Ulrich BÖHM, Darmstadt

Ein Online-Lehrerfortbildungskurs zum mathematischen Modellieren

Unter der Leitung von Frau Prof. Dr. Regina Bruder bietet die AG Didaktik des FB Mathematik der TU Darmstadt seit 2005 halbjährige Online-Fortbildungskurse für Mathematiklehrkräfte an, vgl. auch Polushkina et al. (2008). Der Kurs zum mathematischen Modellieren, wurde vom hessischen Kultusministerium als Wahlmodul zur Umsetzung der Bildungsstandards in Hessen in Auftrag gegeben und im vergangenen Herbst erstmals erprobt. Dem didaktischen Rahmenkonzept des Kurses liegt eine moderat konstruktivistische Sicht zugrunde und gliedert die Lerninhalte nach Weinert (1999, S. 33f) in intelligentes Wissen, Metakompetenz und Handlungskompetenz. Durch eine teletutorielle Betreuung wird den Kursteilnehmern individuelles Feedback z.B. als Rückmeldung zu eingereichten Modulaufgaben geben. Der Online-Kurs zum Modellieren gliedert sich in sechs Module. Tabelle 1 stellt eine Übersicht der Kursinhalte dar.

Modul I	Warum und wozu mathematisches Modellieren im MU? (u.a. Humenberger & Reichel 1995, Maaß 2007)
Modul II	Was ist mit math. Modellieren gemeint? - Modellierungsprozess und Modellierungskompetenzen (u.a. Blum & Leiß 2005, Maaß 2007)
Modul III	Aufgaben zum Fördern von Modellierungskompetenzen (u.a. Maaß 2007, Herget, Jahnke & Kroll 2001)
Modul IV	Methodische Hinweise zur Förderung von Modellierungskompetenzen im Unterricht (Maaß 2007, Blum 2007)
Modul V	Diagnose und Bewertung (u.a. Hußmann, Leuders & Prediger 2007, Maaß 2007)
Modul VI	Zusammenfassung und Ausblick

Tabelle 1: Übersicht über die Module des Kurses „Mathematisches Modellieren“.

Modultext, Aufgabe und individuelles Feedback

An Hand der folgenden Aufgabe wird exemplarisch die Vorgehensweise für ein individuelles Feedback zu einer Bearbeitung einer Kursteilnehmerin vor dem Hintergrund des Basistextes im ersten Modul dargestellt.

Aufgabe (Warum ist Modellieren sinnvoll?)
Auf einem Elternabend möchten Sie darstellen, warum math. Modellieren eine wichtige allgemeine mathematische Kompetenz ist. Wie argumentieren Sie?
Eingereichte Bearbeitung
Schüler und Schülerinnen verbinden mit Mathematik oft ein stumpfes Abarbeiten von Aufgabenpäckchen ohne weiteren Sinn. (…) Die übliche Frage ist „wozu machen wir das denn überhaupt?“. Textaufgaben sind gehasst, da die Schülerinnen

und Schüler schnell durchschauen, dass diese oft nur „künstlich“ in Worte eingekleidet werden.
Konfrontiere ich sie jedoch mit wirklichen Problemen, wie z. B. Kostenrechnungen oder Preisüberlegungen für das nächste Klassenfest, entsteht eine intrinsische Motivation. Die Schülerinnen und Schüler sind begeistert, es wird geplant, probiert und Plakate gemalt. Der Sinn für das Rechnen liegt auf der Hand. In der sonst so „unmotivierten“ 11. Klassenstufe hat eine Schülerin, die mathematisch eher im Bereich 4-5 einzustufen ist, motiviert durch eine Wasserverbrauchsaufgabe selbst eine neue Aufgabenstellung für die Klasse entworfen.
Da höhere Motivation höhere Leistungen bedingen, möchte ich in meinem Unterricht auch alltagsorientierte Aufgaben stellen. So wie Mathematik entstanden ist, nämlich aus konkreten Alltagsproblemen, möchte ich ihre Tochter bzw. ihren Sohn an die Mathematik heranführen.

Zunächst weist die Kursteilnehmerin auf Motivationsprobleme im aktuellen Mathematikunterricht hin. Vor diesem Hintergrund möchte die Lehrkraft durch einen historisch genetischen Zugang Sinnstiftung erreichen. In der Argumentation verweist die Lehrkraft auf Erfahrungen in ihrem eigenen Unterricht. Weitere Argumente, die im Basistext genannt werden, wie z.B. Realitätsbezüge als Beitrag zur Erschließung eines umfassenden Mathematikbildes im Sinne der Grunderfahrungen nach Winter (1996) sind in der Bearbeitung nicht zu finden. Diese Perspektive wurde im Modultext ausdrücklich dargestellt und auch in der Aufgabenbearbeitung erwartet. Im Feedback liegt nun der Schwerpunkt auf einer positiven Verstärkung der Bearbeitung der Kursteilnehmerin. Vor dem Hintergrund der Bearbeitung mit dem Bezug zur eigenen Unterrichtspraxis ist ein positives Feedback einfach zu formulieren. Der „fehlende“ Aspekt eines umfassenden Mathematikbildes wird als konstruktiver Hinweis für ein weiteres Argument angeboten. Ein defizitorientiertes Feedback wird also bewusst vermieden.

Lernzielkategorien und Lernzuwachs

An einem zweiten Beispiel wird die Aufgabenbearbeitung einer Kursteilnehmerin vor dem Hintergrund der Lernzielkategorien interpretiert und kurz auf die Frage nach dem Lernzuwachs im Kurszeitraum eingegangen.

Aufgabe (Diagnoseaufgabe)
Stellen Sie in Ihrem Unterricht eine Modellierungsaufgabe als Diagnoseaufgabe im Sinne der drei Kriterien für Diagnoseaufgaben aus dem Modultext (Modul V).
Welche Erkenntnisse über die Schülerleistungen haben Sie gewonnen und welche Konsequenzen hat das für Ihre weitere Unterrichtsplanung?
Kommentieren Sie kurz Ihr Vorgehen und Ihre Erfahrungen mit der gewählten Form der Diagnose. Welche Vor- und Nachteile hat Ihrer Meinung nach diese Form der Diagnose?

Eingereichte Bearbeitung einer Teilnehmerin

Aufgabe: Wie lang ist der Streifen einer Zahnpastatube mit 125ml Inhalt?

> Da ich in der ersten Klausur schon einmal eine überbestimmte Aufgabe gestellt hatte (…), ging es mir nun bei den Fermiaufgaben darum, inwieweit sich die Schülerinnen und Schüler darauf einlassen würden, selbständig Annahmen zu treffen. (…) Die Mehrzahl der Schülerinnen und Schüler trafen die Angaben bezüglich des Durchmessers eines Zahnpastastreifens. Eine Gruppe überlegte, wie lange eine Tube normalerweise reiche, bis sie leer sei und schätzte die Länge des Streifens über die Anzahl des Zähneputzens und die Länge eines Streifens auf der Zahnbürste ab. (…)
> Die Interpretation ihrer Ergebnisse wurde von den Schülerinnen und Schülern gut beherrscht. (z. B. konnte es nicht sein, dass der Streifen 10 km lang ist.)
> Die Schülerinnen haben sich schnell darauf eingelassen, Annahmen zu treffen. Einfache mathematische Modelle wie z.B. Zylinder bzw. Geradengleichungen können sie auf Modellierungsaufgaben anwenden. (…)

In der Aufgabenbearbeitung lassen sich zunächst zahlreiche Begriffe identifizieren, die im Rahmen des Kurses in verschiedenen Modulen behandelt wurden. So stellt z.B. „FERMI-Aufgabe“ einen Aufgabentyp dar, der im Modul III genannt wurde. „Annahmen treffen“, „Interpretieren“ und der Bezug auf mathematische Modelle bezieht sich auf Teilhandlungen des Modellierungsprozesses. Diese Verwendung der Begriffe lässt sich als Beleg für den Erwerb von intelligentem Wissen interpretieren. Reflexionselemente nehmen in der Aufgabenbearbeitung einen großen Anteil ein. Die Aufgabenauswahl wird begründet und Schülerlösungen werden kommentiert. Diese reflektierte Diskussion fällt in die Kategorie des Meta-Wissens. Die Aufforderung, die Aufgabe in der Klasse zu erproben soll den Erwerb der Handlungskompetenz unterstützten. In der Aufgabenstellung und der Bearbeitung dieser Aufgaben lassen sich somit Elemente aller drei Lernzielkategorien identifizieren.

Rückschlüsse auf den Lernzuwachs im Kurszeitraum können anhand einer Repertory Grid Befragung im ersten Modul und dem Vergleich späterer Aufgabenbearbeitungen gezogen werden. Aus der Bearbeitung im ersten Modul geht klar hervor, dass der Aufgabentyp der FERMI-Aufgabe und deren Funktion im Rahmen des Kompetenzerwerbs zum Modellieren unbekannt war. Zur Aufgabe „Wie viele Zahnärtze gibt es in Darmstadt?“ schrieb dieselbe Lehrkraft am Kursbeginn:

> Die Zahnarztaufgabe kann eigentlich nur im Internet gelöst werden, indem die SuS auf einer geeigneten Seite die Anzahl der Zahnärzte addieren. Einen weiteren mathematischen Bezug sehe ich nicht. Kreativität sehe ich nicht, auch keine Verknüpfungen von Lösungen.

Forschungsfragen für ein Promotionsvorhaben

Bei der Entwicklung des Kurses zeigte sich, dass in der fachdidaktischen Literatur inzwischen zahlreiche Aufgaben und einzelne Hinweise auf das methodische Vorgehen zur Förderung von Modellierungskompetenzen zu finden sind. Ein umfassendes Unterrichtskonzept für einen langfristig angelegten Kompetenzaufbau zum mathematischen Modellieren gibt es dagegen noch nicht. Diese Tatsache ist die Begründung für folgende Forschungsfrage, der ich in meinem Promotionsvorhaben nachgehen möchte:

Wie kann der Kompetenzerwerb zum Mathematischen Modellieren sinnvoll über mehrere Klassenstufen hinweg im MU gestaltet werden?

Zur Bearbeitung dieser Aufgabe ist zunächst eine genauere inhaltliche Bestimmung erforderlich: Wesentliche Aspekte hier sind die Frage nach dem Zielniveau von Teilkompetenzen zum Modellieren bzw. notwendigen Grundlagen für das erfolgreiche Modellieren in verschiedenen Kontexten und mit verschiedenen mathematischen Mitteln. Aufbauend auf dieser inhaltlichen Klärung folgen Fragen nach dem methodischen Vorgehen zur Unterstützung des Kompetenzerwerbs.

Literatur

Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Abgerufen am 26.02.2009 von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2007/Blum.pdf

Blum, W. und Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren, 128*,18-21.

Greefrath, G. (2007). *Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben*, Köln: Aulis Verlag Deubner.

Herget, W., Jahnke, T., und Kroll, W. (2001). *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.* Berlin: Cornelsen.

Humenberger, H., und Reichel, H. (1995). *Fundamentale Ideen der angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht.* Mannheim. BI-Wissenschaftsverlag.

Hußmann, S., Leuders, T. und Prediger, S. (2007). Schülerleistungen verstehen - Diagnose im Alltag. *Praxis der Mathematik in der Schule, 4,* 1-8.

Maaß, K. (2007). *Mathematisches Modellieren – Aufgaben für die Sekundarstufe I.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Polushkina, S., Reibold, J., Bruder, R. (2008). Online-Lehrerfortbildungen an der Technischen Universität Darmstadt. In Vásárhelyi, E. (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Abgerufen am 26.02.2009 von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_POLUSHKINA_Svetlana%20&%20REIBOLD_Julia%20&%20BRUDER_Regina.pdf

Weinert, F. (1999). Die fünf Irrtümer der Schulreformer. *Psychologie heute*, *26*, 28 - 34.

Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *DMV*. 35-41.