

Dreisatz und Proportion markierten lange Zeit die Obergrenze des nützlichen Mathematikwissens, das man als „Bürgerliches Rechnen“ allen Jugendlichen der nachwachsenden Generationen zumuten wollte. Anhand einer kurzen Geschichte der Methodik und Didaktik dieses „mathematischen“ Hauptthemas der ehemaligen Volksschuloberstufen wird skizziert, wie Sichtweisen von Unterricht (unfreiwillig) gesellschaftliches Rollen- und Selbstverständnis der Lehrerausbilder/Innen ausgedrückt haben.

### **1. Die drei klassischen „Dreisatz“-Formen**

Ab Ende des 15. Jahrhunderts wurden in rascher Folge viele Rechenbücher in deutscher Sprache verfasst, die im Wesentlichen schon den Korpus des „Bürgerlichen“ (Volksschul-) Rechnens behandelten. Zum traditionellen Kernbestand gehörte stets die „Regeldetri“ (für „gerade“ oder „direkte“ Verhältnisse), zunächst in einer oder zwei der folgenden drei Formen

- a) als eine Regel von drei Dingen (Größenwerten), bei der das zur Frage gegebene hinten, das in gleicher Größenart gegebene vorn und das in einer zweiten Größenart gegebene in der Mitte zu notieren und anschließend das Produkt der beiden letzten Glieder durch das vordere zu dividieren war,
- b) als „Welsche“ (Italienische) Praktik mit vorteilhaften Teiler- und Sortenzerlegungen oder
- c) als Proportionsansatz und Ausrechenregel gemäß Euklid VII.20.

Der einfache „Falsche Ansatz“ war schon seit altersher bekannt, wurde aber kaum auf alltägliche Rechenfälle angewandt. Inverse Proportionalitäten kamen als spezielle Alltagsfälle zur Sprache, bei denen nach „umgekehrtem Dreisatz“ zu rechnen sei, nämlich über regelhafte Umstellung der drei „gesetzten“ (gesetzten, gegebenen) Größenwerte.

### **2. Handwerkslehre**

Aus heutiger Sicht fällt zweierlei auf.

Zum einen wurde die Dreisatzrechnung bis ins späte 18. Jahrhundert (zumindest in Italien, Deutschland und Frankreich) als Rezept unterrichtet, nicht als Konzept. Die Mehrheit der „kleinen Leute“ lebte in stark begrenzter Mobilität und Entscheidungsfreiheit. Für sie spiegelten sich die rechnerischen Wechselfälle des Lebens in überschaubaren Beispielen, deren übliche Bewältigung nachgeahmt und mit kleinen Variationen intuitionsreif trainiert werden konnte, ähnlich wie es etwa mit Backrezepten oder Hand-

werksregeln heute noch geschieht. Es gab wohl Bedarf für das Rechnenlernen, aber wenig Interesse an Begründungen. (Man vergleiche das etwa mit den heutigen TV-Kochsendungen.)

Dass es erst ab Ende des 15. Jahrhunderts in Mittel- und Westeuropa einen erstaunlich rasch zunehmenden Bedarf für das Erlernen „bürgerlicher Rechnungsarten“ gab, hauptsächlich kaufmännischer und danach auch handwerklicher Natur, ist die zweite Auffälligkeit. Es handelt sich offensichtlich um einen Aspekt der Renaissance, genauer: des wirtschaftlichen Aufschwungs im Frühkapitalismus und der sozialen Emanzipationsversuche (vgl. etwa ALTEN U. A. 2003, Kap. IV). Dass der Volksmund die Floskel „... macht nach Adam Riese“ so lange erinnert hat, ist m. E. weniger mit den 26 (kleinen) Auflagen seiner Rechenbücher in den nächsten eineinhalb Jahrhunderten oder mit seiner besonderen Lehrkunst erklärlich, denn sie unterschied sich nicht wesentlich von vielen anderen Werken, das Lesen war nicht weit verbreitet, und Gemma Frisius' lat. Arithmetik hatte sogar 32 Auflagen. Ich vermute, Rieses bevorzugte Stellung lag in seiner Assoziation mit Annaberg, dem damaligen Zentrum des höchst einträglichen sächsischen Silberbergbaus. Rechnenlernen mag so etwas bedeutet haben wie Mitrechnen dürfen *und* sein Glück machen können, wenn ...

Rechenmeister waren jedenfalls zu ihrer Zeit angesehen und haben gut verdient. Luthers bekannter Aufruf zur Schulengründung an die Ratsherren aller Städte Deutschlands (1525) war nur eines der Zeichen des veränderten Sozialklimas. Die Braunschweigische Schul- und Kirchenordnung von 1528 schrieb den Schulen auch Rechenunterricht vor; die bayerische Schulordnung von 1548 verlangte das auch von allen Volksschulen; ebenso die Württembergische Kirchenordnung von 1559 und die sächsische Schulordnung von 1580, wo auch ausdrücklich die Spezies, die Regeldetri und die Brüche verpflichtend wurden (STERNER 1891, S. 262).

### **3. „Bürgerliches“ Rechnen auf der Volksschuloberstufe**

Ziel des „bürgerlichen“ Rechnens war bis zum Ende der Volksschule in den 60er-Jahren des 20. Jahrhunderts eine vermittlungsmethodisch optimierte Handwerkslehre zur Sozialisierung in bestehende Verhältnisse. Es ging (zumindest überwiegend) nicht um „Republikanisierung des Wissens“ im Sinne Heinrich Winters. (Daher schreibe ich „Bürgerliches“ groß.)

Wie verträgt sich diese Behauptung mit der akademikerfreundlichen Parole Diesterwegs, die in der Volksschulmethodik seit dem frühen 19. Jh. und auch in der heutigen Grundschuldidaktik allgegenwärtig blieb, „jedes Rechnen soll ein Denkrechnen sein“? Immerhin gab es im 18. Jahrhundert nicht nur vielerlei Fortschritte in der Vermittlungsmethodik, sondern auch mancherlei Appelle, Verstehen zu lehren. So verlangte 1728 Christian Wolf, der größte deutsche Aufklärer, in seiner „Rechenkunst“:

„Man frage die Schüler allezeit, warum sie dieses so oder so machen, damit sie nicht allein den Grund der Rechnung einsehen, sondern auch angewöhnt werden, nichts ohne Grund von jemand anzunehmen, ingleichen in allem, was sie sehen und hören, um seinen Grund sich bekümmern.“ (zit. N. JÄNICKE 1877, S. 316)

Es ist aber schon aus diesem kleinen Zitat offensichtlich, dass derlei Ansprüche als aufrührerisch gelten mussten, und als geistig überzogene fruchtlos bleiben. Andere „Heroldsstimmen“ (JÄNICKE 1877) forderten im selben Jahrhundert der Revolution das Begründen zu lehren, weil es intellektuelles Vergnügen bereite, weil man sich die Regeln dann besser merken und rekonstruieren könne, weil man Lehrer daran prüfen sollte und weil es gelte, Gottes nach Maß und Zahl geordnete Welt „recht“ zu verstehen. Letzteres war dann das Hauptmotiv der pietistisch orientierten Erziehungslehre Pestalozzis, die mit einer reichlich autoritären Wahrnehmungs- und Regelschule im Rechnen begann (s. FÜHRER 2000). Erst mit der staatlich-preußischen Propaganda für Pestalozzi wurden der (materialbildenden) Regelvermittlung im Rechenunterricht „formalbildende Aufgaben“ angeklebt, wobei freilich – trotz mancherlei Anstrengungen und vieler Beteuerungen im 19. Jh. – immer reichlich unklar blieb, was denn oberhalb der bekannten Sekundärtugenden am „Bürgerlichen“ Rechnen als formalbildend, zur Sittlichkeit oder zum selbsttätigen Denken erziehend, gelten könne. Herbarts geradezu revolutionäres Konzept für einen persönlichkeitsbildenden (auch:) Geometrie-/Rechenunterricht wurde nie ernst genommen. (Ironie der Geschichte: Was Herbart 1804/1806 mit absichtlichem Missverständnis als „kleine Verbesserung“ der Lehre Pestalozzis ausgab, „rezipierten“ nach seinem Tode die Herbartianer gründlichst zu Tode.)

Es lässt sich recht gut zeigen, dass die Parolen vom „Denkrechnen“ und von den „formalbildenden“ Funktionen des „Bürgerlichen Rechnens“ im Wesentlichen auf die Befähigung möglichst aller Volksschüler zur „verständigen“, korrekten und zuverlässigen Handhabung traditioneller Regeln für ein sorgsam begrenztes Spektrum rechnerischer Wechselfälle zielte. Was nicht direkt oder invers proportional war, wurde entweder in die Kuriositätenecke („Lustiges und Merkwürdiges“; „Algebraische Aufgaben“) abgeschoben oder von vornherein – um Verwirrung zu meiden – ausgegrenzt. In diesen Rahmen gehört die Entwicklung des Standardrezepts der sog. „Schlussrechnung“ von Stern und Hentschel um 1830 – ursprünglich Zweisatz, später auch Dreisatz genannt –: Das bekannte Zurückgehen auf die Einheit. Weil es so eingängig und fehlerresistent war, galt es seit der zweiten Hälfte des 19. Jhs. im deutschsprachigen Raum als die optimal vernunftstärkende, als „die rationelle Methode“ (JÄNICKE 1877, S. 451 ff.).

#### 4. Didaktik statt Methodik

Das politische Ende der Volksschulzeit in den sechziger Jahren des 20. Jhs. verdankt sich bekanntlich teils ökonomischen, teils ideologiekritischen, teils radikaldemokratischen Aufbruchstimmungen (vgl. etwa FÜHRER 1997, Kap. 6). Für den Rechenunterricht in der nachfolgenden Haupt- und Realschuloberstufe sowie für die Mathematikausbildung der „niedereren“ Lehrämter war die nach allgemeinem Konsens „überfällige Modernisierung“ stark von Heilserwartungen geprägt: an „Wissenschaftsorientierung“ („Mathematik“ statt „Rechnen und Raumlehre“; „Aufklärung drittbestimmter Verhältnisse“; Auflösung der PHs in den meisten Bundesländern; Didaktikwissenschaftler statt Methodiker) und insbesondere an strukturalistische Grundlegungen (New Math; logische Grundlegung; Bourbakismus).

Das Thema Dreisatz bekam in diesem Rahmen eine doppelte Wendung: Zum einen sollten die Schüler jetzt das Vorliegen von direkten oder inversen Proportionalitäten stets infrage stellen, „kritisch“ untersuchen und ggfs. begründen; zum anderen sollten Schüler aller weiterbildenden Schultypen angehalten werden, alltägliche Dreisatzaufgaben als spezielle Anwendungsfälle „wissenschaftlicher“ Funktions„begriffe“ aufzufassen. Dieser betont fachwissenschaftlich orientierte Anspruch wurde in der nachfolgenden Restaurationsphase, wie viele andere Modernisierungsansätze im Rahmen der Wissenschaftsorientierung, zwar aufgeweicht, aber nicht aufgegeben. Das Primat „des allgemeinen“ Funktions„begriffs“ prägt noch heute den fachmethodischen Aufbau in den 7. Klassen (und die einschlägige Vorarbeit von der Grundschule an), aber das Funktions-Aufstellungs-Einsatz-Konzept lebt heute in den „niedereren“ Schulformen und im Alltag ein fröhliches, recht unverbundenes postmodernes Nebeneinander.

Die früheren Versuche der Rechenmeisterpädagogik, Proportionsbeziehungen und Rechenregeln „wissenschaftlich“ aus Euklids Analysen des Verhältnisbegriffs herzuleiten und zu verstehen, sind heute ebenso verschüttet wie die von großem pädagogischen Takt durchdrungenen Bemühungen in der Spätphase der Volksschulzeit, Ganzheitsansätze, Gestaltpsychologie, bourbakisch orientierte Entwicklungspsychologie (operatives Durcharbeiten), Tabellen-, Funktions- und Operatorenhilfsmittel und nicht zuletzt das ursprüngliche funktionale Denken im Sinne der Meraner Reformer, d. h. ein Denken in variierenden, relativierenden Bezügen, zu verschmelzen. Aus einer Rezeptserie wurden stattdessen zwei. Warum ist das wohl so?

**Literaturangaben:** auf Anfrage bei [fuehrer@math.uni-frankfurt.de](mailto:fuehrer@math.uni-frankfurt.de)