Peter GEERING, Zürich

Sicher rechnen

Schriftliche Normalverfahren

Schriftliche Rechenverfahren gehörten bis vor kurzem noch zum „Kerngeschäft“ der Primarstufe. Welchen Platz sie heute und in Zukunft einnehmen sollen, wird kontrovers diskutiert:

Aus Alltag und Beruf ist das schriftliche Rechnen mit wenigen Ausnahmen praktisch verschwunden. Sicherheit im gestützten Kopfrechnen wäre ein größerer Beitrag zur numerischen Mündigkeit.

Die Verfahren sind Beispiele für Algorithmen, einer zentralen Idee der Mathematik (HEYMANN 1996).

Sie sind auch ein Kulturgut in doppelter Hinsicht: Ihre Ausprägungen sind typisch für verschiedene Regionen, ihre Vermittlung hat aber auch den Schulunterricht über viele Jahre geprägt, ist Teil einer Schulkultur.

Fazit: In der Fachdidaktik hat man die traditionellen Verfahren des schriftlichen Rechnens zwar zu „Beispielen von Algorithmen“ herabgestuft (KRAUTHAUSEN 1993), im Schulalltag bilden sie aber nach wie vor ein Schwergewicht. Ihre Beherrschung kann ein entscheidendes Kriterium für den Übertritt in höhere Schulen sein.

Tradition und neuer Zweck

Die schriftlichen Normalverfahren wurden nicht zu dem Zweck entwickelt, für den sie heute in der Schule eingesetzt werden. Kriterien bei der Entwicklung und Auswahl der Normalverfahren waren:

- Der **Schreibaufwand** soll **minimal** und die Kopfrechenarbeit möglichst einfach sein.
- **Normierung** soll die Instruktion und die Automatisierung erleichtern.
- Die **Grundoperationen** werden **unabhängig** voneinander optimiert und auch instruiert.

Sollen Rechenverfahren als einfach durchschaubare und nachvollziehbare Beispiele von Algorithmen dienen, müssen andere Kriterien im Vordergrund stehen:

- Die schriftlichen Aufzeichnungen sollen den **Rechenweg** festhalten und allfällige Fehler leicht lokalisierbar machen. Kinder mit Speicherproblemen schreiben so viel auf, wie sie für ihre Sicherheit benötigen. Der Schreibaufwand ist zweckentsprechend und individuell.

- Ausgefeilte Algorithmen sind das Ziel einer **Entwicklung**, bei der sich die Kinder einer Klasse in verschiedenen Stadien befinden können. Die Geschwindigkeit, mit der diese Entwicklung durchlaufen wird und wie weit sie geht, hängt von den einzelnen Kindern ab.
- Um das gemeinsame Prinzip des Algorithmus hervorzuheben, müssen die Verfahren der vier Grundoperationen möglichst viele **Gemeinsamkeiten** aufweisen.

Die überlieferten Rechenverfahren enthalten bekannte und akribisch untersuchte Fehlerquellen. Dass sie trotzdem unverändert beibehalten werden, ist doch eigentlich merkwürdig. In jedem handwerklichen Beruf sorgen Verbände und staatliche Stellen für Maßnahmen, damit Gefahrenquellen eliminiert und unnötige Risiken ausgeschaltet werden.

Grundlegende Rechenkompetenzen

Die schriftlichen Normalverfahren basieren auf der Abrufbarkeit von Einspluseins und Einmaleins. Wer diese nicht oder nur fehlerhaft schafft, steht auf verlorenem Posten – und das sind nicht wenige Kinder.

Die Entwicklung alternativer Verfahren verlangt zwar zusätzlich auch analoge Rechensätze in größeren Zahlenräumen (Zehnereinspluseins, Stelleneinmaleins, „Rechenfamilien"), fördert dabei aber auch die Kompetenz im Kopfrechnen mit größeren Zahlen. Beim Üben der schriftlichen Algorithmen ist das nicht der Fall, da große Zahlen mechanisch zerlegt und mit einfachster Kopfrechnung bearbeitet werden.

Prüfen und Bewerten

Traditionell ist die **Rechengeschwindigkeit** ein primäres Ziel und Gegenstand von Prüfungen. Als Bewertungskriterium dient die Anzahl der in einer bestimmten Zeit richtig gelösten Aufgaben – je mehr desto besser. Die Arbeitsgeschwindigkeit und Konzentrationsfähigkeit spielen dabei eine entscheidende Rolle. Solche Prüfungen haben einen ausgeprägten Wettbewerbscharakter.

Ist das primäre Ziel die **Einsicht** in den Algorithmus und die **Sicherheit** im Rechnen, gehören dazu auch Methoden der Selbstkontrolle wie Überschlag oder Zweitrechnung. Geprüft wird die Zuverlässigkeit im Rechnen ohne Zeitdruck. Dazu genügen wenige Aufgaben, die aber alle richtig gelöst werden müssen. Die Arbeitsgeschwindigkeit und die Konzentrationsfähigkeit spielen nur noch eine untergeordnete Rolle. Die Bewertung wird auf die Kategorien erfüllt/nicht erfüllt reduziert. Wer (zusätzlich) Wettbewerb will, kann zählen, wer am meisten Rechnungen hintereinander ohne Fehler rechnen kann.

halbschriftlich – schriftlich: eine Kluft

Damit Kinder die Funktionsweise und die Bedeutung von Rechenalgorithmen erfassen können, wird in den ersten drei Schuljahren an den Voraussetzungen gearbeitet:

- Einsicht in das Prinzip der Zerlegung von Operationen in Teilschritte,
- Verständnis der Zahlschreibweise im Stellenwertsystem,
- Fähigkeit, Rechenschritte zu notieren und zu lesen.

In den ersten drei Schuljahren werden die Kinder dazu ermuntert, eigene Rechenverfahren zu finden, zu entwickeln und auszutauschen. Je mehr sie sich darauf einlassen, desto stärker wirkt dann der Stilbruch, wenn plötzlich ex cathedra verkündet wird, wie „man" schriftlich zu rechnen hat. Es gibt keine mathematische Begründung dafür, weshalb in Deutschland so, in der Schweiz, in den USA und in der Türkei ganz anders gerechnet wird. Ist das Lernziel eine Rechenvorschrift, die insbesondere für schwächere Kinder mit der Vorbereitung wenig bis nichts zu tun hat, wird auch der ganze Entwicklungsgang entwertet. Die Kinder warten dann bis ihnen (von der Lehrperson oder auch von den Eltern oder Geschwistern) gezeigt wird, wie man „richtig" rechnet.

Beispiel: Entwicklung der Multiplikation auf Papier

Wie bei allen Operationen wird bei der schrittweisen Multiplikation (GEERING 2007) einer der Operanden in Stellenwerte zerlegt.

Schritte	**57 · 3 = ?**	das Einmaleins dazu
Zehner multiplizieren	50 · 3 = 150	5 Z · 3 = 15 Z
Einer multiplizieren	7 · 3 = 21	7 · 3 = 21
Teilprodukte **addieren**	**171**	

Schritte	**457 · 3 = ?**	das Einmaleins dazu
Hunderter multiplizieren	400 · 3 = 1200	4 H · 3 = 12 H
Zehner multiplizieren	50 · 3 = 150	5 Z · 3 = 15 Z
Einer multiplizieren	7 · 3 = 21	7 · 3 = 21
Teilprodukte **addieren**	**1371**	

Das Normalverfahren der schriftlichen Multiplikation ist komplex und fehlerträchtig. Es wird viel transparenter und sicherer, wenn die Teilprodukte immer ganz notiert werden. Ein entsprechendes Verfahren kann direkt aus der schrittweisen Multiplikation entwickelt werden.

Multiplikation in der Stellentafel – Kurzform (GEERING 2009)

schrittweise gerechnet und in zwei Stellentafeln notiert

	ZT	T	H	Z	E		ZT	T	H	Z	E
		3	8	1	6	· 5 =					
Tausender		3				· 5 =	1	5			
Hunderter			8			· 5 =		4	0		
Zehner				1		· 5 =				5	
Einer					6	· 5 =				3	0
							1	9	0	8	0

Produkte direkt unter den ersten Faktor geschrieben

ZT	T	H	Z	E	
	3	8	1	6	· 5
1	5				
	4	0			
			5		
			3	0	
1	9	0	8	0	

Kurzform

	3	8	1	6	· 5
	5	0	5	0	
1	4		3		
1	9	0	8	0	

Ergebnis: 3 816 · 5 = **19 080**

			3	8	1	6	· 45
mal die Einer			5	0	5	0	· 5
		1	4		3		
mal die Zehner		2	2	4	4	0	· 40
	1	3		2			
	1	7	1	7	2	0	

Bei der Multiplikation mit mehrstelligen Faktoren verschieben sich die Teilprodukte der höheren Stellen nach links.

Vorteile dieser Schreibweise:

- Das fehleranfällige Speichern und Addieren von Überträgen fällt weg.
- Nur eine schriftliche Addition, von den Multiplikationen ganz getrennt.
- Alle Teilrechnungen des Einmaleins bleiben sichtbar.

Literatur

Geering, P. (2007). *Ich kann Mathematik – Lernbuch 3*. (S. 60/61), Seelze: Lernbuchverlag.

Geering, P. (2009). *Ich kann Mathematik – Lernbuch 4*. (S. 38/41), Seelze: Lernbuchverlag in Vorbereitung.

Heymann, H. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*, Studien zur Schulpädagogik und Didaktik Band 13 (S. 174 ff), Weinheim: Beltz.

Krauthausen, G. (1993). *Für eine Neubestimmung des Stellenwerts der Rechenmethoden*. In: Journal für Mathematik - Didaktik, 3/4/1993 (S. 189-219)