

Gilbert GREEFRATH, Köln

Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben

Im Rahmen einer Untersuchung zur Lösung von unterbestimmten Modellierungsaufgaben wurden die Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern im Lösungsprozess untersucht. In diesem Beitrag konzentrieren wir uns auf Schwierigkeiten, die im Rahmen der Datenbeschaffung auftreten. Es werden Ergebnisse einer qualitativen Studie und einer schriftlichen Befragung von Schülerinnen und Schülern im Zusammenhang mit solchen Modellierungsaufgaben vorgestellt.

Konzeption der qualitativen Studie

Im Rahmen einer qualitativen Untersuchung zu Modellbildungs- und Problemlöseprozessen von Schülerinnen und Schülern haben wir (unterbestimmte) offene Aufgaben mit Realitätsbezug verwendet [Greefrath 2006]. Je zwei Schülerinnen bzw. Schüler wurden bei der Bearbeitung einer solchen Aufgabe beobachtet. Die Schülerinnen und Schüler wurden aufgefordert, die Aufgabe zu zweit – ohne weitere Hilfen – zu lösen. Die Arbeit an den Aufgaben wurde videografiert. Zur Auswertung haben wir diese Videodaten komplett transkribiert. Im Rahmen des offenen Kodierens mit drei Ratern wurden den einzelnen Äußerungen der Schülerinnen und Schülern konzeptuelle Bezeichnungen zugeordnet, die in mehreren Durchgängen diskutiert und modifiziert wurden. Diesen Bezeichnungen für einzelne Interviewabschnitte wurden schließlich Kategorien zugeordnet [Strauss & Corbin 1996, S. 43 ff.]. Drei dieser Kategorien waren *Datenbeschaffung*, *Planung* und *Kontrolle*. Wir interessieren uns hier speziell für die Datenbeschaffung.

Datenbeschaffung

Die Datenbeschaffung von Modellierungsaufgaben kann theoretisch an zwei Stellen im Problemlöseprozess eingeordnet werden. Betrachtet man einen idealisierten Problemlöseprozess [Garofalo & Lester, 1985], so tritt die Datenbeschaffung vor der Organisation mit dem Ziel der Planerstellung und nach der Organisation mit dem Ziel der Datenbeschaffung für die Ausführung auf. Genauer kann man so im Sinne der Beschreibung von Planungsvorgängen bei Schoenfeld [1985] einerseits von analysierend-explorativer und andererseits von ausführender Datenbeschaffung sprechen.

Im Rahmen der durchgeführten qualitativen Studie konnten wir in den Lösungsprozessen der Schülerinnen und Schüler unterschiedlichste Datenbeschaffungsprozesse lokalisieren. Beispielsweise zeigt der unten zitierte Transkriptausschnitt einen Vergleich von gegebenen Daten mit Stützpunktvorstellungen.

Transkriptausschnitt: 01:51 S2: *Wir können das Gerüst nehmen das Gerüst ist immer ein (.) dass ein Mann drunter stehen kann . oder?*

Insgesamt wurden in den ausgewerteten Beobachtungen folgende Arten der Datenbeschaffung festgestellt:

- Schätzen
- Alltagswissen verwenden
- Vergleich mit Stützpunktvorstellungen
- Messen
- Vergleich mit vorher ermittelten Werten
- Zwischenergebnisse verwenden
- Abzählen
- Direkter Vergleich mit vorhandenen Gegenständen
- Lesen
- Raten

Fallstudie

Im Rahmen einer Fallstudie mit fünf Schülerpaaren wurden die Datenbeschaffung, die Planung und das Kontrollverhalten der Schülerinnen und Schüler analysiert und charakterisiert. Dabei zeigt sich für die Datenbeschaffung, dass einige Schülerpaare auf bestimmte Arten der Datenbeschaffung festgelegt sind. So dominierten in zwei Fällen das Messen sowie in weiteren Fällen das Schätzen und die Verwendung von Alltagswissen. Nur in einem Fall konnte eine vielfältig angelegte Datenbeschaffung festgestellt werden. Ein Vergleich mit den beiden anderen Kategorien Planung und Kontrolle zeigt, dass hier gewisse Parallelen auftreten können. Während die vielfache Datenbeschaffung mit einer sehr expliziten Planung und einem globalen Kontrollverhalten zusammenfällt, trifft beispielsweise die auf Alltagswissen basierende Datenbeschaffung mit einer ebenso realitätsverhafteten Planung und einer nur lokalen Kontrolle zusammen [vgl. Greefrath 2008]. Die folgende Aufstellung gibt eine Übersicht über die Fälle mit der jeweiligen Charakterisierung.

Fall	Datenbeschaffung	Planung	Kontrolle
A	Vielfach	Explizit	Global
B	Alltagswissen	Real	Lokal
C	Messen	Implizit	Vielfach
D	Messen	Implizit	Lokal
E	Schätzen	Explizit	Vielfach

Aufgaben mit unterschiedlichem Modellierungsgrad

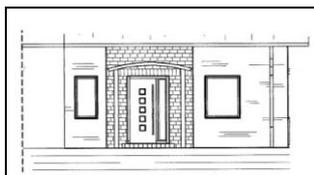
Im Rahmen einer schriftlichen Untersuchung wurden 388 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 7 gebeten, eine der drei folgenden Aufgaben zu bearbeiten (Petermöller 2007). Anschließend wurden die Schülerinnen und Schüler zu Ihrer Einstellung bezüglich dieser Aufgaben befragt.

Aufgabenvariante 1



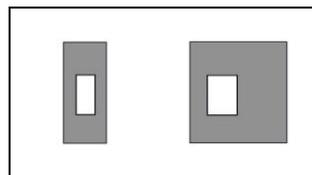
Die Vorderseite dieses Hauses soll außen verputzt werden. Berechne möglichst genau die zu verputzende Fläche!

Aufgabenvariante 2



Die Vorderseite dieses Hauses soll außen verputzt werden. Berechne möglichst genau die zu verputzende Fläche!

Aufgabenvariante 3



In der Zeichnung ist die Vorderseite eines Hauses zu sehen. Die weißen Rechtecke stellen die Fenster dar. Sie haben eine Höhe von 1,30 m. Die grau schraffierten Flächen sollen verputzt werden. Berechne möglichst genau diese Fläche.

Dabei wurde festgestellt, dass allen Schülerinnen und Schülern die Flächenberechnung und die anschließende Subtraktion von Teilflächen leichter fallen als die Datenbeschaffung. Eine genauere Analyse dieser Datenbeschaffung zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums häufiger einen Maßstab verwenden als die Schülerinnen und Schüler anderer Schulformen (GY 30 %, RS 10 %, HS 5 %). Hier stellt man mit einer asymptotischen Analyse von Kontingenztafeln unter Verwendung des χ^2 -Tests (vgl. Bortz et al. 1990, S. 131 ff.) einen signifikanten Unterschied der Lösungsqualität bezogen auf die Merkmale Schulform und Datenbeschaffung fest ($\alpha = 0.01$). Im Vergleich zu anderen Schulformen wird an der Realschule mehr mit in sich stimmigen Relationen von Längen gearbeitet (GY 19 %, RS 28 %, HS 16%). Die Schülerinnen und Schüler von Haupt- und Realschulen fanden also häufiger auf anschauliche und weniger mathematisch abstrakte Weise einen alternativen Lösungsweg. Insgesamt

stellt man hier einen signifikanten Unterschied der Lösungsqualität bezogen auf die Merkmale Schulform und Aufgabenvarianten fest ($\alpha = 0.01$).

In Aufgabenvariante 1 zeigt sich der oben beschriebene Effekt bezüglich der Datenbeschaffung sogar noch deutlicher. Während Real- und Hauptschülerinnen und -schüler fast bzw. gar nicht (4% bzw. 0 %) mit einem Maßstab arbeiteten, haben mehr als ein Viertel der Gymnasialschülerinnen und Schüler diesen Weg verwendet (28 %). Insgesamt wurde die Aufgabenvariante 1 (53 %) als die interessanteste Aufgabe angesehen. Die anderen beiden Aufgaben wurden etwa gleich bewertet. Die leichteste Aufgabe war aus Sicht der Schülerinnen und Schüler eindeutig die Aufgabenvariante 3 (75 %). Die Antworten auf die Frage, welcher Aufgabentyp am häufigsten im Mathematikunterricht vorkommt, ergaben ähnliche Anzahlen für die Varianten 2 und 3. Aufgabenvariante 1 kommt nach Ansicht der Schülerinnen und Schüler fast gar nicht vor (7 %).

Schlussfolgerungen für den Unterricht

Fehler in den Rechnungen werden häufig von Schülerinnen und Schülern selbstständig gefunden und korrigiert, während für Schwierigkeiten im Rahmen der Datenbeschaffung meist Kontrollmechanismen fehlen. Die Untersuchungen zeigen die Notwendigkeit der Beschäftigung mit Datenbeschaffungen im Unterricht. Dabei sollte insbesondere das Schätzen kritisch hinterfragt und diskutiert werden. Hierzu ist es notwendig, Stützpunktwissen und Vergleichsgrößen im Unterricht entsprechend zu behandeln.

Literatur

- Bortz, J. & Lienert, G.A. & Boehnke, K. (1990). *Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik*, Berlin Heidelberg: Springer.
- Garofalo, J. & Lester F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance, *J. Res. Math. Educ.*, 16(3), 163-176
- Greefrath, G. (2006). *Modellieren lernen mit offenen realitätsbezogenen Aufgaben*, Aulis, Köln.
- Greefrath, G. (2008). Untersuchung von Modellbildungs- und Problemlöseprozessen, Beiträge zum Mathematikunterricht 2008, WTM-Verlag, Münster
- Petermüller, W. (2007). *Untersuchung von Aufgaben mit unterschiedlichem Modellierungsanteil und eine Befragung zur Einstellung von Schülerinnen und Schülern zu diesen Aufgabenvarianten am Beispiel der Hausaufgabe*, Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt für die Sekundarstufe II / I, Wuppertal.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*, Academic Press, Orlando
- Strauss, A. & Corbin, J. (1996). *Grounded Theory: Grundlagen Qualitativer Sozialforschung*, Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.