

Peter RASFELD, Petra SCHERER, Bielefeld

Das teutolab Mathematik – Ziele, Inhalte und Erfahrungen mit einem Schülerlabor an der Universität Bielefeld

Das teutolab Mathematik versteht sich als ein außerunterrichtliches Lernangebot (vgl. [2], S. 45 ff. und [3], S. 20 ff.), das *alle* Schüler/innen ansprechen möchte, also nicht etwa nur solche mit besonderen Interessen/Begabungen oder mit spezifischen Schwächen. In Anlehnung an die Konzeptionen der zuvor schon aufgebauten Labore *teutolab Chemie* und *teutolab Physik* erfolgte nach einer Testphase mit dem Wintersemester 2005/06 ein regulärer Betrieb mit wöchentlichen Veranstaltungen.

1 Ziele

Zentrales Ziel ist es, Kinder der Jahrgangsstufen 4 bis 6 aller Schulformen durch Probieren und Experimentieren an zentrale mathematische Inhalte heranzuführen. Im Wechselspiel aus individuellem und gemeinsamem Lernen, von Handeln und Reflexion können die Schüler/innen neue Erkenntnisse gewinnen. Den begleitenden Lehrpersonen sollen durch das teutolab-Angebot Anregungen für mathematische Aktivitäten gegeben werden, sei es durch Materialien oder auch durch bestimmte Problemstellungen, die sich in den aktuellen oder auch zukünftigen Mathematikunterricht einbauen lassen. Lehramtsstudierenden wird im Rahmen von Praktika der Kontakt mit Schülern/innen in der Rolle von Lehrenden bzw. Organisatoren von Lernprozessen ermöglicht.

Bislang haben 82 Schulklassen das teutolab Mathematik besucht, wobei die Verteilung auf Grundschulen und Schulklassen der weiterführenden Schulen in etwa gleich ist; bei Letzteren bilden die Gymnasien einen Schwerpunkt.

2 Ablauf und Inhalte

Die Schüler/innen einer Klasse besuchen jeweils an einem Vormittag die Universität und arbeiten in Kleingruppen an vier verschiedenen „Experimentierstationen“. Nach jeweils einer halben Stunde werden die Themen gewechselt. Für die Themenauswahl war wichtig, dass diese einerseits einen elementaren Zugang für die Lernenden ermöglichen, andererseits aber auch in nachfolgenden Jahrgangsstufen Potenzial für Erweiterungen und Vertiefungen bieten. Darüber hinaus erfolgte eine Orientierung an den übergeordneten Ideen *Faszination der Zahlen*, *Der Raum, in dem wir leben* sowie *Verborgene Mathematik kann verblüffen*. Der ersten Leitidee können die Stationen *Platonische Körper*, *Murmelbahn* und *Galtonbrett* zugeordnet werden, der zweiten die Stationen *Spiegelungen*, *Würfelgebäude* und *Ellipse*, der dritten schließlich die Station *Entzauberung von Rechentricks* (in

Planung ist eine Station *Geheimschriften*). Im Folgenden wird exemplarisch die Station *Platonische Körper* vorgestellt.

3 Station *Platonische Körper*

Zu Beginn werden den Schülern/innen Modelle aus Plexiglas der Körper aus Abb. 1 zur Untersuchung vorgelegt. Die Aufgabe besteht zunächst darin herauszufinden, welcher Körper nicht zu den anderen „passt“. Häufig entsprechen die Vorschläge der Kinder nicht der intendierten Lösung, das Kuboktaeder mit seinen zwei verschiedenen Flächentypen als das nicht passende Polyeder zu identifizieren. Doch haben die Vermutungen der Lernenden in den meisten Fällen durchaus ihre Berechtigung, ja sind sogar erwünscht, da mit ihnen in vielen Fällen schon wichtige Eigenschaften der Körper angesprochen werden. Beispielsweise wird relativ häufig das Dodekaeder genannt, weil es als einziger Körper aus (regelmäßigen) Fünfecken zusammengesetzt ist.

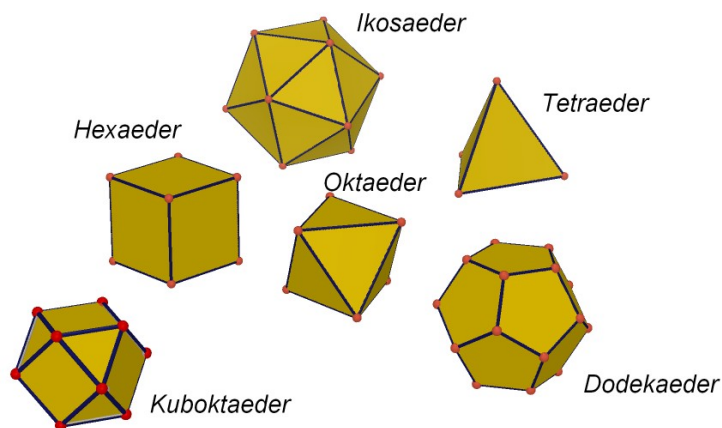


Abbildung 1: Das Kuboktaeder und die fünf Platonischen Körper

Die Frage der Kinder nach der Bedeutung der Namen sowie der Hinweis, dass diese griechischen Ursprungs sind und die Flächenanzahlen bezeichnen, gibt zwanglos Anlass, die Flächen, Ecken und Kanten zu zählen. Diese Aufgabe ist für die Lernenden nach allen Erfahrungen keineswegs trivial. Im Wesentlichen können drei Strategien beobachtet werden:

Manche Kinder *zählen unstrukturiert*, ohne den regelmäßigen Aufbau der Körper zu beachten. Dabei verlieren sie meist den Überblick, welche Objekte bereits gezählt worden sind und welche nicht. Andere sind erfolgreicher, indem sie *unter Beachtung der Symmetrien zählen* und die Polyeder dazu gedanklich in kongruente Teilkörper zerlegen. Doch auch dann bleibt das Abzählen der Ecken und Kanten beim Dodekaeder und Icosaeder schwierig. Manchmal suchen die Lernenden mit *kombinatorischen Überlegungen* die Anzahlen zu finden, indem sie bspw. die erfolgreich bestimmten Flächenzahlen mit der Kanten- bzw. Eckenzahl des jeweiligen Flächen-

typs multiplizieren. Dabei übersehen sie allerdings meist, dass jede Ecke bzw. Kante immer zu mehr als einer Fläche gehört.

Im Anschluss an die Zählphase werden die Ergebnisse tabellarisch zusammengefasst (Tab. 1). Meist fällt den Schülern/innen dabei die *Dualität* auf: Das Hexaeder besitzt genauso viele Ecken (Flächen) wie das Oktaeder Flächen (Ecken). Entsprechendes gilt für Dodekaeder und Ikosaeder, während das Tetraeder bei gleicher Ecken- und Flächenzahl zu sich selbst dual ist. Anschaulich kann dies deutlich gemacht werden, indem man die Mittelpunkte der Seitenflächen eines Platonischen Körper miteinander verbindet, wodurch jeweils der duale Körper entsteht. Konkret wird dies im teutolab angedeutet, indem exemplarisch jeweils ein kleineres Flächenmodell in einem größeren Kantenmodell positioniert wird.

Körper	Anzahl		
	Ecken E	Flächen F	Kanten K
Tetraeder	4	4	6
Hexaeder	8	6	12
Oktaeder	6	8	12
Dodekaeder	20	12	30
Ikosaeder	12	20	30

Tabelle 1: Ecken-, Flächen- und Kantenzahlen der Platonischen Körper

Lenkt man die Aufmerksamkeit der Kinder schließlich auf die jeweiligen Zahlen innerhalb einer Zeile, so finden sie, ggf. mit weiterer Unterstützung, heraus, dass die Summe aus Ecken- und Flächenzahl bei jedem Platonischen Körper stets um 2 größer als die Anzahl der Kanten ist. Dies ist der Inhalt des *Eulerschen Polyedersatzes*: $E + F = K + 2$ (vgl. [6], S. 270 ff.). Für die Schüler stellt er oftmals das erste eindrucksvolle Beispiel dar für Verbindungen zwischen der Geometrie und der Arithmetik/Algebra.

Hiermit ist die Arbeit an der Station „Platonische Körper“ im teutolab in aller Kürze skizziert. Viele Fragen müssen dabei offen bleiben, doch für eine erste Begegnung der Lernenden mit diesem Thema mag dies erst einmal reichen. Wenn damit Ansporn für weitere Auseinandersetzungen erzeugt wird, ist schon viel gewonnen, bspw.: Gibt es noch weitere Platonische Körper (vgl. [1], S. 183 f. und [6], S. 273 f.)? Gibt es noch andere Archimedische Körper (vgl. [4], S. 80 ff.)? Gilt der Eulersche Polyedersatz auch für das Kuboktaeder? Gilt er für alle Polyeder? ... (vgl. [1], S. 197 f.).

4 Abschließende Bemerkungen

Die begleitenden Lehrpersonen und natürlich auch die Schülerinnen und Schüler werden nach ihren Besuchen in einem kurzen Fragebogen um ein Feedback gebeten, welches das Projekt evaluieren und optimieren soll. Die Daten in den Lehrerfragebögen weisen bspw. auf deutliche Unterschiede in

dem Grad der Vertrautheit der Lehrenden mit den einzelnen mathematischen Inhalten hin, die im teutolab Mathematik angesprochen werden, sowie verschieden stark ausgeprägte Neigungen, ein Thema im nachfolgenden Unterricht fortzusetzen. Dabei ist klar eine Tendenz festzustellen, dass mit geringerer Vertrautheit auch weniger Bereitschaft zur „Nachbehandlung“ gegeben ist. Überlegt werden Maßnahmen wie etwa Lehrerfortbildungen oder Informationsmaterial, diesen Zusammenhang zu durchbrechen.

Daneben geben sowohl die Lehrpersonen, Lehramtsstudierenden wie auch die Kinder häufig offene und informelle Rückmeldungen mit fast ausschließlich positivem Echo. So wurde etwa von Hauptschullehrern/innen besonders hervorgehoben, dass die Schüler/innen mit ihren Problemlösungen stets ernst genommen würden, auch wenn solche nicht richtig waren, und das Angebot der mathematischen Aktivitäten flexibel ihrem Leistungsstand angepasst wird.

Diese positiven Rückmeldungen sind eine Bestärkung, das teutolab Mathematik fortzuführen. Die Resonanz auf das Projekt zeigt auch, dass es nicht als Konkurrenz, sondern als produktive Ergänzung zum regulären Unterricht wahrgenommen und genutzt wird.

Literatur

- [1] Courant, R./Robbins, H.: Was ist Mathematik? Springer Verlag, Berlin 1962
- [2] Engeln, K./Euler, M.: Forschen statt Pauken. Aktives Lernen im Schülerlabor. In: *Physik Journal*, H. 11/2004, S. 45-48
- [3] Hillebrandt, D./Dähnhardt, D.: Forschend lernen – Schülerlabore in Deutschland. In: *TheoPrax*, H. 1/2005, S. 20-23
- [4] Kliem, F./Wolff, G.: Archimedes. Verlag Otto Salle, Berlin 1927
- [5] Prenzel, M. et al. (Hg.): PISA 2003. Waxmann, Münster 2005
- [6] Wittmann, E.: Elementargeometrie und Wirklichkeit. Einführung in geometrisches Denken. Vieweg, Braunschweig 1987

Gefördert wurde und wird das teutolab Mathematik durch die Robert Bosch Stiftung, das Programm LeLa Lernort Labor im Auftrag des BMBF, daneben auch durch Mittel der Universität Bielefeld. Weitere Infos unter: www.math.uni-bielefeld.de/teutolab