

Swetlana NORDHEIMER, Berlin

Kapitelübergreifende Rückschau: Unterrichtsmethode zum Vernetzen im Mathematikunterricht

Hinsichtlich von Vernetzungen im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I besteht eine Diskrepanz zwischen normativen Vorgaben und deskriptiven Befunden. Im Folgenden stelle ich die normativen Vorgaben nach dem Konzept von Grunderfahrungen (Winter, Baptist 2001) den Befunden aus älteren und neueren empirischen Untersuchungen gegenüber (Bauer 1981, Baumert, Klieme 2001). So sehen viele Schüler Mathematikunterricht nicht als ein „Universum mit einem Höchstmaß an innerer (deduktiver) Vernetzung und Offenheit gegenüber neuen Ordnungen und Beziehungen“ (Winter, Baptist 2001), sondern als „zusammenhanglos nebeneinander stehende Stoffe“ (Bauer 1981), die „nicht in ausreichender Weise vernetzt“ (Baumert, Klieme 2001) sind. An Stelle eines „Reservoirs an Modellen, die geeignet sind, auf rationale Art zu interpretieren oder das Verfolgen von Zwecken systematisch zu organisieren“ (Winter, Baptist 2001), begegnen viele Schüler Mathematik als „einer selbstgenügenden Struktur, die kaum mit anderen Bereichen der Wahrnehmung verknüpft ist“ (Bauer 1981). Daraus ergeben sich Schwierigkeiten für die Mathematik als „Übungsfeld für heuristisches und analytisches Denken“ (Winter, Baptist 2001), weil es vielen Schülern nicht gelingt, im Mathematikunterricht erworbenes Wissen „zur Bearbeitung von komplexen Fragen einzusetzen“ (Baumert, Klieme 2001). Deshalb steht die Bearbeitung und Entwicklung von komplexen Fragestellungen durch Schüler im Mittelpunkt der *kapitelübergreifenden Rückschau* als einer Unterrichtsmethode zur Förderung der Vernetzung im Mathematikunterricht.

1. Vernetzungsbegriff

Den theoretischen Ausgangspunkt der Unterrichtsmethode bildet die Dissertation von Brinkmann (2003). Demzufolge wird Vernetzung als Prozess und Ergebnis des in Beziehung Setzens mathematischer Inhalte und Anwendungen auf der Ebene des Unterrichtsstoffes sowie auf der kognitiven Ebene des Schülers verstanden. Nach Brinkmann lassen sich Vernetzungen auf diesen beiden Ebenen in gleicher Weise kategorisieren, deshalb werden sie im Rahmen dieser Arbeit zur epistemischen Ebene zusammengefasst und mit der sozialen Ebene ergänzt. Letztere soll das Potenzial der sozialen Struktur der Lerngruppe für die Entstehung von Vernetzungen im Mathematikunterricht fruchtbar machen.

2. Konstruktion der Unterrichtsmethode

In der Didaktik der Mathematik findet man verschiedene Vorschläge zur Förderung von Vernetzungen im Mathematikunterricht vor allem auf der epistemischen Ebene. So schlägt beispielsweise Vollrath (2001) vor, *Themenstränge* (Leitideen und Leitbegriffe) der Mathematik mit Hilfe des Inhaltsverzeichnisses den Schülern sichtbar zu machen, Übergänge zwischen verschiedenen Schulbuchkapiteln durch *Themenkreise* (innermathematische kapitelübergreifende Kontexte) und *Themenkomplexe* (anwendungsbezogene kapitelübergreifende Probleme) zu gestalten. Auch im Rahmen von *Lerntagebüchern* (Gallin, Ruf 1998) wird den Schülern die Möglichkeit gegeben, kontinuierlich an mathematischen Problemen zu arbeiten und durch Eigenproduktionen Zusammenhänge zu studieren. Brinkmann (2003) schlägt zur Förderung von Vernetzungen den Einsatz von *mind-maps* und *concept-maps* im Unterricht vor.

Die soziale Ebene der Vernetzung, insbesondere die Rolle der sozialen Netzwerke bei der Konstruktion von Wissen, wird vor allem in der allgemeinen Pädagogik thematisiert (vgl. Fischer 2001). Es werden *Experten-gruppen* und *Lernen durch Lehren* als kooperative Lernformen vorgeschlagen, um die Entstehung von Vernetzung zu fördern.

Einer der wenigen Ansätze in der Didaktik der Mathematik, in dem die epistemische und die soziale Ebene an konkreten Aufgabenbeispielen verzahnt werden, ist die Methode der schülerzentrierten Aufgabenvariation (Schupp 2003). Eines der wichtigen Ziele der Methode ist die Thematisierung der Variationsmethoden als heuristischen Strategien.

Die Methode der schülerzentrierten Aufgabenvariation wird im Folgenden zur Methode der *Kapitelübergreifenden Rückschau* abgewandelt. Dabei besteht das Ziel darin, den Schwerpunkt auf die Vernetzung der Unterrichtsinhalte zu legen und die Variation stärker an die Inhalte des Lehrplans bzw. des Schulbuchs zu binden. Dafür werden die oben erwähnten Methoden zur Förderung von Vernetzungen im Unterricht aus der Mathematikdidaktik und der allgemeinen Pädagogik synthetisiert.

Die Segmentierung des Unterrichtsstoffes und des mathematischen Wissens eines einzelnen Schülers in Stoffgebiete wird als Segmentierung der Klasse in der Phase des Expertentrainings fortgesetzt. Dadurch können die Schüler Unterschiede und Gemeinsamkeiten unter den Kapiteln des Schulbuchs sowie verbindende Leitideen und Leitbegriffe bzw. Themenstränge mit Hilfe einer inhaltsbezogenen Kompetenztafel entdecken. Diese entsteht durch die Abwandlung des Inhaltsverzeichnisses des Schulbuches bzw. Heftes, indem die Überschriften der Groß- und Kleinkapitel in die lin-

ke Spalte und die Aufgabennummern in die obere Zeile eingetragen werden. Somit kann durch Ankreuzen der entsprechenden inhaltlichen Kompetenzen angegeben werden, welche Kompetenzen sich mit der Aufgabe ansprechen lassen. Im Anschluss an das Bewusstmachen von inhaltlicher Segmentierung auf der epistemischen Ebene und ihrer Ausweitung auf die soziale Ebene werden die beiden Ebenen miteinander in einer Expertenrunde verzahnt. Dabei können Schüler selbständig Themenkreise und Themenkomplexe entdecken und als kapitelübergreifende Aufgaben formulieren.

Anknüpfend an die Konstruktion werden im Folgenden die einzelnen Phasen der Methode vorgestellt.

Vorbereitung: Zum Anfang lösen Schüler im Klassenverband eine Einstiegsaufgabe. Diese deutet den gemeinsamen Kontext der ganzen Einheit an. Den Schülern werden entsprechend der Anzahl der Schulbuchkapitel des Schuljahres sechs Initialaufgaben vorgestellt.

Expertentraining: Jeder Schüler entscheidet sich für eine der Initialaufgaben. Alle Schüler mit der gleichen Aufgabe setzen sich jeweils in einer Gruppe zusammen, um diese gemeinsam zu lösen. Im Anschluss daran wird die Lösung der Aufgabe so präsentiert, dass die Mitschüler diese möglichst schnell nachvollziehen können. Daraufhin bestimmt jede Gruppe durch Ausfüllen der an das Inhaltsverzeichnis des Schulbuches angelehnten Kompetenztafel das Kompetenzspektrum der Aufgabe.

Expertenrunde: Die Gruppen werden neu zusammengestellt. Jetzt treffen sich in einer Gruppe Experten von verschiedenen Initialaufgaben bzw. Schulbuchkapiteln. Ziel der Phase ist es, in der neuen Gruppe durch Variation von gelösten Initialaufgaben mindestens eine kapitelübergreifende Aufgabe zu entwickeln, die Lösung aufzuschreiben und das Kompetenzspektrum der Aufgabe zu bestimmen.

Plenum: Die Aufgaben und Lösungen der Schüler werden in einem Trainingsheft zusammengefasst. Das Heft wird mit einer Tabelle versehen, in der die Schüleraufgaben den inhaltsbezogenen Kompetenzen zugeordnet werden.

3. Erprobung

Für die Erprobung der Unterrichtsmethode wurden sechs Initialaufgaben aus verschiedenen Stoffgebieten zum Thema Tangram als verbindendem Element entwickelt und im Schuljahr 2007/08 in zwei 8. Klassen eingesetzt. Exemplarisch gehe ich hier nur auf eine Gymnasialklasse ein. Der Unterricht in dieser 8. Klasse war nach dem Schulbuch strukturiert. Da es

sich um die Pilotphase der Erprobung handelte, standen nur drei Unterrichtsstunden zur Verfügung. In diesen wurden Tangram-Initialaufgaben gelöst und ausgewertet. Die Entwicklung von kapitelübergreifenden Aufgaben wurde in die freiwillige Hausaufgabe verlegt. 15 von 30 Schülern haben Aufgaben abgegeben, in denen mehr als ein Kapitel des Schulbuches explizit oder implizit angesprochen wurde. Die meisten Aufgaben vernetzten die Inhalte im innermathematischen Kontext, wobei auch außermathematische Bezüge zu finden waren. Die Schüler äußerten sich sehr positiv über die intensive Beschäftigung mit einer Aufgabe in der Gruppe und das Tangram als verbindendes Motiv der Aufgaben. Nur in zwei von 15 Aufgaben haben sich die Schüler von dem Tangram-Kontext gelöst. Die Schüler hätten sich mehr Zeit zur Präsentation der Ergebnisse sowie Entwicklung von eigenen Aufgaben gewünscht. Abschließen möchte ich mit einer Schüleraufgabe, die die Kriterien eines Themenkreises im Sinne von Vollrath (2001) erfüllt und als Überleitungsaufgabe zwischen den Unterrichtseinheiten zur Symmetrie und zu Linearen Funktionen eingesetzt werden kann: „*Legt mit allen Tangram-Steinen ein Quadrat. Zeichnet eure gesamte Lösungsfigur in ein Koordinatensystem. Welche Symmetriearten findet ihr auf dieser Zeichnung? Nennt die Symmetriearten und gebt für alle Symmetrieachsen die entsprechenden Funktionsgleichungen an.*“

Literatur

- Baptist, P., Winter, H. (2001): Überlegungen zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in der Oberstufe des Gymnasiums. In H.-E. Tenorth (Hrsg.), *Kerncurriculum Oberstufe. Mathematik – Deutsch – Englisch* (S. 54 - 77). Basel: Belz.
- Baumert, J., Klieme, E. (2001): TIMMS – Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen. Praxisberichte. Videodokumente. Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF)
- Bauer, L. A. (1988): *Mathematik und Subjekt*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag
- Brinkmann, Astrid (2002): *Über Vernetzungen im Mathematikunterricht: Eine Untersuchung zu linearen Gleichungssystemen in der Sekundarstufe I*. Dissertation angenommen durch: Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Fakultät für Naturwissenschaften, Institut für Mathematik, 2002-09-09
- Fischer, F. (2001): *Gemeinsame Wissenskonstruktionen – theoretische und methodologische Aspekte*. Forschungsbericht Nr. 142, München: Ludwig-Maximilian-Universität, Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie
- Gallin, P., Ruf, U. (1998): *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.
- Griesel, H., Postel, H., Suhr, F. (2007): *Elemente der Mathematik*. 8. Klasse. Berlin: Schroedel
- Schupp, H. (2003): *Variatio delectat! Der Mathematikunterricht*, 49, 5, 4-12
- Vollrath, H.-J. (2001): *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Mathematik. Primar- und Sekundarstufe (171-216)*. Berlin: Spektrum