

Dagmar BÖNIG, Neele RÖBBELING, Gundel TIMM, Bremen

Erprobung und Evaluation einer Lernumgebung zur Kombinatorik in Kl 1/2

Zahlreiche Studien belegen inzwischen, dass sich Kinder einer jeden Klasse auch im Hinblick auf ihre mathematischen Leistungen z.T. sehr deutlich unterscheiden. Dennoch fällt es gerade im Fach Mathematik vielen Lehrerinnen und Lehrern nicht leicht Lernprozesse so anzuregen und zu organisieren, dass ihre „bildungsrelevanten Wirkungen auch tatsächlich alle Kinder erreichen“ (Krauthausen, Scherer 2007, S. 225). Im Rahmen eines Schulbegleitforschungsprojekts¹ entwickeln wir Lernumgebungen, die es Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen ermöglichen sollen dieselbe Aufgabenstellung auf verschiedenen Lernniveaus zu bearbeiten (Prinzip der „natürlichen Differenzierung“). Wir knüpfen damit an dem Schweizer Projekt „Mathematische Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ an, die eine große Anzahl von Vorschlägen für zentrale Themenkreise der Grundschulmathematik veröffentlicht haben (Hengartner & al. 2006, Hirt, Wälti 2008). Die gewählten Lernumgebungen werden in den drei Bremer Grundschulen erprobt, deren Einzugsgebiete sich bewusst sehr stark unterscheiden. Über die Mitarbeit von Studierenden sind wir in der Lage, exemplarisch die Lernentwicklung einzelner Kinder zu analysieren, die bezogen auf die mathematischen Leistungen einen Querschnitt der jeweiligen Lerngruppen repräsentieren.

In diesem Beitrag stellen wir eine Lernumgebung zur Kombinatorik vor, die wir in einem ersten und zwei zweiten Schuljahren erprobt haben und gehen abschließend kurz auf die Lernentwicklung der Kinder ein.

Lernumgebung Kombinatorik

In unserem Schulbegleitforschungsprojekt benutzen wir den Begriff der mathematischen Lernumgebung in dem von Wollring (2008) explizierten Sinne, wobei die Kriterien der Differenzierung und Evaluation besondere Relevanz haben.

Aufgrund der in der Literatur dokumentierten Erfahrungen mit der Behandlung kombinatorischer Fragestellungen in der Grundschule (z.B. Neubert 2003) beschränken wir uns auf den Aufgabentyp der Permutation (Variation ohne Wiederholung) mit drei bzw. vier Elementen². Die Lernumgebung erstreckt sich über acht Unterrichtsstunden, die im

¹ Das Projekt läuft von 2007 – 2010 und wird finanziert durch die Senatorin für Bildung und Wissenschaft Bremen.

² Eine Liste aller verwendeten Aufgaben stellen wir auf Anfrage gerne zur Verfügung.

dreiwöchigen Rhythmus stattfinden. Um den Kindern genügend Zeit für eine selbstständige Auseinandersetzung zu geben, übernehmen wir einen Vorschlag von Rasch (2001) und stellen pro Unterrichtsstunde nur eine Aufgabe. Die Kinder haben dann die Möglichkeit verschiedene Lösungswege zu beschreiten: mit oder ohne Material, auf zeichnerischer oder symbolischer Ebene. Zu Anfang ist für jedes Kind so viel Material vorhanden, dass alle Kombinationen gelegt werden können. Darüber hinaus werden die Kinder ermuntert den gewählten Weg schriftlich zu erläutern und dies zusammen mit den gefundenen Lösungen in ihrem „Kombinatorik-Heft“ festzuhalten. Um keinen Lösungsweg vorzugeben (Anzahl der Lösungen, Richtung der Notation, ...) besteht dieses Heft lediglich aus Blankopapier. Es dient primär als Dokumentation für das jeweilige Kind, kann später aber auch als Veranschaulichung des eigenen Lösungsweges z.B. in einer Strategiekonferenz einbezogen werden. Solche Konferenzen finden entweder mit der ganzen Klasse oder auch nur mit einer Teilgruppe von Kindern statt und bieten ein Forum sich über die verschiedenen Lösungswege auszutauschen, aber ggf. auch weiterführende Fragestellungen aufzuwerfen.

Kriterien für die Analyse der Lernentwicklung der Kinder

Die Analyse der Lernentwicklung basiert in dieser Lernumgebung i.W. auf den in den Lernheften dokumentierten Arbeitsergebnissen der Schülerinnen und Schüler und wird ergänzt durch unterrichtliche Beobachtungen der am Projekt beteiligten Studierenden. Dabei haben wir folgende Aspekte als Indikatoren für Lernfortschritte gewertet:

- Zunahme der Anzahl richtiger Lösungen
- Elaborierung bisheriger Bearbeitungswege bzw. Erweiterung des Strategierepertoires
- Transferleistungen (Erkennen und ggf. Nutzen struktureller Gemeinsamkeiten beim Lösen von Aufgaben; eigenes Konstruieren strukturgleicher Aufgaben)
- Entwickeln bzw. Ausdifferenzieren verbaler Beschreibungen

Lösungswege der Kinder

Die freie Wahl der Artikulationsunterstützung eröffnet den Kindern genügend Freiraum, so dass eine große Bandbreite von Wegen über ein probierendes Herantasten bis zu einem sehr strukturierten Vorgehen zu Tage tritt. Diese Vielfalt lässt sich anhand einer von Hoffmann (2003) veröffentlichten Kategorisierung gut ordnen. Hoffmann unterscheidet zunächst zwischen Mikro- und Makrostrategien. Während Mikrostrategien

lediglich das Finden mehrerer Lösungsmöglichkeiten gestatten, lassen sich mit Makrostrategien alle Lösungen erzeugen³.

Insgesamt konnten wir in allen Klassen ein zumindest in Teilen systematisches Vorgehen im Sinne der Mikrostrategien rekonstruieren. Ob den Kindern diese Strategien im Bearbeitungsprozess bewusst waren, lässt sich abschließend nicht klären, sie können auch zufällig entstanden sein. Ein wiederholtes Auftauchen der entsprechenden Muster bei der Bearbeitung nachfolgender Aufgaben haben wir aber als Indikator für ein nicht-zufälliges Anwenden gewertet. Die verwendeten Strategien entsprechen vielfach nicht den in Mathematiklehrbüchern für die Grundschule verwendeten Anordnungen. Darüber hinaus gibt es in allen Klassen Schülerinnen und Schüler, welche die Makrostrategie des Tachometerzählprinzips (vgl. Hoffmann 2003) entdecken und aufgabenadäquat nutzen.

Gerade zu Beginn des Lernprozesses hat die Handlungskompetenz der Kinder Priorität. Die Verbalisierungskompetenz entwickelt sich vielfach erst ganz allmählich und bedarf neben ausreichender Übungsangebote der ermunternden Unterstützung durch die Lehrperson. Als besonders lernförderlich erweist sich die kompetenzorientierte Würdigung der verschiedenen Lösungsansätze im Unterricht. Die Diskussion über die beschrifteten Lösungswege ermöglicht und fördert dann ein Hinwenden zu effektiveren Strategien. Diesen Prozess durchläuft ein jedes Kind allerdings gemäß seiner Lernvoraussetzungen bzw. individuellen Lernfortschritte. Bei den von uns beobachteten Kindern konnten wir im Verlauf der acht Stunden eine zunehmende Sicherheit im Umgang mit den benutzten Strategien oder eine Erweiterung des Repertoires von Mikrostrategien feststellen. Das Ausmaß der Fortschritte in diesem Bereich variierte jedoch stark.

Mit der selbstständigen Konstruktion eines kombinatorischen Kontextes (Erfinde eine ähnliche Aufgabe) waren alle Kinder im ersten Schuljahr überfordert. Im zweiten Schuljahr gelang dies einigen Kindern, die bereits sicher das Tachometerzählprinzip anwendeten.

Beschreiben und Begründen

Während sowohl Erst- wie Zweitklässler die tragfähige Strategie des Tachometerzählprinzips entdecken, gibt es deutliche Unterschiede in der Verbalisierungskompetenz. Eine schriftliche Formulierung ihres Lösungsweges ist selbst für die Kinder im zweiten Schuljahr schwierig. Sie müssen sich vieler, zum Teil intuitiver Entscheidungen und Vorgehensweisen in

³ Auf die Darstellung der vorkommenden Strategien müssen wir hier aus Platzgründen verzichten.

ihrem Lösungsprozess bewusst werden und sie in Worte fassen. So gibt es etliche Schülerinnen und Schüler, die zwar alle möglichen Kombinationen finden, aber ihren Weg noch nicht verbal beschreiben können. Mündliche Erläuterungen gelingen den Kindern in aller Regel leichter als schriftliche. Manche Bemerkungen in den Kombinatorik-Heften verdeutlichen das Bemühen um eine Begründung, wenngleich die Antwort keinen erklärenden Wert besitzt („Ich finde keine mehr.“ oder „Sonst wären welche doppelt.“). Wir finden aber auch Ansätze von weitergehenden Beschreibungen, vornehmlich bei leistungsstärkeren Kindern, die bereits alle Lösungen finden.

Fazit

Die hier vorgestellte Lernumgebung zur Kombinatorik bietet Kindern unterschiedlichen Leistungsniveaus viel Freiraum für eigenständiges Problemlösen. Durch den Einsatz strukturgleicher Aufgaben können sie allmählich ihre eigenen Bearbeitungswege elaborieren und unterstützt durch den kommunikativen Austausch in den Konferenzen auch ihre Verbalisierungskompetenzen auf- bzw. ausbauen. Im Sinne eines spiraligen Vorgehens greifen wir diese Lernumgebung in Klasse 2 bzw. 3 erneut auf, rücken aber einen anderen Aufgabentyp ins Zentrum der Betrachtungen.

Literatur

- Hengartner, E., Hirt, U., Wälti, B. & Primarstufenteam Lupsingen (2006). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht*. Zug: Verlag Klett und Balmer
- Hirt, U., Wält, B. (2008): *Lernumgebungen im Mathematikunterricht*. Seelze: Friedrich Verlag
- Hoffmann, A. (2003). *Elementare Bausteine der kombinatorischen Problemlösefähigkeit*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker Verlag
- Krauthausen, G., Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 3. Aufl., München: Elviesier
- Neubert, B. (2003). Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In Ruwisch, S.; Peter-Koop, A. (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. (S. 89-101). Offenburg: Mildenerger Verlag
- Rasch, R. (2001). *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule – Eine Studie zur Herangehensweisen von Grundschulkindern an anspruchsvolle Textaufgaben und Schlussfolgerungen für eine Unterrichtsgestaltung, die entsprechende Lösungsfähigkeiten fördert*. Hildesheim: Franzbecker Verlag
- Wollring, B. (2008). Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In Kasseler Forschergruppe (Hrsg.), *Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Bericht 2 der Kasseler Forschergruppe Empirische Bildungsforschung Lehren – Lernen – Literacy* (S. 9-26). Kassel: Kassel University Press GmbH.