

Kognitive Meisterlehre beim Mathematiklernen

Wie kann man lernen so zu denken wie „richtige Mathematiker“? Ein Ansatz, der Ende der 80er Jahre von Collins, Brown und Newman für die Grundschule entwickelt wurde, ist die kognitive Meisterlehre (*cognitive apprenticeship*). Genauso wie man bei einem Schreinermeister in die Lehre geht, um das Schreinerhandwerk zu lernen, so müssen Kinder bei „Meisterinnen und Meistern des Denkens“ in die Lehre gehen, um Schreiben, Lesen und Rechnen zu lernen. Wie lässt sich dieser Ansatz auf das Mathematiklernen in der Sekundarstufe I im Kontext mathematisch-naturwissenschaftlicher Experimente übertragen? Dazu wird zunächst auf zentrale Fragestellungen des Experimentierens im Mathematikunterricht eingegangen, bevor die kognitive Meisterlehre und das Projekt KoMM vorgestellt werden.

1. Experimentieren im Mathematikunterricht

Beim Experimentieren im Mathematikunterricht ergeben sich Untersuchungsfelder auf sehr unterschiedlichen Niveaus.

- Experimente an sich können sowohl zum Überprüfen von Hypothesen („Alle Dreiecke im Kreis, deren eine Seite durch den Mittelpunkt geht, sind rechtwinklig.“) als auch in Form explorativer Experimente („Mit welchen ebenen Figuren kann man parkettieren?“) zum Generieren von Hypothesen dienen (vgl. Steinle, 2008).
- Beim Experimentieren in mathematischen Kontexten ergeben sich verschiedene Besonderheiten. So sind in Mathematik Gedankenexperimente ein wichtiger Bestandteil mathematischen Denkens. Diese unterscheiden sich selbstverständlich grundsätzlich von naturwissenschaftlichen Experimenten, die z. B. mit Abweichungen gemessener Werte von erwarteten Werten umgehen müssen. Weiter dienen mathematische Experimente oft ‚nur‘ der Generierung oder Veranschaulichung von Beweisideen. Um die Gültigkeit der Behauptung allgemein zeigen zu können, bedarf es trotzdem noch eines (formalen) Beweises.
- Im Mathematikunterricht haben Experimente sehr unterschiedliche Funktionen. So dienen sie häufig nur der Generierung von Daten (vgl. Ludwig & Oldenburg, 2007), um daran z. B. funktionale Zusammenhänge zu untersuchen. Damit ist eine Ergebnisoffenheit der Experimente meist ausgeschlossen. Auch werden im konkreten Unterricht oft den Lernenden kaum eigene Entdeckungen ermöglicht, sondern meist nur das – mehr oder weniger motivierte – Nachvollziehen der vorgegebenen Schritte.

Grundsätzlich ist Experimentieren im Mathematikunterricht immer Teil des entdeckenden Lernens oder auch des forschenden Lernens. Für beide Konzepte sind klare Strukturen bei der Konzeption der Lernumgebungen notwendig.

2. Kognitive Meisterlehre

Die Grundidee von Collins, Brown und Newman (1989) in der Entwicklung des *cognitive apprenticeship*-Ansatzes war die Verbindung der Methoden formaler schulischer Bildung mit denen der Berufsausbildung. Dazu entwickelten sie ein „Rahmenwerk für ideale Lernumgebungen“, das aus vier Teilen besteht:

- Inhalte: Neben Fachwissen, das sich aus Fakten- und Konzeptwissen sowie prozeduralem Wissen zusammensetzt, sind heuristische Strategien zum Problemlösen, Kontrollstrategien und Lernstrategien zentrale Lerninhalte.
- Lehrmethoden: Die Lehrmethoden sollten so gewählt werden, dass die Lernenden die Möglichkeit haben, Experten beim Problemlösen zu beobachten, selbst aktiv Probleme zu lösen und Problemlöse-Strategien zu entdecken bzw. selbst zu entwickeln.

Die sechs beschriebenen Methoden bestehen aus:

- *Modeling* – hier führt der Experte vor, wie er ein – mehr oder weniger – komplexes Problem löst. Dabei erklärt der Experte, warum er was wie macht und auch z.B. warum er etwas anderes nicht macht.
- *Coaching* – der Lehrende beobachtet die einzelnen Lernenden beim konkreten Lösen von Problemen und unterstützt sie dabei durch Tipps, Feedback, Erinnerungen und weiteren Aufgaben, so dass sich ihre Problemlösefertigkeiten weiterentwickeln.
- *Scaffolding* und *Fading* – *Scaffolding* bezieht sich auf die Unterstützung der Lernenden durch den Lehrenden, z. B. mit Hilfe von Tippkarten, Ausführen von Lösungsschritten, die für die Lernenden noch nicht leistbar sind, oder das Zurverfügungstellen von Teilergebnissen. Das *Fading* ist das langsame Zurückziehen der Unterstützung durch den Lehrenden. Je weiter die Lernenden im Lernprozess fortschreiten, umso mehr zieht sich der Lehrende zurück.

- *Articulation* – umfasst jegliche Methode, welche die Lernenden dazu bringt, ihr Wissen, ihre Begründungen oder ihre Problemlösestrategien zu artikulieren.
 - *Reflection* – ermöglicht es den Lernenden, ihre Problemlöseprozesse zu reflektieren und zu vergleichen. Dazu gehören verschiedene Techniken der Reproduktion und der „Wiederholung“ der Problemlöseschritte sowohl der Lernenden wie die der Experten.
 - *Exploration* – beinhaltet das Anstoßen eigener Problemlöseprozesse, -strategien oder auch Fragestellungen. Die Explorationsphase kann in die höchste Form des *Fading* münden, nämlich dem Rückzug sowohl beim Problemlösen wie auch beim Stellen von Problemaufgaben. Trotzdem unterstützt der Lehrende selbstverständlich weiterhin die Lernenden beim Problemlösen im Sinne von *Coaching*, *Articulation* und *Reflection*.
- Sequenzierung: Die Lernumgebungen sollten so gestaltet werden, dass die Komplexität der Aufgaben bzw. der Mikrowelten mit der Zeit zunimmt. Ebenso nimmt die Vielfalt der Aufgaben und der Kontexte zu, aber auch die Vielfalt der zum Lösen notwendigen Fertigkeiten und Fähigkeiten. Allgemeine Fähigkeiten sollten stärker betont werden als spezifische Fähigkeiten. So könnte z. B. mit Hilfe von *Scaffolding*-Methoden – oder dem Einsatz von Technologie – die Lernenden von trickreichen Umformungen beim Bestimmen von Integralen entlastet werden. Die Lernenden können sich hierdurch erst eine Vorstellung des Gesamtkonzepts „Integrieren“ machen, bevor sie sich in die Details der Lösungsverfahren vertiefen.
 - Soziale Einbindung: Das situierte Lernen stellt ein Hauptelement des Rahmenwerks dar, weil Lernende dabei in sozialen Kontexten Wissen konstruieren. Die Expertenkultur umfasst sowohl die Rolle der Lehrenden beim *Modeling* wie auch die Entwicklung der Lernenden zu Experten. Weitere Kennzeichen guter Lernumgebungen sind das Vorliegen intrinsischer Motivation und das sinnvolle Nutzen sowohl von Kooperations- wie auch Wettbewerbssituationen.

Auch wenn die Darstellung dieses Rahmenkonzepts nur linear möglich ist und der Begriff „Sequenzierung“ eine strenge Reihenfolge nahelegt, ist die kognitive Meisterlehre nicht als „Einbahnstraße“ zu sehen. Natürlich

können Lernende nicht eigene Problemaufgaben und Lösungsstrategien erfinden, wenn sie noch überhaupt keine Vorstellung zu bestimmten Inhaltsgebieten haben, aber auch wenn sie schon ein gewisses Basiswissen haben, kann immer wieder eine *Modeling*-Phase notwendig sein. Der Lehrende kann dies dann für die gesamte Lerngruppe oder auch im Rahmen des *Coaching* nur für einzelne Lernende einsetzen.

3. Projekt KoMM

Das Projekt KoMM (*Kognitive Meisterlehre beim Mathematiklernen*) mit dem Untertitel *Methoden und Techniken zur Umsetzung und Unterstützung des Cognitive Apprenticeship Ansatzes am Beispiel der Auswertung von Daten aus Experimenten* ist Teil des vom Land Baden-Württemberg finanzierten strukturierten Promotionskollegs *Mathematisch-naturwissenschaftliches Lernen in lebensnahen Anwendungskontexten*. An diesem Promotionskolleg sind die Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg, Schwäbisch Gmünd und Weingarten mit den Fächern Physik, Chemie, Biologie, Deutsch, Psychologie, Informatik und Mathematik beteiligt. Es hat im Februar 2009 begonnen und ist auf ca. 3 Jahre konzipiert.

4. Ausblick

Im Teilprojekt KoMM werden in den nächsten drei Jahren Lernumgebungen und entsprechende Materialien – sowohl mit als auch ohne Computertechnologie – für das Experimentieren im Mathematikunterricht entwickelt. Dabei sollen insbesondere geeignete Methoden für *Modeling*-, *Coaching*- und *Scaffolding*-Phasen getestet und beschrieben werden, sowie sinnvolle Anregungen der Artikulation und Reflexion. Aus Machbarkeitsgründen beschränken sich die Inhaltsbereiche auf die Planung naturwissenschaftlicher Experimente (z. B. Messgenauigkeit, Messwiederholungen, usw.), die Auswertung der erhobenen Daten, auf ausgewählte innermathematische Experimente, aber auch auf die Bedienung von Tabellenkalkulationssystemen und anderer Software.

Literatur

- Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453–494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ludwig, M. & Oldenburg, R. (2007). Experimentieren. Themenheft *mathematik lehren*, 141.
- Steinle, F. (2008). Explorieren – Entdecken – Testen. *Spektrum der Wissenschaft*, 9, 34–41