

Karsten LUIG & Rudolf STRÄSSER, Gießen

Förderung ausgewählter Aspekte der Raumvorstellung mit dynamischer Geometriesoftware

Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Schülern wird oft in Lehrplänen für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I ausdrücklich gefordert. Begründet liegt dies in der hohen Relevanz dieser Fähigkeit für unseren Alltag, die Howard Gardner als einen Teilbereich der menschlichen Intelligenz ansieht. Trotzdem hat die Raumgeometrie in der Unterrichtspraxis nur einen sehr geringen Stellenwert. Die Anfertigung von Modellen, die für eine handlungsorientierte Umsetzung in der Schule notwendig sind, hat den Nachteil sowohl zeit- als auch kostenintensiv zu sein. Der Einsatz von dynamischer Geometriesoftware könnte nun für die Schulung des Anschauungsvermögens einen wesentlichen Beitrag leisten. Der größte Vorteil gegenüber konventionellen Methoden liegt dabei in der Dynamik selbst. Schüler können aktiv im Raum handeln und sich auf diese Weise die Auswirkungen von Bewegungen und Veränderungen an bestehenden Konfigurationen vor Augen führen.

Diesem Aufsatz liegt eine Zulassungsarbeit zugrunde, in der empirisch untersucht wurde, ob der gezielte Einsatz eines räumlichen DGS, im vorliegenden Fall Cabri-3D, Auswirkungen auf das Raumvorstellungsvermögen der Schüler hat. Um die Ergebnisse trennscharf beurteilen zu können, muss der Begriff „Raumvorstellung“ zunächst ein wenig differenzierter betrachtet werden.

Die Faktoren des räumlichen Vorstellungsvermögens

Wölpert (1983) bezeichnet Raumvorstellung als die „Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und zu denken.“ Hier zeigt sich bereits eine Unterscheidung zwischen Raumwahrnehmung und Raumvorstellung, bei der die Objekte vom Gehirn nicht nur gespeichert, sondern aktiv verarbeitet werden, so dass neue Bilder und Perspektiven aus vorhandenem Material entwickelt werden können.

Aus der Psychologie liegen zahlreiche Abhandlungen vor, die sich mit der Einteilung der Raumvorstellungsfaktoren beschäftigen. Auf dieser Grundlage kommt Maier (1999) zu der Auffassung, dass räumliche Intelligenz stets als eine Verbindung verschiedener Fähigkeiten gesehen werden muss. Als die fünf wesentlichsten Komponenten nennt Maier:

- Räumliche Wahrnehmung
- Veranschaulichung

- Vorstellungsfähigkeit von Rotationen
- Räumliche Beziehungen
- Räumliche Orientierung.

Diese Faktoren werden von Maier nach zwei wesentlichen Gesichtspunkten unterschieden. Die Faktoren *Veranschaulichung*, *Räumliche Beziehungen* sowie *Vorstellungskraft von Rotationen* setzen voraus, dass sich der Proband beim Ausführen des Denkvorgangs außerhalb der Konfiguration befindet, während er sich bei den Komponenten *Räumliche Orientierung* und *Räumliche Wahrnehmung* mental in die Konfiguration hineinversetzen und als ein Teil von ihr agieren muss, um Aufgaben dieser Art lösen zu können.

Im Hinblick auf die Tauglichkeit einer Förderung durch den Computer ist diese Unterscheidung der Faktoren wesentlich, da die derzeit verfügbaren Geometriesysteme einen Nutzers nahelegen, der sich außerhalb der Konfiguration befindet. Deshalb soll sich die weitere Analyse auf die am Computer trainierbaren Faktoren *Veranschaulichung*, *Räumliche Beziehungen* sowie *Vorstellungskraft von Rotationen* beschränken.

Neben der Unterscheidung nach dem Standpunkt des Betrachters, können die Faktoren auch nach der Art der erforderlichen Denkvorgänge aufgliedert werden. So werden innerhalb der Faktoren *Veranschaulichung*, und *Vorstellungskraft von Rotationen* gedankliche Bewegungen ausgeführt, was sie den dynamischen Denkvorgängen zuordnet. Im Gegensatz hierzu sind die Denkvorgänge des Faktors *Räumliche Beziehungen* statisch. Es müssen lediglich die Anordnung von Objekten untereinander, oder ein Objekt aus verschiedenen Blickwinkeln erkannt werden.

Eine Unterrichtseinheit zur Schulung des Vorstellungsvermögens

Das Wissen um die Unterschiede zwischen den Strukturen der Raumvorstellung ermöglicht es, einzelne Bereiche gezielt trainieren zu können. Dies wurde in einer Unterrichtseinheit mit zehn Schülern einer 9. Realschulklasse erprobt, die an einem Wahlpflichtkurs zur Informatik teilnahmen. Dabei wurde das Programm Cabri-3D eingesetzt.

In einer Aufgabe zum Faktor *Veranschaulichung* sollten die Probanden alle möglichen Schnittflächen finden, die beim geraden Schnitt durch einen Würfel entstehen. Hier war der Lehrer bislang auf Hilfsmittel wie etwa Styropormodelle angewiesen, die jedoch nur ein einziges Mal für einen Schnitt zu gebrauchen sind. Die Schnitte allein in der Vorstellung durchzuführen würde nahezu jeden Schüler überfordern. Somit stellt die Programmgruppe der räumlichen Geometriesoftware eine exzellente Methode zur Veranschaulichung der Schnitte dar, die von den Schülern gut angenommen wurde. Die Auswertung der im Unterricht aufgenommen Videodaten zeigte,

dass sie zunächst heuristische Lösungsstrategien verwendeten. Sie planten zwar die Vorgehensweise, indem sie sich mit ihrem Partner absprachen, wie ein Schnitt auszuführen sei, um ein bestimmtes Ergebnis zu erhalten, fertigten jedoch kaum Hilfskonstruktionen an. Diese Hilfskonstruktionen wären jedoch für einige Flächen notwendig gewesen. So konnte keines der Schülerteams ein Sechseck konstruieren, beim geplanten Einsatz des Zugmodus entdeckten sie jedoch die meisten der möglichen Polygone.

Die Schüler zeigten sich von Beginn an sehr aufgeschlossen gegenüber der neuen Software. Sie benutzen den Zugmodus intuitiv, und griffen häufig auf die Möglichkeit zurück, die Ansicht auf die Konfiguration zu verändern. Das größte Hindernis bestand in der Eingabe räumlicher Punkte über ein ebenes Eingabemedium. Hierzu musste zwischen Änderungen in xy-Ebene und z-Achse durch das Drücken einer zusätzlichen Taste unterschieden werden.

Neben der qualitativen Auswertung der Inhalte, ging es in der Arbeit vor allem darum festzustellen, ob der Einsatz von Raumgeometriesoftware Auswirkungen auf das Vorstellungsvermögen der Schüler hat.

Hierzu wurde vor Beginn der Unterrichtseinheit ein schriftlicher Test durchgeführt, der Aufgaben zu allen Bereichen der Raumvorstellung enthielt. Es wurden also auch die Faktoren getestet, die nicht explizit trainiert wurden, um ein umfassenden Eindruck über die Fähigkeiten der Lerngruppe zu erlangen. Dieser Test wurde in leicht veränderter Form am Ende der Einheit wiederholt, um die Unterschiede kenntlich zu machen.

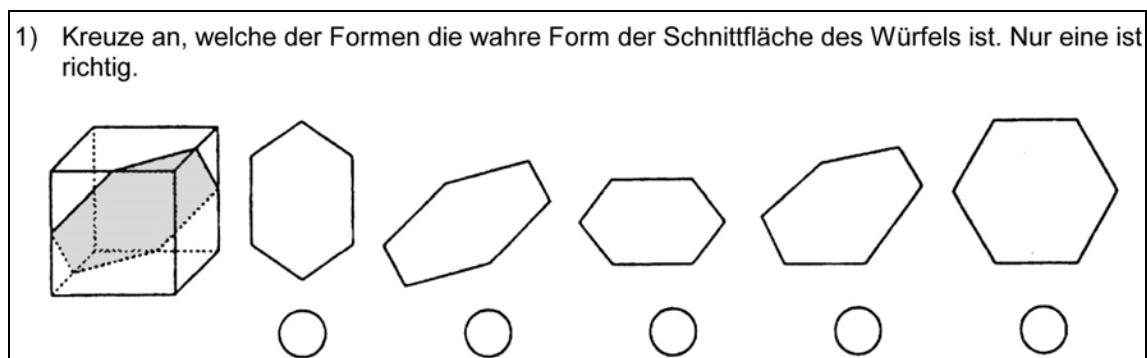


Abbildung 1: Ein Testitem zum Faktor Veranschaulichung.

Test-Ergebnisse

In der Auswertung der Testergebnisse zeigte sich, dass sich fast alle Schüler verbessert hatten. Vor allem Schüler, die zuvor ein schwaches Vorstellungsvermögen hatten, konnten sich deutlich steigern. Hieran erkennt man, dass die Probanden Cabri 3D bei den vorliegenden Aufgaben vor allem als Anschauungshilfe verwendet haben. Sie konnten so, aufgrund zusätzlicher

Erfahrung der räumlichen Wahrnehmung, räumliche Informationen besser aktiv verarbeiten. Besondere Verbesserungen waren in den Testaufgaben der Faktoren *Veranschaulichung* und *Räumliche Beziehungen* zu finden. Dies sind genau die Faktoren, die sich mit einem Computersystem gut umsetzen lassen. Allgemein ist aufgefallen, dass sich die Schüler vor allem in den Raumvorstellungsfaktoren verbessert haben, bei denen dynamische Denkvorgänge gefordert waren. Eine besondere Stärke des Programms liegt also in der Möglichkeit, Bewegungen umsetzen zu können.

Die Aussagekraft der Studie kann jedoch schwer abgeschätzt werden. Sie wurde nur mit sehr wenigen Probanden und in einem sehr kurzen Zeitraum durchgeführt. Daneben gab es auch keine Kontrollgruppe, die Lerneffekte durch die bloße Bearbeitung des Tests aufgezeigt hätte. Andersherum können jedoch so auch noch stärkere Effekte bei einem im regulären Unterricht eingebundenen Einsatz erwartet werden.

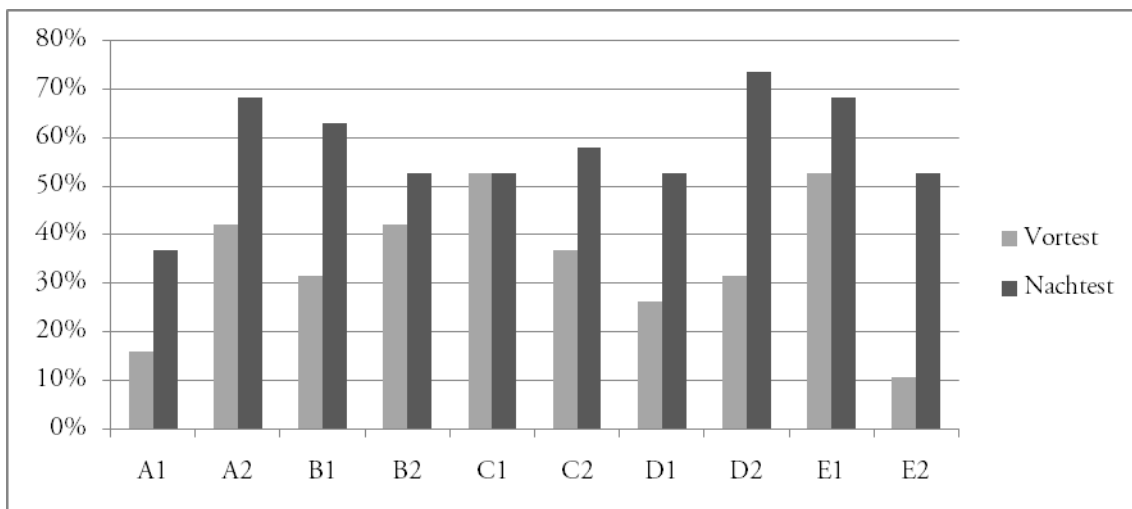


Abbildung 2: Ergebnisse jedes Schülers im Vor- und Nachtest

Literatur

- Gardner, H. (1985). Die glorreichen Sieben. In: *Psychologie heute*, Heft 2/85 (S. 28-31).
- Linn, M.C., Petersen, A.C. (1985). Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis. In: *Child Development* 56/6 (S. 1479–1498).
- Maier, P.H. (1999). *Räumliches Vorstellungsvermögen, ein theoretischer Abriss des Phänomens*. Donauwörth. Auer Verlag.
- Schumann, H. (1994). *Körperschnitte – Raumgeometrie interaktiv mit dem Computer*. Bonn. Dümmler.
- Thurstone, L.L. (1950). Some primary abilities in visual thinking. In: *Psychometric Laboratory Research Report No. 59*. Chicago. University of Chicago Press.
- Wölpert, H. (1983). Materialien zur Entwicklung der Raumvorstellung im Mathematikunterricht. In: *MU - Der Mathematikunterricht*, Jahrgang 29 Heft 6 (S. 7-42).