

Heike HAHN & Regina MÖLLER, Erfurt

Förderung eines frühen Verständnisses für die fundamentale Idee des Stellenwertprinzips

Ausgangslage und Rahmenbedingungen

Im Jahre 2005 hat die Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung das Verbundprojekt „Stärkung der Bildungs- und Erziehungsqualität in Kindertageseinrichtungen und Grundschule und die Gestaltung des Übergangs“ (TransKiGS) eingerichtet, an dem Thüringen beteiligt ist. Ziel des Projektes ist es, Bildungspläne für Kindertageseinrichtungen und Grundschulen weiterzuentwickeln und die Kooperation zwischen beiden Institutionen zu intensivieren.

In Thüringen schließt das Projekt mehrere Teilprojekte ein, wovon eines der Erarbeitung und Implementation des „Thüringer Bildungsplanes für Kinder bis 10 Jahre“ (Thür. Bildungsplan 2008) gewidmet ist. Ein anderes Teilprojekt befasst sich mit didaktisch-methodischen Konzeptionen zur Umsetzung thematischer Schwerpunkte von Bildungsplänen und der längsschnittlichen Untersuchung der Wirksamkeit von Bildungsinhalten. Bezogen auf die mathematische Bildung liegt die Leitung dieses Moduls in unserer Verantwortung. In Zusammenarbeit mit Tandems (Personengruppen, die aus regional miteinander kooperierenden Erzieherinnen aus Kindertageseinrichtungen und Lehrerinnen aus Grundschulen bestehen) werden die Umsetzung ausgewählter Topics aus dem Thüringer Bildungsplan erprobt sowie Maßnahmen zur Qualifizierung und Fortbildung der beteiligten Personengruppen durchgeführt.

Bei der Entwicklung, Erprobung und Reflexion ausgewählter mathematischer Bildungsinhalte haben wir uns auf verschiedene Schwerpunkte konzentriert; einer davon befasst sich mit der Entwicklung des Zahlbegriffes, insbesondere der Förderung eines frühen Verständnisses für das Stellenwertprinzip. Dazu werden in diesem Beitrag theoretische Begründungszusammenhänge skizziert, die Fortbildungskonzeption im Projekt TransKiGS im Überblick aufgezeigt und schließlich Erfahrungen aus dem Projekt berichtet.

Zum Lernen des Stellenwertprinzips

Obwohl die fundamentale mathematische Idee der Zahl in der Schreibweise des Stellenwertprinzips innerhalb der Mathematik als eine der nützlichsten erachtet wird, ist es auffällig, wie selten sie richtig erklärt werden kann. Befragt man Schüler und Lehrerstudenten nach dem Stellenwertprinzip, erhält man erschreckend wenig gute Antworten. Am häufigsten können sie noch

anhand eines Zahlenbeispiels Einer, Zehner, Hunderter oder Tausender in ihrer Stellung ausmachen, also eher die Zahl in ihrer formalen Darstellung beschreiben. Wenig verstanden wird die Idee, dass beispielsweise für das Bündel von 10 Einern eine 1 als Zehner auf der Stelle links davor steht. Der Prozess des Bündelns und des Ersetzens an eine Stelle links daneben ist weder präsent noch anscheinend gut genug verstanden.

Während der Kindergartenzeit lernen die Kinder zu zählen. Sie beginnen mit dem Aneinanderreihen von Zahlwörtern, um dann sukzessive zu erkennen, dass jedem Zahlwort eine bestimmte Anzahl von Objekten zugeordnet ist. Sie lernen, dass man mit der Reihe der Zahlwörter ganz unterschiedliche Objekte zählen kann. Mit dem Ende der Kindergartenzeit haben sie die feste Ordnung der Zahlwörter der ersten zehn oder auch zwanzig Zahlen gelernt. Die kardinale und ordinale Bedeutung der Zahlen hat sich den Kindern beim Erlernen des Zählens aufgrund der Zuordnung zwischen Menge und Zahl sowie der richtigen Reihenfolge der Zahlwörter erschlossen.

Mit der Schulzeit beginnt die Systematisierung und Erweiterung der Zählfähigkeiten im Zahlenraum bis 20. Dass die Zahl 10 die erste zusammengesetzte Zahl ist, die auf dem Prinzip der Bündelung beruht, wird zu wenig ins Blickfeld der Wahrnehmung und des Verständnisses gerückt. Auch Zahlen, die größer als 10 sind, werden meist bezogen auf ihre Anzahl, ihre Ordnung innerhalb der Zahlenreihe sowie in Beziehung zu anderen Zahlen erarbeitet. Da das Stellenwertprinzip von fundamentaler Bedeutung für das Verständnis der Zahlbildung in verbaler und graphischer Form ist (ungeachtet der Tatsache, dass bei den Zehnerzahlen Sprech- und Schreibrichtung entgegengesetzt sind), erachten wir es als notwendig, die aspektreiche Erschließung der Zahlen um Einsichten in das Stellenwertprinzip frühzeitig zu ergänzen. Für die Behandlung der Zahl 10 als der ersten Zahl, bei der das Bündelungsprinzip unseres Zahlensystems angewendet wird, ist somit die Bedeutung der Null als Zeichen für einen nicht vorhandenen Einer bewusst zu machen. Aufgrund von Handlungserfahrungen im Bündeln und Ersetzen in Verbindung mit der entsprechenden Darstellung erschließt sich den Kindern die bekannte Notation der „10“. (Umfassend wird die Funktion der Null meist erst im Zuge der Zahlbereichserweiterung bis 100 thematisiert.)

Anliegen der gemeinsamen Aktivitäten innerhalb des TransKiGS-Projektes ist es, Spiele, Übungen oder Materialien zu entwickeln, zu erproben und Erfahrungen zu reflektieren, mit denen das Grundprinzip des Bündelns und Ersetzens im Feld links daneben für die Kinder erfahrbar wird. In Verbindung zu passenden Darstellungsformen sind Grundvorstellungen für das Verstehen des Stellenwertprinzips zu schaffen.

Fortbildungskonzeption zum TransKiGS-Projekt

Nach einer Auftaktveranstaltung für alle beteiligten Tandems wurden in den Kindertagesstätten und Grundschulen Personen ausgewählt, die sich im mathematischen Teilprojekt engagieren wollten. Mit dieser Personengruppe führten wir etwa alle 3 bis 4 Monate ganztägige Arbeitstreffen durch, die jeweils in einen Fortbildungsteil, in dem die Erzieherinnen und Lehrerinnen mit den fachlichen Hintergründen des Themas vertraut gemacht wurden, und eine Gruppenarbeitsphase strukturiert waren. Während der Gruppenarbeit wurden erste Ideen für zu entwickelnde Spiele, Übungen oder Materialien zusammengetragen. Schließlich gingen die Tandems mit dem Auftrag nach Hause, ihre Idee zu verfeinern und derart zu konkretisieren bzw. auszuarbeiten, dass ein anwendbares Produkt entstand.

Bei den Überlegungen zur Entwicklung eines Spiels, eines Materials oder einer Übung sollte sichergestellt werden, dass die Beschäftigung mit dem Inhalt an die Alltagserfahrungen und das Vorwissen der Kinder anknüpft. Für das Phänomen der Stellenwerte war es für den Kindergarten wichtig, die Idee des „Bündels und Ersetzens durch“ erlebbar zu machen, um die hinter dem Stellenwertsystem stehende mathematische Idee handelnd zu erschließen. Für den schulischen Anfangsunterricht war es wichtig, die vertiefende Erarbeitung der Zahlen um ein grundlegendes Verständnis des Stellenwertsystems zu ergänzen. Die symbolische Darstellung des Handlungsergebnisses war häufig das Bindeglied zwischen den Handlungserfahrungen und den bisherigen Zahlkenntnissen. Inwiefern dabei sowohl im Kindergarten als auch in der Grundschule mit anderen Systemzahlen als der 10 gearbeitet wurde, entschieden die Tandems selbst.

Spiele, Übungen oder Materialien sind in Hahn & Möller 2008 dokumentiert.

Erfahrungen

Abschließend werden die gemachten Erfahrungen in der Umsetzung der Fortbildungskonzeption kurz aufgezeigt.

a) Erfahrungen von Kindergärtnerinnen und Lehrerinnen

Die Tandems sind i.A. in der Lage, die Folge der Zahlen als eine Abstraktion zu durchschauen, bei der den konkreten Anzahlen von Elementen einer Menge abstrakte Zeichen - durch Symbole und Sprache darstellbar - zugeordnet werden. Die für die Verwendung der Zahlzeichen weiter bestimmende Idee von Bündelung und Stellenwert wird häufig nicht erkannt bzw. die Grundhandlung von Bündelung und Ersetzen bleibt eine Handlungser-

fahrung, deren Zusammenhang zur symbolischen Notation einer Zahl nicht gleich gesehen wird.

b) Erfahrungen der Tandems in der Arbeit mit den Kindern

Die Grundhandlungen des Bündelns und Ersetzens werden zur spielerischen Erfahrungen und im Zusammenhang mit der entsprechenden Darstellung zum Prüfinstrument zugleich (Wie viele waren es?). Das Zählen in Verbindung mit den Grundhandlungen öffnet den Blick dafür, dass die Handlung stetig fortgesetzt werden kann. Somit machen die Kinder ziemlich selbstständig Erfahrungen mit dem Weiterzählen über die 9, die 19 u.a. hinaus. Sie können diese einfachen Handlungen nachvollziehen und kommen zu immer größeren Zahlen, ohne durch die „künstliche“ Hürde der ersten 10 bzw. 20 Zahlen behindert zu werden.

c) Erfahrungen mit den Fortbildungen der Tandems

In der Reflexion der durchgeführten Fortbildungen wird erkennbar, dass es ein längerfristiger Prozess ist, Erwachsene für die mathematischen Hintergründe der fundamentalen Idee des so vertrauten Stellenwertprinzips zu sensibilisieren. Zudem ist deutlich geworden, dass die eigene fachliche Sicherheit Grundvoraussetzungen für ein professionelles Agieren im vorschulischen und schulischen Bereich ist.

Die Tandems und ihre Entwicklung sich unterschiedlich; das hängt vom Ist-Zustand ab und wird wesentlich von der Situation vor Ort (Kika, Grundschule), der Zusammenarbeit und der Zeit, die für die Fortbildungen und Beratungen aufgewendet wird, beeinflusst.

Anzumerken ist schließlich die Tatsache, dass das Niveau mathematischen Verständnisses frühkindlicher Bildung insgesamt sehr heterogen und deshalb ein Qualifizierungsprogramm notwendig ist.

Literatur

- Dehaene, S. (1999): Der Zahlensinn und warum wir rechnen können. Basel u.a.: Birkhäuser
- Hahn, H. & Möller, R. (2008): Förderung eines frühen Verständnisses für die fundamentale Idee des Stellenwertprinzips. In: Sache-Wort-Zahl, 36. Jg., H. 93 v. März, S. 4 - 7
- Ifrah, G. (1998): Universalgeschichte der Zahlen. Frankfurt a. M.: Campus-Verlag
- Menninger, K. (1979): Zahlwort und Ziffer eine Kulturgeschichte der Zahl, Bd. I und II. Göttingen: Vandenhoeck u. Ruprecht
- Padberg, F. (2005): Didaktik der Arithmetik. Heidelberg und Berlin: Spektrum Akademischer Verlag
- Thüringer Bildungsplan für Kinder bis 10 Jahre (2008) (hrsg. v. Thüringer Kultusministerium) Berlin und Weimar: Verlag das Netz