

Rami CHAHIN, Bei PENG, Roberto REALE, Felix RÜHLING, Oldenburg

## **Mathematische Prinzipien hinter den musikalischen Kompositionen für die Eröffnung der Tagung**

*Vorbemerkung:* Bei der Eröffnungsveranstaltung der 43. Jahrestagung für Didaktik der Mathematik erklangen vier Uraufführungen von Kompositionen, die sich explizit mathematischer Prinzipien bedienten. Die Komponistin und die Komponisten erläutern hier die mathematischen Hintergründe ihrer Werke.

### **Rami CHAHIN: „Sudoku“ – for solo Cello**

This work was composed for the „Tagung für Didaktik der Mathematik“ at Carl von Ossietzky Universität in Oldenburg in March 2009. The reason of writing this work is to form a musical piece built entirely on a mathematical systematic idea, Sudoku being the best example.

It is a composition built on a scale that consists of 9 main pitches. Each main pitch again is divided into 9 fraction pitches which results in 81 microtones instead of 12 semitones. The scale, fractions and the duration are built by using the exponential equation. This means that the duration of any Sudoku, the repetition of the pitches and its fragments and tension will be fixed even if we play these Sudoku in different ways. This could be a good idea for a group of musicians to play different Sudokus together but still finishing at the same time.

As a matrix I used  $(x,y,z)$ :  $x$  represents the main pitch,  $y$  is the fraction within this pitch and its dynamics, and  $z$  is the duration of the tone. So if the first matrix will be  $(5,6,1)$  it defines the first note as  $(5,6,1) = (\text{pow}(2, (5\text{th note} - \text{second octave}, \text{pow}(2, (42 / 81))) * 130.812 = 187.39 \text{ Hz } f, 0.11 \text{ duration per sec.})$ .

The second step is to ease the work for musicians, by converting the main 9 notes scale into the normal 12 notes. We divide the 12 notes normal scale to  $6 * 12 = 72$  fractions observes 81 fraction notes from the 9 notes main scale; that would give us contact notes:

$C = (1,1)$ ,  $E = (4,1)$ ,  $G\# = (7,1)$ .

Are there any spiritual sides in this work? - When the musician plays this piece, he/she should behave, feel and think as if she were a Sudoku player. So the first three lines of the work she should play it in wandering and mystery. The second three lines she should perform it as if she were involved in the game, and the last three lines will be the feeling of solving the game, trust and victory.

## **Bei PENG: „Traum im Schweigen“ – für Violoncello und Flügel**

Als Chinesin, die seit sieben Jahren in Deutschland lebt, fühle ich mich in der chinesischen und deutschen Kultur gleichermaßen zu Hause. Daher ist es mir in meinen Kompositionen ein Anliegen, beide Kulturen auf der musikalischen Ebene zu verbinden.

Da meine Komposition ein Auftragswerk ist, welches mit Mathematik verbunden sein soll, hatte ich die Idee, eine mathematische Form durch Musik darzustellen. Dies sollte aber in einer möglichst ausgeglichenen Form realisiert werden, damit weder die mathematische Form die musikalische Komposition vordergründig dominiert, noch andersherum die musikalische Form die mathematische Ausgangsform unkenntlich macht.

Meine Komposition weist zwei Stimmen auf, eine für Violoncello und eine für Flügel: Für die Stimme des Violoncellos habe ich mich an der Zahl  $\pi$  orientiert. Mit anderen Worten: Ich habe mir die ideale Form des Kreises ausgesucht, die schon von den alten Griechen immer wieder thematisiert wurde. In der asiatischen Kultur steht der Kreis für Einheit und Leerheit und damit potentielle Fülle – und Schweigen. Das Schweigen hat auch in der klassischen europäischen Kultur einen hohen Stellenwert. Ich habe einen Abschnitt der Dezimalbruchentwicklung der transzendenten Zahl  $\pi$  in musikalische Intervalle übersetzt. Das bedeutet, dass ich zum Beispiel die Zahl 3 als Terz (dabei standen zwei Möglichkeiten zur Auswahl, kleine und große Terz), die Zahl 1 als Prime und die Zahl 4 als Quarte übersetzt habe. Die theoretisch unendliche Melodie, die sich aus der Übersetzung von  $\pi$  in eine musikalische Tonfolge ergibt, habe ich zu kleinen Konstellationen von Tongruppen geformt. Die Stimme des Flügels repräsentiert eine andere Denkform des Kreises – es handelt sich um den Kreis der 64 Hexagramme des Buches der Wandlungen. Dieses Kreis-System aus Trigrammen und Hexagrammen verschlüsselt die hochkomplexen Formen urtümlicher chinesischer Mathematik: Binäre Zahlenlogik, Fibonaccireihe und vieles mehr sind hier verborgen. Nach meinem eigenen System übersetze ich die Hexagramme in musikalische Harmonien. Diese Harmonien werden auf dem Flügel durch Akkorde, Cluster und zusätzliche Klänge realisiert.

Ich verstehe die beiden Stimmen als musikalisches Gleichnis zweier sich beegnenden Menschen, die aus unterschiedlichen Kulturen stammen. Im interkulturellen Austausch entdecken sie ihr gemeinsames Urmotiv.

## **Roberto REALE: „Non tornare piu“- Chaostheorie und Musik**

Die Mathematik hat seit jeher eine große Rolle in der Musik gespielt: Viele grundlegende musikalische Theorien sind mathematischer Natur und stammen aus der griechischen Antike. J.S. Bachs Kompositionen sind für ihre Verbindungen zur Mathematik bekannt. Die Klaviersonaten Mozarts (vgl. Putz, 1995) und auch verschiedene Werke Bartoks (vgl. Lendvai, 1971) verwenden den goldenen Schnitt als gestalterisches Mittel.

In der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts entwickelte sich bei einigen Komponisten der konkrete Wunsch die Wahl der Parameterwerte einer Komposition nicht der Phantasie, Willkür oder Inspiration des Komponisten selbst zu überlassen. Die Chaostheorie als kompositorisches Gestaltungsmittel wurde entdeckt und auf zwei unterschiedliche Arten von Komponisten angewandt. Die einen verwenden in ihren Werken keine technischen Details einer bestimmten mathematischen Theorie, sondern lassen sich von dieser inspirieren oder empfinden diese nach. Demgegenüber stehen diejenigen Komponisten, die sich strikt an mathematische Formeln halten und sämtliches kompositorisches Material aus diesen generieren (z.B. logistische Gleichung).

In dem Stück „Non tornare piu“ für Cello wird die Nichtlinearität/ Diskontinuität des Schmetterlingseffekts (Lorenz, 1963) musikalisch nachempfunden. Eine sich zunächst kontinuierlich entwickelnde Struktur (kleines Motiv aufsteigender Töne) wird durch ein unvorhergesehenes musikalisches Ereignis (Intervalle/ Akkorde) minimal verändert. Diese minimalen Veränderungen wiederholen sich fortan in unregelmäßigen Abständen und übernehmen dabei zunehmend die Kontrolle über die ursprüngliche Struktur, bis diese nicht mehr erkennbar ist. Die neue Struktur erreicht schließlich einen Kulminationspunkt, aus dem wiederum eine völlig neue musikalische Textur entsteht, die mit der vorhergehenden nichts mehr zu tun hat.

### **Literatur**

- Lendvai, E. (1971). Béla Bartók: *An Analysis of his Music*, intro. by Alan Bush. London: Kahn & Averill.
- Lorenz, Edward N. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of Atmospheric Science*, Vol. 20, No. 2, pp. 130-141.
- Putz, John F. (1995). The Golden Section and the Piano Sonatas of Mozart. *Mathematics Magazine*, Vol. 68, No. 4, pp.275-282.

## Felix RÜHLING: „Pressure“ - Im Spannungsfeld zwischen Musik und Mathematik

Im Folgenden möchte ich kurz auf einige Aspekte meiner Komposition „Pressure“ eingehen, welche anlässlich der Eröffnung der 43. Tagung für Didaktik der Mathematik an der Carl-von-Ossietzky-Universität in Oldenburg entstanden ist.

Die Komposition ist für zwei Schlagzeuger geschrieben, wobei immer einer die Mathematik, und einer die Musik vertritt. Da in diesem Rahmen die mathematischen Aspekte der Komposition wohl am interessantesten sind, werde ich mich darauf beschränken, einen kurzen Einblick in deren Beschaffenheit zu geben.

Ich habe mich entschieden, nicht wie im Serialismus alle Dimensionen einer Stimme durch mathematische Algorithmen zu determinieren, sondern mich dabei auf die Klangabfolge zu beschränken. Diese wird aus der Folge der Primzahlen generiert, indem durch Modulo-Rechnung die Primzahlen auf eine gewünschte Menge an Zahlen, und von dort auf die entsprechende Menge an Klängen abgebildet werden. Wenn zwölf verschiedene Klänge zu verteilen sind bedeutet das konkret:

$$p \bmod 12 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 25\} \quad p \in \{ \text{Primzahlen} \} \setminus \{2, 13\}$$

Am Notenbeispiel sieht das dann wie folgt aus (hier die Abbildung der Primzahlen bis 89):

Hiermit knüpfe ich an die Hilbert'sche Forderung an, dass wir statt Punkt, Gerade oder Ebene jederzeit auch Tisch, Stuhl oder Bierseidl sagen können müssen ... oder halt Klänge.