Barbara SCHMIDT-THIEME, Hildesheim

Erklären als fachspezifische Kompetenz in fächerübergreifender Perspektive

1. Mathematik erklären

Was man von Mathematik als Außenstehender – etwa in Büchern - sieht, scheint ein logisches Gebäude zu sein, themenweise axiomatisch aufgebaut; dies spiegelt sich wieder in einer strengen formalen Textgestaltung in Definition, Satz und Beweis. Also: In der Sicht von außen erklärt Mathematik die Welt, Bücher erklären was, warum und wie.

Das ist allerdings nur das fertige Produkt eine langen kulturell und menschlich geprägten Entwicklungslinie der Mathematik. Doch Entstehung und Erkenntnis laufen anders. Der Beweis z. B. ist nur das sichtbare Produkt mathematischer Tätigkeit, er ist ein "offizieller Abschluss eines komplexen Suchprozesses" (144), in ihm wird "individuell Gewusstes in eine standardisierte Form" gebracht (163), "subjektive Gewissheit in Sicherheit überführt" (169) (Heintz 2000). Also: In der Innensicht erklären Mathematiker sich (gegenseitig) Mathematik, Mathematik ist sowohl Produkt wie Prozess.

In Überlegungen zum Mathematikunterricht lag lange Zeit ein starkes Gewicht auf der Sichtweise Mathematik als Produkt. Zwei Änderungen kennzeichnen die diesbezügliche Beschäftigung in der Mathematikdidaktik im vergangenen Jahrzehnt: (1) die Outputorientierung und daraus folgend die Formulierung von Kompetenzen; (2) die explizite Formulierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, welche den Prozess mathematischen Arbeitens widerspiegeln (s. Bescherer 2005). Gründen lässt sich dies auf das konstruktivistische Paradigma in der Mathematikdidaktik: Ein Mathematiklernender macht idealiter dasselbe wie ein Mathematiker; der Schüler als lernendes Individuum konstruiert (sein) mathematisches Wissen. So wird (im Nachvollzug der Entwicklung) aus Definition/Satz/Beweis definieren/behaupten/beweisen, aus dem Produkt ein Prozess.
Zwei Grundformen des Erklärens treten im Mathematikunterricht auf: (a) ein Wissender erklärt Unwissenden einen für sie neuen Sachverhalt; (b) Unwissende erarbeiten sich einen neuen Sachverhalt – sie erklären also sich selbst-, werden in diesem Prozess aber durch Materialien oder Tipps gesteuert. In der Schule erklären Schüler also als lernende Individuen sich untereinander Mathematik, aber auch der Lehrer erklärt mathematische Inhalte.

2. Erklärtypen in der Mathematik

ERKLÄREN erklärt sich unter sprachtheoretischem Ansatz in diesem Forschungszusammenhang am besten aus handlungstheoretischer Sicht. Vielfach diskutiert und unterschiedlich fokussiert ergeben sich als Gemeinsames des Erklärens folgende Definitionsaspekte: Erklären

- ist eine spezielle Form der Wissens- oder Fähigkeitsvermittlung,
- hat das Ziel, dass jemand etwas weiß, versteht oder kann,
- ist asymmetrisch,
- führt zum Zusammenhang von Dingen.

Generell lassen sich drei Grundtypen unterscheiden:

(1) „Erklären – WIE" befähigt Adressaten zur korrekten Durchführung einer Handlung. Im weitesten Sinne umschließt dieser Typ also Handlungserklärungen aller Art; übertragen dazu auch Funktionserklärungen. Beispiele aus dem Alltag (damit Thema des Deutschunterrichts): Wege-, Spielerklärungen.

(2) „Erklären – WAS" führt zur Begriffsbildung, hier kann man zwischen Begriffs- und Worterklärungen unterscheiden.

(3) „Erklären – WARUM" führt beim Adressaten zum Verständnis. Zu unterscheiden sind hier: Motiv-, Sachverhalts- sowie Zusammenhangserklärungen.

Allerdings zeigte es sich, dass die Sprachhandlung ERKLÄREN und noch mehr die Unterscheidungen schwierig auf der sprachlichen Oberfläche zu fassen sind. Es lassen sich zwar mögliche Formen beschreiben, wie diese Sprachhandlung Wortwahl oder Satzbau prägt, nicht aber, wie man etwas formulieren muss, damit das Gelingen einer solchen Handlung gesichert werden kann.

Im folgenden sollen Beispiele für „Erklären WAS, WARUM und WIE" in der Mathematik vorgestellt werden. Das erste Beispiel beschreibt jeweils den Prozess, wie er im Unterrichtsgespräch ablaufen könnte bzw. wie er in den Zitaten von Sprachwissenschaftlern formuliert wird. Das zweite gibt dann die Form an, wie sich dieser Prozess produkthaft in schriftlicher Fixierung findet.

„Erklären – WAS". Die natürlichen Zahlen.

- Beispiel 1:
  mathematisch $\mathbf{N}=\{1, 2, 3, 4, ...\}$
  umgangssprachlich: alle Zahlen, die Dinge, die in der Natur vorkommen, benennen (Anzahlen)

- Beispiel 2: Peano-Axiome
  „Sei M eine Menge, s eine Abbildung und 0 ein Objekt mit:
  (1) 0 in M
  (2) Wenn a in M , dann s(a) in M
  (3) ...“

In der schriftlichen Fixierung spiegelt sich der Endpunkt mathematischer Tätigkeit wieder. Die nun formulierte Definition hat sich von einer Beschreibung weit entfernt („was sind natürliche Zahlen?“) und wird in der weiteren mathematischen Arbeit als Setzung verwendet (natürliche Zahlen als Modell eines Axiomsystems).

„Erklären – WIE“. Schriftliche Addition.

- Beispiel 1:
  „1.) Schreibe die Zahlen untereinander, wobei die gleichen Werte untereinander stehen (Einer, Zehner, ...).
  2.) Ziehe einen Strich darunter und beginne mit der Addition rechts, beim kleinsten Wert.
  3.) Vergiss nicht, bei der Zehnerüberschreitung den Zehner in die Spalte davor zu übertragen.“
- Beispiel 2:
  „Schreibe die beiden Zahlen, die du addieren möchtest, untereinander und zwar so, dass die Einer ....“

Der erste Text zeigt zwar schon typische Merkmale allgemeiner Anleitungen (Gliederung in Schritte, Imperativ), lässt aber inhaltlich einige Leerstellen und Unklarheiten, die bei einer erstmaligen Durchführung zum Scheitern führen müssten; der Computer führt das deutlich vor Augen. Rechenanleitungen oder auch Konstruktionsbeschreibungen im Geometrieunterricht haben als Endform den Algorithmus, der dann in Computersprachen übersetzt werden kann (Schmidt-Thieme 2005).

„Erklären – WARUM“. Addition zweier ungerader Zahlen.

- Beispiel1:
  „Die Ungeradheit der einen wird dann aufgehoben durch die Andere.“
  „Weil eins und eins zwei ist.“
- Beispiel 2:
  „Beweis: Seien a, b die beiden ungeraden Zahlen. Dann kann ich schreiben: a=2n+1 bzw. b=2m+1 mit n, m in N.
  a+b=2n+1+2m+1=2n+2m+1+1=2(n+m)+2=2 (n+m+1). -
  Dies ist aber eine gerade Zahl.“

Der Weg zum Beweis führt über die Argumentation, welche sich allerdings vom Argumentieren im Alltag essentiell unterscheidet, da die Lösung am Ende nicht strittig bleibt, das meint ein Kompromiss, für den man sich nach begründeter Diskussion entscheidet (s. Schmidt-Thieme 2006).

3. Erklären fächerübergreifend und Erklärkompetenz

Andere Fachdisziplinen bzw. Schulfächer zeigen zum einen andere Schwerpunkte in der Verwendung, zum anderen in der Regel nicht die eben skizzierten (schriftlichen) Endformen. In Deutsch wie in anderen Sprachen erklärt die Grammatik „wie“ man spricht oder schreibt; die Literaturinterpretation erklärt „was“ geschieht und „warum“. Geschichte erklärt menschliches Handeln, auch dieses „warum“ beinhaltet eher Motiverklärungen und ist damit von mathematischen Beweisen prinzipiell zu unterscheiden. Sport erklärt „wie“ Bewegungen abzulaufen haben und „warum“ sie zum erhofften Ergebnis führen sollten.

Neben einer allgemeinen Erklärkompetenz brauchen Lernende wie Lehrende fachspezifische Ausprägungen; Lehrende brauchen neben diesen beiden noch eine Erklärlehrkompetenz (s. dazu etwa auch die Coactiv-Studie). Zur Ausbildung dieser Kompetenzen während der Lehrerausbildung bedarf es neben den Voraussetzungen eines linguistischen Grundwissens, eines fachlichen Grundwissens und fachdidaktischen Wissens steter Theorie und Übung (s. Just 2009).

Literatur

Bescherer, Ch. (2005): „Eine kurze Geschichte der Bildungsstandards“, in: Engel, Joachim u. a. (Hg.), *Strukturieren - Modellieren - Kommunizieren. Leitbilder mathematischer und informatorischer Aktivitäten,* Hildesheim: Franzbecker 331-341.

Just, C. (2009): Zur Verbesserung der Mathematiklehrerausbildung. Erprobte Ideen und abgeleitete Überlegungen. In diesem Band.

Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*. Wien, New York: Springer.

Schmidt-Thieme, B. (2005), „Algorithmen - fächerübergreifend und alltagsrelevant?“, in: Engel, Joachim u. a. (Hg.), *Strukturieren - Modellieren - Kommunizieren. Leitbilder mathematischer und informatorischer Aktivitäten,* Hildesheim: Franzbecker 177-188.

Schmidt-Thieme, B. (2006), „Unmathematisches Argumentieren im Mathematikunterricht“, in: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006*, 4 S.