

Astrid BRINKMANN, Münster

## **Vernetzungen im Mathematikunterricht - Aktuelle Positionen und Entwicklungsbedarf**

Als Folge der wenig erfreulichen Ergebnisse deutscher Schüler/innen in den großen internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA wird vielfach die Forderung nach einer besseren Vernetzung mathematischer Lerninhalte erhoben. Dabei wird der Vernetzungsbegriff allerdings recht vielschichtig und i. A. wenig präzise verwendet.

### **1. Der Begriff Vernetzung**

Eine Begriffspräzisierung liefert Brinkmann (2002, 2007). Es wird argumentiert, dass die Netzwerkstruktur mathematischen Wissens es erlaubt, dieses über Graphen aus Knoten und Kanten zu modellieren. Inhaltlich interpretiert repräsentieren die Knoten mathematische Objekte oder auch nichtmathematische Objekte/Dinge, die mit mathematischen Objekten in Beziehung stehen; die Kanten zeigen existierende Beziehungen (Relationen) auf. Solche Relationen lassen sich als Vernetzungen definieren. Auf der Ebene des Unterrichtsstoffes wird zwischen fachsystematischen Vernetzungen und anwendungsbezogenen Vernetzungen unterschieden, die jeweils in weitere Kategorien unterteilt sind; auf kognitiver Ebene der Lernenden kommen weitere für den Mathematikunterricht relevante Vernetzungskategorien hinzu.

Vernetzung bezeichnet dabei sowohl den Prozess des Vernetzens, also das in Relation setzen, als auch das Ergebnis: Ein Knotenpunkt  $a$  eines Systems wird mit einem Knotenpunkt  $b$  des Systems vernetzt, wenn  $a$  zu  $b$  in eine Relation gesetzt wird; ein Knotenpunkt  $a$  eines Systems ist mit einem Knotenpunkt  $b$  des Systems vernetzt, wenn  $a$  mit  $b$  in Relation steht.

Vom „vernetzenden Denken“, bei dem Vernetzung im obigen Sinne als Prozess erfolgt, zu unterscheiden ist das „vernetztes Denken“. Letzteres meint i. A. ein Denken in vernetzten, systemischen Strukturen dynamischer Systeme (Ossimitz, J. Maaß); hierzu verwandte Begriffe sind Systemdenken, Denken in Systemen (Dörner), Denken in Netzen (MUED), u. a.

### **2. Defizite und Folgerungen**

Mit dem begrifflichen Instrumentarium von Brinkmann lassen sich Defizite Vernetzungen betreffend in Lehr- und Lernprozessen genauer beschreiben. Eine Studie von Brinkmann (2002) deutet darauf hin, dass Vernetzungen aus dem intendierten Curriculum, so wie sie in Schulbüchern dargestellt werden, von Lehrern auch unterrichtet werden, allerdings insbesondere die

Vernetzung zwischen verschiedenen Repräsentationen eines mathematischen Objekts (z. B. zwischen einer geometrischen und einer algebraischen Repräsentation) von Schülern sehr wenig nachhaltig gelernt wird. Das aktive Vernetzen im Zuge von Problemlöseprozessen, für das kein Standardalgorithmus zur Verfügung gestellt wird, gelingt nur einzelnen Ausnahmeschülern. Ferner stellten Voruntersuchungen zu dieser Studie eine recht vernetzungsarme Darstellung mathematischer Inhalte in Schulbüchern heraus, insbesondere im Hinblick auf das Aufzeigen von Querverbindungen zwischen Geometrie und Algebra bzw. zwischen verschiedenen Darstellungen mathematischer Objekte.

Eine Befragung von mehreren hundert Lehrern (Brinkmann, 2008, noch nicht veröffentlicht) hat u. a. bestätigt, dass Lehrer in enger Anlehnung an Schulbücher unterrichten und gezeigt, dass sie als ergänzende Materialien i. d. R. nur solche verwenden, die ohne größeren Aufwand im Unterricht eingesetzt werden können (z. B. fertig ausgearbeitete Arbeitsblätter).

Es sollten somit mindestens in folgenden Bereichen Entwicklungs- und entsprechende Forschungsarbeiten geleistet werden, vor allem auch mit Blick auf „Modellvernetzungen“ zwischen verschiedenen Darstellungen mathematischer Objekte:

- veränderte Darstellungen in Schulbüchern und ergänzenden Materialien,
- veränderte Unterrichtsmethodik (mit entsprechendem Angebot an Lehrerfortbildungen),
- andere (erweiterte) Aufgabekultur.

### **3. Aktuelle F & E**

#### *3.1 Schulbuchentwicklung*

Eine Untersuchung (Rezat, 2008) von 18 Mathematikschulbüchern, die nach 2000 in Deutschland herausgegeben wurden, zeigt, dass im Vergleich zu älteren Schulbüchern viele Elemente neu hinzugekommen sind, die Inhalte einzelner Lerneinheiten verknüpfen:

- kapitelübergreifende Aufgaben ( in 12 der 18 Bücher),
- Einleitungen in neue Schulbuchkapitel, die teils anhand von Beispielen zeigen, dass der folgende Stoff in Alltag, Wissenschaft oder Architektur seine Anwendung findet,
- Zusammenfassungen am Ende eines Kapitels (in 11 der 18 Bücher),
- vermischte Aufgaben am Ende eines Kapitels, durch welche erworbene Qualifikationen in vermischter Form angewandt und mit den bereits gelernten Inhalten vernetzt werden (in 13 der 18 Bücher),
- Advance Organizer am Anfang jeder Lerneinheit (1 Buch).

### 3.2 Unterrichtsmethodik

Zunächst sei auf die Beiträge in diesem Band von Nordheimer zur *kapitelübergreifenden Rückschau*, und von Roth zur Vernetzung von Anschauung, Begriffen und Ideen hingewiesen. Weitere Beiträge werden unten skizziert.

#### a) Bewusstes Aufzeigen von Vernetzungen

In den NCTM Standards 2000 wird der Connections-Standard als einer von 10 Standards definiert und die Weisung erteilt, an möglichst vielen Stellen im Unterricht explizit Verbindungen von und mit mathematischen Objekten aufzuzeigen. Dies kann dem Lernen von Vernetzungen zuträglich sein.

Eine Hamburger Studie, die von Euba durchgeführt wurde, untersucht Lernerfolge von Schülern, auf der Basis eines Unterrichts, der Vernetzungen gezielt herausarbeitet.

#### b) Visualisierung vernetzter Lerninhalte

Brinkmann (2007) stellt graphische Netzwerkdarstellungen wie *Mind Maps* oder *Concept Maps* als effiziente Unterrichtsmittel mit ihren Möglichkeiten und Grenzen vor. Zusammengetragene Unterrichtserfahrungen und –Beobachtungen sowie Ergebnisse diverser Untersuchungen zeigen, dass sich Mind Maps, Concept Maps u. ä. insbesondere in folgenden Hinsichten als hilfreich erweisen können:

- um Vernetzungen im Mathematikunterricht explizit zu machen und darüber zu reflektieren,
- zum Lernen von Begriffen in ihrer Beziehungshaltigkeit,
- für eine zusammenfassende Wiederholung und Strukturierung von Lerninhalten,
- als Hilfe beim Problemlösen.

Entsprechende Lehrerfortbildungen zum Einsatz von *Knowledge Maps* als Unterrichtsmittel werden im Rahmen des Projekts „Mathematik anders machen“ der Deutschen Telekom Stiftung angeboten.

In diesen Fortbildungen führt außerdem Limke in die Theorie und den Gebrauch von *Advance Organizer* ein. Dies sind Lernlandkarten, die in konzentrierter und abstrakter Form durch Begriffe, Visualisierungen, Bilder, Strukturen usw. die wesentlichen Inhalte, Zusammenhänge und Ergebnisse in einer Lerneinheit übersichtlich darstellen. Es wird derzeit von einigen Schulbuchautoren vermehrt an geeigneten Entwürfen für Advance Organizer zur Einleitung von Schulbuchkapiteln gearbeitet.

Im Rahmen des Sinus-Projekts, Modul 5, sind Arbeitsaufträge für Schüler entwickelt worden, in denen *Vernetzungsdiagramme* (Knoten-Kanten-Graphen) zur Reflexion über gewählte Wege in Problemlöseprozessen dienen.

Eine Lehrerarbeitsgruppe beschäftigt sich seit 2007 mit dem Einsatz bestimmter *Lernlandkarten* als Arbeitsmittel zur Förderung der Selbstreflexion über das eigene Lernen ([www.SysFoNie.de](http://www.SysFoNie.de), Text 10).

*c) Materialien für ein handlungsorientiertes, experimentelles Lernen*

Der *Mathekoffer* (Büchter, Henn (Hrsg.), mit Unterstützung von MNU, Deutsche Telekom-Stiftung; Verlage Friedrich und Klett, 2008) bietet eine Materialsammlung für das selbständige Entdecken von Zusammenhängen. Aufgabenkarten für Schüler und Lehrercommentare mit konkreten Impulsen für den Unterricht ermöglichen einen direkten Einsatz im Unterricht.

*d) Entwicklung vernetzten Denkens*

Diverse Untersuchungen von Ossimitz, J. Maaß u. a. dienen dem Ziel, Grundideen des vernetzten (systemorientierten) Denkens durch Beschäftigung mit systemdynamischen Simulationsmodellen zu vermitteln.

Die MUED-Gruppe erhebt die Forderung, dass das Denken in Netzen einen zentralen Stellenwert im Mathematikunterricht bekommen und als neue Leitidee aufgenommen werden sollte, und sucht für diesen Bereich Materialien, Ideen und Konzeptionen – und Mitarbeiter.

### 3.3 Aufgabenentwicklung

Aufgaben, in denen insbesondere „Modellvernetzungen“ zwischen realen Situationen und ihren mathematischen Beschreibungen (Modellen) zum Tragen kommen, werden vor allem von Mitgliedern der ISTRON-Gruppe und auch der MUED-Gruppe entwickelt. Ferner bieten die Südtiroler Internet-Lernumgebungen „Modellieren mit Mathe“ und „Mathe überall“ eine Fülle von Modellierungsaufgaben, die weiter ergänzt werden.

## 4. GDM-Arbeitskreis „Vernetzungen im Mathematikunterricht“

Ein neu gegründeter AK befasst sich mit dem Lehren und Lernen vernetzter Inhalte und dem Anwenden von Vernetzungen, d. h. dem aktiven Vernetzen, in Problemlöseprozessen. Geplant ist die Herausgabe einer Schriftenreihe „Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht“.

## Literatur

Brinkmann, A. *Über Vernetzungen im Mathematikunterricht – eine Untersuchung zu linearen Gleichungssystemen in der Sekundarstufe I*. <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-5386/index.html>, 2002.

Als Buch: Saarbrücken: VDM Verlag, 2008.

Brinkmann, A. *Vernetzungen im Mathematikunterricht – Visualisieren und Lernen von Vernetzungen mittels graphischer Darstellungen*. Hildesheim: Franzbecker, 2007.

Rezat, S. Die Struktur von Mathematikschulbüchern. *JMD* 29/1, 2008, 46–67.