

Michael MEYER, Dortmund

Moderierte Sektion: Begriffsbildung im Mathematikunterricht

Michael MEYER, Dortmund

Sprachspiele im Mathematikunterricht

Viele Begriffsbildungsprozesse bestehen darin, dass die Bedeutung von Worten auf sprachlicher Basis initiiert, ausgehandelt und gefestigt wird. Der vorliegende Beitrag widmet sich diesen Prozessen und schlägt ein Modell zu ihrer Analyse vor. Den theoretischen Hintergrund der Betrachtung bildet die Sprachspielphilosophie Ludwig Wittgensteins. Anhand einer Unterrichtsszene werden erste Ergebnisse der Analysen aufgezeigt.

1. „Begriffe“ im Mathematikunterricht

Um im Mathematikunterricht Worte wie „Bruchzahl“ oder „Kommutativgesetz“ verwenden zu können, müssen die Schüler eine Bedeutung dieser Worte kennen. Die Aushandlung von Bedeutungen erfolgt häufig auf sprachlicher Basis: „Mathematics begins and proceeds in language, it advances and stumbles because of language, and its outcomes are often assessed in language“ (Durkin und Shire, 1991, S. 3).

In der mathematikdidaktischen Literatur werden verschiedene Arten von Begriffsbestimmungen unterschieden. Winter (1983) führt u.a. die *exemplarischen* und die *explizit-definitiven* Begriffsbestimmungen auf. Bei exemplarischen Begriffsbestimmungen werden Begriffe durch Realhinweise verdeutlicht und durch das Herausarbeiten von (gemeinsamen) Eigenschaften spezifiziert. Die explizit-definitiven Begriffsbestimmungen sind in der Hochschulmathematik prominent: Begriffe werden durch Definitionen geschärft. Diese Definitionen führen die Bedeutung des Neuen auf etwas Bekanntes zurück.

Die Analyse der Begriffsbildung im Mathematikunterricht ist Gegenstand vieler Studien (u.a. Steinbring 1997). In diesem Beitrag wird ein Modell beschrieben, welches die Bildung neuer Begriffe im Unterrichtsgespräch zu verstehen verhelfen soll. Die theoretische Grundlage für die Analysen bildet die Sprachspielphilosophie Ludwig Wittgensteins. Dieser Artikel präsentiert Ausschnitte, indem Begriffsbestimmungen fokussiert und erste Analyseergebnisse präsentiert werden.

2. Sprache als Spiel

In seiner späteren Philosophie beschreibt Wittgenstein eine pragmatische Beziehung von Ausdrücken und der ihnen situationsspezifisch zugewiese-

nen Bedeutung. Er lehnt jede Form einer Beziehung zwischen Worten und dahinter liegenden fixen Bedeutungen ab. Die Bedeutung von Ausdrücken ist nicht etwas, das zwischen verschiedenen Menschen geteilt gelten muss:

„Language is a universal medium – thus it is impossible to describe one’s own language from outside: We are always and inevitable within our own language [...]. Knowledge appears as knowing, and knowing is always performed in language games. Language as languaging or playing a language game is equal to constituting meaning and, thus, constituting objects. There are no objects without meaning, and meaning is constituted by a special use of language within a respective language game.” (Schmidt 1998, S. 290)

Die Bedeutung sprachlicher Ausdrücke wird generiert durch ihre Verwendung im „Sprachspiel“. Ein Sprachspiel im Sinne Wittgensteins ist nicht durch die herkömmliche Verwendung des Begriffs „Spiel“ zu verstehen. Wir können – zumindest in erster Instanz – nicht entscheiden, ob wir an dem Spiel teilhaben wollen oder nicht. Problematisch ist, dass Wittgenstein nicht erklärt, was er als „Sprachspiel“ versteht. Wir werden sehen, dass dies eine Konsequenz seines Verständnisses von Begriffsbildung ist: Er verwendet die Worte und versucht nicht, sie auf bereits Bekanntes zurückzuführen. Beispiele für Sprachspiele sind: „Befehlen und nach Befehlen handeln“, „Berichten eines Hergangs“ und „Hypothesen aufstellen und prüfen“ (PU, §23). Zudem nennt er „auch das Ganze: der Sprache und der Tätigkeiten mit denen sie verwoben ist, das ‚Sprachspiel‘“ (PU, §7).

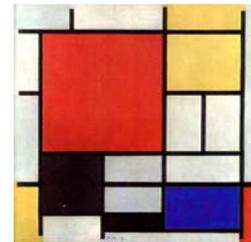
Die Verwendung sprachlicher Ausdrücke ist beeinflusst von einer Vielzahl verschiedener Sprachspiele, die eine zeitliche und kontextuelle Spezifik aufweisen. Diese Besonderheiten sind bedingt durch das Begriffsbildungsverständnis Wittgensteins. Worte haben entsprechend diesem Verständnis keine Bedeutung an sich, keinen objektiven Inhalt. In verschiedenen Sprachspielen können verschiedene Bedeutungen von Worten auftreten. Man denke zum Beispiel an die polysemantische Verwendung des Wortes „Satz“ im Deutsch- bzw. Mathematikunterricht.

Die Bedeutung von Worten ist nicht feststehend, sondern bedingt durch ihren Gebrauch im jeweiligen Sprachspiel: „Man kann für eine große Klasse von Fällen der Benützung des Wortes „Bedeutung“ – wenn auch nicht für alle Fälle seiner Benützung – dieses Wort so erklären: Die Bedeutung eines Wortes ist sein Gebrauch in der Sprache“ (Wittgenstein PU, §43). Worte spiegeln demzufolge also weder eine Bedeutung noch einen objektiven Inhalt an sich wider. Die Bedeutung eines Wortes kann nur das Erfassen des Gebrauchs dieses Wortes im jeweiligen Sprachspiel erkannt werden. Der Gebrauch muss dabei nicht auf ihre Anwendung beschränkt sein, denn selbst wenn wir Worte exemplifizieren, gebrauchen wir sie.

Ziel der Studie ist die Analyse des Sprachspiels Mathematikunterricht. Ein Schwerpunkt wird die Analyse von Begriffsbildungsprozessen sein. Die folgende Analyse behandelt einzelne Momente solcher Prozesse.

3. Analyse realer Begriffsbestimmungen

Am Beispiel einer Unterrichtsszene aus einer vierten Grundschulklasse werden im Folgenden Arten der Begriffsbestimmung aufgezeigt. Die Mathematikstunde beginnt damit, dass die Lehrerin das Wort „Geometrie“ an die Tafel schreibt und die Schüler zunächst frei assoziieren lässt. Anschließend schreibt sie bei unveränderter Aufgabenstellung für die Schüler die Worte „senkrecht“, „parallel“ und „rechter Winkel“ an die Tafel. Nachdem die Schüler eine Mindmap zu dem Begriffen erstellen sollten, hängt die Lehrerin ein Bild (s. Abb. rechts) an die Tafel, an dem die Schüler die verschiedenen geometrischen Ausdrücke (u.a. „rechter Winkel“) erklären sollen. Hierauf kommt Jan an die Tafel:



„(verfolgt mit einem Stift eine vertikale Linie) senkrecht ist dieses hier. (mit dem Stift verfolgt er jetzt eine horizontal verlaufende Linie) parallel dieses hier. rechter Winkel ist so was hier. (verfolgt zwei senkrecht aufeinander stehenden Linien)“

Mittels der Beispiele verdeutlicht Jan, dass er den Ausdruck „rechter Winkel“ aus einem vorherigen Sprachspiel kennt. Die Worte erhalten in der offiziellen Unterrichtsinteraktion eine exemplifizierte Bedeutung. Der Gebrauch, den der Schüler veröffentlicht, muss natürlich nicht implizieren, dass es keinen anderen Gebrauch dieses Ausdrucks gibt. Jedoch ist es zu diesem Zeitpunkt dieser Gebrauch und somit diese *exemplifizierte* Bedeutung, den der Ausdruck „rechter Winkel“ in der Interaktion erhält.

Der Unterricht wird fortgesetzt, indem die Schüler eine Mindmap zu den an der Tafel aufgeschriebenen Ausdrücken erstellen sollen. In dem darauf folgenden Unterrichtsgespräch wird durch das erneute Zeigen auf Beispiele für den Ausdruck „rechter Winkel“ das bestehende Sprachspiel fortgeführt. Im Anschluss an das zweite Beispiel setzt folgendes Gespräch ein:

- Tim ach so. diese Ecke von rechts (zeichnet das Zeichen für den rechten Winkel ein)
- L genau. mach mal– mach mal ganz n bisschen fetter, damit man es sieht. so gut jetzt
- Tim das ist ein linker Winkel (zeigt auf den Nebenwinkel des zuvor als „rechten Winkel“ bezeichneten Winkels)

In dieser kurzen Szene zeigen sich zwei Formen der Begriffsbildung: Zunächst erklärt Tim, warum die vorherigen Beispiele den Ausdruck „rechter Winkel“ verdeutlichen können. Er abstrahiert von den konkreten Beispielen indem er den Ausdruck „rechts“ mit einem Gebrauch dieses Wortes aus einem anderen Sprachspiel in Verbindung bringt. Tim zieht hierzu aus den gezeigten Beispielen etwas Gemeinsames. Nach Winter (1983, S. 187f) kann der bisherige Verlauf der Begriffsbestimmung als „exemplarisch“ bezeichnet werden.

Der Begriff „linker Winkel“ wird von Tim relativ zu dem Begriff „rechter Winkel“ eingeführt nachdem er für diesen eine (vorläufige) Definition gefunden hat. Durch die Verwendung des bekannten Begriffspaares „rechts-links“ (im Sinne einer Richtungsangabe) wird eine implizite Einführung deutlich. Relativ zu der von Winter (1983, S. 193f) als „explizit-definitiv“ bezeichneten Begriffsbestimmung kann hier von einer *implizit-definitiv* gesprochen werden. Auch kann die Verwendung des Wortes „linker Winkel“ als das Ziehen einer möglichen Konsequenz des Begriffs „rechter Winkel“ betrachtet werden. Entsprechend dieser Interpretation würde Timo nicht nur einen neuen Begriff einführen, sondern auch ein tiefes Verständnis für einen bereits bestehenden Begriff zeigen (s. Brandom 2004).

4. Fazit und Ausblick

Die Sprachspielphilosophie Wittgensteins ermöglicht neue Perspektiven zur Analyse von Unterrichtsinteraktionen. Ein Ziel der Analysen empirischer Unterrichtsszenen ist, verschiedene Gebrauchsformen von Worten und das Sprachspiel „Mathematikunterricht“ leitende Regeln herauszuarbeiten, um nicht nur die Realität des Mathematikunterrichts besser zu verstehen, sondern auch, um dieses Verständnis zur Konstruktion von Lernumgebungen zu nutzen.

5. Literatur

- Brandom, R.B. (2004). *Begründen und Begreifen*. Frankfurt: Suhrkamp.
- Durkin, K. & Shire, B. (1991). *Language in mathematics education – research and practise*. Milton Keynes England: Open UP.
- Schmidt, S. (1998). Semantic Structures of Word Problems. In: C. Alsina u.a. (Hg.), *ICME 8*. Sevilla: S.A.E.M. 'Thales', S. 385-395.
- Steinbring, H. (1997). Epistemological investigation of classroom interaction in elementary mathematics teaching. In: *ESM*, 32, 49-92.
- Winter, H. (1983). Über die Entfaltung begrifflichen Denkens im Mathematikunterricht. In: *Journal für Mathematik-Didaktik*, 3, 175-204.
- Wittgenstein, L. (1984). *Philosophische Untersuchungen*. Frankfurt: Suhrkamp.